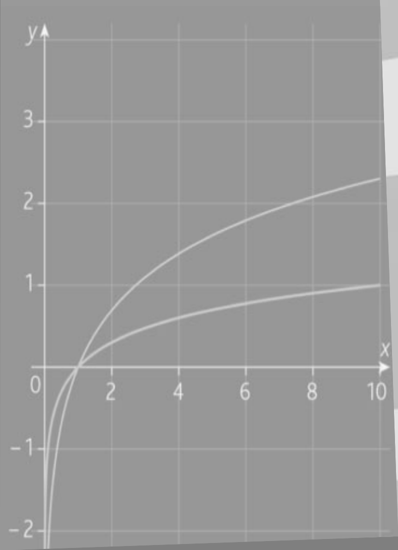


Tle BAC PRO

Maths

Groupement C

P. Huaumé
H. Rabah
P. Salette

PROGRAMME 2020

Existe en version numérique

DELAGRAVE

Ressources à flasher

Tle BAC PRO

Maths

Groupement C

Pierre Salette
Coordination

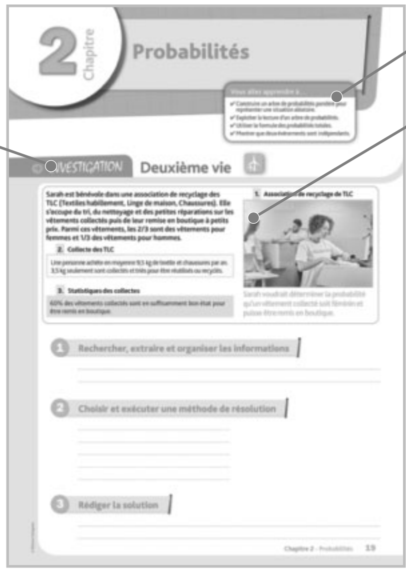
Patrick Huaumé
Professeur de mathématiques
et de sciences physiques

Hamid Rabah
Professeur de mathématiques
et de sciences physiques

DELAGRAVE

Suivez-nous
https://twitter.com/Ed_Delagrave

Ouverture de chapitre

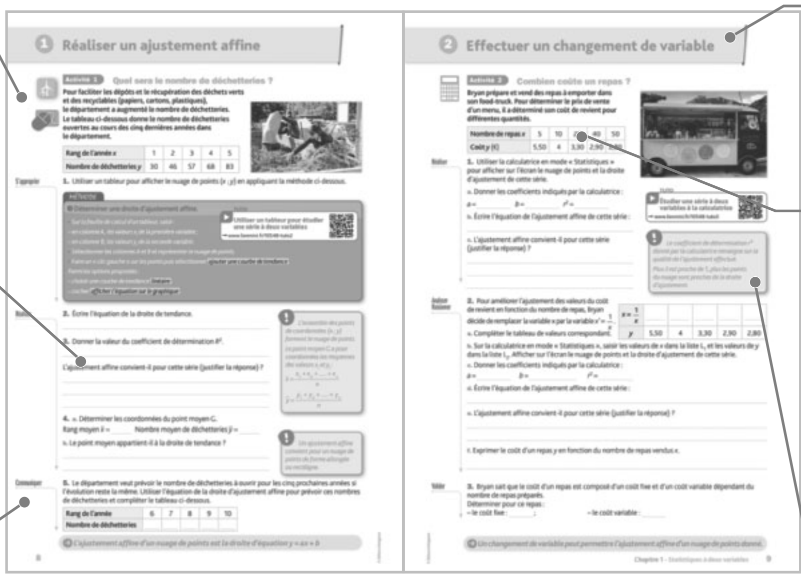


Une situation, issue de la vie courante ou professionnelle, pour développer une démarche d'**investigation**.

Les **objectifs** du chapitre.

Des **documents** à trier et des **étapes** méthodologiques pour la résolution du problème.

Activités



Des **pictogrammes** indiquant l'usage des TICE et la relation avec le développement durable.

Des **consignes** progressives pour découvrir les notions et la **conclusion** fixant les notions essentielles.

Des **compétences** à mettre en œuvre pour la résolution du problème.

Un **objectif** clair lié à une capacité du programme.

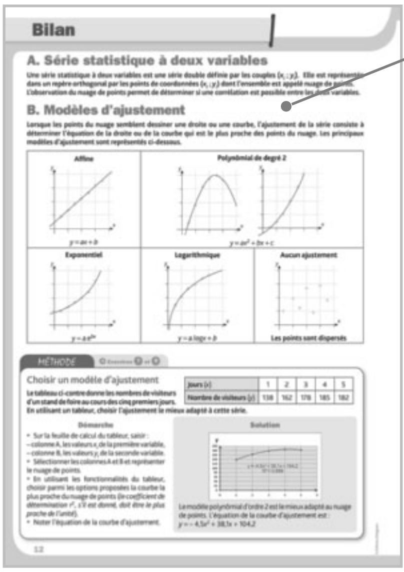
Une **problématique** concrète pour mettre en œuvre de manière autonome les capacités travaillées.

Des **informations** complémentaires : rappel, définition, aide.

ISBN : 978-2-206-10548-2

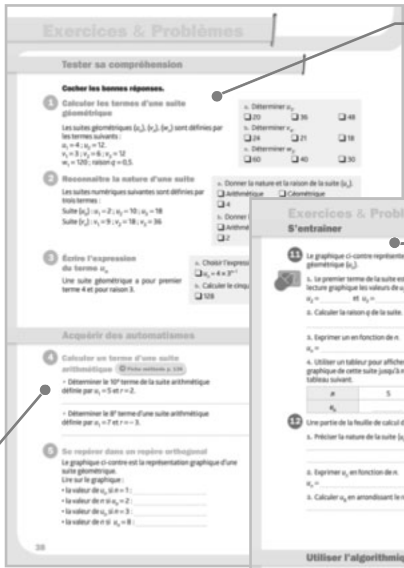
5, allée de la 2e DB – 75015 Paris
www.editions-delagrave.fr

Bilan



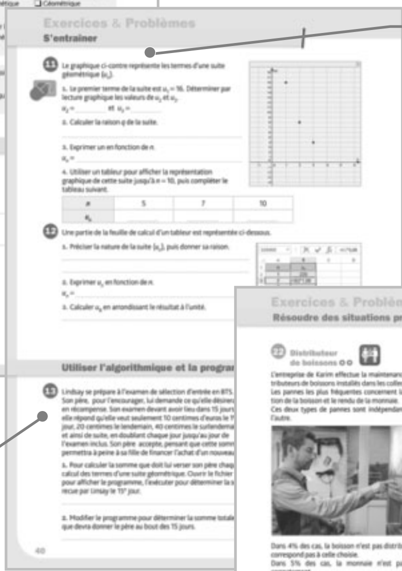
Les **notions de cours** associées à des **méthodes** pour s'approprier les savoir-faire.

Exercices & Problèmes



Des **QCM** pour tester la bonne compréhension du cours.

Des **exercices d'automatismes** pour entretenir ses aptitudes aux calculs.



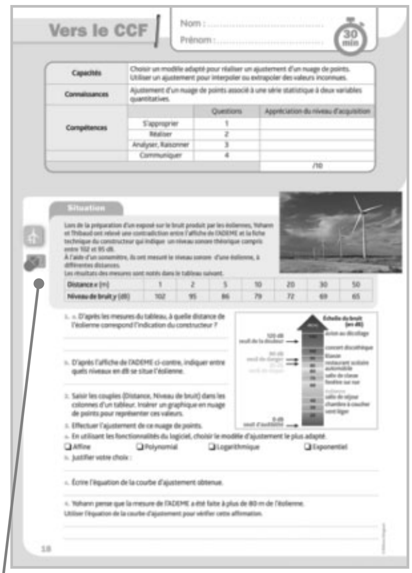
Des **exercices d'entraînement** pour appliquer et renforcer ses acquis.

Un **pictogramme** pour signaler un exercice de co-intervention.

Des **exercices d'algorithmique et de programmation** pour maîtriser les notions d'algorithme et de programme.

Des **situations problèmes concrètes** de la vie quotidienne et professionnelle, à la difficulté graduée pour atteindre pleinement les objectifs du programme.

Évaluation



Une **situation d'évaluation** des capacités et connaissances du référentiel.

Une signalétique claire et adaptée

- Trois niveaux de difficulté pour progresser
- Utilisation de la calculatrice
- Utilisation de l'outil informatique
- Fichier TICE à ouvrir ou à télécharger
- Activité ou situation du domaine professionnel pouvant être traitée en **co-intervention**
- Activité ou situation liée au **développement durable** et à la **transition écologique et énergétique**.

Sommaire

groupement C spécialités des métiers de la vente et du commerce, de la logistique et des transports, de l'accueil et de la sécurité, de la gestion-administration, des soins et services à la personne, de l'animation, de l'esthétique-cosmétique, de l'alimentation, du pressing et de la blanchisserie, de l'hygiène et de la propreté, du traitement des matériaux.

Tout au long des chapitres, ce picto vous signale les activités ou exercices pouvant être traités en **co-intervention**

Pour l'enseignant
→ Corrigés des situations problèmes à disposition sur le site www.editions-delagrave.fr/site/105482

Programme complémentaire

Découvrez les ressources numériques en accès gratuit pour tous

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-smic

Tous les **fichiers TICE** des exercices et activités (**tableur, GeoGebra, Python, …**)

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10548-qcm1

80 QCM d'automatismes pour un entraînement optimal

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

Visionner les **tutoriels** pour optimiser l'utilisation des **calculatrices et des logiciels**

Fiches méthodes, tutoriels

Fiches méthodes

Statistiques et probabilités

Algèbre – Analyse

Programme complémentaire

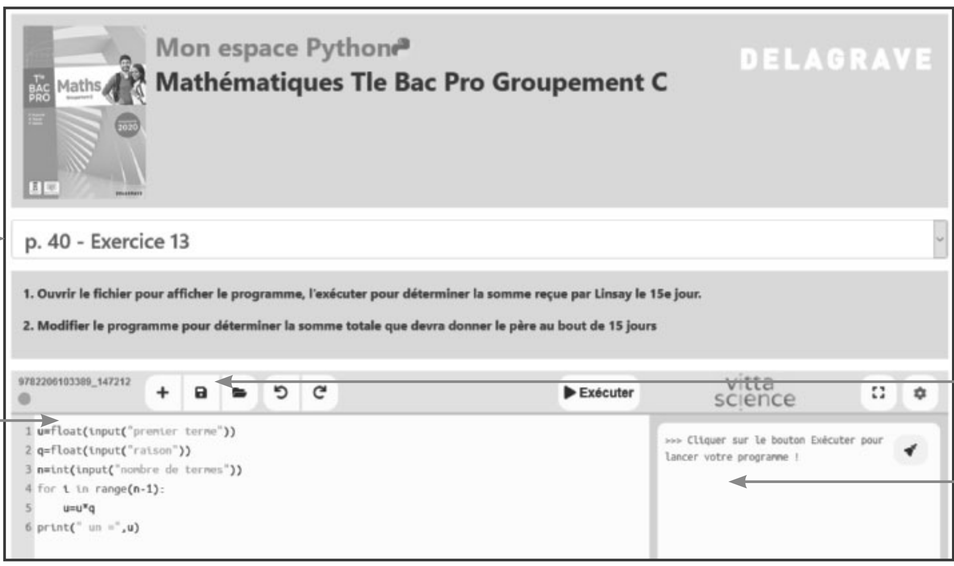
Tutoriels

Mon Espace Python en ligne

www.lienmini.fr/10548-python

Je sélectionne l'activité ou l'exercice du manuel.

Affichage du programme : je complète ou modifie le programme.



J'enregistre le programme.

Affichage des résultats du programme.

1 Chapitre

Statistiques à deux variables

Vous allez apprendre à…

- ✔ Réaliser l'ajustement affine d'un nuage de points.
- ✔ Effectuer un changement de variable.
- ✔ Choisir un modèle adapté pour réaliser l'ajustement d'un nuage de points.
- ✔ Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION Site de coaching

Il y a 6 mois, Aline et Zara ont ouvert un site de coaching sportif en ligne. Depuis, le nombre de leurs abonnés a régulièrement augmenté.

1. Le site d'Aline et Zara

2. Statistiques du site

Nombre de mois	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnés	60	300	600	960	1 380	1 860

3. Coach sportif

Le métier de coach se professionnalise avec des associations regroupant plus de 1 000 adhérents en France.

4. Modèles d'ajustement

D'après leur comptable, trois modèles pourraient ajuster leurs nombres d'abonnés.
1. $y = 360x - 400$
2. $y = 30x^2 + 150x - 120$
3. $y = 69x^{1,9}$
x : Nombre de mois
y : Nombre d'abonnés

Aline et Zara voudraient prévoir leur nombre d'abonnés au bout d'un an.

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Tableau des statistiques du site

Modèles d'ajustement

Prévision à un an soit 12 mois

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Afficher le nuage de points (nombre de mois ; nombre d'abonnés) sur l'écran de calculatrice en mode statistiques.

Sélectionner différents ajustements. Choisir le plus proche du nuage de points.

L'équation de l'ajustement choisi est : $y = 30x^2 + 150x - 120$

Remplacer x par 12 dans l'équation. Soit $y = 6\ 000$

3 Rédiger la solution

Si l'évolution du nombre d'abonnés se poursuit de la même manière, on peut prévoir 6 000 abonnés dans 1 an.

1 Réaliser un ajustement affine

Activité 1 Quel sera le nombre de déchetteries ?

Pour faciliter les dépôts et le récupération des déchets verts et des recyclables (papiers, cartons, plastiques), le département a augmenté le nombre de déchetteries. Le tableau ci-dessous donne le nombre de déchetteries ouvertes au cours des cinq dernières années dans le département.

Rang de l'année x	1	2	3	4	5
Nombre de déchetteries y	30	46	57	68	83

S'approprier

1. Utiliser un tableur pour afficher le nuage de points $(x\,;y)$ en appliquant la méthode ci-dessous.

MÉTHODE

➔ Déterminer une droite d'ajustement affine.

TUTO
Utiliser un tableur pour étudier une série à deux variables
→ www.lienmini.fr/10548-tuto2

• Sur la feuille de calcul d'un tableur, saisir :
– en colonne A, les valeurs x_i de la première variable ;
– en colonne B, les valeurs y_i de la seconde variable.
• Sélectionner les colonnes A et B et représenter le nuage de points.
• Faire un « clic gauche » sur les points puis sélectionner ajouter une courbe de tendance.
Parmi les options proposées :
– choisir une courbe de tendance linéaire *;*
– cocher afficher l'équation sur le graphique.

Réaliser

2. Écrire l'équation de la droite de tendance.

$y = 12{,}8x + 18{,}4$

3. Donner la valeur du coefficient de détermination R^2.

$R^2 = 0{,}994$

L'ajustement affine convient-il pour cette série (justifier la réponse) ?

L'ajustement affine convient pour cette série.
Le nuage de points a une forme rectiligne et
le coefficient de détermination est très voisin de 1.

4. a. Déterminer les coordonnées du point moyen G.

Rang moyen $\bar{x} =$ 3 Nombre moyen de déchetteries $\bar{y} =$ 56,8

b. Le point moyen appartient-il à la droite de tendance ?

Le point moyen appartient à la droite de tendance
$y = 12{,}8 \times 3 + 18{,}4 = 56{,}8$

! *L'ensemble des points de coordonnées $(x\,;y)$ forment le nuage de points.*
Le point moyen G a pour coordonnées les moyennes des valeurs x_i et y_i :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots + x_n}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots\ldots + y_n}{n}$$

! *Un ajustement affine convient pour un nuage de points de forme allongée ou rectiligne.*

Communiquer

5. Le département veut prévoir le nombre de déchetteries à ouvrir pour les cinq prochaines années si l'évolution reste la même. Utiliser l'équation de la droite d'ajustement affine pour prévoir ces nombres de déchetteries et compléter le tableau ci-dessous.

Rang de l'année	6	7	8	9	10
Nombre de déchetteries	95	108	121	134	146

➔ ***L'ajustement affine d'un nuage de points est la droite d'équation y = ax + b***

2 Effectuer un changement de variable

Activité 2 **Combien coûte un repas ?**

Bryan prépare et vend des repas à emporter dans son food-truck. Pour déterminer le prix de vente d'un menu, il a déterminé son coût de revient pour différentes quantités.

Nombre de repas x	5	10	20	40	50
Coût y (€)	5,50	4	3,30	2,90	2,80

Réaliser

1. Utiliser la calculatrice en mode « Statistiques » pour afficher sur l'écran le nuage de points et la droite d'ajustement de cette série.

a. Donner les coefficients indiqués par la calculatrice :

$a =$ – 0,048 $b =$ 4,91 $r^2 =$ 0,719

b. Écrire l'équation de l'ajustement affine de cette série :

$y = -0{,}048x + 4{,}91$

c. L'ajustement affine convient-il pour cette série (justifier la réponse) ?

L'ajustement affine ne convient pas

Le nuage de points a une forme courbe

Le coefficient de détermination r^2 est loin de 1.

TUTO
Étudier une série à deux variables à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto3

! *Le coefficient de détermination r^2 donné par la calculatrice renseigne sur la qualité de l'ajustement effectué.*
Plus il est proche de 1, plus les points du nuage sont proches de la droite d'ajustement.

Analyser Raisonner

2. Pour améliorer l'ajustement des valeurs du coût de revient en fonction du nombre de repas, Bryan décide de remplacer la variable x par la variable $x' = \frac{1}{x}$.

a. Compléter le tableau de valeurs correspondant.

$x = \frac{1}{x}$	0,2	0,1	0,05	0,025	0,02
y	5,50	4	3,30	2,90	2,80

b. Sur la calculatrice en mode « Statistiques », saisir les valeurs de x dans la liste L_1 et les valeurs de y dans la liste L_2. Afficher sur l'écran le nuage de points et la droite d'ajustement de cette série.

c. Donner les coefficients indiqués par la calculatrice :

$a =$ 14,87 $b =$ 2,52 $r^2 =$ 0,999

d. Écrire l'équation de l'ajustement affine de cette série :

$y \approx 14{,}87x' + 2{,}52$

e. L'ajustement affine convient-il pour cette série (justifier la réponse) ?

L'ajustement affine convient. Le nuage de points a une forme rectiligne

Le coefficient de détermination r^2 est pratiquement égal à 1

f. Exprimer le coût d'un repas y en fonction du nombre de repas vendus x.

$y = \frac{14{,}87}{x} + 2{,}52$

Valider

3. Bryan sait que le coût d'un repas est composé d'un coût fixe et d'un coût variable dépendant du nombre de repas préparés.
Déterminer pour ce repas :
– le coût fixe : 2,52 € ; – le coût variable : $\frac{14{,}87}{x}$

➔ ***Un changement de variable peut permettre l'ajustement affine d'un nuage de points donné.***

3 Choisir un modèle d'ajustement

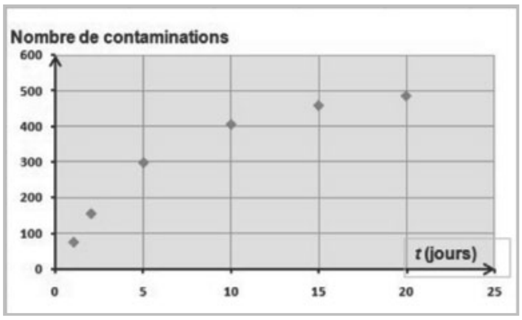
Activité 3 **Comment stopper l'épidémie ?**

Lors d'une épidémie, des mesures de protection sont prises pour limiter la progression de la maladie. Pour vérifier l'efficacité de ces mesures, on estime l'évolution de la maladie en comptant, sur un échantillon de la population, le nombre d'individus contaminés à la date *t* exprimée en jours.
Les résultats sont donnés par le tableau suivant.

t (jours)	1	2	5	10	15	20
Nombre de contaminations	75	155	298	405	458	485

S'approprier

1. Ouvrir le fichier « epidemie » pour afficher le tableau de valeurs. Sélectionner les colonnes A et B et afficher le nuage de points ci-contre.



2. Un ajustement affine convient-il pour cette série (justifier la réponse) ?

L'ajustement affine ne convient pas,
le nuage de points a une forme courbe

Réaliser

3. Faire un « clic droit » sur un point du nuage, puis sélectionner :

Ajouter une courbe de tendance.

Dans le menu Format de courbe de tendance, sélectionner successivement les différentes options proposées en ayant coché les cases :

❏ Afficher l'équation sur le graphique

❏ Afficher le coefficient de détermination (R^2)

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-epidemie

a. Quelle option paraît le mieux convenir à l'ajustement de la série ?

L'ajustement logarithmique s'adapte le mieux au nuage de points avec un coefficient R^2 voisin de 1

b. Écrire l'équation de la courbe de tendance choisie.

$y = 142\ln(x) + 68{,}67$

Communiquer

4. Si aucune mesure de protection n'avait été prise, les experts estiment que la progression des contaminations des 5 premiers jours se serait poursuivie de manière linéaire.

a. Effectuer un ajustement affine de la série des contaminations des 5 premiers jours, soit les 3 premières valeurs du tableau. Donner l'équation de la droite d'ajustement.

$y = 53{,}88x + 32{,}30$

! *Les valeurs du logarithme népérien ln(x) s'obtiennent avec la touche* ln *de la calculatrice.*

b. Avec ce scénario, prévoir le nombre de contaminations qui auraient dû avoir lieu au bout des 20 jours.

$y = 53{,}88 \times 20 + 32{,}30 = 1\,109{,}90$. Il aurait pu y avoir 1 110 contaminations au bout des 20 jours, soit plus du double de celles obtenues avec les mesures de protection.

➔ *Le modèle d'ajustement doit s'adapter à la forme du nuage de points.*

4 Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler des valeurs

Activité 4 **Quelle sera la consommation d'eau ?**

En période de sécheresse, un agriculteur est obligé d'arroser chaque jour ses cultures.
Il note la quantité totale d'eau consommée sur son exploitation depuis le premier jour de sécheresse.
Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Nombre de jours de sécheresse	1	2	4	6	8	10
Volume d'eau utilisé (m^3)	25	30	68	115	180	290

A. Nuage de points

Réaliser

1. Ouvrir une feuille de calcul GeoGebra. Cliquer Affichage puis Tableur.

2. Saisir les nombres de jours en colonne A et les volumes d'eau en colonne B.

3. Sélectionner les colonnes A et B. Cliquer sur Statistiques à deux variables puis Analyse pour afficher le nuage de points.

B. Modèle d'ajustement

Analyser
Raisonner

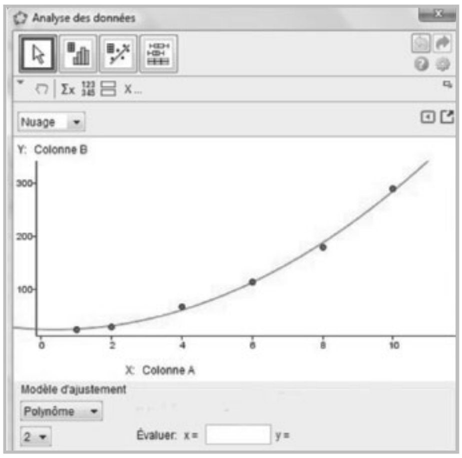
1. Parmi les modèles d'ajustement proposés, choisir le plus adapté au nuage de points de la série étudiée.

❑ affine ❑ Log ☑ Polynôme
❑ puissance ❑ exponentielle ❑ Puissance

2. Écrire l'équation de la droite d'ajustement obtenue :

Avec un polynôme de degré 2, l'équation s'écrit :

$y = 2{,}8252x^2 - 2{,}1905x + 25{,}2573$



C. Interpolation

Communiquer

L'agriculteur n'a pas noté sa consommation d'eau après 5 jours de sécheresse.

1. En utilisant la zone Evaluer, en bas de la fenêtre analyse des données, saisir $x = 5$.

2. Lire la valeur de y correspondante. $y =$ 84,934

3. À combien peut-on estimer la consommation d'eau après 5 jours de sécheresse ?

Après 5 jours de sécheresse la consommation d'eau est d'environ 85 m^3.

! *Une nouvelle valeur de la série peut être estimée à partir de la droite d'ajustement :*
*– par **interpolation** si elle se situe dans l'intervalle des données ;*
*– par **extrapolation** si elle se situe hors de cet intervalle.*

D. Extrapolation

Analyser
Raisonner

Si la sécheresse dure 15 jours, l'agriculteur voudrait évaluer le volume d'eau qu'il devra consommer sur cette période.

Si $x = 15$; $y = 628$

La consommation d'eau devrait s'élever à 628 m^3 pour les 15 jours de sécheresse.

L'interpolation ou l'extrapolation permettent d'estimer de nouvelles valeurs de la série.

Bilan

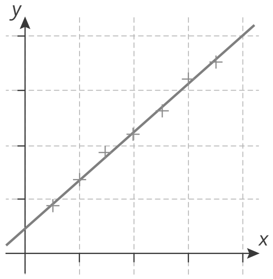
A. Série statistique à deux variables

Une série statistique à deux variables est une série double définie par les couples (x_i ; y_i). Elle est représentée dans un repère orthogonal par les points de coordonnées (x_i ; y_i) dont l'ensemble est appelé nuage de points.
L'observation du nuage de points permet de déterminer si une corrélation est possible entre les deux variables.

B. Modèles d'ajustement

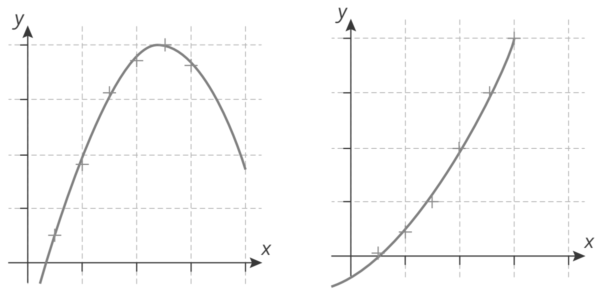
Lorsque les points du nuage semblent dessiner une droite ou une courbe, l'ajustement de la série consiste à déterminer l'équation de la droite ou de la courbe qui est le plus proche des points du nuage. Les principaux modèles d'ajustement sont représentés ci-dessous.

Affine



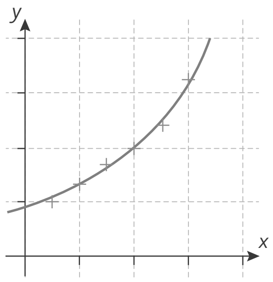
$y = ax + b$

Polynômial de degré 2



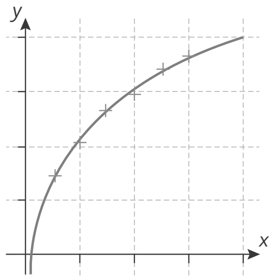
$y = ax^2 + bx + c$

Exponentiel



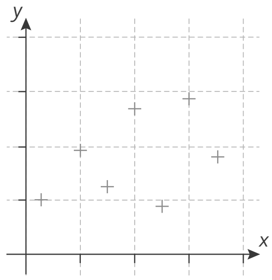
$y = a.e^{bx}$

Logarithmique



$y = a.\log x + b$

Aucun ajustement



Les points sont dispersés

MÉTHODE ➔ Exercices 7 et 8

Choisir un modèle d'ajustement

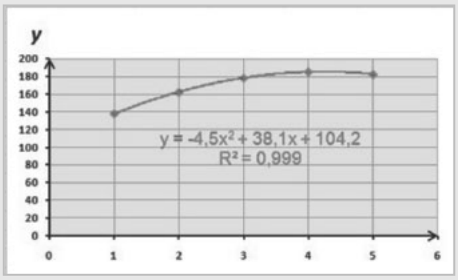
Le tableau ci-contre donne les nombres de visiteurs d'un stand de foire au cours des cinq premiers jours.
En utilisant un tableur, choisir l'ajustement le mieux adapté à cette série.

Jours (x)	1	2	3	4	5
Nombre de visiteurs (y)	138	162	178	185	182

Démarche

- Sur la feuille de calcul du tableur, saisir :
– colonne A, les valeurs x_i de la première variable,
– colonne B, les valeurs y_i de la seconde variable.
- Sélectionner les colonnes A et B et représenter le nuage de points.
- En utilisant les fonctionnalités du tableur, choisir parmi les options proposées la courbe la plus proche du nuage de points (*le coefficient de détermination r^2, s'il est donné, doit être le plus proche de l'unité*).
- Noter l'équation de la courbe d'ajustement.

Solution



Le modèle polynômial d'ordre 2 est le mieux adapté au nuage de points. L'équation de la courbe d'ajustement est :
$y = -4{,}5x^2 + 38{,}1x + 104{,}2$

Exercices & Problèmes

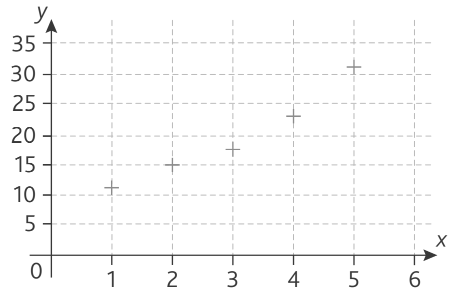
Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Choisir un modèle d'ajustement

Une série à deux variables x et y est définie par le tableau et le nuage de points suivants.

x	1	2	3	4	5
y	12	15	18	23	32



a. Quel modèle d'ajustement semble le mieux convenir ?
☐ affine ☑ polynomial ☐ logarithmique

b. Parmi les équations suivantes, choisir celle du modèle d'ajustement le plus adapté.
☐ $y = 4{,}8x + 5{,}6$ ☑ $y = x^2 - 1{,}2x + 12{,}6$
☐ $y = 11.\ln(x) + 9$

c. Utiliser le modèle d'ajustement pour prévoir la valeur de y pour $x = 6$
☐ 28,7 ☐ 33,2 ☑ 41,4

2 Utiliser un modèle d'ajustement

Une série à deux variables x et y est ajustée par le modèle d'équation :

$y = 0{,}75x - 1$

a. Définir le modèle d'ajustement choisi :
☑ affine ☐ polynomial ☐ logarithmique

b. Utiliser le modèle d'ajustement pour prévoir la valeur de y pour $x = 5$
☑ 2,75 ☐ 4 ☐ 8

c. Utiliser le modèle d'ajustement pour prévoir la valeur de x pour $y = 5$
☐ 2,75 ☐ 4 ☑ 8

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10546-qcm1

3 Résoudre une équation du premier degré

La droite d'ajustement d'une série statistique a pour équation $y = 0{,}25x + 3{,}2$.
Déterminer la valeur de x pour :

$y = 5{,}5$: $0{,}25x + 3{,}2 = 5{,}5$ soit $0{,}25x = 2{,}3$ d'où $x = 9{,}2$

$y = 35{,}7$: $0{,}25x + 3{,}2 = 35{,}7$ soit $0{,}25x = 32{,}5$ d'où $x = 130$

4 Se repérer dans un repère orthogonal

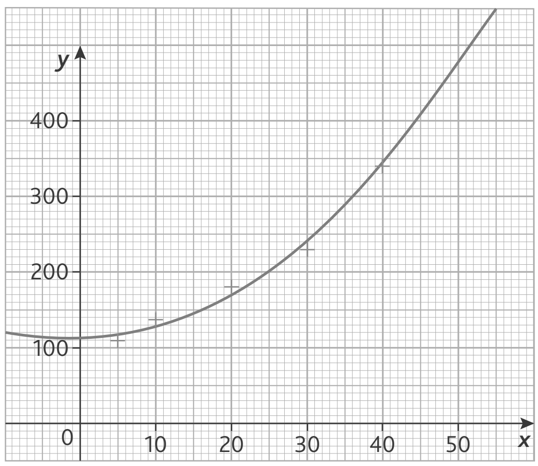
Le graphique ci-contre représente le nuage de points d'une série statistique et sa courbe d'ajustement.
En utilisant cette courbe, prévoir :

La valeur de y si $x = 0$: $y = 110$

La valeur de x si $y = 400$: $x = 44$

La valeur de y si $x = 20$: $y = 170$

La valeur de x si $y = 250$: $x = 31$

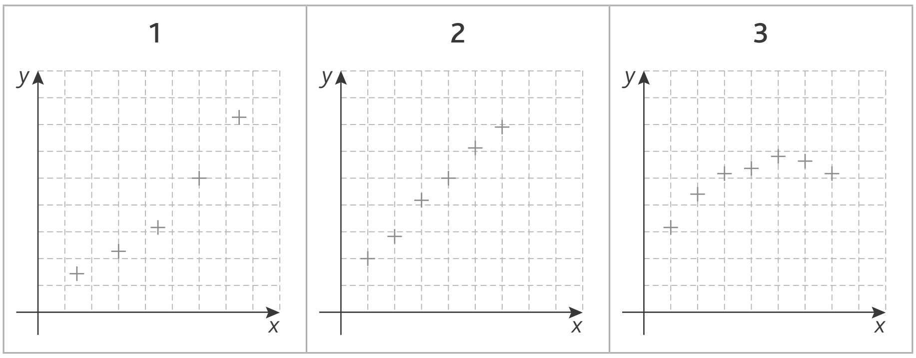


5 Indiquer pour chacun des nuages de points ci-dessous l'ajustement qui semble convenir le mieux.

Affine : 2

Polynomial : 3 ; 1

Exponentiel : 1



6 Le tableau ci-contre donne les valeurs d'une série à deux variables.

x	4	10	12	14	16	18
y	7	15	18	20	23	24

1. Saisir les valeurs de x et y dans les listes L1 et L2 de la calculatrice en mode « Statistiques ». Afficher le nuage de points.

2. Effectuer l'ajustement affine de cette série. Donner l'équation de la droite d'ajustement.

$y = 1{,}25x + 2{,}4$

3. Donner le coefficient de détermination. L'ajustement affine est-il pertinent ?

$r^2 = 0{,}991$. Oui, Le coefficient r^2 est proche de 1.

7 L'évolution du Smic brut mensuel sur cinq ans figure dans le tableau suivant.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2016	2017	2018	2019	2020
2	Rang de l'année	1	2	3	4	5
3	Smic mensuel brut (€)	1466	1480	1498	1521	1539

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-smic

1. Ouvrir le fichier « smic » pour afficher le tableau de valeurs.

Sélectionner les lignes 2 et 3 puis afficher le graphique en nuage de points.

2. Faire un ajustement affine de cette série. Donner l'équation de la droite d'ajustement et le coefficient de détermination r^2.

$y = 18{,}7x + 1\,444$

$r^2 = 0{,}993$

3. Faire un ajustement polynômial de degré 2 de cette série. Donner l'équation de la courbe d'ajustement et le coefficient de détermination r^2.

$y = 0{,}928x^2 + 13{,}11x + 1\,451$

$r^2 = 0{,}997$

4. On veut utiliser ces ajustements pour extrapoler la valeur du smic en 2025. Quel sera le rang de l'année 2025 ? rang = 10

TUTO
Utiliser un tableur pour étudier une série à 2 variables
→ www.lienmini.fr/10548-tuto2

Faire une prévision du montant du smic en 2025 en utilisant :

a. l'ajustement affine :

$y = 18{,}7 \times 10 + 1\,444 = 1\,631$

Le montant mensuel brut du smic serait de 1 631 € en 2025.

b. l'ajustement polynomial :

$y = 0{,}928 \times 10^2 + 13{,}11 \times 10 + 1\,451 = 1\,674{,}9$

Le montant mensuel brut du smic serait d'environ 1 675 € en 2025.

8 **1.** Ouvrir le fichier « serie » pour afficher le tableau des valeurs de la série à deux variables x et y ci-contre.
Sélectionner les lignes 1 et 2 puis afficher le graphique en nuage de points.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-serie

	A	B	C	D	E	F
1	x	2	4	6	8	10
2	y	6	10	12	14	15
3						
4	x'=ln(x)					
5	y	6	10	12	13	15

2. a. Faire un ajustement affine de cette série.
Donner l’équation de la droite d’ajustement.
$y = 1{,}1x + 4{,}8$

b. L’ajustement affine est-il pertinent pour cette série ? (justifier la réponse)
Non. Le nuage de points a une forme courbe.
Le coefficient r^2 n’est pas très proche de 1 ($r^2 = 0{,}945$).

3. a. On remplace la variable x par la variable $x' = \ln(x)$. Compléter la ligne 4 du tableur.
b. Sélectionner les lignes 4 et 5 puis afficher le graphique en nuage de points.
c. Faire un ajustement affine de cette série et donner l’équation de la droite d’ajustement.
$y = 5{,}359x' + 2{,}353$

d. L’ajustement obtenu est-il plus pertinent que le précédent ? (justifier la réponse)
Oui. Le nuage de points a une forme rectiligne.
Le coefficient r^2 est proche de 1 ($r^2 = 0{,}991$).

4. En déduire la formule d’ajustement de y par la variable x.
$y = 5{,}359x' + 2{,}353$ avec $x' = \ln(x)$.
L’équation de l’ajustement peut s’écrire $y = 5{,}359.\ln(x) + 2{,}353$

Utiliser l’algorithmique et la programmation

9 Romain étudie une série à deux variables x et y croissante. Il a déterminé l’équation de la courbe d’ajustement.
Pour extrapoler une valeur de la variable x connaissant la valeur de y, il a écrit l’algorithme ci-contre.

```
Fonction ajustement(x) :
        y ← équation d'ajustement

Saisir x : dernière valeur connue de x.
Saisir Y : valeur recherchée de y.
Tant que ajustement(x) <= Y
        x = x + 0,1
Fin de Tant que
Afficher x
```

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme pour l’équation d’ajustement :
$y = 5{,}359.\ln(x) + 2{,}353$.

2. Exécuter le programme avec $x = 10$ pour dernière valeur de x et $Y = 20$ pour valeur recherchée de y.
Noter la valeur de x obtenue.
$x = 27$. La valeur de y devrait atteindre 20 lorsque $x = 27$

! *Le logarithme népérien ln(x) est noté* `log(x)` *en Python. Pour l’utiliser, il faut importer le module* `math`.

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

10 Tension artérielle ✪

La tension artérielle évolue avec l'âge.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-tension

Le tableau suivant donne la tension artérielle normale d'une personne en bonne santé, en fonction de son âge.

Âge x (années)	Tension artérielle y (cm de mercure)
15	11,7
25	12,1
35	12,4
45	12,7
55	13,1

1. Ouvrir le fichier « tension » et afficher le nuage de points de coordonnées $(x\,;y)$.

2. Ajuster le nuage de points par une droite. Donner l'équation de cette droite.

3. Le grand-père de Marvin a 63 ans. Utiliser la droite d'ajustement pour déterminer quelle devrait être sa pression artérielle.

11 Choc frontal ✪✪

Le moniteur de l'auto-école d'Alicia veut sensibiliser les candidats au danger de la vitesse. Pour cela, il leur présente le tableau suivant. Ce tableau indique la hauteur de chute verticale de leur véhicule en cas de choc frontal contre un obstacle fixe, à une vitesse donnée.

Vitesse x (km/h)	Hauteur de chute y (m)
30	5
50	10
70	20
90	30
110	50

1. Utiliser la calculatrice en mode « statistiques » pour saisir :
Liste L1 : valeurs de la vitesse x.
Liste L2 : hauteurs de chute y.

2. Afficher sur l'écran le nuage de points $(x\,;\,y)$. Sa forme permet-elle un ajustement affine (justifier la réponse) ?

3. a. Remplacer la variable x par la variable $x' = x^2$.

b. Saisir les valeurs de x' dans la liste L1. Afficher le nuage de points (x', y).

c. Ajuster le nuage de points par une droite.
Donner l'équation de cette droite.

4. À partir de ces ajustements, prévoir la hauteur de chute en cas de choc à 130 km/h.

TUTO
Étudier une série à deux variables à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto3

12 Films en ligne ✪✪

Une plateforme diffuse des films et des séries en streaming. L'évolution de son nombre d'abonnés dans le monde entier est donnée dans le tableau ci-dessous pour les cinq dernières années.

Rang de l'année	Nombre d'abonnés (en millions)
1	71
2	89
3	110
4	139
5	167

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-streaming

1. Ouvrir le fichier « streaming » et afficher le nuage de points (rang de l'année ; nombre d'abonnés) de cette série.

2. Choisir la courbe de tendance qui ajuste au mieux le nuage de points (justifier ce choix).

3. Donner l'équation de cette courbe d'ajustement.

4. Si la progression du nombre d'abonnés se poursuit de la même manière, quel pourrait être le nombre d'abonnés :
– dans deux ans ?
– dans cinq ans ?

Méthode p. 12

13 Taux d'occupation ✪✪

Afin d'optimiser ses investissements, une chaîne d'hôtels procède à une analyse sur le taux d'occupation des chambres. Le but est d'établir un lien entre ce taux d'occupation, exprimé en %, et le montant des frais de publicité.

Frais de publicité x (k€)	Taux d'occupation des chambres y
30	58%
27	50%
32	65%
25	45%
35	71%
22	40%

1. Saisir les données (x ; y) sur la calculatrice.
2. Afficher sur l'écran le nuage de points représentant cette série. Sa forme justifie-t-elle un ajustement affine ?
3. Donner l'équation de la droite d'ajustement du nuage de points.
4. En déduire le montant des frais de publicité laissant espérer un taux d'occupation de 80%.

14 Décote d'un véhicule ✪✪

La société de transport Trans'express envisage l'achat d'un fourgon au prix de 65 000 €.
Pour prévoir son amortissement, le gérant de la société note le prix de revente de ce véhicule en fonction du nombre d'années d'utilisation.

	A	B
1	Nombre d'années d'utilisation	Valeur résiduelle(k€)
2	1	50
3	2	40
4	3	32
5	5	20

1. Ouvrir le fichier « decote » pour afficher le tableau des valeurs résiduelles.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-decote

2. Sélectionner les colonnes A et B et afficher le graphique en nuage de points.
Sa forme justifie-t-elle un ajustement affine ?
3. Choisir le modèle d'ajustement le plus adapté au nuage de points. Donner l'équation de la courbe correspondante.
4. Déduire de cette équation, la valeur résiduelle du véhicule au bout de 4 ans.

Méthode p. 12

15 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Énergies renouvelables

Avec le plan climat, la France s'est fixé des objectifs importants sur la part des énergies renouvelables dans la consommation totale d'énergie du pays.

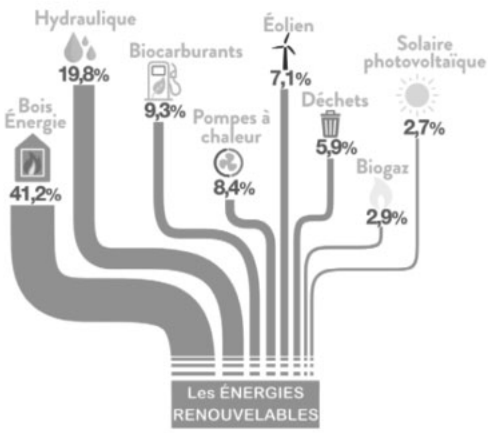
Comment prévoir si les objectifs attendus du Plan Climat seront respectés en 2030 ?

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Part des énergies renouvelables (%)	14,9	15,7	16,3	16,5	17,2

2. Statistiques

La France a pour objectif en 2030 de porter à 32% la part des énergies renouvelables dans la consommation finale brute.

3. Plan climat



1. Répartition des énergies renouvelables

Vers le CCF

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Choisir un modèle adapté pour réaliser un ajustement d'un nuage de points. Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.	
Connaissances	Ajustement d'un nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.		

Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	2	
	Analyser, Raisonner	3	
	Communiquer	4	
			/10

Situation

Lors de la préparation d'un exposé sur le bruit produit par les éoliennes, Yohann et Thibaud ont relevé une contradiction entre l'affiche de l'ADEME et la fiche technique du constructeur qui indique un niveau sonore théorique compris entre 102 et 95 dB.

À l'aide d'un sonomètre, ils ont mesuré le niveau sonore d'une éolienne, à différentes distances.

Les résultats des mesures sont notés dans le tableau suivant.

