Les nouveaux CAHIERS

# MATHS

## CORRIGÉ

2de BAC PRO


→ Activités, automatismes, évaluations avec TIC

→ Algorithmique et programmation : langage naturel, Scratch, Python

→ Accompagnement personnalisé, consolidation

+ 18 tutoriels vidéo

foucherconnect.fr

Dans ce manuel, des ressources en accès direct pour tous

FOUCHER

Les nouveaux CAHIERS

# MATHS

2de BAC PRO

→ Activités, automatismes, évaluations avec TIC

→ Algorithmique et programmation : langage naturel, Scratch, Python

→ Accompagnement personnalisé, consolidation

+ 18 tutoriels vidéo

## CORRIGÉ


**Denise Laurent**, professeure de mathématiques

**Fabien Auchère**, PLP Maths/Sciences, académie de Versailles

**Mirana Ballans**, PLP Maths/Sciences, académie de Versailles

**Isabelle Baudet**, PLP Maths/Sciences, académie de Versailles

**Marie-Pierre Bouteiller**, PLP Maths/Sciences, académie de Rouen

**Laurent Breitbach**, IEN Mathématiques – Sciences physiques et chimiques, académie de Rouen

**Ludivine Druel-Lefebvre**, PLP Maths/Sciences, académie de Rouen

**Hervé Gabillot**, PLP Maths/Sciences, académie de Versailles





FOUCHER

# Vos ressources numériques

Tous les fichiers nécessaires aux activités sont accessibles directement sur **foucherconnect.fr** : fichiers Excel, GeoGebra, Scratch, Python. De la même façon, vous avez accès à tous les **tutoriels vidéo** suivants :



Pour travailler sur Python, **une console en ligne :**
vitta science
fr.vittascience.com/cahiers-foucher

**Nouveau !**
Pour les calculatrices, chaque tutoriel propose 3 versions : TI, Casio et Numworks.


**Conception graphique :** Véronique Lefebvre
**Composition :** IDT
**Infographies :** Vincent Landrin





ISBN 978-2-216-16171-3

# Sommaire

# Sommaire

# Automatismes

**NOM :** ....................................................................................

**Prénom :** ....................................................................................

Ce tableau vous permettra de suivre votre progression dans la maîtrise des automatismes du programme de 2[de] tout au long de l'année scolaire.
Chaque fois que vous vous entraînez sur un de ces automatismes, vous pouvez cocher la puce correspondant à votre niveau de maîtrise selon le code suivant :

○ non maîtrisé ○ insuffisamment maîtrisé ○ maîtrisé ○ bien maîtrisé

| Automatisme | Pages de votre cahier | | | | | | | Bilan |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A1.** Calcul d'une fréquence | p. 30 ○○○○ | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 162 ○○○○ | ○○○○ |
| **A2.** Utilisation des pourcentages | p. 14 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 162 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A3.** Expression d'un nombre donné en écriture décimale ou fractionnaire sous forme d'un pourcentage et réciproquement | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 163 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A4.** Calcul d'une moyenne | p. 14 ○○○○ | p. 30 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 163 ○○○○ | ○○○○ |
| **A5.** Calculs avec les puissances de 10 | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 164 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A6.** Écriture d'un nombre en notation scientifique | p. 14 ○○○○ | p. 30 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 164 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A7.** Comparaison des fractions simples entre elles ou avec des nombres décimaux | p. 45 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 165 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A8.** Additions de fractions, multiplications de fractions | p. 14 ○○○○ | p. 30 ○○○○ | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 165 ○○○○ | ○○○○ |
| **A9.** Développement, factorisation, réduction d'expressions littérales | p. 14 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 166 ○○○○ | ○○○○ |
| **A10.** Transformation de formules, expression d'une variable en fonction des autres | p. 30 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 135 ○○○○ | p. 166 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A11.** Résolutions d'équations du type $ax = b$ et $a + x = b$, avec $a$ et $b$ entiers relatifs | p. 14 ○○○○ | p. 30 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 167 ○○○○ | ○○○○ |
| **A12.** Utilisation des différentes procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle | p. 14 ○○○○ | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 167 ○○○○ | ○○○○ |
| **A13.** Application et calcul d'un pourcentage ou d'une échelle | p. 30 ○○○○ | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 168 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A14.** Repérage dans un plan rapporté à un repère orthogonal | p. 30 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 149 ○○○○ | p. 168 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A15.** Recherche d'image et d'antécédents d'un nombre par une fonction | p. 14 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 74 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 121 ○○○○ | p. 169 ○○○○ | | ○○○○ |
| **A16.** Utilisation des procédures de résolution graphique d'équations | p. 30 ○○○○ | p. 45 ○○○○ | p. 59 ○○○○ | p. 89 ○○○○ | p. 105 ○○○○ | p. 169 ○○○○ | | ○○○○ |

| Automatisme | Pages de votre cahier | | | | | | | Bilan |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A17.** Conversions d'unités de longueur, d'aire et de volume | p. 14 | p. 74 | p. 121 | p. 135 | p. 149 | p. 170 | | |
| **A18.** Reconnaissance des configurations de Pythagore et de Thalès | p. 14 | p. 45 | p. 59 | p. 74 | p. 149 | p. 170 | | |
| **A19.** Détermination d'un arrondi, d'une valeur approchée | p. 14 | p. 30 | p. 74 | p. 89 | p. 121 | p. 135 | p. 171 | |
| **A20.** Expression d'un résultat dans une unité adaptée | p. 45 | p. 89 | p. 105 | p. 135 | p. 149 | p. 171 | | |
| **A21.** Vérification de la cohérence grandeur - unité d'une mesure | p. 30 | p. 45 | p. 59 | p. 105 | p. 149 | p. 172 | | |
| **A22.** Calcul de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un disque | p. 30 | p. 45 | p. 89 | p. 121 | p. 135 | p. 172 | | |

Tableau téléchargeable foucherconnect.fr/21mc00

# Je découvre la co-intervention

Régulièrement des situations ou activités professionnelles font appel aux mathématiques. Les séances de co-intervention, qui mobilisent enseignants de matière professionnelle et enseignants de mathématiques, sont utiles pour comprendre comment les mathématiques peuvent aider à résoudre les problèmes qui se posent dans ces activités professionnelles. Elles permettent d'identifier les compétences, les connaissances et les démarches mises en jeu.

## Exemples de situations

### Métiers du numérique et de la transition énergétique

Après avoir réalisé les schémas permettant l'installation des équipements climatiques et énergétiques, il faut élaborer l'implantation des équipements.

**Compétences Enseignement Professionnel :**

– Élaborer des schémas.
– Implanter des équipements climatiques et énergétiques.

**Capacités en Mathématiques :**

– Tracer un segment, deux droites parallèles ou perpendiculaires, un angle.
– Calculer des longueurs.
– Traiter des problèmes d'échelle.

### Métiers de la relation client

Dans le cadre du suivi d'une commande d'un bien ou d'un service, identifier les différents frais liés à l'achat des produits.

**Compétences Enseignement Professionnel :**

– Établir les commandes des produits auprès de la centrale d'achats et/ou de fournisseurs.
– Calculer une remise accordée par le fournisseur.

**Capacités en Mathématiques :**

– Compléter ou réaliser un document commercial.
– Traiter des problèmes de pourcentage et de proportionnalité.

### Métiers de la gestion administrative, du transport et de la logistique

À partir de la fiche conditionnement, du schéma de la palettisation et de la flotte de véhicules, déterminer le ou les véhicules à réserver en fonction du nombre de palettes et de la nature de la marchandise à transporter.

**Compétences Enseignement Professionnel :**

– Mettre en œuvre et contrôler les processus administratifs.
– Collecter et analyser des informations ; assurer le traitement de commandes « clients » ; effectuer des calculs.

**Capacités en Mathématiques :**

– Nommer les solides usuels constituant d'autres solides.
– Calculer des longueurs, des aires et des volumes dans les figures ou les solides.
– Traiter des problèmes de proportionnalité.

## Accompagnement, soins et services à la personne

Interprétation du taux d'anticorps dans le plasma sanguin pour comprendre ce qu'est la mémoire immunitaire.

**Compétences Enseignement Professionnel :**

– Distinguer un antigène d'un anticorps.
– Décrire la réaction antigène – anticorps.
– Commenter un schéma présentant la suite des événements immunitaires permettant l'élimination d'une bactérie ou d'un virus.

**Capacités en Mathématiques :**

– Exploiter la représentation graphique d'une fonction.
– Relier courbe représentative et tableau de variations d'une fonction.

## Je repère les notions mathématiques que j'utilise

Dans le tableau ci-dessous, identifiez, tout au long de l'année, les notions mathématiques que vous rencontrez en classe, puis listez des situations professionnelles dans lesquelles elles interviennent.

| | Notions rencontrées | Activités professionnelles |
|---|---|---|
| Statistique et probabilités | | |
| Proportionnalité et problèmes du 1er degré | | |
| Fonctions | | |
| Géométrie | | |

# Tableaux et diagrammes statistiques

# 01

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Recueillir et organiser des données statistiques. | Activité 1 |
| • Organiser des données statistiques en choisissant un mode de représentation adapté à l'aide des fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un tableur. | Activité 2 |
| • Extraire des informations d'une représentation d'une série statistique. | Activité 1 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 10

Reliez chaque information de la colonne gauche au vocabulaire statistique correspondant de la colonne droite.
On relève la taille des 96 élèves de seconde d'un lycée.

| | |
|---|---|
| Taille | Effectif d'une valeur |
| 96 | Caractère |
| 18 | Effectif total |
| Élèves de seconde | Population |

### Activité 1 p. 10

On enregistre le nombre d'heures passées à jouer chaque jour sur leur téléphone par 96 élèves de seconde d'un lycée.

| Nombre d'heures | Nombre d'élèves |
|---|---|
| [0 ; 2[ | 24 |
| [2 ; 4[ | 51 |
| [4 ; 6[ | 21 |

L'intervalle dans lequel sont comptabilisés les élèves qui jouent 2 h par jour est :

☐ [0 ; 2[ ☑ [2 ; 4[ ☐ [4 ; 6[


### Activité 2 p. 11

On a noté dans un tableau l'âge des 24 élèves d'une classe de seconde.

**a.** 15 élèves ont 19 ans. ☐ Vrai ☑ Faux

**b.** 79,17 % des élèves ont 15 ans. ☑ Vrai ☐ Faux

**c.** 30 % des élèves ont plus de 15 ans. ☐ Vrai ☑ Faux

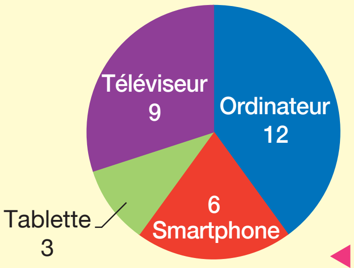
| Âge | Nombre d'élèves |
|---|---|
| 15 | 19 |
| 16 | 4 |
| 17 | 1 |

# Activité 1 Recueillir et organiser des données

## SITUATION . Jeux en ligne

Afin de sensibiliser les élèves d'une classe de seconde aux risques liés à un usage intensif des jeux en ligne, notamment sur ordinateur ou téléviseur, l'infirmière du lycée réalise une enquête.

Elle estime qu'une action de sensibilisation sera nécessaire si plus de 75 % des élèves utilisent le téléviseur ou l'ordinateur, ou si plus de 60 % de la classe passe plus de 2 h par jour à jouer. Les résultats de l'enquête sont les suivants.




◄ **Doc 1.** Supports utilisés

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 45 min | 2 h 45 | 1 h 30 | 2 h 50 | 2 h 45 | 1 h 45 | 3 h 45 | 2 h 55 | 3 h 45 | 1 h 30 |
| 2 h 20 | 1 h | 2 h 30 | 30 min | 3 h | 3 h 30 | 1 h 10 | 2 h 45 | 2 h 15 | 2 h 10 |
| 1 h | 2 h 30 | 2 h | 3 h 10 | 1 h 45 | 2 h 45 | 2 h | 3 h | 1 h 20 | 3 h 55 |

▲ **Doc 2.** Temps journalier passé à jouer par les élèves de la classe

### Problématique

**L'infirmière doit-elle organiser une action de sensibilisation pour les élèves de cette classe ?**

**1** S'approprier Déterminez la population étudiée dans la situation. Les élèves d'une classe de seconde.

**2** S'approprier Indiquez le caractère étudié pour chacune des questions de l'enquête.

– Doc 1 : Supports utilisés pour jouer par les élèves de la classe.

– Doc 2 : Temps passé à jouer par les élèves de la classe.

**3** S'approprier Donnez l'effectif total de cette enquête. N = 30

**4** S'approprier Réaliser Complétez le tableau ci-dessous à partir du document **1**.

| Type de support | Nombre d'élèves | Fréquence (en %) |
|---|---|---|
| Téléviseur | 9 | 9 × 100 ÷ 30 = 30 |
| Tablette | 3 | 3 × 100 ÷ 30 = 10 |
| Smartphone | 6 | 6 × 100 ÷ 30 = 20 |
| Ordinateur | 12 | 12 × 100 ÷ 30 = 40 |
| Total | N = 30 | 100 |

> **Coup de pouce**
> La **population** d'une enquête est l'ensemble des individus visé par cette étude.
> Le **caractère** est le sujet ou la propriété étudié(e).

**5** S'approprier On souhaite regrouper les valeurs du document **2** dans 4 classes de même amplitude. Complétez le tableau ci-dessous.

| Durée (en heures) | [0 ; 1[ | [1 ; 2[ | [2 ; 3[ | [3 ; 4[ |
|---|---|---|---|---|
| Effectif | 2 | 8 | 13 | 7 |

**6** Analyser/Raisonner Réaliser Répondez à la problématique.

40 + 30 = 70 ; 70 % des élèves utilisent l'ordinateur ou le téléviseur.

13 + 7 = 20 ; 20 × 100 ÷ 30 ≈ 66,67 ; 66,67 % des élèves passent plus de 2 heures par jour à jouer. L'infirmière devra donc organiser une action de sensibilisation car plus de 60 % des élèves passent plus de 2 heures par jour à jouer.

# Activité 2 Choisir un mode de représentation adapté

## SITUATION . Les éoliennes ont le vent en poupe !

L'énergie éolienne n'émet pas de gaz à effet de serre et ses ressources sont quasi illimitées, car en mer ou sur terre, le vent souffle... très souvent.

Alane est le directeur d'une grande entreprise. Pour diminuer le coût d'énergie électrique et dans un souci de respect de l'environnement, il se demande si l'installation d'éoliennes sur le terrain de l'entreprise est intéressante. Pour se décider, il dispose de 4 documents relatifs au parc éolien français.

### Problématique

**En s'appuyant sur les représentations graphiques des données présentées ci-dessous, quels critères Alane peut-il mettre en avant pour justifier d'installer des éoliennes ?**

**Coup de pouce** Un caractère peut être **quantitatif** ou **qualitatif**. S'il est quantitatif, il peut être **discret** ou **continu** et **varier au cours du temps.**

**1** S'approprier Complétez le tableau ci-dessous en donnant le caractère et la nature du caractère étudié dans chacun des documents **1** à **4**.

**Doc 1.** Répartition des parcs éoliens en France métropolitaine

| Nombre d'éoliennes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de parcs | 40 | 40 | 30 | 115 | 150 | 135 | 23 | 38 | 18 | 19 |

**Doc 2.** Sources d'énergie et coût du MW électrique

| Source d'énergie | Gaz | Nucléaire | Éolien | Photovoltaïque |
|---|---|---|---|---|
| Prix moyen (en €) | 90 | 50 | 80 | 140 |

**Doc 3.** Puissance totale des parcs éoliens des 13 régions de France métropolitaine (en MW)

| Puissance totale (MW) | [0 ; 1 000[ | [1 000 ; 2 000[ | [2 000 ; 3 000[ | [3 000 ; 4 000[ |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de régions | 7 | 2 | 0 | 4 |

**Doc 4.** Évolution de la capacité éolienne cumulée en France (en MW)

| Année | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacité de production (en MW) | 7 613 | 8 558 | 9 285 | 10 505 | 12 065 | 13 757 | 15 307 |

| | Doc 1 | Doc 2 | Doc 3 | Doc 4 |
|---|---|---|---|---|
| Caractère | Nombre d'éoliennes en France métropolitaine | Sources d'énergie | Puissance totale en MW | Capacité de production |
| Nature du caractère | Quantitatif discret | Qualitatif | Quantitatif continu | Quantitatif qui varie en fonction du temps |
| Type de diagramme adapté | Diagramme en bâtons | Diagramme en secteurs | Diagramme en colonnes | Diagramme à lignes brisées |

**2** S'approprier Réaliser foucherconnect.fr/21mc11 Ouvrez le fichier « **C01_11_eoliennes.xslx** ».

Représentez par le diagramme adapté les données de chacun des documents **1** à **4**.

**TUTO LOGICIEL** Construire un diagramme statistique foucherconnect.fr/21mc12

**3** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Alane peut s'appuyer sur 2 critères : le prix du MW de l'éolien reste parmi les plus bas et la capacité de production ne cesse d'augmenter.

# Activité Algo Pro — Construire un diagramme à lignes brisées

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/21mc13

## SITUATION . Emplois dans le secteur de l'éolien

Le secteur de l'éolien en France crée de nombreux emplois. Les emplois directs sont liés à l'installation, au fonctionnement et à la maintenance des éoliennes. Les emplois indirects sont ceux créés dans les entreprises qui fournissent des biens et des services aux installations à l'origine des emplois directs.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de ces emplois de 2014 à 2020.

| Année | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Emplois directs | 10 100 | 11 750 | 12 900 | 13 150 | 13 790 | 14 100 | 16 220 |
| Emplois indirects | 2 420 | 2 820 | 3 090 | 3 150 | 3 310 | 4 090 | 3 980 |

**Problématique**

**Les emplois directs et indirects suivent-ils la même évolution en nombre ?**

## LANGAGE PYTHON

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 plt.title ("Evolution du nombre d'emplois "
3 "dans le secteur éolien")
4 plt.plot([2014,2015,2016,2017,2018,2019,2020],
5 [10100,11750,12900,13150,13790,14100,16220],"blue")
6 plt.xlabel('Année')
7 plt.ylabel('Nombre emplois')
8 plt.show()
```

**1** Ouvrez le fichier « **C01_12_eoliennes.py** » et exécutez-le. En vous aidant du graphique que vous avez obtenu et du programme ci-contre, répondez aux questions suivantes.

**a.** Cochez la grandeur représentée en abscisse.

☑ Année ☐ Nombre d'emplois directs ☐ Nombre d'emplois indirects

**b.** Cochez l'instruction qui permet de donner un titre au graphique. ☐ plt.plot ☑ plt.title ☐ plt.show ☐ plt

**c.** Cochez l'instruction qui permet de placer et relier des points dans le repère.

☑ plt.plot ☐ plt.title ☐ plt.show ☐ plt

**d.** Expliquez ce que permet de faire l'instruction « blue » au bout de la ligne 5.

Elle permet d'obtenir un tracé de couleur bleue.

**e.** Expliquez ce que permettent de faire les instructions « plt.xlabel » et « plt.ylabel ».

Elles permettent de placer une légende sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

**2** Modifiez le programme en ajoutant la ligne nécessaire permettant de représenter l'évolution du nombre d'emplois indirects en fonction du temps, en rouge.

**3** Répondez à la problématique. Les emplois directs et indirects suivent la même évolution entre 2014 et 2019. Ils augmentent d'année en année. Mais en 2020 le nombre d'emplois indirects diminue.

**LEXIQUE python**

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `plt.title` | **Afficher** le titre (title) du graphique en haut de la **fenêtre graphique.** |
| `plt.plot` | **Tracer la courbe** qui relie les points dont les abscisses et les ordonnées sont données (plot) dans la **fenêtre graphique.** |
| `plt.xlabel, plt.ylabel` | **Afficher** la légende sur l'axe des abscisses (xlabel) ou sur l'axe des ordonnées (ylabel) du graphique. |
| `plt.show` | **Afficher la fenêtre graphique.** |

# Je fais le point Tableaux et diagrammes statistiques

## Organisation des données

- Le caractère, ou variable, statistique est la propriété sur laquelle porte l'étude statistique.
- Un caractère peut être quantitatif s'il prend des valeurs numériques ou qualitatif s'il est non mesurable. Un caractère quantitatif peut être discret s'il ne prend que des valeurs isolées, particulières ou continu s'il peut prendre toutes les valeurs comprises dans un intervalle donné. Cet intervalle est appelé classe.

**Exemple**

- La taille des élèves d'un lycée est mesurable et peut prendre toutes les valeurs de l'intervalle [140 ; 200] ; c'est un caractère quantitatif continu.
- Le nombre d'enfants par famille est mesurable, c'est un caractère quantitatif discret.
- La couleur des yeux est non mesurable, c'est un caractère qualitatif.

- La fréquence *f* d'une valeur du caractère est égale au quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. Elle peut être exprimée sous forme de fraction, sous forme décimale ou de pourcentage.

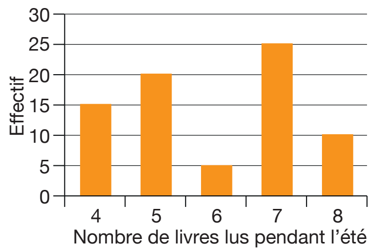
**Exemple**

Dans une classe de 24 élèves, 8 d'entre eux ont les yeux verts. On peut dire que dans cette classe, il y a environ 33 % des élèves qui ont les yeux verts.
$f = 8 / 24 \approx 0{,}3333$ soit environ 33 %.

## Choix d'un mode de représentation adapté

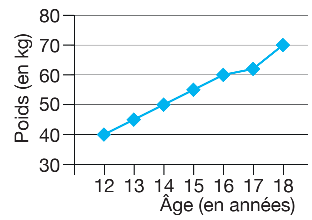
- Le diagramme en bâtons peut représenter les séries à caractère quantitatif discret (ou qualitatif). La hauteur de chaque « bâton » est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

**Exemple** Le nombre de livres lus pendant l'été par 75 élèves. Les valeurs prises par le nombre de livres sont des valeurs isolées : 4, 5, 6…



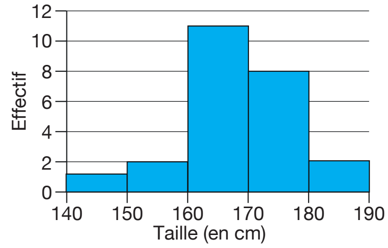

- Le diagramme à lignes brisées peut représenter les séries où le caractère est quantitatif et varie en fonction du temps. L'axe horizontal est gradué en unités de temps et l'axe vertical présente les valeurs du caractère. Les données sont représentées par des points qui sont ensuite reliés par des segments.

**Exemple** Courbe d'évolution du poids d'un garçon entre 12 et 18 ans.



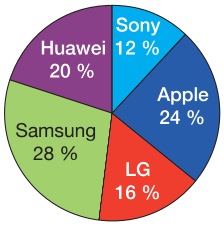

- Le diagramme en colonnes peut représenter les séries à caractère quantitatif continu. Un diagramme en colonnes est constitué de rectangles accolés dont les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences) si les largeurs des colonnes sont égales.

**Exemple** La taille des élèves d'une classe de 24 élèves. Les valeurs des tailles sont rangées dans des classes d'amplitude 10 cm.




- Le diagramme en secteurs peut représenter les séries à caractère qualitatif. Chaque modalité y est représentée par un secteur dont l'aire est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

**Exemple** Marque des téléphones des 25 élèves d'une classe.



# Exercices

## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur. Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 (2')

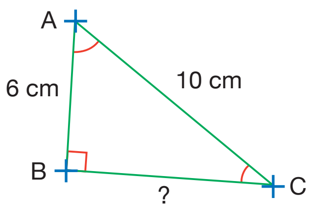
☐ **A2** Calculez 30 % de 60 élèves. 18

☐ **A4** Calculez la moyenne des 3 notes suivantes : 13 - 3 - 17. 11

☐ **A18** Calculez la longueur BC dans le triangle ABC ci-dessous.

$BC^2 = AC^2 - AB^2 = 100 - 36 = 64$

$BC = \sqrt{64} = 8$




### Rituel 2 (2')

☐ **A12** Calculez la valeur de $y$ dans le tableau de proportionnalité ci-dessous.

| | |
|---|---|
| 82 | $y$ |
| 410 | 90 |

$y = 82 \times 90 \div 410 = 18$

☐ **A17** Convertissez 2 180 km en m.

2 180 km = 2 180 000 m

☐ **A11** Résolvez l'équation $-3x = -6$.

$x = -6 \div (-3) = 2$

### Rituel 3 (2')

☐ **A9** Factorisez l'expression $9z - 3z^2$.

$9z - 3z^2 = 3z(3 - z)$

☐ **A15** Dans l'écriture $f(10) = 100$ où $f$ est une fonction, indiquez quel nombre est un antécédent.

10

☐ **A15** Dans l'écriture $g(9) = 24$ où $g$ est une fonction, indiquez quel nombre est une image.

24

### Rituel 4 (2')

☐ **A6** Donnez l'écriture scientifique de la distance Terre-Lune : 384 400 km.

384 400 km = $3{,}844 \times 10^5$ km

☐ **A8** Calculez $\frac{100}{3} \times \frac{18}{10}$.

$\frac{100}{3} \times \frac{18}{10} = \frac{10 \times 10 \times 3 \times 6}{3 \times 10} = 60$

☐ **A19** Donnez la valeur arrondie au dixième de 915,472 51.

915,472 51 ≈ 915,5

## Recueillir et organiser des données

**1** Dans les clubs de football, il existe des fiches d'identité pour chaque joueur comme celle-ci.

**NOM :** MESSI
**Prénom :** Lionel
**Date de naissance :** 24 juin 1987
**Taille :** 1,70 m
**Poids :** 72 kg
**Poste :** Attaquant
**Pied fort :** Gauche
**Nombre de buts marqués :** 700
**Club actuel :** FC Barcelone

**a.** Donnez le nombre de caractères étudiés dans la fiche. 9

**b.** Citez deux caractères quantitatifs.

Date de naissance, taille, poids, nombre de buts marqués.

**c.** Parmi les caractères quantitatifs, citez-en un qui peut être continu.

Taille, poids.

**d.** Citez deux caractères qualitatifs.

Nom, prénom, poste, pied fort, club actuel.

**2** foucherconnect.fr/21mc14

Les résultats d'une enquête statistique concernant les loisirs préférés des élèves de seconde d'un lycée (avec une seule réponse possible) sont contenus dans le fichier « **C01_15_loisirs.xslx** ». Ouvrez-le.

**a.** L'effectif total de la population étudiée est égal à : ☑ 50 ☐ 9 ☐ 8 ☐ 100

**b.** Notez ci-dessous la formule saisie dans la cellule B15 et expliquez ce qu'elle permet de faire.

=NB.SI(A2:E11;"Sport") ; elle permet de compter le nombre de fois où apparaît le mot « Sport » entre les cellules A2 et E11.

**c.** Adaptez la formule précédente à chacune des cellules de B16 à B23 pour compléter le tableau.

**d.** La formule permettant de compléter la cellule C15 dans la colonne « Fréquence » est :

☑ =B15/50*100 ☐ =50/B15*100

☐ =B15*50/100

**e.** Saisissez en C15 la formule choisie puis recopiez-la vers le bas jusqu'à la ligne 22.

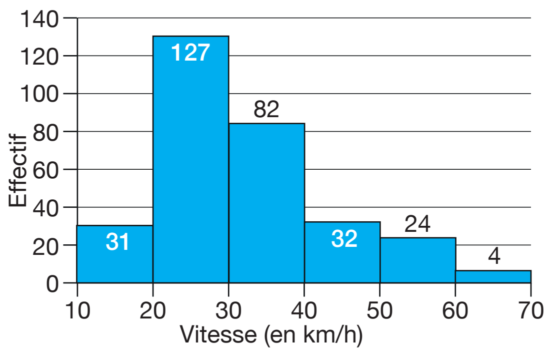
**f.** 18 % des élèves préfèrent faire du sport.

☐ Vrai ☑ Faux

**g.** Les élèves interrogés qui préfèrent le sport, les voyages ou les activités culturelles représentent plus de 75 % des élèves. ☐ Vrai ☑ Faux

**3** Au passage piéton d'une école, la vitesse est limitée à 30 km/h. Face aux nombreux excès de vitesse, un radar est installé. La commune a décidé que si plus de 30 % des véhicules sont en infraction, un radar pédagogique sera installé.

Les relevés de vitesse au bout d'une journée sont consignés dans le diagramme ci-dessous.




**a.** Donnez le nom de ce graphique.

Il s'agit d'un diagramme en colonnes.

**b.** Donnez la population de cette enquête.

Ce sont les véhicules contrôlés par le radar.

**c.** Donnez le caractère étudié.

Le caractère est la vitesse en km/h.

**d.** En vous aidant du diagramme, complétez le tableau ci-après. Arrondissez les valeurs de la fréquence au centième.

| Vitesse | Nombre de véhicules | Fréquence (en %) |
|---|---|---|
| ]10 ; 20] | 31 | 10,33 |
| ]20 ; 30] | 127 | 42,33 |
| ]30 ; 40] | 82 | 27,33 |
| ]40 ; 50] | 32 | 10,67 |
| ]50 ; 60] | 24 | 8 |
| ]60 ; 70] | 4 | 1,33 |
| **Total** | N = 300 | 100 |

**e.** Déterminez le pourcentage de véhicules qui n'ont pas respecté la limitation de vitesse.

27,33 + 10,67 + 8 + 1,33 = 47,33 ; 47,33 % des véhicules n'ont pas respecté la limitation.

**f.** Expliquez si le radar pédagogique sera installé.

Oui, car 47,33 % > 30 %.

## Choisir un mode de représentation adapté

**4** Associez chaque tableau à sa représentation.

A3 - B1 - C2 - D4

Tableau A

| Caractère | Effectif |
|---|---|
| A | 5 |
| B | 10 |
| C | 35 |
| D | 20 |

Tableau B

| Caractère | Effectif |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 2 | 10 |
| 3 | 35 |
| 4 | 20 |

Tableau C

| Caractère | Effectif |
|---|---|
| [0 ; 10[ | 5 |
| [10 ; 15[ | 10 |
| [15 ; 20[ | 35 |
| [20 ; 25[ | 20 |

Tableau D

| Caractère | Effectif |
|---|---|
| 2020 | 5 |
| 2021 | 10 |
| 2022 | 35 |
| 2023 | 20 |

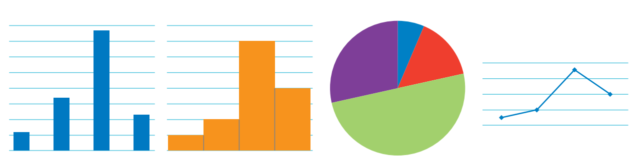


Diagramme 1 Diagramme 2 Diagramme 3 Diagramme 4

**5** Ensembles ▸ p. 157 Selon un magazine, en France, environ 47 % des 16-24 ans souffrent d'acouphènes (bourdonnement dans l'oreille qui n'est pas provoqué par un son extérieur).

Pour vérifier cette information, une enquête est réalisée auprès d'un échantillon représentatif de la population française composé de 800 jeunes âgés de 16 à 24 ans. La question posée est la suivante : « Avez-vous déjà ressenti des acouphènes à la suite d'un concert ou d'une sortie en discothèque ? ». Les résultats observés sont résumés dans le tableau ci-dessous.

| Âge | Nombre de jeunes ayant ressenti des acouphènes | Fréquence (en %) |
|---|---|---|
| [16 ; 18[ | 34 | 10,40 |
| [18 ; 20[ | 76 | 23,24 |
| [20 ; 22[ | 95 | 29,05 |
| [22 ; 24] | 122 | 37,31 |
| TOTAL | N = 327 | 100 |

**a.** Donnez la population de cette enquête.

Des jeunes âgés de 16 à 24 ans ayant ressenti des acouphènes.

**b.** Donnez le caractère étudié.

Le caractère est l'âge.

**c.** Expliquez ce que signifie l'écriture mathématique [16 ; 18[.

C'est l'intervalle qui contient tous les âges compris entre 16 inclus et 18 exclu.

**d.** Complétez le tableau en utilisant l'effectif total du tableau. Arrondissez les valeurs de la fréquence à $10^{-2}$.

**e.** Calculez le pourcentage de jeunes, par rapport à l'effectif total de l'enquête, qui disent avoir ressenti des acouphènes.

327 × 100 ÷ 800 = 40,88 %

**f.** Comparez le résultat obtenu à la question **e** avec celui du magazine.

Les deux résultats sont sensiblement identiques.

**g.** Donnez le nom du diagramme qui peut représenter les résultats de cette enquête et représentez-le sur la calculatrice.

Il s'agit d'un diagramme en colonnes.

**TUTO CALCULATRICE**
**Construire un diagramme statistique**
foucherconnect.fr/21mc15

**6** python™

Noélynne aime beaucoup la programmation et elle vous propose une devinette.

**a.** Saisissez le script suivant sous Python. Exécutez deux fois le programme et notez à chaque fois le mot choisi et la réponse donnée.

```
texte=input("Entrez une de vos qualités:")
lettre=input("Proposez une lettre de"
"l'alphabet:")
N=len(texte)
n=texte.count(lettre)
print(N,n)
```

Exemple : avec le mot « rigoureux » et la lettre « r », le programme affiche 9 2 dans la console.

**b.** Expliquez l'objectif du programme de Noélynne.

Il donne le nombre de lettres du mot choisi ainsi que le nombre de fois où la lettre choisie apparaît.

**c.** Expliquez le rôle des instructions suivantes :

- *input* : demande de saisir au clavier une chaîne de caractères
- *len* : retourne le nombre d'éléments de la chaîne de caractères
- *texte.count* : renvoie le nombre d'occurrences de la chaîne de caractères

**d.** foucherconnect.fr/21mc16

Ouvrez le fichier « **c01_16_frequence_lettre.py** » et complétez le script afin que le programme retourne la valeur *f* de la fréquence (en %) d'une lettre dans un mot donné, arrondie au centième.

```
texte=input("Entrez une de vos qualités:")
lettre=input("Proposez une lettre de"
"l'alphabet:")
N=len(texte)
n=texte.count(lettre)
f= n / N *100
f=round( f , 2 )
print("La fréquence de la lettre",lettre,
"dans le mot",texte,"est:",f, "%")
```

**7** foucherconnect.fr/21mc17

Juliette et Théo doivent faire chacun un exposé sur le thème « La pratique du sport est-elle un facteur qui favorise la réussite au baccalauréat ? ». Chacun décide alors d'interroger 200 élèves de terminale.

### L'enquête de Juliette

Ouvrez le fichier « **C01_17_sport_reussite.xlsx** » dans lequel sont consignés les résultats de l'enquête de Juliette dans le premier onglet.

**1.** Pour chaque tableau, complétez la ligne ou la colonne « Fréquence » ou « Effectif ».

**2.** Donnez, en justifiant la réponse, le nom du diagramme statistique adapté pour chacun des trois tableaux.

- Tableau 1 : diagramme en bâtons car le caractère est quantitatif discret.
- Tableau 2 : diagramme circulaire car le caractère est qualitatif.
- Tableau 3 : diagramme en colonnes car le caractère est quantitatif continu.

**3.** Construisez ces trois diagrammes sur le tableur.

**4.** Les trois diagrammes obtenus permettent-ils de vérifier que la pratique du sport est un facteur qui favorise la réussite au baccalauréat ? Justifiez.

Non, car l'âge n'est pas un critère judicieux et il n'y a pas de lien entre le sport et le nombre de points obtenus au bac.

**5.** Déterminez la question qu'aurait dû poser Juliette pour y répondre.

Elle aurait dû demander le nombre de points obtenus au bac pour ceux qui pratiquent du sport et pour ceux qui n'en pratiquent pas.

### L'enquête de Théo

Ouvrez l'onglet dans lequel sont consignés les résultats de l'enquête de Théo.

**6.** Les deux diagrammes de Théo permettent-ils de vérifier que la pratique du sport est un facteur qui favorise la réussite au baccalauréat ? Justifiez votre réponse.

Oui, la fréquence d'élèves dont le nombre de points est supérieur à 200 est plus élevée lorsque les élèves font du sport (79 % contre 69 %).

**8** Selon l'INSEE, le statut d'emploi et le type de contrat de travail, en France en 2019, sont répartis, en pourcentage, de la façon suivante selon le sexe et l'âge.

| Statut d'emploi et type de contrat | Âge | | | Sexe | | Ensemble |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 15-24 ans | 25-49 ans | 50 ans ou plus | Femmes | Hommes | |
| Indépendants | 2,7 | 10,8 | 17,3 | 8,8 | 15,3 | 12,1 |
| Salariés | 97,3 | 89,2 | 82,7 | 91,2 | 84,7 | 87,9 |
| Emploi à durée indéterminée | 44,6 | 77,9 | 76,4 | 77,3 | 72,1 | 74,6 |
| Contrat à durée déterminée | 28,4 | 8,5 | 5,0 | 11,1 | 7,2 | 9,1 |
| Apprentissage | 17,4 | 0,3 | 0,0 | 1,3 | 2,0 | 1,7 |
| Intérim | 6,9 | 2,5 | 1,2 | 1,5 | 3,3 | 2,4 |
| Ensemble | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| Effectif (en milliers) | 2 278 | 16 478 | 8 420 | 13 184 | 13 992 | 27 176 |

**1.** D'après ce document, donnez :

- le pourcentage des 15-24 ans qui ont un emploi à durée indéterminée : 44,6 %
- le pourcentage d'hommes ayant un contrat à durée déterminée : 7,2 %

**2.** Calculez le nombre de salariés dans la tranche d'âge 15-24 ans.

2 278 000 × 97,3 ÷ 100 = 2 216 494

**3.** Calculez le nombre total de salariés.

27 176 000 × 87,9 ÷ 100 = 23 887 704

**4.** Calculez le nombre de femmes et le nombre d'hommes salariés. Commentez.

Femmes : 13 184 000 × 91,2 ÷ 100 = 12 023 808

Hommes : 13 992 000 × 84,7 ÷ 100 = 11 851 224

Le nombre de salariés hommes et femmes est du même ordre de grandeur.

**5.** À l'aide du tableur, construisez le diagramme permettant de représenter graphiquement la répartition des différents statuts d'emploi et type de contrats de tous les actifs en 2019. Commentez ce diagramme.

Le diagramme à construire est un diagramme à secteurs. On constate que la majorité des actifs sont des salariés en CDI.

**6.** À l'aide du tableur, construisez le diagramme permettant de représenter graphiquement la répartition du nombre de salariés en fonction de la tranche d'âge. Commentez ce diagramme.

Le diagramme à construire est un diagramme à colonnes. On constate que les 15 – 24 ans représentent une très petite proportion des salariés.

**9** D'après le rapport sur l'état de l'environnement en France, le changement climatique a un impact significatif sur le niveau des océans. Le tableau ci-dessous donne les variations du niveau de la mer par rapport au niveau zéro depuis 1920.

**Coup de pouce**

Le niveau zéro de la mer correspond à l'altitude zéro pour les reliefs. En France, le niveau zéro se situe à Marseille car, au bord de la mer Méditerranée, les marées sont de très faible amplitude.

| Année | 1920 | 1940 | 1960 |
|---|---|---|---|
| Variations (en mm) | + 48,4 | + 66,5 | + 114,4 |

| Année | 1980 | 2000 | 2020 |
|---|---|---|---|
| Variations (en mm) | + 142,2 | + 179,2 | + 251,3 |

**1.** Donnez le caractère étudié et sa nature.

Le caractère est la variation du niveau de la mer. C'est un caractère quantitatif qui varie au cours du temps.

**2.** Donnez, en justifiant, le nom du diagramme statistique adapté à cette étude.

Il faut construire un diagramme à lignes brisées car le caractère est quantitatif et il varie au cours du temps.

**3.** Construisez-le sur la calculatrice et commentez.

Depuis 1920, le niveau de la mer n'a pas cessé de monter.

**4.** Calculez l'élévation annuelle moyenne du niveau de la mer entre 1920 et 1940.

$\frac{66,5 - 48,4}{20} \approx 0,905$ ; l'élévation moyenne entre 1920 et 1940 est de 0,905 mm.

**5.** Calculez l'élévation annuelle moyenne du niveau de la mer entre 2000 et 2020.

$\frac{251,3 - 179,2}{20} \approx 3,605$ ; l'élévation moyenne entre 2000 et 2020 est de 3,605 mm.

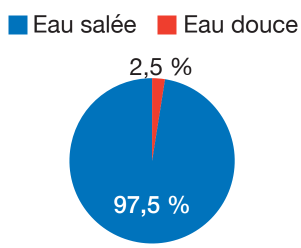
**6.** Commentez les résultats obtenus aux questions **4** et **5**.

$\frac{3,605}{0,905} \approx 4$ ; entre les deux périodes l'augmentation du niveau de la mer a été multipliée par 4 en moyenne.

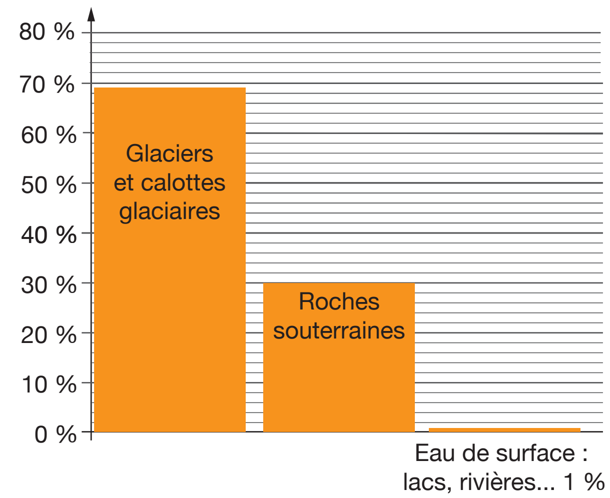
**10** Sur la Terre, il y a 1 400 000 000 km$^3$ d'eau. Mais seule l'eau douce, sous sa forme liquide, est disponible à la consommation.

Voici quelques informations concernant ce bien précieux !

**Part d'eau douce et d'eau salée sur Terre**




**Différentes sources d'eau douce (en %)**




Informations supplémentaires :

- 0,055 % du volume d'eau douce liquide mondiale circule en France.
- La France compte 67 millions d'habitants.

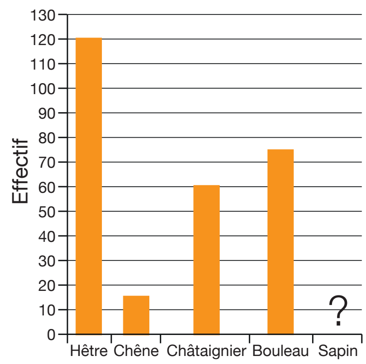
**Problématique :** Quel volume d'eau douce liquide, en m$^3$/habitant, est disponible en France ?

1 400 000 000 × 2,5 ÷ 100 = 35 000 000 km$^3$ d'eau douce sur Terre ; 35 000 000 × 1 ÷ 100 = 350 000 km$^3$ d'eau douce disponible sous forme liquide sur Terre ; 350 000 × 0,055 ÷ 100 = 192,5 km$^3$ d'eau douce liquide disponible en France ; 192,5 ÷ 67 000 000 ≈ 2,87.10$^{-6}$ km$^3$ d'eau douce liquide disponible par habitant en France, soit 2 870 m$^3$.

# Consolidation Cycle 4

## Je calcule des effectifs et des fréquences

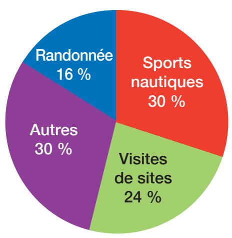
**1** Sur une parcelle de forêt, on compte 300 arbres : des hêtres, chênes, châtaigniers, bouleaux et sapins.




**Complétez** le tableau ci-dessous en retrouvant les effectifs et les fréquences de chaque espèce d'arbres. Vous écrirez tous les détails de calcul des fréquences dans la ligne « Fréquence ».

| Espèce | Hêtre | Chêne | Châtaignier | Bouleau | Sapin | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 120 | 15 | 60 | 75 | 30 | 300 |
| Fréquence (en %) | 120 × 100 ÷ 300 = 40 | 15 × 100 ÷ 300 = 5 | 60 × 100 ÷ 300 = 20 | 75 × 100 ÷ 300 = 25 | 30 × 100 ÷ 300 = 10 | 100 |

**2** Le diagramme suivant indique les activités d'un groupe de 50 vacanciers. Complétez le tableau ci-dessous.



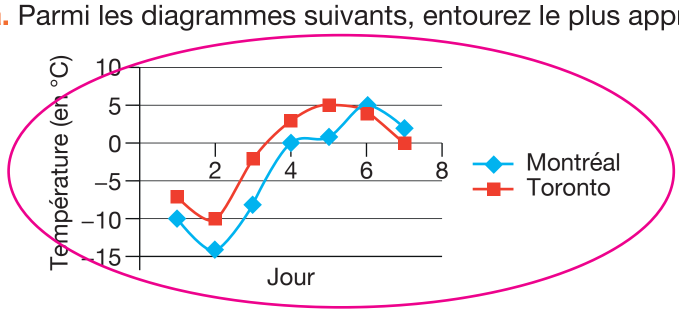

| Activité | Randonnée | Sports nautiques | Visites | Autres | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 16 % | 30 % | 24 % | 30 % | 100 |
| Nombre de vacanciers | 16 × 50 ÷ 100 = 8 | 30 × 50 ÷ 100 = 15 | 24 × 50 ÷ 100 = 12 | 30 × 50 ÷ 100 = 15 | 50 |

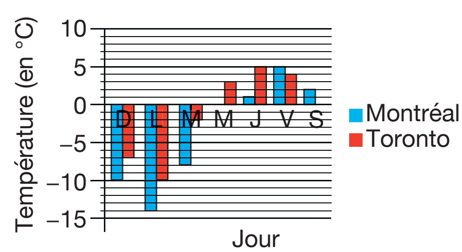
## Je choisis un diagramme adapté

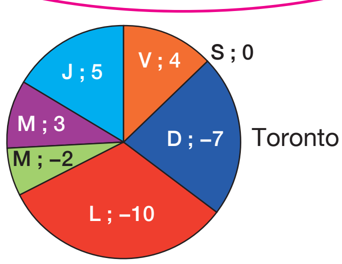
**3** Le tableau ci-dessous indique la température, en °C, relevée chaque jour de la semaine à midi, à Montréal et à Toronto.

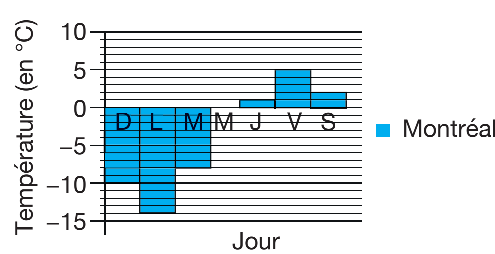
| Jour | D | L | M | M | J | V | S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Montréal | –10 | –14 | –8 | 0 | 1 | 5 | 2 |
| Toronto | –7 | –10 | –2 | 3 | 5 | 4 | 0 |

**a.** Parmi les diagrammes suivants, entourez le plus approprié pour représenter les deux séries du tableau.




**b.** Déterminez le jour où le plus grand écart de température a été observé entre les deux villes.

Mardi.

**c.** Déterminez entre quelles journées consécutives la plus grande variation de température a été observée :

- à Montréal : Mardi - Mercredi
- à Toronto : Lundi - Mardi.

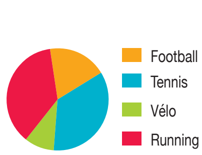
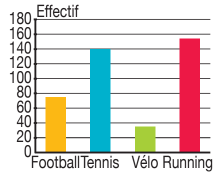
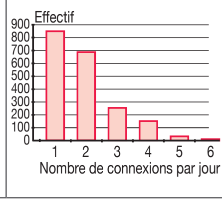
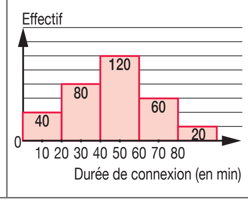
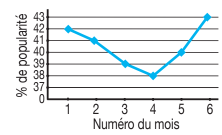
# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**4** **Complétez** le texte et le tableau ci-après avec les mots et expressions ci-dessous. Attention, certains termes peuvent servir deux fois.

*diagramme en colonnes • quantitatif qui varie au cours du temps • caractère • diagramme en bâtons • quantitatif continu • quantitatif discret • diagramme en secteurs • qualitatif • diagramme à lignes brisées*

Le caractère, ou variable, statistique est la propriété sur laquelle porte l'étude statistique.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Nature du caractère** | Qualitatif | | Quantitatif discret | Quantitatif continu | Quantitatif qui varie au cours du temps |
| **Nom du diagramme** | diagramme en secteurs | diagramme en bâtons | Diagramme en bâtons | Diagramme en colonnes | Diagramme à lignes brisées |
| **Représentation graphique** |   |   |   |   |   |

## Je revois des points importants

**5** Selon le journal *Le Parisien*, en 2018, seulement 6 % des actifs parisiens allaient travailler en vélo. Depuis cette date, de gros travaux ont été lancés pour augmenter ce pourcentage. Pour en mesurer l'impact, Lisette a enquêté. Elle a interrogé, en 2020, 500 actifs parisiens et leur a posé la question suivante : « Quel mode de transport utilisez-vous pour aller travailler ? » Les réponses obtenues sont les suivantes.

| Mode de transport | Vélo | Voiture | À pied | Métro | Bus | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 70 | 180 | 50 | 110 | 90 | 500 |
| **Fréquence (en %)** | 14 | 36 | 10 | 22 | 18 | 100 |

**a. Donnez** la population de cette enquête. Les actifs parisiens.

**b. Donnez** le caractère et la nature du caractère étudié. Le caractère est le mode de transport et il est qualitatif.

**c. Complétez** le tableau.

**d.** Peut-on dire que depuis que des travaux sont engagés dans Paris, le pourcentage de Parisiens qui utilisent le vélo pour se déplacer a augmenté ?

Oui, car il est passé de 6 % à 14 %.

**e. Choisissez**, en justifiant votre réponse, le diagramme qui permettrait de représenter cette série.

Le caractère étant qualitatif, un diagramme en secteurs permettrait de représenter la série.

**f.** Construisez ce diagramme, soit sur votre calculatrice, soit sur tableur.

## Je mémorise

**6** **Réalisez** une carte mentale qui reprend les notions vues dans ce chapitre : le vocabulaire lié aux statistiques (population, caractère, etc.), le calcul de la fréquence et les différents types de diagrammes avec leurs particularités, avec la calculatrice ou le tableur. > Je fais le point page 13

## J'acquiers une méthode

### 7 Recueillir des données et choisir un diagramme adapté

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

Un site marchand a remboursé plusieurs produits à ses clients. Afin d'améliorer la qualité de son service, le responsable a relevé ci-dessous le prix des articles remboursés.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 51 | 199 | 149 | 150 | 39 | 100 | 113 | 25 | 101 |
| 109 | 135 | 150 | 49 | 125 | 78 | 109 | 139 | 194 | 179 |
| 189 | 39 | 100 | 146 | 97 | 127 | 19 | 111 | 129 | 155 |

| Prix des articles | Nombre d'articles | Fréquence (en %) |
|---|---|---|
| [0 ; 50[ | | |
| [50 ; 100[ | | |
| [100 ; 150[ | | |
| [150 ; 200[ | | |
| **Total** | | |

**1.** Organisez les résultats en complétant le tableau. Arrondissez au centième si besoin.

**2.** Donnez le nom du diagramme qui permet de représenter cette série et tracez-le sur la calculatrice.

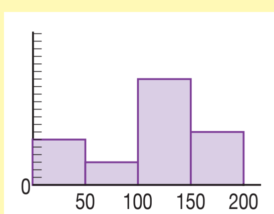
**» RÉSOLUTION**

**1.**

| Prix des articles | Nombre d'articles | Fréquence (en %) |
|---|---|---|
| [0 ; 50[ | 6 | 20 |
| [50 ; 100[ | 3 | 10 |
| [100 ; 150[ | 14 | 46,67 |
| [150 ; 200[ | 7 | 23,33 |
| **TOTAL** | **30** | **100** |

Pour l'intervalle [0 ; 50[ : $f = 6 \div 30 \times 100 = 20$. On fait de même pour les autres intervalles.

**2.** Le caractère de cette enquête est quantitatif continu, il faut donc construire un diagramme en colonnes.




**» MÉTHODE**

**Pour compter le nombre d'articles**

- Utiliser de la couleur pour surligner les valeurs qui appartiennent à un même intervalle.

**Pour calculer la fréquence en %**

- Appliquer la formule $f = \dfrac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$

**Pour choisir un diagramme**

- Déterminer la nature du caractère.

**Pour construire un diagramme**

- Consulter les tutoriels pour construire les diagrammes à la calculatrice ou sur tableur.

**Application**

On lance 40 fois un dé cubique que l'on soupçonne être truqué et on note les résultats ci-dessous.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 3 | 5 | 3 | 3 | 3 | 6 | 1 | 4 |
| 2 | 1 | 1 | 5 | 6 | 3 | 6 | 3 | 1 | 3 |
| 4 | 4 | 2 | 1 | 4 | 4 | 5 | 3 | 3 | 4 |
| 5 | 4 | 1 | 3 | 1 | 4 | 3 | 4 | 5 | 1 |

**1.** Organisez les résultats en complétant le tableau ci-dessous.

| Numéro | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | TOTAL |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | 9 | 2 | 11 | 9 | 6 | 3 | 40 |
| **Fréquence (en %)** | 22,5 | 5 | 27,5 | 22,5 | 15 | 7,5 | 100 |

**2.** Nommez, en justifiant la réponse, le diagramme adapté à cette série et représentez-le sur la calculatrice.

Le caractère étant quantitatif discret, le diagramme en bâtons est approprié.

**3.** Sachant que la fréquence d'apparition d'une face d'un dé non truqué est d'environ 17 %, peut-on supposer que le dé est truqué ?

Oui, on peut soupçonner le dé d'être truqué car les fréquences sont très dispersées.

# Évaluation

## Situation

Le tableau ci-dessous donne, pour une sélection de 24 pays, les dépenses consacrées à l'éducation en pourcentage du PIB (Produit Intérieur Brut), en 2017.

Parmi ces 24 pays, Cuba est celui qui consacre le plus gros pourcentage de son PIB à l'éducation. Le PIB total de Cuba s'élève à 100 milliards d'USD.

Le Soudan du Sud est celui qui consacre le plus petit pourcentage de son PIB à l'éducation. Le PIB total du Soudan du Sud s'élève à 12 milliards d'USD.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3,4 | 8,6 | 1 | 6,1 | 1,9 | 5,9 | 6,3 | 4,3 |
| 6,3 | 5,2 | 6,3 | 4,3 | 4 | 8,3 | 1,5 | 6,3 |
| 4 | 2,1 | 12,8 | 8,4 | 2,1 | 7,4 | 3,2 | 5,8 |

**Donnée :** 1 USD est le dollar américain et 1 USD ≈ 0,82 €.

## Problématique

**Peut-on dire que plus de 80 % des pays concernés consacrent au moins 4 % de leur PIB à l'éducation et que l'écart des dépenses entre Cuba et le Soudan du Sud s'élève à plus de 10 milliards d'euros ?**

**1** S'approprier Donnez la population et le caractère de la situation.

La population est constituée de 24 pays. Le caractère correspond aux dépenses consacrées par chacun de ces pays à l'éducation.

**2** S'approprier Déterminez le pourcentage du PIB que Cuba et le Soudan du Sud consacrent à l'éducation.

Cuba consacre 12,8 % de son PIB à l'éducation (valeur la plus élevée du tableau) et le Soudan du Sud y consacre 1 % (valeur la plus faible).

**3** S'approprier Réaliser À partir des données de la situation, complétez le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs de la fréquence au dixième.

| Dépenses pour l'éducation (en % du PIB) | [0 ; 4[ | [4 ; 8[ | [8 ; 12[ | [12 ; 16[ | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de pays | 7 | 13 | 3 | 1 | 24 |
| Fréquence (en %) | 29,2 | 54,2 | 12,5 | 4,2 | 100 |

**4** S'approprier Analyser/Raisonner Donnez le nom du diagramme qui permet de représenter les données du tableau de la question **3**. Justifiez.

Les données du tableau de la question 3 sont regroupées en classe, le caractère est quantitatif continu et le diagramme approprié est un diagramme en colonnes.

**5** Réaliser Représentez ce diagramme, soit sur la calculatrice, soit sur un tableur.

**6** Analyser/Raisonner Réaliser Déterminez le pourcentage de pays qui consacrent au moins 4 % de leur PIB à l'éducation.

54,2 + 12,5 + 4,2 = 70,9 ; 70,9 % des pays consacrent au moins 4 % de leur PIB à l'éducation.

**7** Analyser/Raisonner Réaliser Calculez, en millards d'USD, les sommes que Cuba et le Soudan du Sud consacrent à l'éducation.

Cuba : 100 × 12,8 / 100 = 12,8 ; Cuba consacre 12,8 milliards d'USD à l'éducation.

Soudan du Sud : 12 × 1 / 100 = 0,12 ; le Soudan du Sud consacre 0,12 milliard d'USD à l'éducation.

**8** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez votre réponse.

On ne peut pas dire que plus de 80 % des pays concernés consacrent au moins 4 % de leur PIB à l'éducation puisqu'ils ne sont que 70,9 %. Mais on peut dire que l'écart des dépenses entre Cuba et le Soudan du sud s'élève à plus de 10 milliards d'euros car (12,8 – 0,12) × 0,82 ≈ 10,4 milliards d'euros.

# Comparaison de séries statistiques

02

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Comparer et interpréter des séries statistiques à l'aide d'indicateurs de position et de dispersion. | Activités 1, 2, 3 |
| • Construire le diagramme en boîte à moustaches associé à une série statistique avec ou sans TIC.<br>• Comparer et interpréter des diagrammes en boîtes à moustaches. | Activité 4 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 24

Voici deux séries statistiques :
– série A : 1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 20 ;
– série B : 2 ; 7 ; 8 ; 10 ; 10 ; 11.

**a.** Calculez la moyenne de chaque série.

Série A : 8 Série B : 8

**b.** Donnez la médiane de chaque série.

Série A : 7 Série B : 9

### Activité 2 p. 25

Voici deux séries statistiques :
– série A : 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ;
– série B : 15 ; 6 ; 7 ; 3 ; 11 ; 13.

Donnez le minimum et le maximum de chaque série.

Série A : min = 4 max = 9

Série B : min = 3 max = 15


### Activité 3 p. 26

Voici deux séries statistiques :
– série A : 1 ; 3 ; 7 ; 9 ; 20 ;
– série B : 5 ; 12 ; 14 ; 16 ; 22.

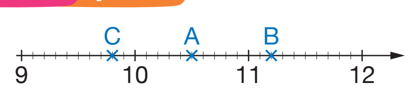
**a.** Calculez l'étendue de chaque série.

Série A : 19 Série B : 17

**b.** Cochez la série la plus dispersée.

☑ Série A ☐ Série B

### Activité 4 p. 27




Donnez l'abscisse des points A, B et C.

$x_A$ = 10,5 $x_B$ = 11,2 $x_C$ = 9,8

# Activité 1 Déterminer des indicateurs de position

## SITUATION . Une indication de salaire à vérifier

Marc vient d'obtenir son Bac Pro et un chef d'entreprise souhaite l'embaucher. Pour le convaincre de venir travailler dans sa société, il lui indique que le salaire moyen net mensuel des employés est supérieur à 2 350 €.

Marc aperçoit dans les documents du chef d'entreprise un tableau présentant les salaires nets mensuels (en €) des employés.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 552 | 1 575 | 1 575 | 1 575 | 1 575 | 1 652 | 1 652 | 1 680 | 1 819 | 1 929 |
| 1 948 | 2 166 | 2 166 | 2 297 | 2 349 | 2 407 | 2 451 | 2 451 | 2 668 | 9 802 |

Il estime que le salaire moyen mis en avant par le chef d'entreprise n'est pas l'indicateur le plus adapté pour résumer les salaires des employés.

### Problématique

**Quel indicateur permet de mieux résumer les salaires des employés que le salaire moyen ?**

**1** S'approprier Précisez le caractère étudié. Les salaires des employés

**2** Réaliser Les salaires de 1 575 € et 2 349 € (cases bleue et rouge) sont des indicateurs statistiques de la série des salaires, appelés respectivement **1$^{er}$ et 3$^{e}$ quartiles** et notés $Q_1$ et $Q_3$.

À partir du tableau des salaires, calculez la fréquence (en %) des salaires inférieurs ou égaux à :

$Q_1$ : $\frac{5}{20} \times 100 = 25$ %  $Q_3$ : $\frac{15}{20} \times 100 = 75$ %

**TUTO LOGICIEL**
Calculer des indicateurs statistiques
foucherconnect.fr/21mc20

**3** a. Réaliser Calculez les indicateurs statistiques suivants pour la série des salaires.

Moyenne = 2 364,45 €  Médiane = 1 938,5 €

b. Valider L'information du chef d'entreprise sur le salaire moyen est-elle exacte ?

Oui car 2 364 > 2 350.

**TUTO CALCULATRICE**
Calculer des indicateurs statistiques
foucherconnect.fr/21mc21

c. Analyser/Raisonner Réaliser À partir du tableau des salaires, indiquez la fréquence (en %) des salaires inférieurs ou égaux à la médiane. $\frac{10}{20} \times 100 = 50$ %

**4** Valider Utilisez les réponses aux questions **2** et **3** pour cocher l'indicateur statistique qui donne une idée du « milieu » des salaires.

☐ $Q_1$  ☐ $Q_3$  ☐ Moyenne  ☑ Médiane

**5** S'approprier a. Parmi les salaires, lequel attribueriez-vous au chef d'entreprise ? 9 802 €

b. Réaliser Calculez la médiane et la moyenne des salaires sans celui du chef d'entreprise.

Moyenne = 1 973 €  Médiane = 1 929 €

c. Valider Le salaire du chef d'entreprise impacte fortement : ☑ la moyenne ☐ la médiane

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

La médiane est à privilégier car elle donne à Marc une idée du « milieu » des salaires en étant moins impactée que la moyenne par le salaire extrême du chef d'entreprise.

# Activité 2 Déterminer des indicateurs de dispersion

## SITUATION. Une autonomie discutable

Un constructeur automobile annonce une autonomie de 250 km pour un de ses modèles de voiture électrique.

Un magazine de défense des consommateurs a demandé à ses lecteurs propriétaires de ce modèle de lui communiquer l'autonomie réelle de leur véhicule.

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant.


| **Autonomie (en km) $x_i$** | $x_1 = 160$ | $x_2 = 170$ | $x_3 = 180$ | $x_4 = 190$ | $x_5 = 200$ | $x_6 = 210$ | $x_7 = 220$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Nombre de voitures $n_i$** | $n_1 = 8$ | $n_2 = 51$ | $n_3 = 67$ | $n_4 = 83$ | $n_5 = 34$ | $n_6 = 12$ | $n_7 = 1$ |

### Problématique

**Quelles informations permettraient de mieux renseigner les consommateurs sur l'autonomie du véhicule ?**

**1** S'approprier Quels sont les indicateurs statistiques que le constructeur pourrait mettre en avant pour valoriser l'autonomie du véhicule ?

Il pourrait mettre en avant le mode, la moyenne ou la médiane des autonomies.

> **Coup de pouce** Le **mode** d'une série est la valeur la plus fréquente.

**2** S'approprier Sans calcul, pensez-vous que l'autonomie annoncée par le constructeur automobile corresponde aux autonomies données dans le tableau ? Justifiez.

Non car toutes les autonomies sont inférieures à 250 km.

**3** Réaliser Déterminez les valeurs minimale et maximale, le mode, la moyenne, la médiane et les premier et troisième quartiles de la série des autonomies. Arrondissez au kilomètre.

Min = 160 km ; Max = 220 km ; Mode = 190 km ;

Moyenne = 185 km ; Médiane = 190 km ; $Q_1$ = 180 km ; $Q_3$ = 190 km

> **TUTO LOGICIEL** Calculer des indicateurs statistiques foucherconnect.fr/21mc20

> **TUTO CALCULATRICE** Calculer des indicateurs statistiques foucherconnect.fr/21mc21

**4** Analyser/Raisonner Pourquoi le mode, la moyenne et la médiane ne renseignent-ils pas suffisamment sur l'autonomie réelle de la voiture ?

L'autonomie varie mais le mode, la moyenne ou la médiane ne renseignent pas à ce sujet.

**5** Réaliser **a.** Les autonomies sont toutes comprises entre les valeurs Min et Max. L'écart e = Max – Min est appelé **étendue** et est un indicateur de la dispersion des autonomies. Calculez e. e = 220 – 160 = 60 km

> **Coup de pouce** La **dispersion** correspond à l'étalement des valeurs.

**b.** 50 % des autonomies sont comprises entre les valeurs $Q_1$ et $Q_3$ avec 25 % au-dessus et 25 % en dessous de la médiane. L'**écart interquartile $Q_3 - Q_1$** est un indicateur de la dispersion des autonomies autour de la médiane.

Calculez l'écart interquartile des autonomies. $Q_3 - Q_1$ = 190 – 180 = 10 km

**c.** L'**écart type**, noté **σ**, est un indicateur de la dispersion des autonomies autour de la moyenne.

Déterminez l'écart type des autonomies. σ = 12 km

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

On peut donner les couples (médiane ; écart interquartile) ou (moyenne ; écart type) afin de résumer les autonomies par une première valeur et leur dispersion par une seconde valeur.

# Activité 3 Comparer des séries statistiques avec des indicateurs

## SITUATION . Finales du 100 m aux JO

Usain Bolt détient de nombreux records du monde dont celui du 100 m. Il est le seul athlète à avoir remporté trois fois de suite la finale du 100 m aux jeux Olympiques, en 2008, 2012 et 2016. Les temps (en secondes) des coureurs du 100 m lors des finales de 2012 et 2016 sont rassemblés ci-dessous.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| JO 2012 | 9,63 | 9,75 | 9,79 | 9,88 | 9,94 | 9,98 | 11,99 | Disqualifié |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| JO 2016 | 9,81 | 9,89 | 9,91 | 9,93 | 9,94 | 9,96 | 10,04 | 10,06 |


### Problématique

**Quelle finale a été la plus rapide ? Quelle finale a été la plus serrée (temps les moins dispersés) ?**

**1** S'approprier Combien de coureurs ont participé à chaque finale ?

8

**2** Réaliser Complétez le tableau ci-contre avec les indicateurs de position et de dispersion associés aux séries des temps réalisés lors des finales. Arrondissez à 0,01 s.

| | JO 2012 | JO 2016 |
|---|---|---|
| Moyenne | 10,14 s | 9,94 s |
| Médiane | 9,88 s | 9,94 s |
| 1$^{er}$ quartile $Q_1$ | 9,75 s | 9,89 s |
| 3$^{e}$ quartile $Q_3$ | 9,98 s | 9,96 s |
| $Q_3 - Q_1$ | 0,23 s | 0,07 s |
| Écart type σ | 0,76 s | 0,08 s |

**3** **a.** Analyser/Raisonner Quels indicateurs du tableau renseignent sur la rapidité des finales ?

La moyenne et la médiane.

**b.** Valider Pouvez-vous en déduire la finale la plus rapide ? Justifiez la réponse.

Non car la moyenne et la médiane ne donnent pas la même indication.

**TUTO LOGICIEL**
Calculer des indicateurs statistiques
foucherconnect.fr/21mc20

**4** **a.** Analyser/Raisonner Quels indicateurs peut-on considérer pour déterminer la finale la plus serrée ?

On peut considérer l'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ et l'écart type σ.

**b.** Valider Pouvez-vous en déduire la finale la plus serrée ? Justifiez la réponse.

La finale de 2016 est plus serrée car l'écart interquartile et l'écart type sont plus petits.

**TUTO CALCULATRICE**
Calculer des indicateurs statistiques
foucherconnect.fr/21mc21

**5** Lors de la finale des JO de 2012, un coureur s'est blessé pendant la course et a réalisé un temps anormal de 11,99 s. Pour que la comparaison des finales ne soit pas faussée, il convient de ne pas tenir compte de ce temps pour le calcul des indicateurs statistiques.

**a.** Réaliser Supprimez ce temps anormal de la série des temps de 2012 et calculez les nouvelles valeurs des indicateurs de cette finale. Arrondissez à 0,01 s.

Moyenne = 9,83 s ; Médiane = 9,84 s ; $Q_3 - Q_1$ = 0,19 s ; Écart type = 0,12 s

**b.** Valider Quels indicateurs sont les plus modifiés par la suppression du temps aberrant ?

La moyenne et l'écart type sont les plus modifiés.

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

En supprimant le temps aberrant ou en considérant la médiane (peu impactée par le temps aberrant), la finale la plus rapide est celle de 2012. La plus serrée est celle de 2016.

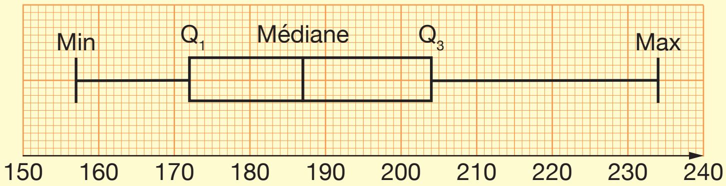
# Activité 4 Comparer et interpréter des diagrammes en boîte à moustaches

## SITUATION . Temps de réaction

Les performances d'un joueur de jeux vidéo dépendent en partie de son temps de réaction. Lucas et Amy jouent régulièrement et ont décidé de tester leur temps de réaction à l'aide d'un logiciel. Voici la série des temps de réaction (en millisecondes) obtenue par Amy.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 157 | 203 | 140 | 172 | 132 | 203 | 172 | 156 | 203 | 187 |
| 203 | 234 | 250 | 218 | 172 | 172 | 156 | 172 | 157 | 141 |

La série des temps de réaction (en millisecondes) de Lucas est résumée par le diagramme en boîte à moustaches ci-dessous.




### Problématique

**Qui de Lucas et Amy possède le meilleur temps de réaction ? Qui est le plus régulier ?**

**1** S'approprier Donnez les valeurs des indicateurs statistiques de la série des temps de réaction de Lucas.

Valeur minimale = 157 ms Valeur maximale = 234 ms

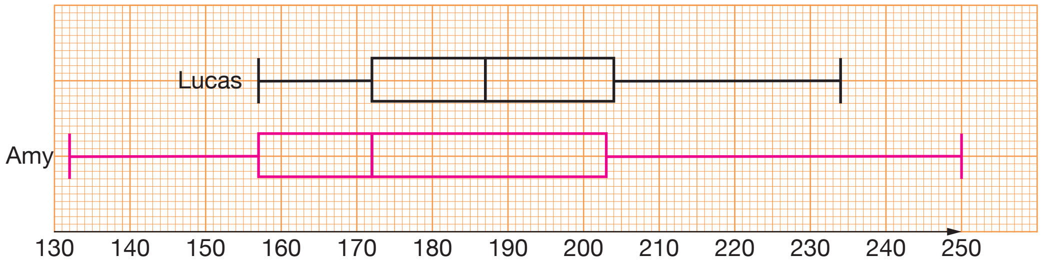
$Q_1$ = 172 ms Médiane = 187 ms $Q_3$ = 204 ms

**2** Réaliser Déterminez ces mêmes indicateurs pour la série des temps de réaction de Amy.

Valeur minimale = 132 ms Valeur maximale = 250 ms

$Q_1$ = 157 ms Médiane = 172 ms $Q_3$ = 203 ms

**3** Réaliser Construisez ci-dessous le diagramme en boîte à moustaches de la série des temps de réaction de Amy en prenant modèle sur celui représenté pour la série de Lucas.




**4** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Amy possède un meilleur temps de réaction car sa médiane est plus petite que celle de Lucas. Lucas est plus régulier car son écart interquartile (longueur du rectangle) et son étendue (longueur totale du diagramme) sont plus petits.

# Activité Algo Pro — Calculer la moyenne d'une série statistique

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc22

## SITUATION . Moyenne des températures mensuelles

Voici les températures mensuelles au cours de l'année 2019 dans la ville de Montélimar : 7 ; 12 ; 15 ; 16 ; 19 ; 27 ; 30 ; 29 ; 23 ; 19 ; 10 ; 10.

En 2019, la moyenne des températures mensuelles de la ville de Bordeaux a été de 17,75 °C.

### Problématique

**Quelle ville possède la moyenne des températures mensuelles la plus élevée en 2019 ?**

## LANGAGE NATUREL

**1** L'algorithme ci-contre est celui du calcul et de l'affichage de la moyenne de 12 températures. Complétez-le.

**Variables :**
**T : température**
**S : somme des températures**
**M : moyenne des températures**
**Traitement :**
**S ← 0**
**Répéter** 12 **fois**
  **Saisir une température T**
  **S ← S +** T
**M ←** S **/** 12
**Afficher la moyenne M**

## LANGAGE SCRATCH

**2** Ouvrez le fichier « **C02_28_moyenne.sb3** ».
Complétez et assemblez correctement les blocs du programme pour qu'il réalise le calcul et l'affichage de la moyenne de 12 températures.

**3** **a.** Exécutez le programme avec les températures mensuelles de Montélimar en 2019.

**b.** Notez la moyenne obtenue à 0,01 °C près. 18,08 °C

## LANGAGE PYTHON

Le programme ci-contre est incomplet.

**4** Ouvrez le fichier « **C02_28_moyenne.py** ». Complétez le programme.

**5** Expliquez à l'oral ce qu'il réalise.

**6** Exécutez le programme.

**7** Répondez à la problématique.

Montélimar possède la moyenne des températures mensuelles la plus élevée (18,08 °C > 17,75 °C).

