

# អថេរចៃដន្យជាប់

## (Continuous Random Variable)

ក្នុងជំពូកនេះយើងចង់សិក្សាពីអថេរចៃដន្យជាប់ កំពស់របស់សិស្ស ទំងន់ ប្រវែង...។ អថេរទាំងនេះត្រូវបានគេហៅថាអថេរចៃដន្យជាប់។ អថេរចៃដន្យជាប់ជាអថេរដែលត្រូវបានគេអោយ និយមន័យលើលំហសំណាកជាសំនុំរាប់មិនបាននិងរាប់មិនអស់ (Infinitely Uncountable Set) ។

### 1. អថេរចៃដន្យជាប់(Continuous Random Variable)

អថេរចៃដន្យជាប់  $X$  ត្រូវបានពិពណ៌នាដោយអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f$  (Probability Density Function) ។

និយមន័យ៖  $f$  ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេបើ

- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
- $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

យក  $A \subset \mathbb{R}$ , នោះយើងបាន  $P(X \in A) = \int_A f(x)dx$

សំគាល់៖ ចំពោះអថេរចៃដន្យជាប់  $X$ ,  $P(X = a) = 0, \forall a \in \mathbb{R}$

ឧទាហរណ៍១៖ យើងមាន  $f(x) = 3x^2, 0 < x < 1$  ។

១. តើ  $f(x)$  ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេឬទេ?
២. បើ  $f(x)$  ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ ចូរគណនា  $P(\frac{1}{2} < X < 1)$
៣. សិក្សាពីភាពខុសគ្នារវាង  $P(X = 0.5)$  និង  $f(0.5)$

ឧទាហរណ៍២៖  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = \frac{x^3}{4}, 0 < x < c$  ។ កំណត់តំលៃ  $c$  ដើម្បីអោយ  $f$  ពិតជា អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ។

### តំលៃសង្ឃឹម(Expected Value)

តំលៃសង្ឃឹមរបស់អថេរចៃដន្យ  $X$  (អថេរចៃដន្យជាប់) ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ៖

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

ក្រោមលក្ខខណ្ឌអាំងតេក្រាលនេះរួម។

### វ៉ារ្យង់(Variance)

វ៉ារ្យង់របស់អថេរចៃដន្យ  $X$  (អថេរចៃដន្យជាប់) ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ៖

$$V(X) = E[(X - E(X))^2]$$

### សំគាល់៖

- តំលៃសង្ឃឹមនិយាយពីតំលៃមធ្យមរបស់អថេរចៃដន្យ
- វ៉ារ្យង់និយាយពីភាពពង្រាយរបស់អថេរចៃដន្យ
- លក្ខណៈរបស់ តំលៃសង្ឃឹមនិងវ៉ារ្យង់នៃអថេរជាប់ដូចគ្នានឹងលក្ខណៈរបស់ តំលៃសង្ឃឹមនិងវ៉ារ្យង់នៃអថេរដាច់

## 2. អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើន (Cumulative Distribution Function) ៖

$X$  ជាអថេរចៃដន្យជាប់ដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x)$

និយមន័យ៖ អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើន  $F$  ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ

$$F: \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$$

$$t \mapsto F(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x)dx$$

តាមនេះយើងបាន  $f(t) = F'(t) = \frac{dF(t)}{dt}$

ទ្រឹស្តីបទ៖ ឧបមាថាមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើន  $F$  នោះយើងបាន

- $\lim_{t \rightarrow -\infty} F(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} F(t) = 1$
- ត្រង់ចំនុច  $t$  ណាមួយ  $F$  ជាប់ស្តាំ និង មានលីមីតឆ្វេង(ចំពោះអថេរដាច់) និង  $F$  ជាប់(ចំពោះអថេរជាប់)
- ចំពោះ  $s < t, F(s) \leq F(t)$  (nondecreasing function)

ប្រាសមកវិញ អនុគមន៍ណាក៏ដោយដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ចំណុចទាំង ៣ ខាងលើ គឺជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើន។

សម្រាយបញ្ជាក់៖

ឧទាហរណ៍៣៖ ចូរគណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរក្នុង ឧទាហរណ៍១។

*សំហាត់*

១.  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = c(4x - 2x^2), 0 < x < 2$

ក. កំណត់តំលៃ  $c$

ខ. គណនា  $P(x > 1)$

២.  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = 1, 0 \leq x \leq 1$  តាង  $Y = e^X$ ។

ក. គណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរ  $X$  តាងដោយ  $F_X$

ខ. គណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរ  $Y$  តាងដោយ  $F_Y$  រួចទាញរក  $f(y)$