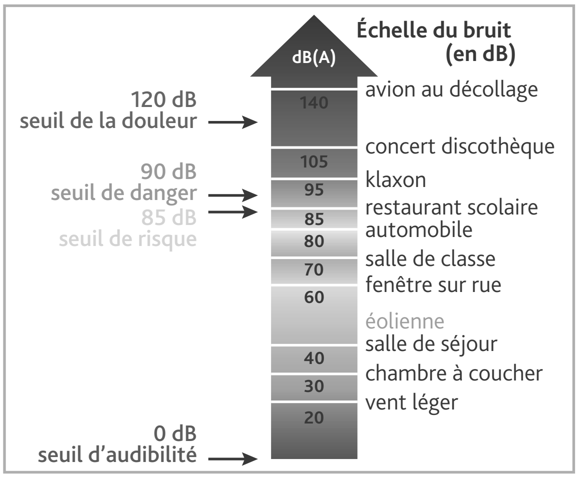
Distance x (m)	1	2	5	10	20	30	50
Niveau de bruit y (dB)	102	95	86	79	72	69	65

1. a. D'après les mesures du tableau, à quelle distance de l'éolienne correspond l'indication du constructeur ?

Les indications du constructeur correspondent à une distance entre 1 et 2 m de l'éolienne.

b. D'après l'affiche de l'ADEME ci-contre, indiquer entre quels niveaux en dB se situe l'éolienne.

Le niveau se situe entre 40 et 60 dB.



2. Saisir les couples (Distance, Niveau de bruit) dans les colonnes d'un tableur. Insérer un graphique en nuage de points pour représenter ces valeurs.

3. Effectuer l'ajustement de ce nuage de points.

a. En utilisant les fonctionnalités du logiciel, choisir le modèle d'ajustement le plus adapté.

☐ Affine ☐ Polynomial ☑ Logarithmique ☐ Exponentiel

b. Justifier votre choix :

Le coefficient de détermination r^2 est le plus proche de 1.

c. Écrire l'équation de la courbe d'ajustement obtenue.

$y = -9{,}59\ln(x) + 101{,}5$

4. Yohann pense que la mesure de l'ADEME a été faite à plus de 80 m de l'éolienne.

Utiliser l'équation de la courbe d'ajustement pour vérifier cette affirmation.

$x = 80$. $y = -9{,}59.\ln(80) + 101{,}5 = 59{,}5$

Le bruit est inférieur à 60 dB à 80 m de l'éolienne.

Chapitre 2 Probabilités

Vous allez apprendre à…

- ✔ Construire un arbre de probabilités pondéré pour représenter une situation aléatoire.
- ✔ Exploiter la lecture d'un arbre de probabilités.
- ✔ Utiliser la formule des probabilités totales.
- ✔ Montrer que deux événements sont indépendants.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION Deuxième vie

Sarah est bénévole dans une association de recyclage des TLC (Textiles habillement, Linge de maison, Chaussures). Elle s'occupe du tri, du nettoyage et des petites réparations sur les vêtements collectés puis de leur remise en boutique à petits prix. Parmi ces vêtements, les 2/3 sont des vêtements pour femmes et 1/3 des vêtements pour hommes.

1. Association de recyclage de TLC

2. Collecte des TLC

Une personne achète en moyenne 9,5 kg de textile et chaussures par an. 3,5 kg seulement sont collectés et triés pour être réutilisés ou recyclés.

3. Statistiques des collectes

60% des vêtements collectés sont en suffisamment bon état pour être remis en boutique.

Sarah voudrait déterminer la probabilité qu'un vêtement collecté soit féminin et puisse être remis en boutique.

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

60% des vêtements collectés peuvent être remis en boutique.

2/3 soit 0,667 des vêtements collectés sont féminins.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

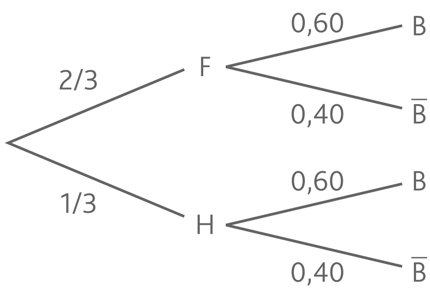
Noter les événements :

F : « le vêtement est féminin »

B : « le vêtement peut être remis en boutique »

Déterminer $p(F \cap B)$ avec $p(F) = 2/3$ et $p(B) = 0,6$

Ou utiliser l'arbre de probabilités ci-contre.



3 Rédiger la solution

$p(F \cap B) = 2/3 \times 0,6 = 0,4$.

La probabilité qu'un vêtement collecté soit féminin et puisse être remis en boutique est de 40%.

1 Construire un arbre de probabilité pondéré

Activité 1 **Combien d'ouvrages doivent être remis en état ?**

La bibliothèque municipale propose en prêt des livres, des albums de BD et des revues.
Chaque mois, la responsable fait le bilan des ouvrages prêtés et de ceux qui reviennent détériorés et nécessitent une remise en état.
Sur 100 ouvrages prêtés, elle constate que :
– 40 sont des livres dont 10% doivent être remis en état ;
– 25 sont des albums de BD dont 5 sont détériorés ;
– le reste est composé des revues dont 60% sont encore en bon état.

S'approprier

1. En utilisant les renseignements ci-dessus, compléter le tableau croisé d'effectifs suivant.

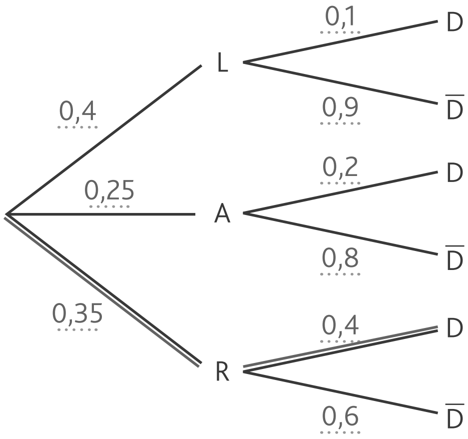
État des ouvrages	Livres (L)	Albums de BD (A)	Revues (R)	Total
Détériorés D	4	5	14	23
En bon état $\overline{D}$	36	20	21	77
Total	40	25	35	100

Réaliser

2. Un ouvrage est choisi au hasard et l'on note les événements suivants :
L : « l'ouvrage prêté est un livre »,
A : « l'ouvrage prêté est un album de BD »,
R : « l'ouvrage prêté est une revue »,
D : « l'ouvrage prêté est détérioré ».
Calculer les probabilités : $p(L) =$ 0,4 ; $p(A) =$ 0,25 ; $p(R) =$ 0,35

> **!** *Probabilité d'un événement A :*
> $$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

3. L'arbre de probabilités suivant représente cette situation.



> **!** *Un arbre de probabilités représente une situation composée de plusieurs événements.*
> *Chaque branche aboutit à un nœud représentant un événement. La probabilité de cet événement est indiquée sur la branche correspondante.*

Noter les probabilités des événements L, A et R sur les branches du 1er niveau de l'arbre.

4. Calculer les probabilités conditionnelles :

$p_L(D) =$ 0,1 $\quad p_L(\overline{D}) =$ 0,9
$p_A(D) =$ 0,2 $\quad p_A(\overline{D}) =$ 0,8
$p_R(D) =$ 0,4. $\quad p_R(\overline{D}) =$ 0,6

> **!** *La probabilité conditionnelle de B connaissant A est notée $p_A(B)$.*
> *Elle se calcule par la relation :*
> $$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Noter ces probabilités sur les branches du 2e niveau de l'arbre.

Analyser Raisonner

5. Colorer en rouge le chemin correspondant à $R \cap D$.
En déduire la probabilité pour qu'un ouvrage pris au hasard soit une revue détériorée.
$p(R \cap D) = 0{,}35 \times 0{,}4 = 0{,}14$ soit 14%

➔ ***La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités de ses branches.***

2 Exploiter un arbre de probabilité pondéré

Activité 2 **Qui va gagner le combat ?**

Paul aborde la dernière épreuve de sa partie de jeu vidéo. Il doit affronter un des deux combattants, Shiva ou Baro, désigné au hasard soit avec une probabilité de 50% pour chacun.

Paul estime à une chance sur cinq la possibilité de vaincre Shiva et une chance sur deux celle de vaincre Baro.

Il voudrait connaître la probabilité de gagner la partie.

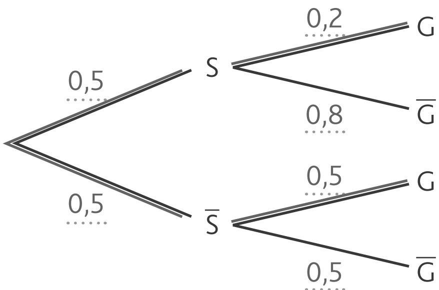
S'approprier

1. On note S l'événement « Paul combat Shiva » et G l'événement « Paul gagne ».
Définir par une phrase :

– l'événement $\overline{S}$: Paul combat Baro

– l'événement $\overline{G}$: Paul perd

2. Ces événements figurent aux nœuds de l'arbre de probabilités suivant.



> **!** *La somme des probabilités portées par les branches issues d'un même nœud est égale à 1.*

Indiquer sur chaque branche la probabilité de l'événement où elle aboutit.

Réaliser

3. a. Que représente l'événement S∩G ? Le définir par une phrase.

C'est l'intersection des événements S et G.

L'événement S∩G correspond à « Paul combat Shiva et gagne ».

b. Sur l'arbre, colorer le chemin correspondant à cet événement.

c. Déterminer sa probabilité.

$p(S \cap G) = 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}1.$

> **!** *Un chemin correspond à l'intersection des événements qu'il rencontre.*
> *La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités de ses branches.*

4. a. Définir par une phrase l'événement $\overline{S} \cap G$.

L'événement $\overline{S} \cap G$ correspond à « Paul combat Baro et gagne ».

b. Sur l'arbre, colorer le chemin correspondant à cet événement.

c. Déterminer sa probabilité.

$p(\overline{S} \cap G) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25.$

5. Calculer $p(G)$ en additionnant les probabilités des chemins conduisant à l'événement G.

$p(G) = 0{,}1 + 0{,}25 = 0{,}35.$

Communiquer

6. En déduire la probabilité que Paul gagne la partie quel que soit l'adversaire qu'il affronte.

Paul a 35% de chances de gagner la partie.

➔ ***La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui y conduisent.***

3 Utiliser la formule des probabilités totales

Activité 3 **Le portique va-t-il sonner ?**

À l'entrée d'un musée, un portique de sécurité détecte les objets métalliques que pourraient porter les visiteurs. Les statistiques indiquent que 2% des visiteurs passent ce portique avec un objet métallique.

Le portique sonne avec 99% des personnes portant un objet métallique mais il sonne aussi avec 3% des personnes n'en portant pas.

Un visiteur, au hasard, passe le portique. Mélanie, employée de ce musée, se demande quelle est la probabilité pour que ce visiteur ne porte pas d'objet métallique si le portique sonne.

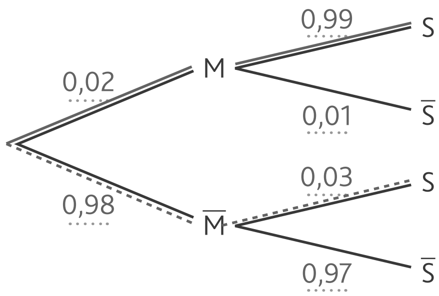
S'approprier

1. Cette situation est représentée par l'arbre de probabilités suivant. Compléter les probabilités de chaque branche.

Les événements sont notés de la manière suivante :

M : « le visiteur porte un objet métallique » ;

S : « le portique sonne ».



Réaliser

2. Colorer le chemin correspondant à l'événement $M \cap S$: « Le visiteur porte un objet métallique et le portique sonne ».

Calculer $p(M \cap S)$.

$p(M \cap S) = 0{,}02 \times 0{,}99 = 0{,}0198$

3. Colorer le chemin correspondant à l'événement $\overline{M} \cap S$: « Le visiteur ne porte pas d'objet métallique et le portique sonne ». Calculer $p(\overline{M} \cap S)$.

$p(\overline{M} \cap S) = 0{,}98 \times 0{,}03 = 0{,}0294$

Vocabulaire logique

L'événement « A et B » est réalisé si A et B sont réalisés en même temps.

Communiquer

4. En utilisant la formule des probabilités totales, déterminer la probabilité $p(S)$ que le portique sonne au passage d'un visiteur. Interpréter le résultat.

$p(S) = 0{,}0198 + 0{,}0294 = 0{,}0492$

Environ 5% (4,92%) des visiteurs font sonner le portique.

La formule des probabilités totales appliquée à un arbre indique que la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui conduisent à cet événement.

5. La probabilité que le visiteur ne porte pas d'objet métallique si le portique sonne est notée $p_S(\overline{M})$ soit la probabilité de l'événement $\overline{M}$ connaissant S.

En utilisant la relation $p_S(\overline{M}) = \dfrac{p(\overline{M} \cap S)}{p(S)}$, calculer cette probabilité et interpréter le résultat.

$p_S(\overline{M}) = \dfrac{0{,}0294}{0{,}0492} = 0{,}597$

Environ 60% des personnes faisant sonner le portique ne portent pas d'objet métallique.

Un arbre permet de calculer des probabilités conditionnelles.

4 Montrer que deux événements sont indépendants

Activité 4 **Le document a-t-il un défaut ?**

Marylin s'occupe des photocopies au service reprographie de son entreprise. Le responsable du service lui indique que 5% des documents photocopiés présentent un défaut d'impression.
40% des documents photocopiés sont en couleur, les autres sont en noir et blanc.
Un document photocopié est tiré au hasard.

A. Événements indépendants

S'approprier

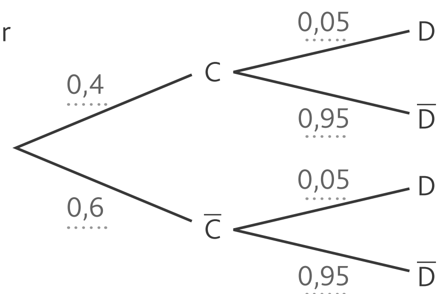
1. Les événements de la situation étudiée sont notés :
C : « le document est en couleur », **D** : « le document présente un défaut ».
Définir par une phrase l'événement $\overline{C}$:
Le document est en noir et blanc.

> **!** *Deux événements A et B sont indépendants si $p(A) = p_B(A)$.*
> *On a alors :*
> *$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$*

2. Donner les probabilités des événements :
$p(C) =$ 0,40 $\qquad p(D) =$ 0,05

Réaliser

3. Donner la probabilité conditionnelle qu'un document couleur ait un défaut, soit :
$p_C(D) =$ 0,05
Comparer cette probabilité avec $p(D)$.
Les probabilités $p(D)$ et $p_C(D)$ sont égales.



4. Compléter chaque branche de l'arbre ci-contre.

Valider

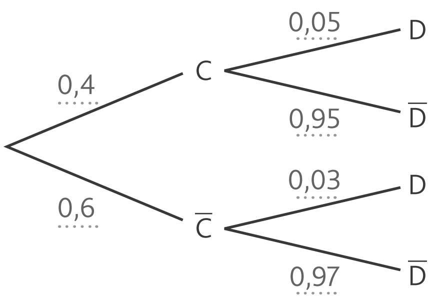
5. Vérifier que les événements C et D sont indépendants en calculant $p(C \cap D)$.
$p(C \cap D) = 0{,}4 \times 0{,}05 = 0{,}02$
$p(C \cap D) = p(C) \times p(D)$, les événements sont indépendants.

B. Événements non indépendants

En triant les documents, Marylin constate que 5% des documents en couleur ont bien un défaut. Par contre, seuls 3% des documents en noir et blanc sont défectueux.

Réaliser

1. Compléter chaque branche de l'arbre ci-contre.



2. Calculer les probabilités des chemins qui conduisent à l'événement D.
$p(C \cap D) =$ $0{,}4 \times 0{,}05 = 0{,}02$
$p(\overline{C} \cap D) =$ $0{,}6 \times 0{,}03 = 0{,}018$

3. En déduire la probabilité de l'événement D.
$p(D) =$ $0{,}02 + 0{,}018 = 0{,}038$

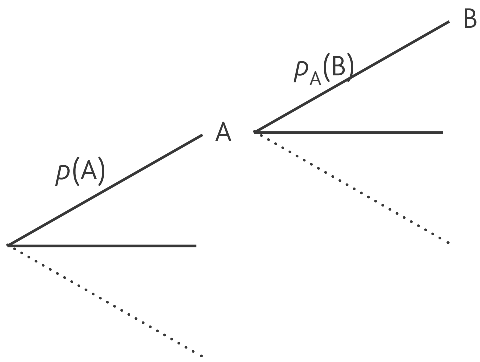
Valider

4. Vérifier que, dans ce cas, les événements C et D ne sont pas indépendants en effectuant le produit $p(C) \times p(D)$.
$p(C) \times p(D) = 0{,}4 \times 0{,}038 = 0{,}0152$
$p(C \cap D) = 0{,}02$ soit $p(C \cap D) \neq p(C) \times p(D)$. Les événements ne sont pas indépendants.

➔ ***Deux événements A et B sont indépendants si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.***

A. Arbre de probabilités

Un arbre de probabilités représente une situation aléatoire donnée.
Les nœuds de l'arbre modélisent les événements de la situation.
Chaque branche porte la probabilité de l'événement auquel elle aboutit. La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.
Un chemin est constitué de branches successives. La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées par les branches qui le constituent.



$p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$

B. Probabilité totale

Dans un arbre de probabilité, plusieurs chemins peuvent conduire à un événement.
D'après la formule des probabilités totales, la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui conduisent à cet événement.

C. Événements indépendants

Deux événements sont indépendants si la réalisation de l'un ne change pas la probabilité de l'autre. Si deux événements A et B sont indépendants alors $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.
Dans ce cas : $p(A) = p_B(A)$ et $p(B) = p_A(B)$.

> ***Vocabulaire logique***
> *A et B sont indépendants*
> $\Leftrightarrow$
> $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

MÉTHODE Exercices 7, 9, 10 et 13

Utiliser la formule des probabilités totales

Une machine fabrique des pièces de couleur rouge ou bleue. 60% de la production est rouge, le reste bleu. 5% des pièces rouges et 10% des pièces bleues sont défectueuses.
Quelle est la probabilité qu'une pièce, prise au hasard dans la production, soit défectueuse ?

Démarche

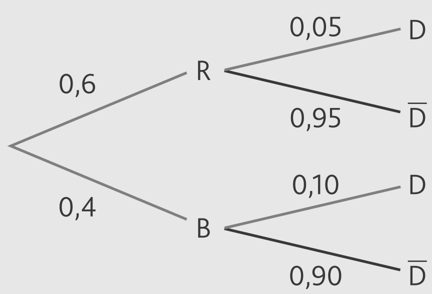
- Désigner chaque événement par une lettre.

Solution

Les événements sont notés :
R : « la pièce est rouge » ;
B : « la pièce est bleue » ;
D : « la pièce est défectueuse ».

- Représenter la situation par un arbre de probabilité pondéré.

La situation est représentée par l'arbre suivant :



- Déterminer la probabilité de chaque chemin conduisant à l'événement recherché.

Deux chemins conduisent à l'événement D :
$p(R \cap D) = 0,6 \times 0,05 = 0,03$
$p(B \cap D) = 0,4 \times 0,10 = 0,04$

- Additionner les probabilités de tous les chemins conduisant à l'événement recherché.

$p(D) = 0,03 + 0,04 = 0,07$.
La probabilité qu'une pièce soit défectueuse est de 7%.

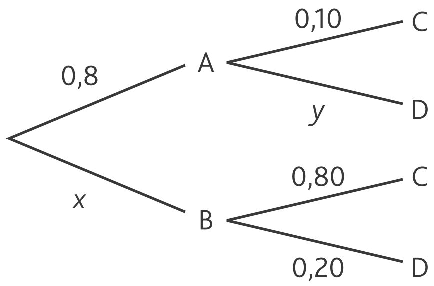
Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Utiliser un arbre de probabilité pondéré

Une situation aléatoire est représentée par l'arbre de probabilité ci-contre.



a. Déterminer la probabilité x.	☐ 0,08	☑ 0,2	☐ 0,9
b. Déterminer la probabilité y.	☐ 0,08	☐ 0,2	☑ 0,9
c. Calculer $p(A \cap C)$.	☑ 0,08	☐ 0,2	☐ 0,9

2 Utiliser la formule des probabilités totales

En utilisant l'arbre de probabilité ci-dessus :

a. Donner le nombre de chemins conduisant à l'événement C.	☐ 1	☑ 2	☐ 4
b. Compléter l'égalité : $p(A \cap C) + p(B \cap C) =$	☐ $p(A)$	☐ $p(B)$	☑ $p(C)$
c. Calculer $p(C)$	☐ 0,20	☑ 0,24	☐ 0,60

3 Reconnaître des événements indépendants

Deux événements A et B sont tels que : $p(A) = 0{,}5$; $p(B) = 0{,}8$; $p(A \cap B) = 0{,}4$

a. Caractériser les événements A et B.

☑ indépendants ☐ équiprobables

b. Déterminer la probabilité conditionnelle de A connaissant B soit $p_B(A)$.

☐ 0,4 ☑ 0,5 ☐ 0,8

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10546-qcm2

4 Exploiter une représentation de données

Fiche méthode p. 107

Le tableau croisé d'effectifs ci-contre donne les effectifs de deux événements A et B. Lire l'effectif :

– de l'événement A : 50

– de l'événement B : 15

– de l'événement $A \cap B$: 10

	B	$\overline{B}$	Total
A	10	40	50
$\overline{A}$	5	25	30
Total	15	65	80

5 Calculer une probabilité

Fiche méthode p. 107

En utilisant le tableau ci-dessus, déterminer :

a. la probabilité $p(A)$ de réaliser l'événement A : $\frac{50}{80} = 0{,}625$

b. la probabilité $p(B)$ de réaliser l'événement B : $\frac{15}{80} = 0{,}1875$

c. Déterminer la probabilité $p(A \cap B)$: $\frac{10}{80} = 0{,}125$

6 Calculer une probabilité conditionnelle

Fiche méthode p. 107

En utilisant le tableau ci-dessus, déterminer :

a. la probabilité de B « sachant A » : $p_A(B)$: $\frac{10}{50} = 0{,}2$

b. la probabilité de A « sachant B » : $p_B(A)$: $\frac{10}{15} = 0{,}67$

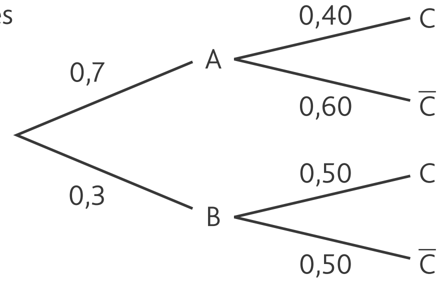
7 En utilisant l'arbre de probabilité ci-contre, déterminer les probabilités suivantes.

$p(B) =$ 0,3

$p(A \cap C) =$ $0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}28$

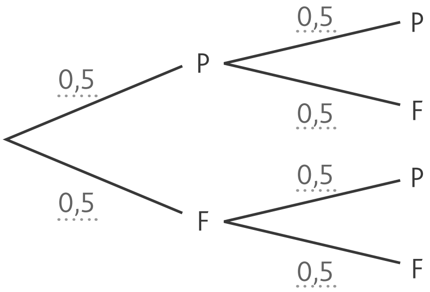
$p(B \cap C) =$ $0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$

$p(C) =$ $0{,}28 + 0{,}15 = 0{,}43$



8 Une pièce de monnaie équilibrée est lancée deux fois. On note les événements suivants :
P : « le résultat est Pile », F : « le résultat est Face ».

1. Compléter l'arbre de probabilité pondéré représentant cette situation.



2. Déterminer la probabilité d'avoir Pile aux deux lancers.

$p(P \cap P) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25.$

3. Déterminer la probabilité d'avoir Pile au premier lancer puis Face au deuxième.

$p(P \cap F) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25.$

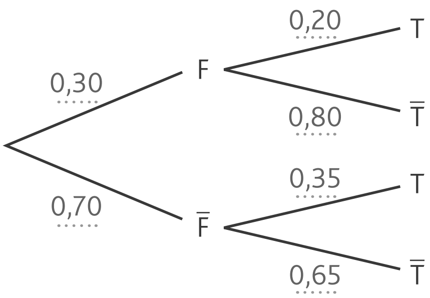
9 D'après les statistiques du lycée :
– 30% des élèves sont des filles ;
– 35% des élèves garçons et 20% des filles mesurent plus de 1,80 m.
Un élève est choisi au hasard.
Cette situation est représentée par l'arbre de probabilités ci-dessous où F désigne l'événement « l'élève est une fille » et T, l'événement « l'élève mesure plus de 1,80 m ».

1. Définir par une phrase les événements $\overline{F}$ et $\overline{T}$.

$\overline{F}$: l'élève est un garçon

$\overline{T}$: l'élève mesure moins de 1,80 m

2. Noter sur l'arbre la probabilité de chaque branche.



3. Définir par une phrase l'événement $F \cap T$.

L'élève est une fille de plus de 1,80 m.

Calculer $p(F \cap T)$.

$p(F \cap T) = 0{,}30 \times 0{,}20 = 0{,}06$

4. Définir par une phrase l'événement $\overline{F} \cap T$.

L'élève est un garçon de plus de 1,80 m.

Calculer $p(\overline{F} \cap T)$.

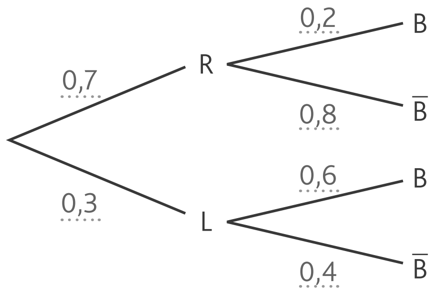
$p(\overline{F} \cap T) = 0{,}70 \times 0{,}35 = 0{,}245$

5. En déduire la probabilité $p(T)$ $p(T) = 0{,}06 + 0{,}245 = 0{,}305$

Interpréter ce résultat par une phrase.

On peut estimer que 30,5% des élèves du lycée mesurent plus de 1,80 m.

10 Une fleuriste doit composer des bouquets. Parmi les fleurs dont elle dispose, 70% sont des roses dont 20% sont blanches, le reste est constitué de lys dont 60% sont blancs.
Elle choisit une fleur au hasard. La situation est représentée par l'arbre de probabilité pondéré ci-dessous avec les notations :
R : « La fleur est une rose » ;
L : « La fleur est un lys » ;
B : « La fleur est blanche ».



1. Compléter les probabilités sur chaque branche de l'arbre.

2. Calculer les probabilités :
$p(R \cap B) =$ $0,7 \times 0,2 = 0,14$

$p(L \cap B) =$ $0,3 \times 0,6 = 0,18$

3. En déduire la probabilité que la fleur choisie au hasard soit blanche.
$p(B) =$ $0,14 + 0,18 = 0,32$.

Il y a 32% de chances que la fleur choisie soit blanche.

11 Une carte est tirée au hasard dans un jeu de 32 cartes. Soient les événements :
A : « La carte tirée est une figure » ;
B : « La carte tirée est un cœur ».

1. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$.
La carte est une figure de cœur.

2. Calculer les probabilités :

$p(A) = \dfrac{12}{32} = 0,375$; $p(B) = \dfrac{8}{32} = 0,25$;

$p(A \cap B) = \dfrac{3}{32} = 0,09375$

> **!** *Probabilité d'un événement A :*
> $p(A) = \dfrac{\textit{nombre de cas favorables}}{\textit{nombre de cas possibles}}$

3. Effectuer le produit $p(A) \times p(B)$: $0,375 \times 0,25 = 0,09375$

Comparer le résultat obtenu avec $p(A \cap B)$ Le résultat est le même.

4. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
oui. $p(A) \times p(B) = p(A \cap B)$.

12 Une carte est tirée au hasard dans un jeu avec 32 cartes et 2 jokers. Soient les événements :
A : « La carte tirée est une figure » ;
B : « La carte tirée est un cœur ».

1. Calculer les probabilités :

$p(A) = \dfrac{12}{34} = 0,353$; $p(B) = \dfrac{8}{34} = 0,235$;

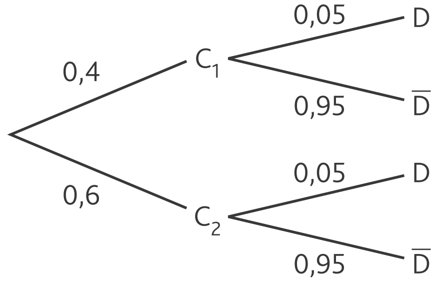
$p(A \cap B) = \dfrac{3}{34} = 0,0882$

2. Effectuer le produit $p(A) \times p(B)$: $0,353 \times 0,235 = 0,0829$

Comparer le résultat obtenu avec $p(A \cap B)$ Le résultat est différent.

3. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
non. $p(A) \times p(B) \neq p(A \cap B)$.

13 Une entreprise possède deux chaînes de fabrication. Un certain nombre de pièces produites présentent un défaut. Les probabilités qu'une pièce prise au hasard présente un défaut figurent sur les branches de l'arbre de probabilités ci-contre.



Notation des événements de l'arbre :

– C_1 : « la pièce est fabriquée par la chaîne 1 » ;

– C_2 : « la pièce est fabriquée par la chaîne 2 » ;

– D : « la pièce présente un défaut ».

1. Lire sur l'arbre les probabilités des événements suivants :

La pièce est fabriquée par la chaîne 1 : $p(C_1) =$ 0,4

La pièce, fabriquée par la chaîne C_1, est défectueuse : $p_{C_1}(D) =$ 0,05

2. Calculer les probabilités des événements suivants :

La pièce est fabriquée par la chaîne C_1 et elle est défectueuse : $p(C_1 \cap D) =$ $0{,}4 \times 0{,}05 = 0{,}02$

La pièce est fabriquée par la chaîne C_2 et elle est défectueuse : $p(C_2 \cap D) =$ $0{,}6 \times 0{,}05 = 0{,}03$

La pièce est défectueuse : $p(D) =$ $0{,}02 + 0{,}03 = 0{,}05$

3. Les événements C_1 et D sont-ils indépendants ?(justifier la réponse)

Oui. $p(C_1 \cap D) = p(C_1) \times p(D)$.

14 Fred vient d'avoir 21 ans. Il lance successivement deux dés pour afficher son âge.

1. Calculer la probabilité que le résultat du lancer du premier dé soit un 2.

$p(2) = \frac{1}{6}$

2. Calculer la probabilité que le résultat du lancer du deuxième dé soit un 1.

$p(1) = \frac{1}{6}$

3. Les résultats des lancers des deux dés sont-ils indépendants ? (justifier la réponse)

Oui. Le résultat d'un dé ne change pas le résultat de l'autre.

4. En déduire la probabilité d'obtenir l'âge de Fred avec ce lancer.

$p(2\,;1) = p(2) \times p(1) = \frac{1}{36} \approx 0{,}0278$

Utiliser l'algorithmique et la programmation

15 Pour estimer la probabilité d'obtenir 21 avec deux dés, Fred a imaginé l'algorithme suivant. Il simule ainsi 10 000 lancers des deux dés.

```
S ← 0
Répéter 10 000 fois :
    x ← nombre aléatoire entre 1 et 6.
    y ← nombre aléatoire entre 1 et 6.
    Si x = 2 et y = 1 :
        S = S + 1
Fin de répéter
p ← S/10 000
Afficher p
```

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme.

2. Exécuter 5 fois ce programme et noter les résultats p obtenus. (selon simulation)

0,0278	0,028	0,0299	0,0284	0,026

3. Faire la moyenne des résultats obtenus et comparer avec la probabilité de la dernière question de l'exercice 14.

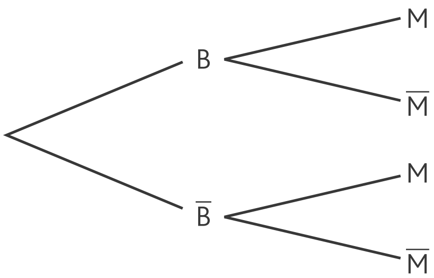
Moyenne = 0,028, très proche de la probabilité de 0,0278.

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

16 Distributeur de boisson ✪

Le distributeur de boissons du lycée pose parfois problème. Dans 4% des cas, la boisson n'est pas distribuée ou ne correspond pas à celle choisie. Dans 5% des cas, la monnaie n'est pas rendue correctement.
Un élève au hasard choisit une boisson et la paie.

1. Cette situation est représentée par l'arbre de probabilité suivant avec les notations des événements :
B : « l'élève obtient la boisson commandée » ;
M : « la monnaie est correctement rendue ».
Compléter la probabilité de chaque branche.



2. Définir par une phrase l'événement $B \cap M$.
Calculer sa probabilité.

3. En déduire le pourcentage d'élèves satisfaits du distributeur.

17 Rayon lecture ✪✪✪

Le CDI du lycée comporte un rayon où sont réunis 120 livres de science-fiction et 80 romans fantastiques.
Parmi les livres de science-fiction, 50% sont d'un auteur français alors que seuls 30% des auteurs des romans fantastiques sont français.
Un lecteur choisit un livre au hasard dans ce rayon. On considère les événements suivants :
S : « Le livre choisi est de science-fiction » ;
F : « L'auteur est français ».

1. Calculer la probabilité p(S).

2. Représenter la situation par un arbre de probabilité pondéré.

3. Déterminer la probabilité que l'auteur du livre choisi soit français.

➔ Méthode p. 24

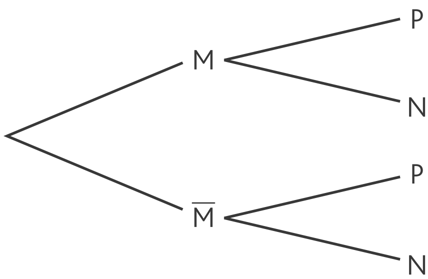
Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

18 Dépistage de maladie ✪✪

Le virus d'une maladie infecte 10% de la population. Pour savoir si une personne est atteinte par le virus, un laboratoire a mis au point un test.

Le test est positif chez 96% des personnes atteintes (soit 4% de faux négatifs).
Le test est négatif chez 99% des personnes saines (soit 1% de faux positifs).

1. L'arbre de probabilités suivant représente la situation avec les notations des événements :
M : « la personne est atteinte par la maladie » ;
P : « le test est positif » ;
N : « le test est négatif ».
Compléter la probabilité de chaque branche.



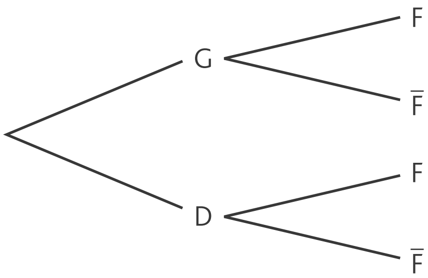
2. Une personne est testée au hasard dans la population. Calculer la probabilité des événements suivants :
a. « La personne est atteinte par la maladie et son test est positif » soit $p(M \cap P)$.
b. « La personne n'est pas atteinte par la maladie et son test est positif » soit $p(\overline{M} \cap P)$.
c. « Le test est positif » soit $p(P)$.

3. Une personne passe le test et le résultat est positif. Calculer la probabilité qu'elle soit atteinte par la maladie soit $p_P(M)$.

> **!** *Probabilité conditionnelle de M sachant P :*
> $$p_P(M) = \frac{p(M \cap P)}{p(P)}$$

19 Gaucher ou droitier ✪✪

On estime que 12% des habitants du pays sont gauchers. La classe de Mike est composée de 5 filles et 20 garçons dont un certain nombre doivent être gauchers.
Pour estimer les différentes probabilités liées à cette situation, Mike la représente par l'arbre ci-dessous avec les notations :
– G : « l'élève est gaucher » ;
– D : « l'élève est droitier » ;
– F : « l'élève est une fille ».



1. Calculer la probabilité $p(F)$ qu'un élève de la classe, choisi au hasard, soit une fille.

2. Indiquer les probabilités des différents événements sur chaque branche de l'arbre.

3. Définir par une phrase l'événement $G \cap \overline{F}$.
Calculer $p(G \cap \overline{F})$.

4. Les événements G et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

20 Soldes d'été ✪

Les tee-shirts soldés sont proposés aux clients, mélangés dans un bac.
60% de ces tee-shirts sont sans manches, les autres sont à manches courtes.
La moitié des tee-shirts proposés sont rouges, un tee-shirt sur 5 est jaune, le reste est bleu.
Sophie prend au hasard un tee-shirt dans le bac.

1. Déterminer la probabilité que le tee-shirt soit à manches courtes.

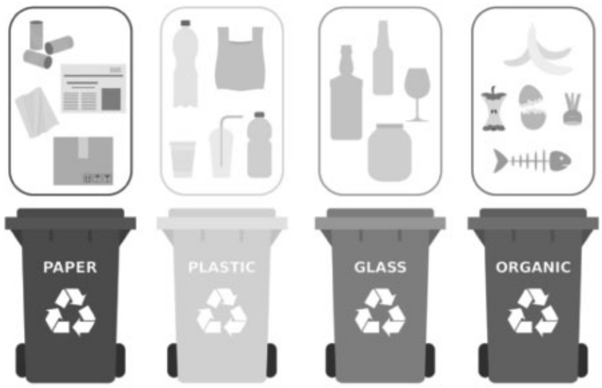
2. Déterminer la probabilité que le tee-shirt soit bleu.

3. En déduire la probabilité que le tee-shirt choisi soit bleu et à manches courtes.

> **!** *La couleur et la forme du tee-shirt sont des événements indépendants.*

21 Développement durable ✪✪

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée pour connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.
L'enquête révèle que 70% des élèves sont sensibles au développement durable.
Parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80% pratiquent le tri sélectif.



Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, il y en a 10% qui pratiquent le tri sélectif.
Un élève du lycée est interrogé au hasard.
On considère les événements suivants :
S : « L'élève interrogé est sensible au développement durable » ;
T : « L'élève interrogé pratique le tri sélectif ».

1. Construire un arbre de probabilités pondéré décrivant la situation.

2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.

3. Montrer que la probabilité $p(T)$ de l'événement T est 0,59.

4. On interroge un élève qui pratique le tri sélectif. Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont supérieures à 90% ?

> **!** *La probabilité qu'un élève soit sensible au développement durable sachant qu'il pratique le tri sélectif se note $p_T(S)$.*

22 Carte de réduction ✪✪

Maya tient la caisse d'une parfumerie. À l'occasion des fêtes de fin d'année, elle constate que 75% des clients présentent un bon ou une carte donnant droit à une réduction. La moitié de ces clients ayant une réduction font plus de 100 € d'achats.
Parmi les autres clients, sans réduction, seuls 30% font un achat de plus de 100 €.

On note les événements suivants :
A : « le client a une réduction » ;
B : « le client fait un achat de plus de 100 € ».

1. Construire un arbre de probabilité pour représenter cette situation.

2. Déterminer la probabilité de l'événement : « le client a une réduction et fait un achat de plus de 100 € ».

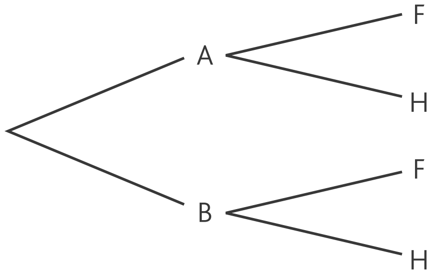
3. Déterminer la probabilité de l'événement : « le client n'a pas de réduction et fait un achat de plus de 100 € ».

4. En déduire la probabilité que le client, choisi au hasard, fasse un achat de plus de 100 €.

23 Répartition du personnel ✪✪✪

Dans une entreprise, 80% des employés travaillent à l'atelier de production contre 20% dans les bureaux de l'administration.
Dans les ateliers, 40% du personnel est féminin. Dans les bureaux, 6 employés sur 10 sont des femmes. Le directeur pense ainsi respecter la parité hommes-femmes.
Un employé de l'entreprise est choisi au hasard et l'on note les événements :
A : « l'employé travaille à l'atelier » ;
B : « l'employé travaille dans les bureaux » ;
F : « l'employé est une femme » ;
H : « l'employé est un homme ».

1. Compléter les probabilités sur les branches de l'arbre suivant.



2. Combien de chemins conduisent à l'événement F ? Déterminer leurs probabilités.

3. Quelle est la probabilité que l'employé choisi au hasard soit une femme ?

4. L'entreprise respecte-t-elle la parité hommes-femmes ?

Méthode p. 24

24 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Au restaurant

Le restaurant où Maeva effectue son stage propose à ses clients deux formules midi. Elle constate que 8 clients sur 10 prenant la formule « Plat-dessert » et 3 clients sur 5 prenant la formule « Entrée-Plat-Dessert » prennent un café en fin de repas.

Maeva voudrait connaître la probabilité qu'un client prenant une formule midi prenne aussi un café.

1. Le restaurant de Maeva

Formule midi
(sauf samedi, dimanche et jours fériés)
Entrée – Plat du jour – Dessert : 12 €
Plat du jour – Dessert : 9 €

2. Ardoise du restaurant

Parmi les clients prenant une formule midi, 70% choisissent la formule « Plat – Dessert ».

3. Commentaire du patron

Vers le CCF

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Représenter par un arbre de probabilités pondéré une situation aléatoire Déterminer les probabilités des événements associés aux différents chemins. Calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales.		
Connaissances	Arbre de probabilités pondéré : nœud, branche, chemin. Formule des probabilités totales.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1, 2	
	Réaliser	3, 4	
	Communiquer	5	
	Valider	6	
			/10

Situation

L'entreprise Net'vert est spécialisée dans les produits ménagers Ecolabel. Elle propose un nettoyant multi-usage à base de bicarbonate de soude. Ce produit est conditionné en flacons de 0,5 L, 1 L et 1,5 L. À la mise en service de la chaîne de remplissage des flacons, un test sur 1 000 flacons est réalisé. Un réglage de la machine sera nécessaire si 10% des flacons ne sont pas correctement remplis.

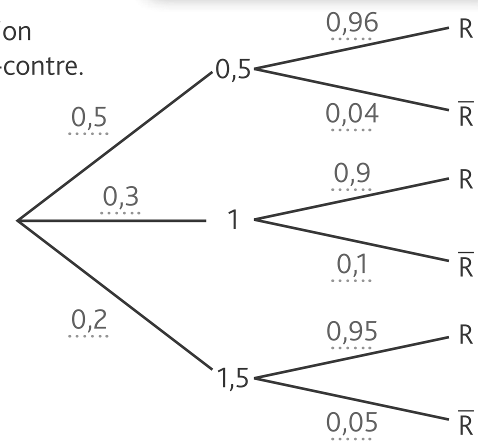
1. Les résultats du test sont présentés par le tableau croisé d'effectifs ci-dessous. Le compléter.

Modèle / Résultat	Flacon 0,5 L	Flacon 1 L	Flacon 1,5 L	Total
Remplissage correct	480	270	190	940
Remplissage défectueux	20	30	10	60
Total	500	300	200	1 000

Les produits possédant un Ecolabel respectent un cahier des charges visant à réduire leur impact sur l'environnement.

Le bicarbonate de soude est un produit naturel totalement biodégradable.

2. Le responsable du test prend au hasard un flacon de la production et représente la situation par l'arbre de probabilités pondéré ci-contre.
Notation des événements :
0,5 : « *Le flacon est de 0,5 L* », **1** : « *Le flacon est de 1 L* »,
1,5 : « *Le flacon est de 1,5 L* », **R** : « *Le remplissage est correct* ».
Indiquer les probabilités sur chaque branche de cet arbre.



3. Calculer les probabilités des chemins conduisant à l'événement R.

$p(0{,}5 \cap R) = 0{,}5 \times 0{,}96 = 0{,}48$

$p(1 \cap R) = 0{,}3 \times 0{,}9 = 0{,}27$

$p(1{,}5 \cap R) = 0{,}2 \times 0{,}95 = 0{,}19$

4. En utilisant la formule des probabilités totales, déterminer la probabilité qu'un flacon, pris au hasard dans la production, soit correctement rempli.

$p(R) = 0{,}48 + 0{,}27 + 0{,}19 = 0{,}94$

5. Indiquer si un réglage de la machine est nécessaire.

Non. Les flacons sont correctement remplis à 94% soit 6% de mauvais remplissages.

6. Vérifier ce résultat en utilisant les valeurs du tableau croisé d'effectifs.

Nombre de flacons mal remplis = 60. Nombre total de flacons = 1 000.