```
S=0
for i in range (  12  ):
    T=float(input("Entrez une température T = "))
    S=  S  +  T
M=  S  /  12
print("En 2019, la température mensuelle moyenne"
    "à Montélimar a été de",round(M,2),"°C.")
if M  >  17.75:
    print("Donc la température mensuelle moyenne"
        "a été la plus élevée à Montélimar.")
else:
    print("Donc la température mensuelle moyenne"
        "a été la plus élevée à Bordeaux.")
```

### LEXIQUE python

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `a=float(input("a="))` | **Affecter** (=) à la variable *a* une **valeur décimale** (float) qui doit être **saisie** (input). |
| `for i in range (10):` | **Répéter** 10 fois les instructions de la boucle (écrites à la suite et en retrait). La variable *i* passe de 0 à 9 avec un **pas** de 1. |
| `if a<3:` | **Tester** la condition et **exécuter** les instructions suivantes (écrites à la suite et en retrait) si la réponse est oui. |
| `round(M,2)` | **Arrondir** la valeur de M à 0,01 (2 chiffres après la virgule). |

# Je fais le point Comparaison de séries statistiques

## Indicateurs de position et de dispersion d'une série statistique

**Les indicateurs de position permettent de situer les valeurs d'une série.**

- La **moyenne** $\overline{x}$ et la **médiane** **Med** donnent une tendance centrale des valeurs.
La moyenne est égale à la somme des valeurs divisée par le nombre de valeurs.
La médiane partage la série en deux : au moins 50 % des valeurs sont inférieures ou égales à la médiane et au moins 50 % sont supérieures ou égales.
La moyenne est plus sensible que la médiane à des valeurs extrêmes dans la série.
- Le **mode** (ou la **classe modale**) est la valeur (ou la classe) la plus fréquente.
- Les **quartiles** $Q_1$ et $Q_3$ sont les plus petites valeurs de la série telles que :
– au moins ¼ (25 %) des valeurs sont inférieures ou égales à $Q_1$ ;
– au moins ¾ (75 %) des valeurs sont inférieures ou égales à $Q_3$.

**Coup de pouce**
La calculatrice ou le tableur permettent de calculer de nombreux indicateurs.

**Les indicateurs de dispersion mesurent l'étalement des valeurs d'une série.**

- L'**étendue** e est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur :
**e = Max – Min.** Elle mesure la dispersion totale des valeurs.
- L'**écart interquartile** $Q_3 - Q_1$ mesure la dispersion de 50 % des valeurs **autour de la médiane.**
- L'**écart type** σ mesure la dispersion des valeurs **autour de la moyenne.**

**Exemple**

Voici les prix (en €) d'une chambre d'hôtel sur un site comparateur de prix :
moyenne $\overline{x} = 104{,}25$ ; médiane Med = 99 ; mode = 97 ; $Q_1 = 97$ ; $Q_3 = 109$ ;
étendue e = 125 – 89 = 36 ; écart interquartile $Q_3 - Q_1 = 12$ ; écart type σ = 11.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 89 | 95 | 97 | 97 |
| 97 | 99 | 99 | 105 |
| 109 | 119 | 120 | 125 |

## Comparer et interpréter des séries statistiques

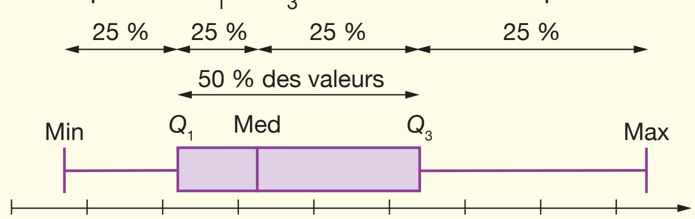
- On peut comparer et interpréter des séries statistiques à l'aide du couple **(médiane ; écart interquartile)** ou du couple **(moyenne ; écart type).**

**Exemple**

Prix (en euro) du litre d'essence SP95 en France et en Espagne en juin 2018 :
– France : ($\overline{x} = 1{,}55$ ; écart type σ = 0,019) et (Med = 1,53 ; $Q_3 - Q_1 = 0{,}017$) ;
– Espagne : ($\overline{x} = 1{,}33$ ; écart type σ = 0,041) et (Med = 1,32 ; $Q_3 - Q_1 = 0{,}034$).
Le prix du litre d'essence est moins cher en Espagne qu'en France et les prix sont plus dispersés en Espagne qu'en France.

## Diagramme en boîte à moustaches

- Un diagramme en boîte à moustaches rassemble graphiquement le minimum Min, le maximum Max, la médiane Med et les quartiles $Q_1$ et $Q_3$ d'une série statistique.




- Les diagrammes en boîte à moustaches permettent de comparer et interpréter des séries statistiques : médianes, écarts interquartiles (longueurs des boîtes) et étendues (longueurs des diagrammes).

# Exercices

## AUTOMATISMES

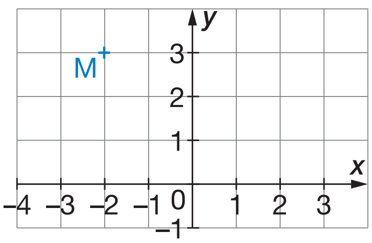
**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 (2')

☐ **A10** Exprimez $t$ en fonction de $v$ et $d$ sachant que $v = \frac{d}{t}$. $t = \frac{d}{v}$

☐ **A11** Calculez $x$ si $7 + x = 5$. $x = 5 - 7 = -2$

☐ **A14** Donnez les coordonnées du point M.




M(–2 ; 3)

### Rituel 2 (2')

☐ **A8** Calculez $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

☐ **A1** 15 articles présentent un défaut dans un lot de 300 articles. Calculez la fréquence des articles défectueux dans le lot.
$\frac{15}{300} = 0{,}05$

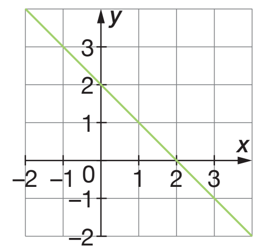
☐ **A21** Marion calcule l'aire d'un rectangle de 6 m de long par 4 m de large. Sa réponse, 24 m, est fausse. Corrigez la réponse de Marion.
La réponse exacte est 24 m².

### Rituel 3 (2')

☐ **A13** Calculez 40 % de 25. $\frac{40}{100} \times 25 = 10$

☐ **A22** Calculez l'aire d'un rectangle de longueur $L = 3$ m et de largeur $l = 2$ m.
$3 \times 2 = 6$ m²

☐ **A16** La droite ci-dessous a pour équation $y = 2 - x$.




Résolvez graphiquement l'équation $3 = 2 - x$.
$x = -1$

### Rituel 4 (2')

☐ **A4** Calculez la moyenne des nombres 12, 16 et 8. 12

☐ **A6** Donnez la notation scientifique de 0,0103.
$1{,}03 \times 10^{-2}$

☐ **A19** Donnez une valeur arrondie au centième de 123,456 7.
123,46

## Déterminer des indicateurs de position

**1** Voici quelques indicateurs sur le revenu salarial annuel des salariés en 2016.

Moyenne : 20 730 € — 1er quartile : 9 390 €
Médiane : 18 450 € — 3e quartile : 26 240 €

**a.** Interprétez par une phrase la médiane.
Au moins 50 % des revenus sont inférieurs ou égaux à 18 450 € et au moins 50 % des revenus sont supérieurs ou égaux à 18 450 €.

**b.** Interprétez par une phrase la valeur du 3e quartile.
Au moins ¾ (75 %) des revenus sont inférieurs ou égaux à 26 240 €.

**c.** Précisez l'indicateur plus particulièrement sensible à la présence de valeurs extrêmes dans une série.
Il s'agit de la moyenne.

**d.** Proposez une explication à l'écart entre la moyenne et la médiane.
Les quelques salaires très élevés (sans plafond) ont un impact sur la moyenne et lui font prendre une valeur supérieure à la médiane.

**2** Voici les performances (en mètre) réalisées par un groupe d'élèves au saut en hauteur lors d'une séance d'EPS.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,30 | 1,34 | 1,36 | 1,41 | 1,41 | 1,45 | 1,47 |
| 1,49 | 1,49 | 1,49 | 1,57 | 1,59 | 1,61 | 1,66 |

**a.** Déterminez et notez les valeurs, arrondies au centimètre, des indicateurs statistiques suivants pour la série des performances :

Moyenne : 1,47 m Médiane : 1,48 m

Mode : 1,49 m 1^er^ quartile : 1,41 m

3^e^ quartile : 1,57 m

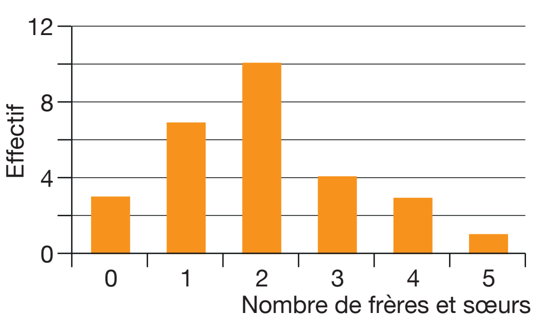
**b.** Interprétez par une phrase la médiane des performances.

Au moins 50 % des performances sont inférieures ou égales à 1,48 m et au moins 50 % des performances sont supérieures ou égales à 1,48 m.

**c.** Interprétez par une phrase la valeur du 1^er^ quartile des performances.

Au moins 25 % des performances sont inférieures ou égales à 1,41 m.

**3** Le diagramme ci-dessous rassemble les nombres de frères et sœurs des élèves de 2^de^ B.




**a.** Déterminez et notez les valeurs des indicateurs statistiques ci-dessous pour la série des nombres de frères et sœurs.

Moyenne : 2 Médiane : 2

Mode : 2 1^er^ quartile : 1

3^e^ quartile : 3

**b.** Interprétez par une phrase la valeur de la médiane de la série étudiée.

Au moins la moitié des élèves a au maximum 2 frères et sœurs et au moins la moitié des élèves a au moins 2 frères et sœurs.

**c.** Interprétez par une phrase la valeur du 3^e^ quartile de la série étudiée.

Au moins ¾ (75 %) des élèves n'ont pas plus de 3 frères et sœurs.

**4** **a.** python Complétez les pointillés du programme Python ci-dessous afin qu'il réalise le calcul de la moyenne, arrondie à 0,1, de 3 notes.

```
N1=float(input("Note1 = "))
N2=float(input("Note2 = "))
N3=float(input("Note3 = "))
M= (N1+N2+N3) / 3
print("La moyenne est égale à ",round(M,1))
```

**b.** Saisissez le programme dans un éditeur Python.

**c.** Exécutez le programme avec les notes : 7, 15 et 14. Notez la moyenne obtenue. 12

## Déterminer des indicateurs de dispersion

**5** Le tableau ci-dessous donne la répartition des délais d'intervention (en minute) des pompiers d'une caserne au cours d'un mois.

| Délai d'intervention | Nombre d'interventions |
|---|---|
| [0 ; 5[ | 41 |
| [5 ; 10[ | 125 |
| [10 ; 15[ | 206 |
| [15 ; 20[ | 57 |
| [20 ; 25[ | 9 |
| [25 ; 30[ | 1 |

N'oubliez pas les unités dans les résultats.

**Coup de pouce**
Pour le calcul des indicateurs, chaque classe est remplacée par son centre.
Exemple : [5 ; 10[ est remplacée par 7,5.

**a.** Calculez l'écart type des délais d'intervention. Arrondissez au dixième de minute.

4,5 minutes

**b.** Calculez l'écart interquartile des délais d'intervention.

12,5 – 7,5 = 5 minutes

**c.** Interprétez par une phrase l'écart interquartile obtenu à la question **b** pour la série étudiée.

50 % des délais d'intervention sont dispersés dans un intervalle de temps de 5 minutes autour du délai médian (12,5 minutes).

## Comparer des séries statistiques avec des indicateurs

**6** Voici les tailles (en mètre) des joueurs des équipes de basket des Los Angeles Lakers et du Miami Heat lors de la saison 2019/2020.

Los Angeles Lakers

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2,11 | 1,88 | 2 | 1,96 | 1,96 | 1,88 |
| 1,93 | 2,08 | 2 | 1,98 | 1,93 | 2,11 |
| 1,87 | 2,02 | 2,06 | 2,13 | 2,08 | 1,85 |
| 1,93 | | | | | |

Miami Heat

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1,91 | 2,08 | 2,04 | 1,96 | 2,06 |
| 2 | 2,16 | 1,9 | 1,91 | 2,06 | 2,13 |
| 2,03 | 2,06 | 1,93 | 1,98 | | |

**a.** Complétez le tableau suivant avec les valeurs, arrondies à 0,01 m, des indicateurs statistiques.

| | Lakers | Heat |
|---|---|---|
| $\bar{x}$ | 1,99 | 2,01 |
| Med | 1,98 | 2,02 |
| Étendue | 0,28 | 0,26 |
| Écart interquartile | 0,15 | 0,13 |
| Écart type | 0,09 | 0,08 |

**b.** Utilisez les indicateurs de position pour comparer la taille des joueurs des deux équipes.

La taille des joueurs de l'équipe du Miami Heat est supérieure à celle des joueurs des Lakers car la moyenne et la médiane sont supérieures pour le Heat.

**c.** Comparez les dispersions des tailles des joueurs des deux équipes.

Les tailles des joueurs de l'équipe du Miami Heat sont moins dispersées que celles des Lakers car l'étendue, l'écart interquartile et l'écart type sont inférieurs pour le Heat.

**7** Éva et Ryan s'entraînent à résoudre le Rubik's Cube le plus rapidement possible.

Voici les temps (en seconde) réalisés par Éva :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 17,92 | 18,73 | 21,04 | 19,56 | 16,11 |
| 22,88 | 19,55 | 20,02 | 16,69 | 23,45 |
| 20,16 | 18,78 | 19,30 | 22,61 | 16,72 |

Les indicateurs statistiques suivants résument les temps réalisés par Ryan au cours de 15 tests :

Moyenne = 19,44 s Écart type = 1,46 s

Médiane = 19,56 s Écart interquartile = 2,4 s

**a.** Calculez les valeurs, à 0,01 s près, des indicateurs statistiques suivants pour Éva.

Moyenne = 19,57 s Écart type = 2,17 s

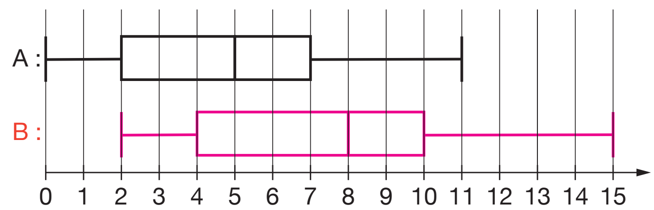
Médiane = 19,55 s Écart interquartile = 3,12 s

**b.** Comparez les temps réalisés par Éva et Ryan.

Les temps réalisés par Éva et Ryan sont proches car ils ont pratiquement les mêmes médianes et les mêmes moyennes. En revanche les temps de Éva sont plus dispersés que ceux de Ryan.

## Comparer et interpréter des diagrammes en boîte à moustaches

**8** **a.** Le diagramme en boîte à moustaches ci-dessous est associé aux anciennetés (en années) des salariés d'une entreprise A.




Déterminez les valeurs de l'étendue, de la médiane et de l'écart interquartile de ces anciennetés.

Étendue = 11 ans Médiane = 5 ans

Écart interquartile = 7 – 2 = 5 ans

**b.** Le tableau ci-dessous regroupe l'ancienneté (en années) des salariés d'une entreprise B.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 4 | 8 | 2 | 3 | 9 | 2 | 12 |
| 14 | 10 | 8 | 6 | 8 | 15 | 12 | 2 | 9 |

Déterminez les valeurs des indicateurs nécessaires pour réaliser le diagramme en boîte à moustaches associé à cette série. Construisez-le sous celui de l'entreprise A.

Min = 2 ans ; Max = 15 ans ; $Q_1$ = 4 ans ;

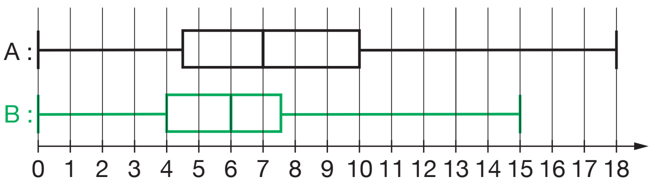
Med = 8 ans ; $Q_3$ = 10 ans.

**c.** Comparez l'ancienneté des salariés dans les entreprises A et B.

Dans l'entreprise B, les anciennetés sont plus grandes (médiane supérieure) et plus dispersées.

**9** Une étude a été réalisée auprès des salariés de deux entreprises A et B sur le coût (en €) du déjeuner par salarié.

Les diagrammes en boîte à moustaches suivants ont été construits à partir des séries statistiques obtenues dans l'étude.




Comparez le coût du déjeuner par salarié dans les deux entreprises.

La boîte est plus longue (écart interquartile plus grand) et la médiane est plus grande pour l'entreprise A.

Le coût du déjeuner est donc plus élevé et dispersé pour les salariés de l'entreprise A.

**10** Fin août 2020, les médias annonçaient une probable stabilisation des prix des boîtes de masques chirurgicaux avec une baisse d'au moins 30 % du prix par rapport à mai 2020.

**Problématique**

L'annonce des médias s'est-elle vérifiée en septembre 2020 ?

**1.** Le tableau ci-dessous rassemble les prix (en €) des boîtes de 50 masques chirurgicaux relevés en septembre 2020.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 9,90 | 14,90 | 25,00 | 12,90 | 11,50 |
| 15,00 | 24,00 | 38,90 | 24,90 | 29,90 |
| 24,90 | 18,50 | 14,50 | 14,90 | 24,90 |

Complétez le tableau suivant avec les valeurs (à 0,01 € près) des indicateurs statistiques associés à cette série.

| | |
|---|---|
| Mode | 24,90 € |
| $\bar{x}$ | 20,31 € |
| Med | 18,50 € |
| Étendue | 29,00 € |
| Écart interquartile | 10,40 € |
| Écart type | 7,75 € |

**2.** En mai 2020, les prix des boîtes de 50 masques chirurgicaux pouvaient être résumés par les indicateurs statistiques suivants obtenus à l'écran d'une calculatrice.

| | |
|---|---|
| $\bar{x}$=30 | Q1=29.64 |
| σx=0.46 | Med=29.8 |
| | Q3=30 |

Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

L'annonce est vérifiée car les prix moyen et médian ont baissé de plus de 30 % entre mai et septembre 2020. En effet : $30 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 21 > 20{,}31$

$29{,}8 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 20{,}86 > 18{,}50$

**11** Voici la répartition des salaires nets annuels (en k€) des employés d'une entreprise du secteur textile.

| Salaire | Effectif |
|---|---|
| [12 ; 18[ | 72 |
| [18 ; 24[ | 43 |
| [24 ; 30[ | 35 |
| [30 ; 36[ | 9 |
| [36 ; 42[ | 3 |

**1.** Déterminez et notez les valeurs, arrondies à l'euro, des indicateurs statistiques ci-dessous pour la série des salaires.

Moyenne : 20,630 k€ Médiane : 21 k€

1$^{er}$ quartile : 15 k€ 3$^{e}$ quartile : 27 k€

**2.** Voici les indicateurs statistiques des salaires nets annuels des employés d'un supermarché.

Moyenne : 20 870 € Médiane : 17 330 €

1$^{er}$ quartile : 9 060 € 3$^{e}$ quartile : 27 540 €

Comparez et interprétez les séries de salaires des employés de l'entreprise du secteur textile avec ceux des employés du supermarché.

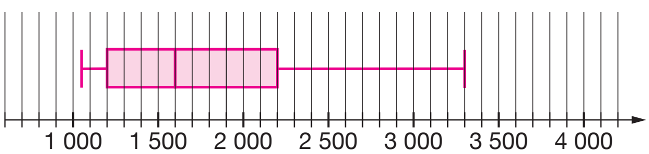
Les salaires moyens sont proches mais le salaire médian est inférieur dans le supermarché, donc il doit y avoir une plus grande proportion de bas salaires dans le supermarché (caissières à temps partiel par exemple), ce qui est confirmé par la faible valeur du premier quartile.

L'écart interquartile est plus grand dans le supermarché, donc les salaires y sont plus dispersés que dans l'entreprise du secteur textile.

**12** Une enquête réalisée auprès de jeunes conducteurs sur le coût réel (en €) du permis de conduire dans la région PACA a donné la série statistique ci-dessous.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 050 | 1 100 | 1 100 | 1 150 | 1 200 |
| 1 300 | 1 300 | 1 380 | 1 420 | 1 500 |
| 1 700 | 1 730 | 1 910 | 1 950 | 2 200 |
| 2 500 | 2 800 | 2 900 | 3 150 | 3 300 |

**1. a.** Construisez le diagramme en boîte à moustaches associé à cette série statistique.



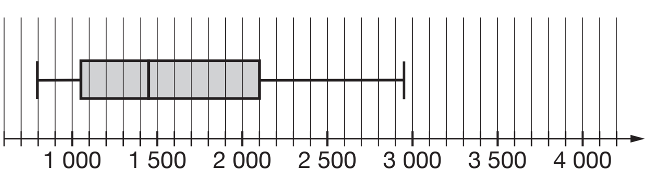

**b.** Déterminez l'écart interquartile de la série statistique.

$Q_3 - Q_1 = 2\,200 - 1\,200 = 1\,000$ €

**c.** Interprétez par une phrase l'écart interquartile obtenu à la question **b** pour la série étudiée.

50 % des coûts sont dispersés autour du coût médian (1 600 €) dans un intervalle de coûts d'amplitude 1 000 €.

**2.** Une étude sur le coût réel du permis de conduire dans la région Bourgogne-Franche-Comté a permis de construire le diagramme en boîte à moustaches suivant.




Comparez le coût réel du permis de conduire dans les régions PACA et Bourgogne-Franche-Comté.

Coût médian : en PACA = 1 600 € ; en Bourgogne-Franche-Comté = 1 450 €.

Donc le coût réel du permis de conduire est moins élevé en Bourgogne-Franche-Comté.

Écart interquartile des coûts : en PACA = 1 000 € ; en Bourgogne-Franche-Comté = 1 050 €.

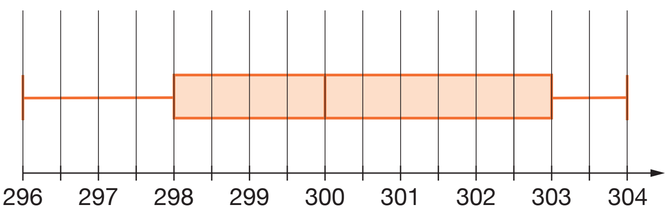
Étendue des coûts : en PACA = 2 250 € ; en Bourgogne Franche-Comté = 2 150 €.

La dispersion des coûts est donc proche dans les deux régions.

**13** Dans une usine, deux lignes de production identiques fabriquent des moelleux au chocolat de masse 300 g.

Le service technique a prélevé un échantillon de 20 gâteaux sur chaque ligne de production et mesuré leurs masses.

Les masses mesurées sur la première ligne de production sont résumées par le diagramme en boîte à moustaches suivant.




Les masses (en g) des gâteaux de l'échantillon prélevé sur la seconde ligne de production sont données dans le tableau suivant.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 302 | 299 | 300 | 300 | 302 |
| 300 | 301 | 303 | 298 | 299 |
| 300 | 300 | 298 | 299 | 301 |
| 303 | 301 | 300 | 299 | 297 |

**Problématique**

Avec quelle ligne de production les masses sont-elles les plus régulières ?

Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Pour comparer la régularité des masses il faut comparer les valeurs des indicateurs de dispersion des deux lignes de production.

Première ligne de production :

– Étendue = Max – Min = 304 – 296 = 8 g ;

– Écart interquartile = $Q_3 - Q_1 = 303 - 298 = 5$ g.

Deuxième ligne de production :

– Étendue = Max – Min = 303 – 297 = 6 g ;

– Écart interquartile = $Q_3 - Q_1 = 301 - 299 = 2$ g.

Les indicateurs de dispersion sont plus petits avec la deuxième ligne de production donc c'est sur cette ligne que les masses sont les plus régulières.

# Consolidation
Cycle 4

## Je mobilise mes connaissances sur les indicateurs statistiques

**1** Voici les notes obtenues par les élèves du groupe A d'une classe au cours d'une évaluation.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 15 | 12 | 13 | 8 | 16 | 10 | 14 | 12 | 9 | 10 | 12 |

**a. Calculez** la moyenne des notes. Le calcul effectué doit être écrit.
$\frac{7 + 15 + 12 + 13 + 8 + 16 + 10 + 14 + 12 + 9 + 10 + 12}{12} = 11{,}5$

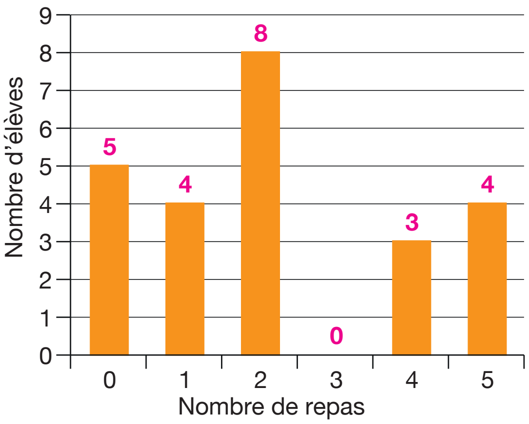
**b. Déterminez** la note médiane. 12

**c. Interprétez** par une phrase la valeur de la note médiane.
Au moins 50 % des notes sont inférieures ou égales à 12 et au moins 50 % sont supérieures ou égales à 12.

**d. Calculez** l'étendue des notes.
16 – 7 = 9

**e.** Voici les indicateurs statistiques calculés à partir des notes obtenues par les 12 élèves du groupe B de la classe.
Moyenne = 11 Médiane = 13 Étendue = 12
**Indiquez** le groupe d'élèves ayant obtenu les notes les plus dispersées.
C'est le groupe B car l'étendue (indicateur de dispersion) est supérieure pour ce groupe.

**2** Le diagramme en bâtons ci-contre représente une série statistique obtenue en interrogeant les élèves d'une classe sur le nombre de repas pris dans des fast-foods au cours du dernier mois.




**a. Notez** au-dessus des bâtons les nombres d'élèves correspondant aux nombres de repas.

**b. Calculez** le nombre d'élèves de la classe.
5 + 4 + 8 + 3 + 4 = 24

**c. Calculez** le nombre total de repas pris dans des fast-foods par les élèves de la classe au cours du dernier mois.
5 × 0 + 4 × 1 + 8 × 2 + 3 × 4 + 4 × 5 = 52

**d. Calculez** le nombre moyen de repas pris dans des fast-foods par les élèves.
Nombre d'élèves : 24. Nombre repas : 52.
Nombre moyen de repas : 52/24 ≈ 2,2

**e. Déterminez** le nombre médian de repas pris dans des fast-foods par les élèves de la classe au cours du dernier mois. 2

**f. Déterminez** l'étendue des nombres de repas pris dans des fast-foods par les élèves de la classe au cours du dernier mois.
5

**3** **Cochez** Vrai ou Faux.

**a.** 25 % = 0,25 ☑ Vrai ☐ Faux

**b.** 75 % = $\frac{3}{4}$ ☑ Vrai ☐ Faux

**c.** La médiane est un indicateur de position.
☑ Vrai ☐ Faux

**d.** La moyenne est un indicateur de dispersion.
☐ Vrai ☑ Faux

**e.** La moyenne d'une série statistique peut être égale à sa médiane. ☑ Vrai ☐ Faux

## J'utilise le vocabulaire approprié

**4** **Complétez** les pointillés en choisissant parmi les propositions ci-dessous.
(Certaines propositions peuvent être utilisées plusieurs fois, d'autres jamais)

*dispersion • quartile • écart interquartile • mode • médiane • position • étendue • moyenne • écart type • boîte à moustaches • 25 % • 50 % • 75 %*

La moyenne et la médiane d'une série statistique sont des indicateurs de position.

Au moins 75 % des valeurs d'une série statistique sont inférieures ou égales au troisième quartile.

Le mode d'une série statistique est la valeur la plus fréquente de la série.

Pour comparer deux séries statistiques, on peut utiliser le couple ( moyenne ; écart type ) ou le couple ( médiane ; écart interquartile ) des deux séries.

L' écart interquartile est une mesure de la dispersion des valeurs autour de la médiane.

L' écart type est une mesure de la dispersion des valeurs autour de la moyenne.

On peut résumer une série statistique par un diagramme en boîte à moustaches.

Plus la longueur de la boîte du diagramme est grande, plus les valeurs sont dispersées autour de la médiane.

## Je revois des points importants

**5** On s'intéresse aux âges des employés d'une entreprise du bâtiment, rassemblés dans le tableau ci-dessous.

| | [20 ; 30[ | [30 ; 40[ | [40 ; 50[ | [50 ; 60[ | [60 ; 70[ |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'employés | 23 | 41 | 57 | 28 | 4 |

**a. Calculez** le nombre d'employés de l'entreprise. 153

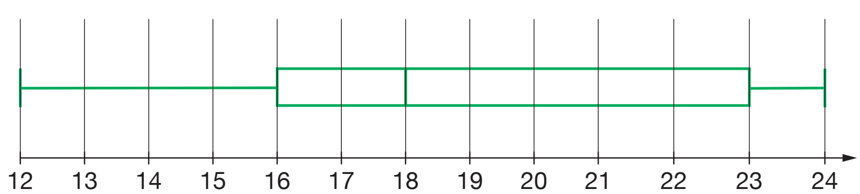
**b. Donnez** une signification au nombre 41 du tableau.

Il y a 41 employés âgés de 30 ans (compris) à 40 ans (non compris).

**c. Expliquez** comment calculer l'âge moyen des employés de l'entreprise.

On remplace chaque intervalle (classe) d'âges par son centre.

**6** Voici le diagramme en boîte à moustaches construit à partir de la série des montants des notes (en €) payées par les clients d'une brasserie au cours d'un service de déjeuner.




**Déterminez** les indicateurs statistiques que l'on peut lire sur ce diagramme.

Valeur minimale : 12 € ; 1er quartile : 16 € ; Médiane : 18 € ; 3e quartile : 23 € ; Valeur maximale = 24 €.

## Je mémorise

**7** **Réalisez** une carte mentale qui reprend les connaissances liées aux indicateurs statistiques.

> Je fais le point page 29

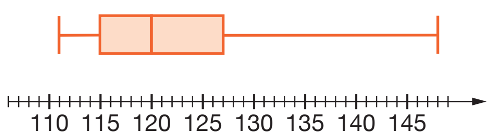
## J'acquiers une méthode

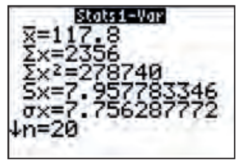
### 8 Comparer des séries statistiques avec des diagrammes en boîte à moustaches

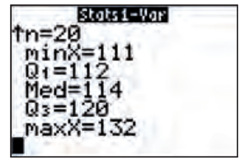
**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

Le diagramme en boîte à moustaches ci-dessous est associé à une série d'excès de vitesse enregistrés par un radar mobile.




Les écrans ci-dessus ont été obtenus avec la calculatrice à partir d'une série statistique regroupant les excès de vitesse enregistrés par un radar fixe installé sur la même route.

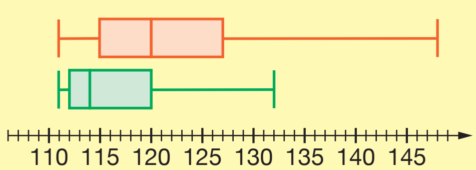
**1. Construisez** le diagramme en boîte à moustaches associé aux excès de vitesse enregistrés par le radar fixe.

**2. Comparez** les deux séries à l'aide de leur boîte à moustaches.

**» RÉSOLUTION**

**1.** On lit sur les écrans de la calculatrice :

valeur minimale = 111 ; valeur maximale = 132 ;
1er quartile = 112 ; 3e quartile = 120 et médiane = 114.




**2.** La médiane est plus petite avec le radar fixe. Donc les excès de vitesse enregistrés avec le radar fixe sont inférieurs à ceux enregistrés avec le radar mobile.

Avec le radar fixe, la longueur de la boîte ($Q_3 - Q_1$) du diagramme et sa longueur totale (étendue) sont plus petites qu'avec le radar mobile. Donc les excès de vitesse enregistrés avec le radar fixe sont moins dispersés que ceux enregistrés avec le radar mobile.

**» MÉTHODE**

**Pour construire un diagramme en boîte à moustaches sans outil numérique**

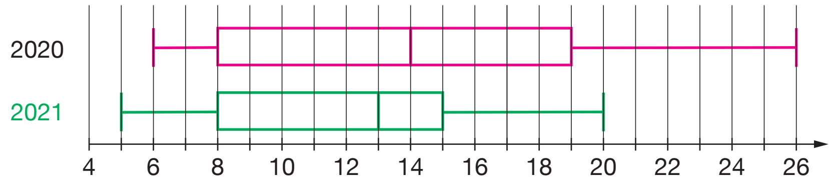
- Déterminer les indicateurs suivants de la série : valeur minimale, valeur maximale, 1er quartile, 3e quartile et médiane.
- Tracer un axe. Graduer l'axe entre les valeurs minimale et maximale de la série.
- Au-dessus de l'axe, tracer une boîte (rectangle) entre $Q_1$ et $Q_3$.
- Tracer un trait dans la boîte au niveau de la médiane.
- Ajouter les moustaches (traits) entre le rectangle et les valeurs minimale et maximale.

**Pour comparer les boîtes à moustaches**

- Comparer les médianes pour identifier la série ayant les valeurs les plus grandes.
- Comparer les écarts interquartiles $Q_3 - Q_1$ (longueur des boîtes) et les étendues (longueur totale du diagramme) pour indiquer la série ayant les valeurs les plus dispersées autour de la médiane.

**Application**

Les ventes quotidiennes d'éclairs d'une pâtisserie en juin 2021 sont résumées par le diagramme en boîte à moustaches ci-contre.




**1. Construisez** le diagramme en boîte à moustaches associé aux ventes d'éclairs de juin 2020 sachant que : valeur minimale = 6 ; valeur maximale = 26 ; moyenne = 15 ; $Q_1$ = 8 ; $Q_3$ = 19 et médiane = 14.

**2. Comparez** les ventes quotidiennes d'éclairs au chocolat des mois de juin 2020 et 2021.

(Médiane 2020 = 14) > (Médiane 2021 = 13). Donc les ventes quotidiennes sont supérieures en 2020.

La longueur de la boîte ($Q_3 - Q_1$) du diagramme de 2020 et sa longueur totale (étendue) sont plus grandes qu'en 2021. Donc les ventes sont plus dispersées en 2020.

# Évaluation

## Situation

Erwan est passionné de cyclisme sur route. Sur son blog, il affirme que les coureurs parcourent de plus grandes distances et qu'elles sont plus régulières sur les tours de France que sur les tours d'Italie.

## Problématique

**Les affirmations d'Erwan sont-elles exactes ?**

**1** Réaliser Le tableau ci-contre regroupe les distances parcourues (en km) lors des tours de France des années 2001 à 2020.

| Distances |
|---|
| 3 484,2 |
| 3 365,8 |
| 3 351 |
| 3 540 |
| 3 529 |
| 3 360 |
| 3 660,5 |
| 3 404 |
| 3 494,4 |
| 3 430 |
| 3 642 |
| 3 459 |
| 3 558,5 |
| 3 569,9 |
| 3 657,1 |
| 3 607 |
| 3 391,1 |
| 3 426,5 |
| 3 277,5 |
| 3 454,2 |

Utilisez la calculatrice ou le tableur pour déterminer les indicateurs statistiques ci-dessous associés à cette série statistique. **Arrondissez à l'unité.**

Minimum : 3 278 km Maximum : 3 661 km Moyenne : 3 483 km

Médiane : 3 472 km Écart type : 108 km 1er quartile : 3 391 km

3e quartile : 3 559 km

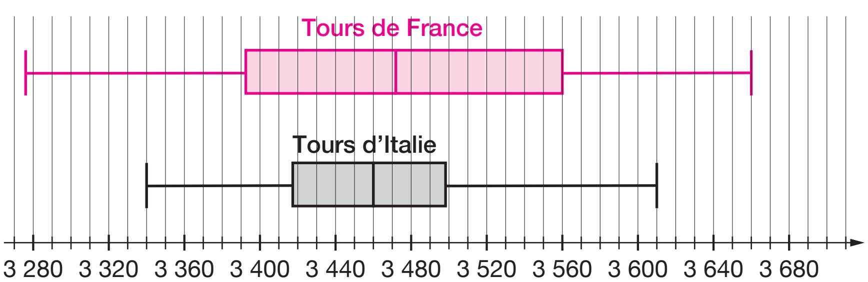
**2** Analyser/Raisonner Interprétez par une phrase la valeur de la médiane.

Au moins 50 % des distances sont inférieures ou égales à 3 472 km et au moins 50 % des distances sont supérieures ou égales à 3 472 km.

**3** Réaliser Calculez l'étendue et l'écart interquartile de cette série.

Étendue : 3 661 – 3 278 = 383 km Écart interquartile : 3 559 – 3 391 = 168 km

**4** Réaliser Le diagramme en boîte à moustaches ci-dessous est associé à la série des distances parcourues (en km) lors des tours d'Italie des années 2001 à 2020.




Construisez, sur le schéma ci-dessus, le diagramme en boîte à moustaches associé à la série des distances parcourues lors des tours de France des années 2001 à 2020.

**5** Analyser/Raisonner Comparez les deux diagrammes pour indiquer la série dont les valeurs sont les plus grandes et celle dont les valeurs sont les moins dispersées. Justifiez les réponses.

La distance médiane des tours de France est supérieure à celle des tours d'Italie donc les distances sont plus grandes pour les tours de France.

La longueur de la boîte ($Q_3 – Q_1$) du diagramme des tours de France et sa longueur totale (étendue) sont plus grandes que celles des tours d'Italie. Donc les distances sont plus dispersées pour les tours de France.

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

La 1re affirmation est exacte : les distances sont plus grandes sur les tours de France.

La 2de affirmation est fausse : les distances sont moins régulières sur les tours de France.

# Probabilités

# 03

| Capacités | Activités |
| --- | --- |
| • Expérimenter pour observer la fluctuation des fréquences.<br>• Déterminer l'étendue des fréquences relatives à un caractère d'une série d'échantillons de taille *n*. | Activité 1 |
| • Réaliser une simulation informatique permettant la prise d'échantillons aléatoires de taille *n* fixée.<br>• Estimer la probabilité d'un événement à partir des fréquences. | Activité 2 |
| • Calculer la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple.<br>• Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire simple. | Activité 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 40

**a.** L'écriture décimale de 13 % est :

☐ 1,3 ☑ 0,13 ☐ 0,013

**b.** Le décimal 0,214 correspond à un pourcentage de :

☐ 2,14 % ☐ 0,214 % ☑ 21,4 %

**c.** Une fréquence de 25 % peut s'écrire sous forme fractionnaire :

☑ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{25}$ ☑ $\frac{25}{100}$

### Activité 2 p. 41

Mario et Alizée jouent aux fléchettes.

| | Nombre total de tirs | Nombre de tirs réussis | Fréquence de réussite |
| --- | --- | --- | --- |
| Mario | 20 | 8 | 40 % |
| Alizée | 20 | 3 | 0,15 |

**a.** Complétez le tableau.

**b.** Le meilleur tireur est : Mario

### Activité 3 p. 42

Un sac contient 80 bonbons : 15 sont au citron, les autres à l'orange. On tire un bonbon au hasard dans le sac.

La probabilité de tirer un bonbon à l'orange est : $\frac{80-15}{80} = \frac{65}{80} = 0{,}8125$

# Activité 1 Observer la fluctuation des fréquences

## SITUATION . Lancers de pièces

Teddy dispose d'un lot de 40 pièces. Il pense que ce lot contient des pièces mal équilibrées.

Il fait l'expérience suivante : chaque pièce est lancée 200 fois et il observe la fréquence de sortie du côté PILE de la pièce.

Une pièce est considérée comme bien équilibrée si la fréquence de sortie du côté PILE pour 200 lancers est comprise entre 0,43 et 0,57, soit entre 43 % et 57 %.

### Problématique

**Le lot de pièces contient-il des pièces mal équilibrées ?**

**1** **a.** S'approprier Expliquez pourquoi le lancer d'une pièce est une expérience aléatoire.

On ne peut pas prévoir l'issue du lancer.

**b.** S'approprier Donnez les deux issues (ou résultats) possibles. PILE ou FACE.

**2** Pour ne pas avoir à lancer 200 fois chaque pièce, on simule ces lancers sur un tableur.

Ouvrez le fichier « **C03_40_lancers.xlsx** ». **foucherconnect.fr/21mc30**

La liste des 200 PILE ou FACE obtenus en colonne C s'appelle un échantillon.

**a.** Réaliser Appuyez sur la touche F9 (ou menu « Formules », dernière icône à droite « calculatrice »). Indiquez ce que vous observez.

Le nombre de PILE, le nombre de FACE, la fréquence de PILE changent.

**b.** Réaliser Relevez la fréquence obtenue pour PILE dans la cellule G12 quand vous simulez 8 échantillons avec la touche F9.

| Échantillon | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence PILE | 0,485 | 0,575 | 0,465 | 0,47 | 0,5 | 0,52 | 0,575 | 0,56 |

**c.** Analyser/Raisonner La fréquence obtenue est-elle toujours la même ? Non.

On dit qu'il y a fluctuation de la fréquence de PILE.

**d.** Réaliser Calculez l'étendue des fréquences, c'est-à-dire la différence entre la plus grande et la plus petite fréquences obtenues à la question **b.**

0,575 – 0,465 = 0,11

**3** On lance 200 fois chacune des 40 pièces. Le graphique donne les fréquences de PILE observées.

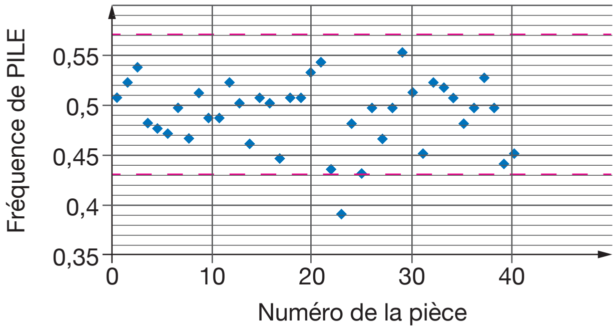
**a.** Valider Donnez la fréquence de PILE pour la 3e pièce lancée.

La fréquence de PILE pour la 3e pièce est 0,535.

**b.** Réaliser Tracez les droites d'équations $y = 0,43$ et $y = 0,57$ sur le graphique.

**c.** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

La 23e pièce semble mal équilibrée. La fréquence de PILE est inférieure à 0,43.



# Activité 2 Estimer une probabilité à partir des fréquences

## SITUATION . Qui est le meilleur ?

Xavier et Basile jouent à un jeu de société où il faut obtenir 12 en un seul lancer de dés pour sortir de la case Prison. Xavier lance simultanément deux dés cubiques (dont les faces sont numérotées de 1 à 6), tandis que Basile lance un dé à 12 faces numérotées de 1 à 12.

### Problématique

**Basile a remarqué qu'il sort plus facilement de la case Prison que Xavier. Est-ce normal ?**

## Lancers de deux dés cubiques

**1** Ouvrez le fichier « **C03_41_des.xlsx** ». foucherconnect.fr/21mc31

On a simulé dans les colonnes B, C, D, E le lancer de deux dés cubiques.

**a.** S'approprier Donnez les valeurs possibles pour la somme des résultats des deux dés.

2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12.

**b.** S'approprier Comment obtient-on les fréquences de 12 dans la colonne F ?

On divise le nombre de 12 obtenus dans la colonne E par le nombre de lancers obtenus dans la colonne A.

**2** Valider Le nuage de points représente la fréquence de 12 pour un nombre de lancers compris entre 1 et 1 200. Cliquez sur F9 pour obtenir différents graphiques.

Que constatez-vous ? Le contenu des cellules change, la forme du graphique aussi.

**3** Analyser/Raisonner Vers quelle valeur semble se stabiliser la fréquence ? Vers 0,025.

Ce résultat est une estimation de la probabilité d'obtenir 12 avec 2 dés cubiques.

## Lancers d'un dé à 12 faces

Dans la colonne H, on a simulé le lancer d'un dé à 12 faces.

Dans la colonne I, la sortie de la face 12 se traduit par 1 et on a 0 dans tous les autres cas.

**4** Réaliser Dans la colonne J, on compte le nombre de sorties de la face 12. Pour cela :

- saisir =I2 dans la cellule J2 ; • saisir =J2+I3 dans la cellule J3.

**5** Réaliser Dans la colonne K, on calcule la fréquence de sortie de la face 12. Pour cela : saisir =J2/A2 dans la cellule K2 et recopier dans la cellule K3.

**TUTO LOGICIEL**
**Représenter un nuage de points**
foucherconnect.fr/21mc32

**6** Réaliser Sélectionnez les cellules J3 et K3 et recopiez-les jusqu'à la ligne 1201.

**7** Réaliser Après avoir sélectionné les colonnes A et K, créez le nuage de points représentant la fréquence de 12 pour un nombre de lancers compris entre 1 et 1 200.

**8** Analyser/Raisonner Vers quelle valeur semble se stabiliser la fréquence ? Vers 0,08.

Ce résultat est une estimation de la probabilité d'obtenir 12 avec un dé à 12 faces.

## Conclusion

**9** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Oui c'est normal. L'estimation de la probabilité d'obtenir 12 avec 1 dé à 12 faces est supérieure à l'estimation de la probabilité d'obtenir 12 avec 2 dés cubiques.

# Activité 3 Calculer la probabilité d'un événement

## SITUATION . Places de concert

Pour son anniversaire, Zelda offre à son amie Nadia deux places de concert.

Zelda a trois billets en main, deux billets pour Soprano et un billet pour Adèle. On les note $S_1$, $S_2$ et A.

Nadia fait deux tirages sans remise : elle doit conserver tout billet tiré. Elle souhaite obtenir un billet pour Soprano et un billet pour Adèle.

Nadia estime qu'elle a une chance sur deux de voir son souhait se réaliser, alors que Zelda pense que $P(D) = \frac{2}{3}$ où D est l'événement « tirer un billet Soprano et tirer un billet Adèle ».

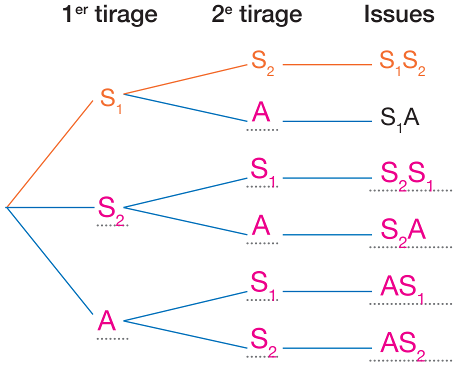
**Problématique**

**Une des deux amies a-t-elle raison ?**

**Coup de pouce** Un événement lié à une expérience aléatoire est une partie des issues possibles pour cette expérience.

## Dénombrements des issues (arbre et tableau)

L'expérience réalisée par Zelda et Nadia comporte deux tirages successifs. On résume les différentes issues dans un arbre appelé **arbre de dénombrement**.




**1** S'approprier Au 1er tirage, donnez les 3 choix possibles. $S_1$, $S_2$, A.

Au 2e tirage, si $S_1$ a été choisi au 1er tirage, donnez les deux choix possibles. $S_2$ et A.

**2** Réaliser Complétez l'arbre ci-contre.

**3** Réaliser Indiquez le nombre d'issues possibles. 6 issues possibles.

**4** Réaliser Parmi celles-ci, dites combien répondent au souhait de Nadia.

4 issues favorables.

On peut aussi dénombrer à l'aide d'un **tableau à double entrée**.

**5** **a.** Analyser/Raisonner Pourquoi les cases colorées ne peuvent-elles pas être complétées ?

On ne peut pas tirer deux fois le même billet car il n'y a pas remise.

**b.** Valider Écrivez les différentes issues dans le tableau.

| 1er tirage / 2e tirage | $S_1$ | $S_2$ | A |
|---|---|---|---|
| $S_1$ | | $S_1S_2$ | $S_1A$ |
| $S_2$ | $S_2S_1$ | | $S_2A$ |
| A | $AS_1$ | $AS_2$ | |

Les réponses aux questions 3 et 4 sont-elles les mêmes si on se sert du tableau ? Oui.

## Calcul de probabilité

Les tirages se font au hasard, donc les 6 issues ont la même probabilité de se produire.

**6** Réaliser Calculez $P(D)$. $P(D) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

**7** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

C'est Zelda qui a raison.

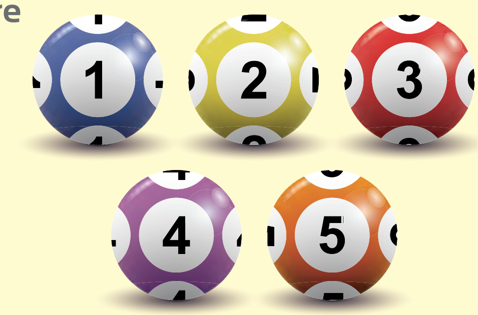
**Coup de pouce** $P(A) = \dfrac{\text{nombre de réalisations de A}}{\text{nombre total d'issues}}$

# Activité Algo Pro — Tirer un nombre au hasard

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc33

## SITUATION . Fréquence d'un nombre obtenu de façon aléatoire

Un sac contient 5 boules numérotées de 1 à 5.
On tire une boule au hasard, on note son numéro et on la remet dans le sac.
On simule 10 000 tirages avec remise d'une boule.
On s'intéresse au tirage de la boule n° 3.



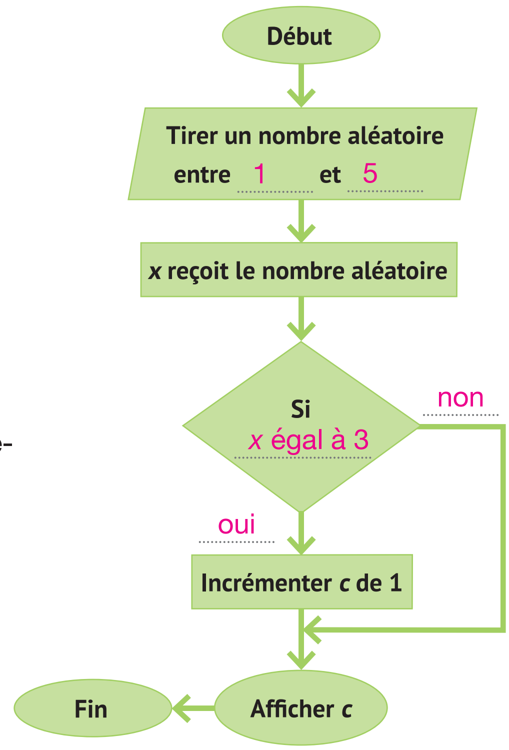
### Problématique

**La probabilité d'obtenir la boule n° 3 lors d'un tirage et la fréquence d'obtention de cette boule parmi les 10 000 tirages ont-elles des valeurs proches ?**

**1** Quelle est la probabilité de tirer la boule n° 3 ? $\frac{1}{5} = 0{,}2$

## LANGAGE NATUREL

**2** L'algorigramme ci-contre est celui du tirage d'une boule et de l'incrémentation d'un compteur si 3 est obtenu. Complétez-le.




## LANGAGE SCRATCH

**3** Ouvrez le fichier « **C03_43_tirage.sb3** ».
Que manque-t-il à ce programme pour que l'on puisse répondre à la problématique ? Le calcul de la fréquence.

**4** Complétez le programme par le bloc manquant.

**5** Exécutez le programme plusieurs fois.

Relevez quelques résultats. 0,2017 ; 0,1933 ; 0,1956 ; 0,2046

## LANGAGE PYTHON

Le programme ci-contre est incomplet. Il doit permettre de calculer la fréquence *f* d'obtention de la boule n° 3 au cours de 10 000 tirages.

