Les nouveaux CAHIERS

MATHS

GROUPEMENT C

CORRIGÉ

1re BAC PRO

→ Activités, savoir-faire, automatismes, évaluations

→ Algorithmique et programmation avec Python

→ 49 tutoriels vidéo Casio, NumWorks et TI

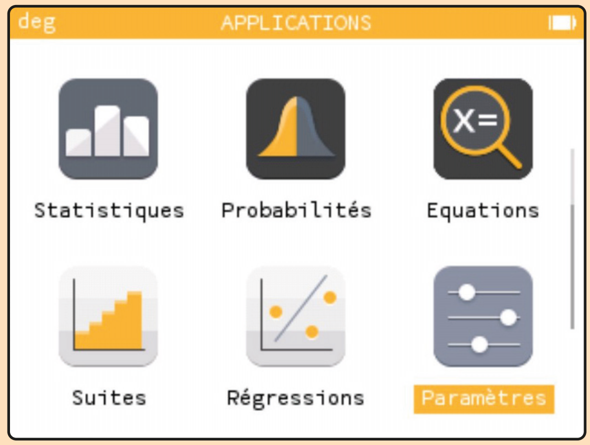
+ 3 entraînements complets au CCF

foucherconnect.fr

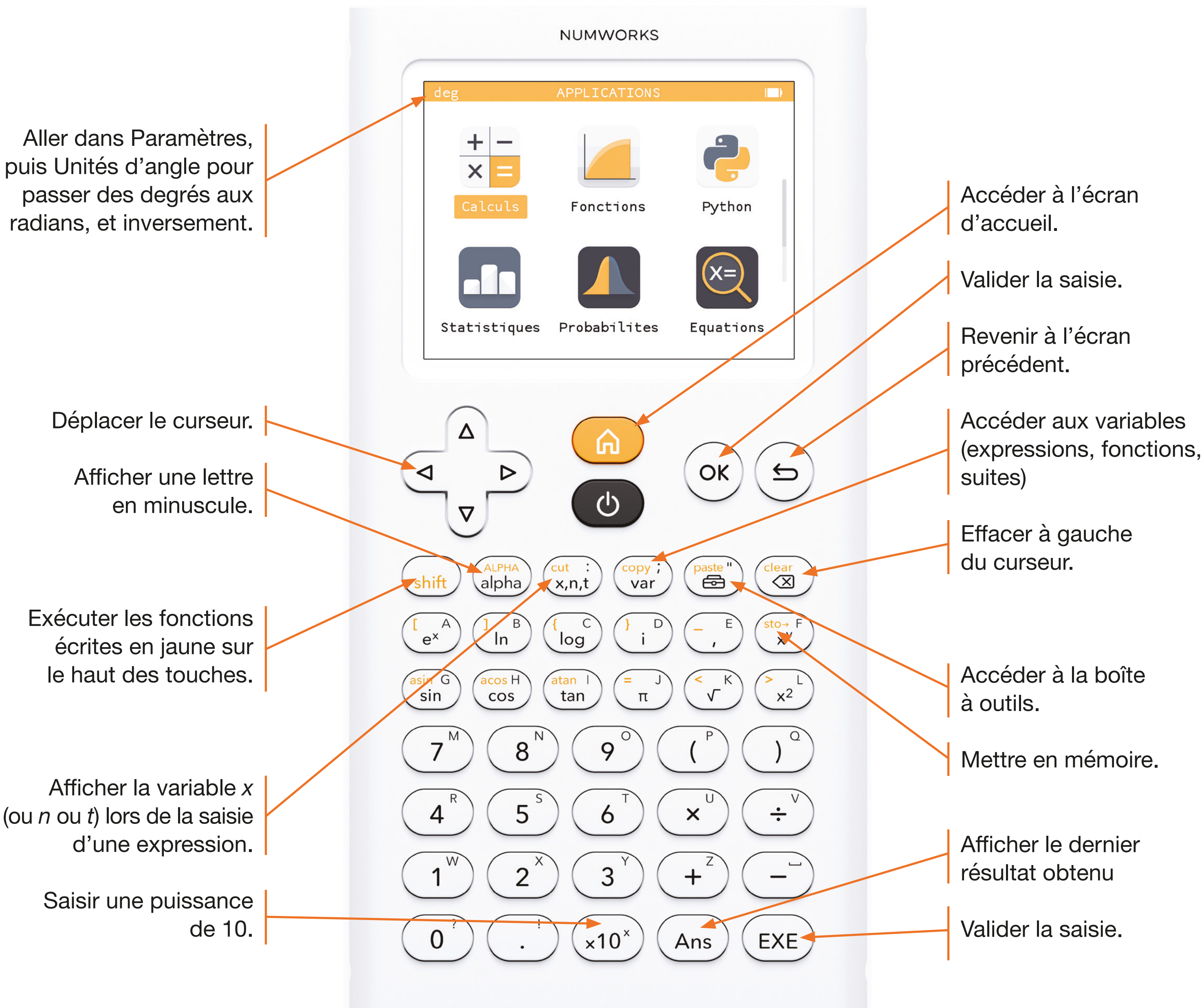
Dans ce manuel, des ressources en accès direct pour tous

FOUCHER

Applications



Pour passer d'une application à l'autre, utiliser le pavé fléché. Puis valider avec la touche OK ou EXE.
Chaque application a son menu particulier.



Les nouveaux CAHIERS

MATHS

GROUPEMENT C

1re BAC PRO

→ Activités, savoir-faire, automatismes, évaluations

→ Algorithmique et programmation avec Python

→ 49 tutoriels vidéo Casio, NumWorks et TI

+ 3 entraînements complets au CCF

CORRIGÉ

Denise Laurent, professeure de mathématiques

Fabien Auchère, PLP Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Versailles

Mirana Ballans, PLP Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Versailles

Marie-Pierre Bouteiller, PLP Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Normandie

Sarah Bouyanzer, PLP Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Normandie

Laurent Breitbach, IEN Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Normandie

Hervé Gabillot, PLP Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Versailles

Ludivine Selle, PLP Mathématiques/Physique-Chimie, académie de Normandie

FOUCHER

Vos ressources numériques

Tous les fichiers nécessaires aux activités sont accessibles directement sur **foucherconnect.fr** : fichiers Excel, GeoGebra, Scratch, Python. De la même façon, vous avez accès à tous les **tutoriels vidéo** suivants :

Pour travailler sur Python, **une console en ligne** :
vitta science
fr.vittascience.com/cahiers-foucher

Nouveau !
Pour les calculatrices, chaque tutoriel propose 3 versions :
TI, Casio et NumWorks.

Conception graphique : Véronique Lefebvre
Composition : IDT
Infographies : Vincent Landrin
Édition : Clarisse Léon

ISBN 978-2-216-16667-1

Sommaire

Sommaire

Géométrie

Calculs commerciaux et financiers

Ensembles, Logique : Exercices ou problèmes qui font référence au module Vocabulaire ensembliste et logique.

: Indique un problème qu'il est possible de traiter en Co-intervention.

: Indique une question ou un exercice dont la réponse est attendue à l'oral.

Automatismes

NOM : ....

Prénom : ....

Ce tableau vous permettra de suivre votre progression dans la maîtrise des automatismes du programme de 1re tout au long de l'année scolaire.
Chaque fois que vous vous entraînez sur un de ces automatismes, vous pouvez cocher la puce correspondant à votre niveau de maîtrise selon le code suivant :

○ non maîtrisé ○ insuffisamment maîtrisé ○ maîtrisé ○ bien maîtrisé

Automatisme	Page de votre cahier				Bilan
A1. Calcul de la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple.	p. 15	p. 29	p. 43	p. 118	
A2. Dénombrement à l'aide de tableaux à double entrée ou d'arbres donnés.	p. 84	p. 98	p. 110	p. 118	
A3. Lecture d'un graphique, d'un diagramme en secteurs, en bâtons ou en colonnes, d'un diagramme en boîte à moustaches ou toute autre représentation.	p. 15	p. 29	p. 43	p. 119	
A4. Association d'un graphique avec des données et vice-versa.	p. 15	p. 69	p. 98	p. 119	
A5. Calcul d'indicateurs de position ou de dispersion à l'aide d'outils numériques.	p. 43	p. 56	p. 69	p. 120	
A6. Résolution algébrique d'une équation du premier degré à une inconnue du type $ax + b = c$ où a, b et c sont des entiers relatifs.	p. 15	p. 29	p. 43	p. 120	
A7. Résolution algébrique d'une inéquation du premier degré à une inconnue du type $ax + b < c$ où a, b et c sont des entiers relatifs.	p. 29	p. 69	p. 98	p. 121	
A8. Reconnaissance d'une situation de proportionnalité et détermination de la fonction linéaire qui la modélise.	p. 15	p. 29	p. 43	p. 121	
A9. Reconnaissance de l'allure d'une représentation graphique à partir d'un tableau de variations donné.	p. 29	p. 56	p. 69	p. 122	
A10. Établissement du tableau de variations d'une fonction dont la courbe représentative est donnée.	p. 15	p. 84	p. 110	p. 122	
A11. Détermination graphique, lorsqu'ils existent, des extremums globaux d'une fonction sur un intervalle.	p. 84	p. 110	p. 123		
A12. Calcul de l'ordonnée d'un point de la courbe représentative d'une fonction connaissant son abscisse et l'expression de la fonction.	p. 43	p. 110	p. 123		
A13. Détermination graphique du coefficient directeur d'une droite non verticale.	p. 29	p. 43	p. 124		
A14. Reconnaissance du parallélisme de deux droites d'équations réduites données.	p. 29	p. 43	p. 98	p. 124	
A15. Résolution graphique d'une équation du type $f(x) = c$ ou d'une inéquation du type $f(x) < c$, où c est un réel donné et f une fonction dont la représentation graphique est donnée.	p. 84	p. 110	p. 125		
A16. Calcul du montant d'un intérêt simple et d'une valeur acquise (pour les classes n'ayant pas de physique-chimie).	p. 43	p. 56	p. 110	p. 125	