Pourcentage de mauvais remplissage = 6%. Un réglage est inutile.

3 Chapitre

Suites numériques

Vous allez apprendre à…

- ✔ Calculer un terme de rang donné d'une suite géométrique.
- ✔ Réaliser une représentation graphique d'une suite géométrique .
- ✔ Calculer la somme des *n* premiers termes d'une suite géométrique.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION Réduction des émissions de pollution

L'usine Batiplus est spécialisée dans la fabrication des matériaux pour le bâtiment. Cette production conduit à des rejets de gaz polluants dans l'atmosphère. Pour atteindre les objectifs fixés par l'UE, l'usine met en place une série de mesures destinées à diminuer ses émissions de dioxyde de soufre de 10 % chaque année.

Chargé de mettre en œuvre ces mesures, Aziz veut savoir au bout de combien d'années l'usine aura réduit de moitié ses émissions de dioxyde de soufre.

1. Les cheminées de l'usine Batiplus

Certains exploitants d'installations polluantes paient la taxe générale sur les activités polluantes (TGAP). Introduite en 1999, elle a pour but de dissuader les industriels de polluer car plus leur activité pollue, plus le montant de la taxe à payer sera élevé (principe du pollueur-payeur).

2. Redevance pour la pollution non domestique

« Les nouvelles directives européennes imposent à notre entreprise de réduire ses émissions de dioxyde de soufre (SO_2) dans l'air de 50 %. (…) Cette année, notre usine a rejeté une masse de 1 500 kg de SO_2 dans l'air. »

3. Extrait de la note de service interne Batiplus n° 1024

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Masse rejetée annuelle : $M = 1\,500$ kg ; une diminution de 10 % chaque année.

Objectif : réduction de 50 % d'émission de SO_2.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Les émissions annuelles de l'usine forment une suite géométrique de premier terme $u_1 = 1\,350$ (masse rejetée au bout d'un an) et de raison $q = 0{,}9$ (diminution de 10 %). Trouver, à l'aide d'un tableur, les 10 premiers termes de la suite (voir fichier tableur C3_investigation_correction mis à disposition).

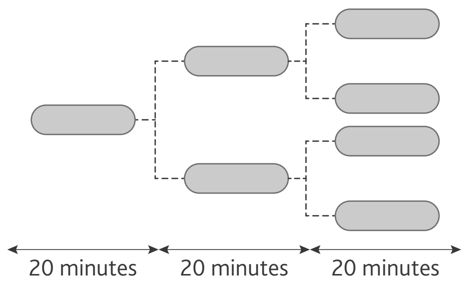
3 Rédiger la solution

L'usine réussira à réduire ses émissions de SO_2 de 50 % d'ici 7 années.

1 Reconnaître et représenter graphiquement une suite géométrique

Activité 1 **Comment se multiplient les bactéries ?**

Lors d'un stage de formation organisé par la mairie pour le personnel de restauration collective, Sophie apprend que les salmonelles sont des bactéries qui se multiplient très vite. Lorsque les conditions sont favorables, le nombre de bactéries peut se multiplier par deux toutes les 20 minutes. On note $u_1 = 1$ le nombre initial de bactéries, u_2 le nombre de bactéries au bout de 20 minutes, u_3 le nombre de bactéries au bout de 40 minutes et ainsi de suite.



S'approprier

1. Compléter le tableau suivant.

Temps (min)	0	20	40	60
Nombre de bactéries	$u_1 = 1$	$u_2 = 2$	$u_3 =$ 4	$u_4 =$ 8

> **!** *Si q est une valeur constante, alors les termes u_1 ; u_2 ; … u_n forment une suite géométrique. q est alors la raison de la suite.*

2. Calculer les rapports suivants : $\frac{u_2}{u_1} =$ 2. $\frac{u_3}{u_2} =$ 2. $\frac{u_4}{u_3} =$ 2.

Que constate-t-on pour les valeurs obtenues ? Elles sont égales.

Réaliser

3. On note $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$. Donner la valeur q, raison de la suite de nombres (u_1 ; u_2 ; ……… u_n).

$q =$ 2.

4. Déterminer le nombre de bactéries au bout de 2 heures.

À 80 min, $u_5 = 16$, à 100 min, $u_6 = 32$, au bout de 2 h (120 min), $u_7 = 64$ bactéries.

5. Parmi ces quatre relations, quelle est celle qui correspond à la suite étudiée ?

- ☐ $u_{n+1} = u_n + 2$
- ☑ $u_{n+1} = 2 \times u_n$
- ☐ $u_{n+1} = u_n - 2$
- ☐ $u_{n+1} = (u_n)^2$

6. Le nombre de bactéries au bout de 4 heures est $u_{13} = 4\,096$.

À l'aide d'une calculatrice, déterminer u_{12} ; u_{14} ; u_{15}.

$u_{12} = 2\,048$; $u_{14} = 8\,192$; $u_{15} = 16\,384$.

Communiquer

7. On a représenté graphiquement les quatre premiers termes de la suite géométrique dans le repère orthogonal ci-contre.

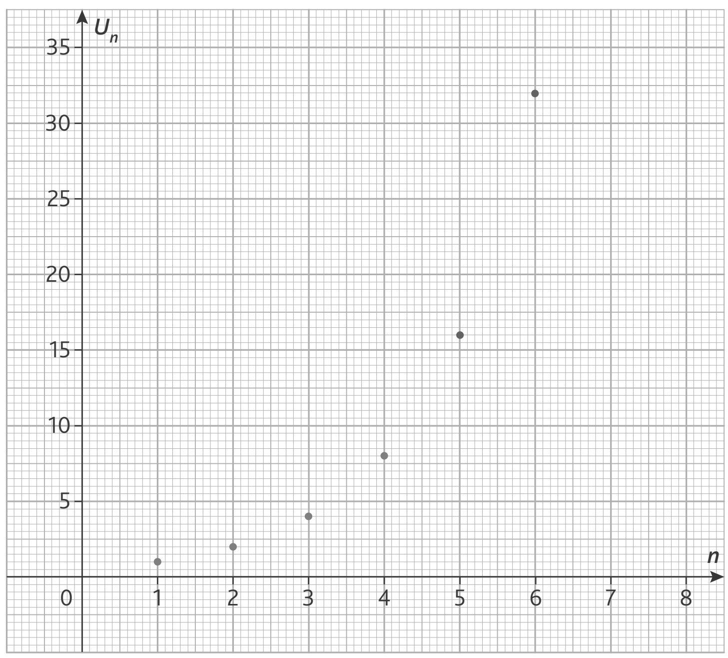
a. Placer les points représentant les termes u_5 et u_6.

b. Les points représentant la suite sont-ils alignés ?

Non.

c. Quel est le sens de variation de la suite ?

Croissante.



➔ ***Le rapport de deux termes consécutifs d'une suite géométrique est constant.***

2 Déterminer un terme d'une suite géométrique

Activité 2 **L'investissement est-il rentable ?**

Une entreprise qui fabrique des ramettes de papier envisage d'investir dans un nouveau massicot. Pour qu'un tel investissement soit rentable, il faudrait que la production ait doublé à la fin de la quinzième année. La croissance de production est estimée à 9 % par an. La production u_1 à la fin de la première année est : $u_1 = 25\,000$ ramettes.

S'approprier

A. Modélisation de l'évolution de la tension

1. On note u_1 la production à la fin de la 1re année : $u_1 = 25\,000$ ramettes. Calculer la production u_2 de la deuxième année.

$u_2 = 27\,250$ ramettes

2. Compléter le tableau suivant, en arrondissant les résultats à l'unité.

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
25 000	27 250	29 703	32 376	35 290

3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser la raison de cette suite.

C'est une suite géométrique de raison $q = 1{,}09$.

4. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_{10} = 25\,000 \times 1{,}09^{n-1}$

Les termes d'une suite géométrique peuvent être calculés à partir de la raison q et du premier terme u_1 grâce à la relation suivante : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

Réaliser

B. Prévision de tension

1. Calculer u_{10}.

$u_n = 25\,000 \times 1{,}09^9 = 54\,297{,}33$

2. En déduire la production la dixième année.

La dixième année, la production sera de 54 297 ramettes.

3. Sur la feuille de calcul d'un tableur, reproduire le tableau représenté ci-contre. Pour cela, saisir en colonne A, les nombres d'années ; en colonne B, les productions de l'année.

	A	B
1	Années	Production
2	1	25 000
3	2	27 250

Communiquer

4. Le directeur de l'entreprise sait que l'investissement sera rentable quand la production aura doublé.

a. Écrire l'équation permettant de déterminer le nombre d'années nécessaires pour doubler la production.

$50\,000 = 25\,000 \times 1{,}09^{n-1}$.

TUTO
Programmer une suite géométrique avec un tableur
→ www.lienmini.fr/10548-tuto4

b. En utilisant le tableur, estimer la solution de cette équation.

Entre la neuvième et la dixième année.

c. En déduire si l'investissement est rentable.

La durée nécessaire pour doubler la production est inférieure à 15 ans : l'investissement est donc rentable.

Un terme d'une suite géométrique s'obtient à partir du premier terme u_1 et de la raison q.

3 Calculer la somme des termes d'une suite géométrique

Activité 3 **Quel est le montant total du remboursement d'un emprunt ?**

Pour financer l'achat de cinq machines à commande numérique, l'entreprise Alpha-Usinage contracte un emprunt sur 10 ans. Chaque versement annuel augmente de 5 % par rapport au précédent. La première annuité est de 20 000 €. Le comptable de l'entreprise veut connaître le montant total du remboursement de cet emprunt.

*Une **annuité** est une somme d'argent versée annuellement par un emprunteur pour rembourser une dette. Elle est constituée d'une partie du capital emprunté, ainsi que des intérêts dus. Elle peut être variable ou constante d'une année à l'autre.*

S'approprier

A. Calcul des annuités

Soient u_1, u_2, …, u_{10} les montants des dix annuités.

1. Compléter le tableau suivant.

Annuité (rang n)	1	2	3
Montant (€)	$u_1 = 20\,000$	$u_2 =$ 21 000	$u_3 =$ 22 050

2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser la raison de cette suite.

C'est une suite géométrique de raison $q = 1{,}05$.

3. Calculer directement la dixième annuité u_{10}.

$u_{10} = 20\,000 \times 1{,}05^9 = 31\,026{,}56$

Réaliser

B. Montant total du remboursement

1. On cherche à déterminer le montant total de remboursement de l'emprunt à l'aide d'un tableur.

a. Ouvrir la feuille de calcul d'un tableur et reproduire le début du tableau ci-dessous.

b. Parmi les propositions suivantes, choisir la formule à saisir en **B3**.

- ☐ =B2*0,05
- ☑ =B2*1,05
- ☐ =B2+5/100

	A	B
1	Annuité	Montant (€)
2	1	20000,00
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	

c. Copier la cellule **B3** jusqu'à la 10e annuité, puis afficher la somme des annuités dans la cellule **B12**.

Noter ce montant : Somme $S =$ 251 557,85 €.

Communiquer

2. On cherche cette fois à déterminer le montant total de remboursement de l'emprunt à l'aide d'une formule mathématique.

a. En utilisant la méthode donnée ci-contre, déterminer la somme des 10 termes de la suite (u_n).

- Nombre de termes : $n =$ 10
- Premier terme : $u_1 =$ 20 000
- Raison : $q =$ 1,05
- Somme des termes :

$$S = \frac{20\,000 \times (1{,}05^{10} - 1)}{1{,}05 - 1} \text{ soit } S = 251\,557{,}85.$$

b. En déduire le montant total du remboursement.

Total = 251 557,85 €

MÉTHODE

Calculer la somme des termes d'une suite géométrique

- *Connaître le nombre de termes de la suite.*
- *Déterminer le premier terme et la raison.*
- *Effectuer le calcul en utilisant la relation :*

$$S = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

Une variation en pourcentage peut définir une suite géométrique.

Bilan

A. Raison d'une suite géométrique

Une suite de nombres est géométrique lorsque chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par un nombre constant appelé raison et noté q.
$u_2 = u_1 \times q$; $u_3 = u_2 \times q$; …… $u_n = u_{n-1} \times q$.

Vocabulaire logique

$u_n = u_{n-1} \times q$ *implique* $q = \dfrac{u_n}{u_{n-1}}$

$u_n = u_{n-1} \times q \Rightarrow q = \dfrac{u_n}{u_{n-1}}$ $(u_{n-1} \neq 0)$

MÉTHODE ➔ Exercices 7, 8, 9 et 11

Déterminer la raison d'une suite géométrique

Déterminer la raison d'une suite géométrique définie par : $u_{15} = 125$ et $u_{16} = 93{,}75$

Démarche

- Connaître deux termes successifs de la suite.
- Effectuer le rapport de ces deux termes :

$$q = \frac{u_n}{u_{n-1}}.$$

Solution

Les termes u_{15} et u_{16} sont consécutifs.

$$q = \frac{93{,}75}{125} = 0{,}75.$$

B. Termes d'une suite géométrique

Les termes d'une suite géométrique (u_n) peuvent être exprimés à partir du premier terme u_1 et de la raison q par les relations suivantes :

$$u_n = u_{n-1} \times q \quad \text{ou} \quad u_n = u_1 \times q^{(n-1)}.$$

La somme S des n premiers termes d'une suite géométrique (u_n) de premier terme u_1 s'écrit : $S = u_1 \times \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$.

MÉTHODE ➔ Exercices 6, 8, 10 et 12

Déterminer un terme d'une suite géométrique

Déterminer le 10e terme d'une suite géométrique (u_n) de premier terme 3 et de raison 2.

Démarche

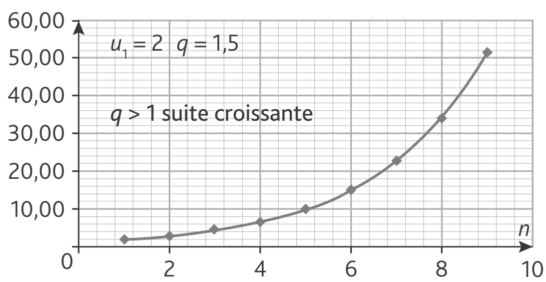
- Connaître le premier terme et la raison de la suite.
- Connaître le rang n du terme cherché.
- Appliquer la relation : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$.

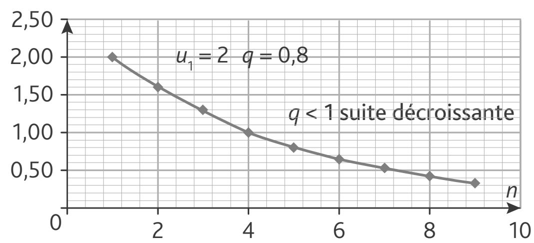
Solution

Premier terme : $u_1 = 3$; raison : $q = 2$.
Rang du terme $n = 10$.
$u_{10} = 3 \times 2^9$ soit $u_{10} = 1\,536$.

C. Sens de variation et représentation graphique d'une suite géométrique

Le sens de variation de la suite géométrique (u_n) dépend de sa raison q.
Les points de coordonnées $(n\ ;\ u_n)$ appartiennent à une courbe : croissante pour $q > 1$, décroissante pour $0 < q < 1$.





Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Calculer les termes d'une suite géométrique

Les suites géométriques (u_n), (v_n), (w_n) sont définies par les termes suivants :
$u_1 = 4$; $u_2 = 12$.
$v_1 = 3$; $v_2 = 6$; $v_3 = 12$
$w_1 = 120$; raison $q = 0{,}5$.

a. Déterminer u_3.
☐ 20 ☑ 36 ☐ 48

b. Déterminer v_4.
☑ 24 ☐ 21 ☐ 18

c. Déterminer w_3.
☐ 60 ☐ 40 ☑ 30

2 Reconnaître la nature d'une suite

Les suites numériques suivantes sont définies par trois termes :
Suite (u_n) : $u_1 = 2$; $u_2 = 10$; $u_3 = 18$
Suite (v_n) : $v_1 = 9$; $v_2 = 18$; $v_3 = 36$

a. Donner la nature et la raison de la suite (u_n).
☑ Arithmétique ☐ Géométrique
☐ 4 ☑ 8 ☐ 10

b. Donner la nature et la raison de la suite (v_n).
☐ Arithmétique ☑ Géométrique
☑ 2 ☐ 9 ☐ 18

3 Écrire l'expression du terme u_n

Une suite géométrique a pour premier terme 4 et pour raison 3.

a. Choisir l'expression du terme u_n :
☑ $u_n = 4 \times 3^{n-1}$ ☐ $u_n = 4 \times 3^n$ ☐ $u_n = 3 \times 4^{n-1}$

b. Calculer le cinquième terme de cette suite.
☐ 128 ☑ 324 ☐ 483

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10546-qcm3

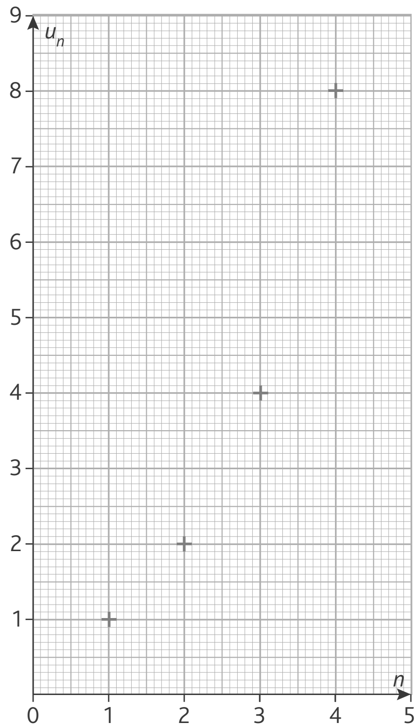
4 Calculer un terme d'une suite arithmétique Fiche méthode p. 108

• Déterminer le 10ᵉ terme de la suite arithmétique définie par $u_1 = 5$ et $r = 2$.
$u_{10} = 5 + (10 - 1) \times 2 = 5 + 18 = 23.$

• Déterminer le 8ᵉ terme d'une suite arithmétique définie par $u_1 = 7$ et $r = -3$.
$u_8 = 7 + (8 - 1) \times (-3) = 7 - 21 = -14.$

5 Se repérer dans un repère orthogonal

Le graphique ci-contre est la représentation graphique d'une suite géométrique.
Lire sur le graphique :
• la valeur de u_n si $n = 1$: $u_1 = 1$
• la valeur de n si $u_n = 2$: $n = 2$
• la valeur de u_n si $n = 3$: $u_3 = 4$
• la valeur de n si $u_n = 8$: $n = 4$



6 Donner les cinq premiers termes de la suite géométrique définie par $u_1 = 5$ et de raison $q = 3$.

$u_2 = 5 \times 3 = 15$, $u_3 = 15 \times 3 = 45$ et $u_4 = 45 \times 3 = 135$.

7 Les suites de nombres suivantes sont-elles géométriques ? Si oui donner la raison q.

a. 2 ; 7 ; 24,5 ; 85,75. Oui, raison $q = 3{,}5$.

b. 5 ; 40 ; 320 ; 680. Non.

c. 10 ; 5 ; 2,5 ; 1,25. Oui, $q = 0{,}5$.

8 Compléter le tableau suivant où apparaissent les cinq premiers termes de trois suites géométriques de raison q.

q	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
2	5	10	20	40	80
4	3	12	48	192	768
0,5	80	40	20	10	5

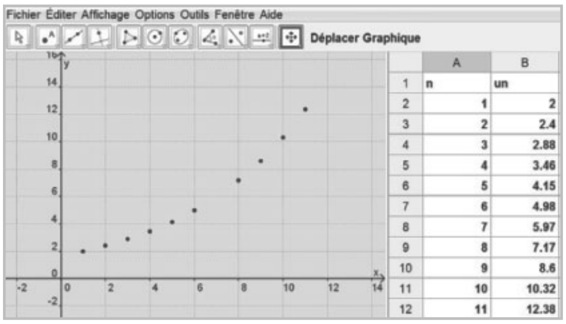
9 L'étude de la suite (u_n) à l'aide d'un tableur a permis de déterminer les dix premiers termes et la représentation graphique ci-dessous.

1. Le premier terme de la suite est $u_1 = 2$, lire les valeurs de u_2 et u_3.

$u_2 = 2{,}4$ et $u_3 = 2{,}88$.

2. Quelle est la nature de cette suite ? Préciser sa raison.

C'est une suite géométrique. Sa raison est $q = 1{,}2$.



3. Dire si la suite est croissante ou décroissante et justifier votre réponse.

C'est une suite croissante.

$u_{10} > u_9 > \ldots\ldots\ldots\ldots > u_1$

ou $q > 1$.

10 Une compagnie d'assurance applique pour tout appareil électroménager un abattement de 15 % par an pour vétusté (c'est-à-dire la détérioration avec le temps).

1. On désigne par P le prix d'achat d'un appareil électroménager. Déterminer sa valeur u_1 au bout d'un an de fonctionnement.

$u_1 = P - \frac{15}{100} \times P = P \times \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 0{,}85 \times P$ donc $u_1 = 0{,}85 \times P$.

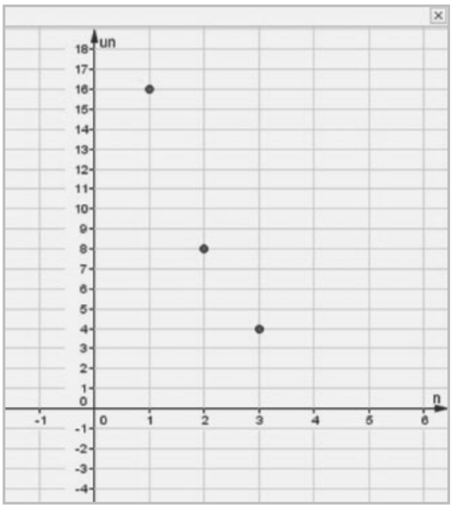
2. À quel type de suite correspond cet abattement ? Donner sa raison et son premier terme.

Suite géométrique de raison $q = 0{,}85$ et de premier terme $u_1 = 0{,}85 \times P$ (P : prix d'achat).

3. Mme Mary, qui est assurée par cette compagnie, déclare un sinistre sur un appareil électroménager acheté 1 250 € il y a 4 ans. Cet appareil est maintenant totalement hors d'usage. Quelle somme d'argent la compagnie d'assurance lui versera-t-elle ?

$u_4 = 1\,062{,}5 \times 0{,}85^3 = 652{,}50$: la compagnie d'assurance remboursera à Mme Mary la somme de 652,50 €.

11 Le graphique ci-contre représente les termes d'une suite géométrique (u_n).



1. Le premier terme de la suite est $u_1 = 16$. Déterminer par lecture graphique les valeurs de u_2 et u_3.

$u_2 =$ 8 et $u_3 =$ 4

2. Calculer la raison q de la suite.

La raison est $q = 0{,}5$.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 16 \times (0{,}5)^{n-1}$

4. Utiliser un tableur pour afficher la représentation graphique de cette suite jusqu'à $n = 10$, puis compléter le tableau suivant.

n	5	7	10
u_n	1	0,25	0,03125

12 Une partie de la feuille de calcul d'un tableur est représentée ci-dessous.

SOMME | =B2*1,08

	A	B	C	D
1	n	u_n		
2	1	220		
3	2	=B2*1,08		
4	3			
5				

1. Préciser la nature de la suite (u_n), puis donner sa raison.

C'est une suite géométrique de 1er terme $u_1 = 220$ et de raison $q = 1{,}08$.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 220 \times 1{,}08^{n-1}$

3. Calculer u_8 en arrondissant le résultat à l'unité.

$u_8 = 377$.

Utiliser l'algorithmique et la programmation

13 Lindsay se prépare à l'examen de sélection d'entrée en BTS. Son père, pour l'encourager, lui demande ce qu'elle désirerait en récompense. Son examen devant avoir lieu dans 15 jours, elle répond qu'elle veut seulement 10 centimes d'euros le 1er jour, 20 centimes le lendemain, 40 centimes le surlendemain et ainsi de suite, en doublant chaque jour jusqu'au jour de l'examen inclus. Son père accepte, pensant que cette somme permettra à peine à sa fille de financer l'achat d'un nouveau téléphone portable.

```
u=float(input("premier terme"))
q=float(input("raison"))
n=int(input("nombre de termes"))
for i in range(n-1):
    u=u*q
print(" un =",u)
```

1. Pour calculer la somme que doit lui verser son père chaque jour, Lindsay utilise un programme de calcul des termes d'une suite géométrique. Ouvrir le fichier « suite » pour afficher le programme, l'exécuter pour déterminer la somme recue par Linsay le 15e jour.

1 638,40 €

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-suite

2. Modifier le programme pour déterminer la somme totale que devra donner le père au bout des 15 jours.

$S = 3\ 276{,}70$ €.

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

14 Placement à intérêts composés ✪ ✪

Alexandre a placé une somme de 1 000 € à intérêts composés au taux annuel de 3,5 %.

1. Quelle est la valeur acquise par le capital au bout d'un an ?

2. L'année suivante, les intérêts sont calculés sur le nouveau capital. On dit qu'il s'agit d'un placement à intérêts composés. On désigne par C_n la valeur acquise par le capital au bout de n années.

Calculer C_2 ; C_3 ; C_4 ; C_5.

3. Quelle est la nature de la suite C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4 ; C_5 ? Préciser sa raison.

> **+** *Un capital C placé à intérêts composés au taux annuel t devient :*
> *– au bout d'un an : $C_1 = C.(1+t)$.*
> *– au bout de deux ans : $C_2 = C_1.(1+t) = C.(1+t)^2$.*
> *C_n est appelée valeur acquise par le capital C.*

15 Argus ✪ ✪

Un véhicule acheté neuf au prix de 23 200 € perd 15 % de sa valeur par an.

On pose : $u_1 = 23\,200$ €
u_2 = valeur du véhicule à la fin de la 1re année.
u_3 = valeur du véhicule à la fin de la 2e année.

1. Calculer u_2 et u_3.

2. Les nombres u_1 ; u_2 ; u_3 sont les premiers termes d'une suite géométrique.

a. Calculer la raison de cette suite.

b. Quelle est la valeur du véhicule 7 ans après son achat ?

Méthode p. 37

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

16 Choix entre deux modes d'augmentation de salaire ✪ ✪

Pour son premier emploi, Arsène, titulaire d'un Bac Pro, a deux propositions d'embauche :
– l'entreprise A lui propose un salaire annuel net de 18 260 € et une augmentation annuelle de 760 € ;
– l'entreprise B lui propose un salaire annuel net de 18 260 € et une augmentation annuelle de 3 %.

1. Ouvrir le fichier « salaires ».

Sur la feuille de calcul du tableur figurent en colonne A : les années d'ancienneté, en colonnes B et C : les salaires dans chaque entreprise comme indiqué sur le tableau ci-dessous :

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-salaires

	A	B	C
1		Entreprise A	Entreprise B
2	indice	suite (u_n)	suite (v_n)
3	1	18260	18260
4	2	19020	18807,80
5	3	19780	19372,03

2. Déterminer le salaire annuel pour les 15 prochaines années dans chaque entreprise.

3. Quelle entreprise le futur employé devra-t-il choisir pour gagner plus, s'il désire travailler 10 ans dans la même entreprise ?

TUTO
Programmer une suite géométrique avec un tableur
→ www.lienmini.fr/10548-tuto4

17 Gestion de production ✪ ✪ ✪

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de certains microprocesseurs décide de produire 8 000 pièces le premier mois et de diminuer de 10 % sa production chacun des mois suivants jusqu'à ce que cette production devienne inférieure à 4 000 pièces afin de l'arrêter. On note u_1 la production au cours du premier mois ($u_1 = 8\,000$), u_2 la production au cours du second mois, … u_n la production du n^e mois.

1. Calculer u_2 ; u_3 ; u_4 et u_5.

2. Quelle est la nature de la suite de terme général u_n ? Préciser sa raison.

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer le rang du mois où la production sera arrêtée.

18 Épidémie ✪✪

Une épidémie s'est répandue dans la ville. Le pic épidémique a été atteint le 5 mars, avec 2 480 personnes contaminées.

Grâce à des mesures sanitaires, après ce pic le nombre de personnes contaminées diminue chaque jour de 10%. On note u_n le nombre de personnes contaminées n jours après le pic.

1. Calculer le nombre de personnes u_1 contaminées le 6 mars.

2. Déterminer la nature de la suite (u_n).

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. Combien y aurait-il de personnes contaminées, une semaine après le pic de l'épidémie ?

5. Les autorités sanitaires lèveront les mesures sanitaires lorsque le nombre de personnes contaminées chaque jour sera inférieur à 100. Dans combien de jours pourra-t-on lever les mesures sanitaires ?

19 École à distance ✪✪

La mise en place de l'école à distance a boosté les ventes d'une fabrique d'ordinateurs. Le responsable envisage une augmentation de la production de son modèle « Mon Premier Ordi ». Au mois de janvier, la production P_1 est de 3 750 articles. Chaque mois, la production doit augmenter de 8 % par rapport au mois précédent et cela pendant un an.

1. Calculer la production P_2 prévue un mois après.

2. P_1, P_2, ..., P_n forment une suite géométrique.

a. Déterminer la raison de cette suite.

b. Exprimer P_n en fonction du premier terme et de la raison.

3. Calculer la production du mois de décembre (12e mois).

4. Calculer la production totale sur 12 mois.

➔ Méthode p. 36

20 Écouteurs Nouvelle Génération ✪✪

Une entreprise de vente en ligne vend deux types d'écouteurs :

• EIA : des écouteurs intra-auriculaires, filaires et anti-bruit ;
• EB5 : des écouteurs sans fil Bluetooth 5.0 avec réduction de bruit.

La première année, l'entreprise a vendu 86 000 modèles EIA et 45 000 modèles EB5.

Alicia, la responsable du site, estime que les ventes du modèle EIA diminuent de 8 % chaque année, alors que les ventes du modèle EB5 progressent de 12 % d'une année sur l'autre.

Les ventes, la n^e année, du modèle EIA sont notées u_n et celles de l'EB5, v_n.

On pose $u_1 = 86\,000$ et $v_1 = 45\,000$.

1. Calculer u_2 ; u_3 et v_2 ; v_3.

2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?
Donner le premier terme et la raison de chaque suite.

3. Exprimer les termes u_n et v_n en fonction de n.

4. Quel type d'écouteurs se vendra le plus dans 5 ans ? Justifier.

21 Une bonne affaire ✪✪

M. Lucas souhaite vendre sa voiture 8 000 €, mais peu d'acheteurs répondent à son annonce. Son fils lui conseille plutôt de vendre les boulons de fixation des roues et d'offrir la voiture en prime : le premier boulon coûterait un centime d'euro, le deuxième deux centimes, le troisième quatre centimes, et ainsi de suite, le prix doublant à chaque boulon. Chaque roue comporte cinq boulons.

1. Les prix des différents boulons, notés u_1, u_2, u_3, ..., u_{20}, forment une suite.
Préciser la nature et la raison de cette suite.

2. Calculer directement le prix du vingtième boulon.

3. Déterminer la somme des 20 premiers termes de la suite.

4. En déduire le prix que l'acheteur éventuel devra payer. Fait-il vraiment une bonne affaire ?

5. Ouvrir la feuille de calcul d'un tableur et vérifier les résultats obtenus.

TUTO
Programmer une suite géométrique avec un tableur
→ www.lienmini.fr/10548-tuto4

22 Paiement à crédit ✪ ✪

Katia, gérante d'un salon de coiffure, préfère régler le montant d'une commande en huit versements.
Chaque versement augmente de 10 % par rapport au précédent. Le premier versement u_1 est de 1 000 €.

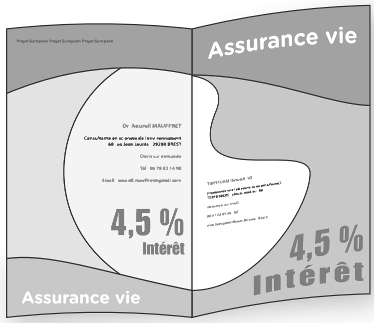
1. Calculer le montant des autres versements u_2 ; u_3 ; u_4 ; ….. ; u_8.

2. Déterminer le montant total réglé par Katia.

3. Montrer que la suite u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 ; ….. ; u_8 est une suite géométrique. Préciser sa raison.

23 Publicité attractive ✪ ✪

Un dépliant d'une assurance vie propose « Avec un intérêt exceptionnel de 4,5 % par an, vous versez une somme de 1 000 € aujourd'hui et vous retirerez 1 200 € dans cinq ans !!! ».
Pour profiter de cette offre, Madame Martinet dépose le jour même 1 000 €.



On désigne par C_0 le capital déposé par Madame Martinet, par C_1 le capital au bout d'un an, C_2 le capital au bout de deux ans et ainsi de suite.

1. Calculer les valeurs de C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4 et C_5.

2. Montrer que ces nombres forment une suite géométrique. Préciser la raison de cette suite.

3. Le contenu du dépliant est-il exact ?

24 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Voiture électrique

Alexandre effectue son stage dans une usine qui fabrique des voitures électriques.
Pour l'élaboration de son rapport de stage, son tuteur lui demande de faire apparaître l'évolution de la production et de prévoir le nombre de voitures qui seront produites en 2030, année de l'interdiction de circulation des véhicules thermiques en agglomération.

Comment Alexandre va-t-il prévoir le nombre de véhicules électriques produits en 2030 ?

1. Voiture électrique

2. Motivations d'achat d'une voiture électrique

– Rouler à moindre frais : en moyenne 2 € de dépenses en électricité au 100 km, contre 8,5 € en équivalent diesel.
– Profiter d'une remise, voire de la gratuité, sur les frais de carte grise : renseignements auprès de la préfecture.

3. Prévisions de production

Au cours de l'année 2020, la production a été de 25 000 véhicules électriques.
L'entreprise prévoit d'augmenter la production de 12 % par an.

Vers le CCF

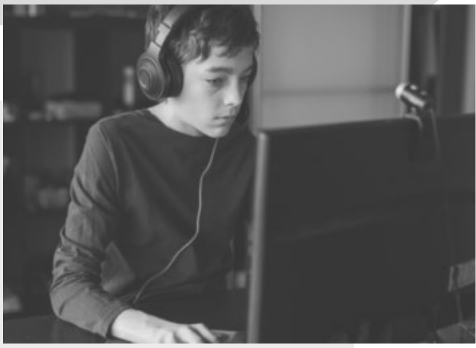
Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Calculer un terme de rang donné d'une suite géométrique définie par son premier terme et par une relation de récurrence ou par l'expression du terme de rang n.		
Connaissances	Suites géométriques définies par la relation $u_{n+1} = u_n \times q$ et la donnée du premier terme.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	A1 ; A2 ; B1 ; B2	
	Réaliser	A3 ; B3	
	Analyser-Raisonner	A4 ; B4	
	Valider	C	
			/10

Situation



Abdel, responsable des importations du groupe Ordimax désire comparer les ventes de deux modèles les plus vendus. Pour cela, il a suivi l'évolution des ventes au cours des trois dernières années.

• Il y a trois ans, le groupe a vendu 50 000 ordinateurs du modèle familial R2000. Les années suivantes, ces ventes ont chuté de 2 350 exemplaires par an.

• Il y a trois ans, le groupe a vendu 25 000 ordinateurs du modèle config-jeu. Les années suivantes, les ventes ont progressé de 8 % par an.

Abdel estime que l'évolution des ventes va se poursuivre de manière identique les années suivantes. Il souhaite prévoir les ventes dans cinq ans.

A. Évolution des ventes du modèle *R2000*

On note u_1, u_2, u_3 les ventes des trois dernières années.

1. Sachant que $u_1 = 50\,000$, calculer u_2 et u_3. $u_2 = 47\,650$ $u_3 = 45\,300$

2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner son premier terme et sa raison.

C'est une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 50\,000$ et de raison $r = -2\,350$.

3. Exprimer le terme u_n en fonction de n.

$u_n = 50\,000 + (n - 1) \times (-2\,350)$ soit $u_n = -2\,350n + 52\,350$

4. Calculer u_8 afin de déterminer les ventes du modèle *R2000* dans cinq ans. $u_8 = 33\,550$

B. Évolution des ventes du modèle *config-jeu*

On note v_1, v_2, v_3 les ventes des trois dernières années.

1. Sachant que $v_1 = 25\,000$, montrer que $v_2 = 27\,000$. $v_2 = 25\,000 \times 1{,}08 = 27\,000$

2. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Donner son premier terme et sa raison.

Suite géométrique de raison $q = 1{,}08$

3. Exprimer le terme v_n en fonction de v_1 et n. $v_n = 25\,000 \times 1{,}08^{n-1}$

4. Déterminer les ventes du modèle *config-jeu* dans cinq ans.

Dans 5 ans, $n = 8$. $v_8 = 25\,000 \times 1{,}08^7 = 42\,845$

C. Quel modèle d'ordinateurs se vendra le plus dans cinq ans ?

Dans cinq ans, les ventes d'ordinateur du modèle *config-jeu* seront supérieures à celle du modèle *R2000*.

Chapitre

4 Fonctions polynômes de degré 3

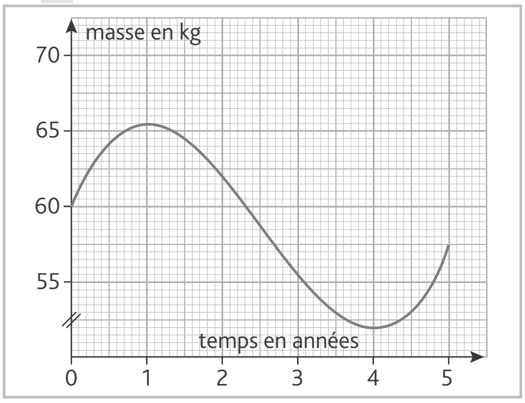
Vous allez apprendre à…

- ✔ Étudier la fonction cube.
- ✔ Utiliser les formules de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- ✔ Dresser, à partir du signe de la dérivée, le tableau de variations.
- ✔ Exploiter le tableau de variations pour déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = c$ ou déterminer les éventuels extremums locaux de la fonction f.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION La pratique du sport

1. Courbe de masse



2. Skiff

Noémie s'entraîne pour participer aux différents championnats d'aviron dans la catégorie « poids léger » en skiff. La courbe de l'évolution de sa masse en kg en fonction des années est représentée ci-contre sur une période de 5 ans.

3. Catégorie « poids léger »

Le programme olympique d'aviron comprend, depuis les Jeux d'Atlanta, des épreuves « poids léger ». La limite de poids est de 59 kg pour les femmes.

4. Fonction

La fonction f qui modélise l'évolution de la masse en fonction du temps x s'écrit : $f(x) = x^3 - 7{,}5x^2 + 12x + 60$

5. Abus de langage

Conformément à l'usage de la langue courante, on utilise le mot « poids » pour désigner ce qui est en fait la masse.

Noémie veut connaître les deux valeurs extrêmes de sa masse pendant la période de 5 ans et la période pendant laquelle elle aurait pu participer aux compétitions olympiques.

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

La limite de la masse est de 59 kg, utilisation de la fonction $f(x) = x^3 - 7{,}5x^2 + 12x + 60$

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

$f(1) = 65{,}5$ $f(4) = 52$

Par lecture graphique $f(x) < 59$ entre $x = 2{,}4$ et 5

3 Rédiger la solution

La masse de Noémie varie entre 52 kg et 65,5 kg. Elle aurait pu participer aux compétitions olympiques pendant 2,6 ans.

1 Étudier la fonction cube

Activité 1 **Comment varie le coût de production ?**

Léa est responsable de la production dans une entreprise de textile qui produit des blousons.
Le coût total annuel C de production en centaines d'euros est fonction de la quantité x en milliers de blousons produits.
Cette fonction s'écrit : $C(x) = 0{,}2x^3 + 50$
Léa veut connaître l'évolution du coût de production.

Réaliser

A. Étude de la fonction cube f définie par $f(x) = x^3$

1. Ouvrir le fichier « cout » pour afficher la représentation graphique de la fonction cube.
Placer le point A d'abscisse $x_A = 1$ sur la courbe. Dans la zone de Saisie écrire l'expression : Tangente[A,f]

2. Déplacer le point A le long de la courbe et compléter le tableau des nombres dérivés de la fonction f.

x_A	–1	0	1	2
$f'(x_A)$	3	0	3	12

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-cout

! *Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe au point A d'abscisse x_A est le nombre dérivé noté $f'(x_A)$.*

Analyser Raisonner

3. Choisir l'expression de la fonction dérivée de la fonction cube.
☐ $f'(x) = 3x$ ☐ $f'(x) = 3x + 4$ ☑ $f'(x) = 3x^2$

4. En déduire le signe de la fonction dérivée $f'(x)$.
x^2 est toujours positif quelque soit x donc $f'(x)$ est toujours positive

5. Compléter le tableau de variations de la fonction cube sur l'intervalle [– 2 ; 2].

x	– 2		2
Signe de $f'(x)$		+	
Variation de $f(x)$	– 8	↗	8

! *Lorsque la dérivée d'une fonction s'annule en un point, cela ne suffit pas à conclure que cette fonction possède un extremum local en ce point.*

6. Donner la valeur de $f'(0)$: $f'(0) =$ 0

7. La fonction f possède-t-elle un extremum (minimum ou maximum) pour $x = 0$?
Non la fonction est toujours croissante

Analyser Raisonner

B. Étude de la fonction C définie par $C(x) = 0{,}2x^3 + 50$

1. Déduire de la partie **A** le sens de variation de la fonction C sur l'intervalle [0 ; 5].
C est le produit de la fonction cube f par le nombre positif 0,2 additionné de 50.
C est une fonction croissante comme f.

Réaliser

2. Calculer le coût fixe $C(0)$ et coût de production $C(5)$ pour 5 000 unités.
$C(0) = 50$ soit 5 000 € $C(5) = 0{,}2 \times 5^3 + 50 = 75$ soit 7 500 €

! *Le produit d'une fonction par un nombre positif ne change pas le sens de variation.*

Communiquer

3. Comment varie le coût de production en fonction du nombre de blousons produits ?
Le coût de production est croissant

➔ ***La fonction cube définie par $f(x) = x^3$ est une fonction croissante. Sa fonction dérivée a pour expression $f'(x) = 3x^2$***

2 Utiliser les formules de dérivation

Activité 2 L'entreprise est-elle rentable ?

Camille est chargée de la gestion d'une entreprise familiale qui fabrique des jouets en bois. Le nombre de jouets vendus par jour peut varier entre 0 et 13 exemplaires. On appelle x le nombre de jouets fabriqués et vendus. Le coût de fabrication est défini par une fonction f telle que :
$f(x) = 0{,}4x^3 - 6x^2 + 40x + 100$
Camille veut connaître l'évolution du coût de fabrication en fonction du nombre de jouets fabriqués.

S'approprier

A. Étude du coût de fabrication

1. Quels sont les coûts fixes de l'entreprise ?

Les coûts fixes correspondent à $x = 0$ donc à 100 €.

Réaliser

2. Compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir à l'unité).

x	0	2	5	8	10	12	13
$f(x)$	100	159	200	241	300	407	485

B. Détermination de l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée

La fonction f est la somme de trois fonctions g, h et i :
$g(x) = 0{,}4\,x^3$, $h(x) = -6x^2$ et $i(x) = 40x + 100$.