គ. ចូរគណនា  $E(Y)$  ដោយប្រើ  $f(y)$

ឃ. ចូរគណនា  $E(Y)$  ដោយប្រើ  $f(x)$

៣.  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលយកតំលៃវិជ្ជមានឬសូន្យ ចូរបង្ហាញថា  $E(X) = \int_0^{\infty} P(X > x)dx$

៤.  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = \frac{1}{b-a}, a \leq x \leq b$

ក. ចូរបង្ហាញថា  $f$  ពិតជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ រួចគូររូបនៃ  $f$

ខ. ចូរគណនា  $E(X), V(X)$

គ. គណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរ  $X$  រួចគូររូបនៃ  $F$

៥. ឧបមាថា អនុស្សស្រីម្នាក់សំរាលកូន 3 ដង។ ឪពុកសន្សំការសម្រាលបានកូនប្រុសគឺ 0.5។ តាង  $X$  ជាចំនួនកូនប្រុសដែលគាត់នឹងទទួលបាន។ គណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរ  $X$  រួចគូររូបនៃ  $F$  ។

៦.  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 < x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$

ក. ចូរបង្ហាញថា  $f$  ពិតជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ រួចគូររូបនៃ  $f$

ខ. ចូរគណនា  $E(X), V(X)$

គ. គណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរ  $X$  រួចគូររូបនៃ  $F$

៧.  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = e^{-x}, 0 \leq x \leq \infty$

ក. ចូរបង្ហាញថា  $f$  ពិតជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ រួចគូររូបនៃ  $f$

ខ. ចូរគណនា  $E(X), V(X)$

គ. គណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើននៃអថេរ  $X$  រួចគូររូបនៃ  $F$

### 3. បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន (Uniform Distribution)

ឧបមាថាយើងចង់រើសមួយចំណុចចេញពីចន្លោះ  $[a, b], a < b$ ។ តាង  $X$  ជាតំលៃដែលយើងរើសបាន គេថា  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន ហើយគេកំណត់សរសេរដោយ  $X \sim U[a, b]$  ។

- អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f(x) = \frac{1}{b-a}, a \leq x \leq b$
- តំលៃសង្ឃឹម  $E(X) = \frac{a+b}{2}$
- វ៉ារ្យង់  $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

ឧទាហរណ៍៥៖ ឧបមាថា  $X \sim U[0,10]$ ។ ចូរគណនា  $P(X = 3), P(X > 3), P(X \geq 3), P(X < 6), P(3 < x < 6)$ ។

ឧទាហរណ៍៥៖ ឧបមាថា  $X \sim U[0,1]$ ។ ចូរគណនាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើន។

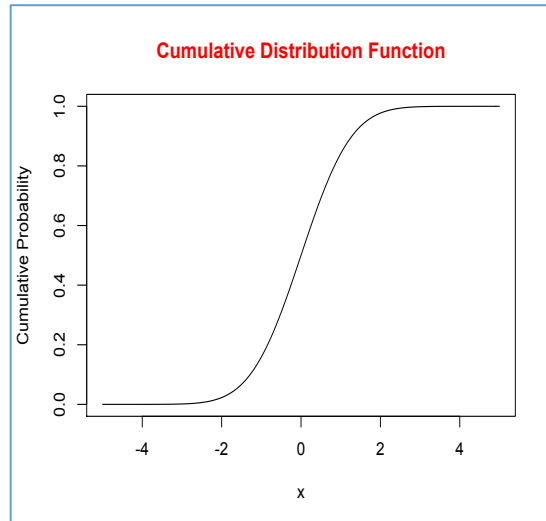
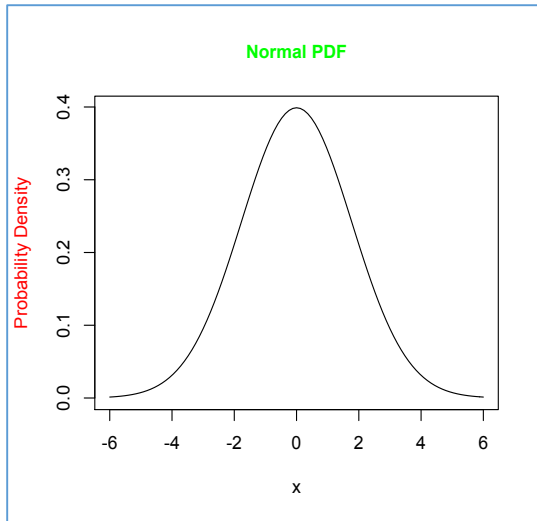
### 4. បំណែងចែកនីរម៉ាល់ (Normal Distribution)