```
from random import*
c = 0
for i in range ( 10000 ):
   x = randint(1,5)
   if x== 3 :
      c=c +1
f= c /10000
print("La fréquence d'obtention de"
"la boule n°3 est",f,".")
```

**6** Ouvrez le fichier « **C03_43_tirage.py** ». Complétez-le.

**7** Exécutez le programme plusieurs fois.

Relevez quelques résultats. 0,2033 ; 0,1995 ; 0,1966 ; 0,1959

**8** Répondez à la problématique.

Oui, la probabilité et l'estimation obtenue par simulation sont proches.

### LEXIQUE python

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `for i in range (10000):` | *i* parcourt l'intervalle [0 ; 10 000[ avec un **pas** de 1. |
| `randint(1,5)` | **Obtenir** un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 5. |
| `if x==3 :` | **Tester** la condition et **exécuter** les instructions suivantes (elles sont en retrait) si la réponse est oui. |

# Je fais le point Probabilités

## Fluctuation d'une fréquence

- Dans une expérience aléatoire, les issues sont liées au hasard.
- On prend au hasard $n$ éléments d'une population. La liste de ces éléments est appelée échantillon de taille $n$.
- Dans un échantillon, la fréquence $f$ d'une issue est égale à $\dfrac{\text{nombre de sorties de l'issue}}{\text{taille de l'échantillon}}$.
- Si l'on prélève plusieurs échantillons de même taille sur une même population, on obtient des fréquences différentes pour une issue donnée : on parle de fluctuation de la fréquence.
- Pour mesurer la fluctuation des fréquences, on peut calculer la différence entre la plus grande fréquence et la plus petite : c'est l'étendue des fréquences.

**Exemple** On étudie 6 échantillons de 20 lancers de la même pièce.

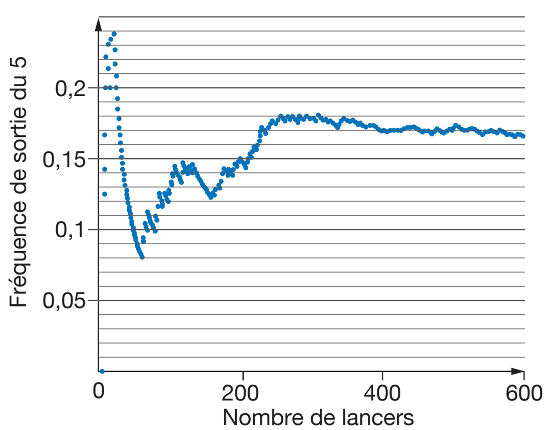
| Échantillon n° | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence de Pile | 0,45 | 0,48 | 0,51 | 0,5 | 0,53 | 0,49 |

Les fréquences obtenues sont différentes d'un échantillon à l'autre. Elles fluctuent.
L'étendue des fréquences est : 0,53 – 0,45 = 0,08.

## Évaluation d'une probabilité à partir des fréquences

- Lorsqu'on répète **un très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence $f$ d'un résultat a tendance à se stabiliser vers une valeur $P$. Cette valeur est appelée probabilité du résultat étudié.

**Exemple**
On lance 600 fois un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note le nombre de sorties de la face 5. D'après le graphique, la fréquence de sortie du 5 se stabilise entre 0,16 et 0,17.
La probabilité théorique de sortie du 5 est $\frac{1}{6} \approx 0{,}1667$.

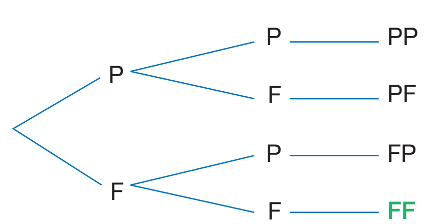



## Calculs de probabilités

- La probabilité d'un événement A se note $P(\text{A})$. On a : $P(\text{A}) = \dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.
- Pour présenter les différents cas possibles d'une expérience aléatoire, on peut construire un tableau à double entrée ou un arbre de dénombrement.

**Exemple**
On lance deux fois de suite une pièce. FF est l'événement « obtenir deux fois FACE ».

| 1<sup>er</sup> lancer / 2<sup>e</sup> lancer | P | F |
|---|---|---|
| P | PP | FP |
| F | PF | **FF** |




Il y a 4 cas possibles et 1 cas favorable. $P(\text{FF}) = \frac{1}{4}$.

## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 2'

☐ **A3** La fréquence du prénom Emma pour les filles d'un lycée est 0,06. Exprimez cette fréquence sous forme d'un pourcentage, puis d'une fraction simplifiée.

$0{,}06 = 6~\% = \dfrac{3}{50}$

☐ **A1** Clémence lance 25 fois un dé. Elle obtient 5 fois le chiffre 4. Calculez la fréquence de sortie du chiffre 4.

$\dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2$

☐ **A5** Donnez le résultat du calcul ci-dessous à l'aide d'une seule puissance.

$\dfrac{10^{-3} \times 10^{11}}{10^{-5}} = \dfrac{10^{8}}{10^{-5}} = 10^{13}$

### Rituel 2 2'

☐ **A8** Calculez la somme de dix-neuf tiers et cinq tiers.

$\dfrac{19}{3} + \dfrac{5}{3} = \dfrac{24}{3} = 8$

☐ **A12** Des yaourts sont vendus par 6 au prix de 2,50 € le paquet. Combien coûtent 18 yaourts ?

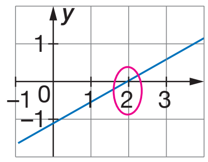
$2{,}50 \times 3 = 7{,}50$ €

☐ **A13** Une maquette de voiture mesure 10 cm de long alors que la longueur réelle est 2,50 m. Calculez l'échelle de la maquette.

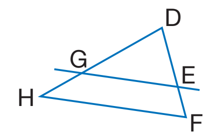
$\dfrac{10}{250} = \dfrac{1}{25}$

### Rituel 3 2'

☐ **A16** La droite représentée ci-contre a pour équation $y = 0{,}5x - 1$.
Résolvez graphiquement l'équation $0{,}5x - 1 = 0$. 2 est solution.




☐ **A18** Les droites (EG) et (FH) sont parallèles.
On donne DE = 2 cm ; DF = 3 cm ; DG = 2,5 cm.
Calculez DH. D'après Thalès, $\dfrac{DE}{DF} = \dfrac{DG}{DH}$.
$\dfrac{2}{3} = \dfrac{2{,}5}{DH}$ ; $DH = \dfrac{3 \times 2{,}5}{2} = 3{,}75$ cm.




☐ **A20** La longueur d'une randonnée pédestre est 2 000 000 cm. Donnez ce résultat dans une autre unité de mesure afin d'avoir moins de 0.

2 000 000 cm = 20 km

### Rituel 4 2'

☐ **A21** L'arête d'un cube mesure 4 cm. Le nombre qui mesure l'aire des 6 faces du cube est 96. Dans quelle unité de mesure est donné ce résultat ?

$4^2 \times 6 = 96$ cm² car 4 est en cm.

☐ **A7** Rangez par ordre croissant $\dfrac{3}{2}$ ; 0,8 ; $\dfrac{2}{3}$ ; 1,4.
$\dfrac{2}{3} < 0{,}8 < 1{,}4 < \dfrac{3}{2}$.

☐ **A22** Calculez l'aire d'un disque de rayon 10 m.
Prenez $\pi = 3{,}14$. Aire $= 3{,}14 \times 10^2 = 314$ m²

## Observer la fluctuation des fréquences

**1** **a.** À l'aide de votre calculatrice, réalisez la simulation suivante : obtenir au hasard un nombre entier compris entre 1 et 5.

**TUTO CALCULATRICE**
**Obtenir plusieurs nombres aléatoires**
foucherconnect.fr/21mc34

Répétez l'opération 20 fois, notez les effectifs des nombres obtenus et calculez les fréquences.

| Issue | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 6 | 4 | 3 | 4 | 3 | 20 |
| Fréquence | 0,3 | 0,2 | 0,15 | 0,2 | 0,15 | 1 |

**b.** Dans les mêmes conditions, Tino obtient :

| Issue | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 0,15 | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,25 | 1 |

Pourquoi les fréquences obtenues dans les deux tableaux sont-elles différentes ?
Les tirages se font au hasard. La fréquence fluctue.

**2** On lance un dé à 8 faces numérotées de 1 à 8.

**a.** Pourquoi est-ce une expérience aléatoire ?

On ne peut pas prévoir à l'avance le résultat du lancer.

**b.** Donnez les différentes issues.

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8.

**c.** On s'intéresse au nombre de sorties de la face 8 dans un échantillon obtenu avec 10 lancers.

Réalisez un tel échantillon à l'aide d'un tableur.

TUTO LOGICIEL
**Simuler plusieurs lancers d'un dé**
foucherconnect.fr/21mc35

**d.** Notez les résultats des 10 lancers simulés.

6 ; 5 ; 2 ; 1 ; 3 ; 7 ; 1 ; 8 ; 2 ; 5 par exemple

**e.** Calculez la fréquence de sortie de la face 8 dans cet échantillon.

$\frac{1}{10} = 0{,}1$

**f.** Réalisez 6 autres échantillons de 10 lancers à l'aide de la touche F9 et complétez le tableau.

| Échantillon n° | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence de 8 | 0,2 | 0 | 0,1 | 0,3 | 0 | 0,1 |

**g.** Calculez l'étendue des fréquences. $0{,}3 - 0 = 0{,}3$

**3** Dans la même population, on a simulé deux séries de 50 échantillons. La taille des échantillons de la 1re série est 20, celle de la 2e série est 500.

Quelle est la série où l'étendue des fréquences est la plus grande ? Justifiez.

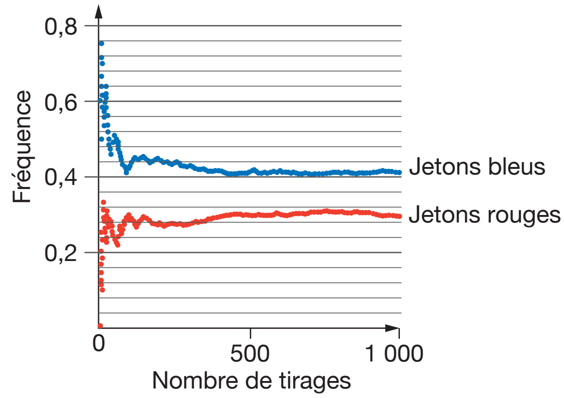
C'est probablement la série où la taille des échantillons est la plus petite, donc dans la première série.

## Estimer une probabilité à partir des fréquences

**4** Un sac contient des jetons indiscernables au toucher, soit bleus, soit rouges, soit verts.

Antoine tire un jeton au hasard, note sa couleur et le remet dans le sac.

Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré. Cette expérience est simulée 1 000 fois avec un tableur. Les résultats pour la fréquence des jetons bleus et rouges sont donnés dans le graphique ci-après.




**a.** Donnez une estimation de la probabilité d'obtenir un jeton bleu. 0,4

**b.** Donnez une estimation de la probabilité d'obtenir un jeton rouge. 0,28

**c.** Déduisez des questions **a** et **b** une estimation de la probabilité d'obtenir un jeton vert.

$1 - 0{,}4 - 0{,}28 = 0{,}32$.

**Coup de pouce** La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

## Calculer la probabilité d'un événement

**5** On lance un dé truqué à 6 faces pour lequel on a les probabilités suivantes.

| Issue | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité | 0,1 | 0,2 | ? | 0,1 | 0,2 | 0,3 |

Quelle est la probabilité d'obtenir 3 ?

$P(3) = 1 - 0{,}1 - 0{,}2 - 0{,}1 - 0{,}2 - 0{,}3 = 0{,}1$.

**6** Ensembles ▸ p. 157 On choisit de façon aléatoire un nombre entier $n$ tel que $n \in [2 ; 21]$.

**a.** Comment se lit la phrase « $n \in [2 ; 21]$ » ?

Le nombre entier $n$ appartient à l'intervalle fermé de bornes 2 et 21.

**b.** Déterminez le nombre d'issues possibles.

20 issues : 2 ; 3 ; 4 ; ....... ; 20 ; 21.

**c.** Calculez la probabilité d'obtenir le nombre 1.

$P(1) = 0$

**d.** Calculez la probabilité d'obtenir le nombre 4.

$P(4) = \frac{1}{20}$.

**e.** Calculez la probabilité d'obtenir un multiple de 3.

$P(\text{multiple de } 3) = \frac{7}{20}$

**f.** Calculez la probabilité de l'événement $n \geqslant 22$.

$P(n \geqslant 22) = 0$.

**7** Une classe de seconde compte 30 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

| | Garçon | Fille | Total |
|---|---|---|---|
| Externe | 5 | 5 | 10 |
| Demi-pensionnaire | 8 | 12 | 20 |
| Total | 13 | 17 | 30 |

**1.** Complétez le tableau.

On choisit un élève au hasard dans cette classe.

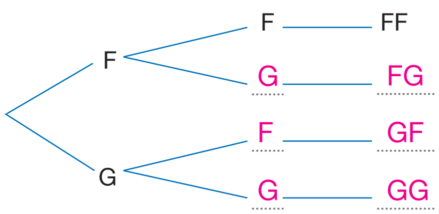
**2.** Calculez la probabilité pour que cet élève soit un garçon. $\frac{13}{30}$

**3.** Calculez la probabilité pour que cet élève soit demi-pensionnaire. $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

**4.** Calculez la probabilité pour que cet élève soit une fille externe. $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

**8** En langage probabiliste, la naissance d'un enfant peut être considérée comme une expérience aléatoire où deux issues sont possibles : fille ou garçon. On suppose que chacune de ces issues a autant de chances que l'autre de se réaliser. On note F l'événement « naissance d'une fille » et G l'événement « naissance d'un garçon ».

**1.** Complétez l'arbre de dénombrement pour une famille de deux enfants.



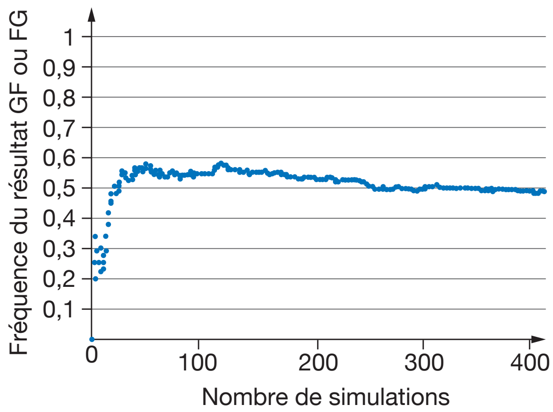

**2.** Indiquez le nombre d'issues possibles.

4 issues possibles

**3.** Calculez la probabilité pour que dans une famille de deux enfants, les deux enfants soient de sexes différents.

$P(\text{FG ou GF}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$

**4.** On simule cette expérience aléatoire 400 fois sur un tableur.




Dites vers quelle valeur semble se stabiliser la fréquence de l'événement « les deux enfants sont de sexes différents ».

La fréquence semble se stabiliser vers 0,49.

**5.** Comparez les résultats obtenus aux questions **3** et **4**.

Les deux résultats sont proches : 0,49 est une bonne estimation pour 0,5.

**9** Une course à vélo compte 80 participants, dont 32 femmes et 48 hommes.

Les femmes portent des dossards rouges numérotés de 1 à 32. Les hommes portent des dossards verts numérotés de 1 à 48.

**1.** Calculez le pourcentage de femmes participant.

Pourcentage de femmes : $\frac{32}{80} = 0{,}4$, soit 40 %.

**2.** Un animateur tire au hasard le dossard d'un participant pour remettre un prix de consolation.

Soit les événements V « Le dossard est vert », M « Le numéro du dossard est un multiple de 10 ».

**a.** Calculez la probabilité de l'événement V.

$P(V) = \frac{48}{80} = 0{,}6$

**b.** Calculez la probabilité de l'événement M.

7 dossards ont un numéro multiple de 10 : 3 rouges (n° 10, 20, 30) et 4 verts (n° 10, 20, 30, 40).

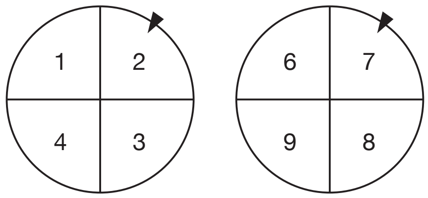
$P(\text{multiple de } 10) = \frac{7}{80} = 0{,}0875$

**c.** L'animateur annonce que le numéro du dossard est un multiple de 10. Quelle est alors la probabilité qu'il appartienne à une femme ?

Parmi les 7 dossards dont le numéro est un multiple de 10, 3 appartiennent à une femme.

La probabilité cherchée est $\frac{3}{7}$.

**10** Mathilde fait tourner deux roues de loterie A et B comportant chacune quatre secteurs numérotés comme sur le schéma ci-dessous.




Roue A Roue B

La probabilité d'obtenir chacun des secteurs d'une roue est la même. Les flèches indiquent les deux secteurs obtenus.

L'expérience de Mathilde est la suivante : elle fait tourner les deux roues pour obtenir un nombre à deux chiffres. Le chiffre obtenu avec la roue A est le chiffre des dizaines et celui avec la roue B est le chiffre des unités.

*Dans l'exemple ci-dessus, elle obtient le nombre 27 (Roue A : 2 et Roue B : 7).*

**1.** Complétez le tableau ci-dessous pour obtenir toutes les issues possibles de cette expérience.

| | | Chiffre des unités | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Chiffre des dizaines | 1 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| | 2 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| | 3 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| | 4 | 46 | 47 | 48 | 49 |

**2.** Donnez le nombre d'issues de cette expérience.

16 issues

**3.** Montrez que la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 40 est 0,25.

4 issues supérieures à 40.

$P(\text{nombre} > 40) = \frac{4}{16} = 0,25$

**4.** Calculez la probabilité que Mathilde obtienne un nombre pair.

1 issue sur 2 est un nombre pair.

$P(\text{nombre pair}) = \frac{1}{2} = 0,5$

**11** python foucherconnect.fr/21mc36

Adèle tient une confiserie. Elle vend des bonbons qu'elle reçoit de sa centrale d'achat dans des boîtes. Dans une boîte, il y a 70 % de bonbons à la menthe et 30 % de bonbons au cassis.

Ouvrez le fichier « **C03_48_bonbons.py** ».

Le programme simule le tirage avec remise d'un échantillon de taille variable dans une boîte. Il donne la fréquence de bonbons à la menthe dans l'échantillon.

**1.** Complétez le programme.

**2.** Tirez 5 échantillons de taille 100 et notez les fréquences obtenues.

0,7 ; 0,64 ; 0,75 ; 0,61 ; 0,71

**3.** Tirez 5 échantillons de taille 1 000 et notez les fréquences obtenues.

0,695 ; 0,715 ; 0,714 ; 0,715 ; 0,689

**4.** Comparez les résultats des questions **2** et **3**.

Moins de fluctuation pour des échantillons de taille 1 000 que pour ceux de taille 100.

**5.** Comparez ces résultats au pourcentage de bonbons à la menthe dans la boîte.

Pour des échantillons de taille 1 000, les fréquences sont assez proches de 0,7.

**12** On lance ensemble deux dés cubiques bien équilibrés et on ajoute les points obtenus sur chaque dé.

**Problématique**

Quelle est la probabilité de la somme la plus fréquemment obtenue ?

La somme la plus fréquemment obtenue est 7.

Le nombre de cas possibles est $6 \times 6 = 36$.

Le nombre de cas favorables est 6 :

$1 + 6$ ; $6 + 1$ ; $2 + 5$ ; $5 + 2$ ; $4 + 3$ ; $3 + 4$.

$P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

# Consolidation

Cycle 4

## J'utilise des notions élémentaires de probabilités

**1** On tire au hasard une boule dans un sac contenant 5 boules jaunes et 3 boules bleues indiscernables. A-t-on plus de chance d'obtenir une boule jaune ou une boule bleue ? **Expliquez.**

Il y a plus de boules jaunes que de boules bleues. Donc on a plus de chances d'obtenir une boule jaune qu'une boule bleue.

**2** Léo lance une pièce de monnaie non truquée 4 fois de suite. Le côté « face » apparaît les 4 fois. Léo pense que, s'il lance la pièce une cinquième fois, il est presque sûr d'obtenir « pile ». **Dites** si Léo a raison.

Léo a tort.

Pourquoi ?

À chaque lancer, il y a toujours une chance sur 2 d'obtenir face.

**3** **Placez** sur la droite ci-dessous les mots suivants qui concernent un événement lié à une expérience aléatoire : *improbable* ; *certain* ; *probable* ; *impossible* ; *une chance sur deux* ; *très probable* ; *peu probable*.

impossible — improbable — peu probable — une chance sur deux — probable — très probable — certain

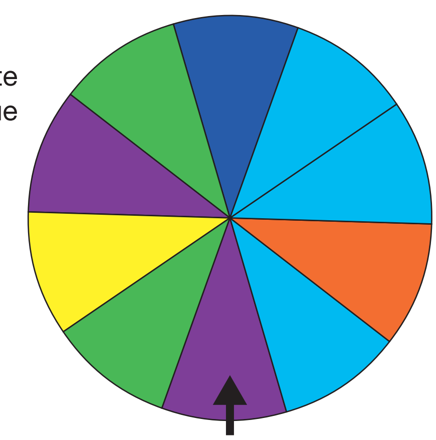
0 — 0,5 — 1

**4** Pour chaque affirmation suivante, **cochez** Vrai ou Faux.

| | | |
|---|---|---|
| **a.** La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1. | ☑ Vrai | ☐ Faux |
| **b.** Le résultat d'une expérience aléatoire est connu d'avance. | ☐ Vrai | ☑ Faux |
| **c.** La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1. | ☑ Vrai | ☐ Faux |

## Je calcule une probabilité dans un cas simple

**5** Une roue de loterie est partagée en dix secteurs égaux. Quand on lance cette roue, elle tourne, puis s'arrête devant le repère (flèche noire). On suppose que chaque secteur a la même probabilité de s'arrêter devant le repère.



**a.** **Donnez** le nombre de secteurs verts. 2

**b.** **Donnez** le nombre total de secteurs. 10

**c.** La probabilité de sortie du vert est :

$\dfrac{\text{nombre de secteurs verts}}{\text{nombre total de secteurs}} = \dfrac{2}{10} = 0{,}2$

**d.** **Calculez** de même la probabilité de sortie du bleu. $\dfrac{3}{10} = 0{,}3$

**6** On tire une lettre au hasard parmi les lettres de l'alphabet français.


**a.** Donnez le nombre de lettres de cet alphabet. 26 lettres

**b.** Calculez la probabilité de tirer la lettre W.

La probabilité de tirer la lettre W est $\dfrac{1}{26}$.

**c.** Donnez le nombre de voyelles dans l'alphabet. 6 voyelles

**d.** Calculez la probabilité de tirer une voyelle.

La probabilité de tirer une voyelle est $\dfrac{6}{26}$.

**e.** Sachant que la lettre tirée est une voyelle, calculez la probabilité que ce soit la lettre « e ».

Cette probabilité est $\dfrac{1}{6}$.

# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**7** **Complétez** le texte avec les mots proposés.

*fluctuation • arbre de dénombrement • échantillon • issues • simulation • population • tableau • expérience aléatoire*

Dans une expérience aléatoire, les issues sont dues au hasard.

Un échantillon de taille *n* est obtenu lorsqu'on prend au hasard *n* éléments de la population.

Si on reproduit avec un outil numérique une expérience aléatoire, on dit qu'on réalise une simulation.

Si on prend plusieurs échantillons de même taille dans une même population, on observe une fluctuation des fréquences.

On peut dénombrer les issues d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau ou d'un arbre de dénombrement.

## Je revois des points importants

**8** On étudie le nombre de gauchers dans la population d'une ville.

**a.** On prend au hasard 10 individus dans cette ville et on leur demande s'ils sont gauchers.

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats de 5 échantillons de taille 10. On note G l'événement « être gaucher ».

| Échantillon n° | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de gauchers | 5 | 3 | 1 | 4 | 3 |
| Fréquence de l'événement G | 0,5 | 0,3 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

Combien de personnes ont été interrogées pour pouvoir remplir ce tableau ? 50

**Complétez** la ligne Fréquence de l'événement G du tableau.

**b.** **Calculez** l'étendue des fréquences.

0,5 – 0,1 = 0,4

**c.** Peut-on déduire de ce tableau le pourcentage de gauchers dans la population ? Pourquoi ?

La taille des échantillons est trop petite pour qu'on puisse donner le pourcentage de gauchers.

**d.** Cette situation a été simulée sur un tableur.

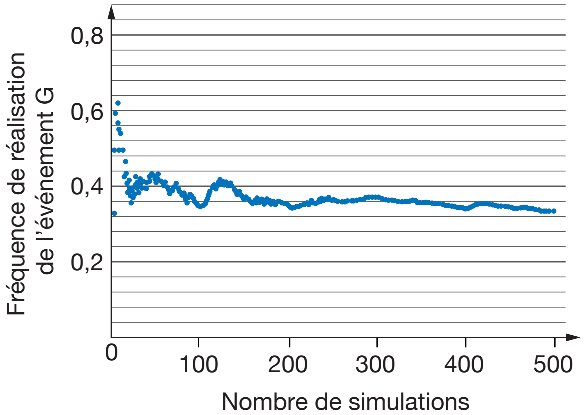
Le graphique montre l'évolution sur 500 simulations de la fréquence de réalisation de l'événement G.

Vers quelle valeur semble se stabiliser la fréquence ?

Vers 0,35

**e.** **Donnez** une estimation de la probabilité de l'événement G.

0,35




## Je mémorise

**9** **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux probabilités et le calcul d'une probabilité.

> Je fais le point page 44

## J'acquiers une méthode

### 10 Calculer une probabilité à l'aide d'un arbre de dénombrement

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs. Il dispose de :

– trois bracelets : un rouge, un jaune et un vert.
– deux cadrans : un rouge et un jaune.

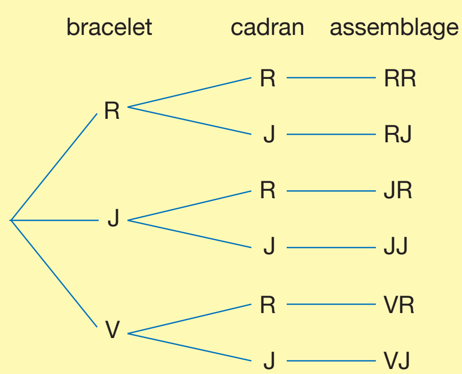
Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

**1.** Combien y a-t-il d'assemblages possibles ? Dénombrez à l'aide d'un arbre.

**2.** Déterminez la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.

**» RÉSOLUTION**

**1.**




Il y a 6 assemblages possibles.

**2.** Les 6 issues sont : RR, RJ, JR, JJ, VR, VJ.

2 issues donnent une montre d'une seule couleur : RR et JJ.

Probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

**» MÉTHODE**

**Pour construire un arbre**

- Compter le nombre d'issues au 1[er] niveau.
- Tracer les branches du 1[er] niveau.
- Au bout de chaque branche, indiquer l'issue par une lettre.
- Compter le nombre d'issues au 2[nd] niveau.
- Au bout de chaque branche du 1[er] niveau, faire partir les branches du 2[nd] niveau.
- Au bout de chaque branche du 2[nd] niveau, indiquer l'issue par une lettre et l'assemblage obtenu par 2 lettres.

**Pour calculer la probabilité d'un événement A dans un cas simple**

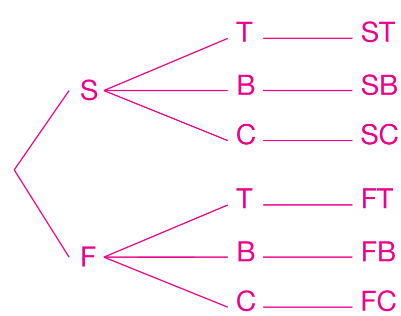
- Déterminer le nombre de cas possibles.
- Déterminer le nombre de cas où l'événement A est réalisé.
- Calculer $P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

**Application**

Katarina prend son petit déjeuner : une boisson (smoothy S ou jus de fruit F) accompagnée de quelque chose à manger (tartine de confiture T ou biscuits B ou croissant C). Elle prend au hasard les deux éléments de son petit déjeuner.

**1. Dénombrez**, à l'aide d'un arbre, toutes les compositions possibles de petits déjeuners.

6 compositions possibles




**2. Calculez** la probabilité pour que Katarina prenne des biscuits accompagnés d'un jus de fruit.

$\frac{1}{6}$

# Évaluation

## Situation

Une boîte contient 2 boules rouges et une boule noire indiscernables. On tire au hasard une boule de cette boîte, on note sa couleur, puis on la remet dans la boîte. On mélange et on tire de nouveau une boule de cette boîte en notant sa couleur.

On note A l'événement « tirer deux boules de couleurs différentes ».

## Problématique

**Les données précédentes sont-elles suffisantes pour déterminer la probabilité de l'événement A ?**

**1** S'approprier Réaliser On a simulé 20 fois à l'aide d'un tableur l'expérience aléatoire décrite dans la situation. Voici les résultats obtenus (R pour rouge et N pour noire).

| Issues | RR | RN ou NR | NN |
|---|---|---|---|
| Nombre d'obtention | 10 | 9 | 1 |
| Fréquence | 0,5 | 0,45 | 0,05 |

Complétez la dernière ligne du tableau.

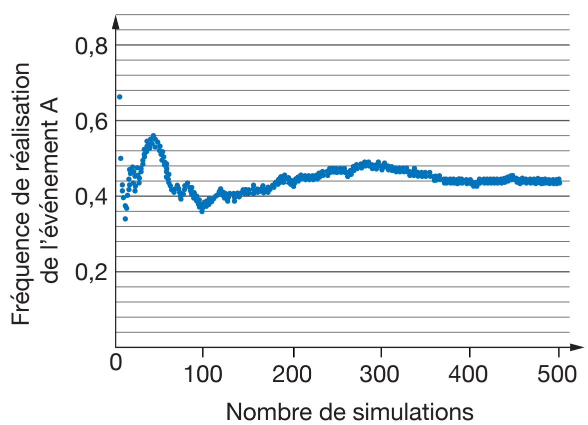
**2** Analyser/Raisonner Cette simulation permet-elle de répondre à la problématique ? Pourquoi ?

Non. Le nombre de simulations est trop petit.

**3** Valider On a simulé 500 fois l'expérience aléatoire. On a représenté sur le graphique la fréquence de l'événement A en fonction du nombre de simulations.

Vers quelle valeur cette fréquence semble-t-elle se stabiliser ?

La fréquence semble se stabiliser vers 0,4.



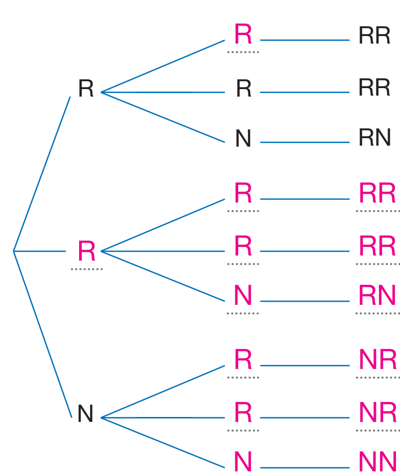

**4** Analyser/Raisonner Complétez l'arbre de dénombrement.

**5** Valider Donnez le nombre de cas possibles.

9 cas possibles.

**6** Valider Donnez le nombre de cas favorables à l'événement A.

4 cas favorables à l'événement A.




**7** Réaliser Valider Calculez $P(A)$ et comparez avec la réponse donnée à la question 3.

$P(A) = \frac{4}{9}$ ; $P(A) \approx 0{,}44$. L'estimation de la question 3 est proche de cette valeur.

**8** Communiquer Répondez à la problématique.

Oui, on peut déterminer la probabilité de A.

# Résolution d'un problème du premier degré

04

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Traduire un problème par une équation ou une inéquation du premier degré à une inconnue. | Activités 1, 2, 3 |
| • Résoudre algébriquement, graphiquement sans ou avec outils numériques (grapheur, solveur, tableur) une équation du premier degré à une inconnue. | Activité 1 |
| • Résoudre algébriquement, graphiquement sans ou avec outils numériques (grapheur, solveur, tableur) une inéquation du premier degré à une inconnue. | Activité 2 |
| • Choisir et mettre en œuvre une méthode de résolution adaptée au problème. | Activités 1, 2, 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 54

**a.** Dans chaque cas, indiquez si l'égalité est vraie.

$x + 30 = 71$ pour $x = 31$. $31 + 30 = 61 \neq 71$. Faux.

$4x = 56$ pour $x = 14$. $4 \times 14 = 56$. Vrai.

$2n - 1 = 10$ pour $n = 4$. $2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7 \neq 10$. Faux.

$t + 3 = 3t - 2$ pour $t = 2{,}5$. $2{,}5 + 3 = 5{,}5$ ; $3 \times 2{,}5 - 2 = 5{,}5$. Vrai.

**b.** Entourez ci-dessous les équations du premier degré à une inconnue.

| | |
|---|---|
| $3 + 4 = 7$ | $3x = 15$ |
| $4n^2 = 17$ | $3 \times 7 = 21$ |
| $7x + 2 = 6x - 5$ | $t - 1 = 2$ |
| $10{,}5m = 21$ | $x^2 - 1 = 6$ |


### Activité 2 p. 55

**a.** Complétez par le symbole qui convient : <, > ou =.

7 < 12 30,7 > 30,1

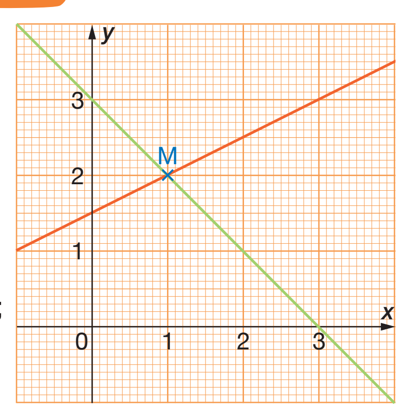
12,01 < 12,1 87,54 = 87,5400

**b.** Cochez la proposition correcte.

$x \geqslant 4$ signifie que $x$ peut prendre toutes les valeurs :

- ☐ strictement inférieures à 4
- ☐ inférieures ou égales à 4
- ☐ strictement supérieures à 4
- ☑ supérieures ou égales à 4

### Activité 3 p. 56




**a.** Donnez les coordonnées du point M, point d'intersection des deux droites.

M( 1 ; 2 )

**b.** L'abscisse du point M est 1 ; l'ordonnée du point M est 2 .

# Activité 1 Traduire un problème par une équation et la résoudre

## SITUATION . Mieux consommer pour protéger la planète

La tendance actuelle est de consommer local en favorisant les circuits courts (sans intermédiaires). Une association regroupant des artisans et des producteurs permet aux consommateurs de commander chaque semaine un panier composé de produits locaux (légumes, confitures…). Elle propose deux tarifs :

– tarif 1 : 15 € le panier ;

– tarif 2 : adhérer à l'association pour 40 € par an puis 11 € le panier.

On note $n$ le nombre de paniers commandés par an.

### Problématique

**Pour quel nombre de paniers commandés les deux tarifs sont-ils égaux ?**

**1** S'approprier Le prix de $n$ paniers avec le tarif 1 peut s'exprimer en fonction de $n$ par $15n$.
Cochez parmi les expressions suivantes celle qui correspond au tarif 2.

☐ $11n$ ☐ $40n + 11$ ☑ $40 + 11n$ ☐ $40n$

Déterminer le nombre de paniers pour lequel les deux tarifs sont égaux, c'est résoudre l'équation $15n = 40 + 11n$.

## Résolution avec un tableur

**2** S'approprier Réaliser Ouvrez le fichier « **C04_54_tarifs paniers.xlsx** ». foucherconnect.fr/21mc40

– Saisissez la formule suivante dans la cellule B9 : **= A9*15**.

– Complétez la formule suivante et écrivez-la dans la cellule C9 : **= A9 * 11 + 40**

– Complétez, par recopie des formules précédentes, les cellules jusqu'à la ligne 60.

– Recherchez pour quel nombre de paniers commandés les tarifs 1 et 2 sont égaux.

Les tarifs 1 et 2 sont égaux pour 10 paniers commandés.

## Résolution par la méthode algébrique (calcul)

TUTO MÉTHODE
Résoudre une équation du 1er degré
foucherconnect.fr/21mc41

**3** Réaliser Complétez les étapes de la résolution de l'équation $15n = 40 + 11n$.

$15n - 11n = 40 + 11n - 11n$ *Soustraire 11n à chaque membre de l'équation*

$4n = 40$

$4n \div 4 = 40 \div 4$ *Diviser par 4 chaque membre de l'équation*

$n = 10$

**4** Valider Vérifiez que le résultat précédent est bien la solution de l'équation $15n = 40 + 11n$.

$15 \times 10 = 150$ ; $40 + 11 \times 10 = 150$. Les deux membres de l'équation valent 150 ; donc 10 est bien solution de l'équation.

TUTO CALCULATRICE
Résoudre une équation du 1er degré
foucherconnect.fr/21mc42

## Résolution avec un solveur

**5** Réaliser Valider Avec le solveur de la calculatrice, vérifiez le résultat de la question 3.

Lorsque l'on résout avec le solveur l'équation $15x = 40 + 11x$, le résultat affiché est $x = 10$.

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Les deux tarifs sont égaux pour 10 paniers commandés.

# Activité 2 Traduire un problème par une inéquation et la résoudre

## SITUATION . Super conquérant !

Sofiane et Luka jouent au même jeu vidéo, ils ont choisi chacun un guerrier et se livrent à des combats.

Chaque combat rapporte 150 points au vainqueur et aucun point pour le perdant.

À partir de 6 000 points gagnés, on est un « guerrier conquérant ». Pour être un « guerrier invincible », il faut 12 000 points.

Sofiane qui débute dans ce jeu a 750 points. Luka, lui, est déjà un guerrier conquérant avec 8 250 points.

On note $n$ le nombre de combats que Sofiane va gagner à partir de son score actuel et $m$ celui de Luka.


### Problématique

**Combien de combats Sofiane et Luka doivent-ils gagner chacun pour atteindre le niveau supérieur ?**

**1** S'approprier Cochez parmi les propositions suivantes celle qui exprime le nombre de points qu'atteindra Sofiane en fonction de $n$.

☐ $750n$ ☐ $750n + 150$ ☑ $150n + 750$ ☐ $150n$

**2** S'approprier Déterminez le nombre de combats que Sofiane doit gagner pour atteindre le niveau « conquérant », c'est résoudre l'inéquation $150n + 750 \geqslant 6\,000$. Expliquez à quoi correspond chacun des membres de l'inéquation.

$150n + 750$ correspond au nombre de points obtenus par Sofiane en fonction du nombre de victoires ; 6 000 est le nombre de points à obtenir pour être un guerrier conquérant.

> **Coup de pouce**
> Une **inéquation** est une inégalité contenant une lettre dont la valeur est inconnue.

**3** Réaliser On donne ci-dessous les étapes de la résolution de l'inéquation précédente. Indiquez les opérations qui ont été faites pour passer d'une étape à l'autre.

$150n + 750 \geqslant 6\,000$

$150n + 750 - 750 \geqslant 6\,000 - 750$ Soustraire 750 à chaque membre de l'inéquation.

$150n \geqslant 5\,250$

$150n \div 150 \geqslant 5\,250 \div 150$ Diviser par 150 *chaque membre de l'inéquation.*

$n \geqslant 35$

> **TUTO MÉTHODE**
> **Résoudre une inéquation du 1er degré**
> foucherconnect.fr/21mc43

**4** Réaliser Donnez l'inéquation, d'inconnue $m$, qui traduit le nombre minimal de combats que Luka doit gagner pour devenir un guerrier invincible.

$150m + 8\,250 \geqslant 12\,000$

**5** Réaliser Complétez les étapes de la résolution de l'inéquation $150m + 8\,250 \geq 12\,000$.

$150m + 8\,250 - 8\,250 \geqslant 12\,000 - 8\,250$ *Soustraire 8 250 à chaque membre de l'inéquation.*

$150m \geqslant 3\,750$

$150m \div 150 \geqslant 3\,750 \div 150$ *Diviser par 150 chaque membre de l'inéquation.*

$m \geqslant 25$

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Pour atteindre le niveau « guerrier conquérant », Sofiane doit gagner au moins 35 combats.

Pour atteindre le niveau « guerrier invincible », Luka doit gagner au moins 25 combats.

# Activité 3 Utiliser différentes méthodes de résolution d'inéquations

## SITUATION . SOS informatique

Clément est chef d'entreprise. Il doit garantir à ses employés le bon fonctionnement des ordinateurs. Pour cela il souhaite signer un contrat avec une entreprise de maintenance informatique.

Il hésite entre deux sociétés dont voici les tarifs :

– société A : 80 € de frais de dossier puis 38 € par heure de maintenance (sans frais de déplacement) ;

– société B : forfait de déplacement de 200 € puis 32 € par heure de maintenance (sans frais de dossier).

On note $x$ le nombre d'heures de maintenance.

### Problématique

**À partir de quelle durée de maintenance le tarif de la société B est-il moins cher que celui de la société A ?**

**1** S'approprier Exprimez en fonction de $x$ chacun des deux tarifs (notés $y_A$ et $y_B$).

- Société A : $y_A$ = $80 + 38x$
- Société B : $y_B$ = $200 + 32x$

**2** S'approprier Choisissez parmi les propositions suivantes celle qui traduit le fait que le tarif de la société B est plus avantageux que celui de la société A.

☐ $38x + 80 \geqslant 32x + 200$ ☐ $38x + 80 < 32x + 200$ ☑ $38x + 80 > 32x + 200$

### Résolution graphique

**3** Réaliser foucherconnect.fr/21mc44 Ouvrez le fichier « **C04_56_maintenance.ggb** » puis :

– écrivez « $y = 38x + 80$ » dans la zone de saisie et appuyez sur la touche Entrer ;

– écrivez « $y = 32x + 200$ » dans la zone de saisie et appuyez sur la touche Entrer.

Indiquez la nature des représentations graphiques obtenues. Ce sont des droites.

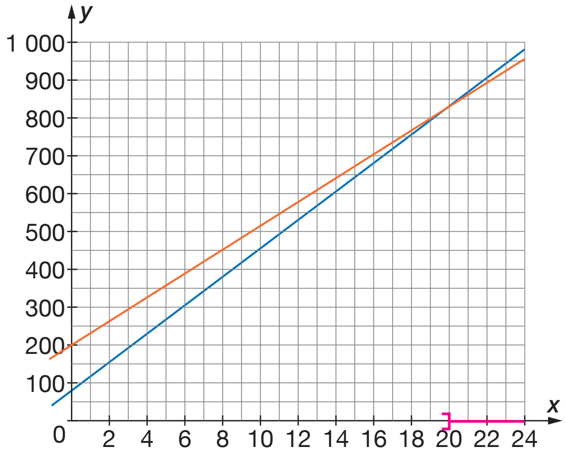
**4** Réaliser Déterminez graphiquement les coordonnées du point d'intersection. (20 ; 840)

**5** Réaliser Observez le graphique puis complétez la phrase :

– La société B est la moins chère pour une durée de maintenance supérieure à 20 h.

**6** Réaliser **a.** Écrivez dans la zone de saisie « $38x + 80 > 32x + 200$ ».

**b.** Réaliser Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points situés dans la zone colorée. Repassez en couleur sur l'axe des abscisses ci-contre l'ensemble des solutions de l'inéquation.




### Résolution par calcul formel

**7** Réaliser **a.** Affichez la fenêtre « Calcul formel » puis écrivez dans la zone de saisie « $38x + 80 > 32x + 200$ ».

**b.** Réaliser Résolvez l'inéquation précédente en cliquant sur l'icône x=. Indiquez l'ensemble S des solutions de cette inéquation.

S = {x > 20}.

**8** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Au-delà de 20 heures de maintenance, le tarif de la société B est moins cher que celui de la société A.

Activité Algo Pro

# Résoudre un problème à l'aide d'une équation

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc45

## SITUATION . Recherche colocation

Jade recherche une colocation avec d'autres étudiants. Son budget mensuel pour se loger ne peut dépasser 500 €.

Jade a repéré 3 appartements qu'elle souhaiterait visiter :

– Location 1 : 1 250 € de loyer mensuel + 50 € de charges par mois ;
– Location 2 : 1 600 € par mois (charges incluses) ;
– Location 3 : 1 480 € de loyer + 100 € de charges par mois.

On désigne par $N$ le nombre total de colocataires et par $x$ la participation mensuelle, en euro, d'un colocataire.

### Problématique

**Parmi les locations ci-dessus, quelles sont celles qui respectent le budget de Jade sachant qu'ils seront 3 ou 4 colocataires ?**

**1** Choisissez parmi les équations suivantes celle qui traduit la situation :

☑ $N \times x$ = Montant du loyer + Charges ☐ $N \times x$ + Montant du loyer = Charges

## LANGAGE SCRATCH

**2** Ouvrez le fichier « **C04_57_colocation.sb3** ». Combien de variables ont été créées dans ce programme ? 4

**3** Que permet de calculer ce programme ? La part de chaque colocataire.

**4** Cliquez sur le drapeau vert, puis saisissez les données de la location 1.

La participation pour 3 colocataires est de 433 € et de 325 € pour 4 colocataires.

## LANGAGE PYTHON

**5** Ouvrez le fichier « **C04_57_colocation.py** ».

**a.** Lancez le programme, saisissez les données de la location 1 et vérifiez les résultats précédents.

On retrouve 433 € de participation pour 3 colocataires et 325 € pour 4.

**b.** Complétez le programme afin qu'il affiche que la location est « à visiter » si la part de chaque locataire, notée $x$ dans le programme, est « inférieure à 500 € » et « n'est pas à visiter » sinon.

**c.** Exécutez le programme avec les données de chacune des locations pour 3 et 4 colocataires. Complétez le tableau en indiquant pour les cas où la location est « à visiter » le montant de la location, dans les autres cas, mettez une croix.

| | Location 1 | Location 2 | Location 3 |
|---|---|---|---|
| 3 colocataires | 433,33 € | X | X |
| 4 colocataires | 325 € | 400 € | 395 € |

**6** Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

S'il y a trois colocataires, seule la location 1 convient car la part de chacun est inférieure à 500 €. S'il y a quatre colocataires, les trois locations respectent le budget et peuvent être visitées.

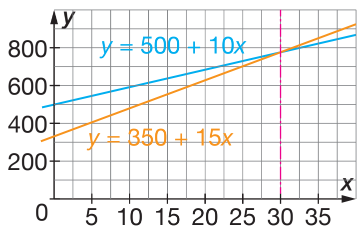
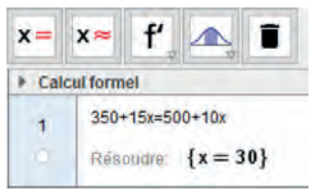
**LEXIQUE** python

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `if x < 500:` | **Tester** la condition et **exécuter** les instructions qui la suivent (elles sont en retrait) si la réponse est oui. |
| `else` | Si la réponse à la condition est non, **exécuter** les instructions (également en retrait) qui suivent « else ». |

## Équation du premier degré à une inconnue

- Une **équation à une inconnue** est une égalité où figure une lettre (l'inconnue) dont on ne connaît pas la valeur. Résoudre une équation, c'est trouver la ou les valeurs de l'inconnue (si elles existent) pour lesquelles l'égalité est vraie. Ces valeurs sont les **solutions de l'équation**.
- Une équation à une inconnue peut se résoudre de manière algébrique (par le calcul), graphiquement, ou à l'aide d'outils numériques (solveur de la calculatrice ou outil de calcul formel, par exemple).

**Exemple** Résolution de l'équation $350 + 15x = 500 + 10x$.

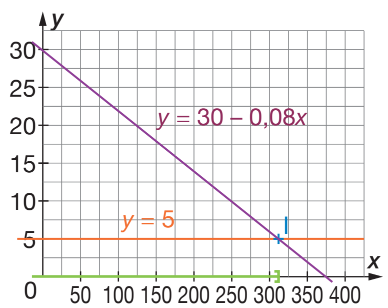
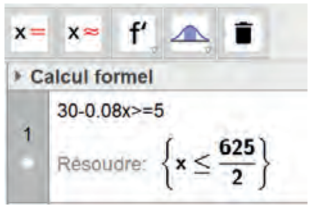
| Méthode algébrique | Méthode graphique | | Par calcul formel |
|---|---|---|---|
| $350 + 15x = 500 + 10x$<br>$350 + 15x - \mathbf{10x} = 500 + 10x - \mathbf{10x}$<br>$350 + 5x = 500$<br>$350 - \mathbf{350} + 5x = 500 - \mathbf{350}$<br>$5x = 150$<br>$5x \div \mathbf{5} = 150 \div \mathbf{5}$<br>$x = 30$ |  | L'abscisse 30 du point d'intersection est la solution de l'équation. |  |

30 est donc la solution de l'équation. Cela peut se noter S = {30}.

## Inéquation du premier degré à une inconnue

- Une **inéquation à une inconnue** est une inégalité où figure une lettre (l'inconnue) dont on ne connaît pas la valeur. Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'inégalité est vraie. Toutes ces valeurs sont les **solutions de l'inéquation**.
- Une inéquation à une inconnue peut se résoudre de manière algébrique (par le calcul), graphiquement ou à l'aide d'outils numériques (solveur, grapheur, calcul formel…).

**Exemple** Résolution de l'inéquation $30 - 0{,}08t \geqslant 5$.

| Méthode algébrique | Méthode graphique | | Par calcul formel |
|---|---|---|---|
| $30 - 0{,}08t \geqslant 5$<br>$30 - \mathbf{30} - 0{,}08t \geqslant 5 - \mathbf{30}$<br>$-0{,}08t \geqslant -25$<br>$\dfrac{-0{,}08t}{-0{,}08} \leqslant \dfrac{-25}{-0{,}08}$<br>$t \leqslant 312{,}5$ |  | Les abscisses inférieures à celle du point I sont les solutions de l'inéquation. |  |

Les nombres inférieurs ou égaux à 312,5 sont les solutions de cette inéquation. Cela peut se noter S = {x ⩽ 312,5}.

## Résolution d'un problème du 1er degré à une inconnue

- Pour résoudre un problème du premier degré à une inconnue, il faut **traduire une ou plusieurs phrases de l'énoncé par une équation ou une inéquation**. La résolution de l'équation ou de l'inéquation permet de donner la réponse au problème.

**Exemple** Pour téléphoner, John a acheté une carte téléphonique prépayée de 30 €. Le prix de la minute de communication est 0,08 € avec cette carte. John souhaite conserver une somme minimale de 5 € sur sa carte pour les appels d'urgence. On note $t$ la durée d'appel en minutes.
L'inéquation qui traduit le problème est $30 - 0{,}08t \geqslant 5$ (résolue ci-dessus).
John peut donc téléphoner jusqu'à 312,5 minutes (soit environ 5,2 h) sans dépasser la limite fixée.

## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur. Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 2'

☐ **A1** Sur un parking, on a compté 250 voitures dont 200 sont de marques européennes. Calculez la fréquence des voitures de marques européennes.

$200 \div 250 = 0{,}8$. La fréquence est 0,8 soit 80 %.

☐ **A5** Calculez : $10^5 \times 10^{-2}$.

☐ $10^7$ ☐ $10^{-10}$ ☑ $10^3$ ☐ $10^{-7}$

☐ **A11** Résolvez l'équation $-15x = 300$.

$x = 300 \div (-15) = -20$. La solution est $-20$.

### Rituel 2 2'

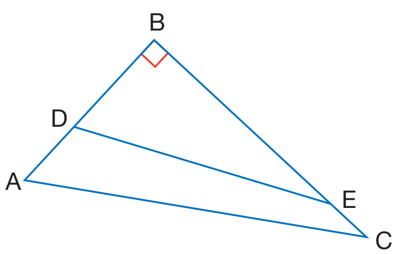
☐ **A13** Une pièce de vélo est représentée à l'échelle 2 sur un plan ; elle mesure 10 cm de hauteur. Calculez la hauteur réelle de cette pièce.

La hauteur réelle est 5 cm ($5 \times 2 = 10$ cm).

☐ **A21** Corrigez l'erreur dans la phrase suivante :
« Dans cette maison, l'aire du salon est 35 ~~m³~~. »
m²

☐ **A18** Indiquez s'il serait possible dans la configuration ci-dessous d'appliquer :

- le théorème de Pythagore : ☑ oui ☐ non
- le théorème de Thalès : ☐ oui ☑ non




### Rituel 3 2'

☐ **A3** Donnez l'écriture décimale de 37 %.

37 % = 0,37

☐ **A12** Trois clés USB coûtent 12,99 €. Calculez le montant à payer pour 7 clés USB.

Une clé USB coûte 4,33 € car $12{,}99 \div 3 = 4{,}33$ ;

Sept clés coûtent 30,31 € car $7 \times 4{,}33 = 30{,}31$.

☐ **A8** Calculez :

- $\frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$
- $\frac{1}{5} + \frac{6}{5} = \frac{7}{5}$

### Rituel 4 2'

Soit la représentation graphique de la fonction $f$ :


☐ **A15** Lisez graphiquement :

- l'image de 5 : 2,5
- l'antécédent de 1 : 8

☐ **A16** Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 3$.

La solution de $f(x) = 3$ est 4.

☐ **A10** On donne la formule $3a = 5 + b$.
Exprimez $b$ en fonction de $a$.

$b = 3a - 5$.

## Traduire un problème par une équation et la résoudre

**1** Résolvez les équations suivantes.

**a.** $4x = 80{,}2$ : $x = 80{,}2 \div 4 = 20{,}05$

**b.** $-3x = 54$ : $x = 54 \div (-3) = -18$

**c.** $5{,}7t = 20{,}52$ : $t = 20{,}52 \div 5{,}7 = 3{,}6$

**d.** $\frac{n}{9} = 46{,}8$ : $n = 46{,}8 \times 9 = 421{,}2$

**e.** $13x - 50 = 37{,}1$

$x = (37{,}1 + 50) \div 13 = 6{,}7$

**f.** $46 = 35t + 28{,}5$

$35t = 46 - 28{,}5$ ; $35t = 17{,}5$

$t = 17{,}5 \div 35$ ; $t = 0{,}5$

**g.** $6{,}1x + 3 = 2{,}6x + 7{,}2$

$6{,}1x - 2{,}6x = 7{,}2 - 3$ donc $3{,}5x = 4{,}2$

$x = 4{,}2 \div 3{,}5 = 1{,}2$

**h.** $5(x + 4) = 2x - 7$

$5x + 20 = 2x - 7$ soit $5x - 2x = -7 - 20$

$3x = -27$ d'où $x = -27 \div 3 = -9$

**i.** $2(x - 1) - 7(x + 2) = 10$

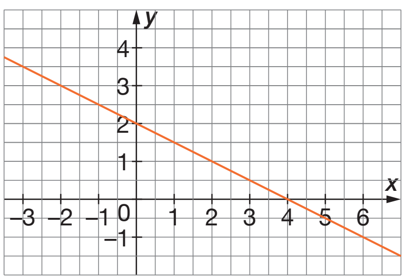
$2x - 2 - 7x - 14 = 10$

$-5x = 10 + 16$ d'où $x = 26 \div (-5)$

donc $x = -5{,}2$

**2** La droite ci-dessous représente une fonction $f$. Résolvez graphiquement les équations suivantes :

- $f(x) = 3$ : $x = -2$
- $f(x) = 0{,}5$ : $x = 3$
- $f(x) = -1$ : $x = 6$
- $f(x) = 2$ : $x = 0$




**3** On considère un nombre entier, noté $n$. On multiplie ce nombre par 3, on retranche 11 au résultat et on obtient 40. Écrivez l'équation qui traduit l'énoncé et résolvez-la.

$3n - 11 = 40$

$3n = 40 + 11$ ; $3n = 51$ ; $n = 51 \div 3$

$n = 17$. Le nombre choisi est 17.

**4** Pour installer un four électrique encastrable, il faut utiliser un cordon d'alimentation adapté à l'intensité du courant qui le traverse.

| Four encastrable |
| --- |
| Puissance maximale : $P = 4\,600$ W |
| Tension d'alimentation : $U = 230$ V |

**a.** Écrivez une équation à partir de la formule de la puissance (rappel : $P = U \times I$). L'intensité du courant, notée $I$, est l'inconnue de cette équation.

$4\,600 = 230 \times I$

**b.** Résolvez l'équation.

$I = 4\,600 \div 230 = 20$

**c.** Indiquez le calibre du cordon d'alimentation à utiliser pour ce four.

☐ 10 A ☐ 16 A ☑ 20 A ☐ 32 A

## Traduire un problème par une inéquation et la résoudre

**5** Résolvez les inéquations suivantes par la méthode de votre choix.

**a.** $15x < 45$

$x < 45 \div 15$ ; $x < 3$ donc $S = \{x < 3\}$

**Coup de pouce** Multiplier ou diviser une inégalité par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

**b.** $-7x > 14$

$x < 14 \div (-7)$ ; soit $x < -2$ ; $S = \{x < -2\}$

**c.** $6{,}1t \leqslant 24{,}4$

$t \leqslant 24{,}4 \div 6{,}1$ ; $t \leqslant 4$ $S = \{t \leqslant 4\}$

**d.** $\dfrac{n}{12} \geqslant 0{,}5$

$n \geqslant 0{,}5 \times 12$ ; $n \geqslant 6$ $S = \{n \geqslant 6\}$

**e.** $34x - 12 < 46x + 28$

$34x - 46x < 28 + 12$

$-12x < 40$

$x > 40 \div (-12)$ ; $x > -\dfrac{10}{3}$ ; $S = \{x > -\dfrac{10}{3}\}$

**6** Haya, passionnée de décoration, s'est inscrite à des cours de bricolage. Chaque mois, elle achète une carte à 7 € qui lui permet de bénéficier des cours à un prix réduit de 5,30 € la séance.

Haya ne peut pas dépenser plus de 60 € par mois pour sa passion.

On note $n$ le nombre de cours de bricolage sur un mois.

**a.** Traduisez par une inéquation la contrainte de budget d'Haya puis résolvez-la.

$7 + 5{,}30n \leqslant 60$ ; $5{,}30n \leqslant 60 - 7$

$n \leqslant 10$ $S = \{n \leqslant 10\}$

**b.** Indiquez à combien de cours au maximum Haya peut assister tout en respectant son budget. Justifiez votre réponse.

Haya peut assister au maximum à 10 cours de bricolage puisque pour 10 cours son budget maximal de 60 € est atteint ($7 + 10 \times 5{,}3 = 60$).

**7** Lors d'un championnat de football féminin, une équipe a terminé avec 55 points. Cette équipe a joué 22 matchs dont 4 matchs nuls.

Le nombre de points est calculé avec le barème suivant : une victoire vaut trois points et le match nul un point. La défaite ne rapporte aucun point.

**Problématique**
Combien de matchs cette équipe a-t-elle gagnés ? Combien de matchs a-t-elle perdus ?

**1.** Traduisez par une équation le nombre de points gagnés par cette équipe.

Soit $n$ le nombre de matchs gagnés.

Le nombre de points gagnés est : $3n + 4 = 55$.

**2.** Résolvez l'équation précédente.

$3n = 55 - 4$ ; $n = 51 \div 3$

$n = 17$

**3.** Répondez à la problématique.

L'équipe a gagné 17 matchs et elle en a perdu un seul ($22 - 17 - 4 = 1$).

**8** Rayan effectue un stage dans un magasin d'informatique. Un client est intéressé par un ordinateur. Sur l'étiquette, il constate que le produit bénéficie d'une réduction de 20 % et que le prix soldé est de 684 €. Le prix initial de l'ordinateur n'est pas indiqué. Le client souhaite le connaître.

> **Coup de pouce**
> Effectuer une réduction de $p$ % revient à multiplier par $(1 - \frac{p}{100})$ le prix initial.

**1.** Traduisez le problème par une équation puis, résolvez-la à l'aide de la calculatrice ou d'un solveur.

Réduire de 20 % un prix revient à le multiplier par 0,80. Soit $x$ le prix initial de l'ordinateur.

$0{,}8 \times x = 684$ ; $x = 684 \div 0{,}8$

$x = 855$

**2.** Indiquez quel était le prix initial de l'ordinateur.

Le prix initial était 855 euros.

**3.** python™ foucherconnect.fr/21mc46.

Comme cette situation se produit régulièrement, Rayan veut utiliser un programme.

Ouvrez le fichier « **C04_61_soldes.py** » et complétez les instructions avec le calcul permettant d'obtenir le prix initial d'un article connaissant le prix soldé et le pourcentage de réduction.

**4.** Vérifiez à l'aide du programme le résultat de la question **2**.

**9** Une voiture électrique est en cours de recharge : le capteur de charge indique qu'elle est chargée à 75 %. La puissance de charge est de 3,7 kW et la charge totale à atteindre est 24 kWh.

> **Coup de pouce**
> Charge (kWh) = puissance de charge (kW) × temps de charge (h)

**Problématique**
Combien de temps reste-t-il avant d'atteindre la pleine charge ?

Répondez à la problématique en utilisant une équation.

On note $t$ le temps de charge restant.

Reste à charger : $24 - 0{,}75 \times 24 = 6$ kWh

On obtient l'équation : $6 = 3{,}7 \times t$

$t = 6 \div 3{,}7 \approx 1{,}62$ h soit 1 h 37 min.

**10** Une association récolte des fonds grâce à la vente de produits à son effigie. Le produit le plus rentable est un sac en toile, acheté par lots de 100 chez un fournisseur au prix de 320 € le lot. Les sacs sont ensuite revendus à l'unité 12 €. L'association a acheté 1 000 sacs.

**Problématique**
Sachant que l'association a déjà vendu 150 sacs, combien doit-elle encore en vendre au minimum pour que les bénéfices tirés de la vente des sacs dépassent 5 000 € ?

Traduisez le problème par une inéquation puis résolvez-la par la méthode de votre choix.

On note $x$ le nombre de sacs qui vont être vendus ;

$12x - 10 \times 320 > 5\,000$

$12\,x > 5\,000 + 3\,200$

$x > 8\,200 \div 12$ ; $x > 683{,}33333$ ; $x \geqslant 684$.

150 sacs ayant déjà été vendus, il faudra donc en vendre au moins 534 ($684 - 150 = 534$).

**11** Pour les vacances, Nejdine est parti avec 4 amis. Ils ont loué un appartement. Nejdine a payé un cinquième de la location de l'appartement et il a dépensé 245 € pour le reste (nourriture, loisirs…). En tout, ses vacances lui ont coûté 385 €.

**Problématique**
Quel était le montant total de la location de l'appartement ?

**1.** Traduisez l'énoncé par une équation, puis résolvez-la par la méthode de votre choix.

On note $x$ le prix de la location.

$\frac{x}{5} + 245 = 385$ ;

$\frac{x}{5} = 140$ d'où $x = 5 \times 140 = 700$

**2.** Répondez à la problématique.

Le prix de location de l'appartement est 700 €.

**12** Mounia veut s'inscrire à l'aquabike. Deux formules lui sont proposées :
– formule Classique : inscription de 18 € puis 8,50 € la séance ;
– formule Abonné : carte de 60,50 € puis 6 € la séance.

**Problématique**
À partir de combien de séances la formule Abonné devient-elle moins chère que la formule Classique ?

On note $n$ le nombre de séances.

**1.** Montrez que le problème peut se traduire par l'inéquation : $18 + 8{,}50n > 60{,}5 + 6n$.

La formule Classique peut se traduire par $18 + 8{,}50n$, la formule Abonné par $60{,}5 + 6n$.

Le fait que la formule Abonné soit moins chère que la formule Classique se traduit par $18 + 8{,}50n > 60{,}5 + 6n$.

**2.** Résolvez cette inéquation par la méthode de votre choix (algébrique, solveur, graphique).

$8{,}50n - 6n > 60{,}5 - 18$ ;

$2{,}50n > 42{,}5$ ; $n > 17$

**3.** Répondez à la problématique.

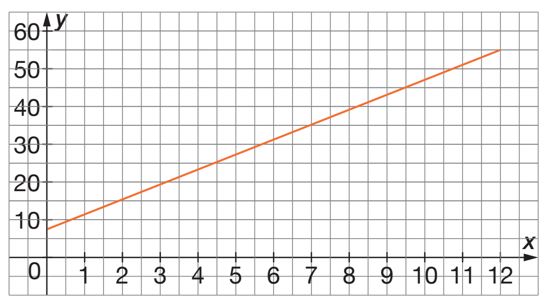
À partir de 17 séances, le tarif Abonné devient moins cher que le tarif Classique.

**4.** foucherconnect.fr/21mc47. Vérifiez votre réponse à l'aide du fichier « **C04_62_aquabike.xlsx** ».

On retrouve $n > 17$.

**13** Kévin travaille dans une maison d'assistantes maternelles (MAM).

Pour vérifier la facturation des journées de garde, il utilise le graphique ci-dessous où $x$ est le nombre d'heures de garde et $y$ le tarif en euro.




**1.** Retrouvez le nombre d'heures de garde qui correspond à une facture de :

- 15 € : 2 h
- 55 € : 12 h

**2.** Une famille ne veut pas dépenser plus de 35 € par jour, indiquez le nombre d'heures de garde maximal correspondant.

Le nombre d'heures de garde doit être inférieur ou égal à 7 heures.

**3.** Retrouvez le résultat précédent par le calcul sachant que les factures sont établies en utilisant les éléments suivants :

- 7 € de frais (repas + entretien) ;
- 4 € par heure de garde.

Soit $x$ le nombre d'heures de garde, $7 + 4x \leqslant 35$ ; $4x \leqslant 35 - 7$ ; $x \leqslant 28 \div 4$ ; $x \leqslant 7$. Le nombre d'heures de garde doit être inférieur ou égal à 7 h.

# Consolidation Cycle 4

## Je mobilise mes connaissances sur les nombres

**1** **a. Indiquez** si les égalités suivantes sont vraies ou fausses.

- $8 \times (8 + 8) = 8^3$ ☐ vrai ☑ faux
- $0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,6$ ☐ vrai ☑ faux

**b. Cochez** les écritures qui correspondent au nombre 37,1.

☐ 37,01 ☐ $371\times10^{-2}$ ☑ $371\times10^{-1}$ ☑ 37,10 ☑ $37,1\times10^{0}$ ☐ $3,71\times10^{2}$ ☑ $3,71\times10^{1}$

**c. Classez** les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$$6,3 \ ; \ 3,5 \ ; \ -2 \ ; \ -\frac{15}{2} \ ; \ 7,9 \ ; \ -5,2 \ ; \ \frac{15}{2}$$

$-\frac{15}{2} < -5,2 < -2 < 3,5 < 6,3 < \frac{15}{2} < 7,9$

**d. Classez** les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$$4,3 \ ; \ 4,01 \ ; \ 4,25 \ ; \ 4,035 \ ; \ 4,1$$

$4,01 < 4,035 < 4,1 < 4,25 < 4,3$

**2** **Comparez** les deux programmes de calcul suivants :

– choisir un nombre, le tripler puis ajouter 18 au résultat ;

– choisir un nombre, lui ajouter 6 puis multiplier le résultat par 3.

On note $x$ le nombre choisi. Premier programme : $x \times 3 + 18 = 3x + 18$

Deuxième programme : $(x + 6) \times 3 = 3x + 18$. Les deux programmes sont identiques.

**3** **Déterminez** la valeur de la longueur $c$ du côté d'un carré dont l'aire $A$ vaut 15 cm². Donnez la valeur exacte, puis une valeur approchée au millimètre.

$A = c^2$, on en déduit $c = \sqrt{A} = \sqrt{15}$ cm d'où $c \approx 3,9$ cm.

## J'utilise le calcul littéral

**4** **Calculez** les valeurs des expressions suivantes.

- $5a + 21$ pour $a = 8$ : $5 \times 8 + 21 = 61$
- $3x + 7y$ pour $x = 2$ et $y = 1$ : $3 \times 2 + 7 \times 1 = 13$

**5** **Développez** et **réduisez** les expressions suivantes.

- $4x(6 - 3x)$ : $4x \times 6 - 4x \times 3x = -12x^2 + 24x$
- $3(2x + 1) - (6 - x)$ : $3 \times 2x + 3 - 6 + x = 7x - 3$

**6** **Factorisez.**

- $5a + 15b$ : $5(a + 3b)$
- $12x - 15$ : $3(4x - 5)$

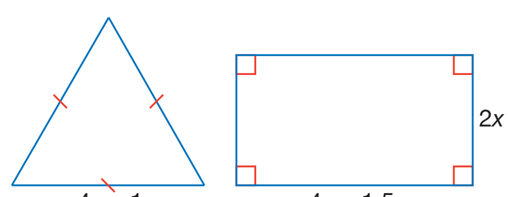
**7** **Résolvez** les équations suivantes.

- $5x = 60,5$ : $x = 60,5 \div 5 = 12,1$
- $4x - 8 = 7$ : $4x = 15$ ; $x = 15 \div 4 = 3,75$
- $x^2 = 20$ : Cette équation a deux solutions : $\sqrt{20}$ et $-\sqrt{20}$

**8** Soit un triangle équilatéral et un rectangle dont les dimensions sont données ci-dessous en centimètre. $x$ représente un nombre positif quelconque.

**a. Montrez** que le périmètre du rectangle en fonction de $x$ peut s'écrire $12x + 3$.

$p = 2 \times (4x + 1,5) + 2 \times 2x = 8x + 3 + 4x = 12x + 3.$




**b.** Pour quelle valeur de $x$ le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?

$12x + 3 = 18$ ; $12x = 15$ ; $x = 15 \div 12$ d'où $x = 1,25$ cm.

**c. Exprimez** le périmètre du triangle en fonction de $x$. $3 \times (4x + 1) = 12x + 3$

**d.** Que constatez-vous ?

Les deux figures auront toujours le même périmètre, quelle que soit la valeur de $x$.

# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**9** **Entourez** les propositions correspondant à des équations à une inconnue en rouge et celles correspondant à des inéquations à une inconnue en bleu.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $3 + x = 12$ | $3 - 7 = -42$ | $x + 6$ | $x > 3x$ | $x + y = 3$ | $9x > 14$ |
| $4 \leqslant 2t + 1$ | $\frac{x}{6} = 1$ | $3 > 1$ | $v - 2 = 8 - v$ | $9 \times 2 + 5$ | $0{,}5t = 5$ |

**10** **Associez** chaque consigne à l'action correspondante.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | **Traduire** le problème par une équation ou une inéquation. | A | Calculer chaque membre de l'inéquation en remplaçant l'inconnue par la valeur indiquée puis vérifier que l'ordre est respecté. |
| 2 | **Vérifier** qu'une valeur est solution d'une équation. | B | Déterminer toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'inégalité est vraie. |
| 3 | **Vérifier** qu'une valeur est une solution d'une inéquation. | C | Calculer chaque membre de l'équation en remplaçant l'inconnue par la valeur indiquée puis les comparer. |
| 4 | **Résoudre** une équation. | D | Écrire une équation ou une inéquation qui reprend les données du problème. |
| 5 | **Résoudre** une inéquation. | E | Déterminer la valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie. |

1 – D 2 – C 3 – A 4 – E 5 – B

**11** **a. Cochez** parmi les équations ou inéquations proposées celle qui traduit le texte.

- « Le triple de $x$ est égal à 18 » :

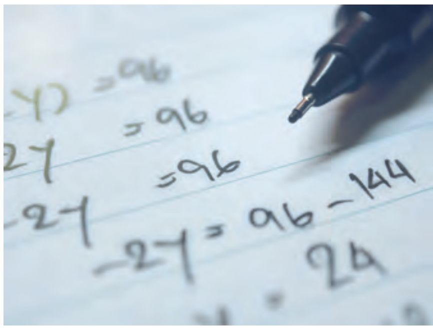
☐ $2x = 18$ ☑ $3x = 18$ ☐ $x = 18 \times 3$

- « La moitié de $x$ augmentée de 5 est supérieure ou égale à 12 » :

☐ $2x + 5 > 12$ ☑ $\frac{x}{2} + 5 \geqslant 12$ ☐ $\frac{x}{2} + 5 \leqslant 12$

**b. Traduisez** chaque texte par une équation ou une inéquation.

- « Le double de $x$ est inférieur ou égal à 31 » : $2x \leqslant 31$
- « Le tiers de $x$ augmenté de 2 est égal à –6 » : $\frac{x}{3} + 2 = -6$
- « On multiplie un nombre entier $n$ par 2, on retranche 7 au résultat et on trouve 15 » : $2n - 7 = 15$



## Je revois des points importants

**12** **Vérifiez** que le nombre 2 est solution de trois des équations ci-dessous.

**Expliquez** à l'oral comment vous procédez.

(a) $16 - x = 12$ (b) $72t = 144$ (c) $6x - 40 = 28$ (d) $x + 4 = 8 - x$ (e) $\frac{x}{2} = 1$

On remplace chaque lettre par la valeur 2 et on calcule les membres des équations.

(a) $16 - 2 = 14 \neq 12$ (b) $72 \times 2 = 144$ (c) $6 \times 2 - 40 = -28 \neq 28$ (d) $2 + 4 = 6$ ; $8 - 2 = 6$

(e) $\frac{2}{2} = 1$ ; le nombre 2 est solution des équations (b), (d) et (e).

**13** **Vérifiez** que le nombre 4 est une solution de l'inéquation : $-10x < -25$.

$-10 \times 4 = -40$ ; $-40$ est bien un nombre inférieur à $-25$, 4 est une solution de cette inéquation.

## Je mémorise

**14** **Complétez** le schéma ci-dessous. > Je fais le point page 58

Résolution algébrique d'une équation ou d'une inéquation du premier degré à une inconnue

**Départ** — $x$ est : l'inconnue de l'(in)équation et $a \neq 0$ — **Solution(s)**

$ax + b = c$ → **1^er^ calcul :** on retranche $b$ à chacun des membres → $ax = c - b$ → **2^e^ calcul :** on divise par $a$ chacun des membres → $x = \dfrac{c-b}{a}$

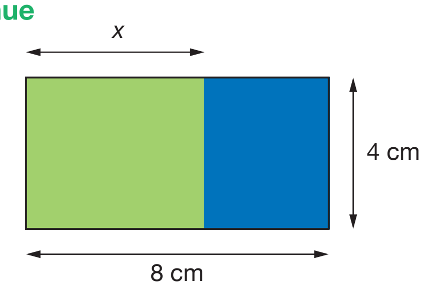
$ax + b < c$ → **1^er^ calcul :** on retranche $b$ à chacun des membres → $ax < c - b$ → **2^e^ calcul :** on divise par $a$ chacun des membres → $x < \dfrac{c-b}{a}$ si $a > 0$ ; $x > \dfrac{c-b}{a}$ si $a < 0$

Résolution identique pour les inéquations du type $ax + b > c$.

## J'acquiers une méthode

**15** **Résoudre algébriquement une inéquation du premier degré à une inconnue**

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous puis **appliquez** la méthode.




**Exercice corrigé**

Dans la figure ci-contre, les longueurs sont exprimées en centimètres.
L'aire du rectangle bleu exprimée en fonction de $x$ est : $32 - 4x$. Quelles valeurs peut prendre $x$ pour que l'aire du rectangle bleu soit inférieure à 10 cm² ?

**1.** Résolvez l'inéquation $32 - 4x < 10$.

**2.** Répondez à la question posée.

**» RÉSOLUTION**

**1.** $32 - 4x < 10$

$32 - 32 - 4x < 10 - 32$ (on retranche 32)

$-4x < -22$

(on divise par $-4$ et on change le sens de l'inégalité)

$$\frac{-4x}{-4} > \frac{-22}{-4}$$

$x > \dfrac{11}{2}$ soit $x > 5{,}5$

Les solutions de l'inéquation sont les nombres supérieurs à 5,5.

**2.** L'aire du rectangle bleu sera inférieure à 10 cm² pour les valeurs de $x$ comprises entre 5,5 et 8 cm.

**» MÉTHODE**

$ax + b < c$ ($a \neq 0$)

- Retrancher $b$ à chaque membre de l'inéquation.

$ax + b - b < c - b$

$ax < c - b$

- Diviser par $a$ chaque membre de l'inéquation.

$\dfrac{ax}{a} < \dfrac{c-b}{a}$ si $a > 0$ $\quad$ $\dfrac{ax}{a} > \dfrac{c-b}{a}$ si $a < 0$

Ne pas oublier de changer le sens de l'inégalité lorsque l'on multiplie ou divise par un nombre négatif !

$x < \dfrac{c-b}{a}$ si $a > 0$ $\quad$ $x > \dfrac{c-b}{a}$ si $a < 0$

Les nombres inférieurs (ou supérieurs) à $\dfrac{c-b}{a}$ sont les solutions de l'inéquation.

**Application** Résolvez chacune des inéquations proposées.

| $3x - 1 < 44$ | $2x + 5 \geqslant 6x - 15$ | $4(x + 3) > 5x$ | $\dfrac{x}{2} + 3 \leqslant 5$ |
|---|---|---|---|
| $3x - 1 + 1 < 44 + 1$ | $2x - 6x + 5 \geqslant 6x - 6x - 15$ | $4x + 12 > 5x$ | $\dfrac{x}{2} + 3 - 3 \leqslant 5 - 3$ |
| $3x < 45$ | $-4x + 5 - 5 \geqslant -15 - 5$ | $4x - 5x + 12 > 5x - 5x$ | $\dfrac{x}{2} \leqslant 2$ |
| $x < 45 \div 3$ | $-4x \geqslant -20$ | $-x + 12 - 12 > 0 - 12$ | $x \leqslant 2 \times 2$ |
| $x < 15$ | $x \leqslant -20 \div (-4)$ | $-x > -12$ | $x \leqslant 4$ |
| | $x \leqslant 5$ | $x < 12$ | |

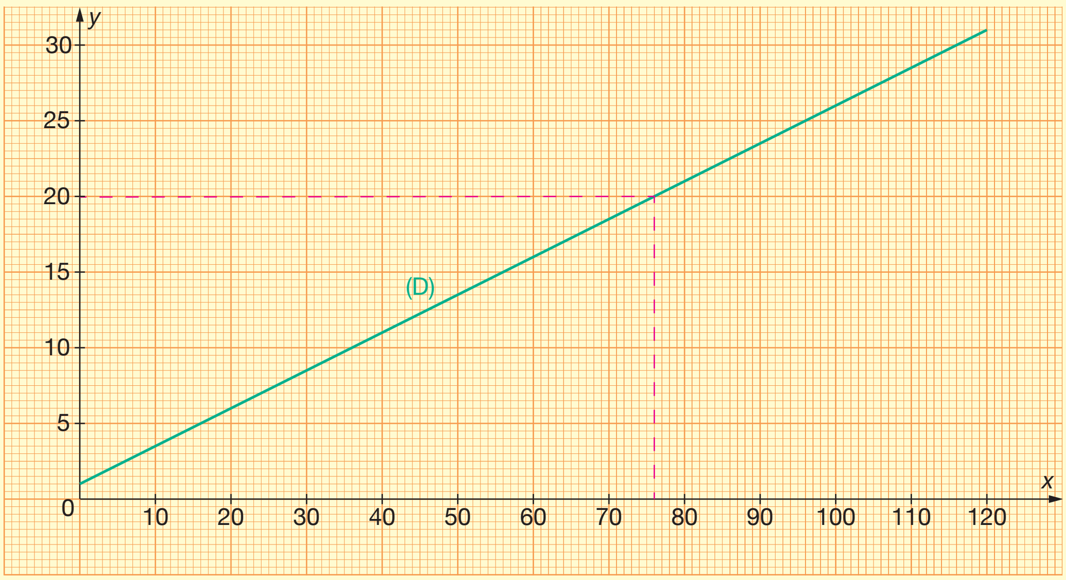
# Évaluation

## Situation

Evan habite en ville, il se déplace souvent en trottinette électrique qu'il loue. Il dispose des tarifs de deux loueurs qu'il souhaite comparer :

**– Tarifs du loueur « Trotti » :**
5,90 € de mise à disposition puis 0,15 € par minute.

**– Tarifs du loueur « Libra » :**
$x$ est la durée de location d'une trottinette en minutes ($x > 0$).
Les tarifs du loueur Libra sont modélisés par la fonction $f$ telle que $f(x) = 1 + 0{,}25x$ sur l'intervalle [0 ; 120]. Elle est représentée par la droite (D).




## Problématique

**Quelle est la durée d'une location facturée 20 € chez chaque loueur et à partir de quelle durée les tarifs du loueur Trotti deviennent-ils moins chers que ceux du loueur Libra ?**

**1** S'approprier **a.** Exprimez le prix à payer avec le loueur Trotti en fonction de la durée de location, notée $x$.

Le prix à payer exprimé en fonction de $x$ est : $5{,}90 + 0{,}15x$.

**b.** S'approprier Choisissez l'équation qui traduit le fait que le prix à payer est 20 €.

☐ $5{,}90x + 0{,}15 = 20$ ☑ $5{,}90 + 0{,}15x = 20$ ☐ $0{,}885x = 20$

**c.** Réaliser Résolvez l'équation précédente. $5{,}90 - 5{,}90 + 0{,}15x = 20 - 5{,}90$ ; $0{,}15x = 14{,}10$ ; $x = 14{,}10 \div 0{,}15 = 94$.

Pour 94 minutes de location, le prix à payer sera de 20 € avec le loueur Trotti.

**2** **a.** S'approprier Expliquez à quoi correspond la solution de l'équation $f(x) = 20$ pour les tarifs du loueur Libra.

La solution de cette équation correspond à la durée pour laquelle le prix est égal à 20 € avec Libra.

**b.** Réaliser Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 20$. $f(x) = 20$ pour $x = 76$.

**3** Réaliser Résolvez par la méthode de votre choix l'inéquation $5{,}90 + 0{,}15x < 1 + 0{,}25x$.

$5{,}90 + 0{,}15x < 1 + 0{,}25x$ ; $5{,}90 + 0{,}15x - 0{,}25x < 1 + 0{,}25x - 0{,}25x$ ; $-0{,}1x + 5{,}90 < 1$

$-0{,}1x + 5{,}90 - 5{,}90 < 1 - 5{,}90$ ; $-0{,}1x < -4{,}90$, d'où $x > 49$.

**4** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Pour 20 €, on peut louer une trottinette 94 min avec le loueur Trotti et 76 min avec le loueur Libra. Le tarif Trotti devient moins cher que le tarif Libra au-delà de 49 minutes de location.

# Représentation graphique et variations d'une fonction

# 05

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Exploiter différents modes de représentation d'une fonction et passer de l'un à l'autre (expression, tableau de valeurs, courbe représentative).<br>• Déterminer l'image ou des antécédents éventuels d'un nombre par une fonction. | Activité 1 |
| • Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe. | Activité 2 |
| • Reconnaître une situation de proportionnalité et déterminer la fonction linéaire qui la modélise. | Activité 3 |
| • Relier courbe représentative et tableau de variations d'une fonction.<br>• Déterminer graphiquement les extremums d'une fonction sur un intervalle. | Activité 4 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 68

Le point M(2 ; –3) appartient à la courbe représentative de la fonction *f*.

**a.** L'abscisse de M est 2

**b.** –3 est : ☑ l'image de 2 par *f*
☐ un antécédent de 2 par *f*

### Activité 2 p. 69

$C_f$ est la représentation graphique de la fonction *f* telle que $f(x) = -2x + 6$.

**a.** $f(1) =$ $-2 \times 1 + 6 = 4$

**b.** Le point A(1 ; 4) appartient à $C_f$.
☑ Vrai ☐ Faux

### Activité 3 p. 70

**a.** Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

| | |
|---|---|
| 3 | 27 |
| 15 | 125 |

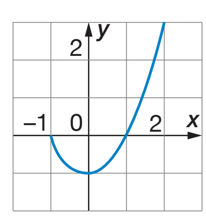
Non car $3 \times 125 \div 15 \neq 27$

**b.** Trois feutres identiques coûtent 3,90 €.
Cinq feutres coûtent 6,50 €
$3{,}9 \div 3 \times 5 = 6{,}50$

### Activité 4 p. 71

**a.** Lorsque *x* varie de –1 à 0 :
☐ la courbe monte
☑ la courbe descend

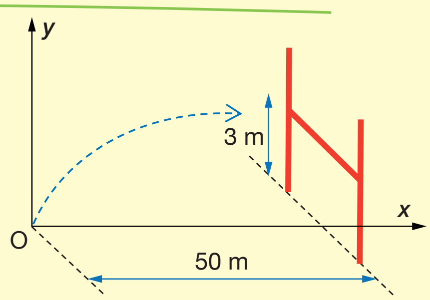
**b.** Lorsque *x* varie de 0 à 2 :
☑ la courbe monte
☐ la courbe descend



# Activité 1 Exploiter différents modes de représentation d'une fonction

## SITUATION . Une pénalité réussie ?

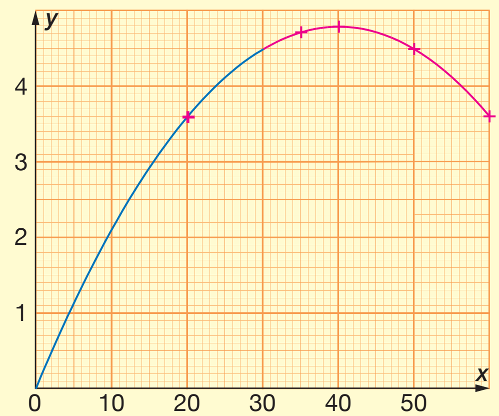
Gaétan joue au rugby. Il tire une pénalité. Lors du coup de pied, le ballon se trouve au sol en O face aux poteaux, à une distance de 50 m.




On modélise la trajectoire du ballon tiré par Gaétan par la fonction $f$ dont on a commencé la représentation graphique ci-contre.

La **variable** $x$ correspond à la distance au sol, en m, entre le buteur et le ballon et $y$ mesure la hauteur du ballon, en m.

La pénalité est réussie si le ballon passe entre les poteaux et au-dessus de la barre horizontale.




### Problématique

**Gaétan a-t-il réussi sa pénalité ?**

**1** S'approprier Vérifiez, à l'aide du graphique, que la hauteur du ballon est de 3,6 m quand la distance au sol est de 20 m.

Oui car le point (20 ; 3,6) appartient bien à la courbe.

On dit que l'**image** de 20 par la fonction $f$ est égale à 3,6.
On écrit : $f(20) = 3{,}6$.
20 est appelé **antécédent** de 3,6 par $f$.

> **Coup de pouce** $f(20)$ se lit « $f$ de 20 ».

**2** **a.** Réaliser Complétez, à l'aide du graphique : $f(30) =$ 4,5 ; $f(15) =$ 3.

**b.** Réaliser Donnez un antécédent de 4 par la fonction $f$. 24

**c.** Réaliser Complétez la phrase suivante pour exprimer le résultat de la question **b**.

La hauteur du ballon est de 4 m quand la distance au sol est de 24 m.

**3** La fonction $f$ peut être définie sur l'intervalle [0 ; 60] par son **expression algébrique** :

$$f(x) = -0{,}003x^2 + 0{,}24x.$$

**a.** Réaliser Calculez : $f(10) =$ $-0{,}003 \times 10^2 + 0{,}24 \times 10 = -0{,}3 + 2{,}4 = 2{,}1$

**b.** Réaliser Complétez le **tableau de valeurs** suivant à l'aide de la calculatrice.

| Distance au sol (en m) : $x$ | 35 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| Hauteur (en m) : $y$ | 4,725 | 4,8 | 4,5 | 3,6 |

> **TUTO CALCULATRICE** Obtenir un tableau de valeurs
> foucherconnect.fr/21mc50

**4** Réaliser Placez les points donnés par le tableau sur le graphique précédent. Joignez-les entre eux et à la première partie de la courbe sans utiliser la règle.

**5** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

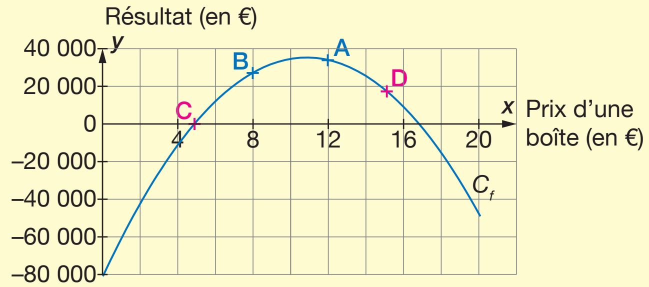
$f(50) = 4{,}5 > 3$ ; donc oui, Gaétan a réussi sa pénalité.

# Activité 2 Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe

## SITUATION . Le responsable des achats s'est-il trompé ?

Pour Noël, une enseigne de supermarchés souhaite vendre des boîtes de chocolats. Le responsable des achats note $x$ le prix de vente, en euro, d'une boîte.

Il a modélisé le résultat, en euro, des ventes de ces boîtes par la fonction $f$ représentée par la courbe $C_f$ ci-dessous.




**Coup de pouce** Le « résultat » est la différence entre le chiffre d'affaires et les charges (achat des matières premières, salaires…).

Le responsable des achats estime qu'en vendant les boîtes de chocolats au prix unitaire de 15 €, le résultat généré par ces ventes devrait être de 17 000 €.

### Problématique

**L'estimation du responsable des achats correspond-elle à la modélisation ?**

## Étude graphique

**1** S'approprier Le point A(12 ; 32 200) appartient à la courbe $C_f$. Traduisez par une phrase ce que représentent les coordonnées du point A dans la situation étudiée.

Pour un prix unitaire de 12 €, le résultat généré est de 32 200 €.

**2** Réaliser Donnez l'abscisse du point B qui appartient à la courbe $C_f$. $x_B = 8$

**3** Réaliser Placez sur la courbe $C_f$ les points C et D d'abscisses respectives 5 et 15.

**4** Réaliser En utilisant la représentation graphique, donnez une estimation de l'ordonnée du point D. $y_D \approx 17\,000$

**5** Valider Communiquer Proposez une première réponse à la problématique.

Oui, l'estimation du responsable pourrait correspondre à la modélisation (ou non, …).

## Étude algébrique

**6** Réaliser Calculez $f(5)$, $f(8)$ et $f(15)$ sachant que $f(x) = -1\,000x^2 + 21\,600x - 83\,000$.

$f(5) = -1\,000 \times 5^2 + 21\,600 \times 5 - 83\,000 = 0$

$f(8) = -1\,000 \times 8^2 + 21\,600 \times 8 - 83\,000 = 25\,800$

$f(15) = -1\,000 \times 15^2 + 21\,600 \times 15 - 83\,000 = 16\,000$

**7** Valider La courbe $C_f$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x \,;\, y = f(x))$ pour $x$ variant de 0 à 20.
Elle a pour équation : $y = -1\,000x^2 + 21\,600x - 83\,000$.
Déduisez-en les coordonnées des points B, C et D de la courbe $C_f$.

B($x$ = 8 ; $y = f($ 8 $)$ = 25 800 ) C( 5 ; 0 ) D( 15 ; 16 000 )

**8** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

$f(15) = 16\,000$ et non 17 000. Donc l'estimation du responsable des achats ne correspond pas exactement à la modélisation.

# Activité 3 Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire

## SITUATION . Coût d'un aller-retour au travail

Sarah travaille à 35 km de son domicile.

Elle s'y rend chaque jour avec sa moto qui consomme 7 litres d'essence sans plomb 98 pour 100 km parcourus.

Un litre de sans plomb 98 coûte 1,286 euro.

**Problématique**

**Quel est le coût en carburant de l'aller-retour au travail de Sarah ?**

**1** S'approprier Cochez la bonne réponse. La distance entre le domicile et le travail de Sarah aller-retour est de :

☐ 35 km ☑ 70 km ☐ 100 km ☐ 200 km

**2** Réaliser Calculez le coût en carburant pour 100 km. Arrondissez le résultat à 0,01.

$7 \times 1{,}286 = 9{,}002$. Pour 100 km, le coût en carburant est de 9 €.

**3** Réaliser Déduisez-en le coût en carburant pour 1 km, en euro, puis en centime d'euro.

$9 \div 100 = 0{,}09$ soit un coût de 0,09 euro ou 9 centimes d'euro pour 1 km parcouru.

**4** Analyser/Raisonner Réaliser Complétez le tableau ci-dessous.

| Distance (en km) | 0 | 10 | 50 | 100 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|
| Coût du carburant (en €) | 0 | 0,9 | 4,5 | 9 | 18 |

**5** Valider Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Cochez la bonne réponse. ☑ Oui ☐ Non

Justifiez votre réponse. $\frac{0{,}9}{10} = \frac{4{,}5}{50} = \frac{9}{100} = \frac{18}{200} = 0{,}09$

**6** S'approprier Réaliser On note *f* la fonction qui modélise le coût du carburant, en euro, en fonction du nombre *x* de kilomètres parcourus.

Donnez l'expression de cette fonction *f* en fonction de *x*. $f(x) = 0{,}09\,x$

**7** Valider La fonction *f* est-elle une fonction linéaire ?

Cochez la bonne réponse. ☑ Oui ☐ Non

**Coup de pouce**

Une fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

**8** Réaliser À l'aide de l'outil de votre choix, tracez la courbe représentative de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ; 200].

**TUTO CALCULATRICE**
Construire la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/21mc51

**TUTO LOGICIEL**
Tracer la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/21mc52

**9** Communiquer Décrivez cette courbe.

C'est une droite qui passe par l'origine du repère.

**10** Analyser Réaliser Déterminez $f(70)$.

$f(70) = 6{,}3$ (calcul ou lecture graphique)

**11** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'aller-retour au travail de Sarah coûte 6,30 € en carburant.

# Activité 4 Utiliser le tableau de variations d'une fonction

## SITUATION . Validation d'un nouveau médicament

Un laboratoire vient de mettre au point un nouveau médicament.

Avant de le commercialiser, il faut procéder à des essais cliniques.

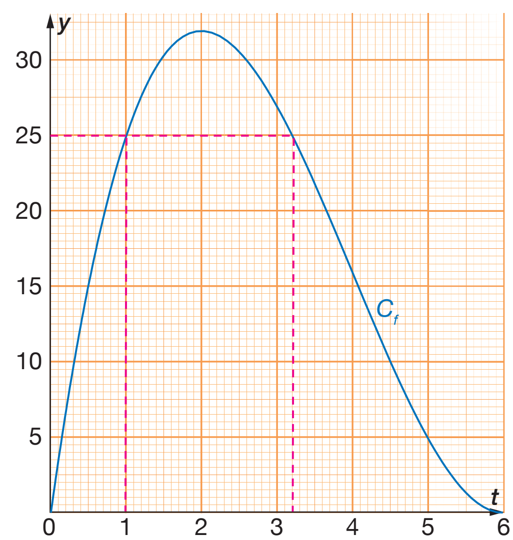
Pour cela, un médecin injecte une dose du médicament à un patient au temps $t = 0$ et vérifie les points suivants :
– la concentration maximale du produit actif dans le sang ne doit pas dépasser 40 mg/L pour éviter les effets secondaires ;
– la concentration du produit actif dans le sang doit être supérieure ou égale à 25 mg/L pendant au moins 2 h pour être efficace ;
– il doit être complètement éliminé au bout de 6 h.

La courbe $C_f$ ci-dessous représente la fonction $f$ qui donne cette concentration, en mg/L, en fonction du temps $t$, en heure, écoulé depuis l'injection.

### Problématique

**Le médicament vérifie-t-il les contraintes ?**

**1** S'approprier À l'aide du graphique, déterminez l'intervalle sur lequel la fonction $f$ est définie. $f$ est définie sur [0 ; 6]




**2** S'approprier Valider Cochez les affirmations exactes.

- ☐ La concentration maximale est atteinte au bout de 6 h.
- ☑ La concentration maximale est atteinte au bout de 2 h.
- ☑ Cette concentration maximale est égale à 32 mg/L.
- ☐ Cette concentration maximale est égale à 2 mg/L.

**3** Valider Déterminez la durée au bout de laquelle le médicament est complètement éliminé. Il est totalement éliminé au bout de 6 h.

**4** Analyser/Raisonner Réaliser Déterminez graphiquement la durée pendant laquelle le médicament est resté efficace.

La concentration est supérieure à 25 mg/L entre 1 h et un peu plus de 3 h, donc le médicament est resté efficace pendant un peu plus de 2 h.

**5** S'approprier Sur quel intervalle de temps la fonction est-elle **croissante** ?

La fonction $f$ est croissante sur [0 ; 2].

**Coup de pouce** Si la concentration augmente avec le temps, la fonction est **croissante**.

**6** S'approprier Sur quel intervalle de temps la fonction est-elle **décroissante** ?

La fonction $f$ est décroissante sur [2 ; 6].

**7** S'approprier Analyser/Raisonner On peut représenter les variations d'une fonction à l'aide d'un **tableau de variations**. Entourez le tableau ci-dessous qui correspond à celui de la fonction $f$.

| $t$ | 0 | 2 | 6 |
|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $f$ | 0 ↗ | 32 | ↘ 0 |

| $t$ | 0 | 32 | 0 |
|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $f$ | 0 ↗ | 2 | ↘ 6 |

**8** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Oui, le médicament vérifie toutes les contraintes médicales de l'essai clinique.

# Activité Algo Pro — Calculer des images par une fonction

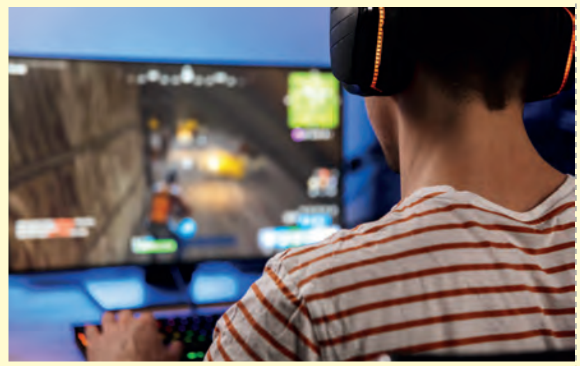
MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc53

## SITUATION . Téléchargement d'un fichier

Dylan souhaite télécharger 5 jeux vidéo sur un site web.

On désigne par *f* la fonction qui, à la taille *x* du fichier en gigaoctet (Go), associe le temps *f*(*x*) en minute (min) de téléchargement.

La fonction *f* est définie par l'expression suivante : $f(x) = 0{,}48x$.

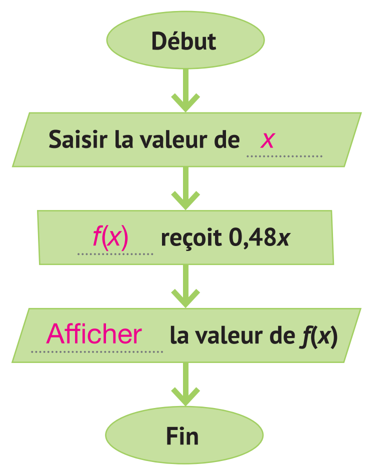


**Problématique**

**Combien de temps va prendre le téléchargement du plus gros fichier vidéo ?**

## LANGAGE NATUREL

**1** L'algorigramme ci-contre est celui de la fonction *f*. Complétez-le.




## LANGAGE SCRATCH

**2** Ouvrez le fichier « **C05_72_telechargement.sb3** ».

Quelles variables ont été créées dans ce programme ? *x* et *f*(*x*)

**3** Complétez le programme en plaçant les blocs dans le bon ordre.

**4** Cliquez sur le drapeau vert, puis calculez *f*(15). *f*(15) = 7,2

## LANGAGE PYTHON

**5** Lisez le programme ci-contre, puis cochez les bonnes réponses.