1. En utilisant la formule de dérivation de $a.u(x)$ et de x^3, calculer : $g'(x) =$ $0{,}4 \times 3x^2$

2. En utilisant la formule de dérivation de $a.u(x)$ et de x^2, calculer : $h'(x) =$ $-6 \times 2x$

3. En utilisant la formule de dérivation de $ax+b$, calculer : $i'(x) =$ 40

4. En déduire l'expression de la dérivée de la fonction $f(x)$ en utilisant la formule de dérivation de $u(x) + v(x)$: $f'(x) =$ $1{,}2x^2 - 12x + 40$

5. Ouvrir une feuille de traçage GeoGebra. Saisir l'expression :
Fonction[0.4x^3-6x²+40x+100,0,13]

! *Tableau des fonctions dérivées*

Fonction f	*Dérivée f'*
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a \times u(x)$	$a \times u'(x)$

Analyser Raisonner

6. Déduire du graphique le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 13].

x	0		13
Signe de $f'(x)$		+	
Variation de $f(x)$	0	↗	484,8

Communiquer

C. Évolution du coût de fabrication

1. Comment évolue le coût de fabrication en fonction du nombre d'objets fabriqués ?

Il augmente toujours

Les fonctions polynômes de degré 3 sont de la forme $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec $(a \neq 0)$, la dérivée s'écrit alors $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

3 Dresser, à partir du signe de la dérivée, le tableau de variations

Activité 3 **Comment évolue le nombre de malades pendant une épidémie ?**

L'évolution du nombre de malades sur 12 semaines durant une épidémie peut être modélisée par la fonction f où x désigne le nombre de semaines. La fonction s'écrit $f(x) = -4x^3 + 60x^2$ sur l'intervalle [0 ; 12]

Réaliser

A. Détermination de l'expression de la fonction dérivée $f'(x)$

1. En utilisant les formules de dérivation, calculer $f'(x)$.

$f'(x) = -4 \times 3x^2 + 60 \times 2x$

$f'(x) = -12x^2 + 120x$

> **!** *$f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = g(x) + h(x)$ où $g(x) = -4x^3$ et $h(x) = 60x^2$*

B. Résolution de l'équation $f'(x) = 0$

1. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la dérivée $f'(x)$.

Analyser
Raisonner

2. Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f'(x) = 0$

$x = 0$ et $x = 10$

> TUTO
> **Tracer une courbe à la calculatrice**
> → www.lienmini.fr/10548-tuto5

Réaliser

C. Étude des variations de la fonction f

1. Compléter le tableau de signe de $f'(x)$ ci-dessous.

x	0		10		12
Signe de $f'(x)$	0	+	0	−	

> **!** *Une fonction est positive lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.*

2. Compléter le tableau de variations de la fonction f.

x	0		10		12
Signe de $f'(x)$	0	+	0	−	
Variation de $f(x)$	0	↗	2 000	↘	1 728

> **!** *Sur un intervalle donné : si f' est positive alors f est croissante ; si f' est négative alors f est décroissante*

Communiquer

D. Interprétation des résultats

1. Au bout de combien de semaines le pic de l'épidémie est-il atteint ?

Le pic est atteint au bout de 10 semaines.

2. Quel est le nombre de malades maximal en une semaine ?

Le nombre maximal de malades est de 2 000.

➔ *La dérivée d'une fonction polynôme de degré 3 est une fonction polynôme de degré 2.*

4 Exploiter le tableau de variations d'une fonction

Activité 4 **Comment gérer un flux de camions ?**

Dans une entreprise de vente par internet, Charlie gère le nombre de camions qui viennent charger les colis. L'entreprise dispose de 22 quais. La fonction f qui modélise le nombre de camions à quai pour charger des marchandises en fonction de l'heure x de la journée s'écrit : $f(x) = 0{,}1x^3 - 3{,}6x^2 + 40{,}5x - 121$ pour une plage horaire de 5 h à 20 h.
Charlie veut savoir à quel moment de la journée les quais seront tous occupés.

Réaliser

A. Détermination des extremums locaux

1. En utilisant les formules de dérivation, calculer $f'(x)$.

$f'(x) = 0{,}3x^2 - 7{,}2x + 40{,}5$

2. Utiliser le mode Équation de la calculatrice pour déterminer les solutions de $f'(x) = 0$.

$x_1 = 9$ et $x_2 = 15$

TUTO
Résoudre une équation du second degré à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto6

! Le polynôme du second degré $P(x)= ax^2 + bx + c$ est du signe de $(-a)$ entre les racines x_1 et x_2

3. En déduire le signe de la fonction dérivée f' en complétant le tableau suivant sur l'intervalle [5 ; 20].

x	5		9		15		20
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	

4. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [5 ; 20].

x	5		9		15		20
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	
Variation de $f(x)$	4	↗	24,8	↘	14	↗	49

! Le maximum sur un intervalle est la plus grande valeur prise par la fonction sur cet intervalle.
Le minimum sur un intervalle est la plus petite valeur prise par la fonction sur cet intervalle.

Analyser
Raisonner

5. À quelle heure de la journée, y aura-t-il le maximum de camions ?

À 20 h il y aura 49 camions, c'est le maximum

6. À quelle heure de la journée, y aura-t-il le minimum de camions ?

À 5 h il y aura 4 camions, c'est le minimum

7. Que représentent les points (9 ; 24,8) et (15 ; 14) ?

(9 ; 24,8) représente un maximum local

et (15 ; 14) représente un minimum local

➔ ***Une fonction possède un extremum local en un point si la dérivée est nulle en ce point en changeant de signe.***

4 Exploiter le tableau de variations d'une fonction (*suite*)

Analyser
Raisonner

B. Détermination du nombre de solutions de l'équation $f(x) = c$

1. En utilisant le tableau de variations de la question A.4, déterminer le nombre de fois dans la journée où 10 camions sont à quai pour charger des marchandises.

Une fois dans la journée.

2. De la même façon, utiliser le tableau de variations pour déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

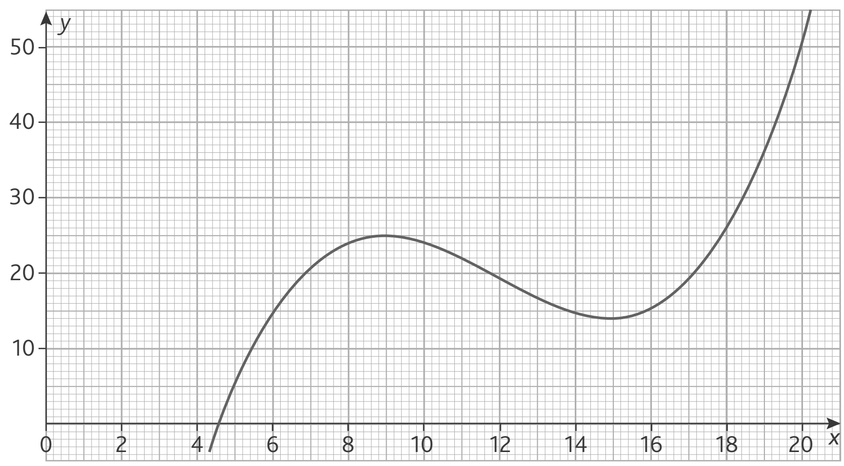
Équations	Nombre de solutions
$f(x) = 8$	1
$f(x) = 14$	2
$f(x) = 20$	3
$f(x) = 24{,}8$	2
$f(x) = 30$	1

Réaliser

3. Compléter le tableau de valeurs suivant en utilisant le MENU table de la calculatrice.
Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.

x	5	6	9	10	11	13	15	16	18	20
$f(x)$	4	14	24,8	24	22	16,8	14	15	24,8	49

4. Le plan ci-dessous est muni d'un repère orthogonal. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [5 ; 20].



Analyser
Raisonner

5. A l'aide du graphique, résoudre l'équation $f(x) = 22$.

L'équation $f(x) = 22$ possède 3 solutions :

$x = 7{,}4$; $x = 11$ et $x = 17{,}6$

Communiquer

6. En déduire les moments de la journée pendant lesquels les camions doivent attendre qu'un quai se libère.

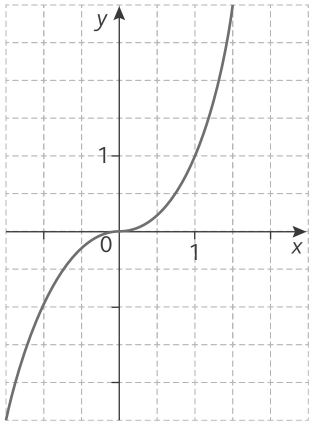
Il y a de l'attente entre 7 h 24 min et 11 h et entre 17 h 36 et 20 h

f étant une fonction polynôme de degré 3, l'équation f(x) = c admet 1, 2 ou 3 solutions.

Bilan

A. Fonction cube

La fonction cube associe à tout nombre x le nombre x^3.
Son expression est $f(x) = x^3$.
La dérivée de la fonction cube est $f'(x) = 3x^2$.
La fonction cube est strictement croissante.
La courbe admet l'origine du repère comme centre de symétrie.



Vocabulaire logique

La dérivée de la fonction cube est toujours positive ou nulle quelle que soit la valeur de x.

B. Fonctions polynômes de degré 3

Une fonction polynôme de degré 3 est définie par :
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des nombres réels avec $a \neq 0$.
Le tableau ci-contre donne les fonctions dérivées associées aux fonctions de références, ainsi que les opérations sur ces fonctions dérivables.
La fonction dérivée f' d'une fonction polynôme de degré 3 a pour expression : $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Fonction f	Dérivée f'
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a \times u(x)$	$a \times u'(x)$

C. Signe de la dérivée et tableau de variations d'une fonction polynôme de degré 3

La fonction f est dérivable sur un intervalle I.
– Si la dérivée f' est positive sur I, alors la fonction f est croissante sur I.
– Si la dérivée f' est négative sur I, alors la fonction f est décroissante sur I.
– Si la dérivée f' est nulle sur I, alors la fonction f est constante sur I.

MÉTHODE Exercices 7, 8, 9 et 10

Établir le tableau de variations d'une fonction

Construire le tableau de variations de la fonction $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$ sur l'intervalle $[-1 ; 4]$.

Démarche

- Exprimer la fonction dérivée f' de la fonction f.
- Résoudre l'équation $f'(x) = 0$

- Déterminer le signe de la fonction dérivée.
- Si $f'(x) = ax^2 + bx + c$ alors $f'(x)$ est du signe de $(-a)$ entre les racines.
- En déduire le sens de variation.
- Construire le tableau de variations.

Solution

L'expression de la dérivée f' est : $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$
En utilisant le mode Équation de la calculatrice, on obtient : $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$

$f'(x)$ est négatif sur l'intervalle $[1 ; 2]$

f est décroissante sur l'intervalle $[1 ; 2]$.

x	-1		1		2		4
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variation de $f(x)$	-25	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	30

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Déterminer la dérivée d'une fonction

a. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$ par : $f(x) = -2x^3$

☐ $f'(x) = -4x$ ☑ $f'(x) = -6x^2$ ☐ $f'(x) = -6x$

b. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$ par : $f(x) = x^3 + 4x$

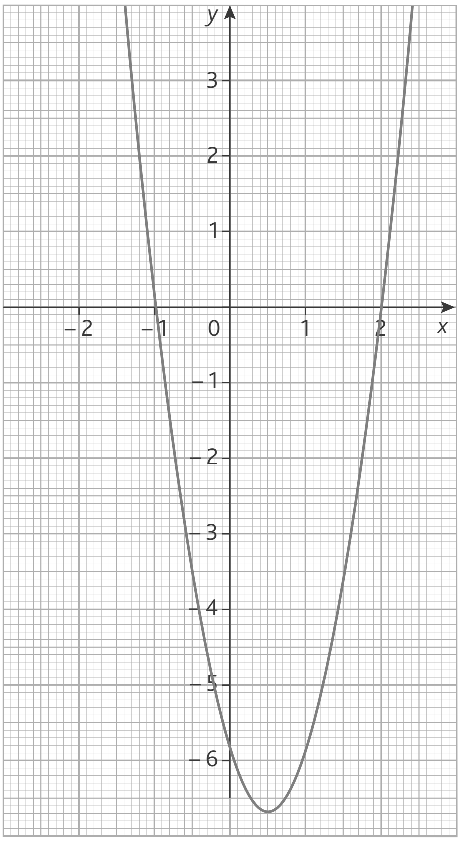
☑ $f'(x) = 3x^2 + 4$ ☐ $f'(x) = 7x$ ☐ $f'(x) = 3x + 4$

c. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$ par : $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 5x + 8$

☐ $f'(x) = 3x^2 - 2x + 5$ ☐ $f'(x) = 15x^2 + x$ ☑ $f'(x) = 15x^2 - 4x + 5$

2 Déterminer le signe de la dérivée

La fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 3]$ par l'expression : $f(x) = x^3 - 1{,}5x^2 - 6x - 16$.
Sa fonction dérivée f' est représentée par le graphique ci-contre.



a. Déterminer graphiquement les solutions de $f'(x) = 0$.

☐ $x = -6$ ☑ $x = -1$ ☑ $x = 2$

b. Choisir le tableau de signes de f'.

☐

x		0,5	
$f'(x)$	−	0	+

☐

x		−1		2	
$f'(x)$	−	0	+	0	−

☑

x		−1		2	
$f'(x)$	+	0	−	0	+

c. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est décroissante.

☐ $[-1{,}5\ ;\ 0{,}5]$ ☑ $[-1\ ;\ 2]$ ☐ $[0{,}5\ ;\ 2{,}5]$

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10546-qcm4

3 Factoriser un polynôme de degré 2 Fiche méthode p. 108

a. Écrire la forme factorisée de $f(x) = 2x^2 - 10x + 8$ dont les racines sont $x = 1$ et $x = 4$

$f(x) = 2(x - 1)(x - 4)$

b. Écrire la forme factorisée de $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ dont les racines sont $x = -3$ et $x = 1$

$f(x) = -(x + 3)(x - 1)$

4 Déterminer la dérivée d'une fonction polynôme Fiche méthode p. 109

a. Déterminer la dérivée de la fonction $f(x) = 2x^2 - 10x + 8$. $f'(x) = 4x - 10$

b. Déterminer la dérivée de la fonction $f(x) = -x^2 - 2x + 3$. $f'(x) = -2x - 2$

c. Déterminer la dérivée de la fonction $f(x) = 5x^2 + 3$. $f'(x) = 10x$

5 Associer par une flèche chaque fonction dérivée f' à la fonction f correspondante.

$f'(x) = 4x$	$f(x) = x^3 + 4x + 5$
	$f(x) = 2x^2 + 6$
$f'(x) = -2x^2 + 4x + 3$	$f(x) = x^3 + 4x - 10$
	$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 9$
$f'(x) = 3x^2 + 4$	$f(x) = 2x^2 - 10$

6 Exprimer les fonctions dérivées des fonctions suivantes définies sur $[-5\,;5]$.

$f(x) = 5x + 5$ $\quad f'(x) = 5$

$f(x) = 5x^2 - 8x - 5$ $\quad f'(x) = 10x - 8$

$f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x + 4$ $\quad f'(x) = 3x^2 + 10x + 2$

$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + x - 1$ $\quad f'(x) = -6x^2 + 6x + 1$

$f(x) = 12x^2 - x^3$ $\quad f'(x) = 24x - 3x^2$

$fx) = -\frac{1}{3}x^3 + 5x^2$ $\quad f'(x) = -x^2 + 10x$

$f(x) = -3x^3 + 5x + 2$ $\quad f'(x) = -9x^2 + 5$

7 Soit la fonction f définie pour tout nombre x de l'intervalle $[-3\,;3]$ par $f(x) = x^3$.

1. Déterminer l'expression de $f'(x)$ dérivée de la fonction f.

$f'(x) = 3x^2$

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

$f'(x) = 0$ pour $x = 0$

3. Déterminer le signe de $f'(x)$.

$f'(x)$ est toujours positif car x^2 est toujours positif

4. Compléter le tableau de variations suivant de la fonction f.

x	-3		3
Signe de $f'(x)$		$+$	
Variation de $f(x)$	-27	↗	27

5. Quelle est la particularité du point $(0\,;0)$?

Au point $(0\,;0)$ la dérivée s'annule sans changer de signe donc il n'y a pas de changement de variation, c'est un point d'inflexion.

8 Soit la fonction f définie par le tableau de variations ci-dessous.

x	1		2		4		5
Variation de $f(x)$	-5	↗	4	↘	0	↗	4

Donner le nombre de solutions des équations suivantes :

$f(x) = -2$ 1 solution ; $\quad f(x) = 0$ 2 solutions

$f(x) = 2$ 3 solutions ; $\quad f(x) = 4$ 2 solutions

9 La fonction f est définie par $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + 2$ sur l'intervalle $[-5\,;2]$.

1. Exprimer la fonction dérivée f'.

$f'(x) = x^2 + 4x + 3$

2. Déterminer les solutions de $f'(x) = 0$ en utilisant le mode Équation de votre calculatrice.

$x = -3$ et $x = -1$

3. En déduire le signe de f' en remplissant le tableau ci-dessous.

x	-5		-3		-1		2
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	

4. Compléter le tableau de variations suivant.

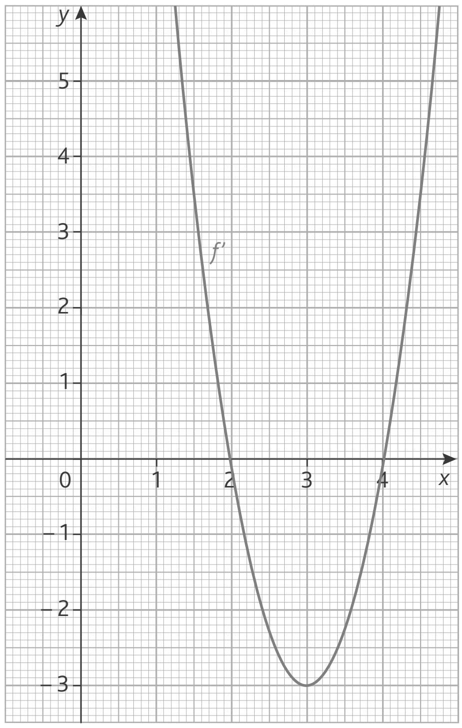
x	-5		-3		-1		2
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	$-4{,}7$	↗	2	↘	$0{,}7$	↗	$18{,}7$

10 La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;5]$ par $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$.

1. Calculer $f'(x)$.

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$

2. À partir de la représentation graphique ci-contre de la fonction f', compléter le tableau de signes suivant :



x	0		2		4		5
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	

3. Compléter le tableau de variations suivant.

x	0		2		4		5
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	-16	↗	4	↘	0	↗	4

11 La fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\,;3]$ par : $f(x) = -x^3 + 3x + 2$.

1. Calculer $f'(x)$.

$f'(x) = -3x^2 + 3$

2. Tracer la courbe représentative de la fonction f'.

3. Compléter le tableau de signes de la fonction f' suivant.

! Fenêtre
$X_{min} = -2$
$X_{max} = 3$
$Y_{min} = -6$
$Y_{max} = 4$

x	-2		-1		1		3
Signe de $f'(x)$		–	0	+	0	–	

4. Compléter le tableau de variations suivant.

x	-2		-1		1		3
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	↘	0	↗	4	↘	-16

12 À partir des tableaux de variations donnés ci-dessous déterminer :

1. la valeur maximale de f : 4 ;
sa valeur minimale : -3 ;
la valeur du maximum local : 3 ;
la valeur du minimum local : -2 ;
Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ est : 3 .

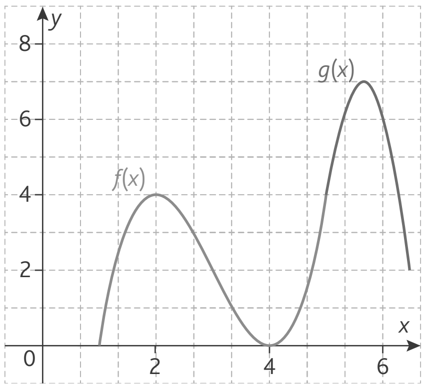
x	-2		0		2		5
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variation de $f(x)$	-3	↗	3	↘	-2	↗	4

2. la valeur maximale de g : 10 ;
sa valeur minimale : -25 ;
la valeur du maximum local : il n'y en a pas ;
la valeur du minimum local : il n'y en a pas ;
Le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 3$ est : 1 .

x	-2		0		3
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$-$	
Variation de $g(x)$	10	↘		↘	-25

Utiliser l'algorithmique et la programmation

13 Saïd est chargé de vérifier le profil d'un manège de montagnes russes dont une partie est schématisée ci-contre. Le profil, en fonction du déplacement horizontal x, est modélisé par deux fonctions f et g définies par : $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$ pour $x \in [1 ; 5]$ et $g(x) = -7x^2 + 79x - 216$ pour $x \in [5 ; 7]$. Saïd doit déterminer la valeur de x correspondant à $f(x) = g(x)$. Pour cela il écrit l'algorithme et le programme Python suivants.



Définir la fonction $f(x)$
Définir la fonction $g(x)$
$x \leftarrow 0{,}5$
Répéter Tant que $f(x) \neq g(x)$
    $x \leftarrow x + 0{,}01$
Fin de Tant que
Afficher x

```
1  def f(x) :
2       y= x**3-9*x**2+24*x-16 .
3       return y
4  def g(x):
5       y= -7*x**2+79*x-216 .
6       return y
7  x= 0.5
8  while f(x)!=g(x) :
9       x= x+0.01 .
10      x=round(x,2)
11 print("La solution est x=",x)
```

1. Compléter le script Python ci-contre.

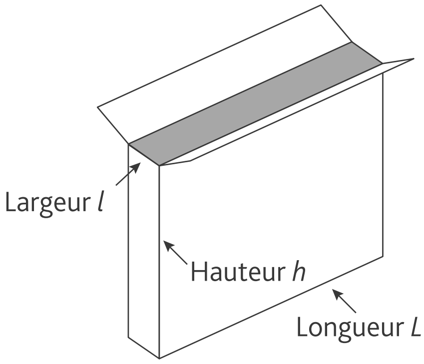
2. Ouvrir le logiciel Python. Écrire et exécuter le programme.

3. Donner la signification de l'instruction de la ligne 10.
Cette instruction permet d'obtenir une valeur arrondie à 2 chiffres après la virgule

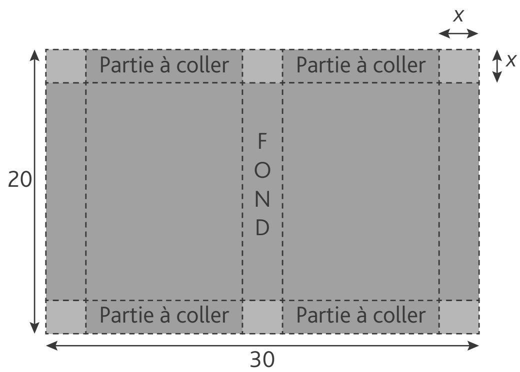
4. Donner la valeur de x ainsi trouvée. $x = 5$

14 Fabrication d'une boîte ✪✪

Pour ranger ses dossiers, Agathe doit fabriquer une boîte à partir d'un carton dont le format est de 20 cm × 30 cm.



Le patron de cette boîte est représenté ci-dessous avec, en gris, six découpes de forme carrée de côté x.
Les cotes sont en cm.



Agathe veut déterminer la valeur de x permettant d'obtenir la boîte de volume maximal.

1. Montrer que l'aire du fond de la boîte s'exprime en fonction de x par :
$A(x) = -2x^2 + 20x$

2. Le volume V de la boîte, en cm^3, s'exprime en fonction de x par :
$V(x) = 3x^3 - 60x^2 + 300x$
Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$V(x)$								

3. Exprimer la dérivée $V'(x)$.

4. Résoudre l'équation $V'(x) = 0$ sur l'intervalle [1 ; 8].

5. Dresser le tableau de variations de la fonction V sur l'intervalle [1 ; 8].

6. En déduire la valeur de x, arrondie au dixième de cm, qui permet d'obtenir une boîte de volume maximal.

7. Calculer le volume maximal de cette boîte, arrondir au dixième de cm^3.

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

15 Calcul de bénéfice ✪✪

Augustin, un maraîcher nantais, produit et vend de la mâche. Le coût de revient, en euros, de x tonnes de mâche est donné par la relation :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 309x + 500.$$

Chaque tonne de mâche est vendue 201 €.

1. Calculer le coût de revient de 5 tonnes de mâche.

2. Déterminer le prix de vente correspondant à 5 tonnes de mâche.

3. En déduire si l'entreprise a réalisé un bénéfice en produisant et en vendant 5 tonnes de mâche.

4. Déterminer l'expression du prix de vente $R(x)$ en fonction du nombre de tonnes x de mâche vendues.

5. En déduire que l'expression du bénéfice s'écrit : $B(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 500$.

6. Calculer l'expression de la dérivée $B'(x)$.

7. En utilisant le mode Équation de la calculatrice, résoudre l'équation $B'(x) = 0$.

8. Construire le tableau de signes de la dérivée $B'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 20].

9. En déduire le tableau de variations de la fonction $B(x)$.

10. Quelle quantité de mâche Augustin doit-il produire pour avoir un bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice ?

! *Rappel :*
Bénéfice = Prix de vente – Coût de revient.

16 Accueil clients ✪✪✪

Afin d'optimiser l'accueil de ses clients, une chaîne de magasins de prêt-à-porter fait une étude de satisfaction en fonction du temps passé par le client avec une vendeuse.
Le taux de satisfaction f en % des clients s'écrit :
$f(x) = -0{,}31x^3 - 7{,}75x^2 + 47x + 30$ avec un temps x compris entre 0 et 5 minutes.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. Arrondir au dixième.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$					

2. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f'.

3. Résoudre $f'(x) = 0$.

4. En déduire le signe de la dérivée sur l'intervalle [1 ; 5].

5. En utilisant les résultats précédents, établir le tableau de variations de la fonction f.

6. Est-il possible qu'il y ait 100% de clients satisfaits ?

7. Déterminer l'intervalle de durée correspondant à au moins 80% de satisfaction.

Méthode p. 51

17 Taux de glycémie ✪✪

Le dosage de la glycémie, c'est-à-dire du taux de sucre dans le sang, est un examen sanguin que le médecin prescrit de manière routinière. L'évolution de la concentration en glucose dans le sang f en g/L après un repas peut être modélisée au cours du temps exprimé en heures par :

$f(x) = 0{,}05x^3 - 0{,}5x^2 + 1{,}3x + 0{,}5$
sur l'intervalle [0 ; 4].

A. Détermination du pic de glycémie

1. Déterminer l'expression de $f'(x)$.

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

3. En déduire le signe de f' sur l'intervalle [0 ; 4]

4. Déterminer au bout que combien de temps le taux de glycémie est maximal et indiquer ce taux.

B. Étude graphique

La valeur de la glycémie chez une personne à jeun doit être inférieure à 1,1 g/l.

1. Tracer la représentation graphique de la fonction f à la calculatrice.

2. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1{,}1$ sur l'intervalle [0 ; 4].

3. Déterminer les intervalles en heures pendant lesquels le taux de glycémie est supérieur à la limite.

18 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Vitesse maximale

Morad et Quentin font des essais de chars à voile. Ils filment leur essai et avec le logiciel d'enregistrement vidéo de mouvement du cours de physique chimie, ils déterminent l'expression de la distance parcourue d en fonction du temps t.

Quelle est la vitesse maximale atteinte par le char à voile pendant l'essai ?

1. Char à voile

La distance en mètres parcourue par le char à voile pendant l'essai en fonction du temps t exprimé en secondes est modélisée par :

$$d(t) = -\frac{0{,}2}{3}t^3 + 2t^2$$

2. Équation horaire

La vitesse instantanée v en m/s est la dérivée de la distance d.
On peut écrire : $v(t) = d'(t)$

3. Vitesse instantanée

Vers le CCF

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	– Utiliser les formules de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3. – Dresser, à partir du signe de la dérivée, le tableau de variations. – Exploiter le tableau de variations pour déterminer les éventuels extremums locaux de la fonction *f*.		
Connaissances	– Fonction cube. – Dérivée de la fonction cube. – Fonction polynôme de degré 3.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	3 ; 4 ; 5	
	Analyser-Raisonner	2 ; 6	
	Valider	7	
			/10

Situation

Une entreprise de menuiserie fabrique et commercialise des chaises.
Le coût de revient exprimé en euros en fonction du nombre x de chaises vendues par jour est modélisé sur l'intervalle [0 ; 28] par la fonction :

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72$$

1. Calculer le coût de revient de 3 chaises.

$C(3) = \frac{1}{3} \times 3^3 - 11 \times 3^2 + 100 \times 3 + 72 = 282$ €

2. Chaque chaise est vendue 60 €. Déterminer l'expression du prix de vente $R(x)$ en fonction de x correspondant à la vente de x chaises.

$R(x) = 60x$

3. Sachant que le bénéfice est égal au prix de vente moins le coût de revient, montrer que le bénéfice réalisé pour la vente de x chaises est donné par la relation :

$$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72$$

$B(x) = R(x) - C(x) = 60x - (1/3x^3 - 11x^2 + 100x + 72) = -1/3x^3 + 11x^2 - 40x - 72$

4. Déterminer l'expression de la dérivée $B'(x)$.

$B'(x) = -x^2 + 22x - 40$

5. Résoudre $B'(x) = 0$ en utilisant le mode Equation de la calculatrice.

$x = 2$ et $x = 20$

6. Étudier le signe de la dérivée $B'(x)$. En déduire les variations de la fonction en complétant le tableau suivant.

x	0		2		20		28
Signe de $B'(x)$		–	0	+	0	–	
$B(x)$	– 72	↘	– 110,6	↗	861,3	↘	114,7

7. Combien de chaises faut-il vendre pour avoir un bénéfice maximal ? Donner la valeur du bénéfice maximal.

Il faut vendre 20 chaises et le bénéfice sera de 861,30 €

5 Chapitre

Fonctions exponentielles et logarithme décimal

Vous allez apprendre à…

- ✔ Représenter graphiquement les fonctions exponentielles $x \rightarrow q^x$.
- ✔ Utiliser les propriétés opératoires des fonctions exponentielles.
- ✔ Représenter graphiquement la fonction logarithme décimal.
- ✔ Résoudre des équations du type $q^x = a$ et $\log(x) = a$ ou des inéquations.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION Invitation exponentielle

Florent a terminé ses études. Il aimerait constituer une association des anciens élèves de Bac Pro de son lycée. Il invite au lycée à la fin de l'année scolaire, via les réseaux sociaux, trois anciens élèves. Il demande alors, à chacun des trois, d'inviter à leur tour 3 anciens pour la rencontre de l'année suivante et ainsi de suite chaque année.

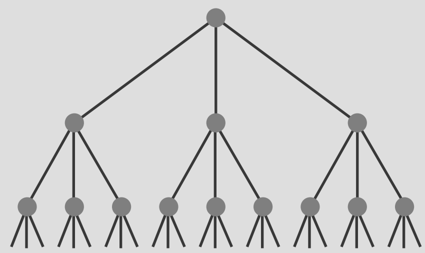
1. Rencontre avec les anciens élèves

Florent voudrait connaître l'année où l'association accueillera 500 nouveaux invités.

2. Document transmis à la direction de lycée

Ce réseau d'anciens élèves de Bac Pro constituera un moyen efficace pour accompagner les élèves scolarisés dans leur parcours et les épauler lorsqu'ils entreront dans le monde du travail.

3. Document donné à chaque nouvel adhérent



Chaque nouvel invité reviendra l'année d'après avec trois anciens élèves.

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

La première année un seul adhérent.

Chaque adhérent invite 3 nouveaux adhérents.

Trouver l'année des 500 nouveaux invités.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = 3$

Trouver l'expression de u_n en fonction de n : $u_n = 1 \times 3^{n-1}$

Représenter graphiquement la fonction $f(x) = 3^{x-1}$

Résoudre graphiquement $f(x) = 500$

3 Rédiger la solution

$f(x) = 500$ alors $x = 6{,}66$ $x \approx 7$

Dans 7 ans l'association accueillera plus de 500 nouveaux adhérents.

1 Étudier une fonction exponentielle

Activité 1 **En quelle année faudra-t-il arrêter la production ?**

En stage dans une entreprise qui fabrique des téléphones portables, Jonathan note, en étudiant les livrets du modèle Nok12, que 80 000 unités ont été produites l'année de sortie de ce modèle, puis que la production a régulièrement diminué de moitié chaque année. Pour son rapport de stage, il doit calculer le nombre d'unités produites chaque année et prévoir l'année de l'arrêt de la production du téléphone Nok12.

S'approprier

1. Compléter le tableau des productions annuelles.

Rang de l'année (n)	Production (u_n)
1	80 000
2	40 000
3	20 000
4	10 000
5	5 000

2. Monter qu'il s'agit d'une suite géométrique de raison $q = 0,5$

Le rapport de deux termes consécutifs est constant.

$(u_2/u_1) = (u_3/u_2) = (u_4/u_3) = (u_5/u_4) = 0,5$. La raison est 0,5.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 80\,000 \times 0,5^{n-1}$

4. Montrer que $80\,000 \times 0,5^{n-1} = 160\,000 \times 0,5^n$.

$80\,000 \times 0,5^{n-1} = \ldots 80\,000 \times 0,5^n \times 0,5^{-1} = 160\,000 \times 0,5^n$

! *Propriétés des exponentielles*

$q^{a+b} = q^a \times q^b$

$q^{a-b} = \dfrac{q^a}{q^b}$

Réaliser

5. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par $f(x) = 0,5^x$.

a. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant :

x	1	2	3	5
$f(x)$	0,5	0,25	0,125	0,03125

TUTO
Établir un tableau de valeurs à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto7

b. Tracer à l'aide de la calculatrice la courbe représentative de f.

c. Cocher la bonne réponse afin de compléter la phrase suivante.
« La fonction f définie par $f(x) = 0,5^x$ est… »

☐ Croissante ☑ Décroissante

6. La production du modèle n'est plus rentable dès que la production annuelle est de 1 250 unités.

a. Résoudre graphiquement l'équation $160\,000 \times 0,5^x = 1\,250$

$x = 7$

Communiquer

b. Déterminer l'année de l'arrêt de la fabrication.

La fabrication sera arrêtée la 7e année.

➔ ***La fonction f exponentielle de base q est définie par $f(x) = q^x$***

2 Utiliser le logarithme décimal

Activité 2 **Comment contrôler son élevage ?**

Michel est un jeune agriculteur souhaitant se lancer dans l'élevage de lapins. Il commence avec 10 lapins (5 couples). Ayant lu dans la revue Lapin actuel que le nombre de lapins peut être multiplié par 10 chaque année, il souhaite connaître l'évolution du nombre de ses lapins sachant qu'il ne pourra pas dépasser un élevage de 3 000 lapins.
On note u_n le nombre de lapins présents dans l'élevage.

S'approprier

1. Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau suivant.

Année (rang *n*)	1	2	3	4	5
Nombre de lapins (u_n)	10	10^2	10^3	10^4	10^5

Réaliser

2. Indiquer la nature, le premier terme et la raison de cette suite numérique.
(u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_1 = 10$ et de raison $q = 10$.

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto5

3. Exprimer u_n en fonction de n.
$u_n = 10 \times 10^{n-1} = 10^n$

4. Soit f la fonction définie sur [0 ; 3] par $f(x) = 10^x$.
Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau suivant.

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	10	100	1 000

5. Tracer, à l'aide de la calculatrice, la courbe représentative de f.

! *Fenêtre d'affichage*
$X_{min} = 0$ $X_{max} = 10$
$Y_{min} = 0$ $Y_{max} = 1\,000$

6. Donner, en cochant la bonne réponse, le sens de variation de la fonction f définie par $f(x) = 10^x$.
☑ Croissante ☐ Décroissante

Analyser Raisonner

7. Compléter, à l'aide de la touche log de la calculatrice, le tableau suivant.

y	10	10^2	10^3	10^4
$\log y$	1	2	3	4

8. a. Résoudre l'équation $10^x = 3\,000$.
$\log 10^x = \log 3\,000$ soit $x = \log 3\,000$ donc $x = 3{,}4771$.

Communiquer

b. Préciser alors le nombre d'années au bout duquel l'élevage aura dépassé 3 000 lapins.
Au bout de 4 ans.

La fonction logarithme décimal est la réciproque de la fonction exponentielle de base 10.

3 Représenter graphiquement une fonction logarithme décimal

Activité 3 **Quel est le montant des frais de déplacement ?**

Ludivine est une infirmière libérale travaillant dans le Limousin. Pour visiter ses patients, chaque jour, elle a à parcourir entre 10 et 80 kilomètres. Le montant des frais de déplacement (exprimé en euros) en fonction du nombre x de kilomètres parcourus par jour est donné par l'expression

$$f(x) = -20 + 50 \log x.$$

S'approprier

1. Déterminer le montant des frais de déplacement pour 40 kilomètres parcourus.

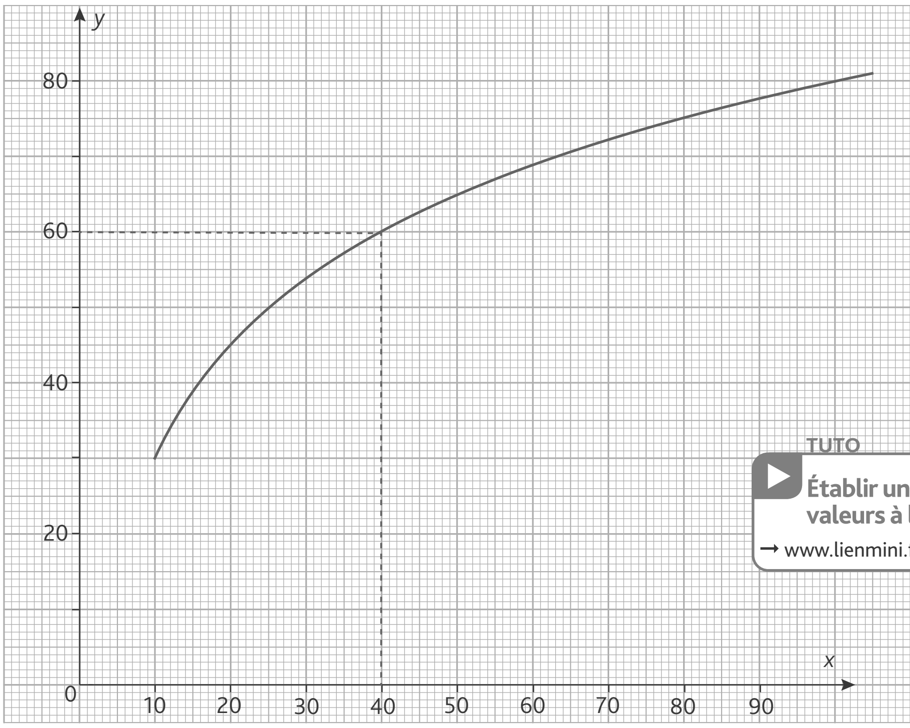
$f(40) = -20 + 50 \log 40 = 60{,}10$ €

2. Compléter le tableau de valeurs suivant.

x	10	15	20	30	50	80
$f(x)$	30	38,8	45,05	53,8	64,9	75,2

Réaliser

3. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère ci-dessous.



TUTO
Établir un tableau de valeurs à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto7

4. Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 60$ (on arrondira à l'unité près).

$f(x) = 60$. Soit pour $x \approx 40$.

Communiquer

5. À partir de combien de kilomètres les frais de déplacements s'élèveront au moins à 60 € ?

Les frais de déplacements s'élèveront au moins à 60 € à partir de 40 kilomètres.

6. Résoudre par le calcul l'inéquation : $-20 + 50 \log x > 60$ et retrouver ainsi le résultat de la question précédente (on arrondira à l'unité près).

$-20 + 50 \log x > 60$ donc $50 \log x > 80$ alors $\log x > 1{,}6$

ainsi $x > 10^{1,6}$ soit $10^{1,6} \approx 39{,}8$. On retrouve bien le résultat de la question précédente

➔ ***La fonction logarithme décimal est strictement croissante.***

4 Utiliser un repère semi-logarithmique

Activité 4 **De combien se déprécie la machine ?**

L'entreprise *Jardi-Vert* achète une nouvelle machine à 6 000 €. Elle estime que cette machine se déprécie régulièrement de 15 % par an. Soit V_n la valeur de la machine au bout de n années d'utilisation.

S'approprier

1. Compléter le tableau suivant.

Nombre d'années d'utilisation (n)	1	2	3	4
Valeur de la machine V_n (€)	5 100	4 335	3 684,8	3 132

2. La valeur de la machine peut être modélisée, en fonction du nombre d'années x, par la fonction f telle que $f(x) = 5\,100 \times 0{,}85^{x-1}$ pour tout x appartenant à l'intervalle [1 ; 10].

Vérifier que : $V_1 = f(1)$; $V_2 = f(2)$; $V_3 = f(3)$; $V_4 = f(4)$.

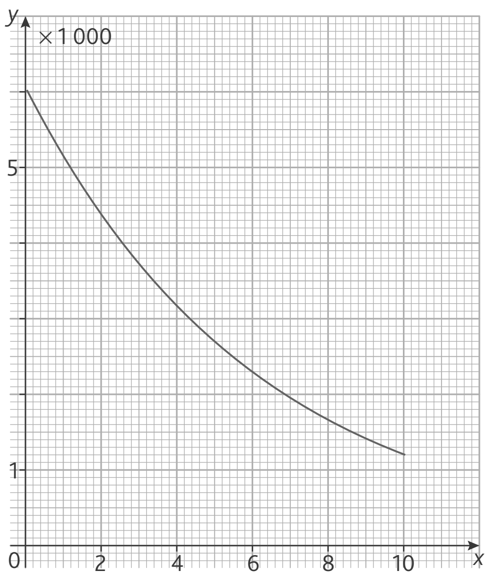
$f(1) =$ 5 100 ; $f(2) =$ 4 335 ; $f(3) =$ 3 684,8 ; $f(4) =$ 3 132

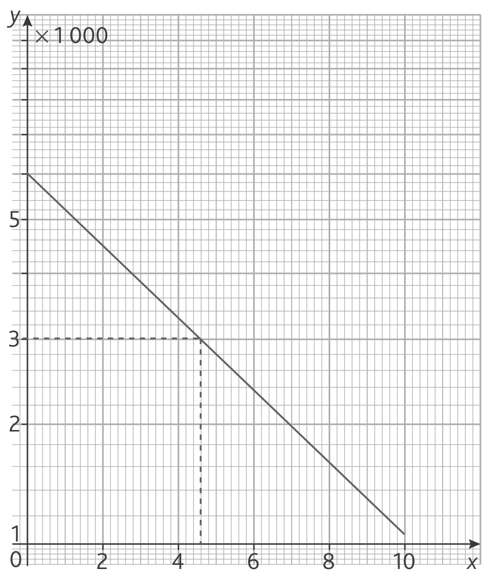
Réaliser

3. Tracer la représentation graphique de f dans :

a. un repère sur papier millimétré (à gauche) ;

b. un repère avec une échelle semi-logarithmique (à droite).





Communiquer

4. Déterminer le nombre d'années au bout desquelles la machine aura une valeur de 3 000 €.

a. Par le calcul :

$5\,100 \times 0{,}85^{x-1} = 3\,000$ soit $5{,}1 \times 0{,}85^{x-1} = 3$.

$\log 5{,}1 + (x-1) \times \log 0{,}85 = \log 3$ soit $x = 4{,}265$.

! *Propriété (rappel)*

$\log a^n = n \times \log a$

b. Graphiquement :

$x = 4{,}3$. La machine aura une valeur inférieure 3 000 € au bout de 5 années.

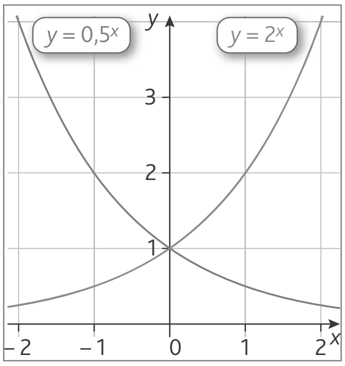
Une échelle semi-logarithmique permet de représenter une grandeur ayant une grande amplitude de variation.

Bilan

A. Fonction exponentielle de base *q*

La fonction exponentielle de base q (avec $q > 0$) définie par $x \mapsto q^x$ est :

- strictement décroissante si $0 < q < 1$;
- strictement croissante si $q > 1$.



Propriétés

- $q^0 = 1$
- $q^a \times q^b = q^{a+b}$
- $(q^a)^n = q^{a \times n}$
- $\dfrac{q^a}{q^b} = q^{a-b}$

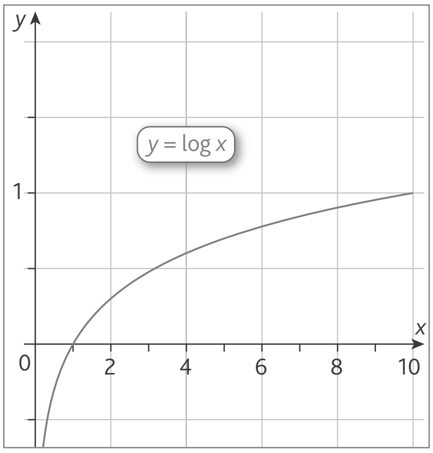
Vocabulaire logique

Pout tout x positif :

$y = \log x \Leftrightarrow x = 10^y$

B. Fonction logarithme décimal

- La fonction logarithme décimal est définie pour tout nombre réel $x > 0$ par : $f(x) = \log x$.
- La fonction logarithme décimal est strictement croissante pour tout $x > 0$.
- Si $y = \log x$, alors $x = 10^y$.
- $\log 1 = 0$; $\log 10 = 1$; $\log 10^n = n$.