ឧបមាថាយើងចង់សិក្សាពីកំពស់របស់សិស្សប្រុស។ ជាធម្មតាសិស្សដែលមានកំពស់ទាប និងកំពស់ខ្ពស់មិនសូវសំបូរទេ តែសិស្សដែលមានកំពស់មធ្យមសំបូរ។ តាង  $X$  ជាកំពស់របស់សិស្សប្រុស។ នោះគេថា  $X$  ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកនីរម៉ាល់ (Normal Distribution)។ យក  $\sigma \in \mathbb{R}^+, \mu \in \mathbb{R}$ ។  $X$  ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកនីរម៉ាល់មានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ  $\mu$  និង  $\sigma^2$  ត្រូវបានគេកំណត់សរសេរដោយ  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  ។

ដើម្បីសម្រួលក្នុងការសិក្សា យើងសិក្សាដំបូងក្នុងករណីដែល  $\mu = 0$  និង  $\sigma^2 = 1$ ។ ក្នុងករណីនេះយើងប្តូរនិមិត្តសញ្ញានៃអថេរចៃដន្យពី  $X$  ទៅ  $Z$  ហើយគេថា  $Z$  មានបំណែងចែកនីរម៉ាល់ស្តង់ដារ (Standard Normal Distribution) រួចត្រូវបានយើងកំណត់សរសេរដោយ  $Z \sim N(0, 1)$ ។

- អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$  ដែល  $x \in \mathbb{R}$

- តំលៃសង្ឃឹម  $E(Z) = 0$
- វ៉ារ្យង់  $V(Z) = 1$



ចំពោះ  $a < b$ ,  $P(a < Z < b) = \int_a^b f_Z(x)dx$  (1) ។ ដោយ  $f_Z(x)$  មិនមានព្រីមីទីវជាទំរង់ងាយ ដូចនេះ ដើម្បីគណនា (1) យើងត្រូវប្រើតារាង ឬ ប្រើកម្មវិធីក្នុងកុំព្យូទ័រ។

ឧទាហរណ៍៦៖ ដោយប្រើតារាងចូរគណនា៖

1.  $P(Z < 0), P(Z < 1.2), P(Z < 2.35)$
2.  $P(Z > 0), P(Z > 1.45)$
3.  $P(Z < -1.06), P(Z > -0.25)$
4.  $P(0.12 < Z < 2.16), P(-1.12 < Z < -0.34), P(-1.23 < Z < 2.12)$

ឧទាហរណ៍៧៖ ដោយប្រើតារាងចូរគណនា  $\lambda$  ដែល

1.  $P(Z < \lambda) = 0.975, P(Z > \lambda) = 0.025, P(Z < \lambda) = 0.9505$
2.  $P(Z < \lambda) = 0.025, P(Z > \lambda) = 0.9505$
3.  $P(Z < \lambda) = 0.6754, P(Z < \lambda) = 0.1345$
4.  $P(Z > \lambda) = 0.2356, P(Z < \lambda) = 0.7634$

ជាបន្ទាប់យើងនឹងសិក្សាក្នុងករណីដែល  $\mu \neq 0$  និង  $\sigma^2 \neq 1$ ។ គេថា  $X$  ជាអថេរចៃដន្យដែលមាន បំណែងចែកន័រម៉ាល់មានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ  $\mu$  និង  $\sigma^2$  ត្រូវបានគេ កំណត់សរសេរដោយ  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  ។

- អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ  $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$  ដែល  $x \in \mathbb{R}$
- តំលៃសង្ឃឹម  $E(X) = \mu$
- វ៉ារ្យង់  $V(X) = \sigma^2$

**សំគាល់៖** មាន  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ។ ដើម្បីគណនាប្រូបាបនៃអថេរ  $X$  យើងត្រូវបំប្លែងពី  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

ទៅ  $Z \sim N(0, 1)$  តាមរូបមន្ត  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

ឧទាហរណ៍៨៖ មាន  $X \sim N(3, 4)$  ។ ចូរគណនា  $P(X < 4), P(X > 3.5), P(2 < X < 3.7)$

ឧទាហរណ៍៩៖ មាន  $X \sim N(-1, 9)$  ។ ចូរគណនា  $P(X < 1), P(X > -2), P(-1.5 < X < 0)$