```
x=float(input("x = ?"))
def f(x) :
  return 0.48*x
print("f(x) = ",f(x))
```

**a.** Quel est le type de la variable *x* ?

- ☐ nombre entier
- ☑ nombre décimal
- ☐ chaîne de caractères

**b.** Quel message s'affiche si on saisit 10 sur la console ?

- ☐ f(10)
- ☐ 0.48*10
- ☐ 4.8
- ☑ f(*x*) = 4.8

**c.** Quelles instructions permettent de définir une fonction en langage Python ?

- ☐ input
- ☑ def
- ☑ return
- ☐ print

**6** Le script précédent a été modifié pour réaliser une boucle.

```
def f(x)
    return 0.48*x
for x in range (10, 35, 5) :
    print (x, f(x))
```

Ouvrez le fichier « **C05_72_telechargement.py** » et exécutez le programme.

Combien de fois s'effectue la boucle ? 5 fois

**7** Relevez les différentes valeurs obtenues pour *f*(*x*). On obtient : 4,8 7,2 9,6 12 14,4

**8** Répondez à la problématique.

Le plus gros fichier de 30 Go sera téléchargé en 14,4 minutes.

**LEXIQUE** python

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `x=float(input("x = ?"))` | Saisir (input) une valeur **décimale** (float) de la variable *x*. |
| `def f(x) :`<br>`  return 0.48*x` | **Définir** (def) la fonction *f* de paramètre *x* qui **renvoie** (return) la valeur 0,48*x*. |
| `for x in range (10, 35, 5):` | **Définir une boucle bornée** (for variable in range).<br>*x* parcourt l'intervalle [10 ; 35[ avec un **pas** de 5. |
| `print (x, f(x))` | **Afficher** (print) les valeurs de *x* et de *f*(*x*). |

# Je fais le point Représentation graphique et variations d'une fonction

## Différents modes de représentation d'une fonction

● Une fonction peut être représentée selon trois modes : son expression algébrique ; sa courbe représentative ; un tableau de valeurs.

**Exemple** Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ sur $[-3 ; 1]$.
La courbe $C_f$ ci-contre est la courbe représentative de $f$.

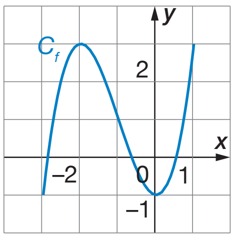



**Tableau de valeurs**

| $x$ | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | –1 | 3 | 1 | –1 | 3 |

$f(-2) = (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 - 1 = 3$, donc 3 est l'image de –2 par la fonction $f$.
–2 est un antécédent de 3 par la fonction $f$ ; 1 est un autre antécédent de 3, car $f(1) = 3$.

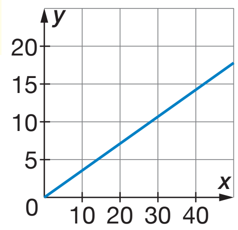
## Équation $y = f(x)$ d'une courbe

● La courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur l'intervalle $[a ; b]$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$ pour $x$ variant de $a$ à $b$. Elle a pour équation $y = f(x)$.

**Exemple** La représentation graphique précédente a pour équation $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
Le point M(–1 ; 1) appartient à la courbe représentative de la fonction $f$.
En effet, $f(-1) = (-1)^3 + 3 \times (-1)^2 - 1 = 1$.

## Proportionnalité et fonction linéaire

● Une situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire.
Une fonction linéaire $f$ est une fonction dont l'expression $f(x)$ est de la forme $a \times x$, où $a$ est le coefficient de proportionnalité de la situation associée.
La courbe représentative d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine.




**Exemple** Un magasin offre 35 % de remise sur tous les articles.
On note $x$ le prix initial et $y$ le montant de la remise, en €.
$x$ et $y$ sont des quantités proportionnelles et $y = \frac{35}{100}x$, soit $y = 0{,}35x$.
Cette situation est modélisée par la fonction linéaire $f$ définie par $f(x) = 0{,}35x$.

## Tableau de variations d'une fonction - Extremums (minimum et maximum)

● Donner le sens de variation d'une fonction $f$ sur un intervalle $[a ; b]$, c'est dire si $f$ est croissante ou décroissante sur cet intervalle.

● La fonction $f$ admet un minimum $m$ sur $[a ; b]$ si $m$ est la plus petite valeur de $f(x)$.
Elle admet un maximum $M$ sur $[a ; b]$ si $M$ est la plus grande valeur de $f(x)$.

**Exemple** La fonction $f$ est croissante sur $[-2{,}5 ; 0]$ et décroissante sur $[0 ; 2{,}5]$.
Elle admet un maximum $M$ égal à 1 lorsque $x = 0$.

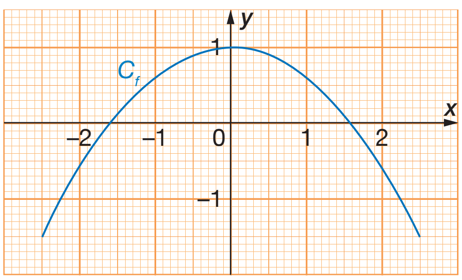



**Tableau de variations de $f$**

| Valeurs de $x$ | –2,5 | 0 | 2,5 |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | –1,5 ↗ | 1 | ↘ –1,5 |

# Exercices

## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 (2')

☐ **A2** Calculez 10 % de 1 500 mètres.

$1\ 500 \times \frac{10}{100} = 1\ 500 \times 0{,}1 = 150$ soit 150 m

☐ **A4** Calculez la moyenne des températures suivantes : 5 °C, –4 °C et 11 °C.

$(5 - 4 + 11)/3 = 4$ soit 4 °C

☐ **A18** Les longueurs des côtés d'un triangle sont 3 cm, 4 cm et 5 cm.

Ce triangle est-il rectangle ?

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ et $5^2 = 25$.

Donc oui le triangle est rectangle.

### Rituel 2 (2')

☐ **A12** Donnez la valeur de $k$ dans le tableau de proportionnalité ci-contre.

| | |
|---|---|
| 4 | 2,4 |
| 3 | $k$ |

$2{,}4/4 = 0{,}6$ et $0{,}6 \times 3 = 1{,}8$

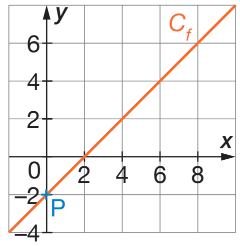
☐ **A17** Convertissez 42,5 m en cm. 4 250 cm

☐ **A11** Résolvez l'équation $3 - x = 5$.

$x = 3 - 5$. Donc $x = -2$

### Rituel 3 (2')

D'après la représentation graphique de la fonction $f$ ci-contre, cochez la bonne réponse.




☐ **A14** ☑ P(0 ; –2) ☐ P(–2 ; 0)

☐ **A15** L'image de 6 par $f$ est :

☑ 4 ☐ 8

☐ **A15** L'antécédent de 4 par $f$ est : ☐ 2 ☑ 6

### Rituel 4 (2')

☐ **A6** Donnez la notation scientifique de 6 789.

$6\ 789 = 6{,}789 \times 10^3$

☐ **A8** Calculez $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ et $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. Donc $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$

☐ **A19** Quelle est la valeur arrondie au centième du nombre $\pi$ ? 3,14

## Exploiter différents modes de représentation d'une fonction

**1** La fonction $f$ est définie par son expression $f(x) = x^2 + 3$.

**a.** Calculez $f(10)$.

$f(10) = 10^2 + 3 = 100 + 3 = 103$

**b.** Calculez $f(-1)$. $f(-1) = (-1)^2 + 3 = 4$

**c.** Cochez la phrase exacte.

☐ Un antécédent de –1 par $f$ est 4.

☑ L'image de –1 par $f$ est 4.

**2** foucherconnect.fr/21mc54

Ouvrez le fichier « **C05_74_ex2.ggb** » qui donne la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur l'intervalle [–3 ; 2].

**a.** En créant un point sur la courbe représentative de la fonction $f$ et en le déplaçant, complétez le tableau de valeurs suivant.

| $x$ | –3 | –2 | 0 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | –2 | 1,7 | 1 |

**b.** Donnez l'image de 1 par $f$. $f(1) = 3$

**c.** Donnez un antécédent de 1 par $f$. 2 ou –0,3

**3** On note $h$ la fonction qui, à tout $x$, fait correspondre la moitié du carré de $x$.

**a.** Calculez $h(6)$.

$6^2 = 36$ et $\frac{36}{2} = 18$ ; donc $h(6) = 18$.

**b.** Donnez l'expression de $h(x)$.

$h(x) = \frac{x^2}{2}$

**4** On considère la fonction $h$ définie par son expression : $h(x) = -0{,}4x^2 + 1$.

**a.** À l'aide de la calculatrice, créez la table de valeurs de la fonction $h$ pour $x$ variant de –2 à 2 avec un pas de 0,5.

**b.** Quelle est la plus petite valeur obtenue pour $h(x)$ dans cette table ? – 0,6

Quelle est la plus grande valeur obtenue pour $h(x)$ dans cette table ? 1

**c.** Tracez la courbe représentative de la fonction $h$ sur la calculatrice.

**d.** Utilisez les fonctionnalités de la calculatrice pour déterminer le maximum de la fonction *h.*

Le maximum est égal à 1.

Dites pour quelle valeur de $x$ il est obtenu.

Ce maximum est obtenu pour $x = 0$.

**5** Voici un tableau de valeurs d'une fonction $f$.

| $x$ | 1 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 4 | 2 | 8 | 4 |

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez.

**a.** L'image de 4 par $f$ est 1.

☐ Vrai ☑ Faux

En effet, $f(4) = 2$ et non pas 1.

**b.** Un antécédent de 4 par $f$ est 1.

☑ Vrai ☐ Faux

En effet, $f(1) = 4$ ; 8 est aussi un antécédent de 4.

**c.** Il existe un nombre réel qui a plusieurs antécédents par $f$.

☑ Vrai ☐ Faux

En effet, 4 a 2 antécédents par $f$ : $f(1) = f(8) = 4$.

**d.** Un antécédent de l'image de 1 par $f$ est 8.

☑ Vrai ☐ Faux

En effet, $f(1) = 4$ et $f(8) = 4$.

## Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe

**6** Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle [–5 ; 5] par $f(x) = 5{,}1x - 3$.

**a.** Donnez l'équation de la courbe $C_f$ représentative de la fonction *f.*

$y = 5{,}1x - 3$

**b.** Soit A, B et C trois points appartenant à la courbe $C_f$ et d'abscisses respectives $x_A = -2$, $x_B = 0$ et $x_C = 5$.

Calculez les ordonnées $y_A$, $y_B$ et $y_C$ des points A, B et C.

$y_A = 5{,}1 \times (-2) - 3 = -13{,}2$

$y_B = 5{,}1 \times 0 - 3 = -3$

$y_C = 5{,}1 \times 5 - 3 = 22{,}5$

**c.** Déduisez-en les coordonnées des points A, B et C.

A(–2 ; –13,2) B(0 ; –3) C(5 ; 22,5)

**7** python™ foucherconnect.fr/21mc55

La fonction $f$ est définie pour tout $x$ par $f(x) = -2x^2 + x + 1$. Sa courbe représentative est notée $C_f$.

**a.** Déterminez si le point donné appartient ou pas à $C_f$. Justifiez.

A(0 ; 1) : $f(0) = 1$. Donc $A \in C_f$

B(–1 ; –3) : $f(-1) = -2 - 1 + 1 = -2$. Donc $B \notin C_f$

**b.** Ouvrez le fichier « **C05_75_ex7.py** ».

On veut tester dans ce programme si un point M de coordonnées $(a ; b)$ appartient ou non à la courbe $C_f$. Complétez ce programme.

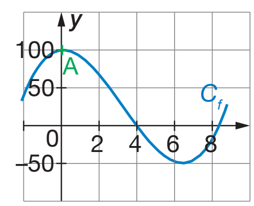
**c.** Utilisez le programme complété pour déterminer si le point donné appartient ou pas à $C_f$.

E(1 ; 0) : $E \in C_f$

F(–2 ; 4) : $F \notin C_f$

**8** Soit $f$ une fonction définie sur l'intervalle [–2 ; 9] et représentée par la courbe $C_f$ ci-contre d'équation :

$y = x^3 - 10x^2 + 101$.




**a.** Calculez $f(0)$.

$f(0) = 0^3 - 10 \times 0^2 + 101 = 101$.

**b.** Cochez la bonne réponse.

Le point A d'abscisse 0 et appartenant à la courbe $C_f$ a pour coordonnées :

☐ A(0 ; 99) ☐ A(0 ; 100) ☑ A(0 ; 101)

Justifiez la réponse.

Même si graphiquement on pourrait penser que A(0 ; 100), par le calcul on a A(0 ; 101).

**c.** Soit B le point de la courbe $C_f$ d'abscisse 4. Calculez les coordonnées du point B.

$f(4) = 4^3 - 10 \times 4^2 + 101 = 5$.

Donc B(4 ; 5).

**d.** Vérifiez si le point C(2 ; 70) appartient à la courbe $C_f$.

$f(2) = 2^3 - 10 \times 2^2 + 101 = 69$ et non 70.

Donc non, le point C n'appartient pas à $C_f$.

## Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire

**9** 50 courriels stockés pendant 1 an sur un ordinateur correspondent à une émission de $CO_2$ de 600 g.

**a.** Complétez le tableau de proportionnalité ci-dessous où $x$ est le nombre de courriels stockés et $y$ la masse de $CO_2$ (en g) correspondante.

| $x$ | 50 | 10 | 18 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 600 | 120 | 216 | 12 |

**b.** Donnez son coefficient de proportionnalité. 12

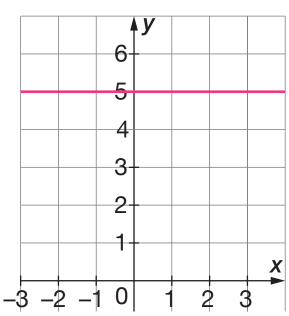
**c.** Cochez l'expression de la fonction linéaire $f$ qui modélise cette situation.

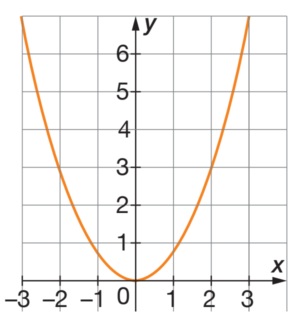
☐ $f(x) = \frac{1}{2}x$ ☑ $f(x) = 12x$ ☐ $f(x) = 10x$

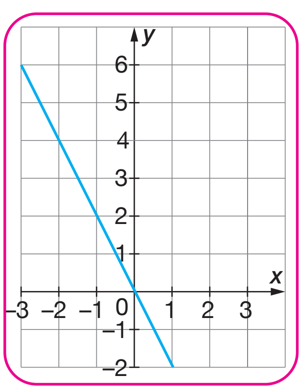
**d.** Tracez, à l'aide de votre calculatrice, la courbe représentative de la fonction $f$ sur l'intervalle [0 ; 150].

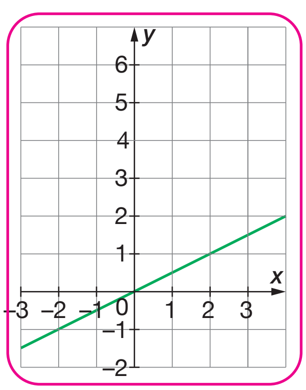
**10** Parmi les fonctions représentées ci-dessous, lesquelles sont des fonctions linéaires ?

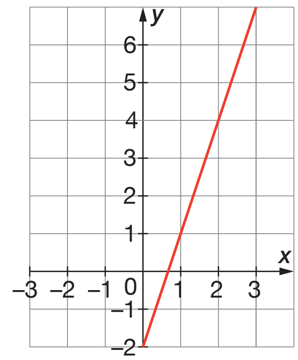
Entourez les bonnes réponses et justifiez.

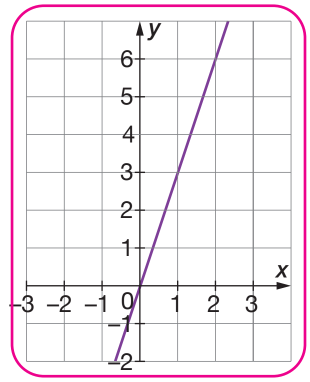












Une fonction linéaire est représentée par une droite qui passe par l'origine du repère.

**11** Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des fonctions linéaires ?

Cochez les bonnes réponses.

☑ $f(x) = 0{,}5x$ ☑ $f(x) = -0{,}5x$

☐ $f(x) = 0{,}5 + x$ ☐ $f(x) = x - 0{,}5$

☐ $f(x) = \frac{2}{x}$ ☑ $f(x) = \frac{x}{2}$

☑ $f(x) = x$ ☐ $f(x) = 2$

## Utiliser le tableau de variations d'une fonction

**12** Le tableau ci-dessous donne le sens de variation d'une fonction $f$ définie sur l'intervalle [–3 ; 4].

| $x$ | – 3 | | 1 | | 2 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $f$ | 1 | ↘ | –2 | ↗ | 5 | ↘ | 0 |

Pour chaque affirmation, cochez la bonne réponse.

**a.** $f(-3) > f(0)$.

☑ Vrai ☐ Faux

**b.** L'image de 4 est – 2.

☐ Vrai ☑ Faux

**c.** $f$ est croissante sur [1 ; 2]∪[3 ; 4].

Ensembles ▸ p. 157

☐ Vrai ☑ Faux

**d.** $f$ est décroissante sur [–3 ; 1]∪[2 ; 4].

☑ Vrai ☐ Faux

**e.** Un antécédent de –3 est 1.

☐ Vrai ☑ Faux

**f.** $f$ présente un maximum égal à 5 en $x = 2$.

☑ Vrai ☐ Faux

**g.** $f$ présente un minimum égal à 1 en $x = -2$.

☐ Vrai ☑ Faux

**13** On considère une fonction $f$ définie sur l'intervalle [–3 ; 6] telle que :

- le maximum de $f$ sur [–3 ; 6] est égal à 5, il est atteint pour $x = 0$ ;
- le minimum de $f$ sur [–3 ; 6] est égal à –2, il est atteint pour $x = 3$ ;
- les antécédents de 0 par $f$ sont –3 et 6 ;
- $f$ est croissante sur [–3 ; 0].

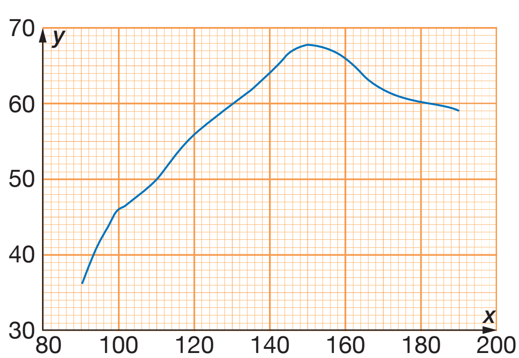
Complétez le tableau de variations de cette fonction.

| $x$ | – 3 | | 0 | | 3 | | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $f$ | 0 | ↗ | 5 | ↘ | –2 | ↗ | 0 |

**14** On répand différentes quantités d'un même engrais sur des champs de pommes de terre et on étudie la masse de pommes de terre récoltée.

On note $x$ la quantité d'engrais répandue, exprimée en kg par hectare (kg/ha), et $y$ le rendement en pommes de terre, exprimé en tonne par hectare.

Les résultats sont donnés par ce graphique.




Répondez aux questions suivantes à l'aide du graphique.

**1. a.** Donnez le rendement, en tonne par hectare, d'un champ sur lequel on a répandu 110 kg d'engrais par hectare.

Pour 110 kg d'engrais par hectare,
on a un rendement de 50 tonnes par hectare.

**b.** À quelle quantité d'engrais, en kg/ha, correspond un rendement de 60 tonnes de pommes de terre par hectare ?

On obtient un rendement de 60 tonnes par
hectare si on répand 130 kg/ha d'engrais.

**2.** On note $R$ la fonction qui, à chaque valeur de $x$, associe $y$, pour $x$ variant de 90 à 190.

**a.** Donnez l'image de 90 par $R$. $R(90) = 36$.

Donnez $R(190)$. On a $R(190) = 59$.

**b.** Donnez un intervalle où la fonction $R$ est croissante. [90 ; 150]

**c.** Complétez le tableau de variations de la fonction $R$.

| $x$ | 90 | | 150 | | 190 |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $R$ | 36 | ↗ | 68 | ↘ | 59 |

**d.** Quel est le rendement en pommes de terre maximum atteint ?

Le rendement maximum atteint est de 68 tonnes
de pommes de terre par hectare.

Pour quelle quantité d'engrais ce rendement est-il atteint ?

Il est atteint lorsqu'on répand 150 kg/ha d'engrais.

**15** Anna prépare un cocktail dans un verre tumbler (cylindrique).

On note $h$ la hauteur de cocktail (en cm) dans le verre.

Le volume de cocktail (en cL) est modélisé par la fonction $V$ définie sur [0 ; 15] et représentée par la courbe $C_V$ d'équation $y = V(h) = 1{,}69h$.

**1.** Vérifiez si le point M(14 ; 23,66) appartient à la courbe $C_V$.

$1{,}69 \times 14 = 23{,}66$. Donc oui, le point M appartient
à la courbe $C_V$.

**2.** Traduisez par une phrase ce que représentent les coordonnées du point M dans la situation étudiée.

Pour une hauteur de liquide de 14 cm,
on a un volume de 23,66 cL.

**3.** La fonction $V$ est-elle une fonction linéaire ? Justifiez.

Oui car son expression est de la forme $f(x) = ax$
avec $a = 1{,}69$.

**16** Marc gère un camping en Bretagne.

Le résultat dégagé par la vente de nuitées est un bénéfice s'il est positif, une perte s'il est négatif.

Ce résultat mensuel, en euro, est donné par la relation $f(x) = -0{,}0002x^2 + 4x - 5\,000$ où $x$ est le nombre de nuitées. $f$ est définie sur l'intervalle [0 ; 13 000].

**1.** Cochez la bonne réponse.

Pour la vente de 1 000 nuitées, le résultat mensuel est : ☑ une perte ☐ un bénéfice.

Justifiez :

$f(1\,000) = -1\,200$ et $-1\,200 < 0$ ;

donc c'est une perte.

Pour la vente de 5 000 nuitées, le résultat mensuel est : ☐ une perte ☑ un bénéfice.

Justifiez :

$f(5\,000) = 10\,000$ et $10\,000 > 0$ ;

donc c'est un bénéfice.

**2.** À l'aide de l'outil de votre choix, tracez la représentation graphique de cette fonction.

**3.** En utilisant les fonctionnalités de votre outil numérique, déterminez pour quel nombre de nuitées le bénéfice est maximal.

Le bénéfice est maximal pour 10 000 nuitées vendues.

**4.** Quel est alors le montant de ce bénéfice maximal ?

Ce bénéfice maximal est alors de 15 000 €.

**5.** Complétez le tableau de variations de la fonction $f$ ci-dessous.

| $x$ | 0 | 10 000 | 13 000 |
|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $f$ | –5 000 | ↗ 15 000 ↘ | 13 200 |

**6.** Proposez une méthode et mettez-la en œuvre pour déterminer à partir de combien de nuitées Marc réalise un bénéfice.

On peut utiliser le mode TABL de la calculatrice ou bien l'ISCT avec la droite $y = 0$.

On a un bénéfice à partir de 1 340 nuitées.

**17** foucherconnect.fr/21mc56

Le téléphérique de Roosevelt Island, à New York, est long de 945 m.


On a relevé la distance parcourue, en mètre, par ce téléphérique en fonction du temps, en seconde.

| Temps $t$ (en s) | 2 | 10 | 60 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|
| Distance (en m) | 10,6 | 53 | 318 | 530 | 636 |

**Problématique :** Quelle est la durée totale du parcours, en seconde puis en minute et seconde ?

**1.** Ouvrez le fichier « **C05_78_pb17.xlsx** ».

Tracez à l'aide du tableur la représentation graphique d'une fonction $f$ modélisant la distance parcourue en fonction du temps.

**TUTO LOGICIEL**
**Obtenir la courbe représentative d'une fonction à partir d'un tableau de valeurs**
foucherconnect.fr/21mc57

**2.** Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Lecture graphique ou calcul du coefficient de proportionnalité.

**3.** Mettez en œuvre votre méthode et répondez à la problématique.

$\frac{10{,}6}{2} = \frac{53}{10} = \frac{318}{60} = \frac{530}{100} = \frac{636}{120} = 5{,}3$

$945 \div 5{,}3 \approx 178{,}3$ soit une durée de 178,3 s.

Et $178{,}3 - 2 \times 60 = 58{,}3$. La durée du trajet est de 2 min 58 s et 3 dixièmes.

# Consolidation Cycle 4

## Je résous des problèmes de proportionnalité

**1** **Retrouvez** parmi les tableaux ci-dessous celui qui est un tableau de proportionnalité.

☐

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 |
| 2,5 | 4 | 7 |

☑

| | | |
|---|---|---|
| 10 | 22 | 40 |
| 1,2 | 2,64 | 4,8 |

☐

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 20 |
| 12 | 65 | 250 |

☐

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 15 |
| 1 | 3,5 | 6 |

**2** **Complétez** les tableaux de proportionnalité suivants :

| | |
|---|---|
| 24 | 30 |
| 4 | 5 |

| | |
|---|---|
| 45 | 55 |
| 9 | 11 |

| | |
|---|---|
| 67 | 12 |
| 16,75 | 3 |

| | |
|---|---|
| 35 | 7 |
| 28 | 5,6 |

**3** **Indiquez** la valeur du coefficient de proportionnalité.

| | |
|---|---|
| 7 | 12 |
| 8,75 | 15 |

x ?

☐ 0,8 ☑ 1,25 ☐ 1,75 ☐ 3

**4** Pour préparer un verre de 25 cL d'un cocktail sans alcool, il faut 10 cL de jus d'ananas. On souhaite préparer 150 cL de cocktail.

La situation se traduit par le tableau de proportionnalité ci-dessous :

| | | |
|---|---|---|
| Quantité de cocktail préparée en cL | 25 | 150 |
| Quantité de jus d'ananas en cL | 10 | $x$ |

**Cochez** le calcul à effectuer pour calculer $x$.

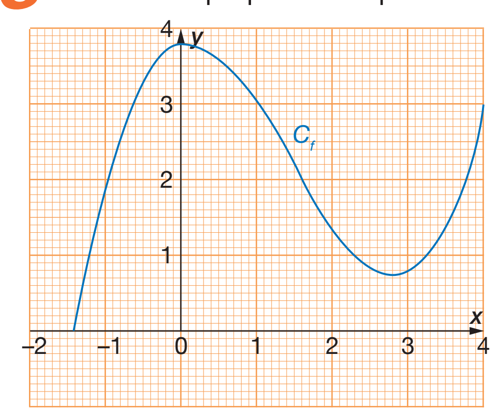
☐ $\dfrac{25-10}{150}$ ☐ $\dfrac{10 \times 25}{150}$ ☑ $\dfrac{10 \times 150}{25}$ ☐ $\dfrac{150-10}{25}$

**5** Lors de la période des soldes, un magasin propose une réduction de 15 % dans le rayon textile. Par quelle opération obtient-on le prix après remise ?

☑ une multiplication par 0,85
☐ une multiplication par 1,15
☐ une multiplication par 1,5
☐ une soustraction de 15


## Je comprends et j'utilise la notion de fonction

**6** **Cochez** les propositions qui vous semblent correctes. Soit la fonction $f$ représentée ci-après.




**a.** L'image de 1 par la fonction $f$ est 3. ☑ vrai ☐ faux

**b.** 3 est un antécédent de 4 par la fonction $f$. ☐ vrai ☑ faux

**c.** 4 est un antécédent de 3 par la fonction $f$. ☑ vrai ☐ faux

**d.** $f(0) = 3{,}8$. ☑ vrai ☐ faux

**e.** 2 a trois antécédents par la fonction $f$. ☑ vrai ☐ faux

**f.** Le point M(2 ; 1,5) appartient à $C_f$. ☐ vrai ☑ faux

**7** Soit le programme de calcul ci-dessous.

> **Programme**
> – Prendre un nombre x
> – Le multiplier par 10
> – Ajouter 3 au résultat

**a.** **Choisissez** parmi les fonctions suivantes celle qui traduit ce programme de calcul.

☐ $f(x) = 10(x + 3)$ ☐ $f(x) = 10 + 3$ ☑ $f(x) = 10x + 3$

**b.** **Exécutez** le programme pour $x = 1$. **Utilisez** ce résultat pour valider le choix de la réponse **a**.

$f(1) = 10 \times 1 + 3 = 13$

$1 \times 10 = 10$ puis $10 + 3 = 13$ ; donc la fonction choisie est la bonne.

Justifiez à l'oral.

# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**8** **Complétez** le texte avec les mots proposés.

*croissante* ● *image* ● *fonction* ● *décroissante* ● *variable* ● *antécédent* ● *variations*

Une fonction $f$ est un programme de calculs qui fait correspondre à un nombre de départ, appelé variable et souvent symbolisé par la lettre $x$, un autre nombre qui en dépend, noté $f(x)$.

Le nombre $f(x)$ est appelé image du nombre $x$ par la fonction $f$.

Le nombre $x$ est appelé antécédent du nombre $f(x)$ par la fonction $f$.

Un tableau de variations de la fonction $f$ établi sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ donné permet de savoir sur quels intervalles la fonction est croissante ou décroissante.

**9** **Traduisez** les propositions mathématiques par une phrase et vice versa.

**Exemple**

$f(-3) = 12$ : l'image de –3 par la fonction $f$ est égale à 12.

**a.** $f(1) = 15$ : l'image de 1 par la fonction $f$ est 15.

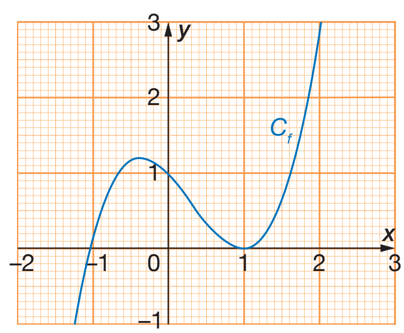
**b.** $g(0) = -5$ : l'image de 0 par la fonction $g$ est – 5.

**c.** $g(7) = 23$ : 7 est un antécédent de 23 par la fonction $g$.

**d.** $h(3) = -2$ : 3 est un antécédent de –2 par $h$.

**e.** $k(2) = 15$ et $k(-3) = 15$ : 2 et –3 sont deux antécédents de 15 par la fonction $k$.

**10** **Déterminez** graphiquement les valeurs manquantes. **Expliquez** la méthode suivie à l'oral.




- L'image de 2 par la fonction $f$ est 3
- $f(0) =$ 1
- 1,8 est un antécédent de 2 par la fonction $f$.
- –1 et 1 sont des antécédents de 0 par la fonction $f$.
- 1 possède trois antécédent(s) par la fonction $f$.
- 0 possède deux antécédent(s) par la fonction $f$.

## Je revois des points importants

**11** **Entourez** les fonctions linéaires parmi les propositions suivantes.

$f(x) = 3 + x$ — $f(x) = 3x$ — $g(x) = -2x$ — $f(x) = 35$

$d(t) = 30t$ — $f(x) = 2x - 1$ — $g(x) = x$ — $f(x) = 10{,}6x$

**12** **a.** Parmi les fonctions $f$, $g$, $h$, $p$ et $q$ dont les représentations graphiques sont données ci-contre, **indiquez** :

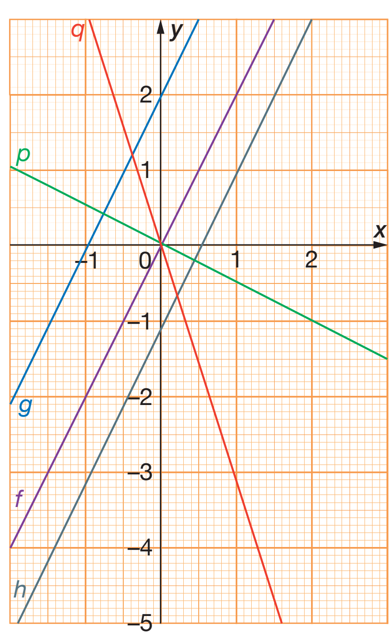
- les fonctions linéaires : $p$, $q$ et $f$
- les fonctions croissantes : $g$, $f$ et $h$
- les fonctions décroissantes : $p$ et $q$

**b.** **Choisissez**, parmi ces propositions, l'expression de la fonction $f$.

☐ $f(x) = -0{,}5x$ ☐ $f(x) = 0{,}5x$ ☐ $f(x) = -2x$ ☑ $f(x) = 2x$

**c.** **Choisissez**, parmi ces propositions, l'expression de la fonction $p$.

☑ $p(x) = -0{,}5x$ ☐ $p(x) = 0{,}5x$ ☐ $p(x) = -2x$ ☐ $p(x) = 2x$



## Je mémorise

**13** **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux fonctions, les différents types de représentations d'une fonction, les variations d'une fonction. > Je fais le point page 73

## J'acquiers une méthode

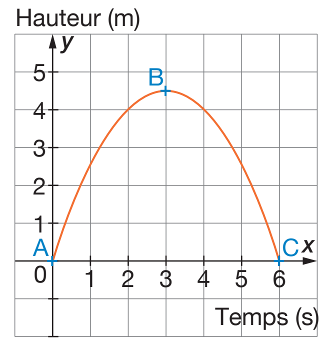
**14** **Construire un tableau de variations**

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

On note *f* la fonction qui, à un temps donné *t* (en seconde) associe la hauteur atteinte par un drone télécommandé (en mètre).

La représentation graphique de *f* sur [0 ; 6] est donnée ci-contre.




**1.** Construisez le tableau de variations de *f* sur [0 ; 6].

**2.** Déduisez-en la hauteur maximale atteinte par le drone et à quel instant elle est atteinte.

**» RÉSOLUTION**

**1.**

| $x$ | 0 | 3 | 6 |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 0 ↗ | 4,5 | ↘ 0 |

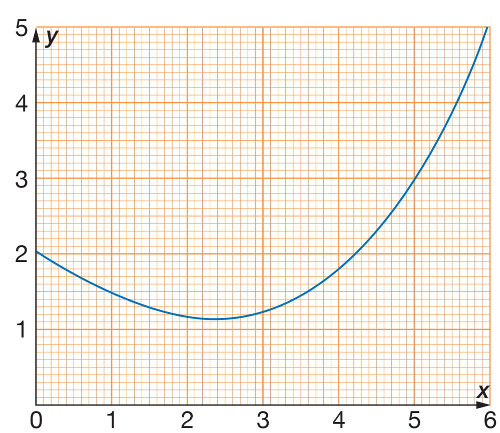
**2.** L'étude de la courbe (points A, B et C) et du tableau de variations permet de constater que, sur l'intervalle étudié, la fonction admet pour maximum 4,5 pour $x = 3$. On en déduit que le drone a atteint sa hauteur maximale de 4,5 m au bout de 3 s.

**» MÉTHODE**

- Construire un tableau de deux lignes et deux colonnes : placer $x$ sur la première ligne et les variations de *f* sur la seconde.
- Repérer sur le graphique les points situés aux bornes de l'intervalle et le (ou les) extremum(s).
- Placer les abscisses de ces points dans le tableau par ordre croissant.
- Tracer des flèches : montantes si la fonction est croissante ou descendantes si la fonction est décroissante sur l'intervalle correspondant.
- Compléter les valeurs de $f(x)$ aux extrémités des flèches.

**Application**

Le chiffre d'affaires d'une entreprise, en million d'euros, est modélisé sur les 6 dernières années par une fonction *f*. La courbe représentative de *f* sur l'intervalle [0 ; 6] est fournie ci-contre.




**1.** Complétez le tableau de variations de *f* sur [0 ; 6].

| $x$ | 0 | 2,4 | 6 |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 2 ↘ | 1,1 | ↗ 5 |

**2.** Déduisez-en au bout de combien de temps le chiffre d'affaires de l'entreprise a commencé à progresser.

Le chiffre d'affaires a commencé à progresser au bout de 2 ans et demi environ.

# Évaluation

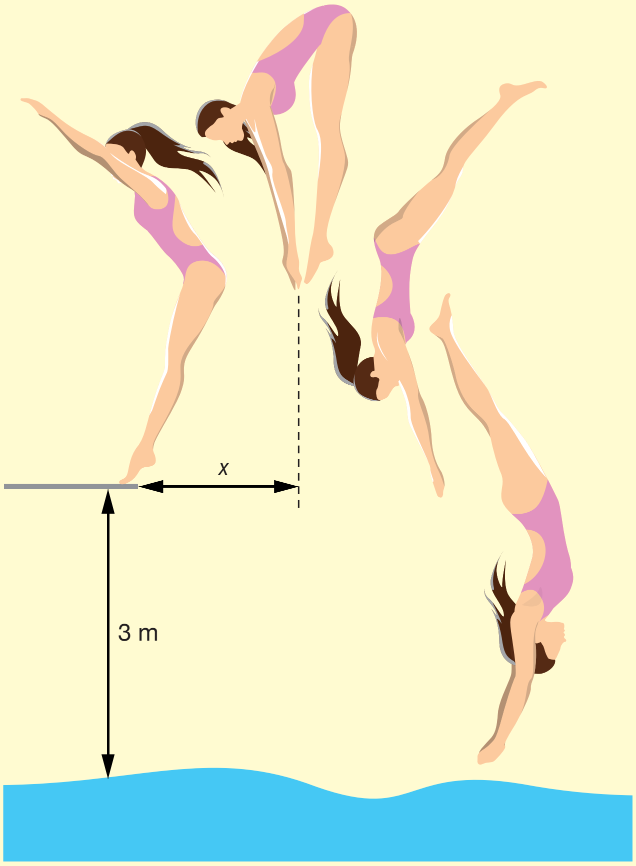
## Situation

Le plongeon sportif consiste à sauter de différentes hauteurs en effectuant des figures acrobatiques devant un jury. L'objectif est d'exécuter un saut à la fois esthétique et difficile.

Un beau saut consiste en une montée importante du plongeur, des vrilles et rotations, puis une réception presqu'à la verticale pour produire le moins de remous possible.

Une plongeuse effectue un saut au tremplin de 3 m que l'on peut modéliser à l'aide de la fonction $f$ : $f(x) = -1{,}25x^2 + 4{,}75x + 3$ avec $0 \leqslant x \leqslant 5$.

- $x$ est la distance, en mètre, entre les pieds de la plongeuse et le plongeoir ;
- $f(x)$ est la hauteur du saut en mètre, mesurée à partir de la surface de l'eau.




## Problématique

**D'après le modèle proposé, la hauteur maximale atteinte par la plongeuse est-elle de 8 mètres ?**

**1** S'approprier Entrez l'expression de la fonction $f$ sur votre calculatrice.

**2** Réaliser Affichez le tableau de valeurs pour $x$ compris entre 0 et 5 avec un pas de 0,5, puis complétez le tableau suivant (arrondissez les valeurs au centième).

| $x$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 3 | 5,06 | 6,5 | 7,31 | 7,5 | 7,06 | 6 | 4,31 | 2 | –0,94 | –4,5 |

Appelez le professeur pour lui montrer le tableau de valeurs obtenu.

**3** Analyser/Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On va tracer la courbe représentative de la fonction avec une calculatrice graphique afin de déterminer son maximum sur l'intervalle [0 ; 5].

Pour cela, on construit le tableau de variations de la fonction $f$ sur [0 ; 5].

**4** Réaliser Mettez en œuvre votre méthode. A minima, vous construirez le tableau de variations de la fonction $f$.

Le maximum de la fonction $f$ sur [0 ; 5] est atteint pour $x$ = 1,9 et il vaut environ 7,5.

| $x$ | 0 | 1,9 | 5 |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 3 ↗ | 7,5125 | ↘ –4,5 |

**5** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

7,5 < 8. Donc non, la hauteur maximale atteinte par la plongeuse n'est pas de 8 m car elle est de 7,5 mètres.

# 06 Fonctions affines et systèmes

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Représenter graphiquement une fonction affine. | Activité 1 |
| • Déterminer l'expression d'une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.<br>• Déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite non verticale.<br>• Faire le lien entre coefficient directeur et pente dans un repère orthonormé.<br>• Reconnaître que deux droites d'équations données sont parallèles. | Activité 2 |
| • Résoudre graphiquement, ou à l'aide d'outils numériques, un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. | Activité 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 84

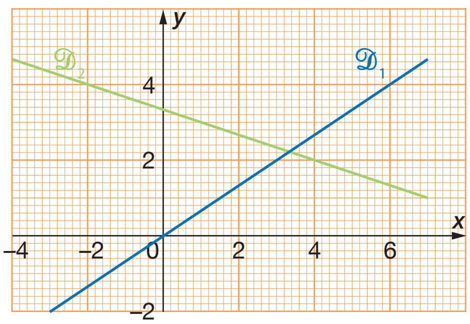
**a.** Laquelle des deux droites représente une fonction linéaire ?

☑ $\mathcal{D}_1$ ☐ $\mathcal{D}_2$

**b.** La droite $\mathcal{D}_2$ est la représentation graphique d'une fonction $f$.

L'antécédent de 4 par $f$ est 2.

☐ Vrai ☑ Faux



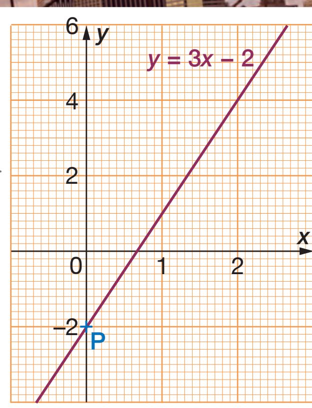

### Activité 2 p. 85

**a.** Donnez les coordonnées du point P.

P(0 ; –2)

**b.** La droite représentative de la fonction $f$ telle que $f(x) = 3x - 2$ passe par le point A(–1 ; –5).

☑ Vrai ☐ Faux




### Activité 3 p. 86

**a.** Léo commande 6 pizzas identiques à livrer. La livraison est facturée 5 €. Il paie au total 64,40 €. Quelle équation faut-il résoudre pour déterminer le prix $x$ d'une pizza ?

$6x + 5 = 64,40$

**b.** Le nombre 5 est solution de l'équation :

☑ $-4x + 6 = -14$ ☐ $-4x + 6 = 14$

# Activité 1 Identifier et représenter une fonction affine

## SITUATION . L'heure du crime

Un meurtre a été commis dans un manoir. Le corps inanimé du docteur Lenoir a été retrouvé dans la bibliothèque par Mme Pervenche. Dépêché sur place à 9 h, le médecin légiste a relevé une température corporelle de 26 °C.

**Problématique**

**À quelle heure le docteur Lenoir a-t-il été assassiné ?**

**1** S'approprier La température d'un corps baisse en moyenne de 1 °C par heure pendant les premières vingt-quatre heures qui suivent le décès. On note $x$ le nombre d'heures écoulées depuis le décès. On prend $x = 0$ à l'heure du décès. Complétez le tableau suivant.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Temps $x$ (h) | 0 | 1 | 2 |
| Température (°C) | 37 | 36 | 35 |

**2** Analyser/Raisonner Ouvrez le fichier « **C06_84_enquete.ggb** » foucherconnect.fr/21mc60.

Agissez sur les curseurs $a$ et $b$, observez le comportement de la droite (d), puis cochez les bonnes réponses.

– Le coefficient qui agit sur l'inclinaison de la droite par rapport à l'axe des abscisses est : ☑ $a$ ☐ $b$

– La droite coupe l'axe des ordonnées au point P de coordonnées : ☐ (0 ; $a$) ☑ (0 ; $b$)

*a* est le coefficient directeur de la droite et *b* l'ordonnée à l'origine de la droite.

**3** Réaliser Cochez la case « docteur Lenoir ». On a placé dans le repère les trois points A, B et C de coordonnées (temps ; température) du tableau ci-dessus. Suivez les étapes décrites en **a** et **b**.

**a.** Ajustez les curseurs $a$ et $b$ pour que la droite (d) passe par les trois points.

**b.** Relevez le coefficient directeur $a$ et l'ordonnée à l'origine $b$ de la droite (AC). $a =$ $-1$ $b =$ $37$

**c.** Donnez l'équation réduite de la forme $y = ax + b$ de la droite (AC). $y = -x + 37$

**4** Réaliser S'approprier On modélise la situation par la fonction $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 24]. On note $x$ le temps en heure.

**a.** Exprimez la température $f(x)$ en fonction de $x$. $f(x) = -x + 37$

**b.** Cochez la bonne réponse.

– La fonction $f$ est une fonction : ☐ linéaire ☑ affine

– La fonction $f$ est : ☐ croissante ☑ décroissante

> **Coup de pouce**
> Une fonction affine est une fonction dont l'expression est de la forme $ax + b$.

**5** Réaliser Cochez la case « point D ». Déplacez le point D sur (AC) afin que son ordonnée soit égale à 26 et donnez l'antécédent de 26 par la fonction $f$.

L'antécédent de 26 par $f$ est 11 car $f(11) = 26$.

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez votre réponse.

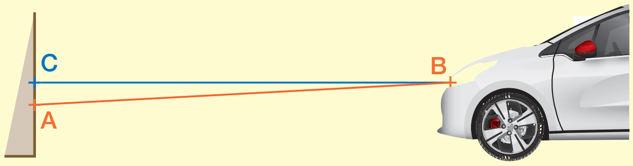
Le docteur Lenoir est mort 11 h avant la prise de température réalisée par le médecin légiste.

Il a donc été assassiné à 22 h.

# Activité 2 Déterminer l'expression d'une fonction affine

## SITUATION . Sécurité routière

Pour régler les feux de croisement de leurs véhicules, Bryan et Farik éclairent un mur vertical, comme illustré ci-après. (BC) représente l'horizontale.




Le phare gauche de la voiture de Bryan, assimilé au point B, émet un rayon lumineux dirigé vers le sol. L'inclinaison du rayon lumineux AB, appelée aussi pente dans un repère orthonormé, correspond au coefficient directeur de la droite (AB). On considère que les phares sont bien réglés si l'inclinaison des rayons lumineux est comprise entre 0,015 et 0,02.

### Problématique

**Bryan et Farik ont-ils réglé correctement les feux de croisement de leurs véhicules ?**

Ouvrez le fichier « **C06_85_phares.ggb** » foucherconnect.fr/21mc61. Le mur est représenté au point d'abscisse 0.

**1** Analyser/Raisonner Cochez la case « Bryan ». Le rayon lumineux atteint le mur à une hauteur OA = 61 cm. On modélise le rayon lumineux AB par la fonction $f$ définie par $f(x) = 0{,}018x + 0{,}61$ sur l'intervalle [0 ; 5]. $x$ est la distance au sol (en m) et $f(x)$ la hauteur (en m). Cochez les bonnes réponses.

– $f$ est une fonction : ☐ linéaire ☑ affine

– La droite représentative de la fonction $f$ a pour coefficient directeur (ou pente) : ☑ 0,018 ☐ 0,61

**2** S'approprier Réaliser Valider Cochez la case « Farik ». Le phare gauche de la voiture de Farik est assimilé au point F(5 ; 1). Le rayon lumineux provenant du point F atteint le mur au point E(0 ; 0,91). On modélise le rayon lumineux EF par la fonction affine $g$ telle que $g(x) = ax + 0{,}91$ sur l'intervalle [0 ; 5].

***a* est le taux d'accroissement de la fonction *g*.**

**a.** Déterminez les images $g(0)$ et $g(5)$ de 0 et 5 par la fonction $g$. $g(0) = 0{,}91$ et $g(5) = 1$

Calculez le taux d'accroissement $a$ de la fonction $g$ où $a = \dfrac{g(5) - g(0)}{5 - 0}$. $a = \dfrac{1 - 0{,}91}{5 - 0} = 0{,}018$

**b.** Déduisez-en l'expression algébrique de la fonction $g$.

$g(x) = 0{,}018x + 0{,}91$

**c.** Donnez l'équation réduite de la droite (EF).

$y = 0{,}018x + 0{,}91$

**3** Analyser/Raisonner Que peut-on dire de deux droites qui ont le même coefficient directeur ?

Deux droites qui ont le même coefficient directeur sont parallèles. (AB) // (EF).

**4** Réaliser Valider Le repère étant orthonormé, vérifiez que le rapport $\dfrac{GE}{GF}$ est égal au coefficient directeur de la droite (EF).

$\dfrac{GE}{GF} = \dfrac{0{,}09}{5} = 0{,}018$

**5** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

$0{,}015 < 0{,}018 < 0{,}02$. Les feux de croisement des deux véhicules sont bien réglés.

# Activité 3 Résoudre graphiquement un système

## SITUATION . Course en auto-stop

Deux binômes composés l'un de célébrités et l'autre de jumeaux participent à une course télévisée. Ils doivent parcourir en auto-stop un même itinéraire de 200 km en deux jours.

La veille, les jumeaux ont parcouru 70 km et les célébrités 40 km. Le deuxième jour, les deux équipes reprennent la route au même moment dans deux véhicules qui les conduiront jusqu'à l'arrivée. On considère que la voiture des jumeaux roule à une vitesse moyenne de 75 km/h et celle des célébrités à une vitesse moyenne de 100 km/h.

### Problématique

**À quelle distance et au bout de combien de temps les célébrités vont-elles rattraper les jumeaux ?**

On note $x$ le temps de parcours le deuxième jour (en h) et $y_{\text{jumeaux}}$ et $y_{\text{célébrités}}$ les distances totales parcourues par chaque binôme (en km).

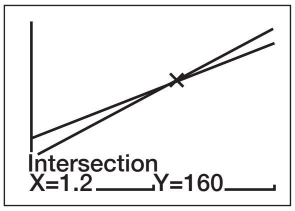
**1** S'approprier Valider Montrez que la situation correspondant à la deuxième journée de course peut se traduire par les deux équations suivantes :

$y_{\text{jumeaux}} = 70 + 75x$ et $y_{\text{célébrités}} = 40 + 100x$.

Distance totale parcourue = distance parcourue le 1er jour + distance parcourue le 2e jour = distance parcourue le 1er jour + vitesse × temps de parcours le 2e jour

**2** Réaliser Lorsque les célébrités rattraperont les jumeaux, les deux équipes auront parcouru la même distance $y$. Pour trouver le couple de valeurs $(x\ ;\ y)$ solution des deux équations à la fois, résolvez graphiquement, à l'aide de la calculatrice, le système $\begin{cases} y = 70 + 75x \\ y = 40 + 100x \end{cases}$.

Paramétrez la fenêtre d'affichage avec les valeurs suivantes : Xmin = 0, Xmax = 2, Ymin = 0 et Ymax = 250.




TUTO CALCULATRICE
Résoudre graphiquement un système
foucherconnect.fr/21mc62

Relevez le résultat obtenu : $x$ = 1,2 ; $y$ = 160

**3** Valider Vérifiez que le couple de valeurs trouvé à la question **2** est bien solution de chacune des équations du système $y = 70 + 75x$ et $y = 40 + 100x$.

70 + 75 × 1,2 = 160 et 40 + 100 × 1,2 = 160

**4** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Exprimez le temps de parcours des deux binômes en heure et en minute.

Les célébrités vont rattraper les jumeaux au bout de 1,2 h, soit 72 minutes. Ils auront parcouru 160 km.

Activité **Algo Pro**

# Programmer avec une fonction affine

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc63

## SITUATION . Deux échelles de température

Aina effectue un stage dans une boulangerie en Angleterre où elle utilise un four à affichage en degré Fahrenheit (°F). Afin de ne commettre aucune erreur, elle souhaite déterminer la relation entre les températures en °C et °F. Elle a retenu que 10 °C = 50 °F et 100 °C = 212 °F.

### Problématique

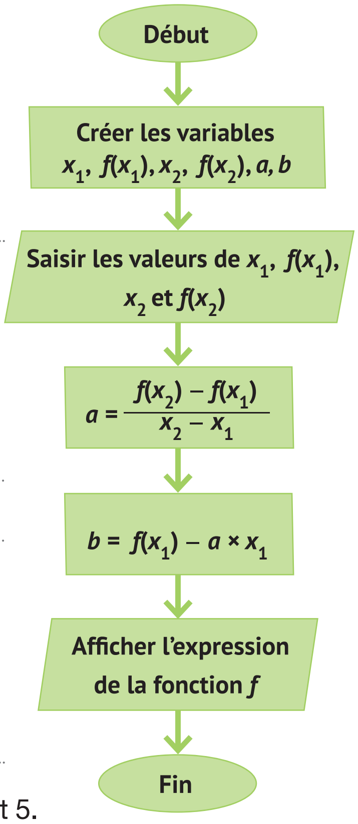
**À quelle température (en °F) Aina doit-elle régler le four pour cuire des viennoiseries à 180 °C ?**

## LANGAGE NATUREL

Soit *f* la fonction affine qui modélise la relation entre les températures en °C et °F.

**1** L'algorigramme ci-contre est celui de la fonction *f*. Que représentent *a* et *b* ?

*a* est le taux d'accroissement et *b* l'ordonnée à l'origine de la fonction *f*.




## LANGAGE SCRATCH

Ouvrez le fichier « **C06_87_temperature.sb3** ».

**2** Complétez le programme en plaçant les variables dans les cases vides.

**3** Exécutez le programme et notez l'expression de la fonction *f*. $f(x) = 1{,}8x + 32$

**4** Répondez à la problématique. $f(180) = 1{,}8 \times 180 + 32 = 356$ °F.

## LANGAGE PYTHON

Ouvrez le fichier « **C06_87_temperature.py** ».

**5** Expliquez ce qui se passe si on saisit deux fois la même température en °C.

La console affiche un message d'erreur indiquant qu'on ne peut pas diviser par zéro.

**6** Expliquez, avant de tester, ce que fera le programme si on ajoute les lignes 4 et 5.

Tant que l'on saisira deux fois la même température en °C, la console indiquera d'entrer une deuxième valeur différente de la première.

```
3  x2=float(input("Entrez une deuxième température en °C."))
4  while x2==x1:
5     x2=float(input("Entrez une deuxième température en °C différente de la première !"))
6  y2=float(input("Donnez sa valeur en °F."))
```

**7** Ajoutez l'instruction ci-dessus au programme, puis exécutez-le. La réponse à la question **3** est-elle vérifiée ?

Oui, la console Python indique que la fonction *f* a pour expression $f(x) = 1{,}8x + 32$.

**LEXIQUE** python

| Instruction | Signification |
| --- | --- |
| `x1=float(input("Entrez une température en °C."))` | **Affecter** (=) à la variable $x_1$ une valeur **décimale** (float) qui doit être **saisie** (input). |
| `while x2==x1:` | **Exécuter** une boucle non bornée : **tant que** (while) $x_2$ est **égal** (==) à $x_1$. |

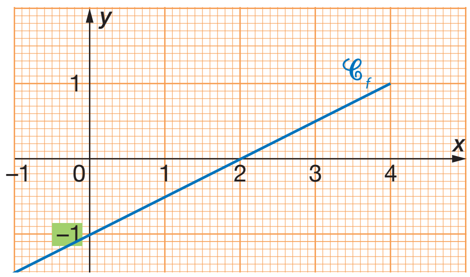
# Je fais le point Fonctions affines et systèmes

## Représentation graphique d'une fonction affine

- Une **fonction affine** $f$ est une fonction dont l'expression est de la forme : $f(x) = ax + b$.
- La courbe représentative d'une fonction affine est une **droite d'équation réduite** $y = ax + b$.
Cette droite passe par le point de coordonnées $(0 ; b)$.
$a$ est le **coefficient directeur** de la droite et $b$ est l'**ordonnée à l'origine** de la droite.
- Une fonction affine est **croissante** si $a > 0$, **décroissante** si $a < 0$, **constante** si $a = 0$.

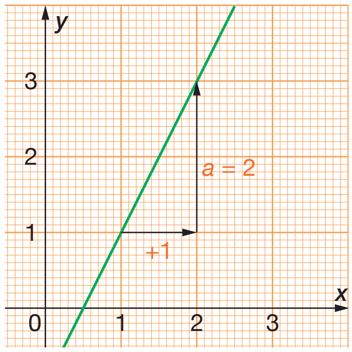
**Exemple**

Soit la fonction affine $f$ définie par son expression $f(x) = 0{,}5x - 1$ sur l'intervalle $[-1 ; 4]$. La droite représentative de la fonction $f$ a pour coefficient directeur $a = 0{,}5$ et pour ordonnée à l'origine $b = -1$. La droite a pour équation réduite $y = 0{,}5x - 1$. La fonction $f$ est croissante.




## Expression d'une fonction affine

- Le **coefficient directeur** $a$ d'une droite indique la variation de l'ordonnée $y$ lorsque l'abscisse $x$ augmente d'une unité.
- Dans un repère orthonormé, le coefficient directeur d'une droite est aussi appelé **pente** de la droite.
- Deux droites **parallèles** ont des coefficients directeurs égaux.
- Si $x_1$ et $x_2$ sont deux nombres, et $f(x_1)$ et $f(x_2)$ leurs images par une fonction affine $f$, alors le **taux d'accroissement** $a$ de la fonction $f$ est donné par la relation : $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.
On détermine l'**ordonnée à l'origine** $b$ sachant que $x_1$ a pour image $f(x_1) = a \times x_1 + b$ par $f$.




**Exemple** On considère la fonction affine $f$ telle que $f(1) = 3$ et $f(2) = 0$.

• Taux d'accroissement $a$ : $a = \dfrac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \dfrac{0 - 3}{2 - 1} = -3$, donc $f(x) = -3x + b$.

• Ordonnée à l'origine $b$ : $f(1) = 3$ donc $-3 \times 1 + b = 3$ et $b = 3 + 3 = 6$.

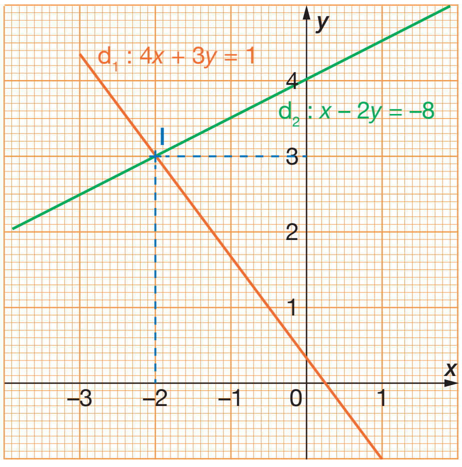
La fonction $f$ a pour expression $f(x) = -3x + 6$.

## Résolution graphique d'un système

- $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ est un **système de deux équations à deux inconnues**.
- Résoudre ce système consiste à déterminer, s'il existe, le couple $(x_0 ; y_0)$ qui vérifie **simultanément** les deux équations.
- Pour **résoudre graphiquement** un système, on représente chaque équation du système par une droite. Si les deux droites se coupent en un point $I(x_I ; y_I)$, alors le système a pour solution le couple $(x_I ; y_I)$.

**Exemple**

Soit le système de deux équations à deux inconnues suivant
$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases}$ représenté sur le graphique ci-contre.
Le couple $(-2 ; 3)$ est la solution du système.



## AUTOMATISMES ☑

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 (2')

☐ **A4** Calculez la moyenne des trois températures : −2 °C ; 1 °C ; 7 °C. $\frac{-2+1+7}{3} = 2$ °C

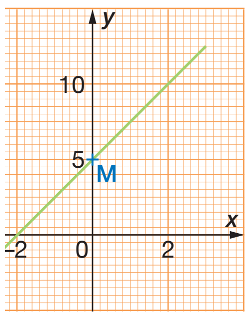
☐ **A19** La facture d'un client s'élève à 49,185 €. Arrondissez ce montant au centième.

☐ 49,10 € ☐ 49,18 €

☑ 49,19 € ☐ 49,20 €

☐ **A14** D'après la représentation graphique de la fonction *f* ci-contre :

☑ M(0 ; 5) ☐ M(5 ; 0)




### Rituel 2 (2')

☐ **A20** Il est tombé 0,003 m de pluie cette nuit sur mon jardin. Exprimez cette quantité dans une unité plus adaptée. 0,003 m = 3 mm

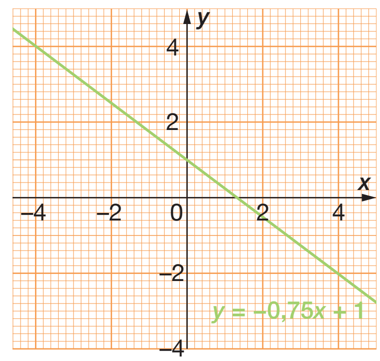
☐ **A2** Le salaire de Sandrine a augmenté de 2 %. Sachant qu'elle percevait 1 500 €, quel est le montant de l'augmentation en € ?

$1\,500 \times \frac{2}{100} = 30$ €

☐ **A22** L'aire d'un carré de 30 cm de côté est égale à 60 cm². ☐ Vrai ☑ Faux

### Rituel 3 (2')

Répondez aux automatismes A15 et A16 suivants en vous aidant de la représentation graphique de la fonction *f* ci-contre.




☐ **A15** L'image de 4 par *f* est :

☐ −4 ☑ −2 ☐ 1

☐ **A16** Résolvez graphiquement l'équation $-0{,}75x + 1 = 4$. $x = -4$

☐ **A8** $\frac{2}{7} + \frac{4}{3} = \frac{6}{10}$. ☐ Vrai ☑ Faux

### Rituel 4 (2')

☐ **A1** Calculez la fréquence de victoires si on a 15 victoires sur 20 matchs. $\frac{15}{20} = \frac{75}{100}$ soit 75 %

☐ **A10** Sachant que $v = \frac{d}{t}$ où *v* est la vitesse (en m) et *t* le temps (en s), cochez la formule permettant de calculer la distance *d* (en m).

☑ $d = v \times t$ ☐ $d = \frac{v}{t}$ ☐ $d = \frac{t}{v}$

☐ **A9** Développez l'expression $5(3 - 2x)$.

$5(3 - 2x) = 5 \times 3 - 5 \times 2x = 15 - 10x$

## Identifier et représenter une fonction affine

**1** Cochez les fonctions affines. Identifiez les coefficients directeurs *a* et ordonnées à l'origine *b* de leurs courbes représentatives.

☑ $f(x) = -3x - 2$

$a = -3$ ; $b = -2$

☑ $g(x) = x + 1$

$a = 1$ ; $b = 1$

☑ $h(n) = 4 + 5n$

$a = 5$ ; $b = 4$

☑ $j(n) = 6{,}9 - n$

$a = -1$ ; $b = 6{,}9$

☐ $k(t) = 7t^2 + 1$

☑ $v(t) = \frac{t}{3} + 8$

$a = \frac{1}{3}$ ; $b = 8$

☐ $A(q) = \frac{8}{q} + 7$

☐ $B(q) = \frac{1}{2q + 5}$

**2** Pour chaque fonction affine suivante dont l'expression est de la forme $ax + b$, complétez les informations manquantes.

| Expression de la fonction | *a* | *b* |
|---|---|---|
| $f(x) = -2x - 5$ | −2 | −5 |
| $g(x) = x - 0{,}1$ | 1 | −0,1 |
| $h(x) = 3 + 2{,}6x$ | 2,6 | 3 |
| $j(x) = -x + 7$ | −1 | 7 |

**3** Associez à chaque fonction sa représentation graphique.

$f(x) = x + 2$

$\mathscr{D}_3$

$g(x) = -0{,}5x$

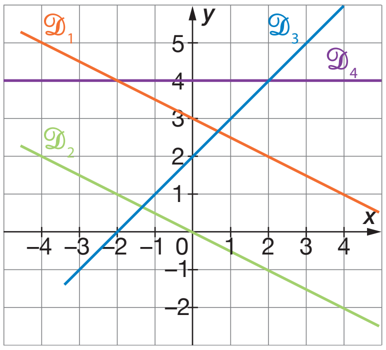
$\mathscr{D}_2$

$h(x) = 4$

$\mathscr{D}_4$

$j(x) = 3 - 0{,}5x$

$\mathscr{D}_1$




**4** La piscine de Léa contient 50 m³ d'eau. Léa constate que l'eau s'évapore à raison de 9 L/h.

On modélise la situation par la fonction affine $f$ définie par $f(x) = 50\,000 - 9x$ sur l'intervalle [0 ; 120] où $f(x)$ est la quantité d'eau (en L) dans la piscine au bout du temps $x$ (en h).

**a.** Donnez les valeurs du coefficient directeur $a$ et de l'ordonnée à l'origine $b$ de la courbe représentative de la fonction $f$. $a = -9$ ; $b = 50\,000$

Complétez le tableau de variations de la fonction $f$.

| $x$ | 0 | 120 |
|---|---|---|
| Variations de $f$ | 50 000 ↘ | 48 920 |

**b.** Vérifiez le sens de variation de la fonction $f$ en la représentant graphiquement à l'aide de l'outil de votre choix.

**TUTO CALCULATRICE**
Construire la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/ 21mc64

**TUTO LOGICIEL**
Tracer la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/ 21mc65

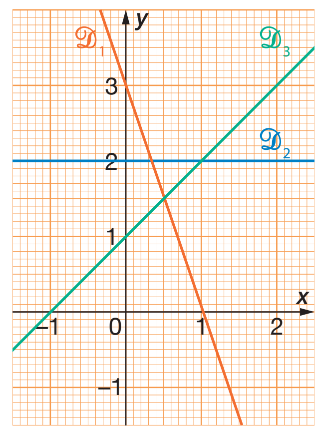
**5** **a.** Sans tracer les courbes représentatives des fonctions affines suivantes, indiquez leur sens de variation. Justifiez votre réponse.

| Fonction | Sens de variation |
|---|---|
| $A(x) = 3x - 2$ | $A$ est croissante car $3 > 0$ |
| $B(x) = -3x + 2$ | $B$ est décroissante car $-3 < 0$ |
| $C(x) = 3 - 2x$ | $C$ est décroissante car $-2 < 0$ |

**b.** Vérifiez le sens de variation des fonctions $A$, $B$, $C$ en les représentant graphiquement sur l'intervalle [–2 ; 3] à l'aide de l'outil de votre choix.

## Déterminer l'expression d'une fonction affine

**6** À l'aide de la représentation graphique ci-contre, complétez le tableau ci-dessous.




| Droite | Coefficient directeur | Ordonnée à l'origine | Équation réduite |
|---|---|---|---|
| $\mathscr{D}_1$ | –3 | 3 | $y = -3x + 3$ |
| $\mathscr{D}_2$ | 0 | 2 | $y = 2$ |
| $\mathscr{D}_3$ | 1 | 1 | $y = x + 1$ |

**7** Soit la fonction affine $g$ définie sur l'intervalle [3 ; 9] telle que $g(5) = 1$ et $g(7) = 2$.

**a.** Calculez le taux d'accroissement $a$ de la fonction $g$.

$a = \dfrac{g(7) - g(5)}{7 - 5} = \dfrac{2 - 1}{7 - 5} = 0{,}5$

**b.** Donnez le sens de variation de la fonction $g$.

$a > 0$ donc $g$ est croissante.

**c.** Calculez l'ordonnée à l'origine $b$ de la fonction $g$.

$g(x) = 0{,}5x + b$

$g(5) = 1$ donc $0{,}5 \times 5 + b = 1$

$2{,}5 + b = 1$

$b = 1 - 2{,}5 = -1{,}5$

**d.** Déduisez-en l'expression de la fonction $g$.

$g(x) = 0{,}5x - 1{,}5$

**8** La location journalière d'une trottinette électrique chez TrotLoc comprend le tarif horaire et le montant de l'assurance. Jinna a payé 7,55 € pour 3 h de location et Tristan 11,90 € pour 8 h de location.

On modélise la situation par une fonction affine $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 24] où $x$ est la durée (en h) de la location et $f(x)$ le prix payé (en €).

**a.** Complétez le tableau de valeurs suivant à partir des tarifs proposés à Jinna et Tristan.

| $x$ | 3 | 8 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 7,55 | 11,90 |

**b.** Le taux d'accroissement $a$ de la fonction $f$ correspond au tarif horaire. Calculez $a$.

$a = \dfrac{f(8) - f(3)}{8 - 3} = \dfrac{11{,}90 - 7{,}55}{8 - 3} = 0{,}87$

**c.** L'ordonnée à l'origine $b$ de la fonction $f$ correspond au montant de l'assurance. Calculez $b$.

$f(x) = 0{,}87x + b$

$f(3) = 7{,}55$ donc $0{,}87 \times 3 + b = 7{,}55$

$2{,}61 + b = 7{,}55$

$b = 7{,}55 - 2{,}61$

$b = 4{,}94$

**d.** Exprimez le prix $f(x)$ en fonction de la durée $x$ de la location.

$f(x) = 0{,}87x + 4{,}94$

**9** Soient les équations réduites de droites suivantes. Sans les tracer, indiquez les droites parallèles entre elles.

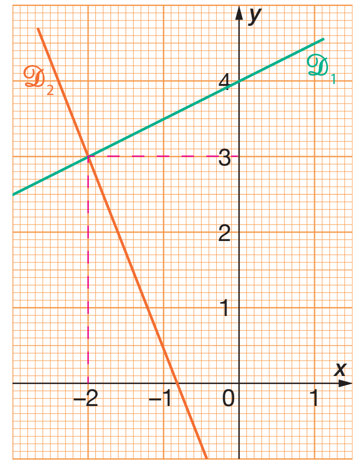
$D_1 : y = 3 - 7x$ $D_2 : y = 3x - 7$
$D_3 : y = -3 - 7x$ $D_4 : y = 3 + 7x$
$D_5 : y = 3x + 7$ $D_6 : y = -3x + 7$

$(D_1) \,//\, (D_3)$ et $(D_2) \,//\, (D_5)$

## Résoudre graphiquement un système

**10** Le système de deux équations à deux inconnues

$\begin{cases} -5x - 2y = 4 \\ x - 2y = -8 \end{cases}$ est représenté par le graphique ci-contre.




**a.** Résolvez graphiquement le système.

La solution est le couple (–2 ; 3).

**b.** Vérifiez par le calcul la solution trouvée à la question **a**.

$-5 \times (-2) - 2 \times 3 = 10 - 6 = 4$

$-2 - 2 \times 3 = -2 - 6 = -8$

**11** Résolvez graphiquement le système suivant à l'aide du logiciel GeoGebra.

$\begin{cases} 3x + y = -2 \\ -3x + 2y = 14 \end{cases}$ Solution : (–2 ; 4)

**TUTO LOGICIEL**
**Résoudre graphiquement un système de 2 équations à 2 inconnues**
foucherconnect.fr/21mc66

**12** python™ foucherconnect.fr/21mc67

Soit l'équation de droite $5x + y = 2$. Ouvrez le fichier « **C06_91_systeme.py** ».

**a.** Expliquez le rôle du programme à votre professeur.