Propriétés

a et b sont deux nombres positifs non nuls :

- $\log (a \times b) = \log a + \log b$
- $\log \dfrac{a}{b} = \log a - \log b$
- $\log \dfrac{1}{a} = -\log a$
- $\log a^n = n \log a$

MÉTHODE Exercices 12 et 13

Résoudre une équation de type $q^x = a$

En 2020, Amina a acheté une voiture au prix de 18 000 €. Selon l'argus, la valeur de cette voiture diminue de 15 % par an. Elle cherche à savoir en quelle année la voiture vaudra moins de 9 000 €. Pour cela, elle doit résoudre l'équation : $18\,000 \times 0{,}85^x = 9\,000$.

Démarche

- Écrire l'équation sous la forme : $q^x = a$.
- Écrire le logarithme décimal des deux membres de l'équation.
- Simplifier l'écriture en utilisant la propriété : $\log a^n = n \log a$.
- Calculer $x = \dfrac{\log a}{\log q}$.

Solution

$18\,000 \times 0{,}85^x = 9\,000$ soit $0{,}85^x = 0{,}5$.

$\log 0{,}85^x = \log 0{,}5$ soit $x.\log 0{,}85 = \log 0{,}5$

d'où : $x = \dfrac{\log 0{,}5}{\log 0{,}85} = 4{,}26$.

La voiture vaudra 9 000 € au bout d'un peu plus de 4 ans. C'est en 2025 que cette voiture vaudra moins de 9 000 €.

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Étudier les fonctions exponentielles

La fonction f est définie par $f(x) = 0{,}8^x$
La fonction g est définie par $g(x) = 5^x$.

a. Indiquer le sens de variation de la fonction f.
☐ Constante ☐ Croissante ☑ Décroissante
b. Indiquer le sens de variation de la fonction g.
☐ Constante ☑ Croissante ☐ Décroissante

2 Résoudre des équations du type $q^x = a$

a. Donner la solution de l'équation : $10^x = 49$.
☑ $x = \log 49$ ☐ $x = 49/10$ ☐ $x = 10^{49}$
b. Donner la solution de l'équation : $0{,}5^x = 0{,}0625$
☐ $x = -5$ ☐ $x = 0$ ☑ $x = 4$

3 Étudier des fonctions logarithmes

On considère les fonctions f et g définies par :
$f(x) = \log x$.
$g(x) = 4\log x$.

a. Indiquer sur quels intervalles la fonction f est définie.
☑ $[1 ; 5[$ ☑ $]0 ; 10]$ ☐ $]-1 ; 8]$
b. Indiquer le sens de variation de la fonction g.
☐ Constante ☑ Croissante ☐ Décroissante

4 Résoudre des équations du type $\log x = a$

a. Choisir une solution de l'équation $\log x = 2$.
☐ $x = \log 2$ ☐ $x = 2/\log$ ☑ $x = 10^2$
b. Choisir une solution de l'équation $\log (2x) = 0$.
☐ $x = 0$ ☑ $x = 0{,}50$ ☐ $x = -2$

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10548-qcm5

5 Écrire un nombre en notation scientifique

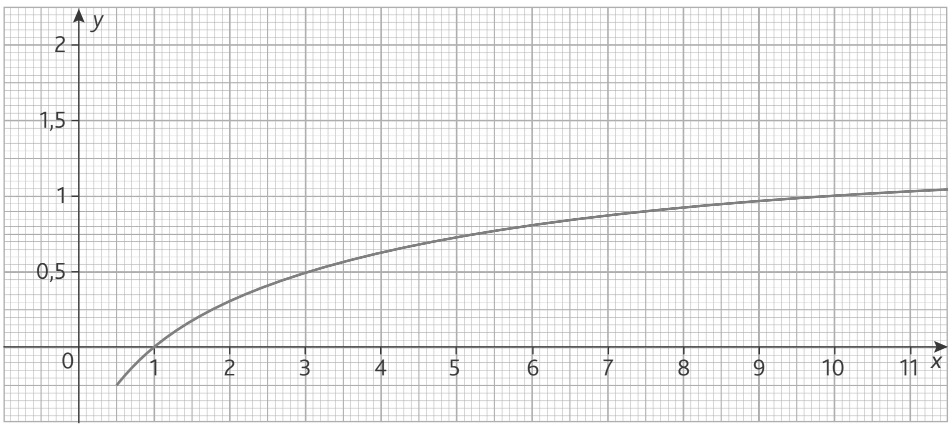
Compléter le tableau suivant :

Écriture décimale	0,001	0,1	100	7 000
Écriture scientifique	10^{-3}	10^{-1}	10^2	7×10^3

6 Se repérer dans un repère orthogonal

La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \log(x)$.

En utilisant cette courbe, prévoir :
La valeur de y si $x = 1$: $y = 0$
La valeur de x si $y = 0{,}5$: $x = 3{,}2$
La valeur de x si $y = 1$: $x = 10$



7 Compléter le tableau de valeurs suivant (on arrondira les valeurs au dixième près).

x	0,1	1	2	10	1 000	2 000
$\log x$	– 1	0	0,3	1	3	3,3

8 Sans calculatrice, déterminer les valeurs suivantes.

a. $\log 10^2 = 2$ **b.** $\log 10^{-3} = -3$

c. $\log 0{,}1 = -1$ **d.** $\log 10\,000 = 4$

9 Sachant que $\log 2 \approx 0{,}3$, déterminer (toujours sans calculatrice) les nombres suivants.

a. $\log 0{,}2 = \log(2 \times 10^{-1}) = -1 + \log 2 = -0{,}7$ **b.** $\log 200 = \log(2 \times 10^2) = 2 + \log 2 = 2{,}3$

c. $\log 2^5 = 5 \log 2 = 1{,}5$ **d.** $\log 0{,}5 = \log\left(\frac{1}{2}\right) = -\log 2 = -0{,}3$

10 Compléter le tableau suivant (on arrondira les valeurs au dixième près).

a	b	$a \times b$	$\log a$	$\log b$	$\log(a \times b)$	$\log a + \log b$	$\frac{a}{b}$	$\log \frac{a}{b}$	$\log a - \log b$
2	4	8	0,3	0,6	0,9	0,9	0,5	– 0,3	– 0,3
10	5	50	1	0,7	1,7	1,7	2	0,3	0,3

11 Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle [– 4 ; 4] par :

$$f(x) = 1{,}8^x \text{ et } g(x) = 0{,}95^x$$

! *Fenêtre d'affichage*
$X_{min} = -5$ $X_{max} = 5$
$Y_{min} = 0$ $Y_{max} = 20$

1. Utiliser la calculatrice pour tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.

2. Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions précédentes.

f est croissante et g est décroissante.

12 Résoudre les équations suivantes.

a. $5^x = 3$: $x = \dfrac{\log 3}{\log 5} = 0{,}68$

b. $2^x = 512$: $x = \dfrac{\log 512}{\log 2} = 9$

c. $20 \times (1{,}05)^x = 50$: $1{,}05^x = 2{,}5$ donc $x = \dfrac{\log 2{,}5}{\log 1{,}05} = 18{,}8$

13 Résoudre les inéquations suivantes.

a. $0{,}5^x + 3{,}5 \leqslant 8{,}5$

$0{,}5^x \leqslant 5$; $x \geqslant \log 5 \div \log 0{,}5$; $x \geqslant -2{,}32$.

b. $1\,800 \times (1{,}05)^x \leqslant 450$

$(1{,}05)^x \leqslant 0{,}25$ $x \leqslant (\log 0{,}25) \div (\log 1{,}05)$ $x \leqslant -28{,}41$

14 Résoudre les équations suivantes.

a. $\log(2x - 1) = 3$ **b.** $\log(x + 1) = 2$

a. $\log(2x - 1) = \log 10^3$ $2x - 1 = 1\,000$ $x = 500{,}5$ **b.** $x + 1 = 100$; $x = 99$

15 Résoudre les équations suivantes.

a. $\log x = 1{,}5$ $x = 10^{1{,}5}$

b. $\log x = -2$ $x = 10^{-2}$

c. $5 \log x - 2 = 0$ $x = 10^{0{,}4}$

16 Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle [1 ; 5] par :

$$f(x) = \log x^5 \text{ et } g(x) = 5 \log x.$$

1. Avec la calculatrice, tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.
2. Combien de courbes obtient-on sur l'écran ? Justifier le résultat.

Une seule courbe ; $f(x) = g(x)$

3. Indiquer le sens de variation de f.

f est croissante

> **!** *Fenêtre d'affichage*
> $X_{min} = 0$ $X_{max} = 5$
> $Y_{min} = 0$ $Y_{max} = 10$

17 Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle [0,1 ; 10] par :

$$f(x) = \log x \text{ et } g(x) = \log \frac{1}{x}.$$

1. Avec la calculatrice, tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.
2. Comparer les deux courbes obtenues. Justifier le résultat.

Les deux courbes sont symétriques par rapport à l'axe horizontal

> **!** *Fenêtre d'affichage*
> $X_{min} = 0$ $X_{max} = 10$
> $Y_{min} = -2$ $Y_{max} = 2$

Utiliser l'algorithmique et la programmation

18 Une entreprise de textile augmente sa production de maillots de foot de 10 % chaque semaine. Pendant la première semaine, la production est de 1 200 maillots.
Moussa, stagiaire dans l'entreprise, doit déterminer le nombre de semaines nécessaires pour atteindre une production de 10 000 maillots par semaine.
Pour cela, il se sert de la fonction exponentielle f définie par $f(x) = 1\,200 \times (1{,}1)^{x-1}$ où $f(x)$ représente le nombre de maillots fabriqués et x le nombre de semaines.
Il rédige l'algorithme de traitement ci-contre.

```
Définir la fonction f(x)
x ← 1
Répéter Tant que f(x) < 10 000
        x ← x + 1
Fin de Tant que
Afficher x
```

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme.
2. Exécuter le programme et donner la solution de l'équation $f(x) = 10\,000$.

$x = 24$

La production atteindra les 10 000 maillots en 24 semaines

3. Modifier le programme avec une augmentation de production de 15 % par semaine.
Donner la valeur de x ainsi trouvée.

$x = 17$

La production atteindra les 10 000 maillots en 17 semaines

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

19 Une piscine trop basique ? ✪

Zélie, vendeuse de piscines, conseille à ses clients de vérifier le pH et de l'ajuster, si besoin, afin d'avoir un pH neutre. Le pH est un indicateur déterminant pour la qualité de l'eau : il est compris entre 0 et 14.

> - *pH < 7 : l'eau est acide.*
> - *pH = 7 : l'eau est neutre.*
> - *pH > 7 : l'eau est basique.*

Le pH (potentiel hydrogène) est fonction de la concentration d'ions hydrogènes H^+ dans l'eau, notée $[H^+]$ et donnée en mol/L. Par définition, $pH = -\log [H^+]$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

$[H^+]$	10^{-1}	10^{-7}	10^{-12}	10^{-14}
pH			12	

2. Calculer le pH correspondant à une concentration $[H^+] = 2{,}5 \times 10^{-3}$ mol/L.

3. Calculer la concentration $[H^+]$ d'une solution de pH = 7,4.

20 Un bon anniversaire ! ✪✪

Mme Ozora désire placer 20 000 € sous forme d'une assurance-vie au bénéfice de son petit-fils Mihaï, âgé de 8 ans. Son assureur lui propose le contrat suivant.

> **Taux de placement :**
> **4,5 % l'année** (intérêts composés).
> **Temps minimum d'immobilisation :**
> **10 ans.**

1. Compléter le tableau suivant.

Nombre d'années de placement	1	2	5	8
Valeur acquise				

2. La fonction f modélise bien l'évolution du placement. Cette fonction est définie sur l'intervalle [0 ; 15] par :

$$f(x) = 20\,000 \times 1{,}045^x$$

où x est le nombre d'années de placement.

a. Justifier que la fonction f est croissante sur l'intervalle [0 ; 15].

> **Pour l'enseignant**
> → Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

b. Tracer la courbe représentative de f à l'aide d'un grapheur.

3. Mme Ozora décide d'offrir à Mihaï la valeur acquise au bout de 10 ans. Déterminer graphiquement cette somme.

4. Déterminer par le calcul le nombre d'années au bout duquel la valeur acquise par le capital placé par Mme Ozora sera égale à 50 000 €.

21 Évolution d'un salaire ✪✪

Pour son premier emploi, Clara se voit proposer le contrat d'embauche suivant : au 1er janvier 2020, son salaire est de 1 680 € et augmente de 3 % par an.

On note u_n le salaire mensuel au cours de l'année $2020 + n$.

1. Montrer que la suite (u_n) est géométrique, en précisant son terme initial u_1 et sa raison q.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

3. On considère la fonction f définie sur [0 ; 30] par :

$$f(x) = 1\,680 \times 1{,}03^x.$$

a. En arrondissant les valeurs au dixième près, compléter le tableau ci-dessous.

x	0	2	6	15	20
$f(x)$					

b. À l'aide de la calculatrice, tracer la courbe représentative de f.

4. a. Déterminer graphiquement à partir de quelle année le salaire mensuel de Clara deviendra supérieur à 1 800 €.

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

5. Déterminer par le calcul à partir de quelle année le salaire mensuel de Clara deviendra supérieur à 2 000 €.

> TUTO
> **Tracer une courbe à la calculatrice**
> → www.lienmini.fr/10548-tuto5

22 Placement financier ✪✪

Au 1er janvier 2015, Anaïs a placé deux sommes d'argent à intérêts composés :
– le premier placement P_1 : 2 500 € au taux d'intérêt annuel de 3,5 % ;
– le second placement P_2 : 3 000 € au taux d'intérêt annuel de 2 %.

On note $f(n)$ la valeur acquise au 1er janvier de l'année $(2015 + n)$ par le placement P_1 et $g(n)$ la valeur acquise par le placement P_2 au 1er janvier de l'année $(2015 + n)$.

1. Montrer que $f(n) = 2\,500 \times 1{,}035^n$ et $g(n) = 3\,000 \times 1{,}02^n$.

2. Soit la fonction f définie sur [0 ; 15] par :
$f(x) = 2\,500 \times 1{,}035^x$.

a. Résoudre l'inéquation :
$2\,500 \times 1{,}035^x \geqslant 4\,000$.

b. En déduire à partir de quelle année la valeur acquise par le capital P_1 dépassera 4 000 €.

3. Soit g la fonction définie sur [0 ; 15] par :
$g(x) = 3\,000 \times 1{,}02^x$.

a. Résoudre l'inéquation :
$3\,000 \times 1{,}02^x \geqslant 4\,000$.

b. En déduire à partir de quelle année la valeur acquise par le capital P_2 dépassera 4 000 €.

4. Tracer, à l'aide de la calculatrice, dans le même repère les courbes représentatives de f et g.

5. Déterminer graphiquement à partir de quelle année la valeur acquise par le capital P_1 sera plus élevée que la valeur acquise par le capital du placement P_2.

23 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Bruit d'éolienne

La municipalité de la ville veut évaluer les nuisances sonores causées par un parc éolien.
Elle charge Lina de mesurer le niveau de bruit d'une éolienne pour présenter un rapport sur le sujet devant la commission de l'environnement.

1. Éolienne

2. Relevés des niveaux de bruit de l'éolienne.

Distance à l'éolienne x (m)	Niveau de bruit L (dB)
1	102
5	88
10	82
20	76
50	68

3. Éléments du rapport de Lina.

• Le bruit est considéré comme sans risque lorsqu'il est inférieur à 60 dB.
• Le niveau de bruit L (en dB) de l'éolienne peut être modélisé par la relation :

$$L = 102 - 20 \log x$$

avec x en mètres.

À partir de quelle distance Lina peut-elle considérer le bruit de l'éolienne étudiée comme sans risque pour les riverains ?

Vers le CCF

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Représenter graphiquement les fonctions exponentielles $x \mapsto q^x$ Résoudre des équations du type $q^x = a$		
Connaissances	Fonctions exponentielles de base q. Propriétés opératoires des fonctions exponentielles.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1 ; 2	
	Réaliser	3 ; 4	
	Analyser-Raisonner	5	
	Valider	6	
			/10

Situation

L'imprimerie *La carterie vintage*, spécialisée dans l'impression de cartes postales de style rétro, accuse une baisse des ventes à cause de la concurrence sur internet. Elle perd tous les ans 8 % de son chiffre d'affaires. Le directeur de l'imprimerie prévoit d'arrêter la production des cartes postales quand le chiffre d'affaires sera inférieur à 120 000 €.

Dans combien de temps le directeur de l'imprimerie sera-t-il contraint d'arrêter d'imprimer des cartes postales ?

1. Cette année, le chiffre d'affaires est $u_1 = 230\ 000$ €.

On suppose que la tendance se poursuit sur sept ans. Calculer les chiffres d'affaires u_2, u_3 et u_4 des trois années suivantes.

$u_2 = 211\ 600$ € $u_3 = 194\ 672$ € $u_4 = 179\ 098$ €

2. u_1, u_2, u_3 et u_4 forment-ils une suite géométrique ? Si oui, quelle est la raison de cette suite ?

u_1, u_2, u_3 et u_4 forment une suite géométrique de raison $q = 0{,}92$ car :

$(u_2 \div u_1) = (u_3 \div u_2) = (u_4 \div u_3) = 0{,}92$

3. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 230\ 000 \times 0{,}92^{n-1}$

4. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 10] par $f(x) = 250\ 000 \times 0{,}92^x$.

a. Compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir à l'unité près).

x	1	2	3	5
$f(x)$	230 000	211 600	194 672	179 098

b. À l'aide de la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction f.

5. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = 120\ 000$. $x = 8{,}8$

6. Au bout de combien d'années l'imprimerie mettra-t-elle un terme à la production de ses cartes postales rétro ?

L'imprimerie arrêtera la production des cartes postales au bout de 9 ans.

6 Chapitre

Calculs commerciaux et financiers

Vous allez apprendre à…

- ✔ Calculer le montant du capital obtenu par un placement à intérêts composés.
- ✔ Déterminer une durée de placement à intérêts composés.
- ✔ Compléter un tableau d'amortissement.
- ✔ Calculer un taux.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION Achat d'appartement

Monsieur et Madame Martin veulent acheter un appartement. En plus de leur apport personnel, il devront obtenir un crédit. La banque leur propose un prêt sur 15 ans au taux de 1,8% l'an avec un remboursement par mensualités constantes.

1. L'appartement à vendre

2. Extrait du tableau d'amortissement

mois	capital restant dû	amortissement	intérêt	mensualité hors assurance
1	120 000 €	581,21 €	180,00 €	761,21 €
2	119 418,79 €	582,08 €	179,13 €	761,21 €
3	118 836,71 €	582,95 €	178,26 €	761,21 €

3. Taux d'intérêts

Le taux d'intérêt d'un crédit immobilier dépend de la banque et de la durée du prêt. Il peut varier de 0,9% à plus de 2% l'an.

Monsieur et Madame Martin voudraient savoir quel montant total ils auront à rembourser et quel sera le coût de ce crédit.

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Somme empruntée : 120 000 €

Durée : 15 ans

Remboursement par mensualités constantes. Montant de la mensualité = 761,21 €.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Calculer :

– le nombre de mensualités : $15 \times 12 = 180$ mensualités

– le total des mensualités sur 15 ans : $761{,}21 \times 180 = 137\,017{,}80$ €

– la différence entre ce total et le capital emprunté : $137\,017{,}80 - 120\,000 = 17\,017{,}80$ €

3 Rédiger la solution

Le montant total à rembourser est de 137 017,80 €.

Le coût du crédit s'élève à 17 017,80 €.

1 Calculer le capital obtenu à intérêts composés

Activité 1 **Quel capital sera obtenu en fin de placement ?**

Madame Badeleine vient d'hériter de 50 000 €. Son conseiller financier lui propose de placer cette somme sur un contrat d'assurance-vie rémunéré à 3% l'an. Elle pourra ainsi se constituer un capital qu'elle pourra utiliser pour s'offrir des voyages de rêve lorsqu'elle prendra sa retraite dans 12 ans.

Madame Badeleine voudrait connaître le montant du capital disponible à cette date si le taux d'intérêt du placement ne varie pas.

S'approprier

1. a. Calculer l'intérêt rapporté après un an de placement.

$i = 50\,000 \times 0{,}03 = 1\,500$ €

b. En déduire la somme dont disposera Madame Badeleine au bout d'un an.

Capital obtenu $= 50\,000 + 1\,500 = 51\,500$ €

> **!** *La valeur acquise, C_n, est le montant du capital obtenu après n périodes de placement à intérêts composés.*

Réaliser

2. a. Compléter le tableau suivant pour déterminer les valeurs acquises par le capital placé les 3 premières années.

Années	Capital placé (€)	Intérêts (€)	Valeur acquise (€)
1	$C_0 = 50\,000$	1 500	$C_1 = 51\,500$
2	$C_1 = 51\,500$	1 545	$C_2 = 53\,045$
3	$C_2 = 53\,045$	1 591,35	$C_3 = 54\,636{,}35$

Analyser Raisonner

b. Montrer que le capital C_0 et les valeurs acquises C_1, C_2 et C_3 forment une suite géométrique. En préciser la raison.

Les quotients des termes successifs sont égaux

$\frac{C_1}{C_0} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_3}{C_2} = 1{,}03$

La raison de la suite est $q = 1{,}03$

> **!** *Dans un placement à intérêts composés la valeur acquise à la fin d'une période correspond au capital placé pour la période suivante.*

Communiquer

3. Ouvrir le fichier « assurance-vie » pour afficher le tableau déterminant les valeurs acquises par le capital pour les 12 années de placement. Compléter ce tableau et donner la valeur acquise par le capital de 50 000 € après 12 années de placement.

$C_{12} = 71\,288{,}04$ €

> **Fichier à télécharger**
> → www.lienmini.fr/10548-assurance-vie

Valider

4. La valeur acquise d'un placement à intérêts composés peut se déterminer directement par la méthode ci-contre. Appliquer cette méthode pour calculer la valeur acquise par le capital de Madame Badeleine après 12 années de placement.

Capital placé : $C_0 = 50\,000$ €

Taux périodique : $t = 0{,}03$ (3% l'an)

Nombre de périodes : 12

Valeur acquise : $C_{12} = 50\,000 \times (1 + 0{,}03)^{12}$

soit $C_{12} = 71\,288{,}04$ €.

> **MÉTHODE**
> ### Calculer une valeur acquise
> - Connaître le capital placé C_0, le taux périodique de placement t et le nombre de périodes n.
> - Calculer la valeur acquise C_n par la formule :
> $C_n = C_0(1 + t)^n$

➔ ***Dans un placement à intérêts composés, les intérêts sont capitalisés à la fin de chaque période de placement.***

2 Déterminer une durée de placement à intérêts composés

Activité 2 **Quand rembourser le prêt ?**

Nolwenn souhaite ouvrir un magasin de vêtements en centre-ville. Elle établit le budget prévisionnel de ce projet et constate que ses ressources personnelles sont insuffisantes, il lui manque 20 000 €. Son amie Leila, qui souhaite faire un placement, lui propose de lui prêter cette somme avec une capitalisation mensuelle au taux de 0,1% le mois. Le remboursement du capital et des intérêts s'effectuera lorsque la somme sera de 21 000 €. Nolwenn voudrait savoir quand elle devra rembourser son amie.

> **!** *La valeur acquise C_n par le capital C_0 au bout de n périodes de placement est égale à $C_n = C_0(1+t)^n$ avec t : taux d'intérêt sur une période.*

TUTO **Tracer une courbe à la calculatrice** → www.lienmini.fr/10548-tuto5

S'approprier

1. Calculer la valeur acquise par le capital de 20 000 € au bout d'un an.

1 an = 12 mois soit $n = 12$.

$C_{12} = 20\,000\,(1 + 0{,}001)^{12} = 20\,241{,}32$

La valeur acquise est de 20 241,32 €.

Analyser Raisonner

2. Le nombre de mois de placement est noté x.

a. Montrer que la valeur acquise par le capital de Leila peut s'écrire $C_x = 20\,000 \times 1{,}001^x$.

$C_n = C_0(1+t)^n$ avec $C_0 = 20\,000$, $t = 0{,}1\% = 0{,}001$ et $n = x$

d'où $C_x = 20\,000 \times (1 + 001)^x = 20\,000 \times 1{,}001^x$.

Réaliser

b. Afficher sur l'écran de la calculatrice la courbe d'équation $y = 20\,000 \times 1{,}001^x$ et la droite d'équation $y = 21\,000$ pour $x \in [0 ; 50]$.

c. Résoudre graphiquement l'équation $20\,000 \times 1{,}001^x = 21\,000$

À l'intersection, $x = 48{,}8$.

Communiquer

d. Au bout de combien de temps Nolwenn devra-t-elle verser les 21 000 € à son amie ?

Le remboursement des 21 000 € s'effectuera au bout de 48,8 mois soit pratiquement au bout de 4 ans.

Analyser Raisonner

3. La durée d'un placement à intérêts composés peut se déterminer directement par la méthode ci-dessous. Appliquer cette méthode pour calculer la durée du placement de Leila.

MÉTHODE

Calculer une durée de placement

- Connaître le capital placé C_0, la valeur acquise C_n et le taux périodique de placement t.
- Transformer la formule de capitalisation : $C_n = C_0(1+t)^n$ équivaut à $(1+t)^n = \dfrac{C_n}{C_0}$.
- Utiliser le logarithme pour déterminer la valeur de n placée en exposant :

$$\log(1+t)^n = \log\frac{C_n}{C_0} \text{ soit } n.\log(1+t) = \log\frac{C_n}{C_0} \text{ d'où } n = \frac{\log\frac{C_n}{C_0}}{\log(1+t)}.$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{21000}{20000}\right)}{\log(1{,}001)} = 48{,}8$$

soit une durée de 48,8 mois soit près de 4 ans.

➔ ***Les périodes de capitalisation des intérêts peuvent être le mois, le trimestre, le semestre ou l'année.***

3 Compléter un tableau d'amortissement

Activité 3 **Quelles sont les annuités de remboursement ?**

Le directeur de l'entreprise « les transports réunis » envisage l'achat d'un nouveau véhicule destiné au transport des marchandises.
Pour financer cet achat, l'entreprise devra contracter l'emprunt d'un capital de 40 000 € au taux de 2,1% l'an remboursable en cinq annuités.
Avant de prendre sa décision, il demande à son comptable de lui établir un tableau récapitulatif des remboursements de cet emprunt.

S'approprier

A. Amortissement constant

Le comptable propose un remboursement avec un amortissement constant et doit compléter le tableau d'amortissement ci-dessous où les montants sont en euros.

Échéance	Capital dû avant l'échéance	Amortissement	Intérêt	Annuité
1	40 000	8 000	840	8 840
2	32 000	8 000	672	8 672
3	24 000	8 000	504	8 504
4	16 000	8 000	336	8 336
5	8 000	8 000	168	8 168

1. Calculer le montant d'un amortissement puis compléter la troisième colonne du tableau.

$A = \frac{40\,000}{5} = 8\,000$ €

Réaliser

2. Pour une échéance donnée, le capital restant dû est égal à la différence du capital dû l'année précédente et de l'amortissement.
Calculer le capital restant dû à la deuxième échéance, puis compléter la deuxième colonne du tableau.

capital restant dû = 40 000 – 8 000 = 32 000 €.

> **!** *L'amortissement est la part de capital remboursé. L'amortissement constant A d'un capital de valeur V_0 remboursé en n annuités est égal à : $A = \frac{V_0}{n}$*

3. Les intérêts représentent 2,1 % du capital restant dû avant l'échéance.
Calculer l'intérêt pour chaque échéance puis compléter la quatrième colonne du tableau.

$i_1 = 40\,000 \times 0{,}021 = 840$ € ; $i_2 = 32\,000 \times 0{,}021 = 672$ € ;
$i_3 = 24\,000 \times 0{,}021 = 504$ € ; $i_4 = 16\,000 \times 0{,}021 = 336$ € ;
$i_5 = 8\,000 \times 0{,}021 = 168$ €

Communiquer

4. a. Déterminer le montant de la première annuité.

première annuité = 8 000 + 840 = 8 840 €

b. Compléter la cinquième colonne du tableau.

c. Effectuer la somme des annuités. En déduire le coût du crédit.

Somme des annuités = 42 520 €

Coût du crédit = 42 520 – 40 000 = 2 520 €.

> **!** *L'intérêt se calcule sur le capital restant dû. L'annuité est la somme de l'amortissement et de l'intérêt.*

➔ *Avec un amortissement constant, l'annuité diminue à chaque échéance.*

3 Compléter un tableau d'amortissement (suite)

B. Annuités constantes

Le remboursement par amortissement constant ne convient pas au directeur de l'entreprise. Il préfèrerait cinq annuités de même montant pour rembourser son emprunt de 40 000 € au taux de 2,1%.

Le comptable utilise un tableur pour réaliser le tableau d'amortissement.

Les fonctions financières du tableur permettent les calculs d'annuités et d'intérêts de remboursement d'emprunts.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-amortissement

S'approprier

1. Ouvrir le fichier « amortissement ».

	A	B	C	D	E
1	échéances	capital restant dû	amortissement	intérêt	annuité
2	1	40000			
3	2				
4	3				
5	4				
6	5				

2. Calculer l'annuité en saisissant dans la cellule E2 la formule : =VPM(2,1%;5;40000) .

Noter la valeur obtenue : 8 510,98 €

Compléter la colonne « annuité » avec la valeur obtenue.

La fonction financière =VPM(taux ; npm ; va) permet le calcul de l'annuité pour un emprunt à taux constant (taux) connaissant le nombre d'annuités de remboursement (npm) et le capital emprunté (va).

3. Les intérêts représentent 2,1 % du capital restant dû avant l'échéance.

Saisir dans la cellule D2 la formule de calcul de l'intérêt pour cette échéance : =INTPER(2,1%;1;4;B2)

Noter la valeur obtenue : 840 €

Réaliser

4. L'amortissement est égal au montant de l'annuité moins l'intérêt.
Saisir dans la cellule C2 la formule = E2-D2.

Noter la valeur obtenue : 7 670,98 €

La fonction financière =INTPER(taux ; per ; npm ; va) permet le calcul de l'intérêt pour une période donnée (per).

5. Le capital restant dû à la deuxième échéance est égal au capital de l'échéance précédente moins l'amortissement.

Saisir dans la cellule B3 la formule = B2+C2.
(Attention, la valeur de l'amortissement donnée par le tableur est négative)
Noter la valeur obtenue : 32 329,02 €.

6. Compléter la deuxième ligne du tableau d'amortissement en recopiant la cellule « intérêt » puis « amortissement » puis « capital restant dû » à l'échéance 3.

Répéter ces opérations, ligne par ligne pour compléter l'ensemble du tableau.

Communiquer

7. a. Effectuer la somme des différents amortissements : 40 000 €

b. Comparer la somme obtenue avec le montant du capital emprunté.

La somme des amortissements est égale au capital emprunté.

8. Effectuer la somme des annuités. En déduire le coût du crédit.

Somme des annuités = 42 554,91 €

Coût du crédit = 42 554,91– 40 000 = 2 554,91€.

Avec des annuités constantes, l'amortissement augmente à chaque échéance.

A. Placement à intérêts composés

Un capital est placé à intérêts composés lorsque le montant des intérêts produits à la fin de chaque période de placement s'ajoute au capital placé pour produire des intérêts la période suivante.
La valeur acquise C_n par le capital initial placé C_0 au bout de n périodes est égale à :

$C_n = C_0(1+t)^n$ avec t : taux d'intérêt sur une période.

Le montant des intérêts est la différence entre la valeur acquise et le capital placé :

$I = C_n - C_0$

Les périodes de capitalisation des intérêts peuvent être le mois, le trimestre, le semestre ou l'année.
Le taux mensuel t_M équivalent au taux annuel t_A est tel que : $(1+t_M)^{12} = (1+t_A)$.

B. Annuités et remboursement d'emprunt

Les annuités de remboursement sont les versements réguliers effectués en fin de période afin de rembourser un capital emprunté.
Un tableau d'amortissement définit pour chaque période :
- le montant de l'annuité ou versement périodique ;
- l'intérêt sur le capital restant dû, calculé à intérêts simples, sur la durée de la période ;
- l'amortissement ou part du capital remboursé : Amortissement = Annuité – Intérêts ;
- le capital restant dû à la période suivante.

Lorsque les annuités de remboursement sont constantes, leur montant a se calcule par la relation :

$$a = V_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

V_0 : montant du capital emprunté
t : taux périodique
n : nombre total de périodes

MÉTHODE

Exercices 11, 12 et 13

Compléter un tableau d'amortissement

Établir les deux premières lignes du tableau d'amortissement, à mensualités constantes, d'un emprunt de 2000 € remboursable en 12 versements mensuels au taux de 0,2% le mois.

Démarche

- Calculer le montant de la mensualité.
  $a = V_0 \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$
- Déterminer le montant des intérêts de la période sur le capital V_n restant dû : $i = V_n.t$.
- Calculer l'amortissement A : $A = a - i$.
- Déterminer le capital restant dû à la période suivante : $V_{n+1} = V_n - A$.
- Reporter les résultats dans un tableau.

Solution

Le montant de la mensualité est égal à :

$$a = 2000 \frac{0{,}002}{1-(1+0{,}002)^{-12}}$$

soit $a = 168{,}84$ €
Les intérêts pour la 1re période sont :
$i_1 = V_0 t = 2\,000 \times 0{,}002$ soit $i = 4$ €.
L'amortissement pour la 1re période est :
$A_1 = a - i_1 = 168{,}84 - 4$ soit $A_1 = 164{,}84$ €
Le capital restant dû en fin de 1re période est :
$V_1 = V_0 - A_1 = 1\,835{,}16$ €.
En 2e période :
$i_2 = V_1 t = 3{,}67$ € ; $A_2 = a - i_2 = 165{,}17$ €.

Echéances	Capital restant dû	Amortissement	Intérêt	Mensualité
1	20 000	164,84	4	168,84
2	1 835,16	165,17	3,67	168,84

Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Calculer une valeur acquise

Un capital de 5 000 € est placé à intérêts composés au taux annuel de 2% pendant 3 ans.

a. Calculer la valeur acquise au terme de la 3e année.

☐ 5 300 € ☑ 5 306 € ☐ 5 400 €

b. En déduire le montant des intérêts.

☐ 300 € ☑ 306 € ☐ 400 €

2 Calculer un taux

a. Déterminer le taux annuel équivalent au taux mensuel de 0,2%.

☐ 2% ☐ 2,4% ☑ 2,426%

b. Déterminer le taux mensuel équivalent au taux annuel de 2%.

☑ 0,165% ☐ 0,167% ☐ 0,2%

3 Compléter un tableau d'amortissement

Un emprunt est remboursable en 10 ans par annuités constantes.
Les deux premières lignes du tableau d'amortissement sont données ci-dessous.

a. Quel est le montant de l'emprunt ?

☐ 2 803 € ☐ 3 253 € ☑ 30 000 €

b. Calculer le taux d'intérêt annuel.

☑ 1,5% ☐ 2% ☐ 10%

c. Compléter la case manquante.

☐ 2 803 € ☑ 2 845 € ☐ 3 000 €

Année	Capital restant dû en début d'année (€)	Intérêt annuel (€)	Amortissement (€)	Annuité (€)
1	30 000	450	2 803	3 253
2	27 197	408	2 845	3 253

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10548-qcm6

4 Calculer un intérêt simple

Fiche méthode p. 109

a. Calculer l'intérêt produit par un capital de 1 000 € placé pendant 8 mois au taux de 3,5% l'an.

$i = \dfrac{1000 \times 0{,}035 \times 8}{12} = 23{,}33$ €

b. Calculer le capital disponible au terme d'un placement de 5 000 € pendant 18 quinzaines au taux de 1,5% l'an.

intérêts : $\dfrac{5000 \times 0{,}015 \times 18}{24} = 56{,}25$ €

capital disponible $= 5\,000 + 56{,}25 = 5\,056{,}25$ €.

5 Transformer une formule

a. Transformer la formule $C_n = C_0(1+t)^n$ pour calculer C_0.

$C_0 = C_n(1+t)^{-n}$

b. En déduire le capital à placer pendant 5 ans au taux annuel de 2% pour obtenir une valeur acquise de 20 000 €.

$C_0 = 20\,000 \times (1+0{,}02)^{-5} = 18\,114{,}62$ €

6 Un capital de 2 500 € est placé à intérêts composés sur un compte à terme au taux de 2% l'an pendant 3 ans. Calculer, au bout des 3 ans :

1. La valeur acquise :

$C_3 = 2\,500 \times (1 + 0{,}02)^3$ soit une valeur acquise de 2 653,02 €.

2. Le montant des intérêts :

$i = 2\,653{,}02 - 2\,500 = 153{,}02$ €

7 Un capital de 1 200 € est placé en capitalisation mensuelle au taux de 0,3% le mois.

1. Calculer la valeur acquise après :

– 8 mois de placement :

$C_8 = 1\,200 \times (1 + 0{,}003)^8$ soit une valeur acquise de 1 229,10 €.

– 1 an de placement :

$C_{12} = 1\,200 \times (1 + 0{,}003)^{12}$ soit une valeur acquise de 1 243,92 €.

2. Déterminer le taux annuel du placement :

$(1 + t) = (1 + 0{,}003)^{12}$ soit $t = (1 + 0{,}003)^{12} - 1$ d'où un taux annuel de 3,66%

ou $(1+t) = \dfrac{C_{12}}{C_0} = \dfrac{1243{,}92}{1200}$ soit $(1 + t) = 1{,}0366$ d'où $t = 3{,}66\%$

8 Un capital est placé au taux annuel de 1,5%. Le capital obtenu au bout de 4 ans est de 8 491 €. Déterminer le montant du capital placé.

$C_0 = 8\,491 \div (1 + 0{,}015)^4$ soit un capital de 8 000 €

9 Un capital de 5 000 € est placé à intérêts composés au taux de 1,8% l'an.

1. Montrer que le capital obtenu au bout de *n* années de placement peut s'écrire :

$C_n = 5\,000 \times 1{,}018^n$.

$C_n = C_0(1+t)^n$ avec $C_0 = 5\,000$, $t = 1{,}8\% = 0{,}018$

d'où $C_x = 5000 \times 1{,}018^n$.

2. Afficher sur l'écran de la calculatrice la courbe représentant le capital obtenu en fonction du nombre *n* d'années de placement pour $n \in [0\,;15]$.

3. Déterminer graphiquement le nombre d'années nécessaire pour obtenir un capital supérieur à 6 000 €.

Le capital atteint 6 000 € au bout de 10,2 années.

Il faut 11 ans pour dépasser les 6 000 €.

10 Un capital de 5 800 € est placé au taux annuel de 2,4% pendant 2 ans et 5 mois avec une capitalisation mensuelle des intérêts.

> **!** *Le taux mensuel t_M équivalent au taux annuel t_A est tel que : $(1+t_M)^{12} = (1+t_A)$.*

1. Déterminer le taux mensuel équivalent au taux annuel de 2,4%.

$(1 + t)^{12} = (1 + 0{,}024)$ soit $(1 + t) = (1{,}024)^{1/12}$ et $t = (1{,}024)^{1/12} - 1$

Le taux mensuel équivalent est de 0,1978%.

2. Exprimer la durée du placement en mois.

Durée du placement $= 2 \times 12 + 5 = 29$ mois.

3. Calculer le capital obtenu au terme du placement.

$C_{29} = 5\,800 \times (1 + 0{,}001\,978)^{29}$ soit une valeur acquise de 6 142,08 €

11 Le remboursement d'un emprunt de 9 500 € s'effectue en 4 annuités constantes au taux de 1,75% l'an.
Déterminer le montant d'une annuité.

$a = V_0 \dfrac{t}{1-(1+t)^{-n}}$ soit $a = 9500 \dfrac{0{,}0175}{1-1{,}0175^{-4}}$

L'annuité s'élève à 2 479,80 €

12 En utilisant l'extrait du tableau d'amortissement ci- contre, déterminer :

Année	Capital restant dû	Amortissement	Intérêt	Annuité
1	25 000	2 996,10	300	3 296,10
2	21 703,90	3 035,65	264,45	3 296,10

1. Le montant du capital emprunté : 25 000 €

2. Le montant des annuités : annuité = amortissement + intérêt = 3 296,10 €

3. Le taux d'intérêt annuel : $t = \dfrac{i_n}{C_n} = \dfrac{300}{25000} = 0{,}012$ soit un taux de 1,2% l'an.

13 Un organisme de crédit propose un prêt de 5 000 € remboursable en 12 mensualités constantes au taux mensuel de 0,3%.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-credit

1. Ouvrir le fichier « credit » pour afficher la première ligne du tableau d'amortissement.

2. Choisir la formule à saisir dans la cellule B3 pour calculer le capital restant dû :

☑ =B2-C2 ☐ =B2-D2 ☐ =B2-D2.

3. Choisir la formule à saisir dans la cellule D3 pour calculer l'intérêt sur la période :

☐ =5000*0,003 ☑ =B3*0,003 ☐ =B3*1,003

4. Choisir la formule à saisir dans la cellule C3 pour calculer l'amortissement :

☐ = B3-E3 ☐ =B3 – D3 ☑ =E3 – D3.

5. Saisir ces formules et compléter le tableau d'amortissement en copiant les cellules.

Utiliser l'algorithmique et la programmation

14 Romain propose à ses clients des crédits à remboursements périodiques constants. Pour calculer le montant de ces remboursements et le coût du crédit, il a écrit l'algorithme ci-contre.

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme.

2. Exécuter le programme avec C = 9 000 €, t = 0,2% le mois et n = 24 mois.
Donner les résultats obtenus.

Mensualité = 384,45 €

Coût du crédit = 226,72 €

Variables
V : le montant emprunté ;
t : le taux périodique ;
n : le nombre de périodes du crédit.
a est le montant du remboursement périodique et c le coût du crédit.

Traitement
Saisir V, t et n
$a \leftarrow \dfrac{V \times t}{1-(1+t)^{-n}}$
$c \leftarrow n \times a - V$
Afficher a et c

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

15 Achat programmé ✪

Myriam, secrétaire de direction dans une entreprise de transport, reçoit tous les ans une prime de fin d'année.

À partir de cette année, elle envisage de placer systématiquement une partie de cette prime, soit 2000 €, sur un compte épargne rémunéré au taux de 2,5% l'an. Elle compte ainsi pouvoir financer le remplacement de sa voiture dans 4 ans.

1. Calculer la valeur acquise par le premier capital de 2000 € au bout de 4 ans.

2. De la même manière, déterminer les capitaux obtenus par le placement des 2000 € suivants pendant 3 ans, 2 ans, 1 an.

3. En déduire la somme dont disposera Myriam, au bout des 4 ans, pour financer le remplacement de sa voiture.

Méthode p. 72

16 Achat de matériel ✪✪

Sophie doit acheter du matériel pour équiper son salon d'esthéticienne- cosméticienne. Pour financer cet achat, elle souhaite faire un emprunt de 15 000 € sur 3 ans. Son comptable lui propose un remboursement en 3 annuités avec un amortissement constant du capital emprunté.

	A	B	C	D	E
1	années	capital restant dû	amortissement	intérêt	annuité
2	1	15 000 €	5 000,00 €	180,00 €	5 180,00 €
3	2				
4	3				

1. Ouvrir le fichier « achat » pour afficher la 1re ligne du tableau d'amortissement.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-achat

2. Déterminer le taux d'intérêt annuel.

3. Compléter le tableau d'amortissement.

4. En déduire le coût du crédit.

17 Distributeur de légumes ✪✪

Jérémy cultive des légumes bio. Pour commercialiser sa production, il décide d'acheter un distributeur automatique que les clients pourront utiliser 24h/24. Pour cet achat, il envisage un emprunt de 25 000 €.

