

# Лабораторная работа №2

## Задание 1

Для выполнения первого упражнения будут весьма полезными знания об определении распределения хи-квадрат, Стюдента и Фишера. Плюс теорема Фишера для выборок из нормального закона.

Предъявите доверительный интервал уровня  $1 - \alpha$  для указанного параметра при данных предположениях (с математическими обоснованиями). Сгенерируйте 2 выборки объема объема 25 и посчитайте доверительный интервал. Повторить 1000 раз. Посчитайте, сколько раз 95-процентный доверительный интервал покрывает реальное значение параметра. То же самое сделайте для объема выборки 10000. Как изменился результат? Как объяснить? Что изменяется при росте объемов выборок?

Задача представлена в 4 вариантах. Везде даны две независимые выборки  $X_1, X_2$  из нормальных распределений  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$  объемов  $n_1, n_2$  соответственно. Сначала указывается оцениваемая функция, потом данные об остальных параметрах, затем параметры эксперимента и подсказки.

1.  $\tau = \mu_1 - \mu_2$ ;  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  известны;  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = 0.5$ ; воспользуйтесь функцией

$$\frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - \tau}{\sigma}, \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}.$$

2.  $\tau = \mu_1 - \mu_2$ ;  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  неизвестна;  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$ ; воспользуйтесь функцией

$$\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - \tau}{\sqrt{n_1 S_*^2(X_1) + n_2 S_*^2(X_2)}},$$

где  $S_*^2(X_i)$  – выборочная смещенная дисперсия для выборки  $X_i$ .

3.  $\tau = \sigma_1^2 / \sigma_2^2$ ;  $\mu_1, \mu_2$  неизвестны;  $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$ ; воспользуйтесь функцией

$$\frac{n_1(n_2 - 1)S_*^2(X_1)}{n_2(n_1 - 1)S_*^2(X_2)} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2},$$

где  $S_*^2(X_i)$  – выборочная смещенная дисперсия для выборки  $X_i$ .

4.  $\tau = \sigma_1^2 / \sigma_2^2$ ;  $\mu_1, \mu_2$  известны;  $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$ ; воспользуйтесь функцией

$$\frac{n_2 \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1,i} - \mu_1)^2}{n_1 \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2,i} - \mu_2)^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}.$$

## Задание 2

В данном упражнении для построения асимптотического доверительного интервала весьма полезным будет применение ЦПТ к самой выборке или некоторому преобразованию выборки (например, к  $X^2$ ).

Постройте асимптотический доверительный интервал уровня  $1 - \alpha$  для указанного параметра. Проведите эксперимент по схеме, аналогичной первой задаче.

Задача представлена в 5 вариантах. Сначала указывается класс распределений (однопараметрический), затем параметры эксперимента и подсказки.

1.  $\text{Exp}(\lambda)$ ; медиана;  $\lambda = 1$

2. Распределение Лапласа с неизвестным параметром сдвига  $\mu$  и единичным масштабирующим параметром; медиана;  $\mu = 2$ ;

3.  $U[-\theta, \theta]; \theta^2; \theta = 5;$
4.  $\text{Geom}(p); p; p = 0.7;$
5.  $\text{Pois}(\lambda); \lambda + \lambda^2; \lambda = 1;$