Automatisme	Page de votre cahier				Bilan
A17. Distinction entre cercle, disque, sphère et boule.	p. 15 ○○○○	p. 69 ○○○○	p. 126 ○○○○		○○○○
A18. Reconnaissance du cube, du pavé droit, de la pyramide, du cylindre droit, du cône et de la boule.	p. 56 ○○○○	p. 98 ○○○○	p. 126 ○○○○		○○○○
A19. Calcul de l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque.	p. 15 ○○○○	p. 29 ○○○○	p. 84 ○○○○	p. 127 ○○○○	○○○○
A20. Calcul du volume d'un cube, d'un pavé droit et d'un cylindre.	p. 43 ○○○○	p. 56 ○○○○	p. 127 ○○○○		○○○○
A21. Factorisation de $x^2 - a^2$, a étant un entier naturel donné.	p. 29 ○○○○	p. 43 ○○○○	p. 56 ○○○○	p. 128 ○○○○	○○○○
A22. Développement de $a(x + b)$, où a et b sont des entiers relatifs donnés.	p. 15 ○○○○	p. 29 ○○○○	p. 84 ○○○○	p. 128 ○○○○	○○○○
A23. Développement de $(x + a)(x + b)$, où a et b sont des entiers relatifs donnés.	p. 43 ○○○○	p. 69 ○○○○	p. 98 ○○○○	p. 128 ○○○○	○○○○

Tableau téléchargeable foucherconnect.fr/22mc70

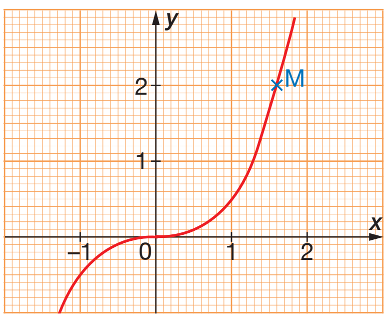
Statistique à deux variables

1

Capacités	Activités
• Représenter graphiquement à l'aide d'outils numériques un nuage de points associé à une série à deux variables quantitatives.	Activités 1, 2 et 3
• Réaliser un ajustement affine à l'aide des outils numériques. • Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.	Activités 1 et 2
• Déterminer l'équation réduite d'une droite d'ajustement à l'aide d'outils numériques.	Activité 2
• Déterminer le coefficient de détermination d'une série statistique à deux variables à l'aide d'outils numériques. • Évaluer la pertinence d'un ajustement affine.	Activité 3

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 8



À partir du graphique ci-dessus :

a. Donnez la valeur de y correspondant à $x = 1$.

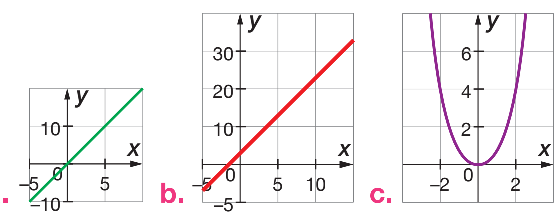
$y =$ 0,5

b. Donnez les coordonnées du point M.

M(1,6 ; 2)

Activité 2 p. 9

Associez à chacun des graphiques ci-dessous le type de fonction représentée. Choisissez parmi les propositions suivantes : *fonction linéaire, fonction carré, fonction affine.*



a. fonction linéaire

b. fonction affine

c. fonction carré

Activité 3 p. 10

a. Cochez les propositions qui sont des équations de droites :

☑ $y = 2x + 3$ (Proposition 1) ☐ $y = 0{,}5x^2 + 3$ (Proposition 2) ☑ $y = -3x$ (Proposition 3)

b. Calculez y pour $x = 2$ pour chacune des propositions précédentes.

Proposition 1 : $y =$ 7 ; Proposition 2 : $y =$ 5 ; Proposition 3 : $y =$ –6

Activité 1 Représenter un nuage de points

SITUATION . Atteindre le record du monde en altitude !

Dans le cadre d'un projet, une classe décide d'envoyer un ballon équipé d'une sonde qui va mesurer la température au cours de la montée.

Dans la troposphère, la température diminue quand l'altitude augmente alors que dans la stratosphère, la température augmente.

Lors de la montée du ballon-sonde, les températures sont relevées au cours du vol et données dans le tableau ci-dessous.

Altitude (en km)	0	2	4	7	10	12	30	35	40	45
Température (en °C)	15	0	–10	–30	–48	–56	–47	–35	–25	–16

Dans la stratosphère, l'avion ayant atteint l'altitude la plus élevée dans l'histoire de l'aviation a vu sa température extérieure remonter à –29 °C avant d'amorcer sa descente.

Problématique

À quelle altitude a réussi à voler l'avion détenant le record du monde ?

1 S'approprier Analyser/Raisonner D'après le tableau donné dans l'énoncé, recopiez ci-dessous les valeurs d'altitudes et de températures correspondant au vol du ballon-sonde dans la stratosphère.

Altitude (en km)	12	30	35	40	45
Température (en °C)	–56	–47	–35	–25	–16

2 **a.** S'approprier Réaliser À partir du tableau obtenu à la question **1**, représentez, à l'aide de la calculatrice, l'ensemble des points d'abscisses x correspondant à l'altitude et d'ordonnées y correspondant à la température.

b. Communiquer L'ensemble des points ainsi placés forme un nuage de points. Décrivez son allure.

Le nuage de points présente des points presque alignés.

TUTO CALCULATRICE
Représenter graphiquement un nuage de points
foucherconnect.fr/22mc71

3 S'approprier Réaliser Tracez, à l'aide de la calculatrice, la droite appelée droite d'ajustement affine. Cette droite traduit approximativement l'évolution du nuage de points.

TUTO CALCULATRICE
Tracer une droite d'ajustement affine
foucherconnect.fr/22mc72

4 **a.** Analyser/Raisonner Réaliser À partir de la droite d'ajustement tracée dans la zone de la stratosphère, déterminez la valeur de l'altitude, arrondie au km, pour une température de –29 °C.

Pour cela, utilisez la fonction « *Trace* » ou « *Prédiction sachant Y* » de votre calculatrice pour déterminer x sachant y.

$x =$ 38 km

b. Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'avion détenant le record du monde d'altitude est allé jusqu'à une altitude de 38 km.

Activité 2 Exploiter un nuage de points

SITUATION . Évolution de la population mondiale

La population mondiale augmente considérablement depuis les années 1800. Cela représente un défi pour l'humanité dans les années à venir, notamment car cette augmentation engendre une hausse des besoins humains (nourritures, services, etc.).

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la population mondiale de 1927 à 2011.

Année	1927	1960	1974	1987	1999	2011
Nombre d'habitants (en milliards)	2	3	4	5	6	7

Les Nations Unies prévoient que la population continue d'augmenter de la même façon jusqu'en 2050 avant de commencer à se stabiliser.

Problématique

Si la tendance se poursuit, quel sera le chiffre de la population mondiale (en milliards d'habitants) en 2050 ? Quel taux d'augmentation de la population entre 2011 et 2050 peut-on prévoir ?

1 a. S'approprier foucherconnect.fr/22mc73

Ouvrez le fichier « **C01_09_population.xlsx** », puis complétez le tableau en reportant les valeurs données dans la situation.

b. Réaliser En sélectionnant les cellules A2 à B6, représentez la série statistique à deux variables à l'aide d'un nuage de points.

TUTO LOGICIEL
Représenter un nuage de points et sa droite d'ajustement affine
foucherconnect.fr/22mc74

c. Analyser/Raisonner Communiquer Décrivez l'allure de ce nuage de points.

Les points du nuage sont presque alignés.

2 Réaliser À partir du nuage de points, tracez la droite d'ajustement affine et donnez l'équation de cette droite : $y =$ 0,060 6x – 115,33

3 a. Réaliser Utilisez cette équation pour calculer la valeur de y lorsque x = 2050. Arrondissez à l'unité.

Calcul : $y =$ 0,060 6 × 2050 – 115,33 = 8,9 ≈ 9.

b. Valider En utilisant le résultat de la question **3a**, complétez la phrase suivante : « En 2050, la population mondiale pourrait être égale selon nos prévisions à 9 milliards d'habitants ».

4 Réaliser Calculez le taux d'augmentation de la population entre 2011 et 2050. Arrondissez à l'unité.

$\frac{V_{\text{finale}} - V_{\text{initiale}}}{V_{\text{initiale}}} \times 100 = \frac{9-7}{7} \times 100 \approx 28{,}57$, soit environ 29 %.

Coup de pouce
Taux d'augmentation : $\frac{V_{\text{finale}} - V_{\text{initiale}}}{V_{\text{initiale}}} \times 100$

5 Communiquer Répondez à la problématique.

La population mondiale atteindra 9 milliards d'habitants en 2050 si la tendance se poursuit avec un taux d'augmentation de 29 % entre 2011 et 2050.

Activité 3 Évaluer la pertinence d'un ajustement affine

SITUATION . De la soupe pour le caméléon d'Hugo !

Hugo a adopté un caméléon à sa naissance il y a deux mois et il aimerait connaître la taille que peut espérer atteindre son nouvel animal de compagnie quand il aura l'âge adulte. Il sait qu'un caméléon peut atteindre une taille comprise entre 20 et 50 cm. Le caméléon aura atteint l'âge adulte lorsqu'il aura un an. Hugo a effectué des mesures de la taille de son caméléon et a obtenu les résultats donnés dans le tableau suivant.

Âge du caméléon (en jours) x_i	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
Taille (en cm) y_i	3,85	4,20	4,55	4,90	5,25	5,60	5,95	6,30	6,65	7,00

Problématique

Quelle taille atteindra le caméléon d'Hugo quand il sera adulte s'il continue de grandir à l'identique ?

1 **a.** Réaliser À l'aide de la calculatrice, représentez graphiquement le nuage de points associé à cette série statistique.

b. Valider Expliquez s'il vous semble judicieux de faire un ajustement affine compte-tenu de la forme du nuage de points observé.

Les points du nuage sont presque alignés, ce qui permet d'envisager un ajustement affine.

2 Réaliser À l'aide de la calculatrice, tracez la droite d'ajustement affine et déterminez l'équation réduite de la droite d'ajustement affine de y en x. Arrondissez les coefficients obtenus au millième.

$y =$ 0,058 x + 3,500

TUTO CALCULATRICE
Tracer une droite d'ajustement affine et obtenir son équation réduite
foucherconnect.fr/22mc72

3 **a.** Valider Communiquer Observez la droite d'ajustement par rapport aux points du nuage. Peut-on dire que l'ajustement affine est pertinent ? Justifiez.

L'ajustement est pertinent car la droite semble parfaitement passer par les points.

b. Réaliser À l'aide de la calculatrice, donnez la valeur du coefficient de détermination de la série statistique noté R^2 : $R^2 =$ 1

TUTO CALCULATRICE
Calculer le coefficient de détermination d'une série statistique
foucherconnect.fr/22mc75

c. Valider Communiquer Si les mesures de la taille du caméléon avaient été les suivantes, un ajustement affine aurait-il été adapté ? Justifiez en déterminant le coefficient de détermination.