La banque lui propose un prêt de 25 000 € remboursable en 5 ans par mensualités constantes au taux mensuel de 0,22%.

1. Calculer :

a. le nombre de mensualités ;

b. le montant d'une mensualité. Arrondir au centième.

2. Le début du tableau d'amortissement à mensualités constantes est donné ci-dessous.

mois	capital restant dû	amortissement	intérêt	mensualité
1	25 000,00 €	390,23 €	55,00 €	
2		391,09 €	54,14 €	

a. Déterminer le capital restant dû en début du 2e mois.

b. Calculer le taux d'intérêt mensuel. Le comparer avec celui indiqué par la banque.

c. Déterminer le montant d'une mensualité du tableau.

Comparer avec la valeur obtenue à la question 1.

3. Ouvrir le fichier « financement » pour afficher le tableau d'amortissement sur 5 ans. Le compléter.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-financement

4. Faire le total des mensualités versées.

En déduire le coût du crédit.

Méthode p. 76

18 Meilleur placement ✪✪

Monsieur Paul souhaite placer un capital de 6 000 € pendant 5 ans.

1. Sa banque, la BPN, lui propose un compte à terme sur 5 ans, rémunéré à 2,3% l'an avec retenue de 10% des intérêts acquis à la liquidation pour frais de gestion.

a. Calculer le capital obtenu au bout des 5 ans sans les frais de gestion.

b. Déterminer le montant des intérêts acquis et les frais de gestion.

c. En déduire la somme disponible en fin de placement.

2. Monsieur Paul lit la publicité ci-dessous d'une banque en ligne.

> **Placez votre argent à 4%***
> **Aucun frais de dossier**
> *taux de 4% l'an la première année
> puis 1,5% l'an les années suivantes.

a. Déterminer la valeur acquise la première année par le capital de 6 000 €.

b. Calculer le capital obtenu au bout des 5 ans de placement.

3. Quelle est la banque la plus avantageuse pour ce placement ?

19 Crédit immobilier ✪✪✪

Pour l'achat d'un appartement, un organisme financier propose à un client les conditions de prêt suivantes :

– Capital emprunté : 180 000 €
– Remboursement par 20 annuités constantes.
– Taux annuel : 1,5% l'an.

Les frais d'assurance s'élèvent par an à 0,2% du capital emprunté et s'ajoutent à chaque annuité.

1. Montrer que le montant d'une annuité hors assurance est de 10 484,23 €.

2. Ouvrir le fichier « emprunt » pour afficher le tableau d'amortissement. Le compléter.

> **Fichier à télécharger**
> → www.lienmini.fr/10548-emprunt

3. Déterminer les frais annuels d'assurance, en déduire le montant d'une annuité assurance comprise.

4. Effectuer le total des annuités, assurance comprise. Déterminer le coût total du crédit.

5. Effectuer le total des frais d'assurance. Exprimer ces frais en pourcentage du coût du crédit.

Méthode p. 76

20 INVESTIGATION

> **Pour l'enseignant**
> → Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Le meilleur placement

Madame Bertrand a placé 5 000 € sur un compte épargne il y a 5 ans. Son relevé de situation lui indique un solde de 5 520 €.
Son fils, en stage à la BPN, lui dit qu'elle aurait dû choisir cette banque pour son placement car elle offre des conditions avantageuses.

Madame Bertand se demande si son fils a raison de lui conseiller la BPN.

1. Banque de Madame Bertrand

2. Placement de Madame Bertrand

Taux variable entre 1,5% et 4%.
Frais de gestion : 0,5% du capital.

3. Placement à la BPN

Compte à terme sur 5 ans :
– Taux d'intérêt annuel : 2,5%
– Frais d'ouverture de compte : 1% du capital placé

Vers le CCF

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Calculer le montant d'un capital obtenu après *n* périodes d'un placement à intérêts composés. Déterminer la durée d'un placement.		
Connaissances	Intérêts composés. Formule $C_n = C_0(1+t)^n$		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	2, 3	
	Analyser-Raisonner	4	
			/10

Situation

Un client veut placer un capital de 15 000 € pendant plusieurs années. Nolwenn, conseillère financière, lui propose un compte épargne rémunéré au taux de 2,5% l'an. Elle veut lui présenter l'évolution des intérêts au fil des années de placement.

1. Déterminer le montant des intérêts rapportés au bout de 3 ans de placement.

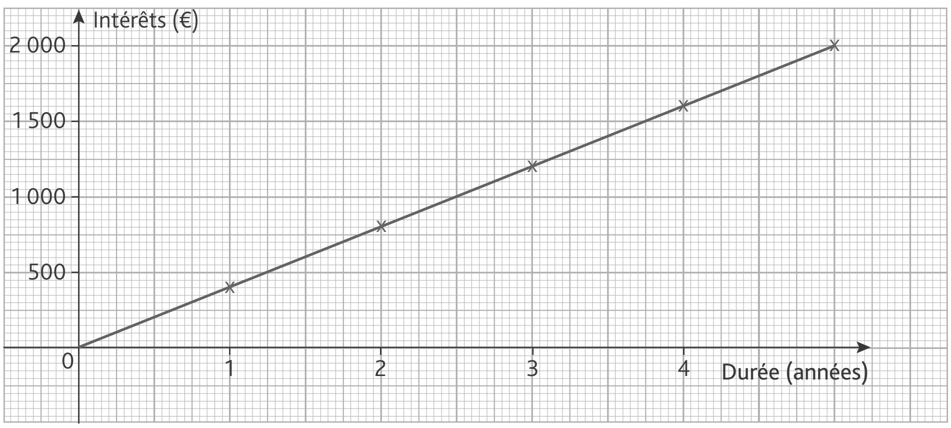
Valeur acquise : $C_3 = 15\,000 \times (1 + 0{,}025)^3 = 16\,153{,}36$ €

Montant des intérêts $= 16\,153{,}36 - 15\,000 = 1\,153{,}36$ €.

2. Calculer le capital obtenu chaque année par ce placement. En déduire le montant des intérêts rapportés depuis le début du placement et compléter le tableau suivant.

Durée (années)	1	2	3	4	5
Capital obtenu (€)	15 375	15 759,37	16 153,36	16 557,19	16 971,12
Intérêts (€)	375	759,37	1 153,36	1 557,19	1 971,12

3. Représenter l'intérêt en fonction de la durée sur le graphique ci-dessous



4. Le client compte retirer son capital lorsque les intérêts dépasseront 10% du placement initial. Déterminer graphiquement la durée de placement nécessaire.

10% du capital initial $= 15\,000 \times 0{,}10 = 1\,500$ €.

Intersection de la courbe obtenue avec la droite d'équation $y = 1500$ pour $x = 3{,}8$

Les intérêts dépasseront 10% du capital placé au bout de 4 ans.

Chapitre 7

Calcul intégral

PROGRAMME COMPLÉMENTAIRE

Vous allez apprendre à…

- ✔ Déterminer les primitives des fonctions usuelles par lecture inverse d'un tableau de dérivées.
- ✔ Déterminer les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel.
- ✔ Calculer l'intégrale sur un intervalle $[a\,;b]$ d'une fonction f admettant une primitive F.

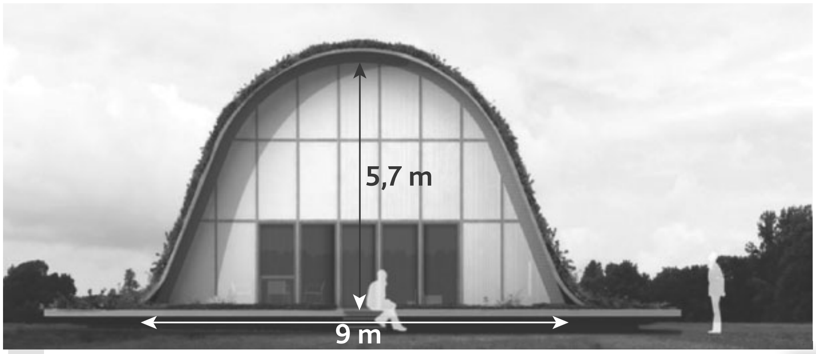
Pour l'enseignant

→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION La maison-vague

Dans la région de Reims, une maison originale est réalisée : la Maison-vague (maître d'œuvre : Patrick Nadeau, 2011). Son toit en forme de vague est entièrement végétalisé. Sa forme a donné le nom à cette maison qui met en œuvre du végétal pour ses qualités architecturales et environnementales. Afin de créer une fiche descriptive, Yassine doit calculer l'aire de la façade avant. Celle-ci est constituée de vitrages rectangulaires et de panneaux de bois de mêmes dimensions.

Comment Yassine peut-il estimer l'aire de la façade avant de la Maison-vague ?



1. Étude de la façade avant de la Maison-vague

2. La Maison-vague au printemps

Surface habitable : 95 m^2.
Panneaux de façade avant : 1,86 m $\times$ 0,94 m.

3. Caractéristiques de construction

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

La façade est constituée de panneaux de 1,86 m $\times$ 0,94 m, on va donc compter le nombre de panneaux complets constituant la façade.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

L'aire d'un panneau est de $1{,}86 \times 0{,}94 = 1{,}75$ m^2. On peut reconstituer environ 21 panneaux complets.

L'aire maximale $= 1{,}75 \times 21 = 36{,}75$ m^2.

3 Rédiger la solution

Aire estimée $= 1{,}75 \times 21 = 36{,}75$ m^2.

D'après le décompte des panneaux, l'aire de la façade est d'environ 36,75 m^2.

1 Déterminer l'expression d'une primitive

Activité 1 **Quelle est la vitesse atteinte par les mini-voitures ?**

Sous la tutelle d'étudiants, des équipes de collégiens et lycéens conçoivent des mini-voitures de Formule 1 propulsées par un moteur électrique. Une course est organisée sur une piste droite de 20 m de longueur.
On considère que les bolides ont un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Réaliser

A. Calcul de la vitesse maximale

L'équipe de Jordan a réalisé un nouveau record avec un temps de 2,236 s et souhaite connaître la vitesse maximale atteinte par le bolide.

1. Calculer la valeur de l'accélération a (arrondir à l'unité).

$20 = \frac{a}{2} \times 2{,}236^2$ d'où $a = \frac{20 \times 2}{2{,}236^2} = 8$ m/s^2.

2. Montrer que $d(t)$ peut s'écrire sous la forme $d(t) = 4t^2$.

$d(t) = \frac{8}{2}t^2$ donc $d(t) = 4t^2$.

Analyser Raisonner

3. Donner l'expression de la vitesse $v(t)$ en fonction du temps.

$v(t) = 8t$

4. Exprimer la dérivée $d'(t)$.

$d'(t) = 4 \times 2t = 8t$

5. Comparer $d'(t)$ et $v(t)$. $d'(t) = v(t)$

6. Calculer la vitesse atteinte. $v(2{,}236) = 8 \times 2{,}236 = 17{,}889$ m/s

> **!** *Si l'accélération a (en m/s^2) du mouvement est constante et la vitesse initiale nulle, la distance d (en m) parcourue en fonction du temps t (en s) s'écrit :*
>
> $$d(t) = \frac{a}{2}t^2.$$
>
> *La vitesse v (en m/s) se calcule par la relation $v(t) = at$.*

> **!**
> - $v(t)$ est la dérivée de $d(t)$.
> - $d(t)$ est une primitive de $v(t)$.

Réaliser

B. Calcul de primitives

Selon le point de départ choisi, les équations horaires (qui donnent la distance parcourue d en fonction du temps t) peuvent être différentes.

1. Si l'équation horaire est $d_1(t) = 4t^2 + 5$, exprimer sa dérivée.

$d_1'(t) = 4 \times 2t + 0 = 8t$

Analyser Raisonner

2. Comparer $d_1'(t)$ avec la vitesse de la question **A. 3**.

Les résultats sont identiques : $d_1'(t) = v(t)$

3. Que représente $d_1(t)$ pour l'expression $v(t)$?

$d_1(t)$ est une primitive de $v(t)$

> **!** *Calcul de la dérivée* ⟹
>
> | f | f' |
> |---|---|
> | $ax+b$ | a |
> | x^2 | $2x$ |
> | $a \times u(x)$ | $a \times u'(x)$ |
> | $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
>
> ⟸ *Calcul de la primitive*

Communiquer

4. Compléter le tableau suivant.

$d(t)$	$4t^2+10$	$4t^2+2t$	$4t^2+2$	$2t^2$
$d'(t)$	$8t$	$8t+2$	$8t$	$4t$

5. Parmi les expressions $d(t)$ du tableau précédent, choisir celle(s) qui est (sont) une (des) primitive(s) de $v(t) = 8t$.

$d(t) = 4t^2 + 10$ et $d(t) = 4t^2 + 2$ sont des primitives de $v(t)$.

➔ ***Si la fonction F est une primitive d'une fonction f, alors F'(x) = f(x).***
Si F est une primitive d'une fonction f sur un intervalle, F + k est aussi une primitive de f sur ce même intervalle.

2 Calculer une intégrale

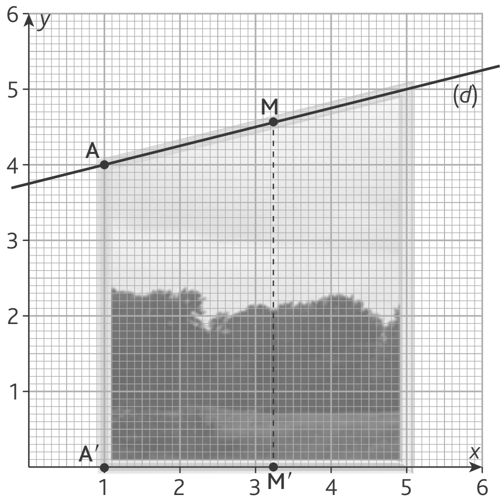
Activité 2 **Comment déterminer l'aire de la fenêtre ?**

Amaury est en stage dans une entreprise de menuiserie. Un client lui commande des fenêtres en forme de trapèze. Afin de préparer la coupe et la pose du verre, Amaury doit calculer l'aire des vitres qui s'exprime en fonction des dimensions de la fenêtre.

S'approprier

A. Calcul de l'aire d'une vitre en fonction de sa largeur x

Amaury modélise la vitre par un trapèze représenté dans le repère ci-dessous d'unité graphique 1 dm.
La droite (d) a pour équation $y = 0{,}25x + 3{,}75$.
Elle représente graphiquement la fonction f définie par $f(x) = 0{,}25x + 3{,}75$ sur l'intervalle [1 ; 5].
Les points A(1 ; 4) et M(x ; $0{,}25x + 3{,}75$) appartiennent à la droite (d). On appelle $F(x)$ l'aire du trapèze délimitée par la droite (d) et par les segments [AA′], [MM′] et [A′M′].



1. Donner la longueur AA′ de la petite base.

AA′ = 4 dm

2. Exprimer la longueur MM′ de la grande base en fonction de x.

MM′ $= 0{,}25x + 3{,}75$

3. Exprimer la longueur A′M′ en fonction de x.

A′M′ $= x - 1$

Réaliser

4. Vérifier que l'aire du trapèze est égale à : $F(x) = 0{,}125x^2 + 3{,}75x - 3{,}875$.

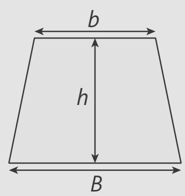
$F(x) = \dfrac{(4 + 0{,}25x + 3{,}75) \times (x - 1)}{2} = 0{,}125x^2 + 3{,}75x - 3{,}875$

5. Calculer l'aire de la vitre pour $x = 5$.

$F(5) = 0{,}125 \times 5^2 + 3{,}75 \times 5 - 3{,}875 = 18$ dm²

! Aire d'un trapèze

$\dfrac{(B + b) \times h}{2}$



Communiquer

B. Intégrale de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 5]

1. Exprimer la dérivée de la fonction F.

$F'(x) = 0{,}125 \times 2x + 3{,}75 = 0{,}25x + 3{,}75$

2. Que représente la fonction F par rapport à la fonction f ?

F est une primitive de la fonction f.

Analyser Raisonner

3. Calculer les valeurs suivantes :

a. $F(1) =$ $0{,}125 \times 1^2 + 3{,}75 \times 1 - 3{,}875 = 0$

b. $F(5) =$ $0{,}125 \times 5^2 + 3{,}75 \times 5 - 3{,}875 = 18$

4. Effectuer la différence $F(5) - F(1)$.

$F(5) - F(1) = 18 - 0 = 18$

5. Comparer la différence $F(5) - F(1)$ avec l'aire de la vitre. Que remarque-t-on ?

$F(5) - F(1)$ correspond à l'aire de la vitre.

➔ ***F est une primitive de la fonction f. La différence F(b) – F(a) représente l'aire entre la courbe de la fonction f, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b.***

A. Primitive d'une fonction

- **Sur un intervalle I, la fonction F est une primitive d'une fonction f, si f est la dérivée de F.**
- **Pour tout x de I : F primitive de $f \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$.**
  La fonction f admet une infinité de primitives de la forme $F(x) + k$ où k est une constante.

Le tableau ci-contre donne les primitives des fonctions usuelles.

- **Les fonctions u et v admettent pour primitives U et V.**
  La fonction $f = u + v$ admet pour primitive $F = U + V$.
  La fonction $f = a \times u$ admet pour primitive $F = a \times U$ (où a est un nombre donné).

Fonction f	Primitive F
a	$ax + k$
x	$\frac{x^2}{2} + k$
x^2	$\frac{x^3}{3} + k$
x^3	$\frac{x^4}{4} + k$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$
$\frac{1}{x}$ $(x > 0)$	$\ln x + k$

MÉTHODE

Exercices 5 à 8

Calculer une primitive d'une fonction

Exprimer une primitive de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 3x + 4$.

Démarche

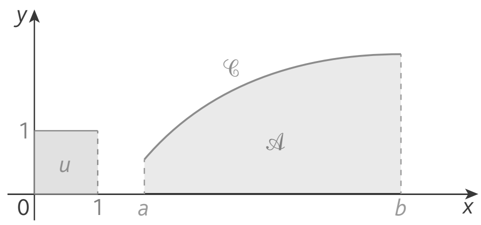
- Définir chaque terme de la somme.
- Déterminer une primitive de chaque terme.
- Faire la somme des primitives (en ajoutant éventuellement une constante k).

Solution

- $u(x) = x^2$; $v(x) = -3x$ et $w(x) = 4$.
- $U(x) = \frac{x^3}{3}$; $V(x) = -3 \times \frac{x^2}{2} = -\frac{3x^2}{2}$; $W(x) = 4 \times x = 4x$.
- $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 4x + k$

B. Intégrale d'une fonction

- **Soit F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[a\,;b]$.**
  L'intégrale de f définie entre a et b est la différence $F(b) - F(a)$.
  Elle se note : $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ et se lit : « somme de a à b de $f(x)\mathrm{d}x$ ».
- **$\int_a^b f(x)\mathrm{d}(x) = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$**
- **L'intégrale de la fonction positive f entre les bornes a et b est l'aire $\mathscr{A}$ du domaine défini par sa courbe représentative $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = a$ et $x = b$.**



L'unité d'aire u **est définie par les unités du repère.**

MÉTHODE

Exercices 9 et 10

Calculer l'intégrale d'une fonction

Calculer $\int_1^4 (6x + 2)\,\mathrm{d}x$.

Démarche

- Déterminer la fonction f à intégrer et une primitive F.
- Calculer $F(a)$ et $F(b)$.
- Effectuer la différence $F(b) - F(a)$.

Solution

- La fonction f s'écrit $f(x) = 6x + 2$. Une primitive de f s'écrit :
  $F(x) = 6 \times \frac{x^2}{2} + 2(x)$ soit $F(x) = 3x^2 + 2x$.
  $F(1) = 3 \times 1^2 + 2 \times 1 = 5$; $F(4) = 3 \times 4^2 + 2 \times 4 = 56$.
- $F(4) - F(1) = 56 - 5 = 51$
- On obtient donc $\int_1^4 (6x + 2)\,\mathrm{d}x = 51$.

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Déterminer une primitive d'une fonction

a. $F(x) = 2x^2 + 6$ exprime une primitive d'une fonction f. Trouver une autre primitive de f.

☑ $F_1(x) = 2x^2 + 1$ ☑ $F_1(x) = 2x^2$ ☐ $F_1(x) = 4x$

b. Déterminer une primitive de $f(x) = 2x + 5$.

☑ $F(x) = x^2 + 5x$ ☐ $F(x) = 2x$ ☐ $F(x) = 2 + k$

c. Exprimer une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{5}{x}$ $(x \neq 0)$.

☐ $F(x) = -4x$ ☐ $F(x) = -5x^2 + k$ ☑ $F(x) = 5\ln x$

2 Déterminer l'intégrale d'une fonction sur un intervalle

a. Soit la fonction $f(x) = 3x^2 + 5$. Donner l'écriture de l'intégrale de cette fonction dans l'intervalle [1 ; 4].

☐ $\int_{-1}^{3}(x^3 + 5x)\,\mathrm{d}x$ ☑ $\int_{1}^{4}(3x^2 + 5)\,\mathrm{d}x$

b. Donner l'expression de $\left[F(x)\right]_1^4$.

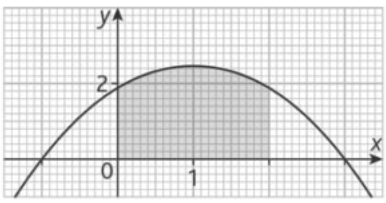
☐ $F(1) - F(4)$ ☑ $F(4) - F(1)$

c. Calculer l'intégrale étudiée.

☑ 78 ☐ – 78 ☐ 88

3 Déterminer une aire à l'aide d'une intégrale

La courbe ci-dessous représente une fonction f sur l'intervalle [– 1 ; 3].



a. Donner l'écriture de l'intégrale associée à l'aire colorée sous la courbe.

☐ $\int_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ ☑ $\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ ☐ $\int_{0}^{2} F(x)\,\mathrm{d}x$

b. Donner l'écriture du calcul de l'aire.

☐ $F(-1) - F(3)$ ☐ $F(0) - F(2)$ ☑ $F(2) - F(0)$

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10548-qcm7

4 Déterminer la dérivée d'une fonction polynôme

Fiche méthode p. 109

Exprimer la dérivée des fonctions définies par :

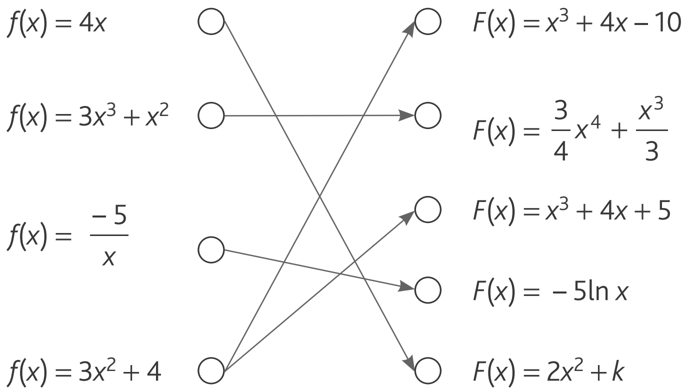
a. $f(x) = -5x + 8x$. $f'(x) = -5$

b. $f(x) = x^2 + 3x + 2$. $f'(x) = 2x + 3$

c. $f(x) = -5x^2 - 2x - 5$. $f'(x) = -10x - 2$

d. $f(x) = 6x^2 + 4$. $f'(x) = 12x$

5 Associer par une flèche chaque primitive à sa fonction correspondante.



6 Exprimer une primitive des fonctions suivantes (pour tout $x > 0$).

Fonction f	$2 - x$	$x^2 - 1$	$\dfrac{20}{x}$	$12x^2 - x^3$
Primitive F	$2x - \dfrac{x^2}{2}$	$\dfrac{x^3}{3} - x$	$20\ln x$	$4x^3 - \dfrac{x^4}{4}$

7 La fonction f est définie par $f(x) = 2x - 5$.

1. Vérifier que les primitives de f sont les fonctions F définies par $F(x) = x^2 - 5x + k$.
$F'(x) = 2x - 5 = f(x)$ donc les fonctions F sont bien les primitives de f.

2. Déterminer la valeur de la constante k lorsque $F(1) = 2$.
$F(1) = 1^2 - 5 \times 1 + k = 2$ donc $-4 + k = 2$ d'où $k = 6$.

3. En déduire l'expression de la primitive F telle que $F(1) = 2$.
$F(x) = x^2 - 5x + 6$

> **!** *La constante k d'une primitive se calcule si il existe une condition particulière pour la primitive.*

8 Donner l'expression de la primitive F de chacune des fonctions f suivantes, en tenant compte de la condition donnée.

1. $f(x) = x^2 - 2x$ avec $F(3) = 1$.

$F(x) = \dfrac{x^3}{3} - 2\dfrac{x^2}{2} = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + k$; $F(3) = 9 - 9 + k = 1$ donc $k = 1$. Ainsi, $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + 1$.

2. $f(x) = x + 3$ avec $F(0) = 0$.

$F(x) = \dfrac{x^2}{2} + 3x + k$; $F(0) = k = 0$ donc $k = 0$ et $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + 3x$.

9 Calculer les intégrales suivantes :

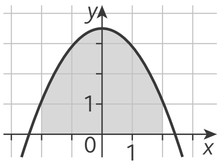
1. $I = \int_0^3 x\,dx = \left[\dfrac{x^2}{2}\right]_0^3 = \dfrac{3^2}{2} - 0 = 4{,}5$

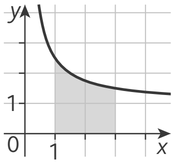
2. $I = \int_1^2 \left(2x + \dfrac{1}{x}\right)dx = \left[(x^2 + \ln(x))\right]_1^2 = 4 + \ln 2 - (1 + \ln 1) = 3 + \ln 2 = 3{,}69$

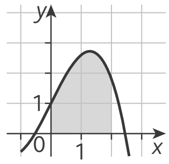
10 Les représentations graphiques des fonctions f, g et h figurent ci-dessous.

1. Donner l'expression mathématique de l'intégrale correspondant à chaque aire colorée.

$f(x) = -0{,}6x^2 + 3{,}5$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{1{,}5}{x} + 1$ $\qquad$ $h(x) = -0{,}4x^3 + 2x + 1$







$I_1 = \int_{-2}^{2} f(x)\,dx$ $\qquad$ $I_2 = \int_{1}^{3} g(x)\,dx$ $\qquad$ $I_3 = \int_{0}^{2} h(x)\,dx$

2. Exprimer une primitive de chaque fonction f, g et h.

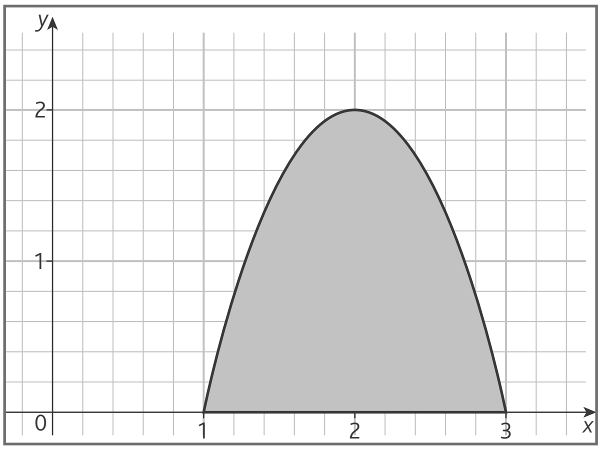
$F(x) = -0{,}2x^3 + 3{,}5x$ $\qquad$ $G(x) = 1{,}5\ln x + x$ $\qquad$ $H(x) = -0{,}1x^4 + x^2 + x$

3. Calculer les intégrales précédentes.

$I_1 = \left[-0{,}2x^3 + 3{,}5x\right]_{-2}^{2} = 10{,}8$ $\qquad$ $I_2 = \left[1{,}5\ln x + x\right]_1^3 = 3{,}65$ $\qquad$ $I_3 = \left[-0{,}1x^4 + x^2 + x\right]_0^2 = 4{,}4$

Utiliser l'algorithmique et la programmation

11 Le profil d'un bouchon de bouteille de parfum est modélisé par la fonction $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 3]$.
Cette fonction est représentée dans le repère ci-contre dont l'unité est le centimètre. Pour calculer l'aire du profil, Marion décide d'écrire un programme Python dont le script incomplet figure ci-dessous.



1. . Donner l'expression $F(x)$ d'une primitive de la fonction f.

$F(x) = -2.\dfrac{x^3}{3} + 4x^2 - 6x$

2. Compléter la ligne 2 du programme avec l'expression de cette primitive.

$y =$ -2*x*x*x/3+8*x*x/2-6*x

3. Compléter la ligne 10 qui permet le calcul de l'aire de la pièce.
Aire = Fb – Fa

4. Saisir le programme et l'exécuter pour $a = 1$ et $b = 3$.
Aire = 2,67 cm²

```
1  def F(x) :
2      y= -2*x*x*x/3+8*x*x/2-6*x .
3      return y
4  a=float(input("borne inférieure a"))
5  b=float(input("borne supérieure b"))
6  x=a
7  Fa=F(x)
8  x=b
9  Fb=F(x)
10 aire= Fb - Fa .
11 print("Aire=",aire,"cm²")
```

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105468

12 Distance d'arrêt du TGV ✪ ✪

Le chauffeur d'un TGV roulant à la vitesse de 300 km/h déclenche brusquement le freinage d'urgence à la suite du signalement d'un incident sur les voies. La décélération du train a pour valeur $a = -1{,}1$ m/s^2.

1. Déterminer la vitesse du train en m/s, arrondir à l'unité.

2. Montrer que la vitesse v du train pendant la phase de freinage dont l'expression est $v(t) = -1{,}1t + 83$ est une primitive de l'accélération a.

3. En admettant que d, fonction représentative de la distance parcourue pendant la phase de freinage, est une primitive de la vitesse v, déterminer l'expression de $d(t)$.

4. Sachant que le train met 83 s à s'arrêter, déterminer la distance d'arrêt du train. Exprimer cette distance en kilomètres.

13 Le CNIT ✪ ✪ ✪

Le CNIT (Centre des Nouvelles Industries et Technologies) est le premier bâtiment construit à la Défense. Sa forme particulière est due notamment au terrain qu'il occupe, assimilable à un triangle équilatéral de plus de 200 m de côté.

Hadrien vient de créer son entreprise de nettoyage et participe à un appel d'offre d'entretien de la façade vitrée du CNIT. Pour cela il calcule l'aire de la façade.

La forme de la toiture peut être modélisée, sur l'intervalle [0 ; 204], par la fonction f telle que :
$f(x) = -0{,}005x^2 + 1{,}02\,x$.
(Les dimensions x et $f(x)$ sont en mètres).

1. Tracer à la calculatrice la courbe représentant f.

2. Donner la largeur du bâtiment au sol, ainsi que sa hauteur maximale.

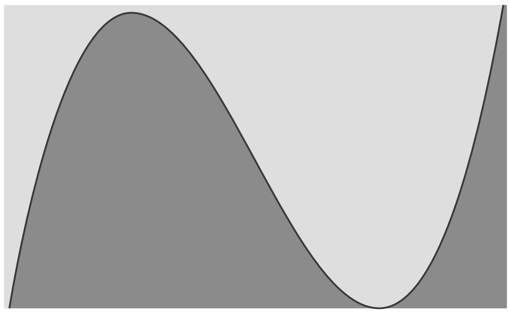
3. Déterminer une primitive de la fonction f.

4. Calculer l'intégrale $\int_0^{204}(-0{,}005x^2 + 1{,}02x)\,dx$.

5. Que représente le résultat de l'intégrale précédente ?

14 Motif imprimé ✪ ✪

Aurélien est en bac pro « Métiers de l'hygiène et de la propreté ». Il étudie le motif de sol représenté ci-dessous et doit définir l'aire de la partie colorée en bleue.



La courbe de séparation des deux couleurs est modélisée par la fonction f sur l'intervalle [– 5 ; 5] telle que :

$$f(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}9x + 3{,}2.$$

1. Tracer à la calculatrice la courbe représentative de f.

2. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle [– 5 ; 5] par $F(x) = 0{,}025x^4 - 0{,}95x^2 + 3{,}2x$ est une primitive de la fonction f.

3. Calculer $F(-5)$, puis $F(5)$.

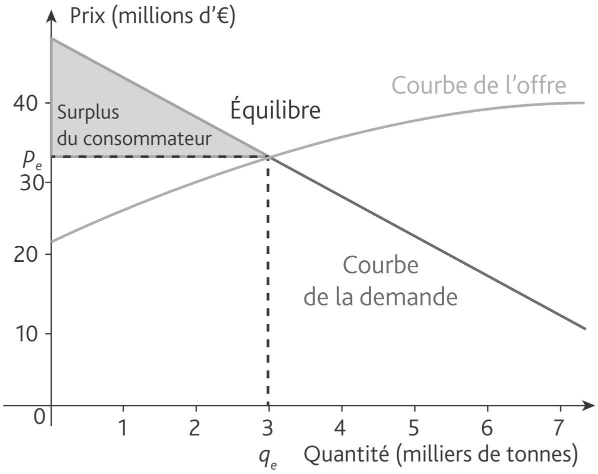
4. Calculer l'intégrale : $\int_{-5}^{5} f(x)\,dx$.

5. En déduire l'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -5$ et $x = 5$ (l'unité graphique est le centimètre).

Méthode p. 86

15 L'offre et la demande

Une étude du marché mondial sur l'offre et la demande en matière d'or présente les résultats suivants.
La courbe de la demande en or représentée sur le graphique est la représentation graphique de la fonction f définie par :
$f(x) = -5x + 48$ sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
La courbe de l'offre des producteurs miniers d'or est la représentation graphique de la fonction g telle que :
$g(x) = -0,3x^2 + 4,5x + 22,2$



$f(x)$ et $g(x)$ sont les prix à la tonne en millions d'euros.

x représente la quantité d'or échangée en milliers de tonnes.

1. Tracer à la calculatrice la représentation graphique des fonctions f et g sur l'intervalle $[0 ; 7]$.

2. Le prix d'équilibre du marché p_e est le prix associé à la quantité q_e pour laquelle le prix de la demande est égal au prix de l'offre.

a. Utiliser la calculatrice pour résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

b. En déduire les valeurs de p_e et q_e .

3. Le surplus des consommateurs acheteurs correspond à l'économie réalisée par les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre p_e.
Ce surplus se calcule par :

$$S_c = \int_0^{q_e} (f(x) - p_e).dx$$

a. Pour $p_e = 33$, donner l'expression de $(f(x) - p_e)$.

b. Déterminer l'expression de la primitive de $(f(x) - p_e)$ notée $F(x)$.

c. Calculer $F(3) - F(0)$.

d. En déduire la valeur du surplus des consommateurs S_c.

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto5

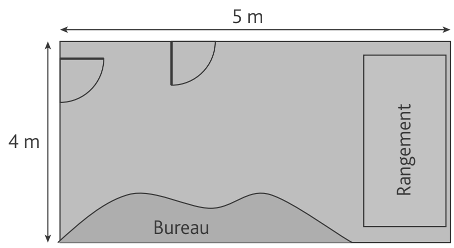
16 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Aménagement d'un bureau

Amalia travaille dans une entreprise de menuiserie. Elle est chargée de faire le devis d'un grand bureau.
Elle modélise la courbure du plateau par une fonction mathématique.
Elle veut déterminer l'aire du plateau afin d'établir le coût de fabrication.

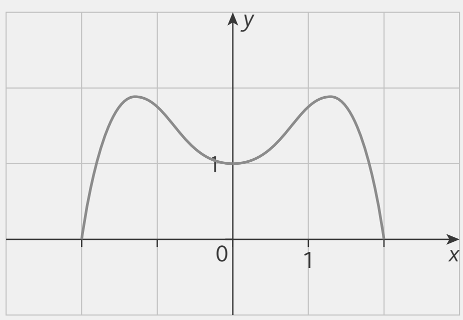
1. Plan de la pièce



2. Prises de cotes

- **Dimensions de la pièce**
  Longueur : 5 m ; Largeur : 4 m.
- **Dimensions du bureau**
  Longueur : 4 m ; Largeur maximum : 1 ,75 m.

3.Modélisation de la courbure du bureau



$f(x) = -0,3x^4 + 0,95x^2 + 1$

Comment Amalia peut-elle déterminer l'aire du plateau du bureau ?

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

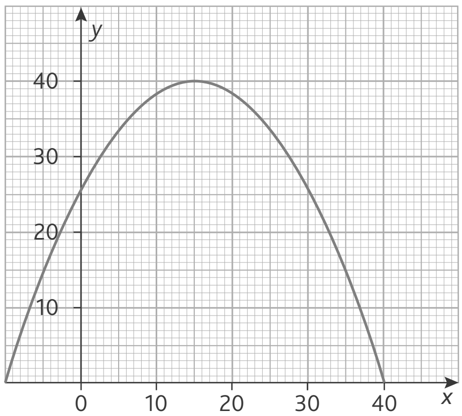
30 min

Capacités	Déterminer les primitives des fonctions usuelles, d'une somme de fonctions, du produit de deux fonctions. Calculer l'intégrale d'une fonction sur un intervalle.		
Connaissances	Primitive d'une fonction. Intégrale d'une fonction.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	A1	
	Réaliser	A2 ; B1 ; B2 ; B3	
	Communiquer	B4	
			/10

Situation

Les halles de Reims possèdent une voûte de forme parabolique.
Le profil de la voûte est modélisé par la fonction $f(x) = -0{,}06x^2 + 1{,}89x + 25{,}44$ sur l'intervalle $[-10 ; 40]$.
Elle est représentée sur le graphique ci-dessous dont l'unité est le mètre.
Thomas est responsable de l'entretien du bâtiment, il veut connaître la hauteur de la voûte et l'aire de la surface de la façade du batiment.

A. Détermination de la hauteur de la voûte



1. Déterminer la valeur de x pour laquelle la fonction est maximale.

$x = \dfrac{-1{,}89}{2\times(-0{,}06)} = 15{,}75$

2. En déduire la hauteur de la voûte.

$f(15{,}75) = -0{,}06 \times 15{,}75^2 + 1{,}89 \times 15{,}75 + 25{,}44 = 40{,}32$

La voûte a une hauteur de 40,32 m

B. Détermination de l'aire de la façade

1. Déterminer une primitive $F(x)$ de la fonction f.

$F(x) = -0{,}06 \times \dfrac{x^3}{3} + 1{,}89 \times \dfrac{x^2}{2} + 25{,}44x$

2. Calculer $F(-10)$ et $F(40)$.

$F(-10) = -139{,}9$

$F(40) = 1\,249{,}6$

3. Calculer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{-10}^{40} f(x).dx$.

$\displaystyle\int_{-10}^{40} f(x).dx = \left[F(x)\right]_{-10}^{40} = F(40) - F(-10) = 1\,249{,}6 - (-139{,}9) = 1\,389{,}5$

4. En déduire l'aire de la façade.

L'aire est de 1 389,5 m²

> **Rappel**
> *Le maximum d'une fonction polynôme de degré 2 d'expression :*
> $f(x) = ax^2 + bx + c$
> *est obtenu pour* $x = \dfrac{-b}{2a}$

Chapitre 8 Fonctions logarithme népérien et exponentielle

PROGRAMME COMPLÉMENTAIRE

Vous allez apprendre à…

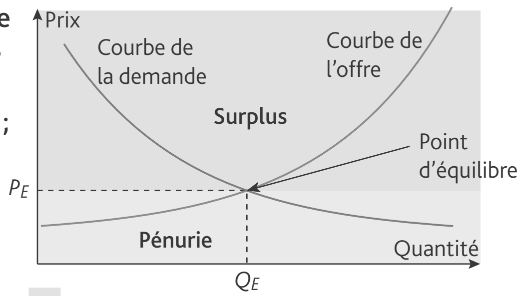
- ✔ Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien.
- ✔ Passer de $\ln(x) = a$ à $x = e^a$ et inversement.
- ✔ Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

INVESTIGATION Un prix équilibré

Dans son salon de coiffure, Sabrina a introduit la vente d'une nouvelle laque « écologique ». En réfléchissant sur le potentiel commercial de cette nouveauté, elle remarque que :
– plus le prix de l'article proposé est élevé, plus la demande est faible ;
– plus le prix est bas, plus la demande est forte ;
– parfois, l'offre est insuffisante pour satisfaire toute la demande ; parfois, il reste un surplus dans les stocks.

Comment Sabrina peut-elle estimer efficacement le prix de l'article que les clients seront disposés à payer ?



1. **Équilibre entre l'offre et la demande**

Prix (en €)	3	4	5	6	7	8
Quantité offerte	10	15	24	39	71	122
Quantité demandée	120	88	70	54	43	35

2. État des ventes hebdomadaires

3. **Sabrina faisant découvrir sa nouvelle laque à une cliente**

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Quantités indiquées dans le tableau (doc. 2). Déterminer le point d'équilibre.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

À l'aide d'un tableur, saisir les valeurs du tableau 2 et chercher l'ajustement le plus adapté.

$y = 2{,}04\ e^{0{,}504x}$ représente l'équation de la courbe de l'offre (x est le prix et y la quantité).

$y = 240{,}6\ e^{-0{,}245x}$ représente l'équation de la courbe de la demande.

3 Rédiger la solution

L'intersection des deux courbes a pour abscisse $x \approx 6{,}4$. Sabrina devrait fixer son prix de vente à 6,40 € pour une commercialisation efficace de son nouveau produit.

1 Étudier une fonction logarithme népérien

Activité 1 Quel sera le bénéfice maximal ?

Bakary, jeune artisan ébéniste, fabrique des petits objets décoratifs d'inspiration africaine. Pour prévoir l'évolution de son bénéfice, il note x le nombre d'objets produits par jour (x étant compris entre 1 et 5). Le bénéfice, en dizaines d'euros, réalisé sur la vente quotidienne de ces x objets est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 5] par :

$$f(x) = 30 \ln x - 10x + 10.$$

TUTO
Établir un tableau de valeurs à la calculatrice
→ www.lienmini.fr/10548-tuto7

S'approprier

1. Compléter le tableau de valeurs suivant, en arrondissant les résultats au dixième près.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	10,8	13	11,6	8,3

2. On note f' sa fonction dérivée. Montrer que $f'(x) = \dfrac{30 - 10x}{x}$.

$f'(x) = \dfrac{30}{x} - 10 = \dfrac{30 - 10x}{x}$

> **!** *Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln x$ sur $]0 ; +\infty[$. Sa fonction dérivée a pour expression : $f'(x) = \dfrac{1}{x}$.*

Réaliser

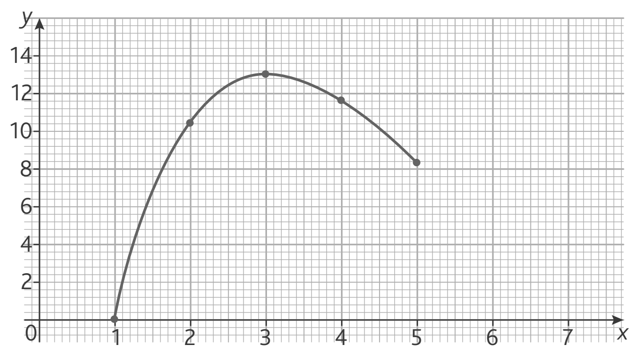
3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

$f'(x) = 0$ alors $30 - 10x = 0$ soit $x = 3$.

4. Compléter le tableau de variations de la fonction f.

x	1		3		5
Signe de $f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	13	↘	8,3

5. À partir des résultats précédents, tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère ci-dessous.



Communiquer

6. Combien faut-il produire d'objets dans une journée pour que le bénéfice soit maximal ?

Le maximum de la fonction correspond à $x = 3$ soit, pour 3 objets fabriqués, un bénéfice de 13 €.