```
1 for x in range(-10,10):
2   for y in range(-10,10):
3     if 5*x+y==2:
4       print("(",x,";",y,")")
```

Afficher les solutions ($x$ ; $y$) de l'équation $5x + y = 2$ où $x$ et $y$ passent de –10 à 9 avec un pas de 1.

**b.** Logique ▸ p. 160 Cochez l'instruction à saisir à la ligne 3 du programme pour résoudre le système suivant : $\begin{cases} 5x + y = 2 \\ 4x + 3y = 17 \end{cases}$.

- [ ] `if 5*x+y==2 or 4*x+3*y==17`
- [x] `if 5*x+y==2 and 4*x+3*y==17`

**c.** Saisissez dans le programme l'instruction choisie à la question **b**, puis exécutez-le. Notez la solution du système. (–1 ; 7)

**13** Le poids « idéal » d'un homme peut être déterminé à l'aide de la fonction $m$ définie sur l'intervalle [100 ; 200] telle que $m(x) = x - 100 - 0{,}25(x - 150)$ où $x$ représente la taille (en cm) et $m(x)$ le poids « idéal » (en kg).

**1.** Montrez que $m$ est une fonction affine qui peut s'exprimer sous la forme : $m(x) = 0{,}75x - 62{,}5$.

$m(x) = x - 100 - 0{,}25x + 0{,}25 \times 150$

$m(x) = x - 0{,}25x + 0{,}25 \times 150 - 100$

$m(x) = 0{,}75x - 62{,}5$

**2.** Calculez $m(170)$.

$m(170) = 0{,}75 \times 170 - 62{,}5 = 65$

**3.** Quel serait le poids « idéal » de Théo qui mesure 1,70 m ?

1,70 m = 170 cm. Le poids « idéal » de Théo serait 65 kg.

**14** Maëlle a souscrit un forfait mobile à 2 € qui limite la durée d'appel à 2 h/mois.

En cas de dépassement, elle devra payer un surplus de 0,05 €/min.

On modélise la situation par la fonction $f$ définie sur l'intervalle [120 ; 300] qui, à la durée d'appel $x$ (en min), associe le montant de la facture $f(x)$ (en €).

**1.** Cochez l'expression de la fonction $f$.

☐ $f(x) = 2 + 0{,}05x$ ☐ $f(x) = 2x + 0{,}05$

☑ $f(x) = 2 + 0{,}05(x - 120)$

**2.** Montrez que $f$ est une fonction affine.

$f(x) = 2 + 0{,}05x - 0{,}05 \times 120$

$f(x) = 0{,}05x - 4$

$f$ a une expression de la forme $f(x) = ax + b$.

**3.** Calculez l'image de 180 par $f$.

$f(180) = 0{,}05 \times 180 - 4 = 5$

**4.** Donnez la signification concrète du résultat obtenu à la question **3**.

180 min de communication coûtent 5 €.

**15** Inès est vendeuse dans un magasin de chaussures pour adultes.

On note $p$ la fonction affine définie sur l'intervalle [23 ; 30] qui, à la longueur $x$ (en cm) du pied, associe la pointure $p(x)$.

**1.** Une pointure 36 correspond à un pied de longueur 23 cm et une pointure 45 à un pied de 29 cm. Cochez les bonnes égalités.

☐ $p(36) = 23$ ☑ $p(23) = 36$

☐ $p(45) = 29$ ☑ $p(29) = 45$

**2.** Calculez le taux d'accroissement $a$ de la fonction $p$.

$a = \dfrac{p(29) - p(23)}{29 - 23} = \dfrac{45 - 36}{29 - 23} = 1{,}5$

**3.** Calculez l'ordonnée à l'origine $b$ de la fonction $p$.

$p(x) = 1{,}5x + b$

$p(23) = 36$ donc $1{,}5 \times 23 + b = 36$

$34{,}5 + b = 36$

$b = 36 - 34{,}5$

$b = 1{,}5$

**4.** Déduisez-en l'expression de la fonction $p$.

$p(x) = 1{,}5x + 1{,}5$

**5.** Représentez graphiquement la fonction $p$ à l'aide de l'outil de votre choix.

**6.** Déterminez la pointure d'une cliente dont le pied mesure 24 cm.

$p(24) = 1{,}5 \times 24 + 1{,}5 = 37{,}5$

**7.** Déterminez la longueur de vos pieds connaissant votre pointure. Arrondissez à l'unité.

Par exemple, pour une pointure 39, on résout l'équation $p(x) = 39$.

$1{,}5x + 1{,}5 = 39$

$x = \dfrac{39 - 1{,}5}{1{,}5} = 25$

Le pied mesure 25 cm.

**16** La consommation maximale d'oxygène ou $VO_2$ max (volume maximal d'oxygène) est un indicateur de la condition physique d'une personne.

Pour estimer la consommation en oxygène de Ryan en fonction de sa fréquence cardiaque, son coach sportif réalise une mesure au repos et une mesure à l'effort. Les résultats figurent dans le tableau suivant.

| | Repos | Effort |
|---|---|---|
| Fréquence cardiaque (battement/min) | 70 | 140 |
| $V0_2$ (L/min) | 0,24 | 1,5 |

**Problématique :** Quelle est la $V0_2$ max de Ryan ?

**1.** On modélise la situation par la fonction affine $f$ qui, à la fréquence cardiaque $x$ (en battement/min) associe le volume d'oxygène consommé $f(x)$ (en L/min).

**a.** Calculez le taux d'accroissement $a_1$ de la fonction $f$.

$a_1 = \frac{f(140) - f(70)}{140 - 70} = \frac{1,5 - 0,24}{140 - 70} = 0,018$

**b.** Calculez l'ordonnée à l'origine $b_1$ de la fonction $f$.

$f(x) = 0,018x + b_1$

$f(70) = 0,24$ donc $0,018 \times 70 + b_1 = 0,24$

$1,26 + b_1 = 0,24$

$b_1 = 0,24 - 1,26$

$b_1 = -1,02$

**c.** Déduisez-en l'expression de la fonction $f$.

$f(x) = 0,018x - 1,02$

**2.** Soit $g$ la fonction définie par $g(x) = 207 - 0,7x$ sur l'intervalle [0 ; 100] où $x$ est l'âge de la personne et $g(x)$ la fréquence cardiaque maximale (FCM) en battement par minute.

**a.** Donnez le taux d'accroissement $a_2$ et l'ordonnée à l'origine $b_2$ de la fonction $g$.

$a_2 = -0,7$ ; $b_2 = 207$

**b.** Indiquez le sens de variation de la fonction $g$. Justifiez.

La fonction $g$ est décroissante car $a_2 < 0$.

**c.** Ryan a 40 ans. Déterminez sa FCM.

$g(40) = 207 - 0,7 \times 40 = 179$ battements/min

**3.** Répondez à la problématique. Justifiez votre réponse.

$f(179) = 0,018 \times 179 - 1,02 = 2,202$

La $VO_2$ max de Ryan est 2,202 L/min.

**17** Julien est chauffeur de taxi. Le tarif d'une course est composé d'un prix au kilomètre et d'une prise en charge fixe. Julien a démarré sa journée en réalisant une course de 10 km à 18,20 € et une course de 34 km à 56,60 €. Nirina qui dispose d'un billet de 50 € pour régler sa course lui demande le coût d'un trajet de 28 km.

Soit $x$ le tarif au kilomètre (en €/km) et $y$ le montant (en €) de la prise en charge.

**1.** Traduisez cet énoncé par un système de deux équations à deux inconnues.

$$\begin{cases} 10x + y = 18,20 \\ 34x + y = 56,60 \end{cases}$$

**2.** Écrivez les deux équations du système sous la forme $y = ax + b$.

$$\begin{cases} y = -10x + 18,20 \\ y = -34x + 56,60 \end{cases}$$

**3.** Résolvez graphiquement le système à l'aide de l'outil de votre choix.

(1,6 ; 2,2). Prix du km : 1,6 € ;

prise en charge : 2,2 €.

**4.** Nirina pourra-t-elle régler la course avec son billet de 50 € ? Justifiez votre réponse.

Pour un trajet de 28 km, Nirina devra payer

$1,6 \times 28 + 2,2 = 47$ €. Elle pourra utiliser son

billet de 50 €.

**18** python foucherconnect.fr/21mc68

David part en vacances à 500 km de son domicile avec le plein d'essence. Le réservoir de sa voiture a une contenance maximale de 45 L. Arrivé à destination, la jauge de son réservoir indique 15 L.

**Problématique :** Quelle distance, en km, David peut-il parcourir avec un plein d'essence ?


On modélise la situation par la fonction affine $V$ qui, à la distance $x$ parcourue (en km) associe la quantité $V(x)$ d'essence contenue dans le réservoir (en L).

**1.** Déterminez $V(0)$ et $V(500)$.

$V(0) = 45$ et $V(500) = 15$

**2.** Ouvrez le fichier « **C06_94_affine.py** ». Déterminez l'expression de la fonction $V$ en exécutant le programme.

$V(x) = -0{,}06x + 45$

**3.** Résolvez l'équation $V(x) = 0$.

$-0{,}06x + 45 = 0$

$x = \dfrac{-45}{-0{,}06} = 750$

**4.** Répondez à la problématique.

David peut parcourir 750 km avec un plein d'essence.

**19** À la terrasse d'un café, un groupe d'amis commande 5 jus de fruit et 4 cafés pour 18,80 €. À la table voisine, le serveur encaisse 9,20 € pour 3 cafés et 2 jus de fruit.

On note $x$ le prix (en €) d'un café et $y$ le prix (en €) d'un jus de fruit.

**1.** Cochez le système qui traduit la situation.

☐ $\begin{cases} 5x + 4y = 18{,}80 \\ 3x + 2y = 9{,}20 \end{cases}$ ☑ $\begin{cases} 4x + 5y = 18{,}80 \\ 3x + 2y = 9{,}20 \end{cases}$

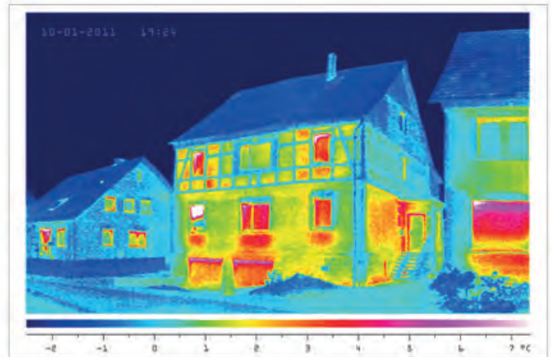
**2.** Résolvez graphiquement le système à l'aide du logiciel GeoGebra.

(1,2 ; 2,8)

**3.** Déduisez-en les prix d'un café et d'un jus de fruit.

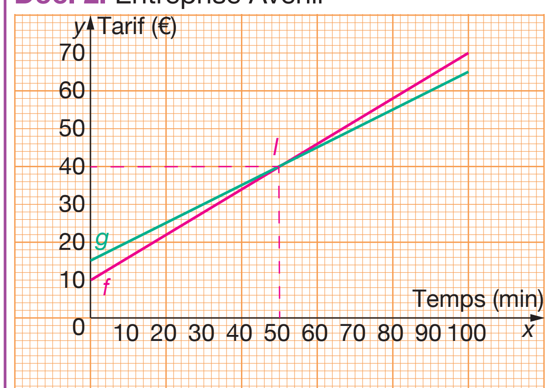
Un café coûte 1,20 € et un jus de fruit 2,80 €.

**20** Pour augmenter les performances énergétiques de son habitation, M. Gaby décide de remplacer ses fenêtres par du double vitrage. Il compare les tarifs proposés par deux entreprises.



**Doc. 1. Entreprise Renov**
36 € l'heure
10 € le déplacement

**Doc. 2.** Entreprise Avenir




**Problématique :** Pour quelle durée d'intervention le coût est-il identique avec les deux entreprises ?

On modélise le prix à payer (en €) par une fonction définie sur l'intervalle [0 ; 100] : la fonction $f$ pour l'entreprise Renov et la fonction $g$ pour l'entreprise Avenir, où $x$ représente le temps de travail (en min).

**1.** Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On peut tracer la droite représentative de la fonction $f$ sur le document 2 et déterminer les coordonnées du point d'intersection I des deux droites associées aux fonctions $f$ et $g$.

**2.** Mettez en œuvre votre méthode.

$f(x) = 0{,}6x + 10$. La droite représentative de la fonction $f$ passe par les points (0 ; 10) et (100 ; 70). On lit I(50 ; 40).

**3.** Répondez à la problématique.

50 min d'intervention sont facturées 40 € par les deux entreprises.

# Consolidation Cycle 4

## Je passe d'un mode de représentation d'une fonction à un autre

**1** On considère trois fonctions affines $A$, $B$ et $C$ dont les expressions sont les suivantes :

| $A(x) = x - 2$ | $B(x) = 1 - 2x$ | $C(x) = -2x$ |
|---|---|---|
| Fonction $A$ | Fonction $B$ | Fonction $C$ |

**a.** **Associez**, lorsque cela est possible, les cartes ci-dessous aux fonctions $A$, $B$ et/ou $C$ en cochant la (ou les) bonne(s) case(s).

**b.** **Justifiez** les choix faits pour la fonction $A$. Vous pouvez par exemple réaliser un enregistrement audio depuis votre tablette ou smartphone.

**1**

| $x$ | $-2$ | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | $-6$ |

Fonction ☐ $A$ ☐ $B$ ☑ $C$

**2**

| $x$ | $-2$ | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | $-4$ | 1 |

Fonction ☑ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**3**

| $x$ | $-2$ | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | 5 | 7 |

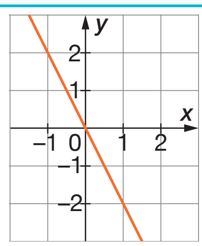
Fonction ☐ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**4**

| $x$ | $-2$ | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | 5 | $-5$ |

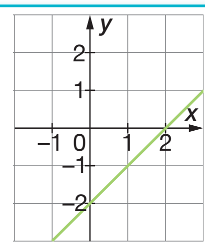
Fonction ☐ $A$ ☑ $B$ ☐ $C$

**5**



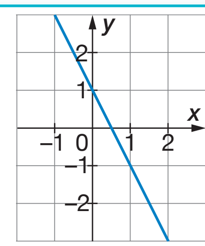

Fonction ☐ $A$ ☐ $B$ ☑ $C$

**6**



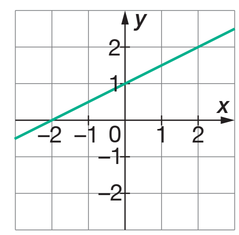

Fonction ☑ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**7**




Fonction ☐ $A$ ☑ $B$ ☐ $C$

**8**




Fonction ☐ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**9** $b = -2$
Fonction ☑ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**10** $b = 0$
Fonction ☐ $A$ ☐ $B$ ☑ $C$

**11** $b = 1$
Fonction ☐ $A$ ☑ $B$ ☐ $C$

**12** $b = 2$
Fonction ☐ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**13** $a > 0$
Fonction ☑ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**14** $a < 0$
Fonction ☐ $A$ ☑ $B$ ☑ $C$

**15** La droite « monte »
Fonction ☑ $A$ ☐ $B$ ☐ $C$

**16** La droite « descend »
Fonction ☐ $A$ ☑ $B$ ☑ $C$

## Je comprends et j'utilise la notion de fonction affine

**2** **a.** Vrai ou Faux ? **Cochez** la bonne réponse.

**b.** **Justifiez** à l'oral.

| | | |
|---|---|---|
| La courbe représentative d'une fonction affine est toujours une droite. | ☑ Vrai | ☐ Faux |
| Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine. | ☑ Vrai | ☐ Faux |
| La fonction $f$ telle que $f(x) = x + 5$ est une fonction linéaire. | ☐ Vrai | ☑ Faux |
| Si $f(x) = x + 5$, alors $f(-6) = 1$. | ☐ Vrai | ☑ Faux |
| La fonction $g$ telle que $g(x) = 1 + 2x$ est associée au programme « Prendre un nombre $x$, ajouter 1 puis multiplier le résultat par 2 ». | ☐ Vrai | ☑ Faux |
| La représentation graphique de la fonction $g$ précédente passe par le point P(5 ; 11). | ☑ Vrai | ☐ Faux |

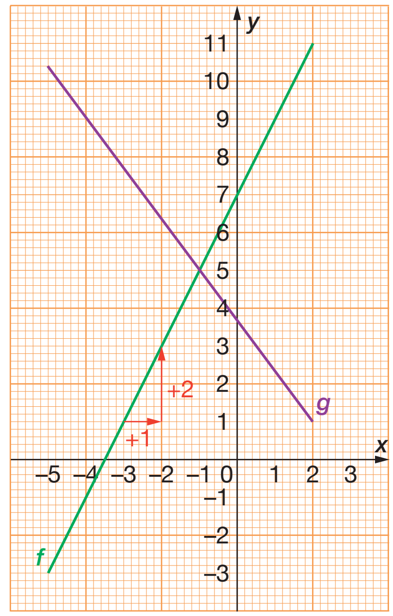
# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**3** **Complétez** les phrases en utilisant les propositions suivantes :

*couple • ordonnée à l'origine • système • affine • y = ax + b • droite • abscisse • coordonnées • intervalle • coefficient directeur • ordonnée • intersection.*

Vous pouvez vous aider du graphique.




- Soit la fonction affine $f$ définie par $f(x) = 2x + 7$ sur l' intervalle $[-5\ ;\ 2]$.

Sa représentation graphique est une droite dont l'équation réduite est de la forme $y = ax + b$.

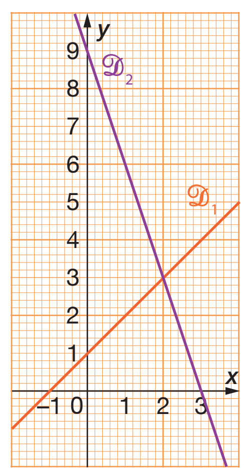
2 est le coefficient directeur et 7 est l' ordonnée à l'origine de la droite.

Lorsque l' abscisse $x$ augmente d'une unité, l' ordonnée $y$ augmente de deux unités.

- $\begin{cases} -2x + y = 7 \\ 4x + 3y = 11 \end{cases}$ est un système de deux équations à deux inconnues représenté par le graphique ci-contre. La solution du système correspond aux coordonnées du point d' intersection des droites associées aux deux équations. La solution du système est le couple $(-1\ ;\ 5)$.

## Je revois des points importants

**4** **Trouvez** le mot secret en répondant correctement aux trois questions « mystère ».




Soit $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ les droites représentées dans le graphique ci-contre. $\mathcal{D}_1$ a pour équation réduite $y = a_1x + b_1$ **1** et $\mathcal{D}_2$ a pour équation réduite $y = a_2x + b_2$ **2**.

**a. Déterminez** les valeurs de $a_1$ et $b_1$. Déduisez-en l'équation **1** de $\mathcal{D}_1$.

☐ $a_1 = -1$ ☑ $a_1 = 1$ ☐ $a_1 = 2$ ☐ $b_1 = -1$ ☑ $b_1 = 1$ ☐ $b_1 = 2$

**1** : $y = x + 1$

**b. Déterminez** les valeurs de $a_2$ et $b_2$. Déduisez-en l'équation **2** de $\mathcal{D}_2$.

☑ $a_2 = -3$ ☐ $a_2 = 3$ ☐ $a_2 = 6$ ☐ $b_2 = 2$ ☐ $b_2 = 3$ ☑ $b_2 = 9$

**2** : $y = -3x + 9$

**c. Déterminez** la solution $(c\ ;\ d)$ du système constitué des deux équations **1** et **2**. $(2\ ;\ 3)$

**d.** À l'aide du tableau de correspondance suivant, **reconstituez** le mot secret.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| –3 | –1 | 1 | 2 | 3 | 6 | 9 |
| A | L | F | E | I | U | N |

| $a_2$ | $b_1$ | $a_1$ | $d$ | $b_2$ | $c$ |
|---|---|---|---|---|---|
| A | F | F | I | N | E |

## Je mémorise

**5** **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux fonctions affines, les calculs associés aux fonctions affines, ainsi que la résolution graphique d'un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues.

> Je fais le point page 88

## J'acquiers une méthode

### 6 Déterminer l'expression d'une fonction affine

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

On modélise la température moyenne de l'atmosphère par la fonction affine $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 3 000] qui, à l'altitude $x$ (en m) associe la température $f(x)$ (en °C).

Un tableau de valeurs de la fonction $f$ est donné ci-contre.

**1.** Déterminez l'expression de la fonction $f$.

**2.** Déterminez la température moyenne de l'atmosphère à 2 000 m d'altitude.

$x_1$ $x_2$

| $x$ | 200 | 1 000 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 13,7 | 8,5 |

$f(x_1)$ $f(x_2)$

**» RÉSOLUTION**

**1.** $f$ a pour expression $f(x) = ax + b$.

$f(200) = 13{,}7$ et $f(1\,000) = 8{,}5$

$a = \dfrac{f(1\,000) - f(200)}{1\,000 - 200} = \dfrac{8{,}5 - 13{,}7}{1\,000 - 200} = -0{,}006\,5$

Donc $f(x) = -0{,}006\,5x + b$.

Soit $f(200) = 13{,}7$.

$-0{,}006\,5 \times 200 + b = 13{,}7$

$-1{,}3 + b = 13{,}7$

$b = 13{,}7 + 1{,}3$

$b = 15$

Donc $f(x) = -0{,}006\,5x + 15$.

**2.** $f(2\,000) = -0{,}006\,5 \times 2\,000 + 15 = 2$.

Il fait 2 °C en moyenne à 2 000 m d'altitude.

**» MÉTHODE**

La fonction affine $f$ a pour expression $f(x) = ax + b$.

- Prendre deux nombres $x_1$ et $x_2$ et leurs images $f(x_1)$ et $f(x_2)$.
- Calculer $a$ en utilisant la formule $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Remplacer $a$ dans l'expression de $f$.

- Calculer $b$ à partir de l'une des deux images données par l'énoncé. Résoudre l'équation $f(x_1) = y_1$ d'inconnue $b$.
- En déduire l'expression $f(x) = ax + b$ de la fonction $f$ en remplaçant $b$ par sa valeur.
- Utiliser l'expression $f(x) = ax + b$ pour calculer l'image $f(x_0)$ de $x_0$ par $f$.

**Application**

On modélise la longueur d'un ressort par la fonction affine $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 100] qui, à la masse suspendue $x$ (en g) associe la longueur $f(x)$ du ressort (en cm). Un tableau de valeurs de la fonction $f$ est donné ci-contre.

| $x$ | 40 | 80 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 9 | 12 |

**1.** Déterminez l'expression de la fonction $f$.

$f$ a pour expression $f(x) = ax + b$.

$f(40) = 9$ et $f(80) = 12$.

$a = \dfrac{f(80) - f(40)}{80 - 40} = \dfrac{12 - 9}{80 - 40} = 0{,}075$

Donc $f(x) = 0{,}075x + b$.

$f(40) = 9$

$0{,}075 \times 40 + b = 9$

$3 + b = 9$

$b = 9 - 3 = 6$

Donc $f(x) = 0{,}075x + 6$.

**2.** Déterminez la longueur du ressort sans masse suspendue.

$f(0) = 0{,}075 \times 0 + 6 = 6$. La longueur du ressort sans masse suspendue est 6 cm.

# Évaluation

## Situation

Tahina passe les vacances d'été chez ses grands-parents à l'étranger. Elle veut acheter une carte SIM du pays pour téléphoner à sa famille et ses amis restés en France. L'opérateur lui propose deux offres.

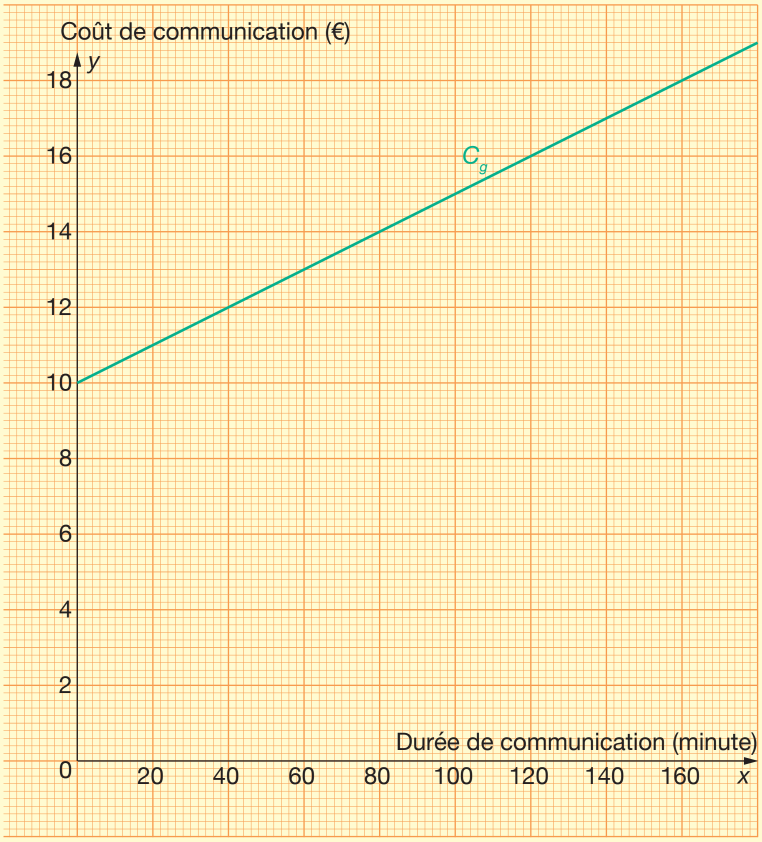
**Doc. 1.** Offre ❶
Prix de la carte SIM : 6 €
Tarif par minute : 0,07 €

On note $f$ pour l'offre ❶ et $g$ pour l'offre ❷, les fonction définies sur l'intervalle [0 ; 300] qui, à une durée de communication $x$ (en min) associent le coût (en €).

## Problématique

**Pour quelle durée de communication le coût est-il identique avec les deux offres ?**

**Doc. 2** : Offre ❷




**1** S'approprier Valider Déterminez l'expression de la fonction $f$ et montrez que $f$ est une fonction affine.

$f(x) = 6 + 0{,}07x$. L'expression de la fonction $f$ est de la forme $f(x) = ax + b$.

**2** Analyser/Raisonner Montrez que la fonction $g$ est une fonction affine.

La représentation graphique de la fonction $g$ est une droite.

**3** S'approprier Complétez à l'aide du graphique : $g(0) =$ 10 ; $g($ 120 $) = 16$.

**4** Réaliser Déterminez l'expression de la fonction $g$.

Taux d'accroissement $a$ de la fonction $g$ : $a = \dfrac{g(120) - g(0)}{120 - 0} = \dfrac{16 - 10}{120 - 0} = 0{,}05$

Ordonnée à l'origine $b$ de la fonction $g$ : $b = 10$.

Il en résulte que la fonction $g$ a pour expression $g(x) = 0{,}05x + 10$.

**5** Analyser/Raisonner Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il s'agit de résoudre graphiquement le système $\begin{cases} y = 0{,}07x + 6 \\ y = 0{,}05x + 10 \end{cases}$ à l'aide d'un outil au choix.

Appelez le professeur pour lui présenter la méthode.

**6** Réaliser Valider Communiquer Mettez en œuvre cette méthode et répondez à la problématique.

La solution du système $\begin{cases} y = 0{,}07x + 6 \\ y = 0{,}05x + 10 \end{cases}$ est le couple (200 ; 20). Pour 200 min de communication, les deux offres proposent un coût identique égal à 20 €.

# Fonction carré et opérations sur les fonctions

# 07

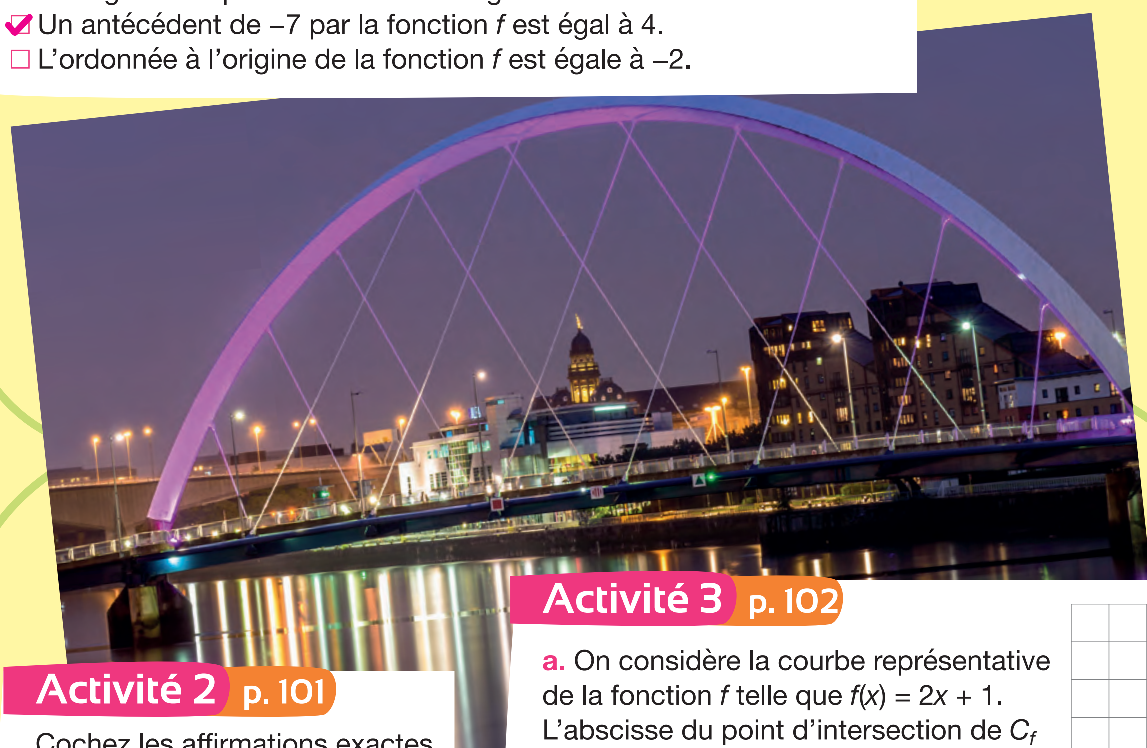
| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Construire la parabole représentant la fonction carré et donner son tableau de variations. | Activité 1 |
| • Déduire de la courbe représentative d'une fonction $f$ celle de la fonction qui à $x$ associe $f(x) + k$, où $k$ est un nombre réel donné.<br>• Déduire de la courbe représentative de la fonction carré, l'allure de celle de la fonction définie par $f(x) = kx^2$, où $k$ est un nombre réel donné.<br>• Déduire des variations d'une fonction $f$ celles de la fonction $kf$, où $k$ est un nombre réel donné. | Activité 2 |
| • Résoudre par une méthode algébrique ou graphique une équation du type $f(x) = c$ ou une inéquation du type $f(x) < c$, où $c$ est un réel donné et $f$ une fonction affine ou une fonction du type $x \mapsto kx^2$. | Activité 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 100

Soit la fonction $f$ telle que $f(x) = -2x + 1$. Cochez les affirmations exactes.

☑ L'image de 2 par la fonction $f$ est égale à $-3$.
☐ L'image de $-3$ par la fonction $f$ est égale à 2.
☑ Un antécédent de $-7$ par la fonction $f$ est égal à 4.
☐ L'ordonnée à l'origine de la fonction $f$ est égale à $-2$.

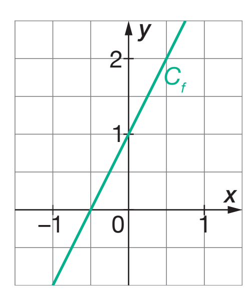


### Activité 2 p. 101

Cochez les affirmations exactes.

☐ si $x = 2$ alors $-3x^2 = -9$
☑ si $x = -2$ alors $-3x^2 = -12$
☑ si $x > 2$ alors $3x^2 > 12$
☑ si $x > 2$ alors $-3x^2 < 12$

### Activité 3 p. 102




**a.** On considère la courbe représentative de la fonction $f$ telle que $f(x) = 2x + 1$. L'abscisse du point d'intersection de $C_f$ avec l'axe des abscisses vaut :

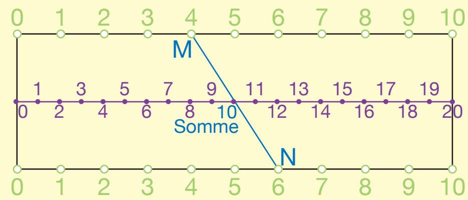
☐ 0 ☐ 1 ☑ $\frac{-1}{2}$

**b.** L'abscisse du point d'intersection de la courbe représentative de la fonction $f$ telle que $f(x) = -2x - 4$ avec l'axe des abscisses vaut :

☐ 2 ☑ $-2$ ☐ il n'y en a pas

# Activité 1 Représenter et étudier la fonction carré

## SITUATION . Le nomogramme de Matiyasevitch




Un nomogramme est un outil graphique de calcul constitué de courbes graduées. Par exemple, le nomogramme ci-contre permet de faire des additions. Le résultat de l'opération se lit à l'intersection du segment [MN] et de la droite représentée en violet.

On peut lire 4 + 6 = 10.

Le nomogramme de Matiyasevitch, appelé nomogramme parabolique, est basé sur les propriétés de la fonction carré ; il permet de réaliser des opérations mais aussi de trouver des nombres bien particuliers.

### Problématique

**Que permet de faire le nomogramme de Matiyasevitch ?**

**1** S'approprier Réaliser On considère la **fonction $f$ telle que $f(x) = x^2$, aussi appelée fonction carré**, définie sur l'intervalle [–6 ; 6]. Calculez les images de 0, –6 et 6.

$f(0) = 0^2 = 0 \times 0 = 0$ ; $f(-6) = (-6)^2 = -6 \times (-6) = 36$ ; $f(6) = 6^2 = 6 \times 6 = 36$.

**2** S'approprier Réaliser foucherconnect.fr/21mc70 Ouvrez le fichier « **C07_100_nomogramme.ggb** » dans lequel est représentée la fonction carré. Cette courbe est appelée **parabole**.

Complétez le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle [–6 ; 6] à l'aide des réponses à la question **1** et de la représentation graphique.

| $x$ | –6 | 0 | 6 |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 36 ↘ | 0 | ↗ 36 |

**3** Réaliser À l'écran, tracez la droite (AB) puis affichez son équation.

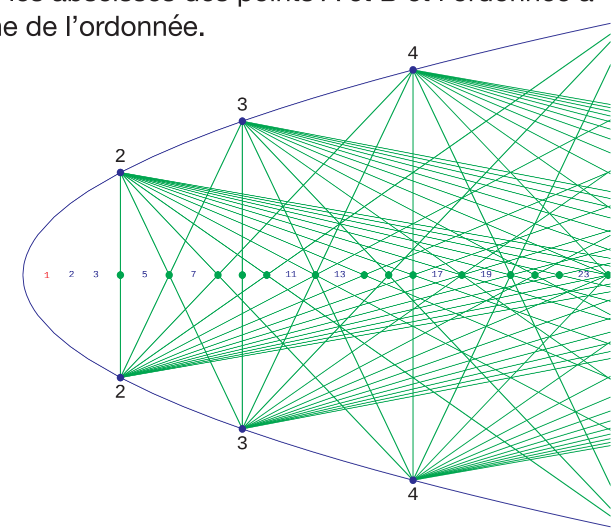
**4** Réaliser En modifiant la position des points A et B, complétez le tableau ci-dessous.

| Abscisse du point A : $x_A$ | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 3 | –5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Abscisse du point B : $x_B$ | –3 | –2 | –3 | 1 | –2 | –3 | –1 |
| Ordonnée à l'origine de la droite (AB) : $b$ | 3 | 4 | 6 | –4 | 8 | 9 | –5 |

**5** Analyser/Raisonner Quelle conjecture pouvez vous émettre entre les abscisses des points A et B et l'ordonnée à l'origine de la droite (AB) ? Attention : ne tenez pas compte du signe de l'ordonnée.

Sans tenir compte du signe de $b$, on peut dire que $x_A \times x_B = b$.

**6** Analyser/Raisonner Sur le nomogramme de Matiyasevitch ci-contre, les points verts correspondent au produit de deux nombres entiers. Les nombres restants sont des nombres particuliers. Ces nombres sont des nombres :




☐ paraboliques ☑ premiers ☐ magiques ☐ aléatoires

**7** Analyser/Raisonner Répondez à la problématique.

Le nomogramme de Matiyasevitch permet d'apprendre visuellement ses tables de multiplication et de retrouver les nombres premiers.

# Activité 2 Ajouter et multiplier fonction et constante


## SITUATION . La tête dans les étoiles

Un radiotélescope est utilisé en astronomie pour capter les ondes radioélectriques émises par les astres dans l'Univers. Il est constitué d'une antenne, d'un collecteur de forme parabolique et d'un support permettant son orientation. Il est important que le support soit suffisamment haut pour que le collecteur puisse être orienté dans toutes les directions.

### Problématique

**À quelle hauteur, en mètre, doit être placé le collecteur et par quelle fonction peut-on modéliser sa forme ?**

foucherconnect.fr/21mc71 Ouvrez le fichier « **C07_101_radiotelescope.ggb** » dans lequel sont représentés un schéma du radiotélescope ainsi qu'une fonction $g$ telle que $g(x) = ax^2 + b$ avec $a$ ($a \neq 0$) et $b$ deux nombres réels. La hauteur minimale à laquelle doit être posé le collecteur est représentée par le segment [LQ]. L'arc rouge représente la partie parabolique du collecteur.

**1** Réaliser | Analyser/Raisonner Déplacez le curseur $b$. Observez et faites une hypothèse sur l'influence du nombre $b$ sur la courbe représentative de la fonction $g$.

Le nombre $b$ modifie la position de la courbe représentative de $g$ par translation le long de l'axe des ordonnées.

**2** Analyser/Raisonner | Valider Comparez pour différentes valeurs de $b$ les variations de la fonction $g$ avec les variations de la fonction carré vue dans l'activité 1.

Quelle que soit la valeur de $b$, les variations de la fonction $g$ sont identiques aux variations de la fonction carré.

**3** Réaliser | Analyser/Raisonner Placez le curseur $b$ à 0 et déplacez le curseur $a$. Observez et faites une hypothèse sur l'influence du nombre $a$ sur la courbe représentative de la fonction $g$.

Si $a$ est positif, la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses et inversement, si $a$ est négatif. Selon les valeurs de $a$, les branches de la parabole s'écartent l'une de l'autre.

**4** Analyser/Raisonner | Valider Complétez les deux tableaux de variations de la fonction $g$ ci-dessous.

| Cas où $a > 0$ et $b = 0$ | | | |
|---|---|---|---|
| $x$ | –20 | 0 | 20 |
| Variations de $g$ | ↘ | 0 | ↗ |

| Cas où $a < 0$ et $b = 0$ | | | |
|---|---|---|---|
| $x$ | –20 | 0 | 20 |
| Variations de $g$ | ↗ | 0 | ↘ |

**5** Analyser/Raisonner | Valider Comparez pour différentes valeurs de $a$ les variations de la fonction $g$ avec les variations de la fonction carré vue dans l'activité 1.

Lorsque $a > 0$, les variations de la fonction $g$ sont identiques aux variations de la fonction carré.

Lorsque $a < 0$, la fonction $g$ varie en sens contraire de la fonction carré.

**6** Réaliser Déplacez les curseurs $a$ et $b$ jusqu'à ce que la courbe représentative de la fonction $g$ se superpose à l'arc rouge qui schématise le collecteur.

**7** Valider | Communiquer Répondez à la problématique.

Le collecteur doit être placé à une hauteur de 35,6 m et la fonction qui peut modéliser sa forme est la fonction $f$ telle que $f(x) = 0{,}05x^2 + 35{,}6$.

# Activité 3 Résoudre une équation $f(x) = c$ ou une inéquation $f(x) < c$

## SITUATION . Solidarité, fraternité

Lors d'épisodes de grand froid ou de canicule, des associations viennent en aide aux personnes les plus fragiles (SDF, personnes âgées...). En fonction des températures extérieures, les besoins humains auprès des plus fragiles varient.

Le nombre d'appels journaliers aux associations, en fonction de la température, est modélisé par une fonction $f$, définie sur l'intervalle $[-20 ; 50]$, par $f(x) = 2{,}5x^2 - 70x + 800$, où $x$ représente la température en °C. Les effectifs mobilisés dans les associations doivent être augmentés lorsque le nombre d'appels journaliers dépasse 1 200.

### Problématique

**Pour quelle(s) température(s) les associations vont-elles devoir augmenter leurs effectifs ?**

**1** Analyser/Raisonner | Réaliser Vérifiez que les points de coordonnées (0 ; 800) et (40 ; 2 000) appartiennent à la courbe représentative de la fonction $f$.

$f(0) = 2{,}5 \times 0^2 - 70 \times 0 + 800 = 800$ ; $f(40) = 2{,}5 \times 40^2 - 70 \times 40 + 800 = 2\,000$. Donc les points de coordonnées (0 ; 800) et (40 ; 2 000) appartiennent à la courbe représentative de la fonction $f$.

**2** Réaliser À l'aide de la calculatrice, tracez la courbe représentative de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-20 ; 50]$.

**TUTO CALCULATRICE**
Construire la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/21mc72

**3** Valider | Communiquer Est-il exact de dire que plus les températures augmentent, plus le nombre d'appels augmente ? Justifiez.

Non, c'est faux car la fonction $f$ est décroissante puis croissante.

**4** S'approprier | Réaliser Complétez le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-20 ; 50]$.

| $x$ | $-20$ | $14$ | $50$ |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 3 200 ↘ | 310 | ↗ 3 550 |

**5** S'approprier Précisez si la fonction $f$ présente un maximum ou un minimum sur l'intervalle $[-20 ; 50]$.

La fonction présente un minimum égal à 310 en $x = 14$.

**6** Réaliser Dans le même repère de la calculatrice, tracez la droite d'équation $y = 1\,200$ et résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 1\,200$.

$f(x) = 1\,200$ pour $x \approx -4{,}87$ et pour $x \approx 32{,}87$.

**TUTO CALCULATRICE**
Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = c$
foucherconnect.fr/21mc73

**7** S'approprier | Communiquer Traduisez les résultats précédents par une phrase. Arrondissez les valeurs au degré.

Pour des températures égales à environ –5 °C et 33 °C, le nombre d'appels est égal à 1 200.

**8** Analyser/Raisonner | Réaliser Résolvez graphiquement l'inéquation $f(x) > 1\,200$ sur l'intervalle $[-20 ; 50]$.

$f(x) > 1\,200$ sur $[-20 ; -5] \cup [33 ; 50]$.

**9** Valider | Communiquer Répondez à la problématique.

Les associations vont devoir augmenter leurs effectifs pour des températures appartenant à $[-20 ; -5] \cup [33 ; 50]$.

# Activité Algo Pro — Représenter graphiquement une fonction

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc74

## SITUATION . Courbe pas à pas

Pauline et Zoéline ont appris à construire les représentations graphiques de fonctions sur Scratch et sur Python. Zoéline dit que le choix du pas a une influence sur l'écriture du script sur Scratch mais pas sur Python. Pauline n'est pas d'accord.

**Problématique**

**Qui de Pauline ou Zoéline a raison ?**

## LANGAGE NATUREL

**1** L'algorithme ci-contre est celui de la construction de la représentation graphique de la fonction *f* telle que $f(x) = x^2$ sur l'intervalle [–20 ; 20], avec un pas de 0,05. Complétez-le sachant que les valeurs *a* et *b* correspondent respectivement à la borne inférieure et à la borne supérieure de l'intervalle d'étude.

```
pas ← 0,05
a ← –20
b ← 20
x ← a
Tant que x ⩽ b
    y ← x*x
    Dessiner point (x ; y)
    x ← x + pas
Fin tant que
```

**2** Expliquez ce qu'il se passe lorsque l'on écrit « x ← x + pas ».

La variable *x* augmente du pas choisi, c'est-à-dire de 0,05.

## LANGAGE SCRATCH

**3** Ouvrez le fichier « **C07_103_pasapas.sb3** ». Mettez les blocs dans le bon ordre et complétez-les afin que le programme affiche la représentation graphique de la fonction *f* telle que $f(x) = 0{,}3x^2$ sur l'intervalle [–20 ; 20] par pas de 0,5.

**4** Dans le bloc 

, la valeur 80 a été choisie. En modifiant cette valeur, expliquez ce qui se passe et pourquoi il est nécessaire de choisir 80.

En modifiant la valeur, la représentation graphique n'est que partielle ou s'arrête. La fonction étant étudiée sur l'intervalle [–20 ; 20], on couvre 40 valeurs par pas de 1 et donc 80 par pas de 0,5.

**5** Modifiez le programme afin d'afficher la représentation de *f* sur l'intervalle [–25 ; 25] par pas de 0,05.

## LANGAGE PYTHON

```
import matplotlib.pyplot as plt
def courbes():
  x=-25
  k=1000
  for i in range (1,k+1):
    x=x+50/k
    plt.plot(x,0.3*x**2,"r+")
  plt.axis([-25,25,0,200])
  plt.grid()
  plt.show()
courbes()
```

**6** Ouvrez le fichier « **C07_103_pasapas.py** » et exécutez-le.

**7** Complétez la phrase : L'exécution du script permet de représenter la fonction *f* telle que $f(x) = 0{,}3x^2$ avec une fenêtre graphique allant de –25 à 25 pour les abscisses et de 0 à 200 pour les ordonnées par pas de $\frac{50}{1\,000} = 0{,}05$.

**8** Modifiez le script pour obtenir un pas de 0,1.

**9** Répondez à la problématique.

Zoéline a tort. Que ce soit sur Python ou sur Scratch, le pas choisi modifie l'écriture du script.

**LEXIQUE python**

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `for i in range (1,1001):` | *i* prend successivement les valeurs entières de 1 à 1 000. |
| `plt.plot(x,0.3*x**2,"r+")` | **Place des points** avec les arguments (abscisse, ordonnée, couleur et type de points). |
| `plt.axis([0,1,0,1])` | Définit la **fenêtre graphique**. |

 Fonction carré et opérations sur les fonctions

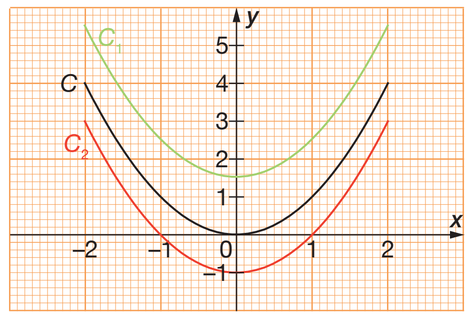
## Fonction carré

- La **fonction carré** est définie pour tout nombre réel $x$ par $f(x) = x^2$.
- Sa courbe représentative est appelée **parabole**. La fonction carré est décroissante pour $x \leqslant 0$ et croissante pour $x \geqslant 0$. Le minimum de cette fonction vaut 0 et est atteint en $x = 0$.

## Ajouter et multiplier fonction et constante

- Lorsqu'on ajoute une constante $k$ à une fonction $f$, on obtient une fonction $g$ qui a le même sens de variation que $f$. On la note $f + k$.

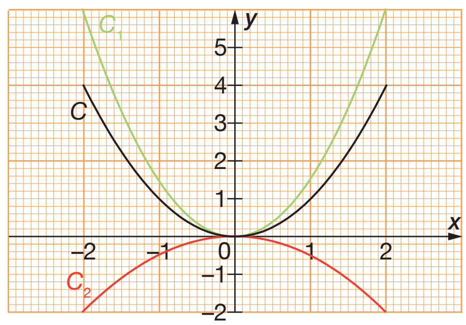
**Exemple** Dans le repère ci-contre sont tracées sur l'intervalle [–2 ; 2] les courbes $C$, $C_1$ et $C_2$ représentatives des fonctions $f$, $g_1$ et $g_2$ telles que $f(x) = x^2$, $g_1(x) = x^2 + 1{,}5$ et $g_2(x) = x^2 - 1$.
La fonction $g_1$ est de la forme $f + k$ avec $k_1 = 1{,}5$ ; la fonction $g_2$ est de la forme $f + k$ avec $k_2 = -1$. Donc $g_1$ et $g_2$ ont le même sens de variation que $f$.




- Lorsqu'on multiplie une fonction $f$ par une **constante $k$ positive**, on obtient une fonction $g$ qui a **le même sens de variation** que $f$.
- Lorsqu'on multiplie une fonction $f$ par une **constante $k$ négative**, on obtient une fonction $g$ qui **varie en sens contraire** de $f$.

**Exemple**
Dans le repère ci-contre sont tracées sur l'intervalle [–2 ; 2] les courbes représentatives des fonctions $f(x) = x^2$, $g_1(x) = 1{,}5x^2$ et $g_2(x) = -0{,}5x^2$.
Les fonctions $g_1$ et $g_2$ sont de la forme $kf$ :
- $k_1 = 1{,}5$, donc $g_1$ a le même sens de variation que $f$ ;
- $k_2 = -0{,}5$, donc $g_2$ varie en sens contraire de $f$.

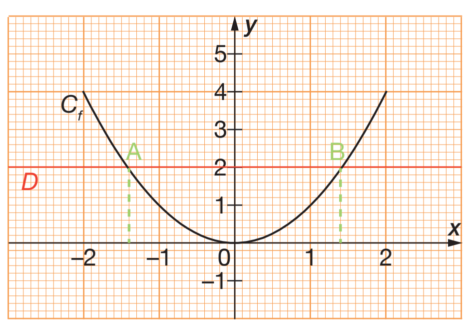
Les courbes représentatives $C_1$ et $C_2$ sont des paraboles.




## Résoudre une équation $f(x) = c$ ou une inéquation $f(x) < c$

- Les solutions, si elles existent, de l'équation $f(x) = c$ (où $c$ est un nombre réel donné) sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative $C_f$ de la fonction $f$ et de la droite $D$ d'équation $y = c$.
- Les solutions, si elles existent, de l'inéquation $f(x) < c$ (où $c$ est un nombre réel donné) sont les abscisses des points de la courbe représentative $C_f$ situés en dessous de la droite $D$ d'équation $y = c$, abscisses des points d'intersection exclues.

**Exemple**
Dans le repère ci-contre est tracée sur l'intervalle [–2 ; 2] la courbe représentative $C_f$ de la fonction $f$ définie par $f(x) = x^2$.
Les solutions de l'équation $f(x) = 2$ sont les abscisses des points d'intersection A et B de $C_f$ et de la droite $D$ d'équation $y = 2$ ; soient les nombres –1,4 et 1,4.
Les solutions de l'inéquation $f(x) < 2$ sont toutes les abscisses des points compris entre les points d'intersection A et B de $C_f$ et de la droite $D$ d'équation $y = 2$ ; abscisses de A et B exclues. Les solutions sont donc les valeurs de $x$ appartenant à l'intervalle ]–1,4 ; 1,4[.



## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 2'

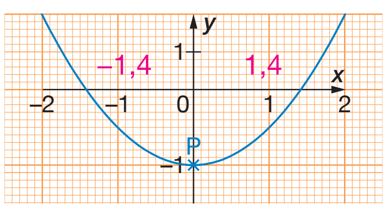
☐ **A3** Donnez une écriture fractionnaire de 75 %.
$75\ \% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.

☐ **A11** Résolvez l'équation $2x = -5$.
$x = \frac{-5}{2}$ ; $x = -2{,}5$.

☐ **A20** Fatou dit qu'elle pèse 425 000 dg.
Donnez cette masse dans l'unité utilisée habituellement. 42,5 kg

### Rituel 2 2'

☐ **A16** Voici la représentation graphique d'une fonction $f$ définie sur $[-2 ; 2]$.




Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
Deux solutions : –1,4 et 1,4.

☐ **A14** Donnez les coordonnées du point P placé sur le graphique précédent. P(0 ; –1)

☐ **A21** L'aire d'un carré est 64 cm². Mathieu écrit que la mesure du côté du carré est égale à 80. Précisez dans quelle unité de mesure est donné ce résultat. 80 est en mm

### Rituel 3 2'

☐ **A10** On donne la formule $P = 2\pi \times R$. Exprimez $R$ en fonction de $P$.
$R = P \div 2\pi$

☐ **A6** Donnez l'écriture décimale de $2{,}14 \times 10^{-2}$.
$2{,}14 \times 10^{-2} = 0{,}021\ 4$

☐ **A13** Lors d'une élection, sur 1 000 électeurs inscrits, seuls 700 ont voté. Calculez le pourcentage de votants.
$\frac{700}{1\ 000} = 0{,}7$, soit 70 % de votants.

### Rituel 4 2'

☐ **A7** Rangez par ordre décroissant (du plus grand au plus petit) : $\frac{7}{4}$ ; $\frac{8}{5}$ ; 1,7.
$\frac{7}{4} = 1{,}75$ ; $\frac{8}{5} = 1{,}6$. Donc $\frac{7}{4} > 1{,}7 > \frac{8}{5}$

☐ **A9** Réduisez l'expression $3x^2 - 2x + 5 - x^2 - x$.
$2x^2 - 3x + 5$

☐ **A5** Exprimez sous la forme d'une seule puissance de 10 l'expression $A$.
$A = (10^2)^3 \times 10^{-7} = 10^6 \times 10^{-7} = 10^{-1}$.

## Représenter et étudier la fonction carré

**1** Soit $f$ la fonction carré définie pour tout réel $x$ par $f(x) = x^2$.

**a.** Calculez :

$f(-8) = (-8)^2 = 64$ $f(10) = 10^2 = 100$

$f(0{,}1) = 0{,}1^2 = 0{,}01$ $f(-0{,}5) = (-0{,}5)^2 = 0{,}25$

**b.** Calculez :

$f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 = 3$ $f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$f(-\sqrt{9}) = (-\sqrt{9})^2 = 9$

**2** Soit $f$ la fonction carré définie pour tout réel $x$ par $f(x) = x^2$.

**a.** Calculez l'image de 7 et l'image de –3 par $f$.
L'image de 7 est : $7^2 = 49$.
L'image de –3 est : $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$.

**b.** Donnez les deux antécédents de 9 par $f$.
9 a deux antécédents par $f$ : 3 et –3.

**c.** Indiquez le nombre qui n'a qu'un antécédent par $f$. ☐ 1 ☐ –4 ☑ 0

**d.** Citez un nombre qui n'a pas d'antécédent par $f$.
–4 n'a pas d'antécédent par $f$.

**3** Complétez le tableau de variations de la fonction carré $f$ sur chacun des intervalles I suivants. Indiquez dans chaque cas le minimum et le maximum.

**a.** I = [2 ; 5]

| $x$ | 2 | 5 |
|---|---|---|
| Variations de $f$ | 4 ↗ | 25 |

Minimum : 4 Maximum : 25

**b.** I = [–4 ; –1]

| $x$ | –4 | | –1 |
|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | 16 | ↘ | 1 |

Minimum : 1 Maximum : 16

**4** Soit $f$ la fonction carré définie pour tout réel $x$ par $f(x) = x^2$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

**a.** Le point B d'ordonnée 16 appartient à $\mathscr{C}_f$. Calculez son abscisse. Abscisse de B : 4 car $4^2 = 16$.

Y a-t-il une autre réponse possible ? Si oui, donnez-la. Oui, –4 car $(-4)^2 = 16$.

**b.** Les points D(–2,1 ; –4,41) et E(–4,8 ; 23,04) appartiennent-ils à $\mathscr{C}_f$ ? Justifiez.

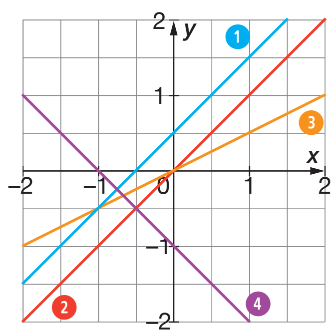
$(-2{,}1)^2 = +\,4{,}41$. Donc D $\notin \mathscr{C}_f$

$(-4{,}8)^2 = 23{,}04$. Donc E $\in \mathscr{C}_f$

## Ajouter et multiplier fonction et constante

**5** Soit les fonctions $f$, $g$, $h$, $j$ définies sur [–2 ; 2] par $f(x) = x$ ; $g(x) = 0{,}5x$ ; $h(x) = 0{,}5 + x$ ; $j(x) = -x - 1$.

Associez chaque fonction à sa courbe représentative.



$f$ : courbe 2

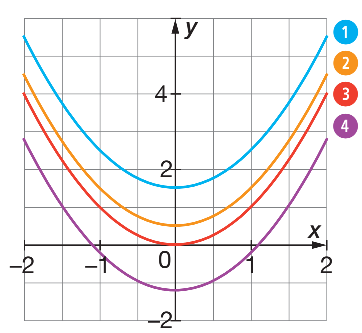
$g$ : courbe 3

$h$ : courbe 1

$j$ : courbe 4

**6** Soit les fonctions $f$, $g$, $h$, $j$ définies sur [–2 ; 2] par $f(x) = x^2$ ; $g(x) = x^2 + 1{,}5$ ; $h(x) = 0{,}5 + x^2$ ; $j(x) = x^2 - 1{,}2$.

Associez chaque fonction à sa courbe représentative.

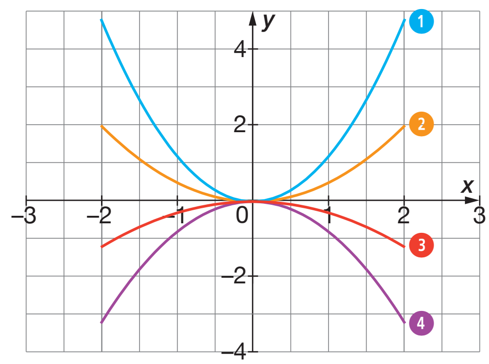


$f$ : courbe 3 $g$ : courbe 1

$h$ : courbe 2 $j$ : courbe 4

**7** Soit les fonctions $f$, $g$, $h$, $j$ définies sur [–2 ; 2] par $f(x) = -0{,}8x^2$ ; $g(x) = 1{,}2x^2$ ; $h(x) = 0{,}5x^2$ ; $j(x) = -0{,}3x^2$.

Associez chaque fonction à sa courbe représentative.



$f$ : courbe 4 $g$ : courbe 1

$h$ : courbe 2 $j$ : courbe 3

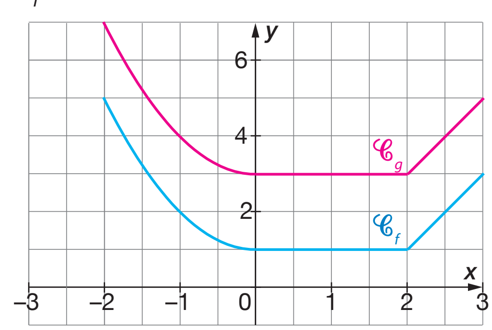
**8** Soit les fonctions $f$ et $g$ définies par $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = -2x^2$ sur l'intervalle [–1 ; 3].

Établissez le tableau de variations des fonctions $f$ et $g$ à partir des variations de la fonction carré.

| $x$ | –1 | | 0 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | –1 | ↘ | –2 | ↗ | 7 |

| $x$ | –1 | | 0 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $g$ | –2 | ↗ | 0 | ↘ | –18 |

**9** On considère la fonction $f$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous.




Tracez sur ce graphique la courbe représentative de la fonction $g$ telle que $g(x) = f(x) + 2$.

**10** Tracez la courbe représentative de la fonction $h$ définie sur [–2 ; 1] par $h(x) = -1{,}4x^2 - 0{,}5$.

**TUTO LOGICIEL**
Tracer la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/21mc75

**11** On donne les fonctions $f$, $g$, $h$ définies sur $[-2\ ;\ 1]$ par $f(x) = x^2$, $g(x) = -1{,}4x^2$ et $h(x) = -1{,}4x^2 - 0{,}5$.

**a.** Rappelez les variations de la fonction carré sur $[-2\ ;\ 1]$.

La fonction carré est décroissante sur l'intervalle $[-2\ ;\ 0]$ et croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$.

**b.** Donnez la propriété qui permet d'obtenir les variations de la fonction $g$ à partir de celles de $f$.

Les fonctions $f$ et $kf$ varient en sens contraire si $k < 0$.

**c.** Complétez le tableau de variations de la fonction $g$.

| $x$ | $-2$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $g$ | $-5{,}6$ ↗ | 0 | ↘ $-1{,}4$ |

**d.** Donnez la propriété qui permet d'obtenir les variations de la fonction $h$ à partir de celles de $g$.

Les fonctions $g$ et $g + k$ varient dans le même sens quel que soit le signe de $k$.

**e.** Complétez le tableau de variations de la fonction $h$.

| $x$ | $-2$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| Variations de la fonction $h$ | $-6{,}1$ ↗ | $-0{,}5$ | ↘ $-1{,}9$ |

**f.** Vérifiez le tableau de la question **e** à l'aide de la courbe obtenue à l'exercice **10**.

## Résoudre une équation $f(x) = c$ ou une inéquation $f(x) < c$

**12** Le graphique ci-contre permet de résoudre l'équation $-2x + 5 = 3$.


Donnez la solution lue sur le graphique.

L'abscisse du point d'intersection est 1.

La solution de l'équation est 1.

**13** On donne les fonctions $f$ et $g$ définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$ et $g(x) = 3x^2$. Résolvez par le calcul les deux équations suivantes.

**a.** $f(x) = 1$ $\Leftrightarrow 3x - 5 = 1 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$

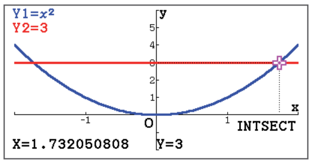
**b.** $g(x) = 27$ $\Leftrightarrow 3x^2 = 27 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ ou $-3$

**14** Résolvez graphiquement les deux équations de l'exercice **13**.

Comparez avec les résultats obtenus à l'exercice **13**.

Les résultats sont les mêmes.

**15** **a.** Indiquez quelle équation la copie d'écran ci-dessous permet de résoudre.




$x^2 = 3$

**b.** Utilisez cette copie d'écran pour donner les valeurs approchées à $10^{-3}$ des solutions de l'équation indiquée au **a**.

Valeurs approchées au millième des deux solutions : 1,732 et −1,732.

**16** Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 8$.

**a.** Résolvez algébriquement l'inéquation $f(x) > 1$.

$3x - 8 > 1 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$.

**b.** Résolvez graphiquement cette inéquation.

**TUTO LOGICIEL**
Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) < c$
foucherconnect.fr/21mc76

**c.** Comparez les résultats obtenus aux questions **a** et **b**.

Ce sont les mêmes.

Les solutions de l'inéquation sont :
les réels supérieurs strictement à 3.

**17** Soit la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x + 2$.

**a.** Résolvez algébriquement l'inéquation $g(x) > -4$.

$-3x + 2 > -4 \Leftrightarrow -3x > -6 \Leftrightarrow x < 2$.

**b.** Résolvez graphiquement cette inéquation.

**c.** Comparez les résultats obtenus aux questions **a** et **b**.

Ce sont les mêmes.

Les solutions de l'inéquation sont :
les réels inférieurs strictement à 2.

**18** python foucherconnect.fr/21mc77

Les documents constructeur d'une voiture permettent d'estimer le volume d'essence $C$ consommée pour parcourir une distance de 100 km, en fonction de la vitesse moyenne $v$.

Pour une vitesse comprise entre 80 km/h et 140 km/h, la formule reliant ces deux grandeurs est : $C = 0{,}000\,4v^2 + 2{,}5$ avec $C$ en litre et $v$ en km/h.

**1.** Calculez la consommation $C$ d'un véhicule roulant à une vitesse moyenne de 90 km/h. Arrondissez le résultat au dixième de litre.

$0{,}000\,4 \times 90^2 + 2{,}5 = 5{,}74$ litres.

**2.** La fonction $f$ est définie pour $x$ appartenant à l'intervalle [80 ; 140] par l'expression $f(x) = 0{,}000\,4x^2 + 2{,}5$.
Tracez la courbe représentative de la fonction $f$ sur la calculatrice.

**3.** Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 7$.

On obtient $x \approx 106$ sur l'intervalle [80 ; 140].

**4.** Résolvez algébriquement l'équation $f(x) = 7$.
Arrondissez les solutions à l'unité.

$0{,}000\,4x^2 + 2{,}5 = 7 \Leftrightarrow 0{,}000\,4x^2 = 4{,}5 \Leftrightarrow$

$x^2 = 11\,250 \Leftrightarrow x = \sqrt{11\,250}$ ou $x = -\sqrt{11\,250}$

$x \approx 106$ ou $x \approx -106$. Seul 106 appartient à [80 ; 140].

**5.** Ouvrez le fichier « **C07_108_consommation.py** ».
Exécutez ce programme pour vérifier les résultats obtenus aux questions **3** et **4**.

Le résultat est le même sur l'intervalle [80 ; 140].

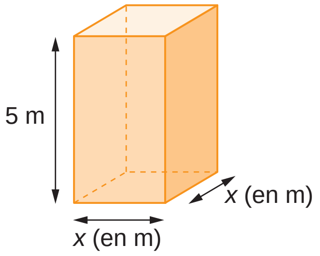
**6.** Expliquez ce que représente dans cette situation la solution obtenue.

La consommation est de 7 L aux 100 km pour une vitesse moyenne de 106 km/h.

**19** Pedro est responsable de la gestion des déchets sur une petite île. Pour transporter les déchets sur le continent, l'île doit acquérir un caisson.

Le volume des déchets une fois compactés est de 15 m³ par jour.

Une entreprise spécialisée lui propose des caissons de compactage de différents volumes. Ils ont tous une base carrée et une hauteur de 5 m.




On modélise le volume du caisson de compactage en fonction de la mesure $x$ du côté de la base carrée par la fonction $V$ telle que $V(x) = 5x^2$ sur l'intervalle [1 ; 4].

**1.** Sans calcul, ni graphique, donnez le sens de variation de la fonction $V$ sur cet intervalle. Justifiez.

La fonction carré est croissante sur [1 ; 4].

La fonction $V$ est donc croissante sur cet intervalle car 5 est positif.

**2.** Vérifiez la réponse donnée à la question **1** en traçant sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction $V$ sur l'intervalle [1 ; 4].

**3.** Pedro souhaite pouvoir stocker 3 jours de déchets dans le caisson. Cochez l'équation qui permet d'obtenir la valeur de $x$ correspondant à cette condition.

☐ $45x^2 = 15$ ☑ $5x^2 = 45$ ☐ $25x = 45$

**4.** Résolvez algébriquement cette équation.

$5x^2 = 45 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ ou $-3$.

**5.** Retrouvez le résultat de la question précédente par une résolution graphique.

Sur l'intervalle [1 ; 4], on obtient $x = 3$.

**6.** Donnez les dimensions du caisson qui permet de stocker jusqu'à 3 jours de déchets.

Base : 3 m × 3 m ; hauteur 5 m.

**20** Ensembles ▸ p. 157

**1. a.** On considère l'inéquation $x \leqslant 3$.

Cochez l'intervalle I des solutions strictement supérieures à –5 de cette inéquation.

☐ I = [–5 ; 3] ☑ I = ]–5 ; 3] ☐ I = ]–5 ; 3[

**b.** Complétez par $\in$ ou $\notin$ les phrases suivantes :

–2 $\in$ I ; –5,1 $\notin$ I ; 5 $\notin$ I ; 0 $\in$ I

**2.** On considère l'inéquation $x > -7$.

Écrivez l'intervalle K des solutions strictement négatives de cette inéquation.

K = ]–7 ; 0[

**3. a.** Sur l'axe ci-dessous, représentez en rouge l'intervalle I et en bleu l'intervalle K.


**b.** Écrivez, sous la forme d'un intervalle, l'intersection I ∩ K des intervalles I et K.

I ∩ K = ]–5 ; 0[

**c.** Écrivez la réunion I ∪ K des intervalles I et K.

I ∪ K = ]–7 ; 3]

**21** On étudie la puissance délivrée par une éolienne par un vent constant de 12 m/s en fonction du diamètre de son rotor.


On note $P$ la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 40] qui, à un diamètre $D$ (en m), associe la puissance délivrée par l'éolienne (en kW).

**1.** Pour chaque colonne du tableau, calculez le rapport $\frac{P}{D^2}$ et complétez le tableau.

| Diamètre du rotor (en m) | 6 | 10 | 16 | 30 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|
| Puissance (en kW) | 9 | 25 | 64 | 225 | 324 |
| $\frac{P}{D^2}$ | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |

**2.** Utilisez la question **1** pour compléter l'égalité suivante : $P(D)$ = 0,25 $\times D^2$.

**3.** Sans calcul, ni graphique, donnez le sens de variation de la fonction $P$. Justifiez.

La fonction $P$ est croissante car la fonction carré est croissante sur [0 ; 40] et 0,25 > 0.

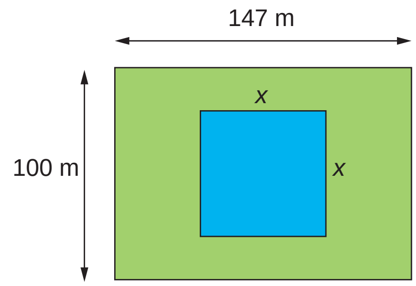
**4.** Calculez la puissance produite si le diamètre du rotor mesure 18 m.

$P(18) = 0,25 \times 18^2 = 81$.

**5.** Si le vent souffle à la vitesse de 18 m/s, la puissance délivrée par l'éolienne (en kW) est modélisée par la fonction $R$ définie sur l'intervalle [0 ; 40] telle que $R(D) = 0,25D^2 + 130$. Déduisez de la question **3** le sens de variation de la fonction $R$. Justifiez.

La fonction $R$ est la somme de la fonction $P$ et de la constante 130. La fonction $R$ est donc croissante.

**22** Une chaîne d'hôtels acquiert un terrain rectangulaire de 147 m par 100 m pour construire un bâtiment de base carrée, de côté $x \geqslant 20$ (en mètre).




L'aire $A$ de la surface non construite doit être supérieure aux deux tiers de l'aire totale du terrain.

**Problématique**

Quelles sont les valeurs possibles pour $x$ ?

**1.** Montrez que l'aire non construite est donnée, en fonction de $x$, par la relation $A(x) = 14\,700 - x^2$ pour $0 \leqslant x \leqslant 100$.

Aire du terrain = 147 × 100 = 14 700 m²

Aire du bâtiment : $x \times x = x^2$

Aire non construite : $14\,700 - x^2$.

**2.** Proposez une méthode qui permet de répondre à la problématique.

On résout l'inéquation $14\,700 - x^2 > \frac{2}{3} \times 14\,700$.

La résolution peut être graphique ou algébrique.

**3.** Mettez en œuvre votre méthode.

Pour $x \geqslant 0$, $14\,700 - x^2 > 9\,800 \Leftrightarrow x^2 < 4\,900 \Leftrightarrow$ $x < \sqrt{4\,900}$. Donc $0 \leqslant x \leqslant 70$.

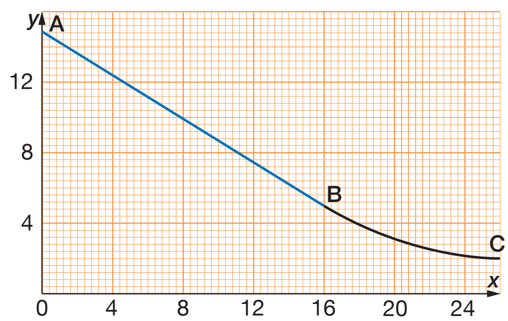
**4.** Répondez à la problématique. Pensez à tenir compte de la condition sur $x$ donnée au début de l'énoncé.

$x$ peut prendre toutes les valeurs de l'intervalle [20 ; 70[ puisqu'on doit avoir $x \geqslant 20$ et $x < 70$.

**23** On a représenté sur le graphique ci-dessous le profil de la piste d'envol d'un tremplin de saut à ski.

Cette piste est constituée de deux parties :
- une partie représentée par le segment [AB] ;
- une partie représentée par l'arc de parabole $\overset{\frown}{BC}$.

Les dimensions sont en mètre.




**1.** On note $f$ la fonction définie sur [0 ; 16] dont la représentation graphique est le segment [AB].

**a.** Donnez la nature de la fonction $f$ :

☐ linéaire ☑ affine ☐ du 2nd degré

Justifiez. Sa représentation graphique est un segment de droite. La droite (AB) ne passe pas par l'origine du repère.

**b.** L'expression algébrique de la fonction $f$ est de la forme :

☐ $f(x) = ax$ ☐ $f(x) = ax^2$ ☑ $f(x) = ax + b$

**c.** Donnez les coordonnées des points A et B.

☑ A(0 ; 15) ☐ A(15 ; 0) ☐ A(0 ; 13)

☐ B(16 ; 0) ☑ B(16 ; 5) ☐ B(16 ; 4)

**d.** Calculez le taux d'accroissement de la fonction $f$.

$a = \frac{5 - 15}{16 - 0} = \frac{-10}{16} = -0{,}625.$

**Coup de pouce** Revoir si nécessaire chapitre 6 page 88.

**e.** Lisez sur le graphique l'ordonnée à l'origine.

$b = 15$

**f.** Donnez l'expression de la fonction $f$.

$f(x) = -0{,}625x + 15.$

**g.** Résolvez par la méthode de votre choix l'inéquation $f(x) > 8$.

$-0{,}625x + 15 > 8 \Leftrightarrow -0{,}625x > -7 \Leftrightarrow x < \frac{-7}{-0{,}625}$

$\Leftrightarrow x < 11{,}2$

Faites une phrase pour dire ce que signifie dans cette situation le résultat trouvé.

15 – 8 = 7 m

Pour une perte de hauteur inférieure à 7 m, le déplacement horizontal est inférieur à 11,2 m.

**2.** La courbe $\overset{\frown}{BC}$ peut être modélisée par la fonction $g$ définie sur l'intervalle [16 ; 26] par :

$g(x) = 0{,}03x^2 - 1{,}56x + 22{,}28.$

**a.** Calculez $g(16)$ et $g(26)$. Vérifiez graphiquement.

$g(16) = 5$ ; $g(26) = 2$

**b.** Vérifiez que $f(16) = g(16)$.

$f(16) = 5$ et $g(16) = 5$.

**24** La distance de freinage sur route sèche d'une voiture dont les pneus sont en bon état est donnée par la fonction $d$ telle que $d(v) = 0{,}006v^2$ où $d(v)$ est la distance de freinage en mètre et $v$ la vitesse en km/h.


Dans une zone où la vitesse est limitée à 30 km/h, Anita traverse à pied une rue sur un passage protégé. Sami arrive en voiture et freine sur une distance de 10 m pour s'arrêter et laisser passer Anita.

**Problématique**

Sami respectait-il la limitation de vitesse de 30 km/h ?

**1.** Proposez une méthode de résolution permettant de répondre à la problématique.

On peut calculer la distance de freinage à 30 km/h et la comparer à celle de Sami.

**2.** Mettez en œuvre votre méthode et répondez à la problématique.

$d(30) = 0{,}006 \times 30^2 = 5{,}4$ m.

10 m > 5,4 m. Donc Sami ne respectait pas la limitation de vitesse.

## J'utilise des notions élémentaires sur les fonctions

**1** **Cochez** la ou les affirmations exactes.

**a.** La fonction définie sur ℝ par $f(x) = -3x + 2$ est :

☑ affine ☐ croissante ☐ linéaire

**Justifiez.**

La fonction $f$ est affine car $f(x)$ est de la forme $ax + b$.

Elle est décroissante car $a = -3 < 0$.

**b.** La représentation graphique de la fonction $f$ définie sur ℝ par $f(x) = -3x + 2$ est :

☐ une droite horizontale
☐ une droite qui passe par l'origine du repère
☑ une droite qui ne passe pas par l'origine du repère

**2** **Cochez** la ou les affirmations exactes.

La représentation graphique de la fonction $g$ définie sur ℝ par $g(x) = -2x$ est :

☐ une droite horizontale ☑ une droite qui passe par l'origine du repère
☐ une droite qui ne passe pas par l'origine du repère.

**3** On considère la fonction $h$ telle que $h(x) = -x + 7$ pour tout réel $x$.

**Cochez** la ou les affirmations exactes.

L'image par $h$ de $-7$ est : ☐ 0 ☑ 14 ☐ 49
L'antécédent par $h$ de $-10$ est : ☐ $-3$ ☑ 17 ☐ 0

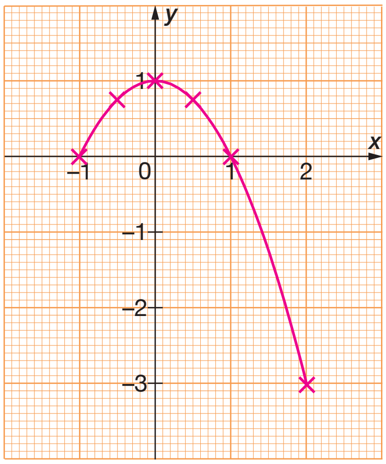
## Je trace la courbe représentative d'une fonction

**4** On considère la fonction $f$ définie sur $[-1 ; 2]$ par $f(x) = -x^2 + 1$. On va tracer la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction $f$ de 3 façons différentes.

- **À la main**

**a. Complétez** le tableau de valeurs ci-dessous.

| $x$ | $-1$ | $-0,5$ | 0 | 0,5 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = f(x)$ | 0 | 0,75 | 1 | 0,75 | 0 | $-3$ |




**b. Placez** les points de coordonnées $(x ; y)$ du tableau dans le repère ci-contre.

**c. Joignez** ces points sans utiliser de règle pour obtenir $\mathscr{C}_f$.

- **Avec la calculatrice**

**d. Tracez** la représentation graphique de la fonction $f$.

Fenêtre : Xmin $-1$ ; Xmax 2 ; pas 0.5
Ymin $-3$ ; Ymax 1 ; pas 1

**e. Comparez** ce graphique avec la courbe obtenue à la main.

La courbe de la calculatrice est plus régulière que celle tracée à la main.

- **Avec un logiciel de géométrie dynamique**

**f. Tracez** la représentation graphique de la fonction $f$.

**TUTO CALCULATRICE**
Construire la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/21mc78

**TUTO LOGICIEL**
Tracer la courbe représentative d'une fonction
foucherconnect.fr/21mc79

# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**5** Complétez le texte avec les mots et expressions proposés. Certains ne servent pas.

*parabole* ● *croissante* ● *dans le même sens* ● *l'origine* ● *admet une solution* ● *carré* ● *en sens contraire* ● *admet deux solutions* ● *n'a pas de solution* ● *décroissante*

La fonction $f$ définie pour tout réel par $f(x) = x^2$ est la fonction carré. Sa courbe représentative est une parabole qui passe par l'origine du repère.

La fonction carré est croissante si $x \geqslant 0$ et décroissante si $x \leqslant 0$.

L'équation $x^2 = 10$ admet deux solutions.

L'équation $x^2 = -4$ n'a pas de solution.

La fonction $g$ telle que $g(x) = -0{,}5x^2$ varie en sens contraire de la fonction carré.

La fonction $h$ telle que $h(x) = x^2 - 0{,}5$ varie dans le même sens que la fonction carré.

## Je revois des points importants

**6** Soit la fonction $h$ définie sur $[-5\ ;\ 3]$ par $h(x) = -0{,}8x^2 + 2$. On veut déterminer les variations de la fonction $h$ connaissant celles de la fonction carré (notée $f$) et cela sans tracer sa représentation graphique.

**a.** **Complétez** le tableau de variations de la fonction carré $f$ sur l'intervalle $[-5\ ;\ 3]$.

| $x$ | $-5$ | | $0$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | $25$ | ↘ | $0$ | ↗ | $9$ |

**b.** **Cochez** la réponse exacte.

Si une fonction $f$ est multipliée par un nombre négatif, la fonction obtenue et $f$ :

☐ ont le même sens de variation

☑ varient en sens contraire

**c.** On note $g$ la fonction telle que $g(x) = -0{,}8x^2$ sur $[-5\ ;\ 3]$.

**Complétez** le tableau de variations de la fonction $g$.

| $x$ | $-5$ | | $0$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $g$ | $-20$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-7{,}2$ |

**d.** **Cochez** la réponse exacte. ☐ $h(x) = g(x) \times 2$ ☑ $h(x) = g(x) + 2$ ☐ $h(x) = g(x) - 0{,}8$

**e.** **Cochez** la réponse exacte.

Si on ajoute un nombre à une fonction $g$, la fonction $h$ obtenue et $g$ :

☑ ont le même sens de variation ☐ varient en sens contraire

**f.** **Complétez** le tableau de variations de la fonction $h$.

| $x$ | $-5$ | | $0$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $h$ | $-18$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-5{,}2$ |

## Je mémorise

**7** **Réalisez** une carte mentale qui reprend les propriétés des opérations sur les fonctions.

> Je fais le point **page 104**

## J'acquiers une méthode

### 8 Résoudre graphiquement une équation $f(x) = c$ et une inéquation $f(x) < c$

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

Durant la phase d'accélération du véhicule solaire Solar Power, la distance $d$ parcourue en fonction du temps $t$ est : $d = 2t^2$ avec $d$ en mètre et $t$ en seconde.

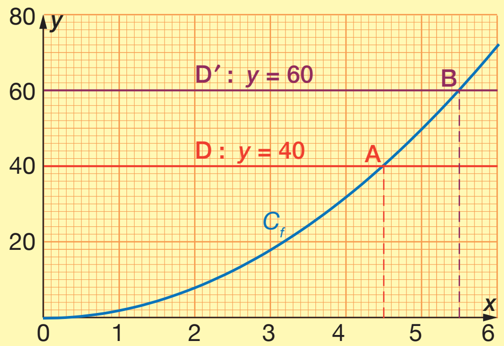
Soit la fonction $f$ définie sur $[0 ; 6]$ par $f(x) = 2x^2$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

**1.** Déterminez graphiquement la durée nécessaire pour parcourir 40 m, départ arrêté.

**2.** Déterminez graphiquement pour quelle(s) durée(s) la distance $d$ est inférieure à 60 m.

**» RÉSOLUTION**

**1.** On résout l'équation $f(x) = 40$.




La droite D coupe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 4,5.
L'équation $f(x) = 40$ a pour solution 4,5.
Le véhicule met 4,5 s pour parcourir 40 m.

**2.** On résout l'inéquation $f(x) < 60$.

La droite D' coupe $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 5,5.
Pour une durée inférieure à 5,5 s, la distance parcourue est inférieure à 60 m.

**» MÉTHODE**

**Pour résoudre graphiquement sur un intervalle I une équation de la forme $f(x) = c$ où $c$ est un nombre donné**

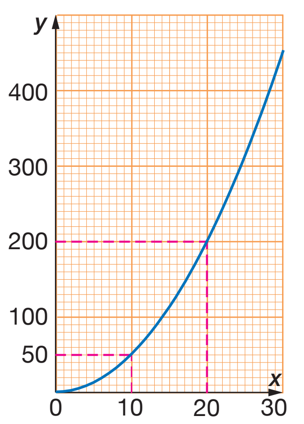
- Construire sur I la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction $f$.
- Tracer sur I la droite D d'équation $y = c$.
- Lire les coordonnées du(des) point(s) d'intersection des deux représentations graphiques, s'il(s) existe(nt).
- L'abscisse de ce(s) point(s) est solution de l'équation $f(x) = c$ sur I.

**Pour résoudre graphiquement sur un intervalle I une inéquation du type $f(x) < c$ (ou $> c$) où $c$ est un nombre donné**

- Les 3 premières étapes sont les mêmes que pour la résolution d'une équation.
- Les solutions de l'inéquation $f(x) < c$ sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés en dessous de la droite D.

**Application**

La masse $m$ d'un objet cylindrique de rayon $R$ peut être calculée en utilisant la relation suivante : $m = 0{,}5 \times R^2$, avec $m$ masse en kilogramme et $R$ rayon en mètre.
Soit la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par $f(x) = 0{,}5x^2$ où $x$ représente la mesure du rayon et $f(x)$ la masse de l'objet.




**1.** Déterminez graphiquement le rayon de l'objet cylindrique dont la masse est 50 kg.
10 mètres

**2.** La masse de l'objet cylindrique ne doit pas dépasser 200 kg. Déterminez graphiquement la valeur maximale de son rayon. 20 mètres

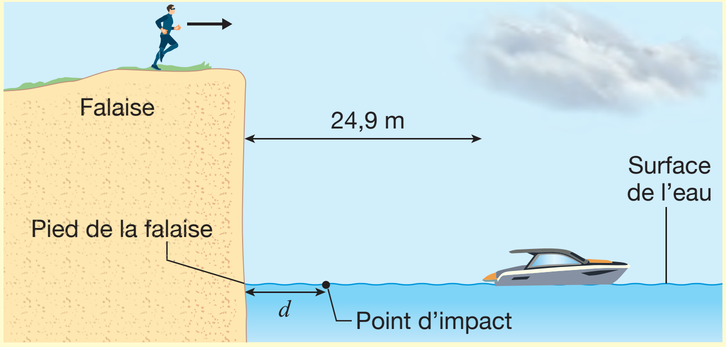
# Évaluation

## Situation

Pour échapper à ses poursuivants, James, agent secret, court sur une falaise pour prendre son élan et saute dans l'eau. Un bateau l'attend à 24,9 m du pied de la falaise. Pour des raisons de sécurité, James ne doit pas avoir à nager plus de 20 m pour rejoindre le bateau après son point d'impact dans l'eau.

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 10] par $f(x) = 0{,}1x^2$.

$x$ représente la vitesse de James (en m/s) au moment du saut et $f(x)$ la distance $d$ (en m) séparant la falaise du point d'impact dans l'eau.




## Problématique

**Quelle(s) vitesse(s) de course, en m/s, de James permet(tent) de respecter la distance de sécurité de 20 m ?**

**1** a. S'approprier Donnez le sens de variation de la fonction carré sur l'intervalle [0 ; 10].

La fonction carré est croissante sur l'intervalle [0 ; 10].

b. Analyser/Raisonner Expliquez comment les variations de la fonction $f$ se déduisent de celles de la fonction carré.

Pour obtenir la fonction $f$, on multiplie la fonction carré par 0,1 qui est un nombre positif. Donc $f$ a le même sens de variation que la fonction carré.

**2** a. Réaliser Si James saute avec une vitesse $v$ de 4 m/s, calculez en m la distance $d$.

$d = f(4) = 0{,}1 \times 4^2 = 1{,}6$ m.

b. Réaliser Construisez avec l'outil de votre choix la représentation graphique $C_f$ de la fonction $f$.

c. Communiquer Réaliser Si la distance $d$ est égale à 8,1 m, déterminez graphiquement la vitesse $v$.

$v = 9$ m/s.

**3** a. S'approprier Complétez : la distance du point d'impact au bateau doit être inférieure ou égale à 20 m.

b. Valider Montrez que la phrase précédente peut se traduire par l'inéquation $24{,}9 - 0{,}1x^2 \leqslant 20$.

Distance nage = $24{,}9 - d = 24{,}9 - 0{,}1x^2$. Cette distance doit être inférieure ou égale à 20 m.

c. Réaliser Complétez ci-dessous le début de la résolution de cette inéquation.

$24{,}9 - 0{,}1x^2 \leqslant 20$ $\quad -0{,}1x^2 \leqslant 20 - 24{,}9$ $\quad -0{,}1x^2 \leqslant -4{,}9$

$0{,}1x^2 \geqslant 4{,}9$

d. Réaliser Utilisez la représentation graphique de la question 2.b pour résoudre graphiquement l'inéquation $0{,}1x^2 \geqslant 4{,}9$.

Les solutions sont les valeurs de $x$ telles que $x \geqslant 7$.

**4** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

James doit courir à une vitesse supérieure ou égale à 7 m/s (soit 25,2 km/h).

# Calculs commerciaux et financiers

# 08

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Utiliser des pourcentages et des coefficients multiplicateurs. | Activité 1 |
| • Compléter une facture, un bon de commande, réaliser un devis en déterminant dans le cadre de situations professionnelles : un prix ; un coût ; une marge ; une taxe ; une réduction commerciale ; un taux. | Activité 2 |
| • Calculer le montant : d'un intérêt simple ; d'une valeur acquise.<br>• Déterminer graphiquement ou par le calcul : un taux annuel de placement ; la durée de placement (exprimée en jours, quinzaines, mois ou années) ; le montant du capital placé. | Activité 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 116

**a.** L'écriture décimale de 5,5 % est :

☐ 0,55 ☑ 0,055 ☐ 0,005 5

**b.** Si je multiplie un nombre donné par 0,85, alors le nombre obtenu est :

☐ plus grand que le nombre de départ

☑ plus petit que le nombre de départ

☐ égal à 0

### Activité 2 p. 117

Une jupe qui coûtait 25 € est soldée 20 €.

**a.** Calculez la valeur de la remise, en €.

25 – 20 = 5 soit une remise de 5 €.

**b.** Par quel nombre faut-il multiplier 25 € pour obtenir 20 € ?

20 ÷ 25 = 0,8 donc 25 × 0,8 = 20.

**c.** Le pourcentage de réduction de 25 € à 20 € est de : ☐ 5 % ☑ 20 % ☐ 25 %

### Activité 3 p. 118

Si je place une somme égale à 200 € et que les intérêts s'élèvent à 1,5 % de cette somme, alors cette somme va me rapporter :

☐ 1,5 € ☐ 2 € ☑ 3 € ☐ 15 € ☐ 30 €

# Activité 1 Utiliser des pourcentages dans la vie courante

## SITUATION . Des taux de TVA différents

Dans une boulangerie, les clients peuvent acheter des produits de consommation à emporter. Maël a pris un sandwich, un soda et une part de flan. Sur le ticket apparaissent les prix hors taxes et les montants de la TVA.

| Canette de soda |
|---|
| Prix HT : 2 € |
| TVA : 0,11 € |

| Part de flan |
|---|
| Prix HT : 1,65 € |
| TVA : 0,09 € |

| Sandwich |
|---|
| Prix HT : 4,40 € |
| TVA : 0,44 € |

Maël achète également une pizza pour le soir à 12,65 € TTC qui est soumise au même taux de TVA que le sandwich.

### Problématique

**Quel est le prix HT de la pizza de Maël ?**

La taxe sur la valeur ajoutée ou TVA est un impôt général sur la consommation qui est directement facturé aux clients sur les biens qu'ils achètent. Son taux, souvent exprimé en pourcentage, varie d'un produit à l'autre et est fixé par l'État.

**1** S'approprier Réaliser Complétez les colonnes du tableau avec les données de l'énoncé.

| | Canette de soda | Part de flan | Sandwich |
|---|---|---|---|
| Prix HT (en €) | 2,00 | 1,65 | 4,40 |
| TVA (en €) | 0,11 | 0,09 | 0,44 |
| Prix TTC (en €) | 2,11 | 1,74 | 4,84 |

**Coup de pouce**

Le prix taxes comprises ou TTC s'obtient en ajoutant le prix HT et la TVA.

**2** Réaliser Calculez le taux de TVA pour la canette de soda en appliquant la formule suivante :

$$\text{taux de TVA} = \frac{\text{montant de la TVA}}{\text{prix HT}} = \frac{0{,}11}{2} = 0{,}055$$

Exprimez ce taux en pourcentage. $0{,}055 \times 100 = 5{,}5\ \%$

**3** Réaliser Calculez le taux de TVA pour le sandwich puis exprimez-le en pourcentage.

$\text{taux de TVA} = \frac{\text{montant de la TVA}}{\text{prix HT}} = \frac{0{,}44}{4{,}40} = 0{,}1$ et $0{,}1 \times 100 = 10\ \%$.

**4** Réaliser Calculez le coefficient multiplicateur qui permet de trouver le prix TTC de la canette à partir de son prix HT.

$2{,}11 \div 2{,}00 = 1{,}055$ et $1{,}055 = 1 + 0{,}055$.

**5** Analyser/Raisonner Valider Déduisez-en la bonne formule ($t$ étant le taux de TVA, en %).

☐ Prix TTC = Prix HT × $\frac{t}{100}$ ☑ Prix TTC = Prix HT × $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ ☐ Prix TTC = Prix HT × $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$

**6** S'approprier Réaliser En utilisant la formule de la question précédente, calculez le coefficient multiplicateur qui permet de trouver le prix TTC de la pizza à partir de son prix HT.

Prix TTC = Prix HT × $\left(1 + \frac{10}{100}\right)$ = Prix HT × 1,10. Donc le coefficient est égal à 1,10.

**7** Réaliser Communiquer Répondez à la problématique en justifiant.

Prix HT = Prix TTC ÷ 1,10 = 12,65 ÷ 1,10 = 11,50

La pizza achetée par Maël coûte 11,50 € HT.

# Activité 2 Compléter un document commercial

## SITUATION . Un stagiaire plus malin ?

Marie, responsable du rayon escalade dans le magasin Sport Montagne 76, passe commande à son grossiste de 20 baudriers et 10 paires de chaussons.

Chez ce grossiste, les chaussons coûtent 45 € la paire et les baudriers 56 €. Le grossiste accorde une remise de 5 % sur le prix total.

Marie a l'habitude de créer un tableau avec un tableur pour déterminer le prix de vente HT de son matériel, ainsi que le prix TTC.

Le taux de TVA est le même sur tous les articles achetés.

Pierre, son stagiaire, préfère faire les calculs à la main et il trouve que, pour cette commande, le coefficient qui permet de passer du prix d'achat net HT au prix de vente TTC est égal à 1,526 46.

### Problématique

**Les calculs de Pierre sont-ils corrects ? Quelle méthode vous paraît la plus pertinente ?**

**1** Ouvrez le fichier « **C08_117_facture.xlsx** ». foucherconnect.fr/21mc80

S'approprier Complétez les cellules C4, D4, C5 et D5 avec les données de l'énoncé.

**2** Réaliser Valider Vérifiez par le calcul les résultats obtenus en E7, E8 et E9.

Cellule E7 : 10 × 45 + 20 × 56 = 1 570 Cellule E8 : $1\,570 \times \frac{5}{100} = 78{,}5$

Cellule E9 : 1 570 – 78,5 = 1 491,5

**3** Analyser/Raisonner Valider En analysant la construction du tableau, cochez les formules utilisées par Marie :

a. ☐ Prix d'Achat Net = Prix d'Achat Brut + Remise ☑ Prix d'Achat Net = Prix d'Achat Brut – Remise

b. ☑ Coût d'Achat = Prix d'Achat Net + Frais d'Achat ☐ Coût d'Achat = Prix d'Achat Net – Frais d'Achat

c. ☐ Prix de Vente HT = Coût d'Achat – Marge ☑ Prix de Vente HT = Coût d'Achat + Marge

**4** Analyser/Raisonner Réaliser Avec les réponses du tableau de Marie, calculez le coefficient multiplicateur qui permet de passer du Prix d'Achat brut HT au Prix de Vente TTC (garder 5 chiffres après la virgule).

$k$ = 2 396,54 ÷ 1 570 = 1,526 458 599… Soit $k$ = 1,526 46

On peut aussi faire le calcul suivant : $k$ = 0,95 × 1,03 × 1,30 × 1,20 = 1,526 46.

**5** Valider Comparez votre résultat avec celui obtenu par Pierre.

On obtient le même résultat que Pierre.

**6** Le prix des chaussons d'escalade passe de 45 € à 49 €.

Réaliser Calculez le nouveau prix de vente TTC de l'ensemble du matériel.

Avec le tableau de Marie, on obtient un nouveau prix TTC de 2 457,60 €.

**7** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

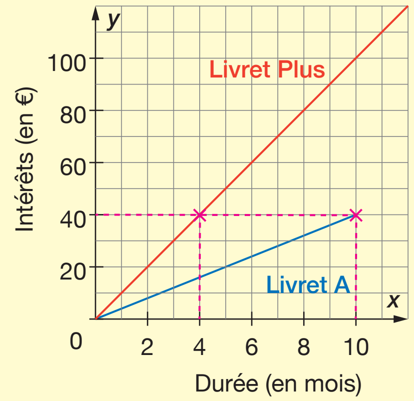
Les calculs de Pierre sont corrects. Pour un seul calcul, la méthode de Pierre est rapide et intéressante mais si les calculs reviennent souvent, le tableau dynamique est plus pertinent.

# Activité 3 Calculer les éléments d'un placement à intérêts simples

## SITUATION . Un meilleur placement ?

Paul dispose de 9 600 €. Il souhaite placer ce capital pendant 10 mois sur un livret A au taux annuel de 0,5 % pour produire des intérêts.

Claire lui conseille plutôt le livret Plus où il n'aura besoin que de 4 mois pour obtenir les mêmes intérêts.




### Problématique

**Claire a-t-elle raison ? Quel est le taux d'intérêt annuel du livret Plus ?**

**1** S'approprier Cochez la bonne réponse.

**a.** Le capital de Paul est de : ☑ 9 600 € ☐ 10 mois ☐ 0,5 %

**b.** Les intérêts sont : ☐ versés par Paul à la banque ☑ versés par la banque à Paul

**2** Réaliser Calculez les intérêts produits par le capital de Paul s'il laisse son argent 1 an sur le livret A.

9 600 × 0,5 ÷ 100 = 48. Les intérêts pour 1 an seront de 48 €.

**3** S'approprier En utilisant le graphique, déterminez les intérêts gagnés par Paul au bout de 10 mois avec le livret A.

Au bout de 10 mois, Paul aurait obtenu 40 € d'intérêts.

**4** Valider Communiquer Peut-on dire que les intérêts du livret A sont proportionnels à la durée de placement ?

Cochez la bonne réponse et justifiez. ☑ oui ☐ non

Car ils sont représentés par une droite qui passe par l'origine du repère.

**5** S'approprier Déterminez graphiquement la durée de placement nécessaire avec le livret Plus pour que Paul obtienne également 40 € d'intérêts. Avec le livret Plus il faudrait 4 mois.

**6** S'approprier Complétez le tableau de proportionnalité ci-dessous avec les réponses à la question précédente.

| Durée de placement (en mois) | 4 | 12 |
|---|---|---|
| Intérêts (en euro) | 40 | ? |

**7** Réaliser Calculez la valeur manquante. Que représente-t-elle ?

40 × 12 ÷ 4 = 120. Avec le livret Plus, les intérêts annuels seraient de 120 €.

**Coup de pouce**

Le **taux d'intérêt** est le rapport, exprimé en pourcentage, entre l'intérêt produit et le capital placé.

**8** Analyser/Raisonner Réaliser Proposez une méthode et mettez-la en œuvre pour calculer le taux d'intérêt annuel du livret Plus.

| Capital (€) | 9 600 | 100 |
|---|---|---|
| Intérêts (€) | 120 | ? |

? = 120 × 100 ÷ 9 600 = 1,25

Le taux d'intérêt annuel est de 1,25 %.

La valeur acquise par un capital est la somme de ce capital et de l'intérêt qu'il a produit.

**9** Réaliser Calculez la valeur acquise par le capital de Paul sur le livret A au bout de 10 mois.

9 600 + 40 = 9 640. La valeur acquise par le capital de Paul est de 9 640 €.

**10** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

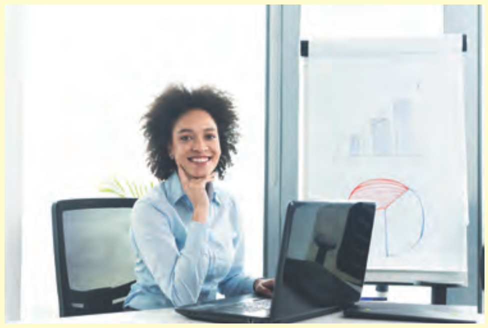
Oui, Claire a raison et le taux d'intérêt annuel du livret Plus est de 1,25 %.

# Activité Algo Pro — Calculer une durée de placement

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc81

## SITUATION . Un minimum d'intérêt

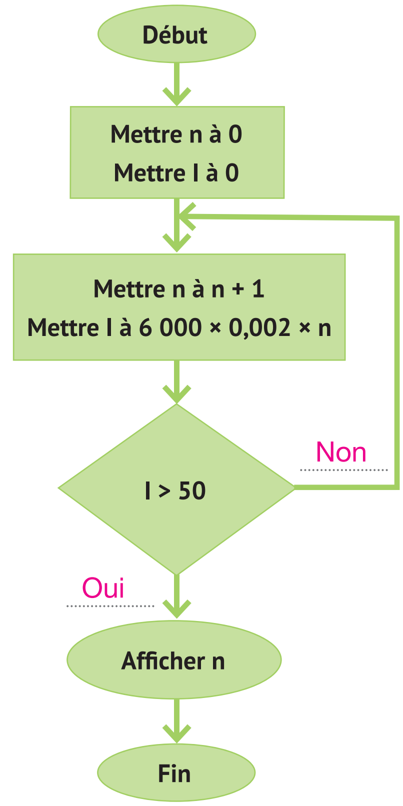
Leïla a reçu une prime de son employeur pour ses bons résultats. Elle place un capital de 6 000 € sur un compte épargne au taux annuel de 2,4 %. Elle souhaite obtenir des intérêts supérieurs à 50 €.



**Problématique**

**Quel est le nombre minimum de mois de placement pour que Leïla obtienne plus de 50 euros d'intérêt ?**

## LANGAGE NATUREL




**1** Dans l'algorigramme ci-contre, expliquez comment a été obtenue l'expression « 6 000 × 0,002 × *n* ».

2,4 ÷ 100 = 0,024 et 0,024 ÷ 12 = 0,002 avec *n* le nombre de mois de placement.

**2** Complétez les deux pointillés par OUI ou NON.

## LANGAGE SCRATCH

**3** Ouvrez le fichier « **C08_119_mois.sb3** ».
Les blocs nécessaires à la construction du programme sont à l'écran, mais en désordre. Reconstituez le programme pour pouvoir répondre à la problématique.

**4** Exécutez le programme et donnez le nombre minimum de mois de placement.

On obtient 5 mois.

## LANGAGE PYTHON

**5** Ouvrez le fichier « **C08_119_mois.py** ».
Dans ce programme, on lit « I ⩽ 50 », alors que dans l'algorigramme on a « I > 50 ». Est-ce une erreur ? Non.
Expliquez.

Dans l'algorigramme, la condition « I > 50 » est placée après les calculs alors que dans le programme, la condition est placée avant les calculs.