Âge du caméléon (en jours) x_i	6	18	36	48	54	60
Taille (en cm) y_i	3,85	4,55	4,6	4,65	4,8	7,00

Les points ne sont pas bien alignés. L'ajustement affine n'est pas adapté ($R^2 \approx 0{,}53$).

Coup de pouce
Le coefficient R^2 donné par la calculatrice est utile pour juger de la pertinence d'un ajustement : plus il est proche de 1, plus l'ajustement affine est pertinent.

4 Réaliser Valider Communiquer Répondez à la problématique en utilisant l'équation de la droite d'ajustement obtenue à la question **2** pour déterminer la taille du caméléon au bout d'un an, c'est-à-dire au bout de 365 jours.

$y =$ 0,058 × 365 + 3,500 = 24,67 donc le caméléon atteindra une taille de 24,7 cm à l'âge adulte.

Activité Algo Pro — Exploiter l'équation d'une droite d'ajustement

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc76

SITUATION . Vive le vélo électrique !

Le tableau suivant répertorie le nombre de vélos électriques vendus en France entre 2016 et 2020.

Année	2016	2017	2018	2019	2020
Rang x_i	1	2	3	4	5
Nombre de vélos électriques vendus (en milliers) y_i	77	102	134	278	308

On sait que la droite d'ajustement affine obtenue à partir des valeurs du tableau ci-dessus passe par les points A(3 ; 179,8) et B(5 ; 307,4).

Problématique

Si la tendance continue, en quelle année franchira-t-on la barre des 500 000 vélos électriques vendus ? Quel sera le nombre de vélos vendus en 2026 ?

1 Identifiez les deux variables de la série statistique étudiée.

Les deux variables sont x et y : le rang x_i et le nombre de vélos électriques vendus en milliers y_i.

2 Donnez la valeur de x_i qui correspond à 2026 : x = 11

LANGAGE PYTHON python

3 On dispose d'un programme permettant de déterminer l'équation d'une droite d'ajustement à partir des coordonnées de deux points de cette droite. Ouvrez le fichier « **C01_11_algopro1.py** » et exécutez-le en lui indiquant les deux coordonnées des points A et B. Notez l'équation de la droite obtenue en arrondissant les coefficients au dixième : y = $63{,}8\,x - 11{,}6$

4 Le programme ci-contre est incomplet.

a. Ouvrez le fichier « **C01_11_algopro2.py** ». Complétez le programme afin qu'il puisse déterminer la valeur de x_i ou de y_i pour n'importe quelle équation de droite donnée.

b. Utilisez le programme pour répondre à la problématique en arrondissant les valeurs à l'unité.

Pour y_i = 500, on trouve x_i = 8 et pour x_i = 11, on trouve y_i = 690. Donc le nombre de vélos électriques franchira la barre des 500 000 en 2023 et il y aura 690 000 vélos vendus en 2026.

```
print ("Equation de la droite y=ax+b")
a=float(input("Donnez la valeur de a : "))
b=float(input "Donnez la valeur de b : ")
inconnue=input("Quelle est l'inconnue dont vous
souhaitez déterminer la valeur? ")
if (inconnue == 'y'):
   x=float(input("Donnez la valeur de x : "))
   print("pour x=",x,"la valeur de y est",a*x+b)
elif (inconnue == 'x'):
   y= float(input("Donnez la valeur de y : "))
   print( "pour y=",y,"la valeur de x est ",(y-b)/a )
```

LEXIQUE python

Instruction	Signification
`if`	**Tester** la condition et **exécuter** les instructions suivantes (elles sont en retrait) si la réponse est oui.
`elif`	Si la réponse à la condition est non, **exécuter** les instructions (également en retrait) qui suivent « elif ».

Je fais le point Statistique à deux variables

L'essentiel

Série statistique à deux variables et nuage de points

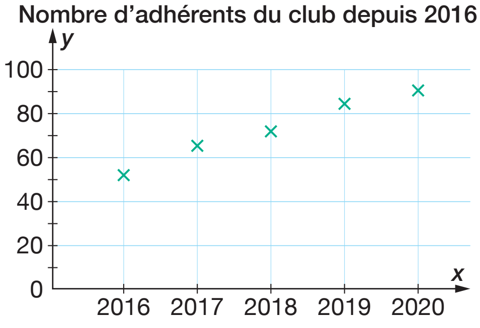
- Une **série statistique à deux variables** est une série statistique pour laquelle on étudie deux caractères simultanément pour une même population. Ces deux caractères sont notés le plus souvent x et y et on a alors des couples de valeurs notés $(x_i\ ;\ y_i)$.
- On peut représenter graphiquement la série statistique par un **nuage de points**.

Exemple

On étudie l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de judo au cours des années, de 2016 à 2020. La variable x_i représente les années et la variable y_i le nombre d'adhérents.

Année x_i	2016	2017	2018	2019	2020
Nombre d'adhérents y_i	52	65	72	84	90

On peut représenter ci-contre cette série statistique par un nuage de points.

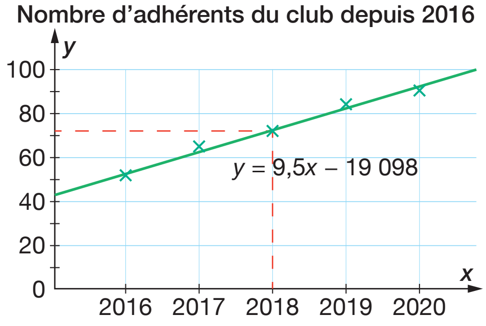


Ajustement affine

- Lorsque les points du nuage sont presque alignés, on peut ajuster le nuage par une droite, la **droite d'ajustement**. Les fonctions affines étant représentées graphiquement par des droites, on parle d'**ajustement affine**.
- **L'équation de la droite d'ajustement de y en x** est de la forme $y = ax + b$ avec $a, b \in \mathbb{R}$.
- Par le calcul ou graphiquement, on peut interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues selon que la détermination se fait au sein ou en dehors des valeurs observées.

Exemple

- À partir du nuage de points de l'exemple précédent, on peut tracer la droite d'ajustement et obtenir son équation à l'aide de la calculatrice ou d'un tableur.
On obtient l'équation : $y = 9{,}5x - 19\,098$.
- On utilise cette équation pour calculer la valeur de y lorsque $x = 2022$ pour extrapoler le nombre d'adhérents possible en 2022 si l'évolution reste identique.
$y = 9{,}5 \times 2\,022 - 19\,098 = 111$. Il y aura donc 111 adhérents en 2022.



- En l'appliquant à $x = 2018$, on interpole le nombre d'adhérents en 2018.
On a $y = 9{,}5 \times 2\,018 - 19\,098 = 73$. Il y avait dont 73 adhérents en 2018 d'après le modèle.

- La méthode, utilisée par les outils numériques tels que la calculatrice ou les tableurs pour réaliser l'ajustement affine, est appelée **méthode des moindres carrés**.

Pertinence d'un ajustement affine

- **Le coefficient de détermination R^2** permet de juger de la pertinence de l'ajustement.
Ce coefficient peut s'obtenir à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel de type tableur.
- R^2 est compris entre 0 et 1. Plus il est proche de la valeur 1, plus on peut considérer que l'ajustement affine est pertinent.

Exemple

Pour l'ajustement affine réalisé précédemment, on obtient $R^2 = 0{,}986\,1$. L'ajustement est donc pertinent.

Savoir-faire

Exploiter un nuage de points à l'aide de la calculatrice

TUTO CALCULATRICE
Exploiter un nuage de points
foucherconnect.fr/22mc77

Le tableau ci-contre indique le prix TTC moyen de l'électricité en France en centimes d'euros par kWh entre 2010 et 2021.
On admet que la tendance se poursuivra durant les quatre années suivantes.
Déterminez la valeur du prix moyen en 2025.

Années	2010	2011	2012	2015	2018	2021
Rang x_i	1	2	3	6	9	12
Prix moyen (en cts d'€/kWh) y_i	12,5	14	14	16	16,5	18,5

Pour obtenir le nuage de points

• Identifier les deux variables à étudier dans l'énoncé.
Les deux variables étudiées sont le rang x_i et le prix moyen y_i. La variable x_i est reliée à l'année : l'année 2010 correspond au rang 1.
• Suivre les étapes permettant d'afficher le nuage de points à l'aide de la calculatrice :

Casio	NumWorks	TI
Dans le menu STATS, entrer les valeurs x_i et y_i dans les colonnes *List1* et *List2*. • Cliquer sur GRPH, puis sélectionner SET et choisir Graphtype : Scatter. • Cliquer sur EXE, puis sur GPH1.	Choisir le menu REGRESSIONS • Entrer les valeurs x_i et y_i dans les colonnes *X1* et *Y1*. • Cliquer sur Graphique OK pour visualiser le nuage de points.	Choisir le menu STATS • Cliquer sur EDIT et entrer les valeurs x_i et y_i dans les colonnes *L1* et *L2*. • Cliquer sur 2nde f(x), puis paramétrer le graphique en choisissant pour obtenir le nuage de points. • Appuyer sur la touche graphe pour afficher le nuage de points.

Pour tracer la droite d'ajustement et déterminer le coefficient de détermination R^2

Casio	NumWorks	TI
• Cliquer sur CALC puis sur X et choisir **ax+b**.	Cliquer sur OK puis choisir Régression	Cliquer sur STATS, puis à l'aide du curseur cliquer sur CALC et sélectionner RegLin(ax+b), puis Calculs.

On obtient les résultats suivants : $R^2 = 0.9577$ et $y = 0,49x+12,56$.

Pour exploiter l'équation de la droite d'ajustement

• Repérer la valeur du rang correspondant à la prédiction souhaitée :

$$x = 16 \text{ pour l'année 2025.}$$

• Remplacer cette valeur dans l'équation et calculer :

$$y = 0,49 \times 16 + 12,56 = 20,4.$$

Conclusion :
On obtient $y = 20,4$ centimes d'euros.
C'est le prix possible du kWh en 2025 si la tendance continue.

Voir exercices 3, 4, 5, 7 et 9

Accompagnement personnalisé

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** le texte avec les mots proposés.
(Certaines propositions peuvent être utilisées plusieurs fois, d'autres jamais.)

nuage de points ● *droite d'ajustement* ● *affine* ● *équation réduite* ● *coefficient de détermination* ● *ajustement affine* ● *extrapolation*

a. En statistiques, un nuage de points est une représentation de données dépendant de deux variables.

b. Lorsque les points du nuage paraissent presque alignés, il est possible de tracer une droite d'ajustement qui passe au plus près des points du nuage.

c. Graphiquement, cette droite correspond à la représentation graphique d'une fonction affine ; on dit qu'on réalise un ajustement affine.

d. L'équation réduite associée à cette droite est de la forme $y = ax + b$.

e. Pour évaluer la pertinence d'un ajustement affine, on détermine, à l'aide d'outils numériques, le coefficient de détermination de la série statistique.

f. L'extrapolation est un calcul qui consiste à estimer la valeur inconnue d'une des deux variables étudiées. Contrairement à l'interpolation, ce calcul est réalisé en dehors du domaine d'étude fourni par l'échantillon.