➔ *La fonction logarithme népérien ln a pour dérivée la fonction inverse.*

2 Étudier une fonction exponentielle

Activité 2 **Comment contrôler son alcoolémie ?**

La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool dans le sang (appelé alcoolémie) atteint ou dépasse 0,5 gramme par litre. Après un repas de famille, le père de Jimmy mesure son taux d'alcoolémie. Il constate que l'éthylomètre affiche 0,95 g/L.
La résorption de l'alcool pendant les six heures qui suivent peut être modélisée par la fonction :

$$f : t \mapsto f(t) = 0{,}95\mathrm{e}^{-0{,}3t}.$$

$f(t)$ est la valeur de l'alcoolémie en fonction du temps t. Le temps est exprimé en heures (h) et l'alcoolémie en grammes par litre (g/L).

La mère de Jimmy aimerait savoir quand son mari peut reprendre le volant.

S'approprier

1. Ouvrir le fichier « alcoolemie » pour afficher le tableau ci-dessous où figurent en colonne A, les valeurs de t en heures.

	A	B
1	t	$f(t)$
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-alcoolemie

2. Compléter la colonne B en choisissant la formule à saisir dans la cellule B2. La recopier jusqu'à B8.

☐ EXP(/0,95 (-0,3*A2))   ☑ =0,95*EXP(-0,3*A2)   ☐ =0,95*EXP(-0,3*B1)

Réaliser

3. Sélectionner les colonnes A et B du tableur et représenter graphiquement f en fonction de t.

4. Déterminer graphiquement la valeur de t telle que $f(t) = 0{,}5$.

$t = 2{,}2$

5. En déduire jusqu'à quelle heure l'alcoolémie reste supérieure à 0,5 g/L.

Jusqu'à 2 h 12 min, l'alcoolémie est supérieure à 0,5 g/L

! *Soient a et b deux nombres réels strictement positifs.*
Si $\mathrm{e}^a \leqslant b$, alors $a \leqslant \ln b$.

6. Résoudre par le calcul l'inéquation $f(t) \leqslant 0{,}2$.

On a $0{,}95\,\mathrm{e}^{-0{,}3t} \leqslant 0{,}2$ soit $\mathrm{e}^{-0{,}3t} \leqslant 0{,}21$ ainsi $-0{,}3t \leqslant \ln 0{,}21$ donc $t \geqslant 5{,}2$.

Communiquer

7. À partir de quelle heure l'alcoolémie est-elle inférieure à 0,2 g/L ?

À partir de 5 heures et 12 minutes

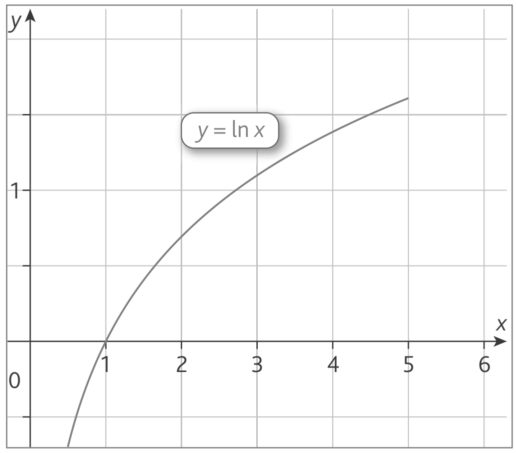
TUTO
Tracer une courbe avec un tableur
→ www.lienmini.fr/10548-tuto9

➔ ***La fonction $x \mapsto \mathrm{e}^{ax}$ est décroissante pour tout réel $a < 0$.***

Bilan

A. Fonction logarithme népérien

- La fonction logarithme népérien est définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \ln x$.
- La dérivée de la fonction logarithme népérien est la fonction inverse : $f'(x) = \dfrac{1}{x}$.
- La fonction logarithme népérien est strictement croissante pour tout nombre réel $x > 0$.
- Le nombre e est tel que $\ln e = 1$. Sa valeur approchée est $e \approx 2{,}718282$. On a : $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$; $\ln e^n = n$.



Propriétés

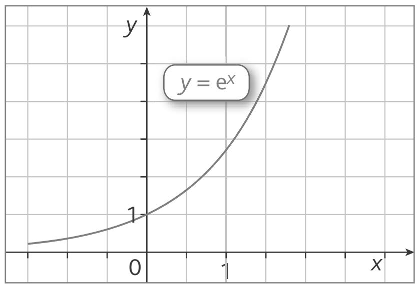
Pour a et b deux nombres positifs non nuls :

- $\ln (a \times b) = \ln a + \ln b$
- $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$
- $\ln \dfrac{1}{a} = -\ln a$
- $\ln a^n = n \ln a$

B. Fonction exponentielle

- La fonction exponentielle à base e est définie par $f(x) = e^x$.
- La fonction exponentielle est la réciproque de la fonction logarithme népérien.
- Si $y = e^x$ alors $x = \ln y$.
- La fonction exponentielle est croissante et positive.
- Quels que soient les nombres a et b, on a :

  $e^a \times e^b = e^{(a+b)}$; $\quad e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$; $\quad \dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$; $\quad (e^a)^b = e^{a \times b}$.
- La fonction exponentielle et sa dérivée ont la même expression : $f'(x) = e^x$.



C. Fonctions du type : $x \mapsto e^{ax}$

- La fonction exponentielle f définie par $f(x) = e^{ax}$ est toujours positive.
- La fonction f est croissante pour tout $a > 0$ et décroissante pour tout $a < 0$.
- La dérivée de la fonction f est la fonction f' définie pour tout x par $f'(x) = ae^{ax}$.

D. Équations de type ln $ax = b$

- L'équation $\ln ax = b$ (avec $a > 0$) a pour solution $x = \dfrac{e^b}{a}$.

MÉTHODE Exercices 7 et 8

Résoudre une équation de type ln $ax = b$

Résoudre l'équation $\ln 3x = 1$.

Démarche

- Écrire l'équation sous la forme $\ln ax = b$
- Écrire l'exponentielle des deux membres de l'équation.
- Simplifier l'écriture en utilisant la propriété : $\ln ax = b$ est équivalent à $e^b = ax$.

Solution

$\ln 3x = 1$

$e^{\ln 3x} = e^1$

$3x = e^1$

$x = \dfrac{e^1}{3} = 0{,}9$

Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Étudier les fonctions logarithmes

Les fonctions f et g sont définies sur $]0\,;10]$ par : $f(x) = \ln x$; $g(x) = 2\ln x$

a. Indiquer le sens de variation de la fonction f.
☐ Constante ☑ Croissante ☐ Décroissante

b. Déterminer la dérivée de la fonction g.
☑ $g'(x) = \dfrac{2}{x}$ ☐ $g'(x) = \ln x$ ☐ $g'(x) = 2\ln x$

c. Donner une autre expression de la fonction g.
☐ $\ln(x+2)$ ☐ $\ln 2x$ ☑ $\ln x^2$

2 Étudier les fonctions exponentielles

a. La fonction f est définie par $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$. Donner son sens de variation.
☐ Croissante ☑ Décroissante ☐ Dépend de x

b. Le nombre $\dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b}$ est égal à :
☐ $\mathrm{e}^{\left(\frac{a}{b}\right)}$ ☑ $\mathrm{e}^{(a-b)}$ ☐ $\mathrm{e}^{(a \times b)}$

3 Résoudre des équations

a. Choisir une solution de l'équation $\ln x = 7$.
☐ $x = \ln 7$ ☑ $x = \mathrm{e}^7$ ☐ pas de solution

b. Choisir une solution de l'équation $\mathrm{e}^x = -4$
☐ $x = \ln(-4)$ ☐ $x = \ln(4)$ ☑ pas de solution

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ www.lienmini.fr/10548-qcm8

4 Résoudre une équation du 1er degré

Résoudre les équations suivantes :

a. $x + \ln 5 = 8$ $x = 8 - \ln 5$

b. $x\ln 2 = \ln 7$ $x = \dfrac{\ln 7}{\ln 2}$

c. $3x - \ln 4 = \ln 5$ $x = \dfrac{\ln 20}{3}$

d. $-2x + \ln 3 = \ln 12$ $x = \dfrac{\ln 4}{-2}$

5 Déterminer un arrondi

a. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de $\ln x$ à 10^{-1} près.

x	0,5	1,5	10	120
$\ln x$	– 0,7	0,4	2,3	4,8

b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de e^x à 10^{-2} près.

x	– 1	2	5	10
e^x	0,37	7,39	148,41	22 026,47

6 Compléter le tableau de valeurs suivant. On arrondira les valeurs au dixième près.

x	0,1	1	2	2,7	10	20
$\ln x$	– 2,3	0	0,7	1	2,3	3

7 Résoudre les équations suivantes.

a. $\ln(2x-1)=0$

$\ln(2x-1)=\ln 1$ soit $2x-1=1$ donc $x=1$.

b. $\ln(x+1)=2$

$x+1=e^2$ soit $x=e^2-1\approx 6{,}39$.

8 Résoudre les équations suivantes ($x>0$).

a. $\ln x = 1{,}5$

$x=e^{1{,}5}$

b. $\ln x = -2$

$x=e^{-2}$

c. $2\ln x - 7 = 0$

$\ln x = \frac{7}{2}$ donc $x=e^{\frac{7}{2}}$.

9 Compléter le tableau suivant. On donnera des valeurs arrondies au centième.

x	– 2	– 1	0	1	2
e^x	0,14	0,37	1	2,72	7,39

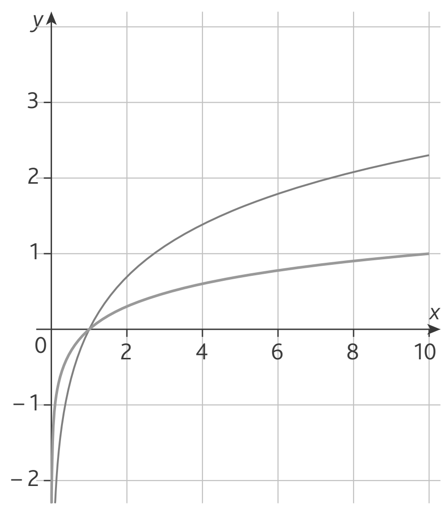
1. Avec la calculatrice, tracer la courbe de la fonction exponentielle sur l'intervalle [– 5 ; 2].

2. Calculer e^x pour les valeurs de x proposées ci-dessous. On donnera les réponses sous la forme scientifique $a\times 10^n$, avec a arrondi à 10^{-2} près.

Pour $x=100$: $e^{100}=2{,}67\times 10^{43}$

Pour $x=200$: $e^{200}=7{,}23\times 10^{86}$

10 Le graphique ci-contre représente les fonctions f et g définies sur l'intervalle]0 ; 10] par $f(x)=\ln x$ et $g(x)=\log x$.



1. Associer à chaque fonction sa courbe représentative.

f : courbe rouge ; g : courbe bleue.

2. Indiquer le sens de variation de f et g.

f et g sont croissantes.

3. Résoudre graphiquement :

a. l'équation $\ln x = \log x$. $x=1$

b. l'inéquation $\ln x > \log x$. Pour $x \in]1 ; 10]$.

11 **1.** Compléter par une flèche les tableaux de variations des fonctions suivantes :

a. $f : x \mapsto e^x + 3$ **b.** $g : x \mapsto 2e^x$ **c.** $h : x \mapsto e^{-2x} - 1$ **d.** $i : x \mapsto -3e^{4x-1}$

x	1	5
$f(x)$	↗	

x	-2	2
$g(x)$	↗	

x	0	2
$h(x)$	↘	

x	-1	1
$i(x)$	↘	

2. Vérifier les réponses en traçant avec la calculatrice les représentations graphiques de ces différentes fonctions.

12 Résoudre les équations suivantes.

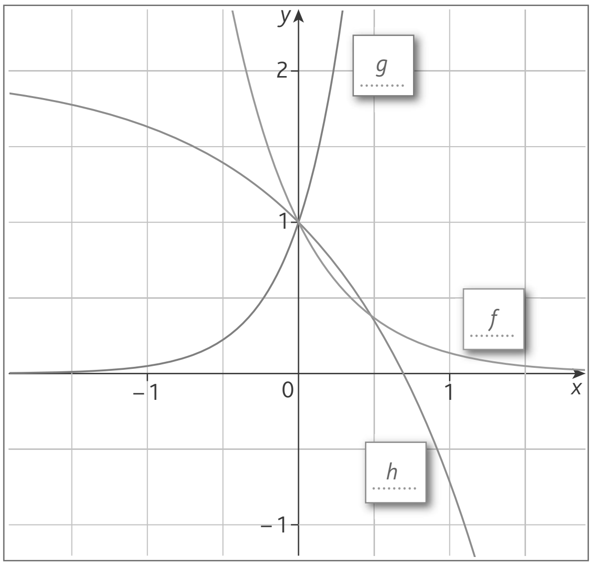
! *Si $a = e^b$, alors $b = \ln a$.*

a. $e^x = 2$ **b.** $e^{-3x} = 4$ **c.** $e^{2x} - 5 = 1$

$x = \ln 2$ $-3x = \ln 4$ soit $x = \dfrac{-\ln 4}{3}$ $e^{2x} = 6$ donc $2x = \ln 6$ soit $x = \dfrac{\ln 6}{2}$

13 Associer chaque courbe de la figure ci-dessous à l'expression d'une des fonctions suivantes.

- $f : x \mapsto e^{-2x}$
- $g : x \mapsto e^{3x}$
- $h : x \mapsto 2 - e^x$



Utiliser l'algorithmique et la programmation

14 Aurélien a mis au point l'algorithme ci-contre pour résoudre des équations du type $f(x) = k$ lorsque f est une fonction décroissante.
Il veut l'utiliser pour résoudre l'équation :
$1\,220e^{-0{,}003x} = 200$ sur l'intervalle [150 ; 1 000].

```
Fonction f(x)
x ← début de l'intervalle
Répéter Tant que f(x) > k
x ← x + 1
Fin de Tant que
Afficher x
```

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme pour résoudre l'équation donnée.

2. Exécuter le programme et donner la solution.

$x = 603$

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

15 Contagion exponentielle ✪

Une revue médicale a réalisé cet hiver une étude de la progression d'une épidémie de grippe sur une population de 1 500 personnes dans une même commune.
Cette publication indique que le nombre d'individus ayant été contaminés depuis le début de l'épidémie est donné, à la date x (en jours) par $f(x) = 500(1 - e^{-0,2x})$ pour tout x compris entre 0 et 40.
Les résultats demandés seront arrondis à l'unité près.

1. Combien de personnes ont-elles été contaminées après 1 jour d'épidémie ? après 5 jours ?

2. De quel pourcentage a augmenté le nombre de personnes contaminées entre le premier et le cinquième jour de l'épidémie ?

3. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 40]$ par :

$$f(x) = 500(1 - e^{-0,2x}).$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de cette fonction dans un repère orthogonal du plan.

a. Recopier et compléter le tableau suivant.

x	0	1	5	10	20	30	40
$f(x)$		91		432		499	500

b. Tracer à l'aide d'une calculatrice la courbe $\mathscr{C}$.

4. On veut résoudre l'équation $f(x) = 375$.
a. Résoudre cette équation en utilisant la courbe $\mathscr{C}$.
b. Résoudre cette équation par le calcul.

5. Au bout de combien de jours d'épidémie le quart de la population est-il contaminé?

La fonction f définie par : $f(x) = e^{ax}$ est :
– croissante si $a > 0$;
– décroissante si $a < 0$.

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

16 La Bourse en actions ✪✪✪

La valeur en euros de l'action *Euromarket* est modélisée par la fonction f définie sur $[1 ; 12]$ par :

- $f(x) = 5x + 40$ pour $1 \leqslant x \leqslant 4$;
- $f(x) = 63,32 - e^{0,3x}$ pour $4 \leqslant x \leqslant 12$.

La variable x représente le rang du mois.
Janvier : $x = 1$; février : $x = 2$, etc.

1. Recopier et compléter les deux tableaux de valeurs suivants (arrondir à l'unité).

x	1	2	3	4
$f(x)$				

x	4	6	10	12
$f(x)$				

2. À l'aide d'une calculatrice ou d'un grapheur, tracer dans le même repère les courbes représentatives de f selon ses intervalles respectifs.

3. Dresser les tableaux de variation de f.

4. En février, Christian a acheté 200 actions, puis les a vendues en octobre.
Chiffrer les gains ou les pertes de Christian pour ce placement.

TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ www.lienmini.fr/10548-tuto8

17 Coût minimal ✪✪

Jawad est un artisan potier qui fabrique entre 1 et 7 vases de collection par jour. Le coût unitaire de fabrication de x vases, exprimé en euros, est donné par la relation :

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 40 + 16 \ln x$$

avec x compris entre 1 et 7.

1. Ouvrir le fichier « coutmini » pour afficher la représentation graphique de f.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-coutmini

2. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant la courbe représentative de f.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$							

3. a. Combien faut-il produire de vases pour que le coût unitaire de fabrication soit minimal ?
b. Quel est ce coût minimal ?

4. Le prix de vente d'un vase est de 20 €. Par lecture graphique, déterminer combien de vases Jawad doit produire pour réaliser un bénéfice.

18 Effets d'un médicament ✪✪

L'infirmière a administré à Lisa 100 mg d'un médicament sous forme de comprimé. La maman de Lisa aimerait bien savoir au bout de combien de temps le médicament perd son effet. Au cours de l'élimination naturelle par l'organisme, la dose restant dans le sang est donnée (en mg) par la fonction f définie par :
$f(t) = 100\ e^{-0,4t}$ où t représente le temps exprimé en heures ($0 \leqslant t \leqslant 10$).

1. Recopier et compléter le tableau suivant (les résultats seront arrondis à l'unité).

t	0	2	10
$f(t)$			

2. Calculer $f'(t)$, puis justifier son signe.

3. Dresser le tableau de variations de f.

4. À l'aide d'un grapheur ou d'une calculatrice, tracer la représentation graphique de la fonction f.

5. On considère que le médicament est efficace lorsque la dose restant dans le sang est supérieure à 20 mg. Au bout de combien de temps le médicament perd-il son effet ?

19 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur www.editions-delagrave.fr/site/105482

Voyages organisés

Monsieur Huet est dirigeant de la société « Huet Voyages » spécialisée dans les voyages en autocar.
En janvier 2020, il a acheté un nouvel autocar au prix de 250 000 €. Il compte le revendre lorsqu'il aura perdu la moitié de sa valeur initiale.

1. Autocar de la société

2. Extrait du rapport comptable

Le nouvel autocar se déprécie avec les années. Sa valeur résiduelle $V(x)$, en milliers d'euros, au bout de x années, peut s'exprimer par la relation :

$$V(x) = 250.e^{-0,086x}.$$

3. Présentation de « Huet Voyages »

Société à responsabilité limitée, elle est en activité depuis 25 ans. Elle est spécialisée dans le secteur des activités des agences de voyage. Son effectif est compris entre 8 et 10 salariés.

Dans combien d'années Monsieur Huet pourra-t-il revendre cet autocar ?

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien		
Connaissances	Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln(x)$		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1 ; 2	
	Réaliser	6	
	Analyser-Raisonner	3 ; 4 ; 5	
	Communiquer	7	
			/10

Situation

Apolline effectue son stage dans une entreprise qui fabrique des téléviseurs « Ω TV Nouvelle génération ». Elle note x le nombre de téléviseurs fabriqués par jour. Le coût de revient journalier de x téléviseurs, exprimé en milliers d'euros est donné par la relation :

$$C(x) = 2 + \ln(x) \quad \text{avec } 0 < x \leqslant 20.$$

Le prix de vente d'un téléviseur est de 500 euros.

Apolline cherche à déterminer le nombre de téléviseurs qu'il faut fabriquer et vendre pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

1. Calculer le coût de revient de 6 téléviseurs.

$C(6) = 2 + \ln(6) = 3{,}792$

Le coût de revient de 6 téléviseurs est 3 792 €

2. Déterminer le prix de vente de 6 téléviseurs.

Le prix de vente de 6 téléviseurs est : $6 \times 500 = 3\ 000$ €

3. En déduire si l'entreprise est bénéficiaire en produisant et en vendant 6 téléviseurs.

Le montant du résultat est : $3\ 000 - 3\ 792 = -792$ €

L'entreprise n'est pas bénéficiaire.

4. Si l'entreprise vend x téléviseurs par jour, déterminer l'expression du prix de vente $V(x)$ exprimée en milliers d'euros en fonction de x.

$V(x) = 0{,}5x$

5. Vérifier que le résultat journalier de la vente de x téléviseurs peut s'écrire : $R(x) = 0{,}5x - 2 - \ln(x)$.

$R(x) = V(x) - C(x)$

$R(x) = 0{,}5x - (2 + \ln(x)) = 0{,}5x - 2 - \ln(x)$

6. Afficher sur l'écran de la calculatrice la courbe représentant le résultat journalier $R(x)$ pour $x \in [1\ ;\ 20]$.

7. Déterminer graphiquement le nombre minimal de téléviseurs qu'il faut fabriquer et vendre pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

$R(x) = 0$ pour $x = 8{,}2$

L'entreprise doit fabriquer et vendre 9 téléviseurs pour qu'elle soit bénéficiaire.

Algorithmique et programmation

A. Fonctions et structures d'un programme Python

Un programme peut utiliser un nombre quelconque de fonctions. Elles sont définies localement par l'instruction : `def` ***nom de fonction(arguments)***. Elles peuvent être importées depuis des modules externes par l'instruction : `from` ***nom de module*** `import*`.

> **!** *Le module* `math` *permet d'importer des fonctions mathématiques ou des constantes (π, e, …).*
> *Le module* `random` *correspond aux fonctions et nombres aléatoires.*
> *Le module* `pylab` *permet le tracé de courbes.*
> *Le module* `turtle` *permet le tracé de figures.*

Un programme comportant une ou plusieurs fonctions définies localement doit respecter l'ordre suivant :
1. Importation de fonctions externes (si nécessaire).
2. Définition des fonctions locales.
3. Corps principal du programme.
Le corps principal du programme comporte les instructions d'entrée ou d'affectation, de traitement (calculs, conditions, boucles) et de sortie.

MÉTHODE

Exercices 6 et 8

Structurer un programme

Écrire un programme Python pour comparer les valeurs de deux fonctions mathématiques f et g pour une valeur donnée de la variable x.
Prendre comme expressions $f(x) = 3x + 1$ et $g(x) = x^2 + 4x - 1$.

Méthode	Programme Python

• Définir les fonctions de calcul des images $f(x)$ et $g(x)$.
 	
• Saisir la valeur de x.
• Comparer les valeurs des images $f(x)$ et $g(x)$.
• Afficher le résultat.
	`def f(x):`
	`    f=3*x+1`
	`    return f`
	`def g(x):`
	`    g=x**2+4*x-1`
	`    return g`
	
	`x=float(input("valeur de x"))`
	`if f(x)==g(x):`
	`    print("f et g sont égales")`
	`if f(x)<g(x):`
	`    print("g est supérieure à f")`
	`if f(x)>g(x):`
	`    print("f est supérieure à g")`

B. Commentaires

Un commentaire permet d'expliciter les intentions du programmeur pour faciliter la compréhension des instructions associées.
Dans le programme, un commentaire commence par le symbole **#** et va jusqu'à la fin de la ligne. Il n'est pas pris en compte lors de l'exécution du programme. Le programme ci-contre calcule l'aire d'un disque connaissant son rayon. Les commentaires définissent le rôle de chaque ligne. Ils sont facultatifs.

```
#calcul de l'aire d'un disque
#le module math donne la valeur pi
from math import*
#saisie de la valeur du rayon
R=float(input("Rayon="))
#Calcul de l'aire
A=pi*R**2
#Affichage du résultat
print("Aire=",A)
```

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Importer un module

Le programme ci-dessous calcule la racine carrée d'un nombre aléatoire compris entre 0 et 100. Il manque l'importation des modules nécessaires à son exécution.

```
x=randint(0,100)
y=sqrt(x)
print("racine carrée de",x,"=",y)
```

a. Quel module est nécessaire pour l'instruction `randint()` ?

- ☐ `math` ☑ `random` ☐ `pylab`

b. Quel module est nécessaire pour l'instruction `sqrt()` ?

- ☑ `math` ☐ `random` ☐ `pylab`

c. Quelle instruction permet d'importer le module `math` ?

- ☐ `math import` ☐ `from math import:` ☑ `from math import*`

2 Structurer un programme

Le script ci-dessous permet le calcul de la moyenne des 5 nombres d'une liste.

```
L=[5,8,12,15,18]
def moyenne(L):
    m=sum(L)/len(L)
    return m

print("moyenne=",moyenne(L))
```

a. Quelle ligne faut-il déplacer pour respecter la structure classique d'un programme Python ?

- ☑ ligne 1 ☐ ligne 2 ☐ ligne 5

b. Quel est le nom de la fonction utilisée ?

- ☐ L ☐ m ☑ moyenne

c. Quel est l'argument de la fonction utilisée ?

- ☑ L ☐ m ☐ moyenne

3 Utiliser des commentaires

Le script d'un programme Python est donné ci-dessous.

```
#x=valeur de la variable
x=float(input())
y=x**2
#afficher y
print("x²=",x)
```

a. Quelles lignes correspondent à des commentaires ?

- ☑ ligne 1 ☐ ligne 2 ☐ ligne 3
- ☑ ligne 4 ☐ ligne 5

b. Par quel signe commence un commentaire ?

- ☐ = ☐ " ☑ #

c. L'exécution du programme est-elle modifiée si l'on supprime les commentaires ?

- ☐ oui ☑ non

4 Comprendre un programme

```
#titre
from random import*

#commentaire 1: .....
def de(n):
    x=randint(1,6)
    return x

#commentaire 2: .......
L=[]
for n in range (3):
    L.append (de(n))
print(L)
```

Soit le programme Python ci-contre.

a. Compléter le commentaire 1.

- ☐ module ☑ fonction ☐ corps principal

b. Compléter le commentaire 2.

- ☐ module ☐ fonction ☑ corps principal

c. Choisir un titre pour le programme.

- ☐ lancer d'un dé ☑ lancer de 3 dés
- ☐ liste de nombres

5 Le programme ci-contre permet de convertir en degrés Fahrenheit une température donnée en degrés Celsius.

```
def fahrenheit(x):
    y=1.8*x+32
    return y

x= float(input('degrés celsius='))
print('degrés Fahrenheit=',fahrenheit(x))
```

1. Quelle est la variable représentant :
– la température Celsius : x
– la température Fahrenheit : y

2. Quelle formule effectue la transformation Celsius→Fahrenheit ?
$y = 1{,}8x + 32$

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-temperature

3. Ouvrir le fichier « temperature » pour afficher ce programme. L'exécuter pour compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à l'unité).

Température (°C)	– 20	0	37	100
Température (°F)	– 4	32	99	212

4. Modifier le programme pour effectuer la conversion Fahrenheit→Celsius. L'exécuter pour compléter le tableau suivant.

Température (°C)	– 20	0	50	200
Température (°F)	– 29	– 18	10	93

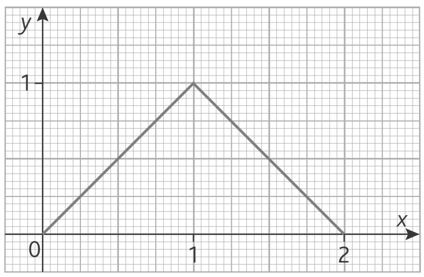
6 L'algorithme ci-contre permet de déterminer si un point de coordonnées (x ; y) appartient à la courbe d'équation $y = f(x)$.

Fonction $f(x)$:
    $f = -x^2 + 4x - 1$
Résultat f
Saisir les coordonnées x et y du point.
Si $y = f(x)$ alors :
    Afficher : « le point appartient à la courbe »
Sinon :
    Afficher : « le point n'appartient pas à la courbe ».

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme.

2. L'exécuter pour vérifier si les points suivants appartiennent à la courbe :
A(1 ; 2) : appartient
B(2 ; 3) : appartient
C(3 ; 4) : n'appartient pas

7 La fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 2] par la représentation graphique ci-contre.



1. Déterminer :
$f(1) =$ 1 $f(2) =$ 0

2. Trois scripts de fonctions Python figurent ci-dessous. Choisir celui ou ceux qui effectuent le calcul de l'image d'un nombre x de l'intervalle [0 ; 2] par la fonction f.

❑ 1
```
def f(x):
    if x<1:
        y=x
    if x>1:
        y=-x+2
    return y
```

☑ 2
```
def f(x):
    if x<1:
        y=x
    else:
        y=-x+2
    return y
```

❑ 3
```
def f(x):
    if x<1:
        y=x
    if x<2:
        y=-x+2
    return y
```

8 La fonction **`liste(n)`** permet de créer une liste de *n* termes. La fonction **`moyenne()`** calcule la moyenne des termes d'une liste donnée. Les scripts de ces fonctions sont donnés ci-dessous.

```
#saisir les n éléments d'une liste
def liste(n):
    L=[]
    for i in range (n):
        x=float (input())
        L.append(x)
    return L
```

```
#moyenne des éléments d'une liste.
def moyenne():
#l'instruction sum() effectue la somme des éléments.
#l'instruction len() donne le nombre d'éléments.
    m=sum(liste)/len(liste)
    return m
```

1. Utiliser ces fonctions pour écrire un programme permettant de calculer la moyenne d'une liste de notes. L'algorithme de ce programme est donné ci-contre.

Fonction **`liste(n)`**.
Fonction **`moyenne()`**.

Saisir le nombre *n* de notes.
N ← liste des *n* notes
M ← moyenne().
Afficher *N* et *M*

2. Ce trimestre, Marvin a obtenu 8 notes de mathématiques : 12 ; 15 ; 8 ; 15 ; 9 ; 16 ; 17 ; 13.
Exécuter le programme pour afficher sa moyenne.
Moyenne = 13,125

9 Pour tracer un carré, Maya a écrit le programme ci-dessous.

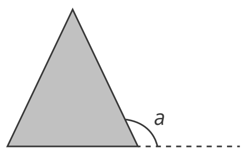
```
from turtle import*
#Tracé d'un carré
for i in range (4):
    forward (100)
    right(90)

exitonclick()
```

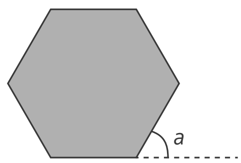
! *Le module* **`turtle`** *permet de tracer des figures géométriques.*
L'instruction **`forward`** *fait avancer le crayon de la longueur indiquée.*
L'instruction **`right`** *le fait tourner vers la droite du nombre de degrés indiqués.*
L'instruction **`exitonclick`** *permet l'arrêt de l'exécution du programme en cliquant sur le graphique.*

1. Ouvrir le fichier « carre » pour afficher ce programme et l'exécuter.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-carre

2. Déterminer les mesures en degrés des angles repérés sur les figures ci-contre :
Triangle équilatéral : *a* = 120°
Hexagone régulier : *a* = 60°





3. Compléter les programmes suivants pour tracer un triangle équilatéral, puis un hexagone régulier.
Saisir ces programmes et les exécuter.

```
from turtle import*
#tracé d'un triangle équilatéral
for i in range ( 3 )
      forward(100)
      right( 120 )
exitonclick()
```

```
from turtle import*
#tracé d'un hexagone régulier
for i in range ( 6 )
      forward(100)
      right( 60 )
exitonclick()
```

Automatismes

Exploiter une représentation de données

MÉTHODE

Un tableau croisé d'effectifs permet de définir l'intersection ou la réunion de deux événements.

Intersection de A et B

	B	$\overline{B}$
A	$A \cap B$	
$\overline{A}$		

Réunion de A et B

	B	$\overline{B}$
A	$A \cup B$	
$\overline{A}$		

Application

Soient deux événements A et B. L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau ci-contre.

1. Déterminer l'effectif total de l'événement A : 50

2. Déterminer l'effectif total de l'événement B : 20

3. Déterminer l'effectif total de l'événement $A \cup B$: $8 + 12 + 38 = 58$

	B	$\overline{B}$	Total
A	12	38	50
$\overline{A}$	8	22	30
Total	20	60	80

Calculer une probabilité

MÉTHODE

Pour calculer la probabilité d'un événement A :
- Chercher le nombre de cas possibles.
- Déterminer le nombre de cas favorables parmi ces cas possibles.
- Calculer la valeur de la probabilité : $p(A) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$

La probabilité de l'événement contraire de A, noté $\overline{A}$ est : $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.
La probabilité de la réunion des événements A et B est : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

Application

En utilisant le tableau croisé des effectifs des événements A et B ci-dessus, déterminer les probabilités :

a. de l'événement A : $p(A) = \dfrac{50}{80} = 0{,}625$

b. de l'intersection des événements A et B : $p(A \cap B) = \dfrac{12}{80} = 0{,}15$

c. de la réunion des événements A et B : $p(A \cup B) = \dfrac{58}{80} = 0{,}725$

Calculer une probabilité conditionnelle

MÉTHODE

Pour calculer la probabilité de B « sachant A », notée $p_A(B)$:
- Calculer la probabilité de l'événement A : $p(A)$.
- Calculer la probabilité de l'intersection des événements A et B $p(A \cap B)$.
- Effectuer le calcul : $p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$.

Application

En utilisant les probabilités des événements ci-dessus, déterminer la probabilité de B « sachant A ».

$p_A(B) = \dfrac{0{,}15}{0{,}625} = 0{,}24$

Calculer un terme d'une suite arithmétique

MÉTHODE

Les termes d'une suite arithmétique (u_n) peuvent être exprimés à partir du premier terme u_1 et de la raison r par les relations suivantes :

$u_n = u_{n-1} + r$ ou $u_n = u_1 + (n-1)r$.

- Connaître le premier terme et la raison de la suite.
- Connaître le rang n du terme cherché.
- Appliquer la relation : $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

Application

Déterminer le 20e terme d'une suite arithmétique définie par : $u_1 = 5$ et $r = 3$. $u_{20} = 5 + 19 \times 3$ soit $u_{20} = 62$

Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$

MÉTHODE

Une fonction polynôme f de degré 2 est définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels avec $a \neq 0$. Il s'agit de la forme développée de f.

Les racines x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe horizontal.

- Tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Lire les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe horizontal.

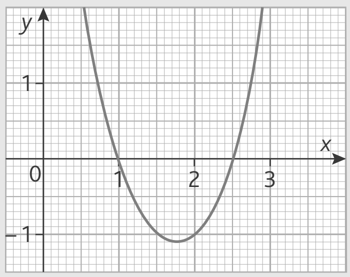
(Suivant le nombre de points d'intersection, l'équation peut avoir : 2, 1 ou 0 solutions)

Application

La fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 5$ est représentée par la parabole ci-contre.
Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

L'équation a deux solutions :

$x_1 = 1$ et $x_2 = 2{,}5$



Factoriser un polynôme de degré 2

MÉTHODE

- Lire le coefficient a de l'expression développée $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Déterminer, si elles existent, les racines x_1 et x_2 de f.

(Les racines x_1 et x_2 sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$)

- Écrire l'expression factorisée : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Applications

1. En utilisant la courbe précédente, donner la forme factorisée de $f(x) = 2x^2 - 7x + 5$.
$f(x) = 2(x - 1)(x - 2{,}5)$

2. On considère l'équation : $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

a. Parmi les nombres 0,5 ; 1 ; 2 et 3 quels sont ceux qui sont solutions de cette équation ?
Les nombres 0,5 et 3 sont les solutions de l'équation.

b. Factoriser l'expression $P(x) = 2x^2 - 7x + 3$.
$P(x) = 2(x - 0{,}5)(x - 3)$

Déterminer la dérivée d'une fonction polynôme

MÉTHODE

Les règles de dérivation sont rappelées dans le tableau ci-contre.
- Identifier les fonctions constituant les termes du polynôme.
- Déterminer la dérivée de chaque terme.
- Additionner les expressions des dérivées obtenues.

Fonction f	Dérivée f'
$ax + b$	a
x^2	$2x$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a \times u(x)$	$a \times u'(x)$

Applications

1. Déterminer la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = 3x + 5$.

$f'(x) =$ 3

2. Déterminer la dérivée de la fonction g définie par $g(x) = 0{,}5x^2 - 4x + 1$.

$g'(x) =$ $x - 4$

Calculer un intérêt simple, une valeur acquise

MÉTHODE

L'intérêt est proportionnel :
– au capital placé : C ;
– au taux d'intérêt sur une période de placement : t ;
– à la durée du placement ou nombre de périodes : n.
La valeur acquise, A, est la somme du capital et des intérêts. $A = C + i$.

Lorsque le taux d'intérêt t est défini annuellement, le calcul de l'intérêt peut s'effectuer par les formules suivantes :
- Durée n en années : $i = Ctn$ — Durée m en mois : $i = \dfrac{Ctm}{12}$
- Durée q en quinzaines : $i = \dfrac{Ctq}{24}$ — Durée j en jours : $i = \dfrac{Ctj}{360}$

Applications

1. Calculer l'intérêt produit par un capital de 8 000 € placé pendant 10 mois au taux de 2% l'an.

$i = \dfrac{8\,000 \times 0{,}02 \times 10}{12} = 133{,}33$ €

2. Calculer la valeur acquise par un capital de 3 000 € pendant 10 quinzaines au taux de 1,5% l'an.

intérêts : $\dfrac{3\,000 \times 0{,}015 \times 10}{24} = 18{,}75$ €

valeur acquise $= 3\,000 + 18{,}75 = 3\,018{,}75$ €.

Vocabulaire ensembliste et logique

A. Quantificateurs « Quel que soit » et « Il existe »

Le quantificateur « Quel que soit » ou « Pour tout » est utilisé pour indiquer que tous les éléments d'un ensemble donné vérifient une proposition. C'est un quantificateur universel.

Le quantificateur « Il existe » est utilisé pour indiquer qu'un élément, au moins, d'un ensemble donné vérifie une proposition. C'est un quantificateur existentiel.

> **!** *La proposition : « le carré d'un réel est toujours positif » s'écrit :*
> ***Quel que soit** le nombre réel x, x^2 est un nombre positif.*
> *La proposition : « l'équation $2x = 4$ a au moins une solution » s'écrit :*
> ***Il existe** un nombre réel x tel que $2x = 4$*

Application

Parmi les propositions suivantes, cocher celles qui utilisent le quantificateur correct.

- ☐ Quel que soit le nombre réel x, $x^2 = 4$.
- ☑ Pour tout nombre réel a, $(a + 1)^2 = a^2 + 2a + 1$.
- ☑ Il existe un nombre entier a tel que $\frac{1}{a} = a$
- ☐ Il existe un nombre réel x tel que $x^2 = (-4)$.

B. Utilisation d'un contre-exemple

Le contre-exemple est utilisé pour infirmer une proposition universelle, c'est-à-dire qui utilise le quantificateur « Quel que soit ». Il suffit de trouver un élément pour lequel la proposition est fausse.

> **!** *Soit la proposition : « Quel que soit le nombre réel positif x : $x < x^2$ ».*
> *Pour $x = 0{,}5$; $x^2 = 0{,}25$ donc $x > x^2$.*
> *La proposition est fausse.*

Applications

Proposer un contre-exemple pour infirmer les propositions suivantes.

1. Quel que soit le nombre entier a : $3a$ est un nombre impair.

$a = 2$; $3a = 6$ n'est pas impair

2. Tout nombre pair est divisible par 4.

Le nombre 10 est pair, il n'est pas divisible par 4.

C. Raisonnement par l'absurde

Démontrer par l'absurde qu'une proposition P est vraie, consiste à énoncer la proposition contraire $\overline{\text{P}}$. Il suffit de trouver un contre-exemple à la proposition $\overline{\text{P}}$ pour montrer qu'elle est fausse et donc que la proposition P est vraie.

> **!** *Soit la proposition P : « Pour tout entier a pair : a^2 est pair ».*
> *La proposition contraire $\overline{\text{P}}$ est : « Pour tout entier a pair : a^2 est impair »*
> *$a = 2$; $a^2 = 4$ est un contre-exemple de $\overline{\text{P}}$. $\overline{\text{P}}$ est fausse donc P est vraie.*

Application

Soit la proposition P : « Quel que soit le nombre entier n, $n(n + 3)$ est pair ».

1. Écrire la proposition contraire de P :

« Quel que soit le nombre entier n, $n(n + 3)$ est impair ».

2. Chercher un contre-exemple à la proposition contraire de P.

$n = 1$; $n(n + 3) = 1 \times (1 + 3) = 4$ n'est pas impair.

3. La proposition P est-elle vraie ?

Oui, puisque la proposition $\overline{\text{P}}$ est fausse.

Statistiques
Fonction logarithme décimal

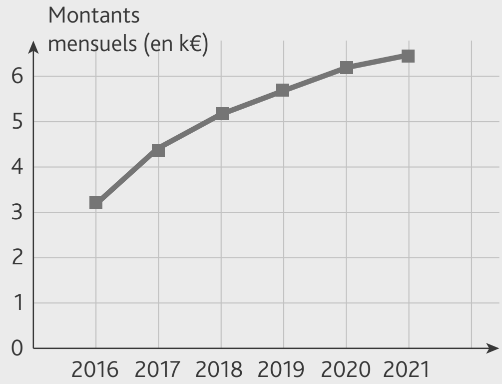
NOM : ....

Prénom : ....

45 min

Situation

Laëtitia, gérante d'une société de fabrication de vêtements, a développé ses activités à l'exportation. Les montants moyens mensuels des exportations (en milliers d'euros) qu'elle a réalisées au cours des six dernières années sont notés dans le tableau suivant.



Évolution des exportations

Année	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang de l'année	1	2	3	4	5	6
Montants mensuels des exportations (k€)	3,2	4,3	5,1	5,7	6,1	6,4

Sa société envisage de recruter un nouvel employé si le montant mensuel des exportations dépasse 7 milliers d'euros. Laëtitia souhaite savoir en quelle année elle pourra embaucher un nouveau salarié.

A. Étude statistique

1. Proposer une méthode permettant d'obtenir une estimation de l'année pour laquelle la société devra embaucher un nouveau salarié.

Établir une relation entre les montants des exportations et le rang des années.

Construire le nuage de points et définir une courbe de tendance.

Utiliser cette relation pour déterminer le rang de l'année où le montant sera de 7 milliers d'euros.

2. Ouvrir le fichier « exportations ». Sur la feuille de calcul du tableur figurent :
– dans la colonne **A**, les rangs x des années ;
– dans la colonne **B**, les montants y des transactions.

Fichier à télécharger
→ www.lienmini.fr/10548-exportations

3. Afficher à l'écran le nuage de points de coordonnées (x ; y).

4. En utilisant les fonctionnalités du tableur, effectuer un ajustement affine du nuage de points obtenu. Donner l'équation de la droite d'ajustement.

Équation : $y = 0{,}628x + 2{,}933$.

5. On admet que la solution de l'équation $0{,}6x + 2{,}9 = 7$ correspond au rang de l'année où la société devra embaucher du personnel.

a. Résoudre cette équation.

$0{,}6x = 7 - 2{,}9$

$0{,}6x = 4{,}1$

$x = 6{,}8$

b. En déduire l'année à partir de laquelle Laëtitia pourra embaucher du personnel.

La société devra embaucher à partir de la 7e année, soit en 2022.

B. Modélisation de l'évolution des exportations

En raison de la crise, les ventes de la société ne vont pas évoluer aussi vite que prévu. Une étude mathématique montre, qu'en fait, le montant des exportations ne va pas varier de façon linéaire.
À partir de l'année 2020, le montant mensuel des exportations (en milliers d'euros) est modélisé, suivant le rang x de l'année, par la fonction f définie par :

$$f(x) = 0{,}96 \log x + 6{,}1.$$

En 2020, $x = 1$, en 2021, $x = 2$, etc.