```
n=0
I=0
while I<= 50:
   n=n+1
   I=6000*0.002*n
print("Le nombre minimum de mois"
"de placement est :",n, ".")
print("L'intérêt produit est"
"alors égal à",I, "euros.")
```

**6** Exécutez le programme et confirmez (ou non) le nombre minimum de mois de placement trouvé à la question **4**.

Oui nous retrouvons bien le même résultat de 5 mois.

**7** Modifiez le programme afin de généraliser la situation : le capital initial doit être demandé ainsi que l'intérêt minimum souhaité.

**LEXIQUE python**

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `while I<= 50:` | Exécuter une boucle non bornée : **tant que** (while) $x_2$ est **inférieur ou égal** (<=) à $x_1$. |
| `n=n+1` | **Ajouter 1** à la variable *n*. |

## Pourcentages d'augmentation et de réduction

- Le **taux de pourcentage $p$ %** peut s'écrire sous la forme de la fraction $\frac{p}{100}$ ou sous la forme d'un nombre décimal obtenu en divisant $p$ par 100.
- **Augmenter une quantité de $p$ %** revient à multiplier cette quantité par $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$.
- **Diminuer une quantité de $p$ %** revient à multiplier cette quantité par $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$.

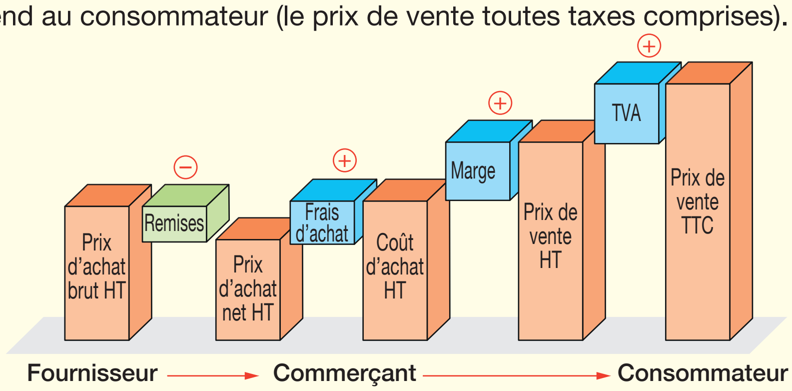
**Exemple** Hervé gagne 2 550 € par mois et son salaire augmente de 3 %.

$3\ \% = \frac{3}{100} = 0{,}03$. Alors $2\,550 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 2\,550 \times 1{,}03 = 2\,626{,}5$.

Le nouveau salaire d'Hervé est de 2 626,50 euros.

## Du prix d'achat au prix de vente

- Dans une entreprise commerciale, le commerçant achète un produit à un fournisseur (le prix d'achat) et le revend au consommateur (le prix de vente toutes taxes comprises).




**Exemple** Un commerçant achète chez un grossiste un téléviseur au prix d'achat brut de 450 €. Il a obtenu une remise de 5 %, les frais d'achat s'élèvent à 8 %, la marge est de 120 € et le taux de TVA est de 20 %.

Prix d'achat net : $450 \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 450 \times 0{,}95 = 427{,}5$, soit 427,50 €.

Coût d'achat : $427{,}5 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) = 427{,}5 \times 1{,}08 = 461{,}7$, soit 461,70 €.

Prix de vente hors taxe : $461{,}7 + 120 = 581{,}7$, soit 581,70 €.

Prix de vente taxes comprises : $581{,}7 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 581{,}7 \times 1{,}2 = 698{,}04$, soit 698,04 €.

## Calculs des éléments d'un placement à intérêts simples

- **L'intérêt simple** $I$ est proportionnel au capital placé ou emprunté $C$, au taux périodique $t$ et à la durée $n$ du placement ou de l'emprunt.
On peut le calculer en appliquant la formule : $I = C \times t \times n$ ou en utilisant la proportionnalité.
- Une **année commerciale** compte 12 mois, 24 quinzaines et 360 jours.
- On appelle **valeur acquise** par un capital la somme de ce capital placé et des intérêts qu'il a produits pendant la durée du placement : **valeur acquise = capital + intérêts.**

**Exemple** On place un capital de 3 600 € pendant 200 jours au taux annuel de 1,5 %.

$I = C \times t \times n = 3\,600 \times \frac{0{,}015}{360} \times 200 = 30$, et $3\,600 + 30 = 3\,630$.

Ce placement a produit 30 € d'intérêts et la valeur acquise est de 3 630 €.

## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur. Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 (2')

☐ **A2** Un tee-shirt à 20 € est soldé à –20 %. Calculez son prix après remise.

$20 \times 20 \div 100 = 4$ et $20 - 4 = 16$, soit 16 €.

☐ **A7** Rangez par ordre croissant : $\frac{31}{100}$ ; 0,3 ; $\frac{3}{100}$ et 0,031.

$\frac{3}{100} < 0{,}031 < 0{,}3 < \frac{31}{100}$

☐ **A17** Convertissez 0,045 kg en grammes.

0,045 kg correspond à 45 g.

### Rituel 2 (2')

☐ **A9** Écrivez le plus simplement possible l'expression $x^2 + x(3x - 8)$.

$x^2 + x \times 3x - x \times 8 = x^2 + 3x^2 - 8x = 4x^2 - 8x$

☐ **A4** Calculez la moyenne des 4 notes suivantes : 12 ; 4 ; 8 ; 16.

$12 + 4 + 8 + 16 = 40$ et $40 \div 4 = 10$

☐ **A22** Calculez l'aire, en dm², d'un carré de côté 5 cm.

$5 \times 5 = 25$ et 25 cm² = 0,25 dm²

### Rituel 3 (2')

☐ **A15** $f(x) = 2x^2 - 3$. Calculez l'image de 1 par la fonction $f$.

$f(1) = 2 \times 1^2 - 3 = 2 - 3 = -1$.

☐ **A1** Abraham lance 15 fois une pièce de monnaie et obtient 6 fois « Pile ». Calculez la fréquence de sortie de « Pile ».

$\frac{6}{15} = \frac{3 \times 2}{3 \times 5} = \frac{2}{5} = 0{,}4$. La fréquence est de 0,4.

☐ **A12** 6 bouteilles de lait coûtent 4,80 €. Combien coûtent 18 bouteilles de lait ?

$6 \times 3 = 18$ donc $4{,}80 \times 3 = 14{,}4$ soit 14,4 €.

### Rituel 4 (2')

☐ **A5** Donnez le résultat du calcul ci-dessous à l'aide d'une seule puissance.

$\frac{2^4}{2^8 \times 2^5} = 2^{4-(8+5)} = 2^{-9} = \frac{1}{2^9}$

☐ **A11** Si $8x = 40$, que vaut $x$ ? $x = 40 \div 8 = 5$

☐ **A19** Donnez la valeur arrondie à 0,01 près du nombre 496,937.

On obtient 496,94.

## Utiliser des pourcentages dans la vie courante

**1** Cette année, Élise paye 1 150 € de taxe d'habitation. Le montant de la redevance audiovisuelle représente 12 % de cette taxe d'habitation.
Calculez le montant de cette redevance audiovisuelle.

$1\,150 \times \frac{12}{100} = 138$.

La redevance audiovisuelle est de 138 €.

**2** Mehdi achète une tablette de chocolat de 120 g à 70 % de cacao.

Calculez la masse de cacao dans cette tablette de chocolat.

$120 \times \frac{70}{100} = 84$

Il y a 84 g de cacao dans cette tablette de chocolat.

**3** Léonie veut acheter un pull qui coûte 39,90 €. Ce pull est soldé –40 %.

**a.** Calculez la remise effectuée sur ce pull.

$39{,}90 \times \frac{40}{100} = 15{,}96$

La remise sur le pull est de 15,96 €.

**b.** Déduisez-en le prix du pull soldé.

$39{,}90 - 15{,}96 = 23{,}94$.

Le pull soldé coûte 23,94 €.

**4** Les Français consomment aujourd'hui en moyenne 8 g de sel par jour et par personne.

Les États membres de l'OMS préconisent de réduire cette consommation de 30 %.

Calculez la masse de sel préconisée par jour et par personne par l'OMS.

$8 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 8 \times 0{,}7 = 5{,}6$

Il faudrait 5,6 g de sel par jour et par personne.

**5** Pour sa confiture de fruits, Lysiane respecte les proportions suivantes : 150 g de fruits pour 250 g de produit total avant cuisson.

Calculez le pourcentage de fruits dans la confiture de Lysiane (arrondissez à l'unité).

$\frac{150}{250} \times 100 = 60$

Il y a 60 % de fruits dans la confiture de Lysiane.

**6** Une voiture coûte 13 500 € hors taxe et le taux de TVA est de 20 %.

Calculez le prix TTC de cette voiture.

$13\,500 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 13\,500 \times 1{,}2 = 16\,200$

La voiture coûte 16 200 € TTC.

## Compléter un document commercial

**7** Le prix d'achat brut d'un lave-vaisselle est de 350 €. Le grossiste propose 3,5 % de remise au détaillant. Les frais d'achat sont de 20 €.

**a.** Calculez le prix d'achat net.

$350 \times \left(1 - \frac{3{,}5}{100}\right) = 350 \times 0{,}965 = 337{,}75$

Le prix d'achat net est de 337,75 €.

**b.** Calculez le coût d'achat.

337,75 + 20 = 357,75.

Le lave-vaisselle coûte 357,75 €.

**8** Un commerçant calcule le prix de vente taxe comprise d'un smartphone.

**a.** Complétez l'extrait de facture suivant.

| | |
|---|---|
| Prix d'achat brut HT | 590,00 € |
| Remise (3 %) | 17,70 € |
| Prix d'achat net HT | 572,30 € |
| Frais d'achat (8 %) | 45,78 € |
| Coût d'achat | 618,08 € |
| Marge | 195,00 € |
| Prix de vente HT | 813,08 € |
| TVA (20 %) | 162,62 € |
| Prix de vente taxe comprise | 975,70 € |

**b.** À partir de cette facture, calculez le coefficient multiplicateur que le commerçant peut appliquer au prix d'achat brut HT pour obtenir directement le prix de ventes taxes comprises (arrondissez à 5 chiffres après la virgule).

$k = \frac{975{,}70}{590} = 1{,}653\,73$

**9** Le coût d'achat d'un article est 598 €.

Son prix de vente hors taxe est 807 €.

**a.** Calculez la marge du commerçant.

807 – 598 = 209.

La marge est de 209 €.

**b.** Calculez le pourcentage de cette marge par rapport au prix de vente hors taxe.

$\frac{209}{807} \times 100 = 25{,}9$ %.

La marge représente 25,9 % du PVHT.

C'est ce qu'on appelle le taux de marque.

**10** Le montant de la TVA sur un DVD s'élève à 1,70 €. Le taux de TVA est de 20 %.

Calculez le prix HT de ce DVD.

$1{,}70 \times \frac{100}{20} = 8{,}5$

Le prix du DVD est de 8,50 € HT.

## Calculer les éléments d'un placement à intérêts simples

**11** Chaînese a placé un capital de 3 500 € pendant 10 mois au taux annuel de 1,80 %.

**a.** Calculez les intérêts produits par ce placement.

$3\,500 \times \frac{1{,}80}{100} \times \frac{10}{12} = 52{,}5$

Les intérêts sont de 52,50 €.

**b.** Calculez la valeur acquise par le capital.

3 500 + 52,50 = 3 552,50 soit 3 552,50 €.

**12** Un capital placé à un taux annuel de 1,5 % a rapporté 69 € d'intérêts au bout d'un an.

Calculez le montant de ce capital.

| | | |
|---|---|---|
| Capital (€) | 100 | ? |
| Intérêts (€) | 1,5 | 69 |

$69 \times \frac{100}{1{,}5} = 4\,600$

**13** Enzo place un capital de 12 000 € pendant 261 jours. Il reçoit 174 € d'intérêts.

**a.** Calculez le taux annuel de ce placement.

| | | |
|---|---|---|
| Jours | 261 | 360 |
| Intérêts (€) | 174 | ? |

$360 \times \frac{174}{261} = 240$

Puis $\frac{240}{12\,000} \times 100 = 2$ %.

**b.** Calculez la valeur acquise par le capital.

12 000 + 174 = 12 174, soit 12 174 €.

**14** Cinq associés dans une entreprise se partagent les bénéfices de la façon suivante : la part du premier est 32 %, celle du second 15 %, celle du troisième 18 %, celle du quatrième 22 % et la part du cinquième s'élève à 1157 €.
Calculez le montant touché par chaque associé.

100 – (32 + 15 + 18 + 22) = 13

La part du 5e représente 13 % du bénéfice.

$1\,157 \times \frac{100}{13} = 8\,900$, le bénéfice total est de 8 900 €.

$\frac{32}{100} \times 8\,900 = 2\,848$, soit 2 848 € pour le premier.

$8\,900 \times \frac{15}{100} = 1\,335$, soit 1 335 € pour le second.

$\frac{18}{100} \times 8\,900 = 1\,602$, soit 1 602 € pour le troisième.

$8\,900 \times \frac{22}{100} = 1\,958$, et 1 958 € pour le quatrième.

**15** Robin souhaite une tablette numérique pour Noël. Ses parents se renseignent dans deux magasins différents qui proposent des offres promotionnelles.

| | | |
|---|---|---|
| Magasin A : | 359 € | Offre de – 79 € |
| Magasin B : | 369 € | Soldé à – 25 % |

Quel magasin propose la meilleure offre promotionnelle ?

Offre A : 359 – 79 = 280 soit 280 €.

Offre B : $369 \times \left(1 - \frac{25}{100}\right) = 369 \times 0{,}75 = 276{,}75$,

soit 276,75 €.

C'est l'offre B la plus intéressante.

**16** Un jean soldé à –30 % est affiché 31,50 €.

Calculez le prix de ce jean avant les soldes.

$31{,}50 \div \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 31{,}50 \div 0{,}7 = 45$

Avant les soldes le jean coûtait 45 €.

**17** Assia veut acheter un lave-linge. Elle a repéré le mois dernier un modèle qui lui convient à 429 €.
Au moment de l'achat, le prix du lave-linge a augmenté de 5 %. Mais comme Assia prend la carte de fidélité, le commerçant lui offre une remise de 5 % sur le nouveau prix.

**Problématique**

Assia va-t-elle payer plus cher, moins cher ou exactement 429 € ?

429 × 1,05 = 450,45

puis 450,45 × 0,95 = 427,92 et 427,92 < 429,

donc Assia va payer moins cher.

(ou 1,05 × 0,95 = 0,9975 < 1)

**18** Bruno possède un magasin de chaussures.
Il commande à son fournisseur 20 paires au prix unitaire brut hors taxe de 78,00 €.

**1.** Calculez le prix d'achat brut hors taxe total des 20 paires de chaussures.

20 × 78 = 1 560, soit 1 560 € pour 20 paires.

**2.** Le fournisseur lui fait une remise de 8 % sur le prix d'achat brut du lot et les frais d'achat s'élèvent à 64,80 €.

**a.** Calculez le montant de la remise, en euros.

$1\,560 \times \frac{8}{100} = 124{,}8$, la remise est de 124,80 €.

**b.** Déduisez-en le prix d'achat net hors taxe du lot de chaussures.

1 560 – 124,8 = 1 435,2, donc 1 435,20 €.

**c.** Calculez le coût d'achat hors taxe de ce lot de chaussures.

1 435,2 + 64,80 = 1 500, soit 1 500 € le lot.

**3.** Bruno souhaite réaliser une marge de 20 € par paire de chaussures.
La TVA appliquée est de 20 %.

**a.** Calculez le montant de la marge pour le lot de chaussures.

20 × 20 = 400, donc une marge de 400 €.

**b.** Déduisez-en le prix de vente hors taxe du lot de chaussures.

1 500 + 400 = 1 900, donc un lot à 1 900 € HT.

**c.** Calculez le prix de vente taxes comprises du lot de chaussures.

1 900 × 1,2 = 2 280, donc un prix de 2 280 € TTC.

**d.** Déduisez-en le prix de vente taxes comprises d'une paire de chaussures.

2 280 ÷ 20 = 114 soit 114 € TTC pour une paire.

**19** Chloé s'occupe de l'achat de boissons pour une soirée avec ses amis.

**1.** Complétez le document ci-dessous.

| Désignation | Quantité | Prix unitaire HT | Prix total HT |
|---|---|---|---|
| Soda au cola | 6 | 1,25 € | 7,50 € |
| Limonade | 4 | 1,15 € | 4,60 € |
| Jus d'orange | 5 | 0,98 € | 4,90 € |
| Eau gazeuse | 8 | 0,45 € | 3,60 € |
| | | Total HT | 20,60 € |
| | | TVA 20 % | 4,12 € |
| | | Total TTC | 24,72 € |

**2.** Chloé dispose de 25 €. Cela sera-t-il suffisant pour régler ses achats ?

24,72 < 25 donc oui, Chloé pourra régler ses achats.

**20** Les agios sont des frais perçus par la banque lorsqu'il y a un découvert sur un compte.

Ils se composent d'intérêts débiteurs et de frais divers (commissions bancaires…).

Jules a eu un découvert de 1 200 € pendant 10 jours.

Dans sa banque, le taux d'intérêt débiteur annuel s'élève à 15,90 % et les frais supplémentaires sont de 8 €.

**1.** Calculez le montant des intérêts débiteurs pour le découvert de Jules.

$1\,200 \times \frac{15,90}{100} \times \frac{10}{360} = 5,3$

Les intérêts débiteurs sont de 5,30 €.

**2.** Déduisez-en le montant total des agios pour le découvert de Jules.

5,3 + 8 = 13,3. Les agios seront de 13,30 €.

**21** Sur sa facture d'électricité annuelle, Abraham relève le montant de son abonnement qui est de 127,92 €.

Cet abonnement représente 9,5 % de sa facture annuelle totale.

Calculez le montant de la facture d'électricité annuelle d'Abraham.

| | | |
|---|---|---|
| Facture (€) | 100 | ? |
| Abonnement (€) | 9,5 | 127,92 |

$? = 127,92 \times \frac{100}{9,5} = 1\,346,53$

La facture d'Abraham est de 1 346,53 €.

**22** Pauline a placé toutes ses économies pendant 280 jours sur un livret au taux annuel de 2,7 %. Ce placement lui a rapporté 94,5 euros d'intérêts.

Calculez le montant des économies de Pauline.

| | | |
|---|---|---|
| Jours | 280 | 360 |
| Intérêts (€) | 94,5 | ? |

$360 \times \frac{94,5}{280} = 121,5$

Puis $\frac{121,5}{2,7} \times 100 = 4\,500$

Pauline a 4 500 € d'économies.

**23** python™ foucherconnect.fr/21mc82

Mounia a placé un capital de 12 600 € au taux annuel de 2,1 %. Elle a obtenu 183,75 € d'intérêts.

**1.** Mounia a-t-elle placé son argent pendant 1 an ?

$12\,600 \times \frac{2,1}{100} = 264,6$, soit 264,60 € pour un an.

Donc non, Mounia n'a pas placé son argent 1 an.

**2.** Calculez le nombre de jours pendant lesquels Mounia a placé son argent.

| | | |
|---|---|---|
| Jours | 360 | ? |
| Intérêts (€) | 264,6 | 183,75 |

$? = \frac{300 \times 183,75}{264,6} = 250$

Mounia a placé son argent 250 jours.

**3.** Ouvrez le fichier « **C08_124_interets.py** ».

En utilisant la fonction nombre_de_jours (C,t,I), vérifiez le résultat obtenu à la question précédente.

# Consolidation Cycle 4

## Je résous des problèmes de proportionnalité

**1** Dans chacun des cas, **trouvez** le coefficient multiplicateur qui permet de passer du nombre A au nombre B.

**a.** $A : 3{,}5 \xrightarrow{\times 4} B : 14$

**b.** $A : 12{,}4 \xrightarrow{\times 0{,}5} B : 6{,}2$

**c.** $A : 4 \xrightarrow{\times 2{,}5} B : 10$

**d.** $A : 12 \xrightarrow{\times 5{,}6} B : 67{,}2$

**e.** $A : 89 \xrightarrow{\times 0{,}3} B : 26{,}7$

**2** Un de ces tableaux est-il un tableau de proportionnalité ?

☐

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 2,6 | 0,8 |
| 3,25 | 1,69 | 0,48 |

☑

| | | |
|---|---|---|
| 2,4 | –1,5 | 0,6 |
| 7,68 | –4,8 | 1,92 |

☐

| | | |
|---|---|---|
| 9 | –27 | –15 |
| –12 | 36 | –20 |

**3** On donne le tableau suivant :

| | | |
|---|---|---|
| Volume jus d'orange (en L) | 2 | 3 |
| Prix (en €) | 2,50 | 3,75 |

**Cochez** les affirmations qui sont vraies.

☑ 1 L de jus d'orange coûte 1,25 €.

☐ 1 L de jus d'orange coûte 0,80 €.

☐ Avec 1 € on a 1,25 L de jus d'orange.

☑ Avec 1 € on a 0,80 L de jus d'orange.

## Je calcule des pourcentages dans des cas simples

**4** Pour chaque pourcentage à appliquer, **proposez**, comme dans les deux exemples ci-dessous, une méthode de calcul rapide.

| | | |
|---|---|---|
| 10 % | → | Diviser la valeur par 10 |
| 20 % | → | Diviser la valeur par 10 puis multiplier par 2 |
| 50 % | → | Diviser la valeur par 2 |
| 25 % | → | Diviser la valeur par 2 puis encore par 2 |
| 5 % | → | Diviser la valeur par 10 puis diviser par 2 |
| 200 % | → | Multiplier la valeur par 2 |

# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**5** **Classez** les termes suivants en fonction de leur catégorie :

*taxe • rabais • frais • marge • remise • escompte • ristourne*

| | |
|---|---|
| Augmentation | taxe, frais, marge |
| Réduction | Rabais, remise, escompte, ristourne |

**6** **Reliez** chaque mot de vocabulaire à la définition qui lui correspond.

| | |
|---|---|
| Intérêts ☑ | ☑ Somme du capital placé et des intérêts qu'il génère. |
| Valeur acquise ☑ | ☑ Somme d'argent placée auprès d'un organisme financier. |
| Taux d'intérêt annuel ☑ | ☑ Somme versée par la banque qui est un pourcentage du capital. |
| Capital ☑ | ☑ Pourcentage qui s'applique sur le capital. |

**7** **Cochez** la réponse exacte pour chaque phrase.

**a.** Le prix d'achat net HT est ☑ inférieur ☐ supérieur au prix d'achat brut HT

**b.** Le prix de vente HT est ☐ inférieur ☑ supérieur au coût d'achat

**c.** Le coût d'achat est ☐ inférieur ☑ supérieur au prix d'achat net HT

**d.** Le prix de vente TTC est ☐ inférieur ☑ supérieur au prix de vente HT

## Je revois des points importants

**8** Pour chaque proposition, **exprimez** le taux périodique sous la forme d'une fraction puis d'un pourcentage.

**a.** Le taux mensuel correspondant à un taux annuel de 1,2 %.

$t = \frac{1{,}2}{12} = \frac{1}{10}$ soit 0,10 %

**b.** Le taux quotidien correspondant à un taux annuel de 2,61 %.

$t = \frac{2{,}61}{360} = 0{,}007\ 25$ soit 0,007 25 %

**c.** Le taux par quinzaine correspondant à un taux annuel de 0,9 %.

$t = \frac{0{,}9}{24} = 0{,}037\ 5$ soit 0,037 5 %

## Je mémorise

**9** Pour mémoriser l'enchaînement de la formation des prix, entraînez-vous à remettre dans l'ordre chronologique les mots et expressions suivants liés au vocabulaire des calculs commerciaux.

| | | |
|---|---|---|
| Coût d'achat 5 | Prix de vente HT 7 | TVA 8 |
| Prix d'achat brut HT 1 | Marge 6 | Frais d'achat 4 |
| Prix d'achat net HT 3 | Remise 2 | Prix de vente TTC 9 |

## J'acquiers une méthode

### 10 Calculer un intérêt et une durée de placement

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

Karim a placé un capital de 2 400 € pendant 150 jours au taux annuel de 3 %.

1. Calculez les intérêts produits par ce placement.
2. Calculez la valeur acquise par ce placement.
3. Calculez le nombre de jours nécessaires pour obtenir les mêmes intérêts avec un taux annuel de 2 %.

**» RÉSOLUTION**

1. Une année commerciale compte 360 jours.

$C = 2\,400$ €  $t = \frac{0{,}03}{360}$  $n = 150$ jours

$I = C \times t \times n = 2\,400 \times \frac{0{,}03}{360} \times 150 = 30$

Ce placement a produit 30 euros d'intérêts.

2. $A = C + I = 2\,400 + 30 = 2\,430$

La valeur acquise est de 2 430 €.

3. **1^re^ étape :** je calcule les intérêts correspondant à une durée de 1 an.

$I = C \times t \times n = 2\,400 \times \frac{2}{100} = 48$

Donc pour un placement d'une durée de 1 an le capital de Karim aurait rapporté 48 €.

**2^e^ étape :** je calcule la durée correspondant à des intérêts de 30 € avec un tableau de proportionnalité.

| | | |
|---|---|---|
| Durée de placement (en jour) | 360 | ? |
| Intérêts (en euro) | 48 | 30 |

$? = \frac{30 \times 360}{48} = 225$. Il faudra donc 225 jours.

**» MÉTHODE**

**Pour calculer des intérêts simples**

- Repérer les éléments connus dans l'énoncé : *C*, *t* et *n*.
- Transformer le taux annuel en taux périodique.
- Appliquer la formule du cours en remplaçant *C*, *t* et *n* par leur valeur.

**Pour calculer une valeur acquise**

- Additionner les intérêts produits et le capital.

**Pour calculer une durée de placement**

- Calculer les intérêts obtenus avec un placement de 1 an en appliquant la formule $I = C \times t \times n$.
- Placer les valeurs connues dans un tableau de proportionnalité.
- Calculer la valeur manquante avec l'égalité des produits en croix.
- Conclure.

**Application**

Vos parents ont placé 4 800 € pour vous sur un livret d'épargne au taux annuel de 2,4 %.
Au bout d'un certain temps, cet argent a généré 40 € d'intérêts.

1. Calculez la durée du placement, en jours.

Pour un placement de 1 an : $I = 4\,800 \times \frac{2{,}4}{100} = 115{,}2$. Pour 1 an les intérêts seraient de 115,20 €.

| | | |
|---|---|---|
| Durée de placement (en jour) | 360 | ? |
| Intérêts (en euro) | 115,2 | 40 |

$? = \frac{40 \times 360}{115{,}2} = 125$.
Le placement a duré 125 jours.

2. Calculez la valeur acquise par le placement de vos parents.

4 800 + 40 = 4 840. La valeur acquise par le placement de vos parents est de 4 840 €.

# Évaluation

**Situation**

Gilles est professionnel dans le bâtiment.
Il sait qu'il va devoir acheter à la fin du mois de novembre du matériel facturé 6 345 € TTC.
En tant que professionnel, il ne payera que le prix HT et sa carte de fidélité lui donne droit à une remise de 8 % sur le prix HT. La TVA est de 20 %.
Sa camionnette étant trop petite, il devra ajouter 145,90 € pour la livraison de son matériel.
Pour payer ce matériel, il compte sur un placement qu'il va faire à la banque.
Il placera 4 950 € le 4 avril sur un compte rémunéré au taux annuel de 2,75 % et il retirera son capital augmenté des intérêts acquis le 20 novembre de la même année.

| Mois | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de jours | 31 | 28 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 |

**Problématique**

**Le placement de Gilles sera-t-il suffisant pour payer son matériel ?**

**1** S'approprier Réaliser Calculez la durée du placement en jour de Gilles. Le premier jour de placement n'est pas compté, le dernier l'est.

Avril : 26 jours ; Mai : 31 ; Juin : 30 ; Juillet : 31 ; Août : 31 ; Septembre : 30 ; Octobre : 31 ; Novembre : 20.

26 + 31 × 4 + 30 × 2 + 20 = 230, donc le placement durera 230 jours.

**2** Analyser/Raisonner Réaliser Proposez une méthode et mettez-la en œuvre pour calculer le montant des intérêts générés par le placement de Gilles.

On peut appliquer la formule $I = C \times t \times n$ avec $C$ = 4 950 €, $t = \frac{0{,}0275}{360}$, $n$ = 230 jours.

$I = C \times t \times n = 4\,950 \times \frac{0{,}0275}{360} \times 230 = 86{,}968\,75$

Ce placement a produit 86,97 euros d'intérêts.

Il est également possible de calculer les intérêts pour un an puis de faire un tableau de proportionnalité.

**3** Réaliser Déduisez-en la valeur acquise par le capital de Gilles à la fin de son placement.

4 950 + 86,97 = 5 036,97.

La valeur acquise par le placement de Gilles est de 5 036,97 €.

**4** Analyser/Raisonner Réaliser Calculez le prix HT du matériel acheté par Gilles.

$6\,345 \div \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 6\,345 \div 1{,}2 = 5\,287{,}50$

Le matériel coûte 5 287,50 € HT.

**5** Analyser/Raisonner Réaliser Calculez le prix total du matériel pour Gilles, après la remise et les frais de livraison.

$5\,287{,}5 \times \left(1 - \frac{8}{100}\right) = 5\,287{,}5 \times 0{,}92 = 4\,864{,}5$ et $4\,864{,}5 + 145{,}90 = 5\,010{,}40$.

Le coût total du matériel pour Gilles est de 5 010,40 €.

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique en justifiant.

5 036,97 > 5 010,40 donc oui, le placement sera suffisant pour payer le matériel de Gilles.

# Calculs de longueurs : Pythagore et Thalès

# 09

| Capacités | Activités |
|---|---|
| **Calculer des longueurs :**<br>• Utiliser le théorème de Pythagore. | Activité 1 |
| • Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore. | Activité 2 |
| • Appliquer le théorème de Thalès dans le triangle. | Activité 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 130

**a.** Donnez la valeur arrondie au centième de $\sqrt{34}$.

$\sqrt{34} \approx 5{,}83$

**b.** L'équation $x^2 = 36$ admet deux solutions. Lesquelles ?

Les deux solutions de $x^2 = 36$ sont $-6$ et $6$.

### Activité 2 p. 131

Si $A = 2 \times \sqrt{2\,500} - 2 \times \sqrt{49}$

$B = 9^2 + (\sqrt{2})^2$

$C = \sqrt{8\,100} - 2^2$

Alors :

☐ A = B ☑ A = C

☑ A ≠ B ☐ A ≠ C


### Activité 3 p. 132

**a.** Si (BC) // (DE) alors :

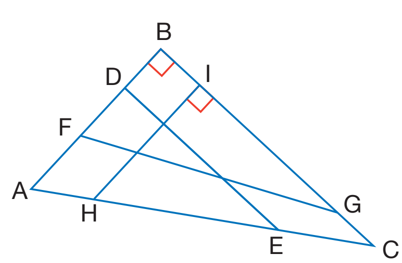
☐ les droites (BC) et (DE) sont sécantes

☑ les droites (BC) et (DE) n'ont pas de point d'intersection

**b.** En observant la configuration ci-contre, citez :

– une droite parallèle à (AB) : (AB) // (HI)

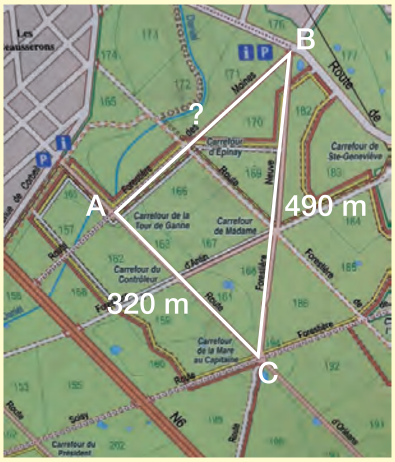
– la droite parallèle à (BC) passant par D : (DE)



# Activité 1 Utiliser le théorème de Pythagore

## SITUATION . Entraînement pour la compétition !

Lila se prépare pour sa première compétition de course à pied, un « 10 km ».
Autour de chez elle, elle a deux parcours favoris. Chacun a la forme d'un triangle rectangle.



Parcours 1

Parcours 2

**Problématique**

**Pour chaque parcours, combien de tours Lila doit-elle effectuer si elle veut parcourir au moins dix kilomètres ?**

**1** S'approprier Indiquez pourquoi il est possible d'utiliser le **théorème de Pythagore** pour calculer les longueurs AB et DF.

Les parcours ayant chacun la forme d'un triangle rectangle, on peut appliquer le théorème de Pythagore dans ces triangles.

### Calcul de la longueur AB

Dans le triangle ABC rectangle en A, **le théorème de Pythagore s'écrit :**

$BC^2 = AB^2 + AC^2$. La longueur AB est alors donnée par la formule : $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2}$.

**2** S'approprier Remplacez BC et AC par leur valeur dans cette formule. $AB = \sqrt{490^2 - 320^2}$

**3** Réaliser Effectuez ce calcul à l'aide de la calculatrice. Arrondissez le résultat à l'unité. AB ≈ 371 m.

### Calcul de la longueur DF

**4** S'approprier Complétez l'expression du théorème de Pythagore dans le triangle DEF rectangle en E.

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

**5** Réaliser Remplacez DE et EF par leur valeur dans cette formule, puis calculez DF. Arrondissez le résultat à l'unité.

$DF^2 = 370^2 + 420^2$ ; $DF^2 = 313\,300$ ; $DF = \sqrt{313\,300}$ ; DF ≈ 560 m.

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique.

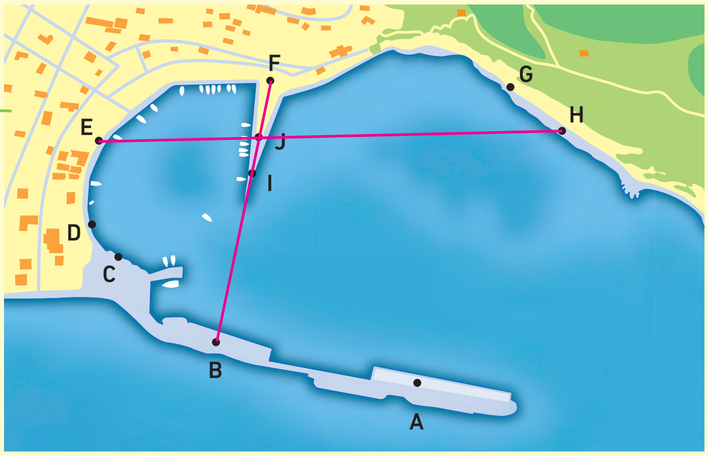
Distance du parcours ABC : 320 + 490 + 371 = 1 181 m.

Distance du parcours DEF : 370 + 420 + 560 = 1 350 m.

Pour parcourir au moins 10 km (soit 10 000 m), Lila devra faire au moins 9 tours du parcours ABC ou 8 tours du parcours DEF.

# Activité 2 Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore

## SITUATION . Rendez-vous à Samos !




Antoine, en vacances à Samos, donne rendez-vous à ses amis au pied de la statue de Pythagore (mathématicien natif de cette île grecque). Pour trouver le lieu de rendez-vous, il propose à ses amis de résoudre l'énigme suivante : « La statue se trouve à l'intersection des hypoténuses de deux triangles rectangles tracés à partir de positions situées le long du port de Pythagorion. »

Antoine leur fournit également le plan ci-contre et les distances suivantes, en mètre :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Triangle FCB | FC = 320 | CB = $\sqrt{30\,825}$ | FB = 365 |
| Triangle AGD | AG = $20{,}4^2$ | GD = 600 | AD = 490 |
| Triangle EHB | HB = 545 | EH = $25^2$ | EB = $\sqrt{93\,600}$ |

**Problématique** Où se trouve la statue de Pythagore ?

## Étude du triangle FCB

**1** Réaliser Le côté le plus long de ce triangle étant FB, calculez $FB^2$. $FB^2$ = $365^2 = 133\,225$

**2** Réaliser Calculez $CB^2 + FC^2$. $CB^2 + FC^2$ = $(\sqrt{30\,825})^2 + 320^2 = 133\,225$

**Coup de pouce** $(\sqrt{a})^2 = a$ pour $a > 0$.

**3** Valider Comparez les résultats puis cochez la réponse correcte.

☑ $FB^2 = CB^2 + FC^2$ ☐ $FB^2 \neq CB^2 + FC^2$

**4** Valider En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore, cochez la réponse correcte :

☑ FBC est un triangle rectangle ☐ FBC n'est pas un triangle rectangle

**Coup de pouce** **Réciproque du théorème de Pythagore :** dans un triangle ABC, si $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en C.

## Étude du triangle AGD

**5** Réaliser Calculez : $GD^2$ = $600^2 = 360\,000$ et $AG^2 + AD^2$ = $(20{,}4^2)^2 + 490^2 = 413\,289{,}1456$

**6** Valider Comparez les résultats et indiquez si le triangle AGD est un triangle rectangle.

On constate que : $GD^2 \neq AG^2 + AD^2$ ; le triangle AGD n'est donc pas rectangle.

## Étude du triangle EHB

**7** Réaliser Valider Indiquez si le triangle EHB est un triangle rectangle. Justifiez votre réponse.

On calcule $EH^2 = (25^2)^2 = 390\,625$ ; $HB^2 + EB^2 = 545^2 + (\sqrt{93\,600})^2 = 390\,625$.

On constate que $EH^2 = HB^2 + EB^2$ ; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EHB est un triangle rectangle.

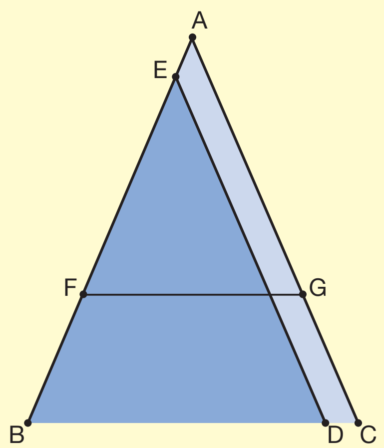
**8** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

La statue se trouve à l'intersection des hypoténuses [FB] et [EH], c'est-à-dire au point J.

# Activité 3 Utiliser le théorème de Thalès

## SITUATION . Reproduction de logo

Sofiane, apprenti en peinture, est chargé de reproduire sur un mur la lettre A représentant le logo d'une entreprise. Il doit peindre les zones colorées et utiliser du ruban adhésif noir pour les contours de la lettre.




Données :
AB = 2,7 m
BC = 2,2 m
AF = 1,62 m
BD = 1,65 m

ABC est un triangle isocèle en A
(AC) // (ED)
(FG) // (BC)

### Problématique

**Sachant que le ruban adhésif est vendu par rouleau de 5 m de longueur, combien Sofiane doit-il en prévoir ?**

**1** **a.** S'approprier Indiquez les distances qu'il faut connaître pour calculer la longueur de ruban adhésif nécessaire.

Il faut ajouter les longueurs AB, AC, DE et FG.

**b.** S'approprier Parmi ces longueurs, citez celles dont la mesure n'est pas connue.

Les longueurs DE et FG sont inconnues.

**2** S'approprier Les droites (BC) et (FG) étant parallèles, le théorème de Thalès permet d'écrire l'égalité **1**. Dans l'égalité **2**, remplacez les longueurs connues par leur valeur.

Égalité **1** $\frac{AF}{AB} = \frac{FG}{BC}$ Égalité **2** $\frac{1{,}62}{2{,}7} = \frac{FG}{2{,}2}$

**3** Réaliser Calculez la longueur FG en utilisant l'égalité des produits en croix.

FG × 2,7 = 1,62 × 2,2 ; FG = 1,62 × 2,2 ÷ 2,7 ; FG = 1,32 m

**4** S'approprier Les droites (AC) et (ED) étant parallèles, utilisez le théorème de Thalès pour compléter l'égalité **3**.

Remplacez les longueurs connues par leur valeur dans l'égalité **4**.

Égalité **3** $\frac{BD}{BC} = \frac{DE}{AC}$ Égalité **4** $\frac{1{,}65}{2{,}2} = \frac{DE}{2{,}7}$

**5** Réaliser Calculez la longueur DE en utilisant l'égalité des produits en croix.

DE × 2,2 = 1,65 × 2,7 ; DE = 1,65 × 2,7 ÷ 2,2 ;

DE = 2,025 m

**6** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Longueur de ruban adhésif nécessaire : 2,7 + 2,7 + 1,32 + 2,025 = 8,745 m

Sofiane doit donc prévoir 2 rouleaux de ruban adhésif de 5 m de longueur.

# Activité Algo Pro Rechercher des triplets pythagoriciens

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/21mc90

## SITUATION . Triangle rectangle ou pas

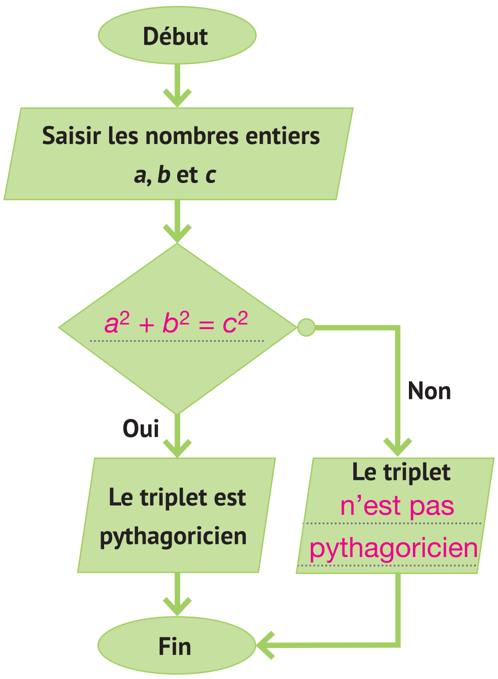
Un triplet pythagoricien est composé de trois nombres entiers naturels non nuls vérifiant la relation de Pythagore. À tout triplet pythagoricien est associé un triangle rectangle de côtés entiers a, b, c et d'hypoténuse c.


### Problématique

**Combien existe-t-il de triangles rectangles dont les mesures des côtés sont des nombres entiers et dont l'un des côtés mesure 15 ?**

## LANGAGE NATUREL

**1** L'algorigramme ci-contre permet de vérifier si un triplet (a, b, c) est pythagoricien, les nombres a, b et c étant rangés dans l'ordre croissant (avec a ≠ b ≠ c). Complétez-le.




## LANGAGE PYTHON python