Je revois des points importants

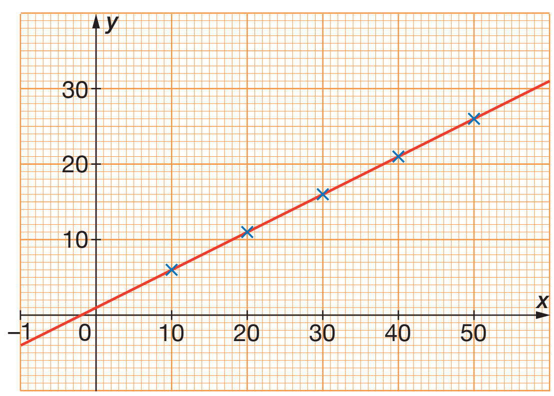
2 Soit l'ajustement affine suivant, réalisé à partir d'une série statistique à deux variables x et y.
Cochez parmi les propositions celles qui sont exactes.

a. D'après la représentation, il semble que le coefficient de détermination est :

☐ proche de 1.
☐ éloigné de 1.
☑ égal à 1.

b. L'équation réduite de la droite d'ajustement est :

☐ $y = 0{,}5$.
☑ $y = 0{,}5x + 1$.
☐ $y = 6x + 1$.



Je mémorise

3 Dans l'ordre chronologique, **numérotez** les étapes de la démarche de résolution d'un problème de statistiques à deux variables pouvant être modélisé par une approximation affine et demandant une prévision. L'étape 1 est déjà indiquée.

2	Je construis le nuage de points associé à la série statistique à deux variables.	5	Je détermine l'équation réduite de la droite d'ajustement.
6	J'utilise l'équation réduite pour interpoler ou extrapoler un résultat et répondre à une problématique.	*1*	*Je vérifie que les deux variables sont quantitatives et peuvent être représentées par un nuage de points.*
4	Je détermine le coefficient de détermination R^2 et vérifie qu'il est proche de 1 pour valider la pertinence de l'ajustement.	3	Je trace la droite d'ajustement.

AUTOMATISMES

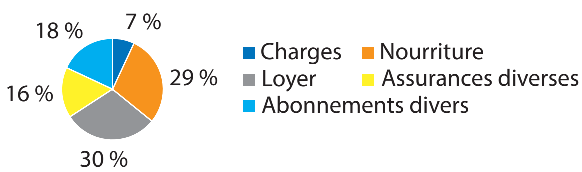
Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur. Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 (2′)

☐ **A3** Dans le diagramme en secteurs ci-dessous, donnez le pourcentage des dépenses correspondant aux abonnements divers du foyer.

18 %

Pourcentages des dépenses mensuelles d'un foyer



☐ **A19** Calculez l'aire d'un triangle dont la base mesure 7 cm et la hauteur 5 cm.

$\mathcal{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \dfrac{7 \times 5}{2}$

$\mathcal{A} = 17{,}5\ \text{cm}^2$.

☐ **A6** Résolvez l'équation suivante : $2x + 10 = 34$.

$2x = 34 - 10$; $x = \dfrac{24}{2} = 12$.

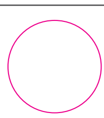
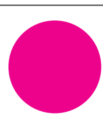
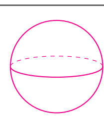
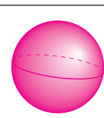
Rituel 2 (2′)

☐ **A8** À partir du tableau ci-dessous, vérifiez que la situation est une situation de proportionnalité et déterminez l'expression de la fonction linéaire qui la modélise.

Nombre de séances au cinéma *x*	1	5	8
Prix à payer (en euros) *y*	8	40	64

On vérifie que y est proportionnel à x : $y = 8x$.

☐ **A17** Représentez schématiquement dans la 2e ligne du tableau la figure ou le solide demandé.

Figures / Solides	Cercle	Disque	Sphère	Boule
Représentation				

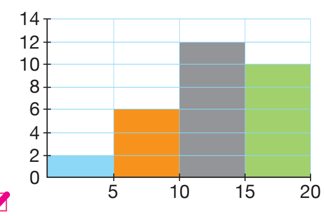
☐ **A1** Calculez la probabilité de l'événement A « obtenir un as dans un jeu de 32 cartes ».

$p(A) = \dfrac{4}{32} = 0{,}125$.

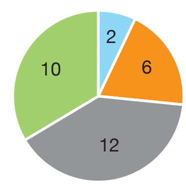
Rituel 3 (2′)

☐ **A4** Cochez parmi les deux diagrammes proposés celui qui correspond au tableau suivant.

Caractère	Effectif
[0 ; 5[	2
[5 ; 10[	6
[10 ; 15[	12
[15 ; 20]	10

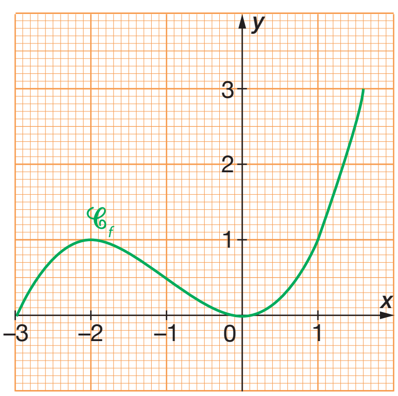


☑



☐

☐ **A10** Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f. Complétez le tableau de variations de la fonction f à partir de la représentation graphique de cette courbe.



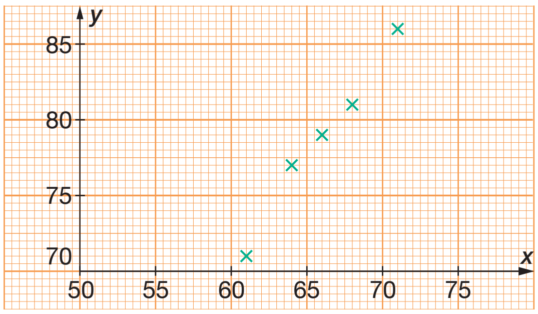
x	–3		–2		0		1,6
Variations de f	0	↗	1	↘	0	↗	3

☐ **A22** Développez l'expression $3(x + 9{,}5)$.

$3x + 28{,}5$

Série statistique à deux variables et nuage de points

1 ★ On dispose du nuage de points représenté ci-dessous.



Ainsi que des tableaux suivants.

Tableau A

x_i	0	1	2	3	4
y_i	61	64	66	68	71

Tableau B

x_i	61	64	66	68	71
y_i	71	77	79	81	86

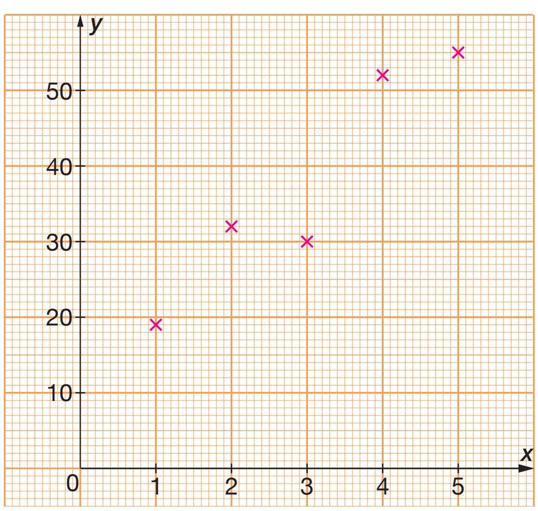
Tableau C

x_i	1	2	3	4	5
y_i	71	77	79	81	86

Quel tableau de valeurs correspond au nuage de points représenté ? C'est le tableau B.

2 ★ **a.** Représentez sur le repère donné ci-après le nuage de points associé au tableau suivant.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	19	32	30	52	55



b. Décrivez l'allure du nuage de points obtenu.

On constate que les points du nuage ne sont pas bien alignés.

3 ★ À l'aide de la calculatrice, représentez par un nuage de points la série statistique suivante.

x_i	–10	7	14	18	32
y_i	3	12	15	45	18

4 ★ ★ **a.** À l'aide de la calculatrice, représentez par un nuage de points chacune des deux séries statistiques décrites par les tableaux suivants.

Série statistique A

Variable x_i	1	2	3	4	5
Variable y_i	2	7	9	14	19

Série statistique B

Variable x_i	1	2	3	4	5
Variable y_i	–15	9	–3	–25	–14

b. Laquelle des deux séries statistiques présente un nuage de points presque alignés ?

C'est la série statistique A qui présente un nuage de points presque alignés.

5 ★ ★ Le tableau ci-dessous représente l'évolution du prix du m² d'un appartement à Paris de 2000 à 2019.

Année	2000	2008	2009	2011	2019
Rang x_i	1	9	10	12	20
Montant y_i (en euros)	2 740	6 600	6 020	8 370	9 890

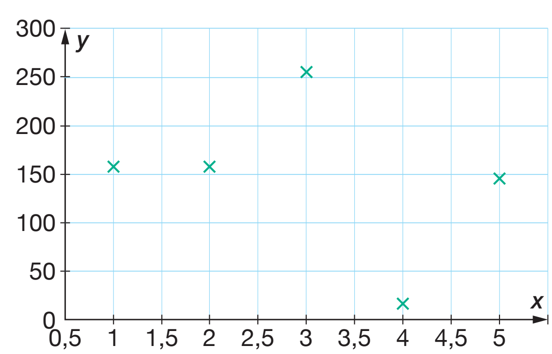
a. Complétez la ligne du rang dans le tableau.

b. Représentez la série statistique à deux variables par un nuage de points à l'aide d'un tableur.

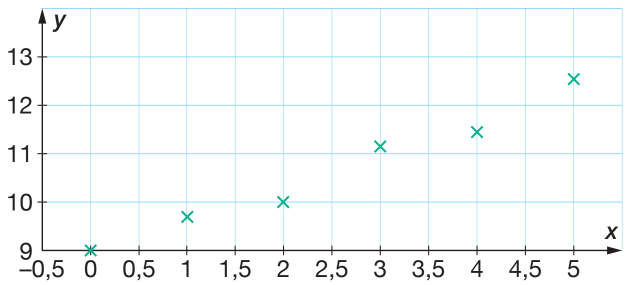
Ajustement affine

6 ★ Parmi les nuages de points suivants, cochez celui qui peut être modélisé par un ajustement affine.