ឧទាហរណ៍១០៖ មាន  $X \sim N(1, 4)$  ។ ចូរគណនា  $\lambda$  ដែល

$$P(Z < \lambda) = 0.8175, P(Z > \lambda) = 0.4512$$

### សំហាត់

១. ឧបមាថាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេកំណើន  $F(x) = x^2, 0 \leq x \leq 1$ ។ ចូរគណនា  $F^{-1}(x)$  រួចគណនាមេដ្យាន កាទីលទី១ និង កាទីលទី៣។

២. ចូរបង្ហាញថា  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = \sqrt{2\pi}$

៣. ឧបមាថាមាន  $Z \sim N(0, 1)$ ។ ចូរបង្ហាញថា ៖

ក.  $\int_{-\infty}^{\infty} f_Z(x) dx = 1$

ខ. តំលៃសង្ឃឹម  $E(Z) = 0$

គ. វ៉ារ្យង់  $V(Z) = 1$

៤. ឧបមាថាមាន  $Z \sim N(0, 1)$ ។ ចូរគណនា  $E(Z), E(Z^2), E(Z^3), E(Z^4)$  រួច  $E(Z^n)$

៥. ឧបមាថាមាន  $Z \sim N(0, 1)$ ។ ចូរគណនា

(a)  $P(Z < 1.23), P(Z = 1.23), P(Z \leq 1.34)$

(b)  $P(Z > 2.57), P(Z < -0.45), P(Z < 1.78), P(Z > -1.45)$

(c)  $P(2.13 > Z > 1.47), P(-1.67 < Z < -0.45), P(0.21 < Z < 1.78), P(-1.23 < Z < 0.03)$

៦. ដោយប្រើតារាងចូរគណនា  $\lambda$  ដែល

a/  $P(Z < \lambda) = 0.6753, P(Z < \lambda) = 0.3754$

b/  $P(Z > \lambda) = 0.4539, P(Z > \lambda) = 0.6540$

៧. ឧបមាថាមាន  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ។ ចូរបង្ហាញថា ៖

ក.  $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1$

ខ. តំលៃសង្ឃឹម  $E(X) = \mu$

គ. វ៉ារ្យង់  $V(X) = \sigma^2$

៨. មាន  $X \sim N(1, 4)$ ។ ចូរគណនា៖

(a)  $P(X < 1.24), P(X = 1.23), P(X \leq 1.38)$

(b)  $P(X > 2.56), P(X < -0.46), P(X > 1.78)$

(c)  $P(2.16 > X > 1.42), P(-1.67 < X < -0.45), P(0.21 < X < 1.78), P(-1.23 < X < 1.94)$

៩. មាន  $X \sim N(3, 9)$ ។ ចូរគណនា៖

a/  $P(2 < X < 5), b/ P(X > 0), c/ P(|X - 3| > 6)$

១០. អនុគមន៍ម៉ូម៉ង់ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ  $M_X(t) = E(e^{tX}), \forall t \in \mathbb{R}$

a/ ចូរគណនា  $M_Z(t) = E(e^{tZ})$  បើ  $Z \sim N(0, 1)$

b/ ចូរគណនា  $M_X(t) = E(e^{tX})$  បើ  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

១១. អនុគមន៍ម៉ូម៉ង់ត្រូវបានគេអោយនិយមន័យដោយ  $\Phi_X(t) = E(e^{itX}), \forall t \in \mathbb{R}$

a/ ចូរគណនា  $\Phi_Z(t) = E(e^{itZ})$  បើ  $Z \sim N(0, 1)$

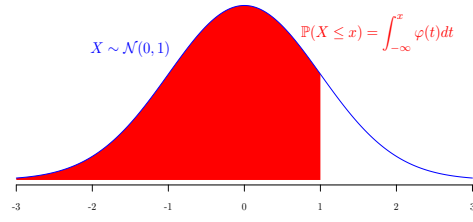
b/ ចូរគណនា  $\Phi_X(t) = E(e^{itX})$  បើ  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

១២. មាន  $X \sim U[0,1]$ ។ ចូររកអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេរបស់  $Y = e^X$ ។

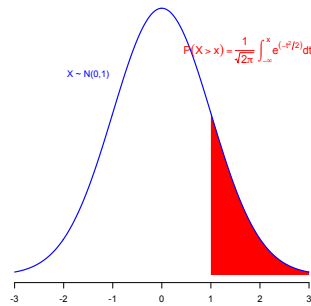
១៣. មាន  $X \sim U[-1,1]$ ។

a/  $P(|X| > 0.5)$

b/ ចូររកអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេរបស់  $Y = |X|$ ។



	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010