```python
def pythagoricien(a,b,c):
    return a**2+b**2==c**2
```

**2** Ouvrez un éditeur Python et recopiez le programme ci-dessus.

**3** Exécutez le programme afin de vérifier que le triplet (3, 4, 5) est pythagoricien. Quel résultat s'affiche alors ?

Le programme affiche « true ».

Ouvrez le fichier « **C09_133_triplets.py** ».

**4** Le programme précédent a été complété avec des instructions qui permettent d'obtenir tous les triplets pythagoriciens dont le plus grand entier est inférieur ou égal à un nombre seuil.

**a.** Si le nombre seuil est 50, indiquez :

– l'intervalle de valeurs prises par a : [1 ; 51[

– l'intervalle de valeurs prises par b : [2 ; 51[

– l'intervalle de valeurs prises par c : [3 ; 51[

**b.** Exécutez le programme pour la valeur seuil 50. Combien de triplets pythagoriciens s'affichent ?

Le programme affiche 20 triplets dont les nombres qui les composent sont inférieurs ou égaux à 50.

**5** Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Parmi les triplets précédents, quatre ont une composition contenant le nombre 15 ; il y a donc 4 triangles rectangles associés dont les dimensions sont : (8,15,17), (9,12,15), (15, 20, 25) et (15, 36, 39).

### LEXIQUE python

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `a**2+b**2==c**2` | **Tester** si a**2 + b**2 est égal à c**2. Envoyer True si c'est vrai, False sinon. |
| `for a in range(1,seuil+1):` | *a* parcourt l'intervalle [1 ; seuil + 1[ avec un **pas** de 1. |

# Calculs de longueurs : Pythagore et Thalès

## Théorème de Pythagore

**Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.**

**Méthode**

- Vérifier que le triangle est un triangle rectangle (codage, information de l'énoncé).
- Identifier l'hypoténuse du triangle.
- Écrire le théorème de Pythagore.
- Remplacer les longueurs connues par leur valeur.
- Calculer la longueur inconnue.

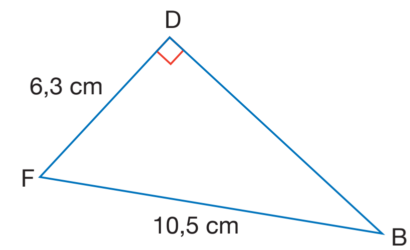
**Exemple** Le triangle BDF est rectangle en D. L'hypoténuse est [BF].

Le théorème de Pythagore permet d'écrire : $BF^2 = BD^2 + DF^2$.

$10{,}5^2 = BD^2 + 6{,}3^2$

$BD^2 = 10{,}5^2 - 6{,}3^2 = 70{,}56$

$BD = \sqrt{70{,}56} = 8{,}4$. La longueur BD est 8,4 cm.




## Réciproque du théorème de Pythagore

**Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.**

**Méthode**

- Repérer la longueur du plus grand côté, calculer son carré.
- Calculer la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
- Comparer les résultats. S'ils sont égaux, alors le triangle étudié est un triangle rectangle ; s'ils ne sont pas égaux, le triangle étudié n'est pas un triangle rectangle.

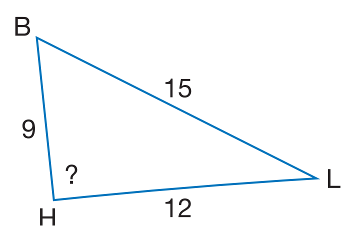
**Exemple**

Le triangle BHL est tel que BH = 9 cm, HL = 12 cm et BL = 15 cm. Est-il rectangle ?

Le plus grand côté est [BL]. $BL^2 = 15^2 = 225$ ; $BH^2 + HL^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

Donc $BL^2 = BH^2 + HL^2$. La relation de Pythagore est vérifiée.

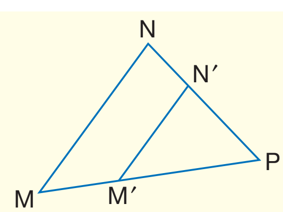
On en conclut que le triangle BHL est rectangle en H.




## Théorème de Thalès

- Soit un triangle MNP, N′ un point du côté [NP] et M′ le point du côté [MP] tel que la droite (M′N′) soit **parallèle** à la droite (MN).

Alors $\dfrac{PN'}{PN} = \dfrac{PM'}{PM} = \dfrac{N'M'}{NM}$.

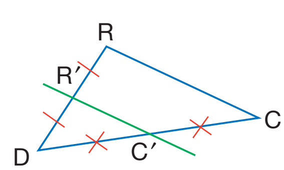



**Exemple**

Dans le triangle CDR, R′ est le milieu de [DR] et (R′C′) est parallèle à (RC).

Alors $\dfrac{DR'}{DR} = \dfrac{DC'}{DC} = \dfrac{R'C'}{RC} = \dfrac{1}{2}$.

Les longueurs des côtés des triangles CDR et C′DR′ sont proportionnelles.



## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 (2')

☐ **A3** Donnez l'écriture fractionnaire et l'écriture décimale de 23 %.

$23\ \% = \frac{23}{100} = 0{,}23$

☐ **A17** Convertissez 200 cm² en m².

200 cm² = 0,02 m²

☐ **A7** Classez ces nombres dans l'ordre croissant : $\frac{1}{3}$ ; $\frac{1}{4}$ ; 0,35 ; 0,20.

$0{,}20 < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < 0{,}35$

### Rituel 2 (2')

☐ **A19** Arrondissez 84,7543 au dixième.

$84{,}7543 \approx 84{,}8$

☐ **A4** Calculez la moyenne des notes suivantes : 12, 9, 16 et 11.

$\bar{x} = \frac{12 + 9 + 16 + 11}{4} = \frac{48}{4} = 12$

☐ **A22** L'aire d'un carré de 5 cm de côté est :

☐ 20 cm ☐ 20 cm² ☐ 25 cm ☑ 25 cm²

### Rituel 3 (2')

☐ **A6** Donnez la notation scientifique de 31 745.

$3{,}1745 \times 10^4$

☐ **A9** Développez :

$3(x + 3)$ : $3x + 9$

$4(x - 2)$ : $4x - 8$

☐ **A20** Le volume d'une cuve est :

☐ 5 m ☐ 5 m² ☑ 5 m³

### Rituel 4 (2')

☐ **A6** Retrouvez les deux autres écritures de $3{,}5 \times 10^2$.

☐ 35 ☑ 350 ☑ $0{,}35 \times 10^3$ ☐ $35 \times 10^0$

☐ **A10** Pour un carré de côté $c$, l'expression du périmètre est $p = 4c$. Exprimez $c$ en fonction de $p$.

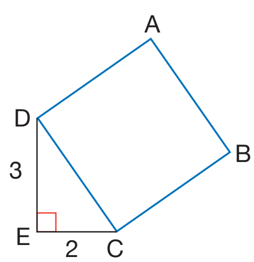
$c = p \div 4$

☐ **A2** Calculez 30 % de 1 200 personnes.

$0{,}3 \times 1\,200 = 360$ soit 360 personnes.

## Utiliser le théorème de Pythagore

**1** Soit le carré ABCD. Les cotes sont en cm.




**a.** Calculez la longueur DC. Arrondissez au centième.

D'après le théorème de Pythagore :

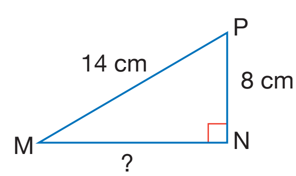
$DC^2 = DE^2 + EC^2$ ; $DC^2 = 3^2 + 2^2 = 13$

$DC = \sqrt{13} \approx 3{,}61$ cm.

**b.** Déduisez-en l'aire du carré ABCD.

L'aire du carré est $DC^2$ soit $(\sqrt{13})^2 = 13$ cm².

**2** Calculez la longueur du côté [MN] du triangle MNP rectangle en N. Arrondissez au dixième.




D'après le théorème de Pythagore :

$PM^2 = PN^2 + MN^2$ ; $MN^2 = 14^2 - 8^2 = 132$

$MN = \sqrt{132} \approx 11{,}5$ cm.

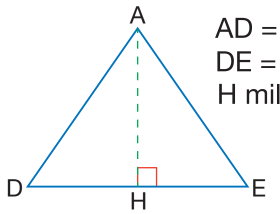
**3** Soit le triangle rectangle isocèle CRI tel que CI = RI = 3 cm. Calculez la longueur de l'hypoténuse CR. Arrondissez au centième.

D'après le théorème de Pythagore :

$CR^2 = CI^2 + RI^2$ ; $CR^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

$CR = \sqrt{18} \approx 4{,}24$ cm.

**4** Calculez la hauteur AH du triangle ADE.




AD = AE = 5 cm
DE = 6 cm
H milieu de [DE]

HE = DE ÷ 2 = 3 cm

D'après le théorème de Pythagore appliqué dans le triangle rectangle AHE :

$AE^2 = HE^2 + AH^2$ ; $AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

$AH = \sqrt{16} = 4$ cm.

**5** Soit le triangle TOC rectangle en O tel que TO = 20,2 cm et TC = 0,504 m. Calculez la longueur du côté OC. Exprimez le résultat en mètre, arrondi au centième.

TO = 0,202 m.

D'après le théorème de Pythagore :

$TC^2 = TO^2 + OC^2$ ; $OC = \sqrt{0{,}504^2 - 0{,}202^2}$

$OC \approx 0{,}46$ m.

**6** Un rouleau à pâtisserie en bois de longueur 44,5 cm et de diamètre 6,5 cm peut-il être rangé à plat dans ce tiroir ?

Dimensions du tiroir : 40 cm × 25 cm × 10 cm

Il faut calculer la diagonale *d* du tiroir car le rouleau ne rentre pas dans la longueur. On se place dans un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 40 cm et 25 cm.

$d = \sqrt{40^2 + 25^2} \approx 47{,}2$ cm.

Le rouleau peut donc être rangé à plat car 44,5 cm < 47,2 cm et 6,5 cm < 10 cm.

## Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore

**7** Montrez que le triangle CAR est rectangle en C. On donne CA = 3,75 cm ; AR = 6,25 cm ; CR = 5 cm.

$AR^2 = 6{,}25^2 = 39{,}0625$

$CA^2 + CR^2 = 3{,}75^2 + 5^2 = 39{,}0625$

$AR^2 = CA^2 + CR^2$ ; d'après la réciproque de Pythagore, le triangle est rectangle.

**8** **a.** Le triangle GLU tel que GU = 5,1 m, LU = 6,8 m et LG = 8,3 m est-il rectangle ?

$LG^2 = 8{,}3^2 = 68{,}89$

$GU^2 + LU^2 = 5{,}1^2 + 6{,}8^2 = 72{,}25$

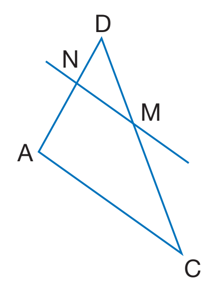
$LG^2 \neq GU^2 + LU^2$ ; d'après la réciproque de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.

**b.** SCRATCH Vérifiez votre réponse à l'aide du fichier « **C09_136_ex8.sb3** ». foucherconnect.fr/21mc91

Le triangle GLU n'est pas rectangle.

## Utiliser le théorème de Thalès

**9** Soit le triangle ADC. La droite (MN) est parallèle à la droite (AC). On donne DN = 36 cm, DC = 105 cm et DA = 84 cm. Calculez DM.



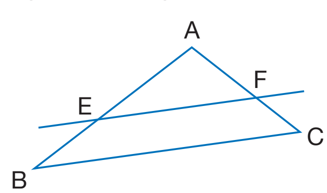

(MN) // (AC). D'après le théorème de Thalès :

$\frac{DN}{DA} = \frac{DM}{DC}$ donc $\frac{36}{84} = \frac{DM}{105}$

DM × 84 = 36 × 105

DM = 3 780 ÷ 84 = 45. DM = 45 cm.

**10** Dans le triangle ABC, la droite (EF) est parallèle à la droite (BC). On donne : AB = 15 cm ; EF = 13,5 cm ; AE = 9 cm. Calculez BC.




(EF) // (BC). D'après le théorème de Thalès :

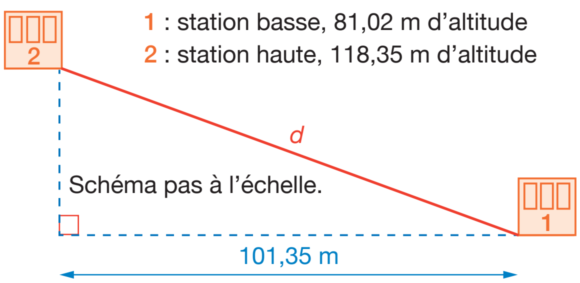
$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ donc $\frac{9}{15} = \frac{13{,}5}{BC}$

9 × BC = 15 × 13,5

BC = 202,5 ÷ 9 = 22,5. BC = 22,5 cm.

**11** Le funiculaire de Montmartre, situé à Paris, permet d'accéder à la basilique du Sacré-Cœur sans devoir emprunter l'escalier de plus de deux-cent-vingt marches.

**Problématique :** quelle est la distance $d$ qui sépare les deux stations ?




**1.** Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Pour calculer la distance $d$, il faut déjà calculer la différence d'altitude puis appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle délimité par la position des deux stations.

**2.** Mettez en œuvre votre méthode et répondez à la problématique.

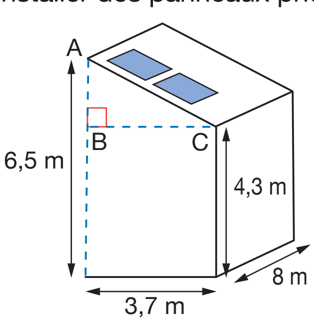
Différence d'altitude : 118,35 – 81,02 = 37,33 m

D'après le théorème de Pythagore :

$d = \sqrt{101{,}35^2 + 37{,}33^2} \approx 108{,}01$ m.

La distance séparant les deux stations est d'environ 108 m.

**12** Pour réaliser des économies, Nadia souhaite faire installer des panneaux photovoltaïques sur son toit.




Dimensions des panneaux : 100 × 165 × 4 cm

Les panneaux photovoltaïques sont disposés dans le sens vertical et accolés les uns aux autres.

**Problématique :** combien de panneaux au maximum Nadia peut-elle installer sur ce toit ?

**1.** Calculez les longueurs AB et AC. Arrondissez au dixième.

AB = 6,5 – 4,3 = 2,2 m.

D'après le théorème de Pythagore appliqué dans le triangle rectangle ABC :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC = \sqrt{2{,}2^2 + 3{,}7^2} \approx 4{,}3$ m

**2.** Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

100 cm = 1 m ; 165 cm = 1,65 m.

Nombre de rangées dans la largeur du toit :

4,3 ÷ 1,65 ≈ 2,6 soit 2 rangées.

Nombre de rangées dans la longueur du toit :

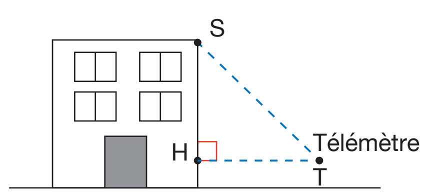
8 ÷ 1 = 8 rangées.

Nombre de panneaux possibles : 2 × 8 = 16.

Nadia peut installer au maximum 16 panneaux sur son toit.

**13** Mickaël est en stage dans un cabinet d'architectes. On lui demande de mesurer la hauteur d'un bâtiment en construction à l'aide d'un télémètre laser. Pour cela, il effectue deux mesures, l'une en visant le point S (situé au sommet de l'immeuble), l'autre en visant le point H (point situé sur le bâtiment à la même hauteur que le télémètre T).
Le télémètre est positionné à une hauteur de 1,6 m du sol.

Dessin pas à l'échelle.




Voici les résultats obtenus :

1re visée : TS = 63 m ; 2e visée : TH = 55 m.

**1.** Calculez la distance SH. Arrondissez au centième.

D'après le théorème de Pythagore :

$ST^2 = SH^2 + HT^2$ ; $SH^2 = 63^2 - 55^2 = 944$

$SH = \sqrt{944} \approx 30{,}72$ m

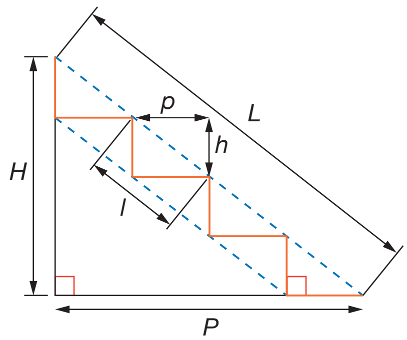
**2.** Déduisez-en la hauteur du bâtiment.

30,72 + 1,6 = 32,32

La hauteur du bâtiment est 32,32 m.

**14** python foucherconnect.fr/21mc92

Quentin travaille dans une entreprise de menuiserie qui fabrique des escaliers. Pour conseiller les clients, il doit pouvoir calculer rapidement l'encombrement de l'escalier, c'est-à-dire la hauteur totale *H*, la profondeur *P* et la longueur *L*.




### Étude d'un cas particulier

Un client souhaite faire fabriquer un escalier de 12 marches de 17 cm de hauteur *h* et 25 cm de profondeur *p*.

**1.** Calculez la longueur *l* d'une marche. Arrondissez au mm.

D'après le théorème de Pythagore :

$l^2 = h^2 + p^2$

$l = \sqrt{17^2 + 25^2} \approx 30{,}2$ cm

**2.** Indiquez les dimensions totales de l'escalier : *L*, *H* et *P* en mètre.

$H = 12 \times 17 = 204$ cm $= 2{,}04$ m

$P = 12 \times 25 = 300$ cm $= 3$ m

$L = 12 \times 30{,}2 = 362{,}4$ cm $= 3{,}624$ m

### Étude du cas général

Pour gagner du temps, Quentin veut écrire un programme en langage Python qui permettra de calculer *L*, *P* et *H*, en mètre, connaissant *h* et *p*, en centimètre.

Ouvrez le fichier « **C09_138_escalier.py** ».

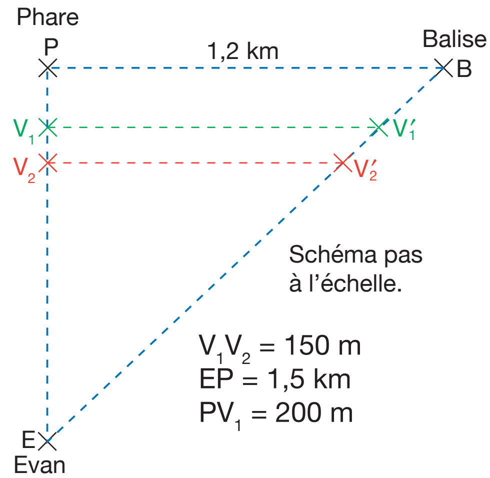
**3.** Complétez le programme afin d'obtenir les informations souhaitées (arrondies au cm).

```
H=(h*nbe)/100
P= (p*nbe)/100
L=sqrt(H*H+P*P )
L=round(L,2)
```

**4.** Testez le programme afin de valider les réponses données à la question **2.**

**15** Evan assiste à une compétition de voile.

Lorsque les voiliers franchissent la ligne de départ, il les voit alignés avec le phare P. Quelques minutes plus tard, il aperçoit deux voiliers alignés avec la balise B.




**Problématique :** quelle est la distance parcourue par chacun des bateaux, si l'on suppose qu'ils ont navigué en ligne droite ?

**1.** Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

En considérant que les trajectoires des bateaux sont parallèles et rectilignes, elles coupent les côtés du triangle formé par Evan (point E), le phare (point P) et la balise (point B). On peut, dans cette configuration, appliquer le théorème de Thalès.

**2.** Mettez en œuvre votre méthode.

$EV_1 = 1{,}5 - 0{,}2 = 1{,}3$ km

$EV_2 = 1{,}3 - 0{,}15 = 1{,}15$ km

$\frac{EV_1}{EP} = \frac{V_1V'_1}{PB}$ donc $\frac{1{,}3}{1{,}5} = \frac{V_1V'_1}{1{,}2}$

$V_1V'_1 = 1{,}3 \times 1{,}2 \div 1{,}5 = 1{,}04$ km

$\frac{EV_2}{EP} = \frac{V_2V'_2}{PB}$ donc $\frac{1{,}15}{1{,}5} = \frac{V_2V'_2}{1{,}2}$

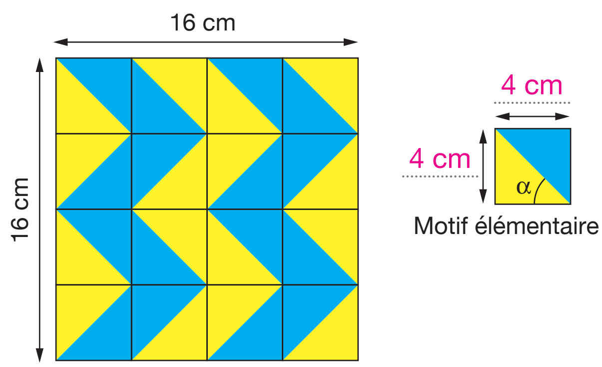
$V_2V'_2 = 1{,}15 \times 1{,}2 \div 1{,}5 = 0{,}92$ km

Le premier bateau a parcouru 1,04 km et le second 0,92 km.

# Consolidation Cycle 4

## Je mobilise mes connaissances de géométrie plane

**1** Le pavage carré ci-dessous a été obtenu à partir de la reproduction d'un motif élémentaire.




**a. Indiquez** la nature de ce motif. C'est un carré.

**Justifiez.** Le pavage est un carré constitué de 16 motifs identiques dont les côtés sont parallèles à ceux du pavage, ce sont des carrés.

**b. Indiquez** ci-dessus les longueurs des côtés du motif.

**Justifiez.** 16 ÷ 4 = 4 ; la longueur du côté du carré est 4 cm.

Ce motif peut se décomposer en deux triangles.

**c. Donnez** leur nature en cochant la réponse qui convient.

☐ triangle équilatéral ☐ triangle isocèle ☐ triangle rectangle ☑ triangle rectangle isocèle

**Justifiez** votre choix. La diagonale d'un carré coupe celui-ci en deux triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit ont même mesure.

**d. Donnez** la valeur de l'angle α. α = 45 °

**Justifiez** la réponse. Le triangle possède un angle droit et deux angles de même mesure : α = (180 – 90) ÷ 2 = 45°.

**e.** Parmi les propositions suivantes, **indiquez** celle qui peut correspondre à la mesure de la longueur de la diagonale qui traverse le motif.

☐ 4 cm ☑ 5,66 cm ☐ 7 cm ☐ 8 cm

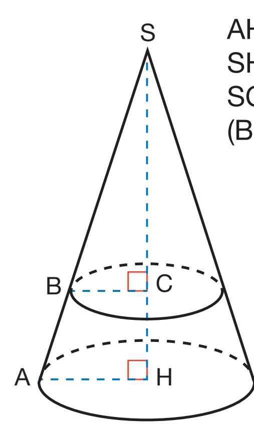
**f.** Comment pourriez-vous calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale ?

☑ en utilisant le théorème de Pythagore ☐ en utilisant le théorème de Thalès

## Je me repère dans l'espace

**2** On considère deux cônes de révolution de sommet S.

**Cochez** les réponses correctes :




AH = 5 cm
SH = 15 cm
SC = 10 cm
(BC) // (AH)

**a.** La hauteur du grand cône est : ☐ 5 cm ☐ 10 cm ☑ 15 cm

**b.** Le diamètre du grand cône est : ☐ 5 cm ☑ 10 cm ☐ 15 cm

**c.** La base du grand cône est :

☐ un triangle rectangle ☑ un disque ☐ une sphère

**d.** Le théorème de Pythagore dans le triangle SAH rectangle en H s'écrit :

☐ $SH^2 = SA^2 + AH^2$ ☑ $SA^2 = SH^2 + AH^2$ ☐ $AH^2 = SH^2 + SA^2$

**e.** Le théorème de Thalès dans le triangle SAH, s'écrit :

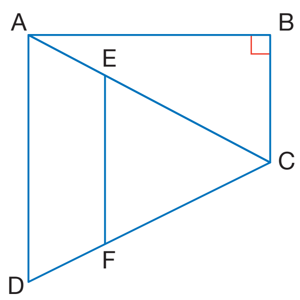
☐ $\frac{SC}{SH} = \frac{SA}{SB}$ ☑ $\frac{SC}{SH} = \frac{SB}{SA}$

# Accompagnement personnalisé

## J'utilise le vocabulaire approprié

**3** **Complétez** les phrases suivantes avec les mots proposés :

*rectangle • parallèles • Pythagore • côté • Thalès • l'hypoténuse.*




Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit se nomme l'hypoténuse ; c'est le côté le plus long du triangle.

Dans le triangle ABC, l'hypoténuse est le côté AC.

Le triangle ABC est rectangle en B, on peut donc appliquer le théorème de Pythagore.

Dans le triangle ACD, les droites (EF) et (AD) sont parallèles, on peut donc appliquer le théorème de Thalès.

## Je revois des points importants

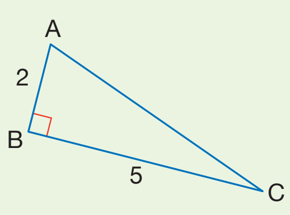
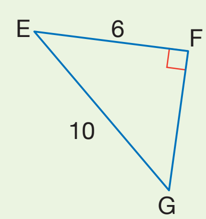
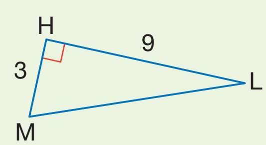
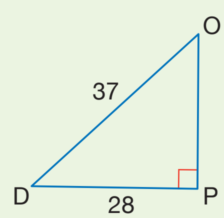
**4** Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous :

**a. Nommez** l'hypoténuse.

**b. Complétez** les égalités afin d'écrire le théorème de Pythagore dans chaque triangle.

**c. Remplacez** les longueurs connues par leur valeur dans l'égalité.

**d. Calculez** la longueur inconnue, arrondissez au centième.

| |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|
| a. | Hypoténuse : [AC] | Hypoténuse : [EG] | Hypoténuse : [ML] | Hypoténuse : [DO] |
| b. | $AC^2 = AB^2 + BC^2$ | $EG^2 = FG^2 + EF^2$ | $ML^2 = HM^2 + HL^2$ | $DO^2 = OP^2 + DP^2$ |
| c. | $AC^2 = 2^2 + 5^2$ | $10^2 = FG^2 + 6^2$ | $ML^2 = 3^2 + 9^2$ | $37^2 = OP^2 + 28^2$ |
| d. | $AC^2 = 29$<br>$AC = \sqrt{29}$<br>$AC \approx 5,39$ | $FG^2 = 100 - 36$<br>$FG^2 = 64$<br>$FG = \sqrt{64}$<br>$FG = 8$ | $ML^2 = 90$<br>$ML = \sqrt{90}$<br>$ML \approx 9,49$ | $OP^2 = 37^2 - 28^2$<br>$OP^2 = 585$<br>$OP = \sqrt{585}$<br>$OP \approx 24,19$ |

**5** Soit le triangle TRI dont on connaît la mesure des côtés : TR = 6,5 cm, RI = 3,75 cm et TI = 8 cm.

On veut savoir si le triangle TRI est un triangle rectangle.

**a. Calculez** $TI^2$. $TI^2 = 8^2 = 64$

**b. Calculez** $TR^2 + RI^2$. $TR^2 + RI^2 = 6,5^2 + 3,75^2 = 56,3125$

**c. Comparez** les résultats des questions **a** et **b**.

$TI^2 \neq TR^2 + RI^2$

**d. Indiquez** si le triangle TRI est un triangle rectangle.

Le triangle n'est pas rectangle car la relation de Pythagore n'est pas vérifiée.

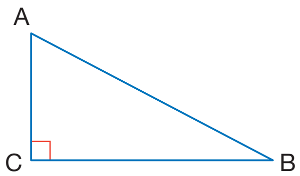
## Je mémorise

**6** **Complétez** la carte mentale qui reprend les connaissances liées au théorème de Pythagore.

> Je fais le point **page 134**

**Théorème de Pythagore**

- Réciproque du théorème de Pythagore : Si pour un triangle ABC, on a $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en C.

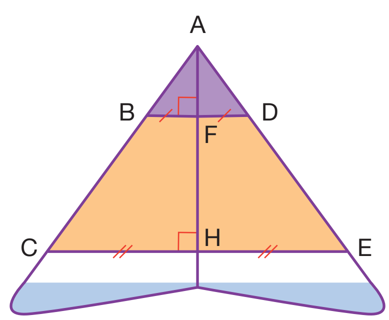



- S'applique uniquement dans un triangle rectangle
- hypoténuse
  - Côté le plus long
  - Côté opposé à l'angle droit
- $AB^2 = AC^2 + BC^2$
- Méthode
  - Chercher l'hypoténuse
  - Écrire la relation entre les longueurs
  - Remplacer les longueurs par les valeurs connues
  - Calculer la longueur manquante

## J'acquiers une méthode

**7** **Utiliser le théorème de Thalès**

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.




**Exercice corrigé**

Maxime a cassé l'une des baguettes de son cerf-volant. Pour la remplacer, il doit calculer la longueur exacte de baguette nécessaire.

On donne : AF = 12 cm ; AH = 41,4 cm ; BF = 10 cm. Les droites (BF) et (CH) sont parallèles.

Calculez la longueur CE de la baguette à remplacer.

**» RÉSOLUTION**

On calcule la distance CH.

Dans le triangle ACH, les droites (BF) et (CH) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$\frac{BF}{CH} = \frac{AF}{AH}$ donc $\frac{10}{CH} = \frac{12}{41{,}4}$

$CH \times 12 = 10 \times 41{,}4$

$CH = 414 \div 12 = 34{,}5$

De plus, $CE = 2 \times CH$.

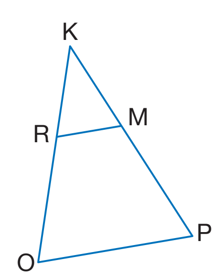
La baguette CE a une longueur de 69 cm.

**» MÉTHODE**

- Repérer les droites parallèles dans un triangle.
- D'après le théorème de Thalès, écrire les rapports liant les longueurs.
- Remplacer dans les rapports les valeurs qui sont connues.
- Utiliser l'égalité des produits en croix afin de calculer la longueur inconnue.

**Application**

Soit le triangle POK. La droite (RM) est parallèle à la droite (OP). On donne OP = 12 cm, KM = 7,2 cm et KP = 18 cm. **Calculez** RM.




Dans le triangle KOP, les droites (RM) et (OP) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$\frac{RM}{OP} = \frac{KM}{KP}$, donc $\frac{RM}{12} = \frac{7{,}2}{18}$

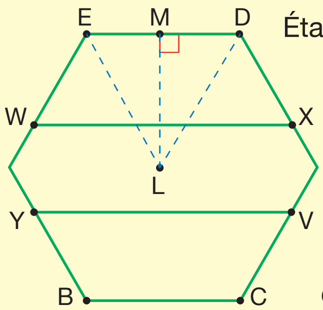
$RM \times 18 = 12 \times 7{,}2$

$RM = 86{,}4 \div 18 = 4{,}8$. RM = 4,8 cm.

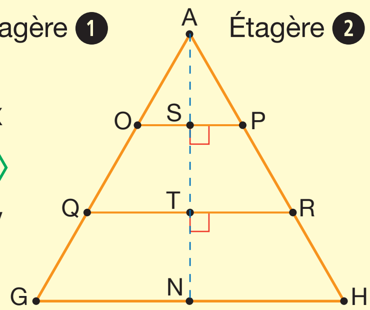
# Évaluation

**Situation**

Cindy, passionnée de décoration et bricoleuse hors pair, veut fabriquer pour son salon deux étagères murales. Elle a réalisé les plans des deux étagères : l'une a la forme d'un hexagone régulier, l'autre a la forme d'un triangle équilatéral. Les deux étagères ont la même hauteur.




Étagère 1




Étagère 2

ML = 30,3 cm
DL = 35 cm
WX = YV = 58,9 cm

AN = 60,6 cm AS = 20,2 cm
NH = 35 cm AT = 40,4 cm

Les tablettes (ED), (WX), (YV), (BC), (OP), (QR) et (GH) sont fixées horizontalement.

**Problématique** **Quelle est la longueur totale de planche nécessaire pour réaliser les deux étagères ?**

**1** **S'approprier** Cochez les réponses correctes :

- Les droites (WX), (YV) et (ED) sont : ☑ parallèles ☐ perpendiculaires
- Les droites (OP), (QR) et (GH) sont : ☑ parallèles ☐ perpendiculaires
- Dans l'étagère 1, toutes les planches constituant l'hexagone :

☑ ont la même mesure correspondant à la longueur ED ☐ ont la même mesure correspondant à la longueur WX

☐ ont la même mesure correspondant à la longueur MD

**2** **Analyser/Raisonner** Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Pour l'étagère 1, il faut déterminer la longueur des planches constituant l'hexagone. Pour cela, on calcule MD en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle MDL.

Pour l'étagère 2, les droites (OP) et (QR) étant horizontales, elles sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès dans l'un des triangles AGH, ANH ou ANG.

Une fois les longueurs inconnues calculées, on ajoute les longueurs de toutes les étagères.

**3** **Valider** Mettez en œuvre votre méthode.

D'après le théorème de Pythagore appliqué dans le triangle MDL : $LD^2 = ML^2 + MD^2$ ;

$35^2 = 30,3^2 + MD^2$ ; $MD = \sqrt{35^2 - 30,3^2} \approx 17,52$ cm

$ED = 2 \times 17,52 = 35,04$ cm

Étagère 1 : $6 \times 35,04 + 2 \times 58,9 = 328,04$ cm

Dans l'étagère 2, (OP)//(QR)//(GH) donc d'après Thalès appliqué dans le triangle ANH :

$\frac{AS}{AN} = \frac{SP}{NH}$ soit $SP = \frac{20,2 \times 35}{60,6} \approx 11,67$ cm ; on en déduit $OP = 2 \times SP = 2 \times 11,67 \approx 23,3$ cm.

De même $\frac{AT}{AN} = \frac{TR}{NH}$ soit $TR = \frac{40,4 \times 35}{60,6} \approx 23,33$ cm ; on en déduit $QR = 2 \times TR = 2 \times 23,33 \approx 46,7$ cm.

Étagère 2 : $23,3 + 46,7 + 3 \times 70 = 280$ cm.

**4** **Communiquer** Répondez à la problématique.

La longueur totale de planche nécessaire est de 608,04 cm (280 + 328,04), soit environ 6,1 m.

# Calculs de périmètres, d'aires et de volumes

# 10

| Capacités | Activités |
|---|---|
| • Reconnaître, nommer un solide usuel.<br>• Nommer les solides usuels constituant d'autres solides. | Activité 2 |
| • Calculer des longueurs, des mesures d'angles, des aires et des volumes dans les figures ou solides. | Activités 1 et 2 |
| • Déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. | Activité 3 |

## Je m'échauffe !

### Activité 1 p. 144

**a.** Nommez la figure ❶ ci-contre. Disque.

**b.** La figure ❷ représente un triangle TRI rectangle en R. Nommez une base de ce triangle et la hauteur correspondante.

TR et RI ou RI et TR.

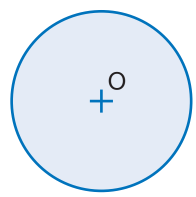


Figure ❶

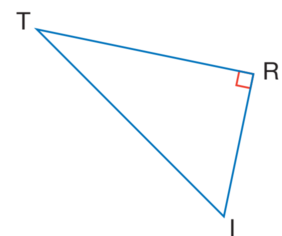


Figure ❷

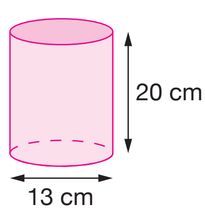
### Activité 2 p. 145

**a.** Quel est le nom du solide ci-contre ?

Cylindre droit.

**b.** Donnez sa hauteur $h$ et le rayon $R$ de sa base.

$h = 20$ cm et $R = \frac{13}{2} = 6{,}5$ cm.




### Activité 3 p. 146

**a.** Si on a l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$, alors :

☐ $b = \frac{3}{8} \times a$ ☑ $b = \frac{8}{3} \times a$ ☐ $b = \frac{8}{3 \times a}$

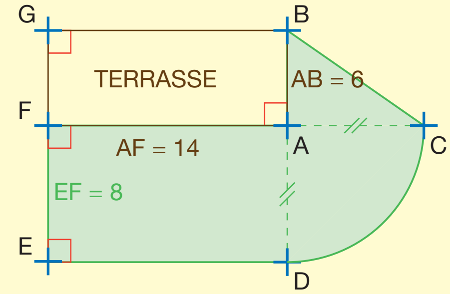
**b.** Par quel nombre faut-il multiplier une longueur $L_1 = 9$ cm pour obtenir une longueur $L_2 = 2{,}7$ cm ? $\frac{2{,}7}{9} = 0{,}3$.

# Activité 1 Calculer des périmètres et des aires

## SITUATION . Un jardin bien entretenu

Tom est chargé de tondre la pelouse et de tailler la haie du jardin de M. Cébo schématisé ci-contre. Les cotes sont en mètres. $\overset{\frown}{CD}$ est un quart de cercle de centre A. La pelouse est représentée en vert clair et la haie en vert foncé.

Tom met en moyenne 15 min pour tondre une surface de 100 m² et 20 min pour tailler une haie de 5 m de long. Il facture 36 € l'heure de travail et 12 € le déplacement.




### Problématique

**Quel sera le montant de la facture de Tom ?**

**1** S'approprier Nommez les formes géométriques qui composent le jardin.

Un rectangle, un triangle rectangle et un quart de disque.

**2** Réaliser Donnez la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ sachant que l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 37°.

$\widehat{ABC} = 180 - 90 - 37 = 53°$.

**Coup de pouce** La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.

**3** Réaliser Calculez, en m, la longueur BC en appliquant le théorème de Pythagore à la figure ABC.

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, donc $BC = \sqrt{100} = 10$ m.

**4** Réaliser Calculez, en m, la longueur de l'arc $\overset{\frown}{CD}$. Arrondissez à 0,1.

$\overset{\frown}{CD} = \dfrac{2 \times \pi \times AD}{4} = \dfrac{2 \times \pi \times 8}{4} \approx 12{,}6$ m.

**Coup de pouce** Périmètre d'un cercle de rayon $R$ : $\mathcal{P} = 2\pi R$.

**5** Réaliser Déduisez-en, en m, la longueur totale $L$ de la haie.

$L = BC + \overset{\frown}{CD} + DE + EF = 10 + 12{,}6 + 14 + 8 = 44{,}6$ m.

**6** Valider Vérifiez que le **périmètre** de la pelouse est égal à 6 460 cm.

$L + FA + AB = 44{,}6 + 14 + 6 = 64{,}6$ m $= 6\,460$ cm.

**7** Réaliser Calculez, en m², l'**aire** des figures suivantes. Arrondissez à l'unité.

**a.** ABC. $\mathcal{A}(ABC) = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{6 \times 8}{2} = 24$ m².

**b.** ACD. $\mathcal{A}(ACD) = \dfrac{\pi \times AD^2}{4} = \dfrac{\pi \times 8^2}{4} \approx 50$ m².

**c.** ADEF. $\mathcal{A}(ADEF) = AD \times DE = 8 \times 14 = 112$ m².

**Coup de pouce** Aire d'un triangle de base $b$ et de hauteur $h$ : $\mathcal{A} = \dfrac{b \times h}{2}$.
Aire d'un disque de rayon $R$ : $\mathcal{A} = \pi R^2$.

**8** Valider Vérifiez que l'aire de la pelouse est égale à 186 m². $24 + 50 + 112 = 186$ m².

**9** Réaliser Combien de temps, en minute, vont durer la tonte et la taille ? Arrondissez à la dizaine.

$\dfrac{186 \times 15}{100} \approx 30$ et $\dfrac{44{,}6 \times 20}{5} \approx 180$. La tonte va durer 30 min et la taille 180 min.

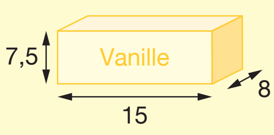
**10** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez.

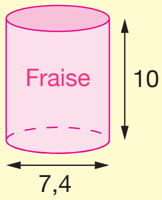
$\dfrac{30 + 180}{60} \times 36 + 12 = 138$. Le montant de la facture est 138 €.

# Activité 2 Calculer des volumes

## SITUATION . Une coupe glacée en dessert

Manon profite de l'arrivée des fraises sur les étals pour proposer à ses sept invités une coupe Romanoff en dessert. Dans une coupe, elle dispose plusieurs morceaux de fraises et 3 boules de glace de 4,5 cm de diamètre.
Les glaces sont conditionnées dans des pots pleins, représentés ci-dessous. Les dimensions sont données en cm. Manon a acheté un pot de glace à la vanille et un pot de glace à la fraise.



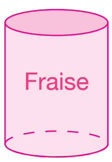



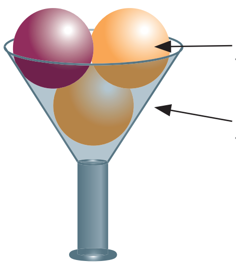

### Problématique

**Manon a-t-elle acheté suffisamment de glace pour mettre deux boules de glace à la vanille et une boule de glace à la fraise dans chaque coupe ?**

**1** S'approprier Indiquez les noms des solides usuels suivants.



Boule

Cône

Pavé droit

Cylindre droit

**2** S'approprier Donnez, en cm, le rayon $R$ d'une boule de glace.

$R = \frac{4,5}{2} = 2,25$ cm.

**3** Réaliser Calculez, en cm³, le volume d'un pot de glace à la vanille.

$15 \times 8 \times 7,5 = 900$ cm³.

**4** Réaliser Calculez, en cm³, le volume d'un pot de glace à la fraise. Arrondissez à l'unité.

$\pi \times \left(\frac{7,4}{2}\right)^2 \times 10 \approx 430$ cm³.

**Coup de pouce**

Volume d'un cylindre droit de rayon $R$ et de hauteur $h$ :
$V = \pi R^2 \times h$.

Volume d'une boule de rayon $R$ :
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

**5** Valider Vérifiez que le volume d'une boule de glace est 48 cm³ arrondi à l'unité.

$\frac{4}{3} \times \pi \times 2,25^3 \approx 48$ cm³.

**6** S'approprier Quels volumes $V_1$ de glace à la vanille et $V_2$ de glace à la fraise Manon doit-elle prélever, en cm³, pour garnir 8 coupes ?

$V_1 = 48 \times 2 \times 8 = 768$ cm³.

$V_2 = 48 \times 8 = 384$ cm³.

**7** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez.

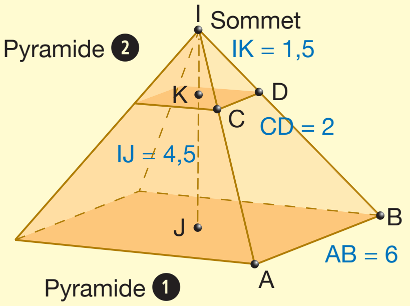
Manon a suffisamment de glace car 768 cm³ < 900 cm³ et 384 cm³ < 430 cm³.

# Activité 3 Déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction

## SITUATION . Flacons de parfum

Pour l'achat de son nouveau parfum de 52 cm³ de forme pyramidale, une enseigne offre un modèle réduit de celui-ci, dont les dimensions sont deux fois plus petites.

Le flacon original, représenté ci-contre et noté pyramide ❶, a une base carrée de 6 cm de côté et une hauteur de 4,5 cm. Pour fabriquer le bouchon de hauteur 1,5 cm, les concepteurs ont coupé la pyramide ❶ par un plan parallèle à sa base. Le bouchon de forme pyramidale noté pyramide ❷, a une base carrée de côté 2 cm.




### Problématique

**Le modèle réduit, offert aux clients, contient-il deux fois moins de parfum que le flacon original proposé à la vente ?**

**1** S'approprier Réaliser Complétez le tableau suivant.

| | Flacon : pyramide ❶ | Bouchon : pyramide ❷ |
|---|---|---|
| Hauteur (en cm) | IJ = 4,5 | IK = 1,5 |
| Côté de la base (en cm) | AB = 6 | CD = 2 |
| Aire de la base (en cm²) | $A_1$ = $6^2 = 36$ | $A_2$ = $2^2 = 4$ |
| Volume (en cm³) | $V_1 = \frac{36 \times 4,5}{3} = 54$ | $V_2 = \frac{4 \times 1,5}{3} = 2$ |

**Coup de pouce**

Volume d'une pyramide :

$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

**Coup de pouce**

Lorsqu'on multiplie les dimensions d'un solide par un même nombre $k$, alors :
– on agrandit ce solide si $k > 1$ ;
– on le réduit si $k < 1$.

**2** Valider Montrez que la pyramide ❶ est un agrandissement de la pyramide ❷. Donnez le coefficient d'agrandissement $k$.

$\frac{4,5}{1,5} = \frac{6}{2} = 3$. Le rapport des hauteurs est égal au rapport des côtés. Donc $k = 3$.

**3** Valider Vérifiez que $\frac{A_1}{A_2} = k^2$ et $\frac{V_1}{V_2} = k^3$. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{36}{4} = 9 = 3^2$ et $\frac{V_1}{V_2} = \frac{54}{2} = 27 = 3^3$.

**4** Valider Déduisez-en la bonne réponse. Le volume $V_1$ de la pyramide ❶ s'obtient en multipliant le volume $V_2$ de la pyramide ❷ par : ☐ $k$ ☐ $k^2$ ☑ $k^3$

**5** S'approprier Donnez le coefficient de réduction $k'$ du flacon miniature offert aux clients.

Les dimensions du flacon miniature sont divisées par deux donc $k' = \frac{1}{2} = 0,5$.

**6** Analyser/Raisonner Complétez la phrase suivante.

Le volume, en cm³, du flacon miniature s'obtient en multipliant le volume, en cm³, du flacon original par $0,5^3$.

**7** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez.

$54 \times 0,5^3 = 6,75$ cm³. Le modèle réduit de 6,75 cm³ ne contient donc pas deux fois moins de parfum que le flacon original de 54 cm³ qui renferme 52 cm³ de parfum.

# Activité Algo Pro — Déterminer la hauteur et l'aire d'un cylindre

MES FICHIERS
Scratch - Python
foucherconnect.fr/21mc01

## SITUATION . Les dimensions d'une canette

Un industriel envisage de commercialiser une canette de 33 cL dont la base est un disque de diamètre 5,8 cm. On considère que la canette est un cylindre droit.

**Problématique**

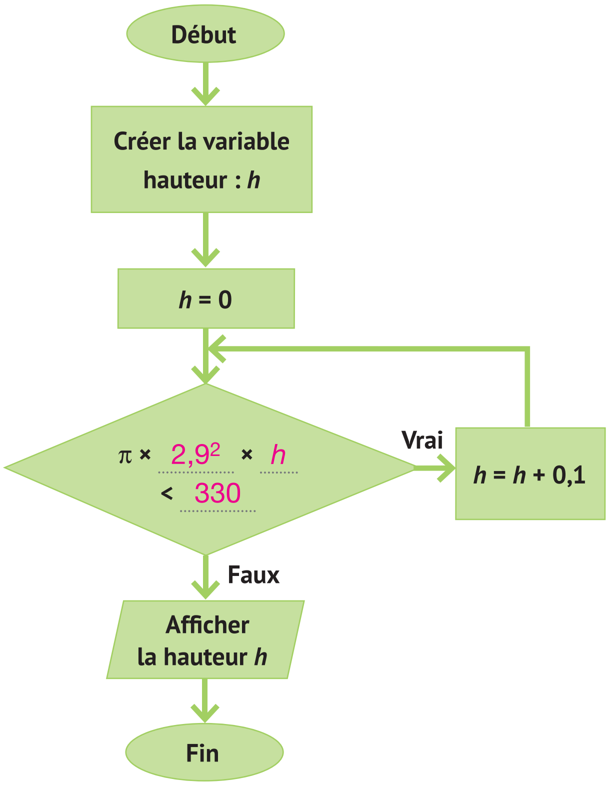
**Quelles doivent être la hauteur et l'aire de la canette ?**

### LANGAGE NATUREL

**1** Cochez la bonne réponse.

☐ 33 cL = 0,33 cm³ ☐ 33 cL = 33 cm³ ☑ 33 cL = 330 cm³

**2** L'algorigramme ci-contre est celui du calcul de la hauteur minimale $h_{min}$ d'une canette de diamètre 5,8 cm pouvant contenir au moins 33 cL. Complétez-le.




### LANGAGE SCRATCH

Ouvrez le fichier « **C10_147_canette.sb3** ».

**3** Placez, dans la boucle, l'instruction qui répond à l'algorigramme.

**4** Exécutez le programme. Donnez, au millimètre près, la valeur de $h_{min}$. $h_{min} \approx 12{,}5$ cm.

### LANGAGE PYTHON

**5** Expliquez ce que réalisent les deux programmes ci-dessous. Entourez celui qui correspond à l'algorigramme.

```python
from math import*
h=0
if pi*2.9**2*h<330:
   h=h+0.1
print("h =",h,"cm.")
```

```python
from math import*
h=0
while pi*2.9**2*h<330:
   h=h+0.1
print("h =",h,"cm.")
```

**6** La suite du programme est donnée ci-dessous. Que va afficher la console ?

```python
A=int(2*pi*2.9**2+2*pi*2.9*h)
print("A =",A,"cm².")
```

La console va afficher la hauteur de la canette et l'aire de sa surface.

**7** Ouvrez le fichier « **C10_147_canette.py** » et exécutez le programme. Répondez à la problématique.

La canette doit avoir une hauteur de 12,5 cm et une aire égale à 280 cm².

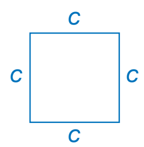
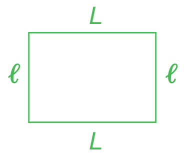
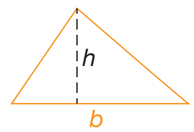
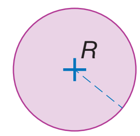
**LEXIQUE** python

| Instruction | Signification |
|---|---|
| `if` | Tester la condition et exécuter l'instruction **si** (if) la réponse est oui. |
| `while` | Exécuter la boucle **tant que** (while) la condition est remplie. |
| `int` | Valeur entière. |

# Je fais le point Calculs de périmètres, d'aires et de volumes

## Périmètres et aires de figures planes usuelles

- Le **périmètre** d'une figure plane est la longueur de son contour.
L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface.
- Les formules des périmètres $\mathscr{P}$ et des aires $\mathscr{A}$ des figures suivantes doivent être connues.

| | Carré de côté $c$ | Rectangle de longueur $L$ et largeur $\ell$ | Triangle de base $b$ et de hauteur $h$ | Disque de rayon $R$ |
|---|---|---|---|---|
| Figure |   |   |   |   |
| Formule | $\mathscr{P} = 4 \times c$<br>$\mathscr{A} = c \times c = c^2$ | $\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell)$<br>$\mathscr{A} = L \times \ell$ | $\mathscr{A} = \dfrac{b \times h}{2}$ | $\mathscr{P} = 2\pi R$<br>$\mathscr{A} = \pi R^2$ |

**Exemple**

$c = 7$ cm
$\mathscr{P} = 4 \times 7 = 28$ cm
$\mathscr{A} = 7^2 = 49$ cm²

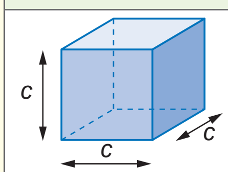
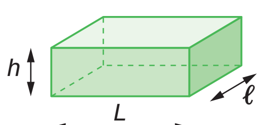
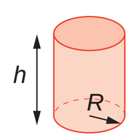
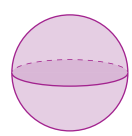
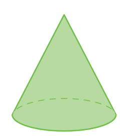
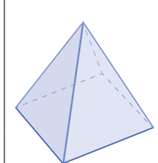
$L = 5$ m ; $\ell = 4$ m
$\mathscr{P} = 2 \times (5 + 4) = 18$ m
$\mathscr{A} = 5 \times 4 = 20$ m²

$b = 9$ mm ; $h = 8$ mm
$\mathscr{A} = \dfrac{9 \times 8}{2} = 36$ mm²

$R = 3$ km
$\mathscr{P} = 2\,\pi \times 3 \approx 19$ km
$\mathscr{A} = \pi \times 3^2 \approx 28$ km²

## Volumes de solides usuels

- Les formules des **volumes** $V$ des trois premiers solides usuels suivants doivent être connues.

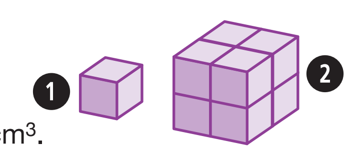
| Cube | Pavé droit | Cylindre droit | Boule | Cône | Pyramide |
|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |  |  |  |
| $V$ = aire de la base × hauteur | | | | | |
| $V = c \times c \times c = c^3$ | $V = L \times \ell \times h$ | $V = \pi R^2 \times h$ | | | |

**Exemple** La canette dite *slim* peut être modélisée par un cylindre droit de hauteur $h = 8{,}8$ cm dont la base a un diamètre $D = 5{,}3$ cm. La canette *slim* a un volume $V = \pi \times \left(\dfrac{5{,}3}{2}\right)^2 \times 8{,}8 \approx 194$ cm³.

## Effet d'un agrandissement ou d'une réduction

- Lors d'un **agrandissement** ou d'une **réduction** de rapport $k$ d'une figure :
– les longueurs sont multipliées par $k$ ;
– les aires sont multipliées par $k^2$ ;
– les volumes sont multipliés par $k^3$.
- Le nombre $k$ est appelé coefficient (ou rapport ou facteur) d'agrandissement ou de réduction.
On a un agrandissement si $k > 1$ et une réduction si $k < 1$.

**Exemple** Le cube ❷ est un agrandissement de coefficient $k = 2$ du cube ❶.
Le cube ❶ est une réduction de coefficient $k = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$ du cube ❷.
Si le volume du cube ❶ est 27 cm³, alors le volume du cube ❷ est $27 \times 2^3 = 216$ cm³.



## AUTOMATISMES

**Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.**
**Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.**

### Rituel 1 2'

☐ **A1** Dans une classe de 25 élèves, 20 ont obtenu leur baccalauréat. Calculez la fréquence de bacheliers de la classe.

$\frac{20}{25} = 0{,}8.$

☐ **A7** Complétez par < ou > : $\frac{4}{9}$ > $\frac{4}{27}$ ; $\frac{14}{22}$ < $\frac{9}{11}$

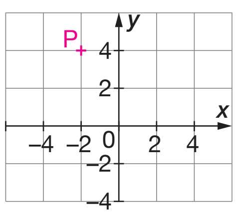
☐ **A13** 3,5 cm sur un plan à l'échelle $\frac{1}{100}$ correspond à une longueur réelle de :

☐ 0,035 cm ☑ 350 cm ☐ 3 500 cm

### Rituel 2 2'

☐ **A17** Convertissez 0,459 m² en cm². 4 590 cm².

☐ **A14** Placez dans le repère ci-contre le point P(–2 ; 4).




☐ **A3** Exprimez $\frac{5}{4}$ sous la forme d'un pourcentage.

$\frac{5}{4} = \frac{125}{100}$ soit 125 %.

### Rituel 3 2'

☐ **A12** $\frac{2{,}7}{x} = \frac{9}{5}$. Calculez $x$.

$x = \frac{5 \times 2{,}7}{9} = 1{,}5.$

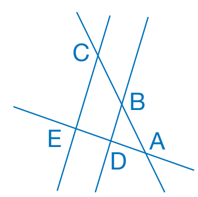
☐ **A21** Le diamètre de la Terre est égal à 1 691 km. ☐ Vrai ☑ Faux

☐ **A5** Un globule rouge est assimilé à un disque de diamètre $7 \times 10^{-3}$ mm. Exprimez ce nombre sous forme décimale. 0,007 mm.

### Rituel 4 2'

☐ **A18** Sur la figure ci-contre (BD) // (CE). Complétez l'égalité :

$\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$.




☐ **A9** Développez l'expression $2x(1 – 5x)$.

$2x(1 – 5x) = 2x – 10x^2$

☐ **A20** Une piscine a pour volume 34 500 dm³. Exprimez ce volume dans une unité plus adaptée.

34 500 dm³ = 34,5 m³.

## Calculer des périmètres et des aires

**1** Le plancher d'un ring de boxe forme un carré de 6 m de côté. L'espace carré à l'intérieur duquel ont lieu les combats est délimité par des cordes. Il a fallu 88 m de corde pour installer quatre rangées de corde.

**a.** Calculez, en m², l'aire du plancher de ce ring de boxe. $6^2 = 36$ m².

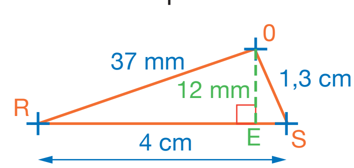
**b.** Calculez, en m, le côté $c$ du carré intérieur délimité par les cordes.

$4 \times 4c = 88$ ; $c = \frac{88}{16} = 5{,}5$ m.

**2** Le London Eye est une grande roue située à Londres. Son diamètre mesure 120 m.
Calculez, en m, la distance $d$ parcourue par une nacelle en un tour. Arrondissez à l'unité.

$d = 2\pi \times \frac{120}{2} \approx 377$ m.

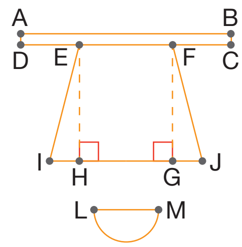
**3** Demba restaure une table en marqueterie. Il doit remplacer une pièce de forme triangulaire. Calculez, en cm², l'aire $\mathscr{A}$ du triangle ROS ci-contre.




12 mm = 1,2 cm.

$\mathscr{A} = \frac{RS \times OE}{2} = \frac{4 \times 1{,}2}{2} = 2{,}4$ cm².

**4** Tina souhaite coudre un tablier pour pâtisser. Elle a réalisé le patron ci-contre et noté les dimensions suivantes :




AB = 1,10 m ; BC = 5 cm ;

DE = FC = 30 cm ;

EH = 60 cm ;

IH = GJ = 15 cm ; LM = 32 cm.

**a.** Calculez, en cm², les aires des rectangles ABCD et EFGH.

AB × BC = 110 × 5 = 550 cm².

EF × EH = (110 – 2 × 30) × 60 = 3 000 cm².

**b.** Calculez, en cm², l'aire du triangle FGJ rectangle en G.

$\frac{GJ \times GF}{2} = \frac{15 \times 60}{2} = 450$ cm².

**c.** Calculez, en cm², l'aire du demi-disque de diamètre LM qui servira de poche. Arrondissez à l'unité.

$\frac{\pi \times 16^2}{2} \approx 402$ cm².

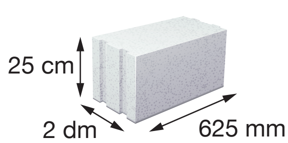
**d.** Vérifiez que l'aire totale de tissu nécessaire à la confection du tablier est 4 852 cm².

550 + 3 000 + 450 × 2 + 402 = 4 852 cm².

**e.** Reproduisez le patron du tablier sur GeoGebra. Vérifiez vos résultats à l'aide des fonctionnalités du logiciel.

## Calculer des volumes

**5** Grâce aux nombreux trous d'air qu'il contient, le béton cellulaire est plus léger que le béton traditionnel.



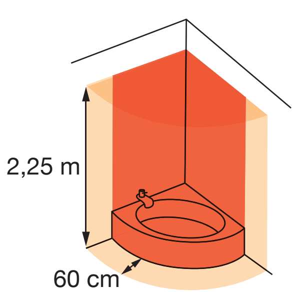

**a.** Calculez, en cm³, le volume du parpaing ci-dessus.

25 × 20 × 62,5 = 31 250 cm³.

**b.** Ce parpaing est en béton cellulaire de masse volumique 0,4 g/cm³. Cela signifie que 1 cm³ de parpaing pèse 0,4 g. Calculez, en g, la masse *m* du parpaing. Exprimez le résultat en kg.

*m* = 31 250 × 0,4 = 12 500 g soit 12,5 kg.

**6** La baignoire d'angle de Mia représente un quart de cylindre droit. Le rayon de la base mesure 1,35 m. Une règlementation encadre la réalisation d'installations électriques dans la salle de bain.

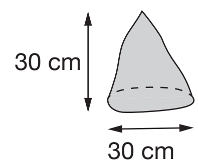



Le volume protégé s'étend sur 60 cm autour de la baignoire jusqu'à une hauteur de 2,25 m. Quel est, en m³, le volume à sécuriser ? Arrondissez au dixième.

Volume = $\frac{\pi \times (1,35 + 0,6)^2 \times 2,25}{4} \approx 6,7$ m³.

**7** python™ foucherconnect.fr/21mc02

Un client souhaite un devis pour l'usinage d'un cône plein en aluminium. Il joint à sa demande le croquis ci-contre.




Pour déterminer le volume d'aluminium nécessaire à la fabrication du cône, Matéo doit modifier le programme en langage python qu'il avait conçu pour calculer le volume d'une boule.

```
1  from math import*
2  R=float(input("Donnez, en cm, le rayon."))
3  V=4*pi*R**3/3
4  print("Volume = ",V,"cm\u00b3.")
```

Volume *V* d'un cône de rayon *R* et de hauteur *h* :

$$V = \frac{\pi R^2 \times h}{3}$$

**a.** Quelle variable supplémentaire faut-il créer à la ligne 3 du programme pour calculer le volume d'un cône ? La hauteur.

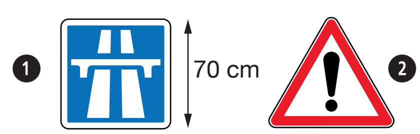
**b.** Ouvrez le fichier « **C10_150_volume.py** ».

Modifiez le programme et exécutez-le. Quel est, en cm³, le volume d'aluminium nécessaire à la réalisation du cône ? Arrondissez à l'unité.

≈ 7 069 cm³.

## Déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction

**8** La taille des panneaux de signalisation peut varier en fonction du type de voie. Les panneaux ❶ et ❷ de formes carrée et triangulaire ci-dessous sont de tailles dites normales.



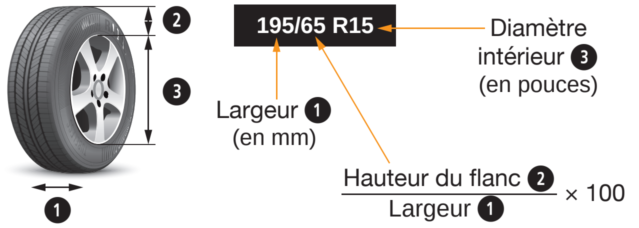

**a.** Un panneau carré de très grande taille est un agrandissement du panneau ❶. Ses côtés mesurent 105 cm. Calculez le coefficient *k* d'agrandissement.

$k = \frac{105}{70} = 1,5$.

**b.** Un panneau triangulaire de petite taille est une réduction du panneau ❷ de rapport *k′* = 0,7. Sachant que le panneau ❷ a une aire *A* = 43,3 dm², déterminez, en dm², l'aire *A′* du panneau triangulaire de petite taille.

*A′* = 43,3 × 0,7² = 21,217 dm².

**9** Dylan relève sur le flanc du pneu de sa voiture les informations suivantes.




Un pouce = 2,54 cm

**1.** Complétez le tableau suivant. Les valeurs seront données en cm.

| Largeur 1 | Hauteur du flanc 2 | Diamètre intérieur 3 |
|---|---|---|
| 19,5 | $\frac{65 \times 19,5}{100}$ = 12,675 | 15 × 2,54 = 38,1 |

**2.** Vérifiez que le diamètre extérieur du pneu est 63,45 cm.

38,1 + 2 × 12,675 = 63,45 cm.

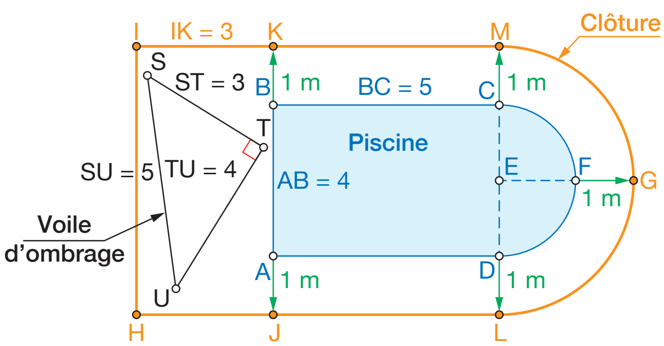
**3.** Calculez, en cm, le périmètre $P$ d'un cercle de diamètre 63,45 cm. Arrondissez à $10^{-1}$.

$P = 2\pi \times \frac{63,45}{2} \approx 199,3$ cm.

**4.** Combien de tours fera le pneu si Dylan parcourt 1 km avec sa voiture ? Arrondissez à l'unité.

1 km = $1 \times 10^5$ cm. $\frac{1 \times 10^5}{199,3} \approx 502$ tours.

**10** M. Rado a sécurisé sa piscine en plaçant une clôture autour du bassin et a installé une voile d'ombrage triangulaire. La situation est schématisée ci-dessous. Les cotes sont en mètre. EC = EF = ED.




**1.** Calculez, en m², l'aire de la surface au sol occupée par la piscine. Arrondissez à 0,1.

$AB \times BC + \frac{\pi \times EC^2}{2} = 4 \times 5 + \frac{\pi \times 2^2}{2} \approx 26,3$ m².

**2.** Calculez, en m², l'aire de la voile d'ombrage représentée par le triangle STU rectangle en T.

$\frac{ST \times TU}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$ m².

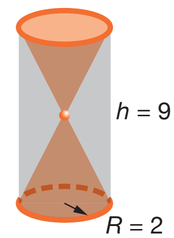
**3.** Calculez, en m, la longueur du demi-cercle de centre E et de diamètre ML. Arrondissez à 0,1.

$\pi \times EM = \pi \times (2 + 1) \approx 9,4$ m.

**4.** Quel est, en m, le périmètre de la clôture ?

(3 + 5) × 2 + 9,4 + 6 = 31,4 m.

**11** Le sablier représenté ci-contre est composé de deux cônes de même sommet et de même hauteur « exactement » contenus dans un cylindre droit de hauteur 9 cm. Le rayon de la base du sablier mesure 2 cm. Le sablier contient 15 cm³ de sable.




**1.** Calculez, en cm³, le volume $V_1$ du cylindre droit. Arrondissez à l'unité.

$V_1 = \pi \times 2^2 \times 9 \approx 113$ cm³.

**2.** Calculez, en cm³, le volume $V_2$ d'un cône. Arrondissez à l'unité.

Volume d'un cône = $\frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$.

$V_2 = \frac{\pi \times 2^2 \times 4,5}{3} \approx 19$ cm³.

**3.** Le sable s'écoule avec un débit de 300 cm³/h. Cela signifie que 300 cm³ de sable s'écoulent en 1 h. Calculez, en min, le temps donné par ce sablier.

$\frac{15 \times 60}{300} = 3$ min.

**4.** Reproduisez le sablier sur GeoGebra 3D. Vérifiez les résultats des questions **1** et **2** à l'aide des fonctionnalités du logiciel.

**12** Une feuille de papier A4 a pour dimensions $l$ = 21 cm et $L$ = 29,7 cm. Mia roule la feuille afin de réaliser un cylindre droit de hauteur $h$.

Dans quel sens, largeur (cas 1 où $h = L$) ou longueur (cas 2 où $h = l$) Mia doit-elle rouler la feuille A4 pour obtenir un cylindre droit de volume maximal ? Répondez à la question en présentant votre démarche.

Cas 1 : $2\pi \times R_1 = l$ donc $R_1 = \frac{21}{2\pi} \approx 3,3$ cm et

$V_1 = \pi \times R_1^2 \times L = \pi \times 3,3^2 \times 29,7 \approx 1\,016,1$ cm³.

Cas 2 : $2\pi \times R_2 = L$ donc $R_2 = \frac{29,7}{2\pi} \approx 4,7$ cm et

$V_2 = \pi \times R_2^2 \times l = \pi \times 4,7^2 \times 21 \approx 1\,457,3$ cm³.

Mia doit rouler la feuille dans le sens de la longueur.

**13** Corentin a imprimé au format 11 cm × 15 cm une photo de l'Atomium. Ce monument belge est composé de 9 boules de 18 m de diamètre.

**1.** Un poster de dimensions 57,2 cm × 78 cm est-il un agrandissement de la photo de Corentin ? Justifiez.

Oui, $\frac{57,2}{11} = \frac{78}{15} = 5,2$.

**2.** Calculez, en m³, le volume d'une boule. Arrondissez à l'unité. Volume d'une boule = $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$.

$\frac{4}{3} \times \pi \times 9^3 \approx 3\,054$ m³.

**3.** Corentin a acheté un modèle réduit de l'Atomium. Quel est, en cm³, le volume d'une boule sachant que le coefficient de réduction est 0,001.

3 054 m³ = 3 054 × $10^6$ cm³.

3 054 × $10^6$ × $0,001^3$

= 3,054 cm³.

**14** Une éponge sèche a la forme d'un pavé droit de volume 230 cm³. Plongée dans l'eau, ses dimensions augmentent de 20 %.

**1.** Donnez le coefficient $k$ d'agrandissement.

$k = 1 + \frac{20}{100} = 1,20$.

**2.** Quel est, en cm³, le volume $V$ de l'éponge dans l'eau ?

$V = 230 \times 1,20^3 = 397,44$ cm³.

**15** python™ foucherconnect.fr/21mc03

Le programme en langage python suivant fait appel au module de dessin turtle.

```
from turtle import*
i=50
def figure(dimension):
  for cotes in range(4):
    forward(dimension)
    right(90)
for dessin in range (2):
  figure(i)
  up()
  forward(20+i)
  down()
  i=i*1.5
```

| Instruction | Signification |
|---|---|
| forward(100) | Avancer de 100 pixels |
| right(60) | Pivoter de 60° vers la droite |
| up | Relever le pointeur |
| down | Reposer le pointeur |

**1.** Cochez les bonnes réponses.

– Le programme permet de tracer des :

☑ carrés ☐ rectangles ☐ triangles

– La 1re figure a pour dimensions, en pixel :

☐ 2 ☐ 4 ☐ 20 ☑ 50

– La 2e figure est un agrandissement de la 1re de rapport :

☑ 1,5 ☐ 4 ☐ 20

**2.** Ouvrez le fichier « **C10_152_figures.py** ». Exécutez le programme et vérifiez vos réponses.

**3.** Modifiez le programme pour tracer 3 figures.

**16** Cléa observe une cellule au microscope. L'aire de la surface réelle de la cellule est 0,005 mm². L'aire de la surface agrandie au microscope est 8 cm². Quel est le coefficient d'agrandissement $k$ de l'objectif du microscope utilisé par Cléa ?

8 cm² = 800 mm². $k^2 = \frac{800}{0,005} = 160\,000$.

$k = \sqrt{160\,000} = 400$.

**17** Enzo sert à ses invités un cocktail dans des verres de forme conique. La hauteur du cône mesure 10 cm. Le bord du verre est un cercle de rayon 4 cm. Enzo veut remplir le verre jusqu'à la moitié de son volume.

Volume $V$ d'un cône de rayon $R$ et de hauteur $h$ : $V = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h$.

**Problématique**

Enzo doit-il verser le cocktail à mi-hauteur du verre ?

**1.** Calculez, en cm³, le volume $V_1$ du verre. Arrondissez au dixième.

$V_1 = \frac{\pi \times 4^2 \times 10}{3} \approx 167,6$ cm³.

**2.** Donnez, en cm³, le volume $V_2$ de cocktail que Enzo veut verser dans les verres.

$V_2 = \frac{167,6}{2} = 83,8$ cm³.

**3.** Le cône formé par la boisson est une réduction de coefficient $k$ du cône formé par le verre. Déterminez la valeur de $k^3$.

$k^3 = \frac{V_2}{V_1} = \frac{83,8}{167,6} = 0,5$.

**4.** Quel serait le coefficient de réduction $k'$ si Enzo versait la boisson à mi-hauteur ?

$k' = \frac{5}{10} = 0,5$.

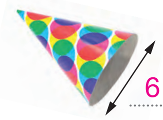
**5.** Répondez à la problématique. Justifiez.

Non car dans ce cas les coefficients de réduction $k$ et $k'$ seraient égaux. Or $k^3 = 0,5$ et $k'^3 = 0,5^3 = 0,125$.

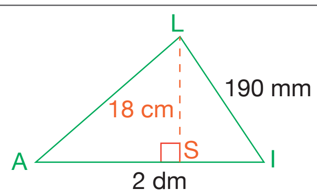
# Consolidation Cycle 4

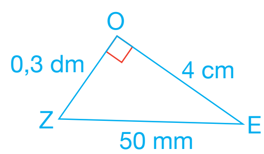
## Je mobilise mes connaissances de géométrie dans le plan et dans l'espace

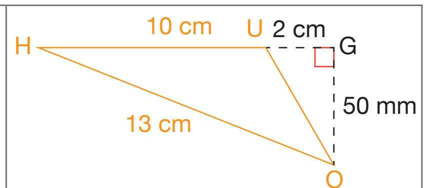
**1** **Donnez** le nom des solides représentant les objets ci-dessous. **Indiquez** les valeurs des rayons et des diamètres associés à ces solides.

| |  12 cm |  14,2 mm 50 mm |  6 dm |
|---|---|---|---|
| Nom du solide usuel | Boule | Cylindre droit | Cône |
| Rayon | 12 cm | 7,1 mm | 3 dm |
| Diamètre | 24 cm | 14,2 mm | 6 dm |

**2** **Nommez** et **donnez**, en cm, les dimensions des bases et des hauteurs représentées dans les triangles ci-dessous. **Calculez**, en cm², les aires des trois triangles.

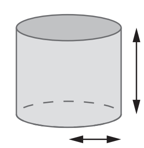



| | | |
|---|---|---|
| Base : AI = 20 cm | Base : OE = 4 cm | Base : HU = 10 cm |
| Hauteur : LS = 18 cm | Hauteur : ZO = 3 cm | Hauteur : OG = 5 cm |
| Aire = $\frac{20 \times 18}{2}$ = 180 cm² | Aire = $\frac{4 \times 3}{2}$ = 6 cm² | Aire = $\frac{10 \times 5}{2}$ = 25 cm² |

**3** Le tambour de la machine à laver de Marc est un cylindre droit de hauteur 5 dm dont la base est un disque de diamètre 72 cm.




**a.** **Indiquez**, en cm, les dimensions du tambour sur la figure ci-contre.

**b.** **Calculez**, en cm³, le volume $V$ du tambour. **Arrondissez** au dixième.

$V = \pi \times 36^2 \times 50 \approx 203\,575{,}2$ cm³.

**c.** **Complétez** le tableau de conversion ci-dessous puis **indiquez** la contenance du tambour en litre. Arrondissez à 0,1. ≈ 203,6 L.

| m³ | | | dm³ | | | cm³ | | | mm³ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | 2 | 0 | 3 | 5 | 7 | 5 | 2 | | |

## Je comprends et j'utilise les notions de longueur, d'aire et de volume

**4** Vrai ou Faux ? **Cochez** la bonne réponse. **Justifiez** à l'oral.

| | | |
|---|---|---|
| Une carte est à l'échelle $\frac{1}{2\,000}$. Donc 1 cm représente 2 km. | ☐ Vrai | ☑ Faux |
| Une figure qui a pour aire 28 cm² est un carré de côté 7 cm. | ☐ Vrai | ☑ Faux |
| L'aire d'un disque de diamètre 10 cm est $\pi \times 25$ cm². | ☑ Vrai | ☐ Faux |
| Une bouteille de 1,5 L d'eau contient 1 500 cm³ d'eau. | ☑ Vrai | ☐ Faux |
| Si on multiplie par 2 les côtés d'un carré, alors son aire est multipliée par 2. | ☐ Vrai | ☑ Faux |

## J'utilise le vocabulaire approprié

**5** **Complétez** les phrases en choisissant parmi les propositions suivantes :

*hauteur • diamètre • rayon • aire • surface • volume • contenance • agrandissement • réduction • cône • cylindre droit • disque • cercle • base • cm • mm • cm² • cm³ • mm³*


• Une boîte de conserve de type 4/4, représentée ci-contre, a la forme d'un cylindre droit.

La base du solide est un disque de diamètre 9,9 cm.

• L' aire $A$ de la surface de la base est :

$A = \pi \times$ rayon $^2 = \pi \times 4{,}95^2$ cm².

Le volume $V$ du solide est :

$V = A \times$ hauteur $= \pi \times 4{,}95^2 \times 11{,}8 = 908$ cm³ à l'unité près.

Une boîte de conserve 4/4 a une contenance maximale de 908 mL.

• Un industriel souhaite fabriquer une grande boîte de conserve pour les collectivités, dont les dimensions sont celles de la boîte 4/4 multipliées par 1,55. On dit que cette boîte est un agrandissement de la boîte 4/4 ou que la boîte 4/4 est une réduction de la grande boîte de conserve.

## Je revois des points importants

**6** **Trouvez** les erreurs réalisées par Flora, Yanis et Laure et **proposez** une correction.

**a.** Flora calcule, en cm³, le volume d'un cylindre droit de hauteur 20 cm dont la base a un diamètre de 15 cm. Elle arrondit le résultat à l'unité.

Diamètre : 15 cm
Hauteur : 20 cm
$V = \pi \text{ x } R^2 \text{ x } h$
$V = \pi \text{ x } 15^2 \text{ x } 20$
$V = 14\ 137$ cm³

Flora a fait son calcul à partir du diamètre. Or il faut diviser le diamètre par 2 pour obtenir le rayon $R$.

$R = \frac{15}{2} = 7{,}5$ cm.

$V = \pi \times 7{,}5^2 \times 20 \approx 3\ 534$ cm³.

**b.** Yanis achète une carte postale, de dimensions 148 mm × 105 mm, d'un tableau qu'il apprécie. Le tableau a une longueur de 118,4 dm et une largeur de 84 dm. Yanis effectue les calculs ci-dessous sur sa calculatrice. Il en déduit que sa carte postale est une réduction du tableau de rapport 0,8.