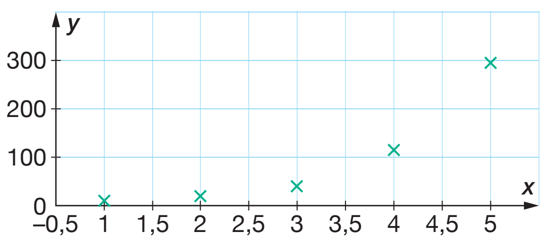
☐ Nuage a



☑ Nuage b



☐ Nuage c



7 ★ ★ **a.** Déterminez, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine associée au tableau donné. Arrondissez les coefficients au millième.

x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	3,1	5,8	8,5	11,2	12	16,6	19,3

On obtient l'équation : $y = 2{,}632x + 3{,}032$.

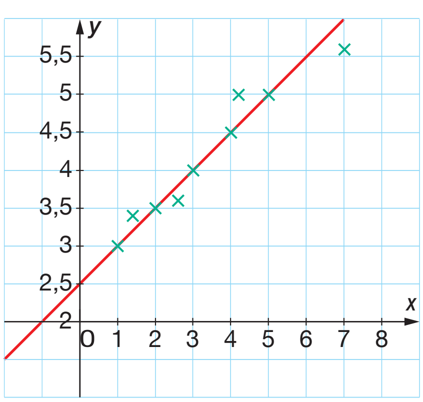
b. Calculez la valeur de y pour $x = 8$.

$y = 2{,}632 \times 8 + 3{,}032 = 24{,}088$.

c. Calculez la valeur de x pour $y = 25$. Arrondissez au dixième.

$x = \dfrac{y - 3{,}032}{2{,}632} = \dfrac{25 - 3{,}032}{2{,}632} \approx 8{,}3$.

8 ★ ★ Déterminez l'équation de la droite d'ajustement représentée sur le nuage de points suivant.



L'ordonnée à l'origine vaut $b = 2{,}5$ et on calcule le coefficient a : $a = \dfrac{3{,}5 - 3}{2 - 1} = 0{,}5$.

L'équation de la droite est donc : $y = 0{,}5\,x + 2{,}5$

Pertinence d'un ajustement affine

9 ★ **a.** À l'aide de la calculatrice, représentez les trois nuages de points des tableaux donnés ci-dessous et notez la valeur du coefficient de détermination R^2 en arrondissant au centième.

Tableau A : $R^2 =$ 0,17

Variable x_i	10	20	35	40	50
Variable y_i	240	760	520	185	980

Tableau B : $R^2 =$ 0,95

Variable x_i	1	2	3	4	5
Variable y_i	18	18,75	19	19,23	20

Tableau C : $R^2 =$ 0,82

Variable x_i	0,5	2	7	9	10
Variable y_i	18	18,75	19	19,23	20

b. Rappelez l'intérêt du calcul du coefficient de détermination R^2.

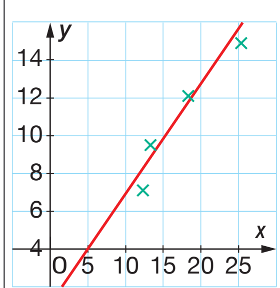
Le coefficient R^2 permet de vérifier la pertinence d'un ajustement affine. Plus il est proche de 1, plus l'ajustement est pertinent. L'ajustement de la série statistique du tableau B est pertinent par exemple.

10 ★ Notez sous chaque ajustement affine la valeur du coefficient R^2 qui lui est associé.

Vous disposez des valeurs suivantes pour R^2 :

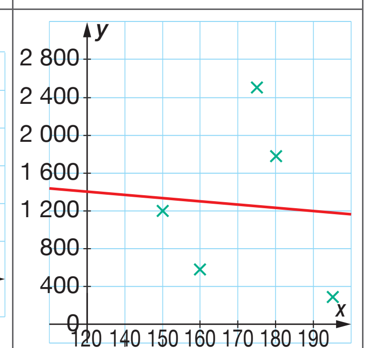
$R^2 = 0{,}005\,7$; $R^2 = 1$; $R^2 = 0{,}965\,2$.

Ajustement affine 1



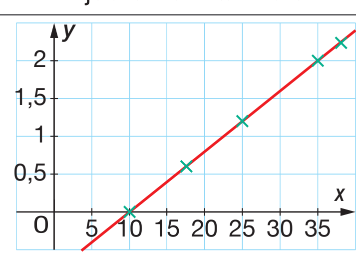
$R^2 =$ 0,965 2

Ajustement affine 2



$R^2 =$ 0,005 7

Ajustement affine 3



$R^2 =$ 1

Problèmes

11 ★★ foucherconnect.fr/22mc78

Romain est infirmier de catégorie A depuis peu et il aimerait connaître le salaire qu'il pourra espérer avoir au bout de 15 ans d'ancienneté dans la profession.

On dispose des salaires en euros des infirmier(e)s de catégorie A selon les années d'ancienneté.

Nombre d'années d'ancienneté x_i	1	3	5
Salaire (en €) y_i	1 805,8	1 866	1 944,7

Nombre d'années d'ancienneté x_i	7	9	12
Salaire (en €) y_i	2 037,3	2 129,9	2 236,4

1. Ouvrez le fichier « **C01_18_salaires.ggb** ».

Complétez le tableau et représentez cette série statistique par un nuage de points en sélectionnant l'icône graphique et en choisissant « *Statistiques à deux variables* ».

2. Notez l'équation de la droite d'ajustement obtenue : y = 40,457 9x + 1 753,859 4

3. Utilisez l'équation pour estimer le salaire de Romain quand il aura 15 ans d'expérience si la même évolution se poursuit. Pour cela, complétez la valeur de x sur le logiciel dans la partie « Evaluer ». Arrondissez au dixième.

On trouve y = 2 360,728 5 pour x = 15. Le salaire de Romain après 15 ans d'expérience sera donc de 2 361 euros.

12 ★★ Samy s'entraîne à la course, toujours sur le même parcours. Il constate qu'il s'améliore et devient de plus en plus rapide.

Ses temps sont répertoriés ci-dessous.

Série d'entraînements x_i	1	2	3	4	5
Temps (en minutes) y_i	12	11	10,5	9	7

1. Représentez cette série statistique par un nuage de points à l'aide de la calculatrice.

2. Tracez la droite d'ajustement et notez l'équation de la droite d'ajustement : y = –1,2x + 13,5

3. Utilisez l'équation pour trouver à partir de combien d'entrainements Samy courra la même distance en moins de 5 minutes si l'amélioration de ses temps se poursuit.

5 = –1,2x + 13,5

$x = \frac{5 - 13,5}{-1,2} \approx 7,08$. Donc il atteindra un temps de moins de 5 min au bout de son 8e entrainement.

13 ★★ foucherconnect.fr/22mc79

La ville de Nolwen organise chaque année un festival de musique qui réunit un grand nombre de personnes. Le tableau ci-après donne les nombres de participants (en milliers) au festival depuis 5 ans.

Année	1	2	3	4	5
Nombre de participants (en milliers)	148,7	148,6	150	150,8	151,2

1. Ouvrez le fichier « **C01_18_festival.xlsx** ». Représentez le nuage de points associé à ce tableau.

TUTO LOGICIEL
Représenter un nuage de points et sa droite d'ajustement affine
foucherconnect.fr/22mc74

2. Réalisez un ajustement affine et obtenez l'équation de la droite d'ajustement à l'aide du tableur. Notez l'équation de la droite d'ajustement obtenue.

y = 720x + 147 700

3. En remplaçant x par la valeur 6 dans l'équation précédente, déterminez le nombre de participants au festival que peut espérer la ville de Nolwen l'an prochain si la tendance se poursuit.

y = 720 × 6 + 147 700 = 152 020

La ville de Nolwen peut donc espérer recevoir 152 020 participants à l'occasion du festival de musique l'an prochain.

14 ★★ foucherconnect.fr/22mc80

On dispose des ventes mensuelles réalisées par un concessionnaire automobile au cours de l'année. Celles-ci sont données dans le fichier « **C01_18_voitures.xlsx** ».

1. Ouvrez le fichier « **C01_18_voitures.xlsx** » et représentez le nuage de points associé à la série statistiques à deux variables.

2. Réalisez un ajustement affine et notez la valeur du coefficient de détermination R^2.

R^2 = 0,111 7

3. Peut-on dire que l'ajustement affine est pertinent ? Justifiez votre réponse.

L'ajustement affine n'est pas pertinent. On le constate par le graphique (les points ne sont pas du tout alignés), mais aussi par la valeur du coefficient de détermination très éloignée de 1.

15 ★★ Une plateforme de streaming a relevé son nombre d'abonnés par an de 2016 à 2020 et elle a obtenu le tableau suivant.

Année	2016	2017	2018	2019	2020
Rang x_i	1	2	3	4	5
Nombre d'abonnés (en millions) y_i	38	46	60	80	110

1. À l'aide de la calculatrice, représentez le nuage de points associés à cette série statistiques à deux variables.

2. Réalisez un ajustement affine et notez la valeur du coefficient de détermination R^2 en arrondissant au millième. R^2 = 0,946

3. Peut-on dire que l'ajustement affine est pertinent ? Justifiez votre réponse.

R^2 a une valeur proche de 1 donc l'ajustement affine est pertinent.

4. Donnez l'équation de la droite d'ajustement.

y = 17,8 x + 13,4

5. À l'aide de cette équation, déterminez le nombre d'abonnés que la plateforme peut espérer avoir en 2025. $y = 17{,}8 \times 10 + 13{,}4 = 191{,}4$.

Il y aura 191 millions d'abonnés à la plateforme en 2025 si la tendance se poursuit.

16 ★★★ On a mis en culture des cellules pour permettre leur division. Emma, responsable de l'expérience, mesure la proportion d'ADN dans une unité arbitraire (UA) afin d'étudier son évolution durant la phase où l'ADN prend la forme de chromosomes entre 6 h et 10 h après le début de l'expérience.

Temps	6	6,5	7	8
Quantité d'ADN (en UA)	2	2,1	2,35	3,2

Problématique

Au bout de 10 heures, y aura-t-il au moins 4 UA d'ADN formé ?

Oui, au bout de 10 heures, il y aura 4,35 UA.

17 ★★★ Entre l'année de sa sortie en 2007 et la fin des ventes de la Wii, la console de jeu s'est vendue à 100 millions d'exemplaires cumulés.

Depuis 2017, Nintendo a lancé sur le marché la Switch dont le tableau ci-après répertorie les ventes par année jusqu'en 2021.

