

Problema de los caballos

Lógica para ciencias de la computación

Edgar Andrade, PhD

Agosto de 2018

Departamento de Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

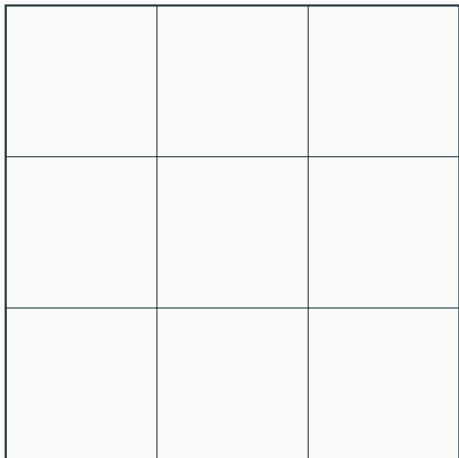


Universidad del
Rosario



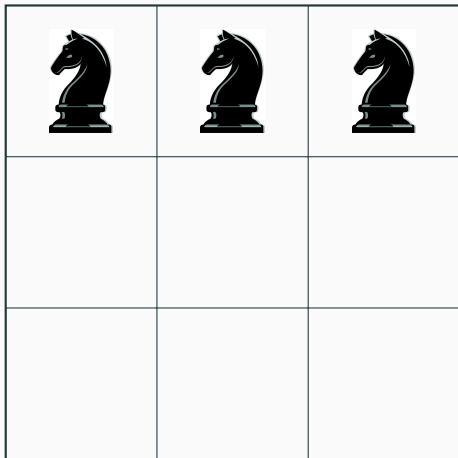
MACC
Applied Mathematics
and Computer Science

Problema



Considere un tablero de ajedrez de 3×3 . El problema consiste en ubicar tres caballos en el tablero de tal manera que ningún caballo ataque a otro.

Ejemplo



Por ejemplo, si ubicamos los caballos como en la figura, ninguno ataca a otro.

Claves de representación (1/2)

Primero enumeramos las casilla del tablero de la siguiente manera:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Claves de representación (2/2)

Una letra proposicional c_i para cada casilla i .

c_i es verdadera sii hay un caballo ocupando la casilla i .

c_1	c_2	c_3
c_4	c_5	c_6
c_7	c_8	c_9

Ejemplo

c_1 : hay un caballo en 1

$\neg c_2$: no hay un caballo en 2

$\neg c_3$: no hay un caballo en 3

$\neg c_4$: no hay un caballo en 4

$\neg c_5$: no hay un caballo en 5

$\neg c_6$: no hay un caballo en 6

$\neg c_7$: no hay un caballo en 7

$\neg c_8$: no hay un caballo en 8

$\neg c_9$: no hay un caballo en 9



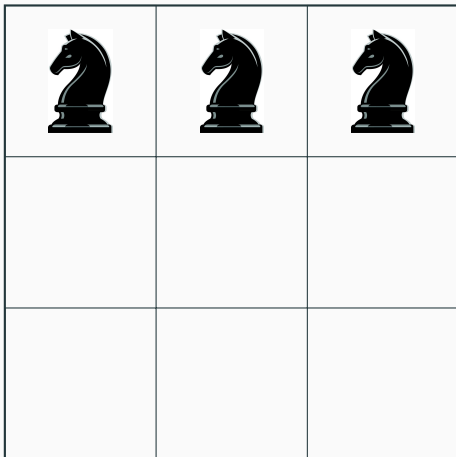
Tipos de reglas

Regla 1: Debe haber exactamente tres caballos en el tablero.

Regla 2: Ningún caballo debe poder atacar a otro.

Regla 1 (incompleta...) (1/2)

(
 $c_1 \wedge c_2 \wedge c_3$
 $\wedge \neg c_4 \wedge \neg c_5 \wedge \neg c_6$
 $\wedge \neg c_7 \wedge \neg c_8 \wedge \neg c_9$
) $\vee \dots$

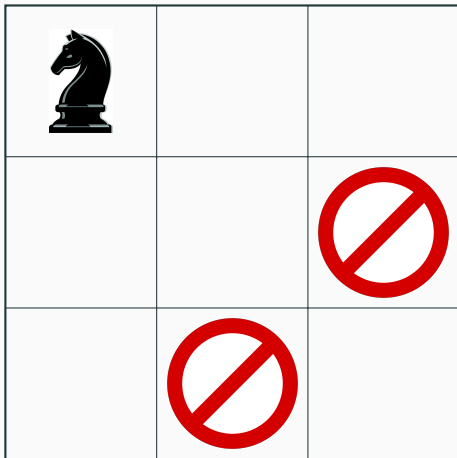


Regla 1 (incompleta...) (2/2)

Faltan $9 \times 8 \times 7$ cláusulas, una por cada configuración posible de exactamente tres caballos en el tablero 3×3 .

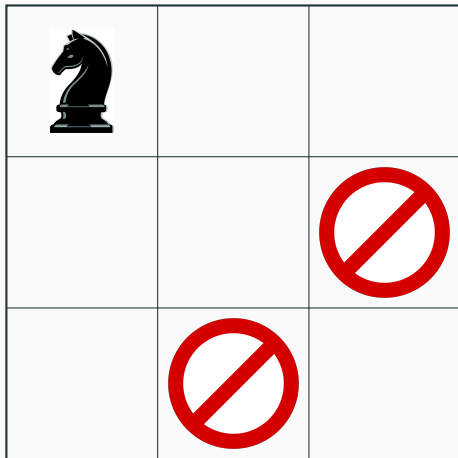
Ejemplo de reglas tipo 2 (1/2) (informal)

Si hay un caballo en 1, no debe haber un caballo ni en 6 ni en 8, puesto que se estarían atacando mutuamente.



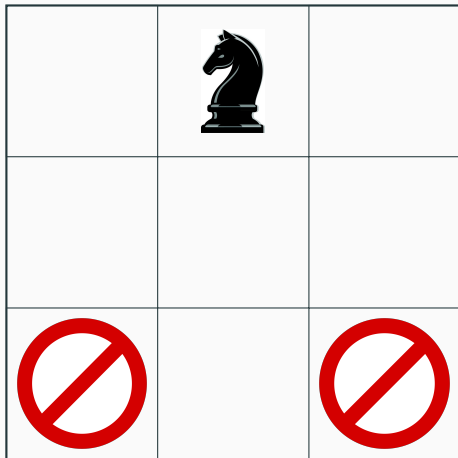
Ejemplo de reglas tipo 2 (1/2) (formal)

$$c_1 \rightarrow (\neg c_6 \wedge \neg c_8)$$



Ejemplos de reglas tipo 2 (2/3)

$$c_2 \rightarrow (\neg c_7 \wedge \neg c_9)$$



Reglas tipo 2 (3/3)

$$c_1 \rightarrow (\neg c_6 \wedge \neg c_8)$$

$$c_2 \rightarrow (\neg c_7 \wedge \neg c_9)$$

$$c_3 \rightarrow (\neg c_4 \wedge \neg c_8)$$

$$c_4 \rightarrow (\neg c_3 \wedge \neg c_9)$$

$$c_6 \rightarrow (\neg c_1 \wedge \neg c_7)$$

$$c_7 \rightarrow (\neg c_2 \wedge \neg c_6)$$

$$c_8 \rightarrow (\neg c_1 \wedge \neg c_3)$$

$$c_9 \rightarrow (\neg c_2 \wedge \neg c_4)$$