```
118.4/148
                0.8
84/105
                0.8
```

Il faut mettre les dimensions dans la même unité.

148 mm = 1,48 dm et 105 mm = 1,05 dm.

$\frac{1{,}48}{118{,}4} = \frac{1{,}05}{84} = 0{,}0125$. La carte postale est une réduction du tableau de rapport 0,0125.

**c.** Un ballon de forme sphérique a un volume de 4 dm³. Laure le gonfle davantage et constate que son diamètre a été multiplié par 1,1. Elle multiplie 4 par 1,1 et trouve 4,4. Laure conclut que le ballon, après gonflage, a un volume de 4,4 dm³.

Il faut multiplier le volume initial par $1{,}1^3$. $4 \times 1{,}1^3 = 5{,}324$ dm³. Le ballon, après gonflage, a un volume de 5,324 dm³.

## Je mémorise

**7** **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux figures géométriques usuelles, les formules des périmètres, aires et volumes à connaître, les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. > Je fais le point page 148

## J'acquiers une méthode

**8** **Observer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction**

**Observez** la résolution de l'exercice ci-dessous, puis **appliquez** la méthode.

**Exercice corrigé**

Un promoteur immobilier présente aux futurs propriétaires la maquette de leur immeuble. Le bâtiment aura une hauteur $h_1$ de 15 m et un volume $V_1$ de 3 600 m³. L'aire $A_1$ de sa surface au sol sera égale à 240 m². La maquette de hauteur $h_2$ = 22,5 cm est une réduction de l'immeuble.

**1.** Déterminez le coefficient de réduction $k$.

**2.** Calculez, en cm², l'aire $A_2$ de la surface au sol de la maquette et, en dm³, son volume $V_2$.

**» RÉSOLUTION**

**1.** $h_1$ = 15 m = 1 500 cm

$h_2$ = 22,5 cm

$k = \frac{h_2}{h_1} = \frac{22,5}{1\ 500} = 0,015$

$k < 1$ : il s'agit bien d'une réduction.

**2.**

• $A_2 = 240 \times 0,015^2 = 0,054$ m²

$A_2$ = 540 cm²

• $V_2 = 3\ 600 \times 0,015^3 = 0,012\ 15$ m³

$V_2$ = 12,15 dm³

**» MÉTHODE**

Soient la figure $\mathscr{F}_1$ et sa réduction (ou son agrandissement) $\mathscr{F}_2$. On note :

– $d_1$ une dimension de $\mathscr{F}_1$, $A_1$ l'aire de sa surface et $V_1$ son volume ;

– $d_2$ une dimension de $\mathscr{F}_2$, $A_2$ l'aire de sa surface et $V_2$ son volume.

- Mettre $d_1$ et $d_2$ dans la même unité.
- Calculer le rapport $k = \frac{d_2}{d_1}$.

Vérifier que $k < 1$ pour une réduction.

Vérifier que $k > 1$ pour un agrandissement.

- Multiplier l'aire $A_1$ par $k^2$ pour obtenir $A_2$ : $A_2 = A_1 \times k^2$.
- Multiplier le volume $V_1$ par $k^3$ pour obtenir $V_2$ : $V_2 = V_1 \times k^3$.

**Application**

Martine vend des glaces sur les marchés. Elle remplit de crème glacée des petits cornets et des grands cornets.
Le petit cornet de hauteur 10 cm contient 94 cm³ de crème glacée.

Le grand cornet de hauteur 1,2 dm est un agrandissement du petit cornet.

**1.** Déterminez le coefficient d'agrandissement $k$.

1,2 dm = 12 cm. $k = \frac{12}{10} = 1,2$.

**2.** Calculez, en cm³, le volume $V$ de crème glacée contenu dans le grand cornet.

$V = 94 \times 1,2^3 = 162,432$ cm³.

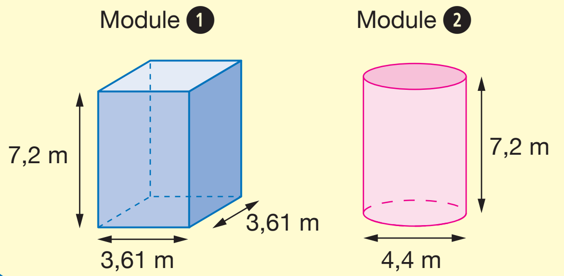
# Évaluation

## Situation

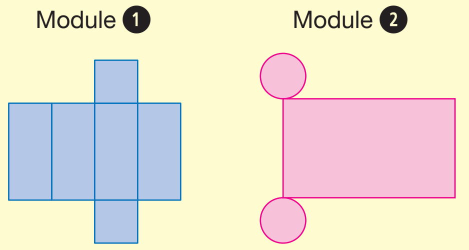
Une entreprise d'astronautique doit fabriquer un module spatial. Le cahier des charges impose les trois contraintes suivantes :
– longueur du module égale à 7,2 m ;
– aire de la surface extérieure du module égale à 130 m² ;
– volume du module supérieur à 100 m³.

Les ingénieurs étudient deux formes géométriques différentes. Ils réaliseront ensuite une maquette du module qu'ils auront retenu.

**Doc. 1 : Formes géométriques des modules**




**Doc. 2 : Patrons des modules**




**Problématique** **Quelle sera la forme géométrique du module spatial ?**

**1** S'approprier À quels solides usuels correspondent les formes géométriques représentées dans le document 1 ?

Module 1 : pavé droit     Module 2 : cylindre droit

**2** Réaliser En vous aidant du document 2, calculez, en m², l'aire $A_1$ de la surface extérieure du module 1. Arrondissez à l'unité.

$A_1 = 3{,}61 \times 7{,}2 \times 4 + 3{,}61^2 \times 2 \approx 130$ m².

**3** Analyser/Raisonner Réaliser En vous aidant du document 2, proposez une méthode de calcul de l'aire $A_2$ de la surface extérieure du module 2. Calculez, en m², l'aire $A_2$. Arrondissez à l'unité.

La longueur du rectangle est égale au périmètre du cercle.

$A_2 = 2 \times A(\text{disque}) + A(\text{rectangle}) = 2 \times \pi \times 2{,}2^2 + 2 \times \pi \times 2{,}2 \times 7{,}2 \approx 130$ m².

Appelez le professeur pour lui présenter la méthode.

**4** Réaliser Calculez, en m³, les volumes $V_1$ et $V_2$ des deux modules. Arrondissez au millième.

$V_1 = 7{,}2 \times 3{,}61 \times 3{,}61 \approx 93{,}831$ m³.

$V_2 = \pi \times 2{,}2^2 \times 7{,}2 \approx 109{,}478$ m³.

**5** Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez votre réponse.

Les deux modules ont une hauteur de 7,2 m.

Les aires de leur surface extérieure sont égales à 130 m².

Mais seul le module 2 a un volume supérieur à 100 m³. Le module spatial aura une forme cylindrique.

**6** Réaliser La maquette fabriquée par les ingénieurs est une réduction du module de coefficient $k = 0{,}12$. Calculez, en dm³, le volume $V$ de la maquette. Arrondissez à l'unité.

109,478 m³ = 109 478 dm³. $V = 109\,478 \times 0{,}12^3 \approx 189$ dm³.

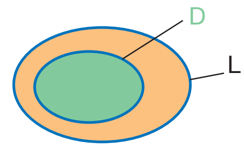
# Vocabulaire relatif aux ensembles

## Notions sur les ensembles

### Définition d'un ensemble

- En mathématiques, un ensemble est un regroupement d'objets, de nombres… suivant certaines caractéristiques. Ces objets, nombres… sont les éléments de l'ensemble.
- On met souvent une étiquette aux ensembles pour les nommer et on peut les représenter par un diagramme.

- On peut parler de l'**ensemble** de tous les élèves du lycée. Les élèves sont alors les éléments de cet ensemble.
- Sur le **diagramme** ci-dessous, L est l'ensemble des élèves du lycée et D l'ensemble des élèves demi-pensionnaires.




### Écriture d'un ensemble

- Si le nombre d'éléments de l'ensemble est limité, on peut écrire ses éléments sous la forme d'une liste entre accolades, sans ordre, sans répétition. Les éléments sont séparés par des points-virgules.

V est l'ensemble des voyelles de l'alphabet.
On écrit : V = {a ; e ; i ; o ; u ; y}.

### Symboles d'appartenance et de non-appartenance

- Pour indiquer qu'un élément appartient à un ensemble, on utilise le symbole $\in$ qui se lit « appartient à ».
- Pour indiquer qu'un élément n'appartient pas à un ensemble, on utilise le symbole $\notin$ qui se lit « n'appartient pas à ».

$E = \{5\ ;\ -0{,}185\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ \sqrt{15}\ ;\ 0\}$

élément → $5 \in E$ ← ensemble
élément → $2 \notin E$ ← ensemble

## Ensembles de nombres

### Certains ensembles de nombres ont des étiquettes particulières

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels (entiers positifs).
- $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs (entiers positifs ou négatifs).
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres réels (tous les nombres que vous connaissez).

- 8 ; 1 429 ; 0 sont des entiers naturels.

$5 \in \mathbb{N}$ ; $2{,}7 \notin \mathbb{N}$ ; $-7 \notin \mathbb{N}$.

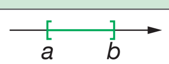
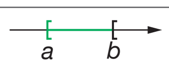
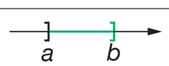
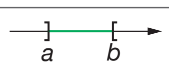
- 5 ; –23 ; 0 ; 4 000 ; –129 sont des entiers relatifs.

$-4 \in \mathbb{Z}$ ; $5{,}2 \notin \mathbb{Z}$ ; $48 \in \mathbb{Z}$.

- 18 ; –30 ; 0 ; 4,18 ; $\frac{-7}{3}$ ; $\sqrt{51}$ sont des réels.

$10 \in \mathbb{R}$ ; $-8 \in \mathbb{R}$ ; $\frac{13}{4} \in \mathbb{R}$.

### Intervalles de $\mathbb{R}$

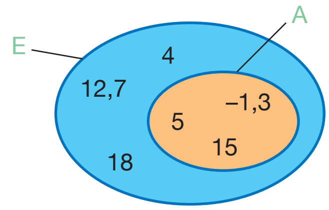
| Intervalle | Ensemble des réels $x$ tels que | Représentation graphique | Exemple |
|---|---|---|---|
| $[a\ ;\ b]$ | $a \leqslant x \leqslant b$ |  | Si I = [–2 ; 3], alors $-2 \in$ I et $3 \in$ I. |
| $[a\ ;\ b[$ | $a \leqslant x < b$ |  | Si I = [–2 ; 3[, alors $-2 \in$ I et $3 \notin$ I. |
| $]a\ ;\ b]$ | $a < x \leqslant b$ |  | Si I = ]–2 ; 3], alors $-2 \notin$ I et $3 \in$ I. |
| $]a\ ;\ b[$ | $a < x < b$ |  | Si I = ]–2 ; 3[, alors $-2 \notin$ I et $3 \notin$ I. |

## Inclusion d'un ensemble dans un autre

- Un ensemble A est **inclus** dans un ensemble E (ou est une partie de E) lorsque chaque élément de A est aussi un élément de E. On dit aussi que A est un **sous-ensemble** de E.

  On écrit : A ⊂ E qui se lit « A est inclus dans E ».

- Si E = {18 ; 5 ; –1,3 ; 4 ; 12,7 ; 15} et A = {5 ; –1,3 ; 15}, alors A ⊂ E.




ensemble ⟶ A ⊂ E ⟵ ensemble

- Si l'ensemble A est inclus dans l'ensemble E, le **complémentaire** de A dans E, noté $\overline{A}$, est l'ensemble des éléments de E qui n'appartiennent pas à A.

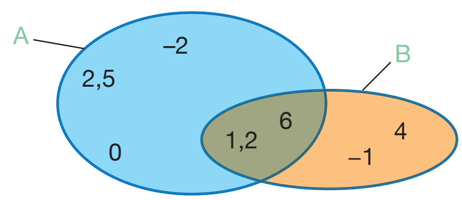
- Si E = {18 ; 5 ; –1,3 ; 4 ; 12,7 ; 15} et A = {5 ; –1,3 ; 15}, alors $\overline{A}$ = {12,7 ; 4 ; 18}.

## Intersection et réunion d'ensembles

- **L'intersection de deux ensembles** A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B.

  Cet ensemble s'écrit A ∩ B qui se lit « A **inter** B ».

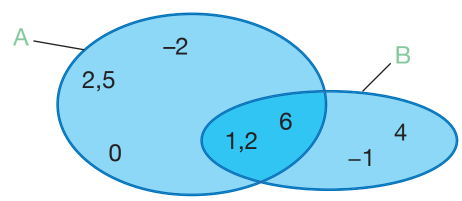
- Si A = {–2 ; 0 ; 1,2 ; 6 ; 2,5} et B = {–1 ; 6 ; 1,2 ; 4}, alors A ∩ B = {1,2 ; 6}




- **La réunion de deux ensembles** A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B, c'est-à-dire soit seulement à A, soit seulement à B, soit aux deux.

  Cet ensemble s'écrit A ∪ B qui se lit « A **union** B ».

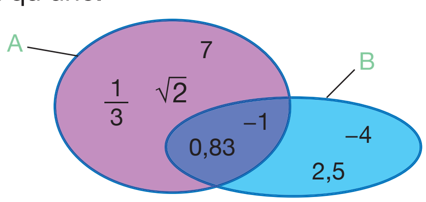
- Si A = {–2 ; 0 ; 1,2 ; 6 ; 2,5} et B = {–1 ; 6 ; 1,2 ; 4}, alors A ∪ B = {–2 ; 0 ; 1,2 ; 6 ; 2,5 ; –1 ; 4}




## J'applique

**1** **1.** À l'aide du diagramme, complétez les phrases ci-dessous.

Si plusieurs réponses sont possibles, vous n'en donnez qu'une.




**a.** Le nombre 2,5 appartient à l'ensemble B.

**b.** Le nombre –4 n'appartient pas à l'ensemble A.

**c.** Les nombres –1 et 0,83 appartiennent aux ensembles A et B.

**d.** Le nombre $\frac{1}{3}$ n'appartient pas à l'ensemble B.

**e.** Le nombre $\sqrt{2}$ appartient à l'ensemble A.

**2** **a.** F est l'ensemble des lettres du mot « cercle ».

Cochez la ou les écritures correctes de l'ensemble F.

☐ F = (c ; e ; r ; c ; l ; e) ☐ F = {c ; e ; r ; c ; l ; e}

☑ F = {c ; e ; r ; l} ☑ F = {c ; r ; l ; e}

**b.** G est l'ensemble des lettres du mot « statistiques ».

Donnez le nombre d'éléments de l'ensemble G : 7 éléments

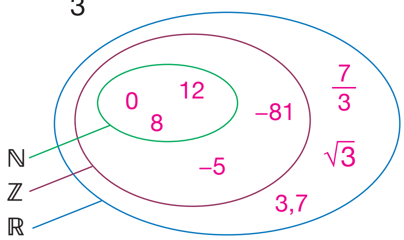
# Vocabulaire relatif aux ensembles

**3** H est l'ensemble des lettres du mot « fonction ». Cochez Vrai ou Faux.

**a.** c ∈ H ☑ Vrai ☐ Faux
**b.** n ∉ H ☐ Vrai ☑ Faux
**c.** b ∈ H ☐ Vrai ☑ Faux
**d.** t ∈ H ☑ Vrai ☐ Faux
**e.** e ∉ H ☑ Vrai ☐ Faux

**4** ℕ est l'ensemble des entiers naturels, ℤ est l'ensemble des entiers relatifs, ℝ est l'ensemble des réels.

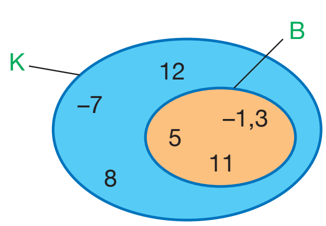
Placez sur le diagramme ci-contre les nombres suivants : 3,7 ; $\frac{7}{3}$ ; 12 ; –5 ; 8 ; $\sqrt{3}$ ; 0 ; –81.




**5** Donnez l'écriture mathématique des phrases « en français » en utilisant un ou plusieurs des symboles suivants : ∈, ⊂, ∩, ∪, ∉, =.

| En français | Écriture mathématique |
|---|---|
| Le nombre 8 appartient à l'ensemble G. | 8 ∈ G |
| Le nombre 3,4 n'appartient pas à l'ensemble E. | 3,4 ∉ E |
| L'ensemble B est inclus dans l'ensemble H. | B ⊂ H |
| L'intersection des ensembles F et C est égale à {1 ; 3}. | F ∩ C = {1 ; 3} |
| La réunion des ensembles A et D est égale à {–2 ; 5 ; 0}. | A ∪ D = {–2 ; 5 ; 0} |

**6** À l'aide du diagramme, cochez les écritures exactes.




☐ 12 ∈ B ☑ 8 ∈ K ☐ B ∈ K
☑ B ⊂ K ☑ 11 ∈ B ∩ K ☑ 5 ∈ K
☐ K ⊂ B ☑ –7 ∉ B

**7** On considère les intervalles I = [–1 ; 5[ et K = ]–2 ; 6[.

**a.** Donnez deux éléments de I : –0,7 ; $\sqrt{2}$

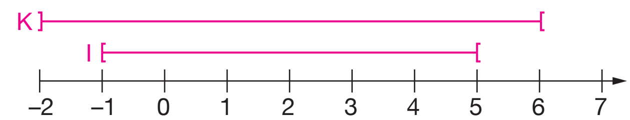
**b.** Donnez deux éléments de K : $-\frac{5}{2}$ ; π

**c.** Complétez par ∈ ou ∉.

0,2 ∈ K  5 ∉ I  –1,9 ∈ K
–1,1 ∉ I  5,99 ∈ K  5,99 ∉ I
–1 ∈ I  –2 ∉ K

**8** On considère les intervalles I = [–1 ; 5[ et K = ]–2 ; 6[.

**a.** Représentez les intervalles I et K sur le même axe gradué.




**b.** Expliquez pourquoi l'inclusion I ⊂ K est vraie.

Chaque réel de I appartient aussi à K.

**c.** Écrivez l'ensemble $\overline{I}$, le complémentaire de I dans K, sous la forme d'une réunion de deux intervalles.

$\overline{I}$ = ]–2 ; –1[ ∪ [5 ; 6[

**9** **a.** On donne A = {–4 ; 5 ; 0 ; 1} et B = {–3 ; 0 ; 5 ; 8}.

Déterminez A ∩ B : {0 ; 5}

Déterminez A ∪ B : {–4 ; –3 ; 0 ; 1 ; 5 ; 8}

**b.** On donne J = [–2 ; 2] et L = [–0,5 ; 3[.

Déterminez J ∩ L : [–0,5 ; 2]

Déterminez J ∪ L : [–2 ; 3[

**10** Cochez les écritures exactes.

☐ 12,3 ∈ ℕ ☑ –8 ∈ ℤ ☐ $\sqrt{10}$ ∈ ℕ ☐ –1 ⊂ ℤ
☑ 11 ∈ ℤ ☑ 5 ∈ ℝ ☑ ℕ ⊂ ℝ ☑ –7 ∉ ℕ

**11** A est l'ensemble des lettres du mot « statistique », B est l'ensemble des lettres du mot « quitte », C est l'ensemble des lettres du mot « taxi ».

**a.** Écrivez les ensembles A, B, C.

A = {s ; t ; a ; i ; q ; u ; e }  B = {q ; u ; i ; t ; e}

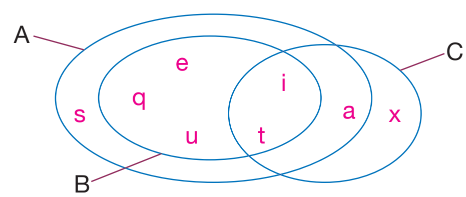
C = {t ; a ; x ; i}

**b.** Donnez la liste des éléments des intersections suivantes.

A ∩ B = {q ; u ; i ; t ; e}  A ∩ C = {t ; a ; i}

B ∩ C = {i ; t}

**c.** Placez les éléments des ensembles A, B, C sur le diagramme ci-dessous.



# Raisonnement logique

## Deux mots importants : « et », « ou »

« et », « ou » sont deux mots du langage courant (plusieurs sens possibles). Ils sont aussi utilisés en mathématiques (un seul sens possible).

Le mot « et » signifie « à la fois ».

Le mot « ou » signifie « soit l'un, soit l'autre, soit les deux à la fois ».

6 est un nombre pair **et** un multiple de 3.

0 ; 3 ; 6 ; 8 sont des nombres pairs **ou** des multiples de 3.

## Les expressions « quel que soit » et « il existe »

Le sens des expressions « quel que soit » et « il existe » est le même dans le langage courant et en mathématiques.

« Le carré d'un réel est positif **quel que soit** ce réel. ».

Cela signifie que la phrase « Le carré d'un réel est positif. » est vraie pour n'importe quel nombre réel.

« **Il existe** des réels $x$ tels que $x^2 = 9$. » Cela signifie que la phrase « $x^2 = 9$ » est vraie seulement pour certaines valeurs de $x$, ici 3 et $-3$.

## Implication et équivalence entre deux propositions

En logique, une proposition est une phrase dont on peut affirmer sans ambiguïté si elle est vraie ou fausse.

### Implication

- En mathématiques, on utilise souvent des phrases construites sur le modèle :

  « Si **proposition 1**, alors **proposition 2** ».
  La proposition 2 est la conséquence de la proposition 1.
  On écrit : **proposition 1** $\Rightarrow$ **proposition 2.**
  On appelle cette écriture une implication.
- Le symbole $\Rightarrow$ est le symbole d'implication. Il remplace un verbe. Il se lit « entraîne », « implique », « a pour conséquence ».

Dans la phrase « **Si** un nombre $x$ est supérieur à 8, **alors** $x$ est supérieur à 5 », la proposition « $x$ est supérieur à 5 » est la conséquence de « $x$ est supérieur à 8 ».

On peut écrire $(x > 8) \Rightarrow (x > 5)$.

Cette implication est vraie.

### Réciproque

Lorsqu'on inverse les propositions situées de part et d'autre du symbole $\Rightarrow$, on obtient une nouvelle implication appelée **réciproque**. Elle n'est pas toujours vraie.

La réciproque de $(x > 8) \Rightarrow (x > 5)$ est : $(x > 5) \Rightarrow (x > 8)$.

Ici, la réciproque est fausse.

### Propositions équivalentes

Lorsqu'une implication entre deux propositions est vraie ainsi que sa réciproque, on dit que les propositions sont équivalentes. On utilise alors le symbole $\Leftrightarrow$ entre ces deux propositions.

L'implication (le triangle ABC est rectangle en A) $\Rightarrow$ ($AB^2 + AC^2 = BC^2$) est vraie, sa réciproque aussi : ($AB^2 + AC^2 = BC^2$) $\Rightarrow$ (le triangle ABC est rectangle en A).

On a donc : (le triangle ABC est rectangle en A) $\Leftrightarrow$ ($AB^2 + AC^2 = BC^2$).

## Utilisation d'un contre-exemple

Un contre-exemple est un exemple qui contredit une affirmation, un énoncé, une implication ou qui montre qu'une phrase est fausse.

Pour montrer qu'une phrase est fausse, il suffit de donner un seul contre-exemple.

L'implication $(x > 5) \Rightarrow (x > 8)$ vue précédemment est fausse car si on prend par exemple $x = 7$, on a bien 7 supérieur à 5, mais 7 n'est pas supérieur à 8.

7 est un contre-exemple

## J'applique

**1** Complétez soit par « et », soit par « ou ».

**a.** Un multiple de 5 se termine par 0 ou par 5.

**b.** 0,3 est inférieur à 1 et supérieur à 0.

**c.** 15 est égal à 3 × 5 et à (–3) × (–5).

**d.** Une lettre de l'alphabet est une voyelle ou une consonne.

**2** Vrai ou Faux ?

**a.** Quel que soit $n$ entier naturel, $2n$ est un nombre pair. ☑ Vrai ☐ Faux

**b.** Il existe un nombre $x$ tel que $2x = -8$.
☑ Vrai ☐ Faux

**c.** Quel que soit $x$, $x^2 > x$.
☐ Vrai ☑ Faux

**d.** Il existe un réel $x$ tel que $(x + 1)^2 < -1$.
☐ Vrai ☑ Faux

**e.** Quel que soit $x$, $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$.
☑ Vrai ☐ Faux

**3** Justifiez chacune des réponses « Faux » de l'exercice **2.** Donnez un contre-exemple si c'est possible.

c. Contre-exemple : si $x = 0{,}1$, alors $x^2 = 0{,}01$.

Donc $x^2 < x$.

d. Un carré est toujours positif.

**4** On considère la phrase suivante où $n$ est un entier naturel :

Si $n$ se termine par 6, alors $n$ est pair.

**a.** Écrivez cette phrase en utilisant le symbole d'implication ⇒.

($n$ se termine par 6) ⇒ ($n$ est pair)

**b.** Cette implication est-elle vraie ? oui Si non, donnez un contre-exemple.

Pas de contre-exemple puisque l'implication est vraie.

**c.** Écrivez la réciproque de cette implication.

($n$ est pair) ⇒ ($n$ se termine par 6)

**d.** Est-elle vraie ? non Si non, donnez un contre-exemple.

34 est un nombre pair, mais il ne se termine pas par 6.

**e.** L'équivalence : ($n$ se termine par 6) ⇔ ($n$ est pair) est-elle vraie ? non Expliquez.

La réciproque est fausse, donc l'équivalence ne peut pas être vraie.

**5** Voici deux implications :

❶ $(-1 < x < 2) \Rightarrow (0 < x < 1)$ et

❷ $(0 < x < 1) \Rightarrow (-1 < x < 2)$

**a.** L'une des implications est exacte. L'autre est fausse.

Dites quelle est celle qui est fausse.

C'est l'implication ❶.

**b.** Justifiez votre réponse à la question **a** par un contre-exemple.

1,5 est compris entre –1 et 2, mais n'est pas compris entre 0 et 1.

# Automatismes

## A1 Calcul d'une fréquence

- Pour calculer la fréquence $f$ d'une valeur, on divise l'effectif $n$ de cette valeur par l'effectif total $N$ : $f = \frac{n}{N}$.
- Pour exprimer la fréquence en pourcentage, on multiplie la fréquence $f$ par 100.

Après enquête auprès des 420 élèves d'un lycée, on relève la durée, en minute, du trajet domicile-établissement.

| Durée du trajet | [0 ; 15[ | [15 ; 30[ | [30 ; 45[ | [45 ; 60[ | $\geqslant$ 60 |
|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'élèves | 45 | 176 | 78 | 39 | 82 |

Répondez par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes et justifiez votre choix.

**a.** Il y a environ 45 % des élèves qui mettent moins de 15 minutes pour arriver au lycée.

Faux car $\frac{45}{420} \times 100 \approx 10{,}7$ % qui est différent de 45 %.

**b.** Il y a environ 41,9 % d'élèves qui mettent entre 15 et 30 minutes pour arriver au lycée.

Vrai car $\frac{176}{420} \times 100 \approx 41{,}9$ %.

**c.** La fréquence d'élèves qui mettent entre 30 et 45 minutes est d'environ 0,186.

Vrai car $\frac{78}{420} \approx 0{,}186$.

**d.** La fréquence d'élèves qui mettent entre 45 et 60 minutes est d'environ 0,39.

Faux car $\frac{39}{420} \approx 0{,}093$ qui est différent de 0,39.

## A2 Utilisation des pourcentages

- Calculer $p$ % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$.
- Pour retrouver la quantité sur laquelle s'applique un pourcentage, on divise la quantité finale par le pourcentage.

« j'applique »

Quantité initiale $\xrightarrow{\times \frac{p}{100}}$ Quantité finale

Quantité finale $\xrightarrow{\div \frac{p}{100}}$ Quantité initiale

« je retrouve »

**1** Myriam a un salaire net de 1 425 €. Son supérieur lui annonce une augmentation de 2 %. Calculez le montant de l'augmentation du salaire de Myriam.

$1\,425 \times \frac{2}{100} = 28{,}5$ ; soit une augmentation de 28,50 €.

**2** Lors d'une élection, 35 % des électeurs inscrits se sont abstenus. Ce qui représente 490 électeurs. Calculez le nombre d'électeurs inscrits.

$490 \div \frac{35}{100} = 1\,400$ ; soit 1 400 électeurs inscrits.

**3** Il y a 45 % de matière grasse dans le gruyère. Calculez la quantité de matière grasse dans une part de 25 g.

$25 \times \frac{45}{100} = 11{,}25$ ; soit une quantité de 11,25 g de matière grasse dans une part de 25 g.

**4** Dans un lycée, 65 % des élèves déjeunent à la demi-pension. Ce qui représente 273 élèves. Calculez le nombre d'élèves dans ce lycée.

$273 \div \frac{65}{100} = 420$ ; soit 420 élèves dans ce lycée.

## A3 Expression d'un nombre donné en écriture décimale ou fractionnaire sous forme d'un pourcentage et réciproquement

Un pourcentage est une fraction de dénominateur 100.

- **Passer d'un nombre à son écriture en pourcentage**

– Multiplier un nombre décimal par 100 pour obtenir ce nombre en pourcentage.
– Pour un nombre fractionnaire, déterminer son écriture décimale, puis la mettre sous la forme d'un pourcentage.

- **Passer d'un pourcentage à un nombre décimal ou fractionnaire**

– Diviser le taux de pourcentage par 100 pour obtenir son écriture décimale.
– Écrire le taux de pourcentage sous la forme d'une fraction de dénominateur 100 et simplifier la fraction obtenue.

**1** Exprimez les nombres décimaux suivants sous forme d'un pourcentage.

0,172 = 17,2 % 0,670 2 = 67,02 % 1,4 = 140 % 0,19 = 19 %

**2** Exprimez les nombres fractionnaires suivants sous forme d'un pourcentage.

$\frac{8}{12} \approx$ 66,67 % $\frac{7}{10} =$ 70 % $\frac{192}{4\ 800} =$ 4 % $\frac{68}{850} =$ 8 %

**3** Exprimez les pourcentages suivants sous la forme d'un nombre décimal.

25,5 % = 0,255 70 % = 0,7 187,5 % = 1,875 3 % = 0,03

**4** Exprimez les pourcentages suivants sous la forme d'un nombre fractionnaire.

50 % = $\frac{1}{2}$ 10 % = $\frac{1}{10}$ 75 % = $\frac{3}{4}$ 60 % = $\frac{3}{5}$

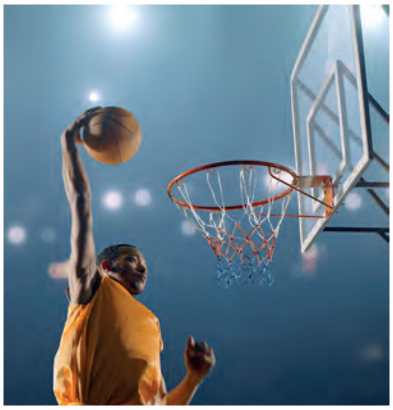
## A4 Calcul d'une moyenne

La moyenne d'une série de valeurs ($x_1$ ; $x_2$ ; …) est notée $\overline{x}$.

- Pour calculer la moyenne de cette série statistique, diviser la somme des valeurs par le nombre de valeurs :

$$\overline{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}.$$

Voici la taille de six joueurs de basket : 1,98 m ; 1,80 m ; 1,99 m ; 2,03 m ; 1,82 m ; 1,93 m. Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.



**a.** La taille moyenne des six joueurs de basket est égale à :

☑ 1,925 m ☐ 1,902 m ☐ on ne peut pas savoir

**b.** On prend en compte la taille d'un septième joueur. Il mesure 2,03 m.
La taille moyenne de l'équipe passe à :

☐ 2,03 m ☐ 1,955 m ☑ 1,94 m

**c.** Après une erreur de mesure, on constate que toutes les tailles doivent être augmentées de 2 cm. La taille moyenne de l'équipe :

☐ diminue de 2 cm ☑ augmente de 2 cm ☐ on ne peut pas savoir

## A5 Calculs avec les puissances de 10

- Identifier les exposants des puissances de 10.
- Effectuer ensuite le calcul des puissances de 10 à partir des propriétés suivantes :

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ $\qquad \dfrac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$ $\qquad$ ($m$ et $n$ sont des entiers relatifs)

**1** Reliez chaque puissance de 10 à son écriture décimale, puis à son nom.

| | | |
|---|---|---|
| $10^{-3}$ | 0,1 | Un dixième |
| $10^{-2}$ | 0,001 | Un million |
| $10^{3}$ | 1 000 | Un centième |
| $10^{6}$ | 1 000 000 | Un millier |
| $10^{-1}$ | 0,01 | Un millième |

**2** Cochez la bonne réponse parmi les propositions suivantes.

**a.** $10^3 \times 10^5$ est égal à : ☐ $10^{-2}$ ☑ $10^8$ ☐ $10^{15}$

**b.** $10^{-2} \times 10^9$ est égal à : ☐ $10^{-29}$ ☐ $10^{-11}$ ☑ $10^7$

**c.** $\dfrac{10^8}{10^3}$ est égal à : ☐ $10^{-5}$ ☑ $10^5$ ☐ $10^{24}$

**d.** $\dfrac{10^5}{10^{-3}}$ est égal à : ☐ $10^2$ ☑ $10^8$ ☐ $10^{-15}$

**3** Simplifiez les expressions A et B.

$A = \dfrac{24 \times 10^7 \times 5 \times 10^{-2}}{6 \times 10^3} = 2 \times 10^3$

$B = \dfrac{6 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-7}}{35 \times 10^{-3}} = 6 \times 10 = 60$

## A6 Écriture d'un nombre en notation scientifique

La notation scientifique d'un nombre décimal est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$ où $a$ est un décimal tel que $1 \leqslant a < 10$ et $n$ un entier relatif.

- Déplacer la virgule juste après le premier chiffre autre que 0.
- Indiquer la valeur de l'exposant $n$ ; il correspond au déplacement de la virgule :

– il prend une valeur positive si le déplacement de la virgule est de $n$ rangs vers la gauche ;

– il prend une valeur négative si le déplacement de la virgule est de $n$ rangs vers la droite.

**1** Cochez la bonne réponse parmi les propositions suivantes :

**a.** 0,000 1 s'écrit aussi : ☐ $10^{-5}$ ☑ $10^{-4}$ ☐ $10^4$

**b.** $3{,}15 \times 10^4$ s'écrit aussi : ☐ 3 150 ☑ 31 500 ☐ 315 000

**c.** La notation scientifique de 635 est : ☑ $6{,}35 \times 10^2$ ☐ $6{,}35 \times 10$ ☐ $6{,}35 \times 10^{-2}$

**d.** La notation scientifique de 0,002 74 est : ☐ $2{,}74 \times 10^2$ ☐ $2{,}74 \times 10^{-6}$ ☑ $2{,}74 \times 10^{-3}$

**2** La distance moyenne de la Terre au Soleil est $1{,}5 \times 10^8$ km, de la Terre à la Lune de $3{,}8 \times 10^5$ km, de la Terre à Mars de $7{,}6 \times 10^6$ km et de la Terre à Neptune de $4{,}5 \times 10^9$ km.

Rangez ces astres du plus éloigné au plus proche de la Terre.

Neptune ; Soleil ; Mars ; Lune

## A7 Comparaison des fractions simples entre elles ou avec des nombres décimaux

- Pour comparer des nombres donnés en écriture fractionnaire :

– les réduire au même dénominateur, puis comparer les numérateurs : la plus grande fraction est celle qui a le plus grand numérateur ;

– sinon, comparer leur écriture décimale.

**1** Complétez avec les signes <, = ou >.

$\frac{13}{8} > \frac{11}{8}$ $\qquad \frac{12}{8} < \frac{9}{4}$ $\qquad \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\qquad \frac{8}{9} < \frac{10}{11}$

**2** Complétez avec les signes <, = ou >.

$\frac{17}{6} > 0{,}86$ $\qquad 2{,}65 > \frac{135}{63}$ $\qquad \frac{1}{3} < 0{,}36$ $\qquad \frac{3}{12} = 0{,}25$

**3** Les fractions suivantes font partie des fractions dites culinaires : $\frac{1}{3}$ ; $\frac{3}{4}$ ; $\frac{1}{2}$ ; $\frac{1}{6}$ ; $\frac{1}{5}$ ; $\frac{3}{8}$.

Rangez-les dans l'ordre croissant.

$\frac{1}{6} < \frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$

## A8 Additions de fractions, multiplications de fractions

- Pour additionner deux fractions, on les réduit au même dénominateur.

Puis, on garde le dénominateur commun et on additionne les numérateurs.

- Pour multiplier plusieurs fractions entre elles, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ($b \neq 0$, $d \neq 0$).

**1** Effectuez les calculs suivants avec ou sans calculatrice.

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$ $\qquad \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{4+5}{3} = \frac{9}{3} = 3$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$ $\qquad \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$

$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2}{12} + \frac{9}{12} = \frac{11}{12}$ $\qquad \frac{1}{4} + \frac{5}{8} = \frac{2+5}{8} = \frac{7}{8}$

**2** Effectuez les calculs suivants et donnez le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$\frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$ $\qquad \frac{5}{4} \times \frac{16}{25} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

$\frac{7}{18} \times \frac{5}{9} = \frac{35}{162}$ $\qquad \frac{3}{10} \times \frac{10}{11} = \frac{30}{110} = \frac{3}{11}$

$\frac{3}{7} \times 5 = \frac{15}{7}$ $\qquad \frac{2}{33} \times \frac{12}{18} = \frac{24}{594} = \frac{4}{99}$

**3** On a additionné deux à deux ces trois fractions de toutes les façons possibles.

$\frac{-3}{4} \qquad \frac{11}{20} \qquad \frac{3}{5}$

Retrouvez l'intrus parmi les quatre résultats suivants :

$\frac{23}{20} \qquad \frac{-4}{20} \qquad \frac{1}{20} \qquad \frac{-3}{20}$

## A9 Développement, factorisation, réduction d'expressions littérales

- Développer un produit,

c'est le transformer en une somme. $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

- Factoriser une somme, c'est la transformer en produit.

Une méthode possible est la mise en facteur commun. $\underline{a}b + \underline{a}c + \underline{a}d = \underline{a}(b + c + d)$

**1** Cochez la bonne réponse parmi les trois propositions.

**a.** La forme développée de $3(x + 2)$ est :

☐ $3x + 5$ ☐ $6x + 6$ ☑ $3x + 6$

**b.** La forme développée de $2(y - 5)$ est :

☐ $2x - 10$ ☐ $2y - 25$ ☑ $2y - 10$

**c.** La forme factorisée de $10x^2 - 5x$ est :

☑ $5x(2x - 1)$ ☐ $-5x(x + 1)$ ☐ $10x(x + 1)$

**2** Développez et réduisez si nécessaire les expressions suivantes.

$A = -6(x + 3) =$ $-6 \times x + (-6) \times 3 = -6x - 18$

$B = (x + 1)(2x - 3) =$ $x \times 2x - 3 \times x + 1 \times 2x + 1 \times (-3) = 2x^2 - x - 3$

**3** Factorisez les expressions suivantes.

$C = -\underline{3x}(2x - 5) + \underline{3x}(x - 3) =$ $3x(-(2x - 5) + (x - 3)) = 3x(-x + 2)$

$D = \underline{(3x - 2)}(x - 7) + \underline{(3x - 2)}(2x + 5) =$ $(3x - 2)(x - 7 + 2x + 5) = (3x - 2)(3x - 2)$ ou $(3x - 2)^2$

## A10 Transformation de formules, expression d'une variable en fonction des autres

On transforme une formule pour exprimer une grandeur en fonction des autres.

- Repérer la grandeur à exprimer.
- L'isoler par des transformations successives de la formule de départ à l'aide des propriétés algébriques.

**1** L'aire d'un rectangle est donnée par la formule : $A = L \times \ell$. Donnez la formule permettant de calculer la largeur connaissant son aire et sa longueur.

$\ell = \dfrac{A}{L}$

**2** La formule $P = m \times g$ donne l'intensité du poids d'un solide en fonction de sa masse $m$. Donnez la formule permettant de calculer $m$ connaissant $P$.

$m = \dfrac{P}{g}$

**3** L'aire d'un disque est donnée par la formule : $A = \pi R^2$. Donnez la formule permettant de calculer le rayon du disque connaissant son aire.

$R = \sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$

**4** La formule donnant la fréquence $f$ d'un signal est $f = \dfrac{1}{T}$ avec $T$ la période de ce signal. Donnez la formule permettant de calculer la période $T$ connaissant la fréquence $f$.

$T = \dfrac{1}{f}$

## A11 Résolutions d'équations du type $ax = b$ et $a + x = b$ avec $a$ et $b$ entiers relatifs

● Isoler l'inconnue $x$ en transformant l'équation à l'aide des propriétés algébriques suivantes :

– si $a \times x = b$, alors $x = \frac{b}{a}$ avec $a$ non nul ;

– si $a + x = b$, alors $x = b - a$.

**1** Résolvez les équations suivantes.

$6x = 18$ $x = \frac{18}{6}$ $x = 3$

$5x = 24$ $x = \frac{24}{5}$ $x = 4{,}8$

$4x = -9$ $x = \frac{-9}{4}$ $x = -2{,}25$

$-2x = 16$ $x = \frac{16}{-2}$ $x = -8$

$3x = 16$ $x = \frac{16}{3}$

$-80x = 880$ $x = \frac{880}{-80}$ $x = -11$

**2** Résolvez les équations suivantes.

$3 + x = 12$ $x = 12 - 3$ $x = 9$

$-35 + x = 24$ $x = 24 + 35$ $x = 59$

$9 + x = 18$ $x = 18 - 9$ $x = 9$

$x + 5 = 16$ $x = 16 - 5$ $x = 11$

$7{,}5 + x = 13$ $x = 13 - 7{,}5$ $x = 5{,}5$

$x + 4{,}5 = 1$ $x = 1 - 4{,}5$ $x = -3{,}5$

$x - 4 = 12$ $x = 12 + 4$ $x = 16$

$3 - x = 21$ $x = 3 - 21$ $x = -18$

## A12 Utilisation des procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle

Pour résoudre un problème de proportionnalité :

● Construire un tableau à 2 lignes et 2 colonnes après avoir identifié les grandeurs proportionnelles.

● Utiliser le tableau selon l'une des deux méthodes :

– calculer le coefficient de proportionnalité et utiliser ce coefficient pour calculer la quatrième proportionnelle ;

– calculer la quatrième proportionnelle en utilisant l'égalité des « produits en croix ».

**1** On peut lire sur un pot de peinture l'information suivante : « 2,5 L couvre 30 m² ».

**a.** Calculez la quantité de peinture nécessaire pour couvrir 54 m².

| | |
|---|---|
| 2,5 | 30 |
| $x$ | 54 |

$30 \times x = 54 \times 2{,}5$.

$x = 4{,}5$. Il faut 4,5 L.

**b.** Déterminez la surface que l'on peut couvrir avec 12 L de peinture.

| | |
|---|---|
| 2,5 | 30 |
| 12 | $x$ |

$30 \times 12 = 2{,}5 \times x$.

$x = 144$. Soit 144 m².

**2** Pour faire de la confiture, il faut mélanger 1,1 kg de sucre avec 1,5 kg de fruits.

**a.** Calculez la quantité de sucre à mélanger avec 2,7 kg de fruits.

| | |
|---|---|
| 1,1 | 1,5 |
| $x$ | 2,7 |

$1{,}1 \times 2{,}7 = 1{,}5 \times x$.

$x = 1{,}98$. Soit 1,98 kg de sucre.

**b.** Calculez la quantité de fruits que l'on peut mélanger à 3,85 kg de sucre.

| | |
|---|---|
| 1,1 | 1,5 |
| 3,85 | $x$ |

$1{,}1 \times x = 1{,}5 \times 3{,}85$.

$x = 5{,}25$. Soit 5,25 kg de fruits.

## A13 Application et calcul d'un pourcentage ou d'une échelle

- Pour calculer la proportion $p$ d'une valeur A par rapport à une valeur B :

– calculer le rapport $\frac{A}{B}$ ;

– indiquer le résultat sous la forme d'un pourcentage ($p$ %) en multipliant le résultat par 100.

- Pour calculer une échelle, notée $\frac{1}{r}$, reliant une distance réduite et une distance réelle :

– déterminer la valeur de $r$ qui correspond à la distance réelle représentée par 1 sur le plan (la carte, le modèle réduit…) dans la même unité ;

– donner la valeur de l'échelle sous la forme $\frac{1}{r}$.

**1** Avec 200 g de chocolat noir, on peut réaliser une mousse au chocolat de 350 g. Calculez le pourcentage de chocolat noir dans cette mousse au chocolat.

$\frac{200}{350} \times 100 \approx 57{,}1$ %

**2** Karima dépense 620 € pour son loyer. Elle gagne 1 780 € net par mois. Calculez le pourcentage que représente le loyer sur les revenus de Karima.

$\frac{620}{1\,780} \times 100 \approx 34{,}8$ %

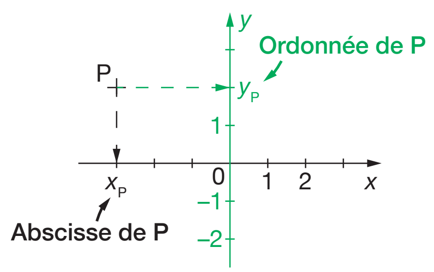
**3** Calculez l'échelle pour chacune des cartes suivantes.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mesure réelle : $D$ en km | 20 | Mesure réelle : $D$ en dam | 20 | Mesure réelle : $D$ en m | 20 |
| Mesure sur la carte : $d$ en cm | 1 | Mesure sur la carte : $d$ en cm | 8 | Mesure sur la carte : $d$ en cm | 2 |
| Échelle | $\frac{1}{2\,000\,000}$ | Échelle | $\frac{1}{2\,500}$ | Échelle | $\frac{1}{1\,000}$ |

## A14 Repérage dans un plan rapporté à un repère orthogonal

Dans le plan, un point P est repéré par son abscisse $x_P$ et son ordonnée $y_P$. Ce sont les coordonnées du point P, notées P($x_P$ ; $y_P$). Pour lire les coordonnées du point P :

- Tracer les pointillés parallèlement aux axes en partant de P.
- Lire les coordonnées à l'aide des graduations de chaque axe en respectant l'ordre (abscisse ; ordonnée).




**1** Complétez les pointillés.

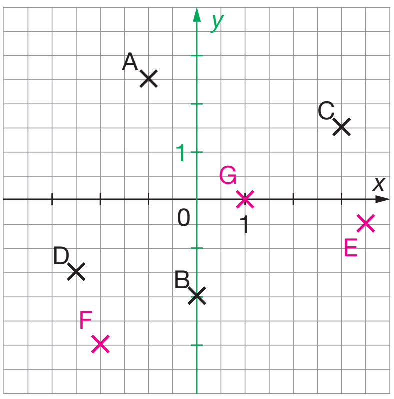
Le point A a pour ordonnée 2,5 et pour abscisse –1

Les coordonnées du point B sont : $x_B$ = 0 et $y_B$ = –2

A( –1 ; 2,5 ) B( 0 ; –2 )

C( 3 ; 1,5 ) D( –2,5 ; –1,5 )

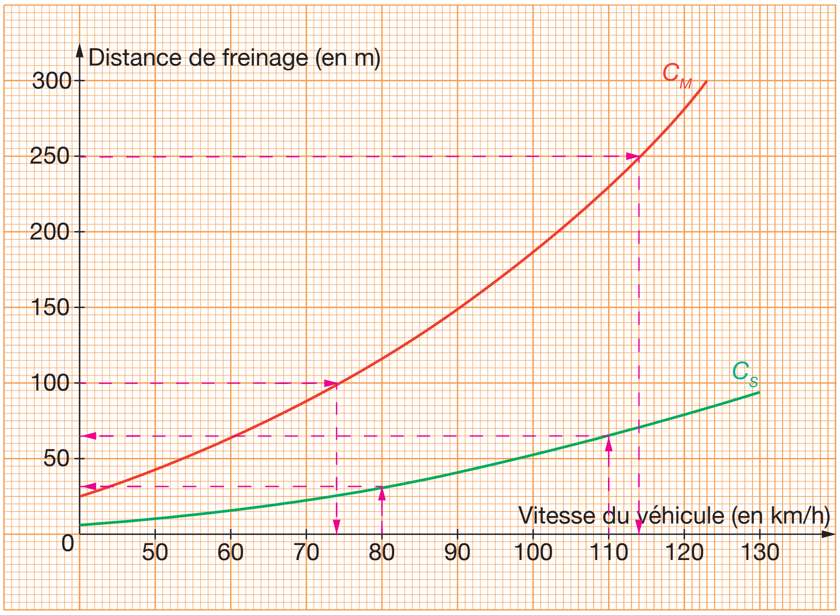
**2** Placez les points E(3,5 ; –0,5), F(–2 ; –3) et G(1 ; 0).



## A15 Recherche d'image et d'antécédents d'un nombre par une fonction

- Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre par une fonction, on lit l'ordonnée du point d'intersection de la droite verticale passant par ce nombre et la courbe représentative de cette fonction.
- Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre par une fonction, on lit les abscisses des points d'intersection de la droite horizontale passant par ce nombre et la courbe représentative de cette fonction.

Les représentations graphiques des fonctions *S* et *M* ci-après représentent les distances de freinage *d* (en m) parcourues par un véhicule en fonction de sa vitesse *v* (en km/h) sur route sèche, courbe $C_S$ et sur route mouillée, courbe $C_M$.




**1** Détermination des images de 80 et 110 par la fonction *S*

Donnez **:**

– la distance de freinage, pour une vitesse de 80 km/h, sur route sèche **:** environ 30 m

– la distance de freinage, pour une vitesse de 110 km/h, sur route sèche : environ 65 m

**2** Détermination des antécédents de 100 et 250 par la fonction *M*

Donnez :

– la vitesse, sur route mouillée, nécessitant une distance de freinage de 100 m : 74 km/h

– la vitesse, sur route mouillée, nécessitant une distance de freinage de 250 m : 114 km/h

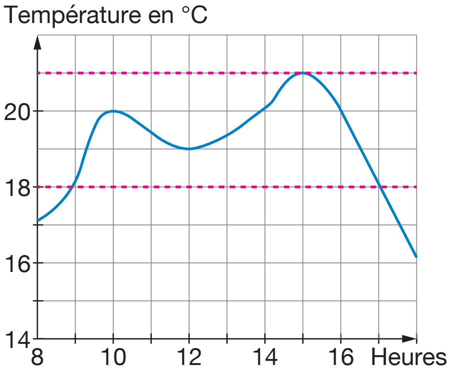
## A16 Utilisation des procédures de résolution graphique d'équations

*f* est une fonction de courbe représentative $C_f$.

Pour résoudre graphiquement une équation du type $f(x)$ = constante :

- Tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = c$.
- Lire les abscisses des points d'intersection, s'ils existent, de la droite $\mathscr{D}$ et de la courbe représentative $C_f$. Elles correspondent aux solutions de l'équation.
- Donner les solutions de l'équation.

Cette courbe est la représentation graphique de la fonction *f* qui, à chaque instant *t*, associe sa température $f(t)$. Elle est définie sur l'intervalle [8 ; 18]. Elle a été obtenue par un enregistreur de température installé dans une salle de classe.




**1** Lisez graphiquement la (ou les) heure(s) pour lesquelles il fait 18 °C.
à 9 h et à 17 h

**2** Résolvez graphiquement l'équation $f(t) = 18$. $t = 9$ ou $t = 17$

**3** Résolvez graphiquement l'équation $f(t) = 21$. $t = 15$

**4** Traduisez par une phrase le résultat de la question 3.
Il fait 21 °C à 15 h

## A17 Conversions d'unités de longueur, d'aire et de volume

Il faut connaître les tableaux de conversion de longueurs, d'aires et de volumes. Vous pouvez utiliser ceux de la page 175.

- Construire le tableau de conversion adapté à l'unité donnée.
- Repérer le chiffre des unités et le placer dans la colonne de l'unité de mesure.

Puis, compléter avec les autres chiffres (un seul par colonne).

- Ajouter la virgule dans la colonne de la nouvelle unité de mesure demandée.

Si nécessaire, compléter les colonnes vides par des 0.

**1** Convertissez les longueurs suivantes.

| | | |
|---|---|---|
| 1 km = 1 000 m | 1 m = 1 000 mm | 1 mm = 0,1 cm = 0,001 m |
| 97,1 m = 0,097 1 km | 0,064 hm = 640 cm | 2 500 mm = 2,5 m |
| 656 cm = 6,56 m | 1 453 dam = 14 530 m | 0,087 m = 87 mm |

**2** Convertissez les aires suivantes.

| | | |
|---|---|---|
| 1 dam$^2$ = 100 m$^2$ | 1 m$^2$ = 0,01 dam$^2$ | 1 km$^2$ = 100 hm$^2$ |
| 57,135 m$^2$ = 0,571 35 dam$^2$ | 0,064 hm$^2$ = 640 m$^2$ | 54 cm$^2$ = 0,54 dm$^2$ |
| 7 651 cm$^2$ = 0,765 1 m$^2$ | 1,454 m$^2$ = 145,4 dm$^2$ | 0,087 1 hm$^2$ = 87 100 dm$^2$ |

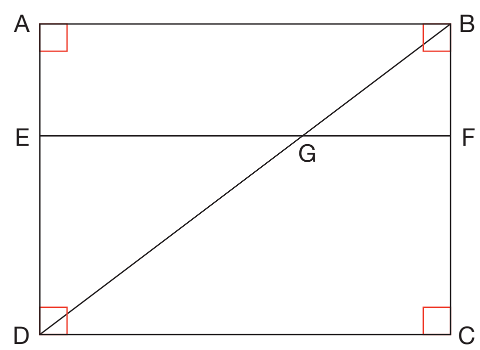
**3** Convertissez les volumes suivants en choisissant le tableau de conversion correct.

| | | |
|---|---|---|
| 1 dam$^3$ = 1 000 m$^3$ | 1 hm$^3$ = 0,001 km$^3$ | 1 cm$^3$ = 0,001 dm$^3$ |
| 57 cm$^3$ = 0,000 057 m$^3$ | 0,64 hm$^3$ = 640 000 m$^3$ | 45 cm$^3$ = 0,045 dm$^3$ |
| 25 cL = 0,25 L | 45 mL = 0,045 L | 0,871 hL = 87,1 L |

## A18 Reconnaissance des configurations de Pythagore et de Thalès

- Pour utiliser la configuration de Pythagore, il faut identifier dans la figure géométrique un triangle rectangle.
- Pour utiliser la configuration de Thalès, il faut identifier dans la figure géométrique un triangle et une droite parallèle à un des côtés du triangle.

Sur la figure ci-contre,
ABCD est un rectangle.
(EG) // (AB)




**1** Identifiez les triangles pour lesquels le théorème de Pythagore peut s'appliquer.

ABD ; EGD ; BGF ; BCD. D'autres réponses possibles : EFD ; EFC ; AFE ; FEB ; DFC ; BFA.

**2** Identifiez les triangles pour lesquels le théorème de Thalès peut s'appliquer et citez les droites parallèles.

CBD avec (GF) // (CD) ; ABD avec (EG) // (AB).

## A19 Détermination d'un arrondi, d'une valeur approchée

- Identifier le chiffre où se fait l'arrondi :

– arrondi au dixième (ou à 0,1) : indique que l'arrondi se fait sur le premier chiffre après la virgule ;

– arrondi au centième (ou à 0,01) : indique que l'arrondi se fait sur le deuxième chiffre après la virgule.

- Procéder à l'arrondi à l'aide de la règle suivante :

– si le chiffre de l'arrondi est suivi d'un 5, 6, 7, 8 ou 9, alors on ajoute 1 au chiffre de l'arrondi et on supprime tous les suivants ;

– si le chiffre de l'arrondi est suivi d'un 0, 1, 2, 3 ou 4, alors on conserve le chiffre de l'arrondi et on supprime tous les suivants.

**1** Surlignez le chiffre où se fait l'arrondi et complétez les pointillés.

L'arrondi de 57,379 au dixième est 57,4

L'arrondi de 2,709 9 au centième est 2,71

L'arrondi de 7,909 à l'unité est 8

**2** À l'aide de la calculatrice :

**a.** Calculez $\frac{1}{7}$ et arrondissez le résultat au centième. $\frac{1}{7} \approx$ 0,14

**b.** Affichez π et arrondissez sa valeur au millième. $\pi \approx$ 3,142

**c.** Calculez $\sqrt{35}$ et arrondissez le résultat au dixième. $\sqrt{35} \approx$ 5,9

## A20 Expression d'un résultat dans une unité adaptée

Pour mesurer une grandeur, on se sert d'une unité de mesure.

- Pour déterminer l'unité la plus adaptée, il faut :

– tenir compte du type de grandeur (longueur, masse, aire, volume, etc.) ;

– choisir le préfixe qui caractérise au mieux la mesure de la grandeur (petite, moyenne ou grande).

Pour chaque phrase, cochez l'unité adaptée, puis convertissez la grandeur dans cette unité.

**a.** L'unité adaptée pour la masse d'un marteau de 0,378 kg est : ☐ dg ☑ g ☐ t

Soit 0,378 kg = 378 g

**b.** L'unité adaptée pour l'aire d'un champ de 7 250 000 dm² est : ☐ m² ☑ hm² ☐ km²

Soit 7 250 000 dm² = 7,25 hm²

**c.** L'unité adaptée pour la taille d'un nourrisson de 0,63 m est : ☐ dam ☑ cm ☐ mm

Soit 0,63 m = 63 cm

**d.** L'unité adaptée pour la durée d'un match de handball de 3 600 s est : ☑ min ☐ h ☐ j

Soit 3 600 s = 60 min

**e.** L'unité adaptée pour la masse volumique du cuivre de 8 920 g/L est : ☐ g/m³ ☐ kg/m³ ☑ kg/L

Soit 8 920 g/L = 8,92 kg/L

## A21 Vérification de la cohérence grandeur - unité d'une mesure

Pour vérifier la cohérence grandeur - unité d'une mesure, il peut être nécessaire de :

– vérifier si l'unité de mesure correspond au type de la mesure (une masse ne s'exprime pas en litre) ;

– modifier l'unité de mesure pour rendre l'écriture de la mesure la plus simple possible (l'écriture 0,000 03 m n'est pas pratique à utiliser).

Pour chaque affirmation, choisissez l'unité cohérente avec la nature de la grandeur et indiquez si le résultat semble plausible ou non.

**a.** La vitesse d'un avion grand courrier est de 850 **:**

☐ N/s ☑ km/h ☐ m/s L'affirmation est : ☑ vraie ☐ fausse

**b.** Une fourmi mesure 0,23 **:**

☐ s ☑ m ☐ dB L'affirmation est : ☐ vraie ☑ fausse

**c.** La surface d'un terrain de football est de 70,5 **:**

☐ $m^3$ ☐ km ☑ $m^2$ L'affirmation est : ☐ vraie ☑ fausse

**d.** Un tonneau de vin contient 12 **:**

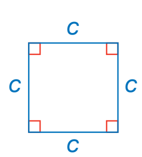
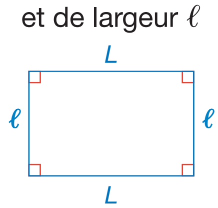
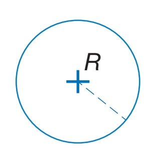
☑ hL ☐ $hm^3$ ☐ g L'affirmation est : ☑ vraie ☐ fausse

**e.** Une baignoire remplie d'eau contient 55 **:**

☐ Hz ☐ dB ☑ L L'affirmation est : ☐ vraie ☑ fausse

## A22 Calcul de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un disque

- Déterminer dans le tableau ci-après la figure pour laquelle on cherche à calculer l'aire.
- Calculer l'aire de la figure à l'aide des formules. Faire attention à l'homogénéité des unités de mesure.

| | Carré de côté *c* | Rectangle de longueur *L* et de largeur *ℓ* | Disque de rayon *R* |
|---|---|---|---|
| **Figure usuelle** |  |  |  |
| **Formule** | $\mathscr{A} = c \times c = c^2$ | $\mathscr{A} = L \times \ell$ | $\mathscr{A} = \pi \times R^2$ |

**1** Le « diamant » est le champ intérieur d'un terrain de baseball. C'est un carré de 27,43 m de côté (les sommets sont les points blancs du dessin, les 4 bases). Calculez l'aire du champ intérieur.

Aire d'un carré : $\mathscr{A} = 27{,}43^2 = 752{,}404\ 9$. Soit une aire du diamant de 752 $m^2$ environ.

**2** Calculez, en $m^2$, l'aire d'un terrain rectangulaire de quidditch tel que la longueur mesure 15,2 dam et la largeur 5,5 dam.

Aire d'un rectangle : $\mathscr{A} = 15{,}2 \times 5{,}5 = 83{,}6$ $dam^2$. Soit une aire du terrain de 8 360 $m^2$.

**3** Une pizza pour 4 personnes a un rayon de 14,5 cm. Calculez l'aire de cette pizza.

Aire d'un disque : $\mathscr{A} = \pi \times 14{,}5^2 \approx 660{,}5$ $cm^2$. Soit une aire de la pizza de 660,5 $cm^2$.

# Programmer en langage Python

## Saisir un texte et définir des variables

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `input (" texte ")` | Permet de saisir au clavier un texte ou un nombre. |
| `print (" texte ")` | Affiche dans la console le texte entre " ". |
| `int(x)` | La variable est un nombre entier. |
| `float(x)` | La variable est un nombre décimal. |
| `str(x)` | La variable est une chaîne de caractères. |

## Donner une valeur à une variable

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `x = 14` | Stocke la valeur 14 dans la variable *x*. |
| `x = x + 1` | Ajoute 1 à (ou incrémente de 1) la variable *x*. |
| `x = y` | Stocke la valeur de la variable *y* dans la variable *x*. |

## Tester et comparer

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `if condition :`<br>`    instructions` | Teste la condition.<br>Si (if) la condition est vérifiée, exécute les instructions. |
| `if condition :`<br>`    instructions 1`<br>`else :`<br>`    instructions 2` | Teste la condition.<br>Si (if) la condition est vérifiée, exécute les instructions 1. Sinon (else), exécute les instructions 2. |
| `x == y` | Teste si *x* est égal à *y*. |
| `x != y` | Teste si *x* est différent de *y*. |
| `x <= y` | Teste si *x* est inférieur ou égal à *y*. |

## Répéter des instructions à l'aide de boucles

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `while condition :`<br>`    instructions` | Exécute en boucle les instructions tant que (while) la condition est vérifiée. Le nombre de répétitions n'est pas connu au départ. |
| `for i in range (n) :`<br>`    instructions` | Exécute en boucle les instructions pour *i* variant de 0 à n – 1 avec un pas de 1. Le nombre de répétitions est connu au départ. |
| `for i in range (m, n) :`<br>`    instructions` | Exécute en boucle les instructions pour *i* variant de m à n – 1 avec un pas de 1. |
| `for i in range (m, n, k) :`<br>`    instructions` | Exécute en boucle les instructions pour *i* variant de m à n – 1 avec un pas de k. |

## Dessiner avec le module turtle

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `from turtle import*` | Importe les commandes qui servent à déplacer « la tortue » (turtle). |
| `forward(d)` | Avance le stylo d'une longueur *d* (en pixel) en traçant un trait. |
| `up()` | Lève le stylo pour ne pas laisser de trace. |
| `down()` | Baisse le stylo pour laisser à nouveau une trace. |
| `left(a)` | Tourne à gauche d'un angle *a* (en degrés). |
| `right(a)` | Tourne à droite d'un angle *a* (en degrés). |
| `home()` | Revient à son point de départ avec son orientation de départ. |

## Tracer un graphique

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `import matplotlib.pyplot as plt` | Importe les commandes nécessaires au tracé d'un graphique. |
| `plt.axis ([xmin, xmax, ymin, ymax])` | Règle la fenêtre d'affichage. |
| `plt.xlabel (" texte1 ")`<br>`plt.ylabel (" texte2 ")` | Ajoute une légende sur les axes. |
| `plt.plot(x, y, " couleur ")` | Trace la courbe représentant *y* en fonction de *x*. On peut choisir différents paramètres dont la couleur. |
| `plt.grid()` | Trace une grille. |
| `plt.show()` | Affiche le graphique. |

## Utiliser des fonctions et des instructions mathématiques

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `x**n` | Calcule $x^n$. |
| `round (x , 2)` | Donne la valeur de *x* arrondie au centième. |

| | |
|---|---|
| `from math import*` | Permet l'application des fonctions mathématiques usuelles. |
| `sqrt(x)` | Calcule la racine carrée de *x*. |
| `pi` | Donne une valeur approchée de $\pi$. |

| | |
|---|---|
| `from random import*` | Permet l'obtention de différents nombres aléatoires. |
| `randint (a , b)` | Renvoie un nombre entier aléatoire compris entre deux entiers *a* et *b* inclus. |
| `random ()` | Renvoie un nombre décimal aléatoire appartenant à l'intervalle [0 ; 1[. |

## Créer une fonction

| Syntaxe | Effet |
|---|---|
| `def nom_fonction (paramètre 1, paramètre 2) :`<br>`    instructions`<br>`    return résultat` | Crée un sous-programme que l'on peut appeler dans le programme principal.<br>Renvoie au programme un résultat. |

# Tableaux de conversion

## Unités de longueur

Chaque unité est égale à 10 fois l'unité immédiatement inférieure.

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 7 | 2 | 9 | 4 | |

72,94 m = 7 294 cm = 7,294 dam

## Unités de masse

Chaque unité est égale à 10 fois l'unité immédiatement inférieure.

| t | q | | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 2 | 6 | 7 | 0 | 0 | | | |

326,7 kg = 326 700 g = 3,267 q

## Unités d'aires

Chaque unité est égale à 100 fois l'unité immédiatement inférieure.

| $km^2$ | | $hm^2$ | | $dam^2$ | | $m^2$ | | $dm^2$ | | $cm^2$ | | $mm^2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 0 | 0 | 5 | 6 | 2 | 8 | | | | | |

5,628 $dam^2$ = 562,8 $m^2$ = 0,056 28 $hm^2$

## Unités de volume ($m^3$) et de contenance (L)

Chaque unité de volume est égale à 1 000 fois l'unité immédiatement inférieure.

Correspondance volume-contenance : 1 $dm^3$ = 1 L ; 1$cm^3$ = 1 mL.

| $km^3$ | | | $hm^3$ | | | $dam^3$ | | | $m^3$ | | | $dm^3$ | | | $cm^3$ | | | $mm^3$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | | | | | | | | | 0 | 0 | 7 | 3 | 0 | 4 | 0 | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | 0 | 5 | 2 | 0 | | | |

73,04 $dm^3$ = 73 040 $cm^3$ = 0,073 04 $m^3$ ; 52 cL = 0,52 L = 0,52 $dm^3$ = 520 $cm^3$

# Pour vous entraîner

foucherconnect.fr/21mc04

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |

| t | q | | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

| $km^2$ | | $hm^2$ | | $dam^2$ | | $m^2$ | | $dm^2$ | | $cm^2$ | | $mm^2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |

| $km^3$ | | | $hm^3$ | | | $dam^3$ | | | $m^3$ | | | $dm^3$ | | | $cm^3$ | | | $mm^3$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

## Crédits iconographiques

p. 7 ph © kinwun / stock.adobe.com (h)
p. 7 ph © Antonioguillem / stock.adobe.com (m)
p. 7 ph © phaisarnwong2517 / stock.adobe.com (b)
p. 8 ph © Monkey Business / stock.adobe.com
p. 9 ph © Sergey Nivens / stock.adobe.com
p. 10 ph © Gorodenkoff / stock.adobe.com
p. 11 ph © altitude drone / stock.adobe.com
p. 12 ph © Tarnero / stock.adobe.com
p. 14 ph © luciernaga_azul / stock.adobe.com
p. 15 ph © rnl / stock.adobe.com
p. 16 ph © deagreez / stock.adobe.com
p. 17 ph © Andrey Burmakin / stock.adobe.com
p. 20 ph © Ekaterina Pokrovsky / stock.adobe.com
p. 21 ph © Yakobchuk Olena / stock.adobe.com
p. 22 ph © Monkey Business / stock.adobe.com
p. 23 ph © Chlorophylle / stock.adobe.com
p. 24 ph © Drobot Dean / stock.adobe.com
p. 25 ph © fotohansel / stock.adobe.com
p. 26 ph © Tim Clayton - Corbis / Getty-images
p. 27 ph © Prostock-studio / stock.adobe.com
p. 28 ph © goodluz / stock.adobe.com
p. 31 ph © JeanLouis / stock.adobe.com
p. 32 ph © Koonsiri / stock.adobe.com
p. 33 ph © rh2010 / stock.adobe.com
p. 34 ph © hedgehog94 / stock.adobe.com
p. 35 ph © Molostock / stock.adobe.com
p. 36 ph © goodluz / stock.adobe.com
p. 37 ph © morane / stock.adobe.com
p. 38 ph © Dominique Luzy / stock.adobe.com
p. 40 ph © Mihail Rudenko / iStock Editorial / Getty Images Plus
p. 41 ph © Drobot Dean / stock.adobe.com
p. 42 ph © Syda Productions / stock.adobe.com
p. 43 ph © mas0380 / stock.adobe.com
p. 46 ph © Al Right / stock.adobe.com (h)
p. 46 ph © Africa Studio / stock.adobe.com (b)
p. 47 ph © moodboard / stock.adobe.com (g)
p. 47 ph © Pongsak / stock.adobe.com (d)
p. 48 ph © JackF / stock.adobe.com
p. 49 ph © undrey / stock.adobe.com
p. 50 ph © Patricia W / stock.adobe.com
p. 51 ph © New Africa / stock.adobe.com
p. 52 ph © sonoya / stock.adobe.com
p. 53 ph © 1STunningART / stock.adobe.com
p. 54 ph © leungchopan / stock.adobe.com
p. 55 ph © matiasdelcarmine / stock.adobe.com
p. 56 ph © Kadmy / stock.adobe.com
p. 57 ph © zinkevych / stock.adobe.com
p. 60 ph © contrastwerkstatt / stock.adobe.com
p. 61 ph © WavebreakMediaMicro / stock.adobe.com
p. 62 ph © goodluz / stock.adobe.com (g)
p. 62 ph © micromonkey / stock.adobe.com (d)
p. 63 ph © lil_22 / stock.adobe.com
p. 64 ph © TheHut35 / stock.adobe.com
p. 66 ph © Pau Novell / stock.adobe.com
p. 67 ph © One Dragon / stock.adobe.com
p. 68 ph © aki / stock.adobe.com
p. 69 ph © adisa / stock.adobe.com
p. 70 ph © Lightfields Studios / stock.adobe.com
p. 71 ph © Alexander Raths / stock.adobe.com
p. 72 ph © Drobot Dean / stock.adobe.com
p. 76 ph © sitthiphong / stock.adobe.com
p. 77 ph © orestligetka / stock.adobe.com (g)
p. 77 ph © susse_n / stock.adobe.com (d)
p. 78 ph © auremar / stock.adobe.com (g)
p. 78 ph © andyparker72 / iStock Editorial / Getty Images Plus (d)
p. 79 ph © gt29 / stock.adobe.com
p. 81 ph © Kadmy / stock.adobe.com
p. 82 ph © artinspiring / stock.adobe.com
p. 83 ph © Eleonore H / stock.adobe.com
p. 84 ph © Destina / stock.adobe.com
p. 85 ph © Wellnhofer Designs / stock.adobe.com
p. 86 ph © be free / stock.adobe.com
p. 87 ph © metamorworks / stock.adobe.com
p. 90 ph © Rido / stock.adobe.com
p. 91 ph © Mirko / stock.adobe.com
p. 92 ph © feuerpferd1111 / stock.adobe.com (g)
p. 92 ph © Odua images / stock.adobe.com (d)
p. 93 ph © Jacob Lund / stock.adobe.com (g)
p. 93 ph © Snapic.PhotoProduct / stock.adobe.com (d)
p. 94 ph © NLPhotos / stock.adobe.com (g)
p. 94 ph © Ingo Bartussek / stock.adobe.com (d)
p. 97 ph © perfectmatch / stock.adobe.com
p. 98 ph © Michael Nivelet / stock.adobe.com
p. 99 ph © Overburn / stock.adobe.com
p. 100 ph © Yuri Matiyasevich
p. 101 ph © Fox_Dsign / stock.adobe.com
p. 102 ph © Pixel-Shot / stock.adobe.com
p. 103 ph © Rawpixel.com / stock.adobe.com
p. 108 ph © Maksym Povozniuk / stock.adobe.com (g)
p. 108 ph © Rolf / stock.adobe.com (d)
p. 109 ph © contrastwerkstatt / stock.adobe.com
p. 110 ph © Andrey Shevchenko / stock.adobe.com (g)
p. 110 ph © Werner / stock.adobe.com (d)
p. 112 ph © Irina Schmidt / stock.adobe.com
p. 113 ph © minicel73 / stock.adobe.com
p. 114 ph © UMB-O / stock.adobe.com
p. 115 ph © Monkey Business / stock.adobe.com
p. 116 ph © Nestor / stock.adobe.com
p. 117 ph © JackF / stock.adobe.com
p. 119 ph © focusandblur / stock.adobe.com
p. 121 ph © Walid / stock.adobe.com
p. 122 ph © aamulya / stock.adobe.com (h)
p. 122 ph © Scanrail / stock.adobe.com (b)
p. 123 ph © Scanrail / stock.adobe.com (h)
p. 123 ph © irishasel / stock.adobe.com (b)
p. 124 ph © AS Photo Project / stock.adobe.com (g)
p. 124 ph © PV / stock.adobe.com (d)
p. 125 ph © nenetus / stock.adobe.com
p. 127 ph © memyjo / stock.adobe.com
p. 128 ph © Сергей Лабутин / stock.adobe.com
p. 129 ph © Stefania / stock.adobe.com
p. 130 ph © Isabelle Baudet (g)
p. 130 ph © milanmarkovic78 / stock.adobe.com (d)
p. 132 ph © Polat Alp / stock.adobe.com
p. 133 ph © Bits and Splits / stock.adobe.com
p. 136 ph © auris / stock.adobe.com
p. 137 ph © Stefano Gasparotto / stock.adobe.com (h)
p. 137 ph © anatoliy_gleb / stock.adobe.com (b)
p. 138 ph © De Visu / stock.adobe.com
p. 142 ph © axynia / stock.adobe.com
p. 143 ph © Claude Coquilleau / stock.adobe.com
p. 144 ph © W PRODUCTION / stock.adobe.com
p. 145 ph © M.studio / stock.adobe.com
p. 146 ph © Boggy / stock.adobe.com
p. 147 ph © Андрей Котомин / stock.adobe.com
p. 149 ph © Praiwan Wasanruk / stock.adobe.com
p. 150 ph © Onidji / stock.adobe.com (g)
p. 150 ph © iMAGINE / stock.adobe.com (d)
p. 151 ph © Neyriss / stock.adobe.com (h)
p. 151 ph © master1305 / stock.adobe.com (b)
p. 152 ph © ChristopheL (h)
p. 152 ph © tritrid / stock.adobe.com (m)
p. 153 ph © alter_photo / stock.adobe.com (g)
p. 153 ph © Szasz-Fabian Jozsef / stock.adobe.com (m)
p. 153 ph © Richard Villalon / stock.adobe.com (d)
p. 154 ph © PUNTOSTUDIOFOTO Lda / stock.adobe.com (h)
p. 154 ph © deagreez / stock.adobe.com (b)
p. 155 ph © Jacob Lund / stock.adobe.com (h)
p. 155 ph © Yay Images / stock.adobe.com (b)
p. 156 ph © alejomiranda / stock.adobe.com
p. 162 ph © Odua Images / stock.adobe.com
p. 163 ph © haizon / stock.adobe.com
p. 165 ph © Nelea Reazanteva / stock.adobe.com
p. 167 ph © Scanrail / stock.adobe.com
p. 171 ph © Konstantin / stock.adobe.com
p. 172 ph © kintomo / stock.adobe.com

NB/VO

# VOS AVANTAGES NUMÉRIQUES

## RESSOURCES FOUCHERCONNECT

foucherconnect.fr/1810865

**Toutes les ressources pédagogiques supplémentaires GRATUITES**

- Tutos vidéos : tableur, GeoGebra, calculatrices
- Fichiers TICE, Scratch et Python
- Accès à la plateforme en ligne Python vittascience

▶ En accès direct dans les manuels numériques

## MANUELS NUMÉRIQUES

**> Zones de saisie intelligentes**

- Lecture dans la double page des réponses de l'élève
- Outils de saisie adaptés aux consignes
- Affichage du corrigé en 1 clic pour l'enseignant

**> Plus d'interactivité enseignant ↔ élèves**

- L'enseignant peut assigner un devoir à la classe entière, à un groupe d'élèves ou à un élève en particulier
- L'élève peut envoyer son travail écrit ou audio à l'enseignant
- L'enseignant peut faire un retour à l'élève

**Toutes les fonctionnalités :**
editions-foucher.fr/manuels-numeriques

## VOS OFFRES

**> Enseignants**

- Testez le manuel numérique enseignant
- Demandez votre **version enseignant GRATUITE**

jeteste.fr/foucher

**> Élèves**

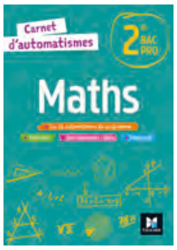
**Spécial rentrée 2021**
Manuel numérique élève **GRATUIT** sous réserve d'équiper 100 % de la classe du manuel élève papier

editions-foucher.fr/gratuit

**RÉGIONS NUMÉRIQUES :** tous nos titres sont disponibles dans vos catalogues régions



## AUTRES OUVRAGES QUI PEUVENT VOUS INTÉRESSER





Couverture : Laurent Batard • Ph©David Ramos / Getty Images