Année	2017	2018	2019	2020	2021
Rang	1	2	3	4	5
Nombre de ventes (en millions)	1,5	14	16,5	20	27

Problématique

Les fabricants de la Switch peuvent-ils espérer dépasser en 2022 le nombre de ventes cumulées de la Wii ?

1. Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On représente à l'aide d'un outil numérique le nuage de points associés à la série statistiques à deux variables avec comme variables x le rang et y le nombre de ventes. On réalise un ajustement affine si celui-ci est pertinent et on détermine à l'aide de l'équation de la droite obtenue la valeur de y pour $x = 6$. On additionne ensuite toutes les ventes depuis la sortie de la console et on compare le résultat à 100 millions (ventes cumulées de la Wii).

2. Réalisez la méthode proposée et répondez à la problématique.

On obtient l'équation suivante : $y = 5{,}7x - 1{,}3$.

Pour $x = 6$: $y = 32{,}9$.

$1{,}5 + 14 + 16{,}5 + 20 + 27 + 32{,}9 = 111{,}9$.

Donc en 2022, la Switch se sera vendue à 111,9 millions d'exemplaires si la tendance se poursuit. Les fabricants peuvent donc espérer dépasser les ventes de la Wii avec la Switch.

Évaluation

Compétences	S'approprier				Analyser Raisonner				Réaliser				Valider				Communiquer			
Questions	1a – 2a				1c – 1d – 2b				1b – 1d – 2b				1c – 1d				3			
Niveau d'acquisition	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Situation

Entre 1920 et 1986 la population de tigres dans le monde est passée de 100 000 à 15 000 ! Du fait principalement des braconnages, la population mondiale des tigres aurait disparu si les scientifiques et associations du monde entier n'avaient pas tiré la sonnette d'alarme en 1986 et mis sous protection ces animaux fascinants. Toutefois, des efforts doivent encore être faits car il n'est pas possible de dire aujourd'hui s'il restera des tigres sauvages dans 50 ans.

On dispose des tableaux suivants.

Tableau A : Population mondiale de tigres entre 1921 et 1986

Année	1921	1970	1975	1986
Rang x_i	1	50	55	66
Nombre de tigres y_i	100 000	38 300	33 000	15 000

Tableau B : Population mondiale de tigres depuis 1986

Année	1986	1991	1996	2001	2011	2021
Rang x_i	66	71	76	81	91	101
Nombre de tigres y_i	15 000	13 410	12 534	10 640	8 565	3 890

Problématique

Quel effet ont eu les mesures de protection des tigres mises en place à partir de 1986 sur le nombre de tigres dans le monde ?

1 **a.** S'approprier Réaliser À l'aide de la calculatrice, représentez graphiquement le nuage de points de coordonnées (x_i ; y_i) associé à la série statistique du tableau A.

b. Réaliser Réalisez un ajustement affine de cette série et donnez le coefficient de détermination ainsi que l'équation réduite de la droite d'ajustement en arrondissant les coefficients au centième : R^2= 0,99 et y = –1 283,55 x + 101 767,56

c. Analyser/Raisonner Valider L'ajustement affine est-il pertinent ? Justifiez en utilisant la valeur du coefficient R^2.

L'ajustement affine est pertinent car R^2 est très proche de 1 ($R^2 \approx 0{,}99$).

d. Analyser/Raisonner Réaliser En utilisant l'équation de la droite d'ajustement, déterminez à partir de quel rang, puis à partir de quelle année aurait dû disparaitre les tigres s'ils n'avaient pas été protégés.

$y = 0$ pour $x \approx 79{,}29$ donc à partir du rang 80 les tigres auraient totalement disparu, ce qui correspondait à l'année 1999.

2 **a.** S'approprier Complétez les rangs dans le tableau B de la situation.

b. Analyser/Raisonner Réaliser Réalisez les mêmes étapes que pour le tableau A avec le tableau B et donnez l'année à partir de laquelle il ne restera plus de tigres sauvages si la tendance actuelle se poursuit.

On trouve $R^2 = 0{,}98$ et $y = –303{,}91x + 35\ 289{,}54$. On trouve pour $y = 0$, $x \approx 116{,}12$. À partir du rang 117, les tigres auront totalement disparu selon la tendance actuelle, ce qui correspond à l'année 2037.

3 Communiquer Répondez à la problématique.

La protection des tigres à partir de 1986 a permis de freiner leur disparition en la diminuant mais ils pourraient disparaître d'ici à 2037.

Probabilités

2

Capacités	Activités
• Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires. • Calculer la probabilité d'un événement contraire. • Calculer la probabilité de la réunion de deux événements incompatibles.	Activité 1
• Compléter ou exploiter des représentations : tableaux croisés d'effectifs, diagrammes. • Calculer la probabilité de la réunion et de l'intersection de deux événements. • Utiliser la relation entre la probabilité de A ∪ B et de A ∩ B.	Activité 2
• Calculer des fréquences conditionnelles à partir de tableaux croisés d'effectifs. • Déterminer une probabilité conditionnelle.	Activité 3

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 22

On lance un dé, non truqué, à six faces numérotées de 1 à 6.

a. La probabilité d'obtenir un 5 est :

☐ $\frac{1}{5}$ ☑ $\frac{1}{6}$ ☐ 1,6

b. La probabilité de l'événement « Ne pas obtenir un 5 » est :

☐ $\frac{1}{5}$ ☐ 5 ☑ $\frac{5}{6}$

c. La probabilité d'obtenir un chiffre strictement plus grand que 4 est :

☑ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{2}{4}$ ☑ $\frac{2}{6}$

Activité 2 p. 23

Un jeu de 32 cartes est composé des cartes 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as, déclinées en quatre couleurs : trèfle, pique, cœur et carreau.
On tire au hasard une carte dans ce jeu.

a. La probabilité que la carte tirée soit un roi est : $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

b. La probabilité que la carte tirée soit un roi rouge est : $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$

c. La probabilité de tirer une dame ou un trèfle est : $\frac{11}{32}$

Activité 3 p. 24

Une urne contient quatre jetons rouges numérotés de 1 à 4 et cinq jetons verts numérotés de 1 à 5. On pioche au hasard un jeton.

a. La probabilité d'obtenir un jeton numéroté 3 est : $\frac{2}{9}$

b. Le jeton tiré est vert, la probabilité qu'il porte le numéro 3 est : $\frac{1}{5}$

Activité 1 Calculer la probabilité d'un événement

SITUATION . Vélo ou pas vélo ?

Un événement sportif est organisé dans un lycée professionnel. Chacun des 90 élèves doit choisir une activité sportive parmi les trois proposées en répondant à un sondage numérique ou papier.

Le tiers des élèves a répondu au sondage numérique et a choisi de participer au tournoi de basket. Parmi les élèves ayant répondu au sondage papier, 2 ont choisi le basket.

28 élèves ont choisi l'activité football. Les autres élèves participent à la sortie vélo. Le lycée pourra financer la location de vélos si moins de 30 % des élèves participent à la sortie vélo.

Problématique

Le lycée pourra-t-il financer la location des vélos ?

On interroge au hasard un élève du lycée. On considère les événements suivants :
B : « l'élève a choisi de participer au tournoi de basket » ; F : « l'élève a choisi l'activité football » et V : « l'élève participe à la sortie vélo ».

1 S'approprier Réaliser Donnez le nombre d'élèves ayant choisi le basket, puis calculez $P(\text{B})$ et $P(\text{F})$.

$\frac{1}{3} \times 90 + 2 = 32$; 32 élèves ont choisi le tournoi de basket. $P(\text{B}) = \frac{32}{90}$ et $P(\text{F}) = \frac{28}{90}$.

2 **a.** Analyser/Raisonner On note B ∪ F l'événement « l'élève a choisi un sport collectif, c'est-à-dire, le basket ou le football ». C'est l'événement **réunion** de B et F. Calculez $P(\text{B} \cup \text{F})$.

$P(\text{B} \cup \text{F}) = \frac{32 + 28}{90} = \frac{60}{90}$.

b. Valider Les événements B et F sont **incompatibles** (l'élève ne peut pas choisir le basket et le football). Vérifiez que $P(\text{B} \cup \text{F}) = P(\text{B}) + P(\text{F})$.

$P(\text{B}) + P(\text{F}) = \frac{32}{90} + \frac{28}{90} = \frac{60}{90} = P(\text{B} \cup \text{F})$.

3 **a.** S'approprier On désigne par $\overline{\text{V}}$ l'événement **contraire** de V. Définissez $\overline{\text{V}}$ par une phrase.

$\overline{\text{V}}$ est l'événement : « l'élève ne participe pas à la sortie vélo », c'est donc l'événement B ∪ F, l'élève a choisi le basket ou le football.

b. Réaliser Calculez $P(\text{V})$ et $P(\overline{\text{V}})$.

$P(\text{V}) = \frac{90 - 32 - 28}{90} = \frac{30}{90}$ et $P(\overline{\text{V}}) = \frac{60}{90}$.

c. Valider Vérifiez que $P(\text{V}) + P(\overline{\text{V}}) = 1$.

$P(\text{V}) + P(\overline{\text{V}}) = \frac{30}{90} + \frac{60}{90} = \frac{90}{90} = 1$.

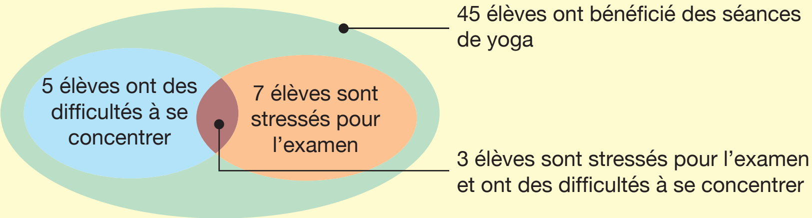
4 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

$\frac{30}{90} \approx 33$ % ; 33 % des élèves ont choisi la sortie vélo.
33 > 30. Donc il n'y aura pas de financement pour la location des vélos.

Activité 2 Calculer la probabilité de la réunion et de l'intersection de deux événements

SITUATION . Yoga au lycée

Le proviseur d'un lycée professionnel propose aux élèves volontaires de Terminale des séances hebdomadaires de yoga. Trois mois plus tard, il présente le bilan du dispositif avec le diagramme ci-dessous.



Parmi ceux qui ont refusé de participer aux séances de yoga, il constate que 51 % sont stressés pour l'examen ou ont des difficultés à se concentrer.

Problématique

Les séances de yoga ont-elles eu un effet positif sur le bien-être des élèves ?