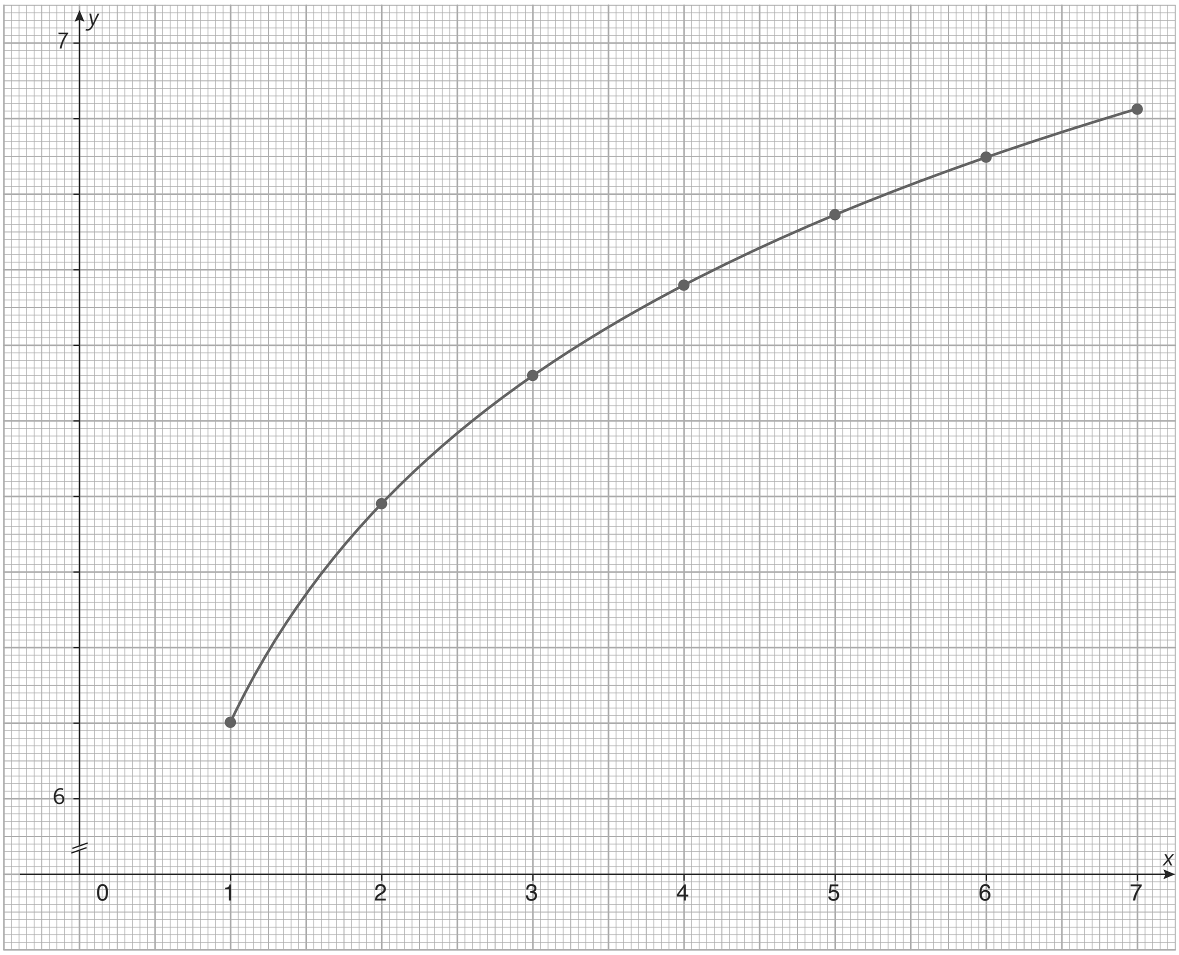
1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	6,1	6,39	6,56	6,68	6,77	6,85	6,91

2. Compléter le tableau de variation de la fonction f.

x	1		7
Variation de la fonction f	6,1	↗	6,91

3. Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-dessous.



4. Résoudre l'équation : $0{,}96 \log x + 6{,}1 = 7$.

$0{,}96 \log x = 7 - 6{,}1$

$0{,}96 \log x = 0{,}9$

$\log x = 0{,}9375$

$x = 8{,}65$

5. En déduire l'année au cours de laquelle la société pourra finalement embaucher du personnel, compte tenu de la conjoncture actuelle.

La société pourra embaucher à partir de la 9^{e} année, soit en 2028.

6. Comparer le résultat obtenu au résultat de la question **A. 5. b**. Que peut-on en déduire ?

La société embauchera en 2028 au lieu de 2022

soit 6 ans après la 1re prévision.

Le résultat dépend du modèle d'ajustement choisi.

CCF 1

Statistiques
Fonction logarithme décimal

NOM : ....

Prénom : ....

1. Capacités, connaissances évaluées

Capacités	• Choisir un modèle adapté pour réaliser un ajustement d'un nuage de points. • Utiliser un ajustement pour extrapoler des valeurs inconnues. • Représenter graphiquement la fonction logarithme décimal. • Résoudre une équation du type $\log(x) = a$.
Connaissances	• Ajustement d'un nuage de points. • Fonction logarithme décimal. • Résolution d'équations du type $\log(x) = a$.

2. Compétences

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	A2	
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures, formuler des hypothèses. Proposer une méthode de résolution.	A1 ; A4 B4	
Réaliser	Utiliser un modèle. Calculer. Mettre en œuvre les étapes d'une démarche.	A3 B1 ; B2 ; B3	
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une hypothèse.	B6	
Communiquer	Rendre compte d'un résultat.	A5 ; B5	
			/ 10

CCF 2

Fonction polynôme de degré 3 Probabilités

NOM : ....

Prénom : ....

45 min

Situation

Nadia effectue son stage dans une entreprise spécialisée dans l'assemblage de smartphones.
L'entreprise s'apprête à produire une nouvelle gamme de téléphones mobiles compatibles avec la 5G.
Le coût de production d'une série limitée dépend du nombre de téléphones produits.
Pour une production horaire inférieure ou égale à 16 articles, le coût de production de n smartphones s'exprime en euros par la relation :
$C(n) = n^3 - 18n^2 + 60n + 520$

Nadia cherche à déterminer le nombre de téléphones portables à produire pour que le coût de production soit minimal.

Partie A

1. Calculer le coût de production de :

a. deux smartphones,

$C(2) = 576$

b. dix smartphones.

$C(10) = 320$

2. On modélise le coût de production C par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 16] par :

$$f(x) = x^3 - 18x^2 + 60x + 520$$

a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Exprimer $f'(x)$.

$f'(x) = 3x^2 - 36x + 60$

b. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la dérivée $f'(x)$.

c. Déterminer graphiquement les solutions de $f'(x) = 0$.

L'équation $f'(x) = 0$ admet 2 solutions :

$x_1 = 2$ et $x_2 = 10$

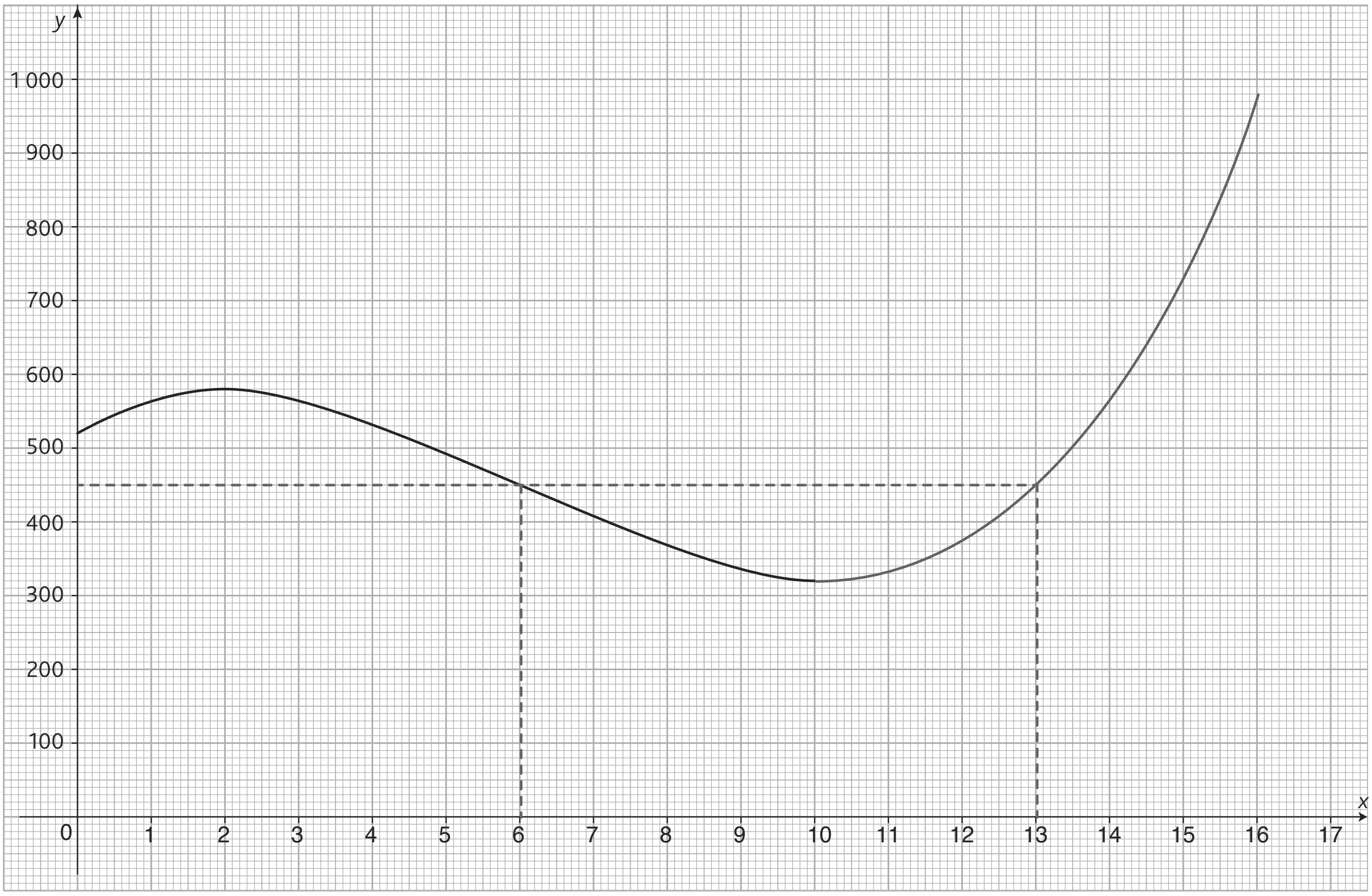
3. a. Compléter le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 16].

x	0		2		10		16
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0	+	
Variations de la fonction $f(x)$	520	↗	576	↘	320	↗	968

b. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$f(x)$	520	576	536	448	360	320	376	576	968

c. En utilisant le repère suivant, compléter la représentation graphique de la fonction f.



4. a. Le cahier des charges de l'entreprise impose un coût de production inférieur à 450 €. Déterminer graphiquement le nombre d'articles à produire pour respecter cette condition. (Laisser apparents les traits utiles à la lecture).

Il faudra produire entre 6 et 13 articles.

b. Pour combien d'articles produits le coût de production est-il minimal ?

Pour 10 articles le coût de production sera minimal.

c. En déduire le coût de production minimal.

Pour 10 articles, le coût de production sera de 320 €. Cela correspond au coût de production minimal.

Partie B

Lors des contrôles de qualité, deux types de défauts ont été constatés sur le nouveau modèle de smartphone produit par l'entreprise :

- défaut de type A : bug de l'application photo.
- défaut de type B : dysfonctionnement de la batterie.

Dans un lot de 2 500 appareils testés, on a constaté que :

- 16 appareils présentaient le défaut de type A,
- 20 appareils présentaient le défaut de type B,
- 2 appareils présentaient les deux types de défaut.

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant :

	Smartphone présentant le défaut de type A	Smartphone ne présentant pas le défaut de type A	Total
Smartphone présentant le défaut de type B	2	18	20
Smartphone ne présentant pas le défaut de type B	14	2 466	2 480
Total	16	2 484	2 500

2. On prélève au hasard un smartphone dans le lot d'appareils testés. On considère les événements suivants :

- événement A : « le smartphone prélevé présente le défaut de type A » ;
- événement B : « le smartphone prélevé présente le défaut de type B ».

Calculer les probabilités :

- de l'événement : $p(A) = \frac{16}{2500}$ $p(A) = 0{,}0064$ soit 0,64%
- de l'événement : $p(B) = \frac{20}{2500}$ $p(B) = 0{,}008$ soit 0,8%

3. a. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$.

Le smartphone prélevé présente les deux types de défauts

b. En utilisant le tableau croisé d'effectifs, calculer la probabilité $p(A \cap B)$.

$p(A \cap B) = \frac{2}{2500}$ $p(A \cap B) = 0{,}0008$ soit 0,08%.

c. Effectuer le produit $p(A) \times p(B)$. Comparer le résultat obtenu avec $p(A \cap B)$.

$p(A) \times p(B) = 0{,}0064 \times 0{,}008 = 5{,}12 \times 10^{-5}$

Les résultats sont différents.

4. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Les événements A et B ne sont pas indépendants : $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$.

Fonction polynôme de degré 3 Probabilités

NOM : ....

Prénom : ....

1. Capacités, connaissances évaluées

Capacités	• Utiliser les formules de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3. • Dresser, à partir du signe de la dérivée, le tableau de variations. • Calculer la probabilité d'un événement. • Montrer que deux événements sont indépendants.
Connaissances	• Fonction polynôme de degré 3. • Règles de calcul des probabilités. • Indépendance de deux événements.

2. Compétences

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	A1 ; B1	
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures, formuler des hypothèses. Proposer une méthode de résolution.	B3	
Réaliser	Utiliser un modèle. Calculer. Mettre en œuvre les étapes d'une démarche.	A2 ; A3 ; B2	
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse.	B4	
Communiquer	Rendre compte d'un résultat.	A4	
			/ 10

CCF 3

Suites numériques Calculs commerciaux et financiers

NOM : ....

Prénom : ....

45 min

Situation

Enzo est le comptable de l'entreprise « Toutsport » spécialisée dans la vente de vêtements et d'articles de sport. Il doit réaliser une étude prévisionnelle sur l'évolution du montant des charges de l'entreprise sur une période de dix ans.
Le montant des charges de l'entreprise pour l'année actuelle est 320 000 €. Il estime que le montant des charges diminue de 8% par an pendant dix ans.
Enzo doit préparer un compte-rendu prévoyant l'année où le montant des charges sera divisé par 2.

A. Étude de l'évolution des charges de la société

1. On désigne par A0 l'année actuelle, A1 l'année suivante, A2 l'année d'après et ainsi de suite.
Le montant des charges en A0 s'élève à 320 000 € .
Calculer le montant des charges en A1, A2, A3.

Montant des charges en A1 : $320\,000 - 0{,}08 \times 320\,000 = 294\,400$ €

Montant des charges en A2 : $294\,400 - 0{,}08 \times 294\,400 = 270\,848$ €

Montant des charges en A3 : $270\,848 - 0{,}08 \times 270\,848 = 249\,180{,}16$ €

2. Le montant des charges des années A1, A2 et A3 sont les premiers termes d'une suite de nombres.

a. Déterminer la nature de la suite. Justifier la réponse.

Le rapport de 2 termes consécutifs est constant.

$$\frac{270\,848}{294\,000} = \frac{249\,180{,}16}{270\,848} = 0{,}92$$

C'est une suite géométrique de raison 0,92

b. Indiquer le premier terme u_1 (montant des charges en A1) et la raison q de cette suite.

Premier terme : $u_1 = 294\,400$

Raison : $q = 0{,}92$

c. Exprimer le terme u_n en fonction du rang n.

$u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$ soit $u_n = 294\,400 \times 0{,}92^{(n-1)}$

$u_n = 294\,400 \times 0{,}92^n \times 0{,}92^{(-1)}$

d'où $u_n = 320\,000 \times 0{,}92^n$

3. Le montant y, exprimé en euros, des charges de l'entreprise est donné en fonction du rang x de l'année par $y = 320\,000 \times 0{,}92^x$.
$x = 0$ est le rang de l'année A0 ; $x = 1$ est le rang de l'année A1, …etc.
Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par :

$$f(x) = 320\,000 \times 0{,}92^x.$$

a. Calculer $f(0)$ et $f(12)$.

$f(0) = 320\,000 \times 0{,}92^0 = 320\,000$

$f(12) = 320\,000 \times 0{,}92^{12} = 117\,653{,}24$

b. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la fonction f.
Préciser la fenêtre d'affichage utilisée :

Xmini = 0 Xmaxi = 12

Ymini = 100 000 Ymaxi = 350 000

4. a. Le montant des charges actuelles doit être divisé par 2. Déterminer le montant des charges à atteindre.

Montant des charges à atteindre = 320 000/2 = 160 000 €

b. Par lecture graphique sur l'écran de la calculatrice, résoudre l'équation $f(x) = 160\,000$.

Tracer la droite $y = 160\,000$. Rechercher l'abscisse de l'intersection avec la courbe précédente.

On lit $x \approx 8{,}3$

c. En déduire l'année où le montant des charges sera divisé par 2.

On lit $x \approx 8{,}3$

Le montant des charges sera inférieur à 160 000 € en A9

5. Retrouver le résultat par le calcul en résolvant l'équation : $320\,000 \times 0{,}92^x = 160\,000$

$320\,000 \times 0{,}92^x = 160\,000$ $0{,}92^x = 0{,}5$

$x = \log(0{,}5) \div (\log 0{,}92) = 8{,}3$

L'objectif sera atteint la neuvième année

B. Financement des travaux

Pour financer des travaux d'agrandissement, le comptable de l'entreprise « Toutsport » effectue un emprunt de 20 000 €.
Le remboursement s'effectue par mensualités constantes sur un an au taux mensuel de 0,38%.

1. En utilisant la formule de calcul d'une mensualité $a = \dfrac{V_0 \times t}{1-(1+t)^{-n}}$, vérifier que le montant de la mensualité est de 1 708,12 €.

$V_0 =$ 20 000 $t =$ 0,0038 $n =$ 12

$a = \dfrac{20\,000 \times 0{,}0038}{(1 - 1{,}0038^{-12})}$ $a = 1\,708{,}12$

Le montant de la mensualité est de 1 708,12 €.

2. Calculer le montant des intérêts du 1er mois.

$i = 20\,000 \times 0{,}0038$ soit $i = 76$ €

3. En déduire l'amortissement du 1er mois et le capital restant dû au début du 2e mois.

Amortissement du 1er mois : 1 708,12 – 76 = 1 632,12 €

Capital restant dû le 2e mois : 20 000 – 1 632,12 = 18 367,88 €

4. Compléter les premières lignes du tableau d'amortissement suivant :

Période	Capital restant dû	Amortissement	Intérêt	Mensualités
1er mois	20 000	1 632,12	76	1 708,12
2e mois	18 367,88	1 638,32	69,8	1 708,12

5. a. Déterminer le total des mensualités versées sur un an.

total = 1 708,12 × 12 = 20 497,44 €.

b. En déduire le coût de l'emprunt.

Coût de l'emprunt = 20 497,44 – 20 000

soit un coût d'emprunt de 497,44 €

CCF 3

Suites numériques
Calculs commerciaux
et financiers

NOM : ....

Prénom : ....

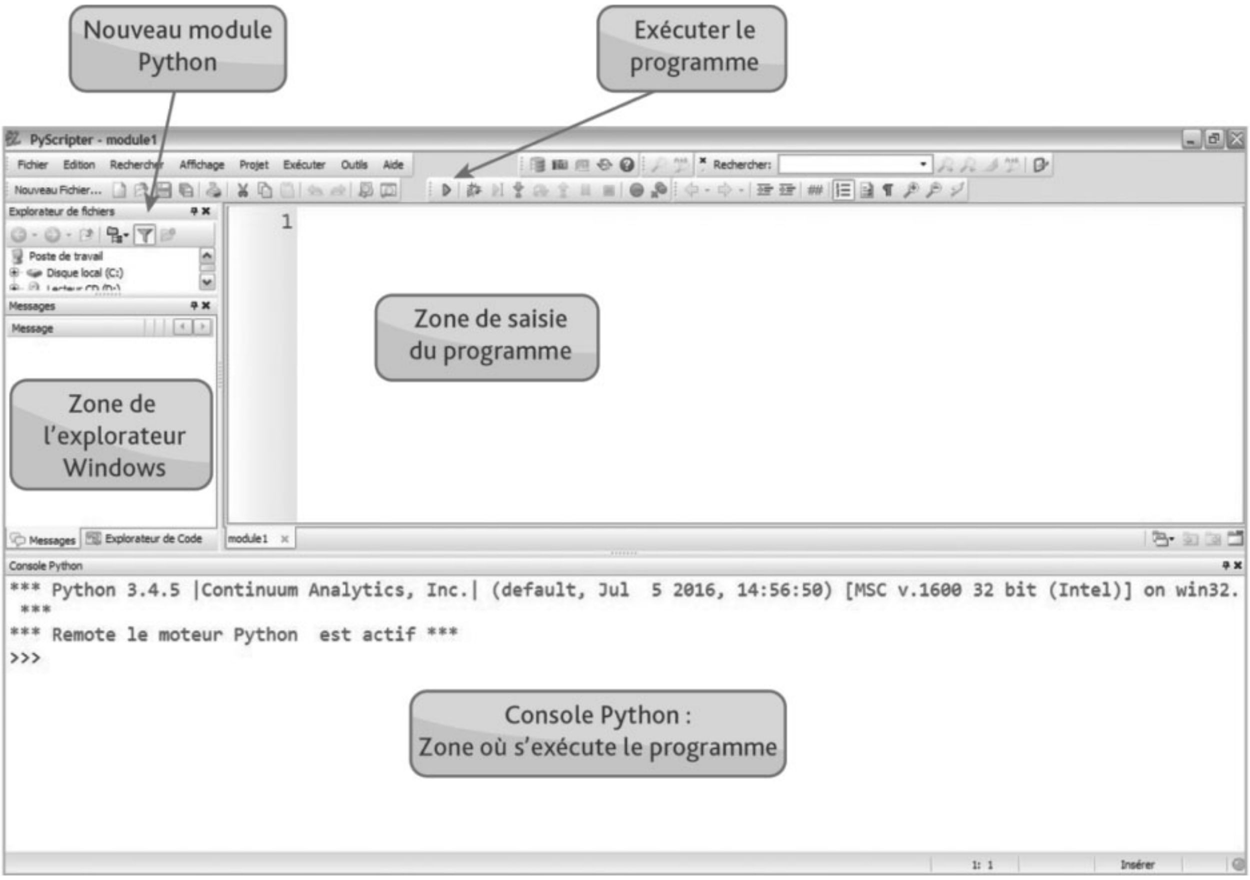
1. Capacités, connaissances évaluées

Capacités	• Calculer un terme de rang donné d'une suite géométrique. • Résoudre des équations du type $q^x = a$. • Compléter un tableau d'amortissement.
Connaissances	• Expression d'un terme de rang n d'une suite géométrique. • Résolution d'équations du type $q^x = b$. • Emprunt : remboursement par annuités constantes.

2. Compétences

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	A1	
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures, formuler des hypothèses. Proposer une méthode de résolution.	A2	
Réaliser	Utiliser un modèle. Calculer. Mettre en œuvre les étapes d'une démarche.	A3 ; B2 ; B3 ; B4	
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une hypothèse.	A5 ; B1	
Communiquer	Rendre compte d'un résultat.	A4 ; B5	
			/ 10

Python



1. Bibliothèques ou modules Python

Placées en début de programme, elles permettent d'importer :
– des fonctions : **`from math import*`**
– des nombres aléatoires : **`from random import*`**
– des tracés de figures : **`from turtle import*`**
– des tracés de courbes : **`from pylab import*`**
L'onglet nouveau fichier permet de choisir la version du modèle Python.

2. Variables

Une variable appartient à l'un des trois types suivants :
– nombre entier : **`int`**.
– nombre décimal : **`float`**.
– chaîne de caractères : **`str`**.
Une chaîne de caractères est entre guillemets : **`".."`** ou **`'..'`**.

> **!** *La saisie de 12,54 sur la console affiche les résultats suivants selon le type de variable défini.*
>
> ```
> >>>int(12.54)
> 12
> >>>float(12.54)
> 12.54
> >>>str(12.54)
> '12.54'
> ```

3. Entrées / Sorties

Le signe = affecte une valeur à une variable.
L'instruction **`input(..)`** demande une valeur et stocke la réponse.
Elle attend une chaîne de caractères. Si la valeur est un nombre, utiliser **`int(input(..))`** pour un nombre entier ou **`float(input(..)`**) pour un nombre décimal.
L'instruction **`print(..)`** affiche une ou plusieurs valeurs, séparées par une virgule.

4. Opérations

Les opérations de base utilisent les signes :
`+, -, *, /`.
Le calcul de puissance a^n correspond à **`a**n`**.
Pour utiliser certains nombres (π, e, ..) ou des fonctions mathématiques ($\sqrt{\ }$, sin, cos, log,...) il est nécessaire d'importer le module **`math`** en début de programme.

> **!** *Le script suivant demande le rayon d'un disque puis calcule et affiche son aire.*
>
> ```
> from math import*
> R=float(input("Rayon du disque en cm:"))
> A=pi*R**2
> print("aire du disque=",A,"cm²")
> ```

5. Instructions conditionnelles

L'instruction **`if`** *condition* **:** introduit une condition.
L'instruction **`else:`** peut compléter l'instruction **`if`** *condition* **:** pour exécuter un autre traitement lorsque la condition n'est pas vérifiée.

> *Les comparaisons de valeurs utilisent les signes :*
> **`==`** *: égal à ;* **`!=`** *: différent de ;*
> **`>`** *: supérieur ;* **`>=`** *: supérieur ou égal ;*
> **`<`** *: inférieur ;* **`<=`** *: inférieur ou égal.*
> **`AND`** *: et ;* **`OR`** *: ou ;* **`NOT`** *: non.*

6. Boucles

Une boucle bornée est utilisée pour répéter plusieurs fois la même suite d'instructions.
L'instruction **`for i in range (n) :`** répète *n* fois le traitement qui suit.
(la variable *i* prend les valeurs entières de l'intervalle [0 ; *n*-1].

Une boucle non bornée dépend d'une condition.
L'instruction **`while`** *condition* **:** répète le traitement qui suit tant que la condition est vraie. Si la condition est fausse, la boucle est arrêtée.

> *Le script suivant permet de remplir et d'afficher une liste de n nombres à partir d'une boucle bornée*

```
n=int(input("nombre d'éléments de la liste"))
L=[]
for i in range(n):
    x=float(input("élément de la liste L="))
    L.append(x)
print (L)
```

7. Listes

Une liste est une suite de plusieurs éléments placés entre crochets et séparés par une virgule.
Le premier élément de la liste *L* est *L*[0], le deuxième *L*[1], etc.
L'instruction **`L.append`***(nouvel élément)* permet d'ajouter un élément à la fin de la liste *L*.
L'instruction **`sum(L)`** retourne la somme de tous les éléments de la liste *L*.
L'instruction **`len(L)`** retourne le nombre d'éléments de la liste *L*.

8. Fonctions

Une fonction Python porte sur une ou plusieurs variables appelées arguments. Elle est définie par un nom et rend une ou plusieurs valeurs après une suite d'instructions. Ces valeurs peuvent être utilisées dans la suite du programme.
L'instruction **`def`** *nom de fonction(arguments)* **:**
définit la fonction.
L'instruction **`return`** renvoie la valeur calculée par la fonction.

> *Dans le script suivant, la fonction* **`Adisque(R)`** *renvoie la valeur de l'aire d'un disque de rayon R. Elle est ensuite utilisée pour calculer le volume d'un cylindre de hauteur h.*

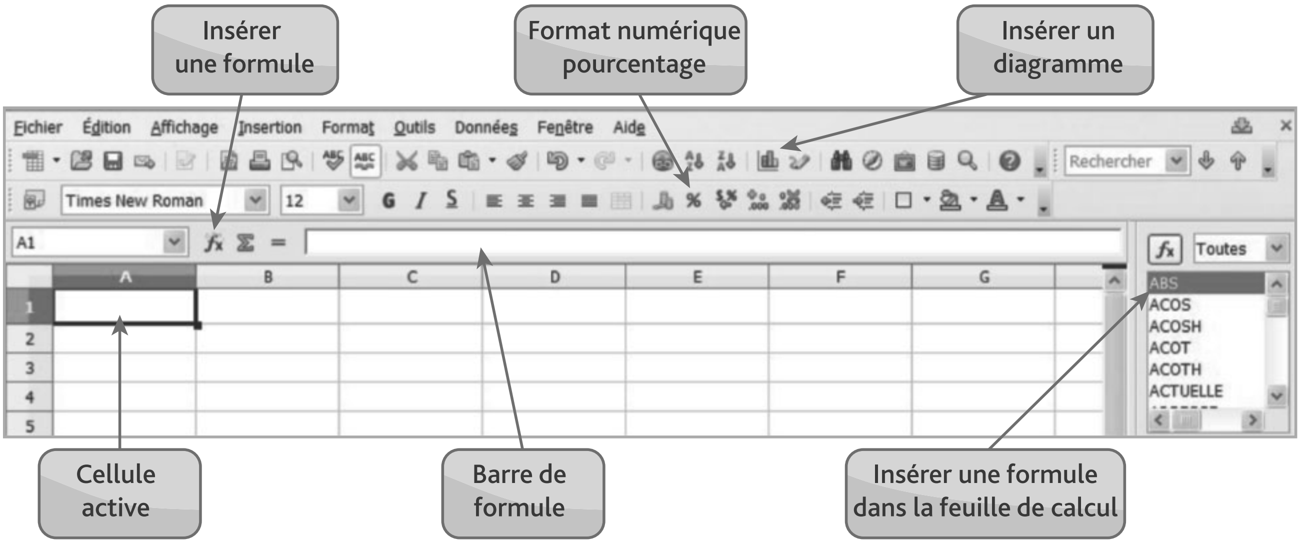
```
from math import*
def Adisque(R):
    A=pi*R**2
    return A

R=float(input("rayon"))
h=float(input("hauteur"))
V=Adisque(R)*h
print("volume=",V)
```

9. Structure d'un programme Python

Un programme comportant une ou plusieurs fonctions définies localement doit respecter l'ordre suivant :
1. Importation de fonctions externes (si nécessaire).
2. Définition des fonctions locales.
3. Corps principal du programme.
Le corps principal du programme comporte les instructions d'entrée ou d'affectation, de traitement (calculs, conditions, boucles) et de sortie.

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ www.lienmini.fr/10548-tuto1

Tableur-grapheur



1. Série à deux variables

La température atteinte par un four en fonction de la durée de fonctionnement est relevée dans le tableau ci-dessous :

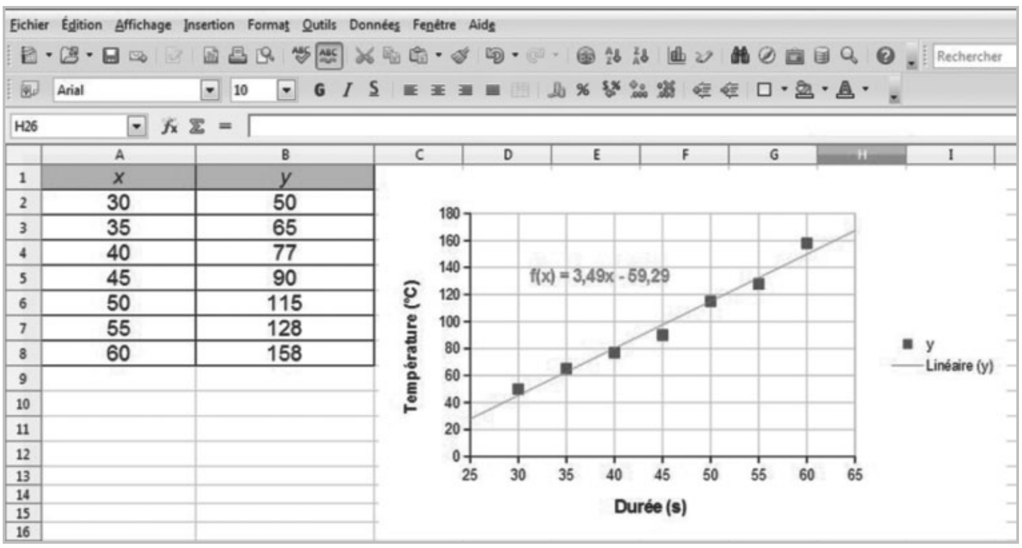
Durée (s) : x_i	30	35	40	45	50	55	60
Température (°C) : y_i	50	65	77	90	115	128	158

Représenter à l'aide d'un tableur-grapheur la droite d'ajustement affine.
Déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine.

a. Saisir :
– en colonne A, les valeurs x_i de la première variable ;
– en colonne B, les valeurs y_i de la seconde variable.

b. Sélectionner les colonnes A et B et représenter le nuage de points.
Utiliser les outils insertion, diagramme XY.

c. Cliquer sur les points obtenus puis sélectionner insérer une courbe de tendance.
Parmi les options proposées :
– choisir une courbe de tendance linéaire ;
– cocher afficher l'équation sur le graphique.



2. Termes d'une suite

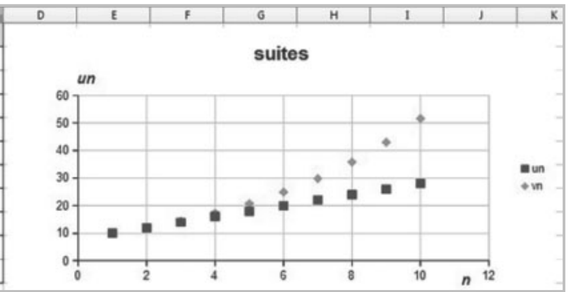
Déterminer les 10 premiers termes des suites :
(u_n) : suite arithmétique de premier terme $u_1 = 10$, de raison $r = 2$;
(v_n) : suite géométrique de premier terme $u_1 = 10$, de raison $q = 1,2$.

a. Saisir les rangs *n* des termes en colonne A et dans les cellules B2 et C2 les premiers termes des suites.

b. Écrire dans la cellule suivante la formule de calcul du deuxième terme.
B3 : `= B2 + 2` ; C3 : `= C2 * 1,2`. Recopier ces cellules jusqu'au dernier terme.

c. Utiliser l'outil insertion diagramme pour afficher la représentation graphique des deux suites.

	A	B	C
1	*n*	u_n	v_n
2	1	10	10
3	2	12	12,00
4	3	14	14,40
5	4	16	17,28
6	5	18	20,74
7	6	20	24,88
8	7	22	29,86
9	8	24	35,83
10	9	26	43,00
11	10	28	51,60



3. Tracé de courbe

Représenter graphiquement la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; 4] par l'expression : $f(x) = -x^2 + 4x$.

a. Saisir les valeurs de *x* dans la colonne A.
Choisir un pas qui permette d'obtenir une dizaine de valeurs sur l'intervalle de définition.

b. Saisir en cellule B1 la formule de calcul de l'image $f(x)$ en remplaçant la valeur *x* par la cellule A1.

Ainsi $f(x) = -x^2 + 4x$ *se saisit en B1* `= –(A1^2)+4*A1`.
Recopier la cellule jusqu'à la dernière valeur de *x*.

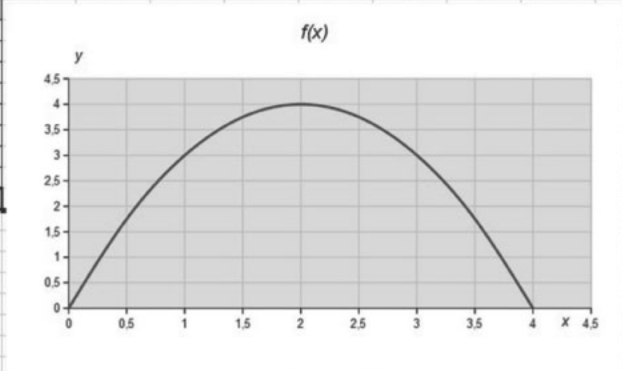
c. Sélectionner les colonnes A et B.
Insérer un diagramme XY en lignes lisses.

d. Mettre en forme le graphique obtenu.

TUTO
Utiliser un tableur pour étudier une série à deux variables
→ www.lienmini.fr/10548-tuto2

B10 = =-(A10^2)+4*A10

	A	B
1	*x*	*f(x)*
2	0	0
3	0,5	1,75
4	1	3
5	1,5	3,75
6	2	4
7	2,5	3,75
8	3	3
9	3,5	1,75
10	4	0

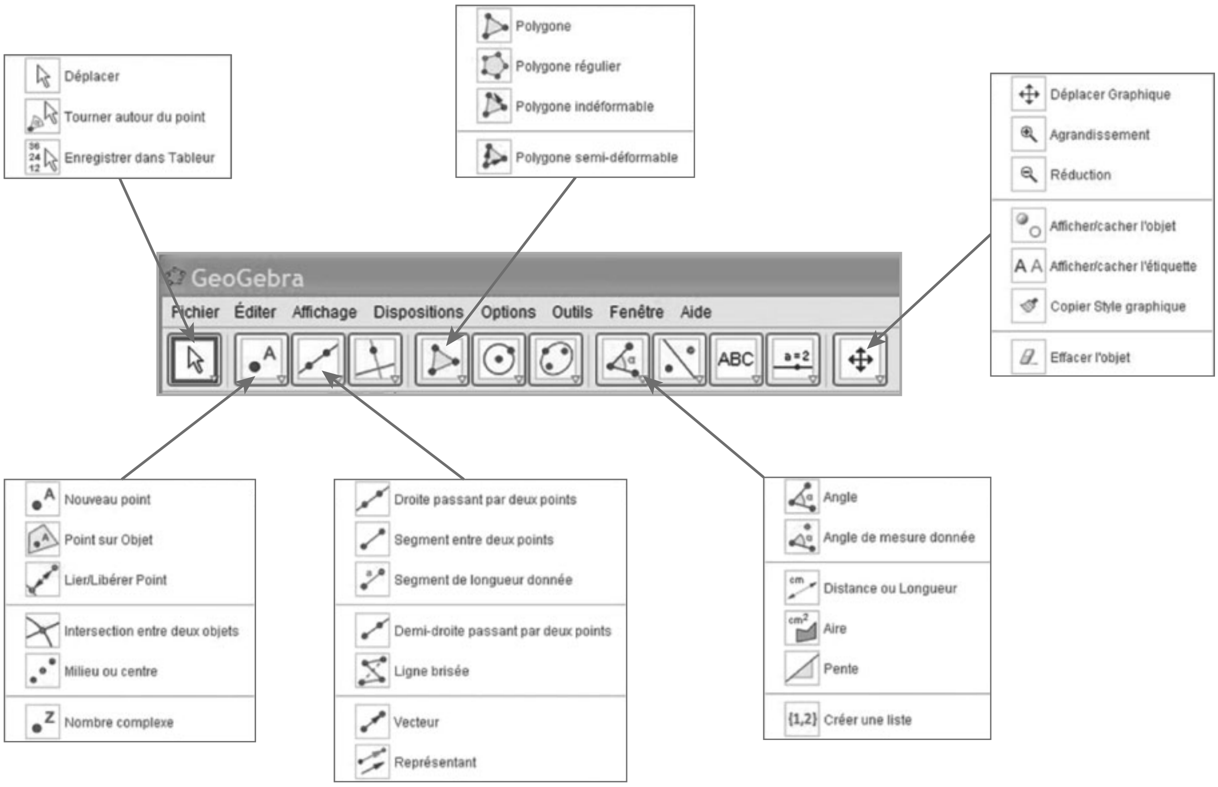


TUTO
Programmer une suite géométrique avec un tableur
→ www.lienmini.fr/10548-tuto4

TUTO
Tracer une courbe avec un tableur
→ www.lienmini.fr/10548-tuto9

GeoGebra

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique permettant de tracer des figures géométriques et de représenter des fonctions (téléchargement sur www.geogebra.org/cms/fr/download).



Tracé de fonction

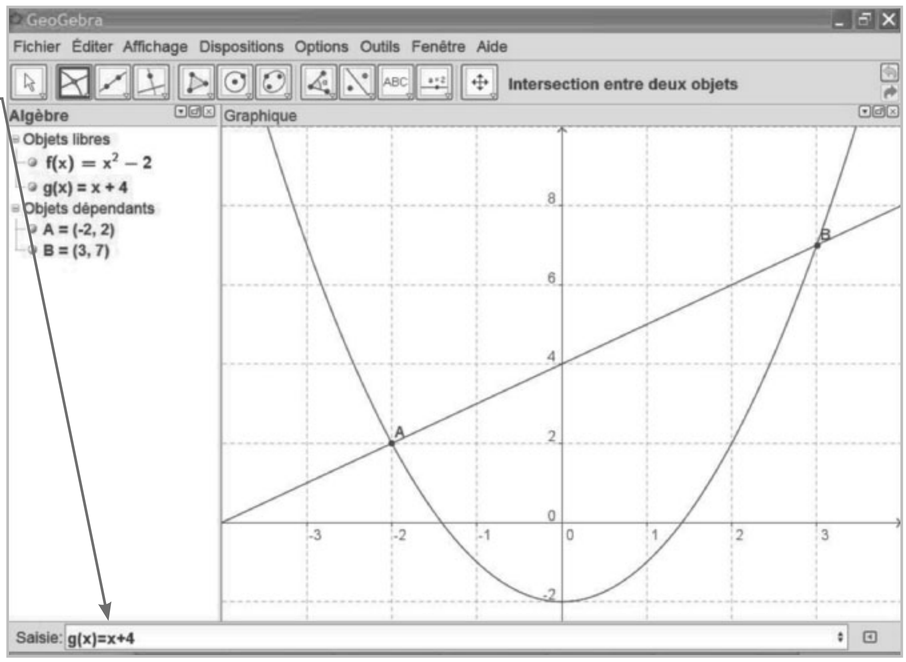
Déterminer les coordonnées des points d'intersection d'une courbe représentant la fonction *f* définie par $f(x) = x^2 - 2$ et d'une droite représentant le fonction *g* définie par $g(x) = x + 4$.

Au démarrage de GeoGebra, la fenêtre ci-contre apparaît. Le Champ de Saisie est utilisé pour entrer les expressions des fonctions.

a. Taper f(x)=2x²-2 puis Entrer.

b. Taper g(x)=x+4 puis Entrer.
Les expressions de fonctions sont affichées dans la fenêtre Algèbre.

c. Dans le menu déroulant de l'outil Nouveau point sélectionner l'outil Intersection entre deux objets puis cliquer sur les deux représentations graphiques.
Les coordonnées des points d'intersection s'affichent dans la fenêtre Algèbre.



TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ www.lienmini.fr/10548-tuto8

Crédits photographiques

Couverture : ph © stock photo (fond) et © Adobe stock (personnages)

Pages 7, 19, 20, 22, 29 (gauche), 42 (gauche), 70, 90 (bas) : ph © stock photo

Pages 8, 9, 10, 11, 16, 17 (haut), 18, 21, 23, 26, 27, 29 (droite), 30, 31, 33, 35, 41, 42 (droite), 43, 44, 46, 47, 48, 49, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63, 68, 69, 71, 72, 73, 74, 80 (gauche), 81, 82, 83, 84, 85, 90 (haut), 93, 94, 95, 100, 101, 102, 111, 115 : ph © Adobe stock

Page 17 : Extrait de « chiffres clés des énergies renouvelables » édition 2019. Source : SDES. Infographie réalisée par Bertrand Gaillet

Page 32 : © Commission européenne

Pages 45, 59, 119 : © Shutterstock

Pages 80 (droite) : © Providif, Manom

Pages 83 : © Patrick Nadeau

Page 89 : bouchon du flacon du parfum Sysmée de Cottan, photo D.R.

Page 92 : halles Boulingrin à Reims, photo © G. Garitan

Les tutoriels sur les calculatrices ont été réalisés par Yvan Monka.

Conception graphique et compogravure : Thierry Decke

Couverture : TC Graphite, Les PAOistes

Achevé d'imprimer en mars 2021 par XXXXXX

N° d'impression : XXXXXX

Éditions Magnard-Vuibert-Delagrave – N° d'éditeur : XXXXXX – Dépôt légal : mars 2021

UNE COLLECTION COMPLÈTE DU CAP AU BAC PRO

NOUVEAUX PROGRAMMES

▶ Une démarche qui s'appuie sur des investigations et des situations de la vie courante

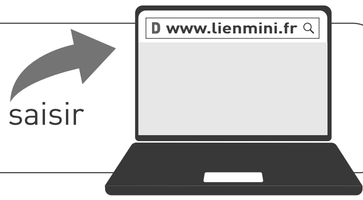
Un livre aux ressources numériques intégrées

OU

Ressources à flasher

OU

Lien URL à saisir



En savoir plus : www.editions-delagrave.fr

ISBN : 978-2-206-10548-2

9 782206 105482

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.

DELAGRAVE

www.editions-delagrave.fr