Pour l'ensemble de l'activité, on s'intéresse à la situation d'un élève ayant suivi les séances de yoga, pris au hasard parmi les 45 élèves. On désigne les événements C : « l'élève a des difficultés à se concentrer » et S : « l'élève est stressé pour l'examen ».

1 S'approprier Analyser/Raisonner En utilisant les quatre données chiffrées du diagramme, complétez le tableau suivant.

	S	$\overline{S}$	Total
C	3	5	8
$\overline{C}$	7	30	37
Total	10	35	45

2 Réaliser Calculez $P(C)$ et $P(S)$. $P(C) = \frac{8}{45} \approx 0{,}178$ et $P(S) = \frac{10}{45} \approx 0{,}222$.

3 Analyser/Raisonner Réaliser On note $C \cap S$ l'événement « l'élève a des difficultés à se concentrer et il est stressé ». C'est l'événement intersection de C et de S.

Donnez l'effectif correspondant à l'événement $C \cap S$ et calculez $P(C \cap S)$.

L'effectif de cet événement est 3. $P(C \cap S) = \frac{3}{45} \approx 0{,}067$.

4 **a.** Analyser/Raisonner Réaliser On note $C \cup S$ l'événement « l'élève a des difficultés à se concentrer ou il est stressé ». C'est l'événement réunion de C et de S.

Donnez l'effectif correspondant à l'événement $C \cup S$ et calculez $P(C \cup S)$.

L'effectif de cet événement est 3 + 7 + 5 = 15. $P(C \cup S) = \frac{15}{45} \approx 0{,}333$.

b. Valider Cochez l'égalité vraie :

☐ $P(C \cup S) = P(C) + P(S)$ ☑ $P(C \cup S) = P(C) + P(S) - P(C \cap S)$ ☐ $P(C \cup S) = P(C) + P(S) + P(C \cap S)$

5 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Environ 33 % des élèves ayant suivi les séances de yoga ont des difficultés à se concentrer ou sont stressés pour l'examen contre 51 % chez les élèves n'ayant pas suivi les séances. On peut donc conclure que les séances de yoga ont permis d'améliorer le bien-être des élèves.

Activité 3 Déterminer une probabilité conditionnelle

SITUATION . Tous égaux ?

On parle de mixité dans une catégorie de personnel lorsque celle-ci est composée d'au moins 30 % de femmes ou 30 % d'hommes.

Dans une entreprise, on dispose des données suivantes.

	Administratifs	Techniciens	Total
Hommes	20	49	69
Femmes	29	21	50
Total	49	70	119

Problématique

Dans quelle(s) catégorie(s) de personnel, la mixité n'est-elle pas respectée ?

On s'intéresse à un employé de l'entreprise choisi au hasard. On considère les événements suivants :
H : « l'employé est un homme » ; T : « l'employé est un technicien » et A : « l'employé est un administratif ».

1 S'approprier Réaliser Calculez $P(\text{A})$ et $P(\text{T})$. $P(\text{A}) = \frac{49}{119} \approx 0{,}412$ et $P(\text{T}) = \frac{70}{119} \approx 0{,}588$.

2 **a.** S'approprier Définissez l'événement H ∩ A par une phrase.

H ∩ A est l'événement « l'employé est un homme et un administratif ».

b. Réaliser Calculez $P(\text{H} \cap \text{A})$. $P(\text{H} \cap \text{A}) = \frac{20}{119} \approx 0{,}168$.

c. S'approprier Réaliser Calculez $P(\text{H} \cap \text{T})$. $P(\text{H} \cap \text{T}) = \frac{49}{119} \approx 0{,}412$.

3 **a.** Analyser/Raisonner Réaliser Calculez la probabilité d'avoir choisi un homme sachant que c'est un administratif. Cette probabilité appelée **probabilité conditionnelle** est notée $P_{\text{A}}(\text{H})$ et se lit « probabilité de H sachant A ». $P_{\text{A}}(\text{H}) = \frac{20}{49} \approx 0{,}408$.

b. Analyser/Raisonner Écrivez comment se lit $P_{\text{T}}(\text{H})$ et définissez cette probabilité par une phrase.

$P_{\text{T}}(\text{H})$ se lit : « probabilité de H sachant T ». C'est la probabilité d'avoir choisi un homme sachant que c'est un technicien.

c. Réaliser Calculez la probabilité $P_{\text{T}}(\text{H})$. $P_{\text{T}}(\text{H}) = \frac{49}{70} = 0{,}7$.

4 Valider Vérifiez que $P_{\text{A}}(\text{H}) = \frac{P(\text{H} \cap \text{A})}{P(\text{A})}$ et $P_{\text{T}}(\text{H}) = \frac{P(\text{H} \cap \text{T})}{P(\text{T})}$.

$\frac{P(\text{H} \cap \text{A})}{P(\text{A})} = \frac{20/119}{49/119} = \frac{20}{49} = P_{\text{A}}(\text{H})$; $\frac{P(\text{H} \cap \text{T})}{P(\text{T})} = \frac{49/119}{70/119} = \frac{49}{70} = P_{\text{T}}(\text{H})$.

5 Valider Déduisez des résultats précédents, le pourcentage d'hommes et de femmes dans la catégorie « Administratifs » et dans la catégorie « Techniciens ».

Parmi les administratifs, il y a 40,8 % d'hommes et 59,2 % de femmes.

Parmi les techniciens, il y a 70 % d'hommes et 30 % de femmes.

6 Communiquer Répondez à la problématique. Dans les 2 catégories, on constate qu'il y a au moins 30 % d'hommes ou 30 % de femmes. La mixité professionnelle est respectée dans les deux catégories.

Activité **Algo Pro**

Calculer une probabilité conditionnelle

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc81

SITUATION . Do you speak English ?

Une entreprise effectue une étude sur la maîtrise de l'anglais de ses employés. On a la répartition suivante.

	Cadres	Techniciens	Ouvriers	Total
Maîtrise l'anglais	12	20	32	64
Ne maîtrise pas l'anglais	12	24	24	60
Total	24	44	56	124

Problématique

Est-ce parmi les cadres qu'on a le plus de chance de choisir un employé qui maîtrise l'anglais ?

On choisit au hasard un employé de l'entreprise. On considère les événements suivants :
C : « l'employé est un cadre » ; T : « l'employé est un technicien » ;
O : « l'employé est un ouvrier » et A : « l'employé maîtrise l'anglais ».

1 Calculez les probabilités $P(C)$, $P(T)$ et $P(O)$.

$P(C) = \frac{24}{124} \approx 0{,}194$; $P(T) = \frac{44}{124} \approx 0{,}355$; $P(O) = \frac{56}{124} \approx 0{,}452$.

2 Calculez les probabilités $P_C(A)$, $P_T(A)$ et $P_O(A)$.

$P_C(A) = \frac{12}{24} = 0{,}5$; $P_T(A) = \frac{20}{44} \approx 0{,}455$; $P_O(A) = \frac{32}{56} \approx 0{,}571$.

LANGAGE PYTHON python

3 Le programme ci-contre est incomplet. Il doit permettre de calculer les probabilités conditionnelles précédentes.

Ouvrez le fichier « **C02_25_algopro.py** ». Ajoutez une nouvelle liste « `anglais` » en ligne 4 et complétez la ligne 7.

```
1 from math import*
2 categorie=['C','T','O']
3 effectifs=[24,44,56]
4 anglais= [12,20,32]
5 for i in range(len(categorie)):
6   print("P(A sachant",categorie[i],")=",
7     round(anglais[i]/ effectifs[i] ,3))
```

4 Exécutez le programme et vérifiez que les résultats sont identiques aux réponses de la question **2**.

$P_C(A) = 0{,}5$; $P_T(A) = 0{,}455$; $P_O(A) = 0{,}571$. Les résultats sont identiques.

5 Répondez à la problématique.

On a plus de chance de choisir un employé qui maîtrise l'anglais en choisissant un ouvrier.

LEXIQUE python

Instruction	Signification
`categorie=['C','T','O']`	**Créer** une liste appelée « categorie » de 3 éléments . Les éléments d'une liste peuvent être des caractères ou des chiffres.
`categorie[i]`	**Utiliser** l'élément de rang i dans la liste « categorie ».
`len(categorie)`	**Renvoie** le nombre d'éléments dans la liste « categorie ».
`for i in range(3)`	**Répéter** 3 fois les instructions de la boucle (écrites à la suite et en retrait).

L'essentiel

Probabilité d'un événement

- Chaque issue d'une expérience aléatoire est un événement **élémentaire**.
- La probabilité d'un événement A est notée $P(A)$. C'est un nombre tel que $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.
Elle est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui constituent A.
- Lorsque des événements élémentaires ont la même probabilité de se réaliser, ils sont **équiprobables**. La **probabilité d'un événement A** se calcule en utilisant la formule :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables à A}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

- Lorsque A est un événement, $\overline{A}$ est l'événement **contraire**. On a : $P(\overline{A}) + P(A) = 1$.

Exemple Au lancer d'un dé cubique non truqué, l'ensemble des issues est {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}. Chacune des 6 issues a la même probabilité, c'est une situation d'équiprobabilité.

Soit A l'événement : « obtenir un nombre pair ». On a A = {2 ; 4 ; 6}. $P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

$\overline{A}$ est l'événement : « obtenir un nombre impair » et $P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Probabilité de la réunion et de l'intersection de deux événements

- Les **tableaux croisés** et les **diagrammes** rassemblent les données concernant deux caractères d'une population.
- L'**intersection** de deux événements A et B est notée $A \cap B$ et se lit : « A inter B ». Elle correspond à l'ensemble des issues réalisant les deux événements A **et** B à la fois (partie violette du tableau).
- La **réunion** de deux événements A et B est notée $A \cup B$ et se lit : « A union B ». Elle correspond à l'ensemble des issues réalisant les événements A **ou** B (au moins un des deux) : cases colorées.

	A	$\overline{A}$	Total
B	13	15	28
$\overline{B}$	17	14	31
Total	30	29	59

- La **probabilité de la réunion** de deux événements A et B est donnée par la formule :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemple Avec les données du tableau, $P(A) = \frac{30}{59}$; $P(B) = \frac{28}{59}$; $P(A \cap B) = \frac{13}{59}$

donc $P(A \cup B) = \frac{30}{59} + \frac{28}{59} - \frac{13}{59} = \frac{45}{59}$.

- Lorsque deux événements A et B sont **incompatibles**, ils n'ont aucune issue en commun $A \cap B = \varnothing$ (ensemble vide). Dans ce cas $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Probabilité conditionnelle

- Une **probabilité conditionnelle** est la probabilité qu'un événement se réalise **sachant** qu'un autre événement est déjà réalisé. La probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé, est notée : $P_A(B)$ et se lit « P de B sachant A ».
Elle se calcule par la relation : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

Exemple Avec les données du tableau, on a : $P_A(B) = \frac{13/59}{30/59} = \frac{13}{30}$ et $P_B(A) = \frac{13/59}{28/59} = \frac{13}{28}$.

Savoir-faire

Savoir-faire 1 Construire un tableau croisé pour calculer une probabilité

Une enquête est menée auprès d'un groupe de 180 adolescents. Parmi eux, la moitié sont des garçons, les deux tiers jouent aux jeux vidéo. Parmi les garçons, 65 jouent aux jeux vidéo.
On choisit au hasard un adolescent dans le groupe.
Calculez la probabilité que l'adolescent soit une fille qui joue aux jeux vidéo.

RÉSOLUTION

- On note les événements : J : « l'adolescent joue aux jeux vidéo » et G : « l'adolescent est un garçon ».

	J	$\overline{J}$	Total
G	65	25	90
$\overline{G}$	55	35	90
Total	120	60	180

Détail des calculs :
$180 \div 2 = 90$; $180 \times \frac{2}{3} = 120$.

- Il y a 55 filles qui jouent aux jeux vidéo : $P = \frac{55}{180}$.

MÉTHODE

Pour construire un tableau croisé

- Nommer les événements par une lettre.
- Tracer le tableau croisé en faisant apparaître les lettres utilisées ainsi qu'une ligne et une colonne « Total ».
- Compléter le tableau avec les données de l'énoncé.
- S'assurer que les totaux de chaque ligne et chaque colonne correspondent.

Pour calculer une probabilité

- Identifier dans le tableau le nombre d'éléments correspondant à l'événement.
- Calculer la probabilité.

Voir exercices 5, 13 et 14

Savoir-faire 2 Simuler plusieurs lancers d'un dé

TUTO CALCULATRICE Simuler plusieurs lancers d'un dé
foucherconnect.fr/22mc82

Simulez 50 lancers d'un dé non truqué à 6 faces, puis tracez un diagramme en bâtons pour présenter les résultats.

Pour afficher une liste simulant les 50 lancers de dés

Casio	NumWorks	TI
Taper la séquence : MENU 1 RanInt#(1,6,50)→List 1 Pour trouver les instructions dans les menus : OPTN F6 F3 F4 F2 (RanInt#) OPTN F1 (List)	Choisir le menu Statistiques • Dans la colonne Effectifs N1, saisir 50 fois la valeur 1. Déplacer le curseur sur Valeur V1 OK, puis Remplir avec une formule OK • Dans paste, choisir le menu Probabilités OK, puis Aléatoire OK, Randint(a,b) OK pour saisir l'instruction RandInt(1,6).	Appuyer sur math • Dans l'onglet PROB, choisir l'option 5 :nbrAléatEnt(. • Saisir les paramètres 1, 6 puis 50. • Valider avec la touche entrer • Stocker les valeurs dans la liste L1 : sto→ 2nde 1 entrer

Pour afficher le diagramme en bâtons

Casio	NumWorks	TI
Dans le menu STAT, les données apparaissent dans la liste 1. Régler les paramètres pour afficher un histogramme avec les valeurs de la liste 1. Tracer l'histogramme	Déplacer le curseur sur Histogramme OK	Dans le menu graphstat, 2nde f(x) 1, régler les paramètres pour afficher un histogramme avec les valeurs de la liste 1. Puis appuyer sur graphe pour afficher l'histogramme.

Voir exercice 7

Accompagnement personnalisé

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** le texte avec les mots proposés.

élémentaire ● *tirage aléatoire* ● *probabilité* ● *ensemble des issues* ● *incompatibles*

Lors du tirage aléatoire d'une carte dans un jeu de 32 cartes, l'ensemble des issues contient 32 éléments. L'événement A : « La carte tirée est un roi » n'est pas un événement élémentaire car il y a 4 rois dans le jeu : roi de cœur, roi de carreau, roi de pique et roi de trèfle. La probabilité que l'événement A se réalise est notée $P(\text{A})$ et est égale à $\frac{4}{32}$.
Soit l'événement B : « la carte tirée est la dame de cœur ». Cet événement est élémentaire.
Les événements A et B sont incompatibles car ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Je revois des points importants

2 On considère le tableau croisé, indiquant les données de 2 caractères M et N d'une population donnée.
Reliez chacune des probabilités à sa notation et **effectuez** le calcul.

	M	$\overline{\text{M}}$	Total
N	11	15	26
$\overline{\text{N}}$	21	7	28
Total	32	22	54

Probabilité de l'événement M
Probabilité de l'événement N
Probabilité de la réunion des événements M et N
Probabilité de l'événement contraire de N
Probabilité de l'intersection des événements M et N
Probabilité de l'événement N sachant que M est réalisé
Probabilité de l'événement M sachant que $\overline{\text{N}}$ est réalisé

$P(\text{M} \cup \text{N}) = \frac{47}{54}$
$P_{\text{M}}(\text{N}) = \frac{11}{32}$
$P(\overline{\text{N}}) = \frac{28}{54}$
$P(\text{M}) = \frac{32}{54}$
$P(\text{N}) = \frac{26}{54}$
$P_{\overline{\text{N}}}(\text{M}) = \frac{21}{28}$
$P(\text{M} \cap \text{N}) = \frac{11}{54}$

3 **Vrai ou Faux ?**

On s'intéresse à un client pris au hasard dans un magasin qui vend des canapés et des fauteuils. On considère les événements C : « le client a acheté un canapé » et F : « le client a acheté un fauteuil ».
Apportez un élément de correction lorsque la proposition est fausse.

$\overline{\text{C}}$ est l'événement : « le client a acheté 2 canapés ». ☐ Vrai ☑ Faux
$\overline{\text{C}}$ est l'événement : « le client n'a pas acheté de canapé ».

L'événement : « le client a acheté un canapé et un fauteuil » se note C ∪ F. ☐ Vrai ☑ Faux
L'événement : « le client a acheté un canapé et un fauteuil » se note C ∩ F.

La probabilité que le client achète un canapé sachant qu'il achète un fauteuil s'écrit $P_{\text{F}}(\text{C})$. ☑ Vrai ☐ Faux
Pas de correction, la proposition est vraie.

Je mémorise

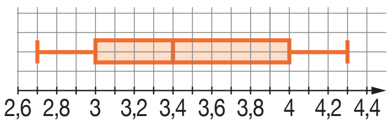
4 **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux probabilités et le calcul d'une probabilité.
> Je fais le point **page 26**

AUTOMATISMES

Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.
Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 2'

☐ **A3** Une enquête statistique a été menée au sein d'une maternité au cours de l'année 2021 sur la masse en kg des nouveau-nés à leur naissance et a conduit au diagramme suivant.



Donnez les valeurs de la masse médiane et des quartiles. Médiane = 3,4 ; $Q_1 = 3$; $Q_3 = 4$.

☐ **A6** Résolvez l'équation $2{,}5x - 8 = -0{,}5$.

$2{,}5x = 7{,}5$; $x = \dfrac{7{,}5}{2{,}5} = 3$.

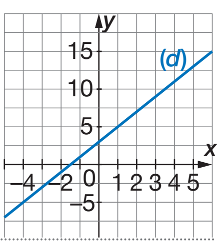
☐ **A8** Déterminez l'expression littérale de la fonction f qui modélise la situation de proportionnalité suivante.

x	–2	0	3
$f(x)$	1,4	0	–2,1

$f(x) = -0{,}7x$.

Rituel 2 2'

☐ **A13** Déterminez graphiquement le coefficient directeur de la droite (d).



Le coefficient directeur de la droite (d) est $a = 2$.

☐ **A22** Développez l'expression $3(x - 4)$.

$3x - 12$.

☐ **A19** Calculez l'aire d'un carré de 12 cm de côté.

$12 \times 12 = 144$ cm².

Rituel 3 2'

☐ **A21** Factorisez l'expression $x^2 - 5$.

$(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$.

☐ **A14** Indiquez si les droites $(d_1) : y = 4x - 2$ et $(d_2) : y = 4x + 10$ sont parallèles.

Oui, les deux droites sont parallèles car leur coefficient directeur sont égaux.

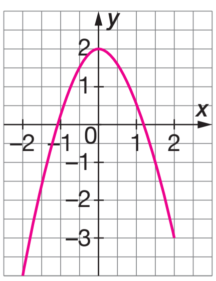
☐ **A1** Calculez la probabilité de tirer une figure (roi, dame ou valet) de pique dans un jeu de 32 cartes.

$p = \dfrac{3}{32}$.

Rituel 4 2'

☐ **A9** Tracez dans le repère, une des allures possibles de la représentation graphique de la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

x	–2	0	2
$f(x)$	–4 ↗	2	↘ –3



☐ **A7** Résolvez l'inéquation $2x - 6 > 4$.

$2x > 10$ soit $x > 5$.

☐ **A21** Factorisez l'expression littérale $x^2 - 9$.

$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.

Probabilité d'un événement

1 ★ Un sac contient dix jetons, indiscernables au toucher, numérotés de 1 à 10.

On choisit au hasard un de ces jetons.

a. Donnez le nombre d'issues possibles.

Il y a 10 issues possibles.

b. Pourquoi est-ce une situation d'équiprobabilité ?

Chaque jeton a la même probabilité d'être choisi.

c. Soit A l'événement : « le jeton choisi porte le numéro 3 ou un numéro multiple de 3 ».

Écrivez l'événement A sous forme d'un ensemble.

A = {3 ; 6 ; 9}.

d. Calculez la probabilité de l'événement A.

$P(A) = P(3) + P(6) + P(9) = 3 \times \dfrac{1}{10} = \dfrac{3}{10}$.

2 ★ On lance un dé truqué à 6 faces numérotées de 1 à 6. Les probabilités de tirage de chacune des faces sont données dans le tableau ci-dessous.

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,17	0,2	0,11	0,23	0,14	0,15

a. Soit S l'événement : « obtenir le nombre 6 ».
Définissez par une phrase l'événement $\overline{S}$.
$\overline{S}$ est l'événement « obtenir un nombre autre que le 6 ».

b. Calculez $P(\overline{S})$ de deux manières différentes.
$P(\overline{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$.
$P(\overline{S}) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 0{,}85$.

3 ★ ★ Dans une boutique de matériel informatique d'occasion, 35 souris sont disponibles à la vente.

Parmi elles, 12 sont filaires, 15 sont sans fil Bluetooth, les autres sont sans fil à infrarouge. Un client achète une souris.

On considère les événements F : « le client achète une souris filaire » ; B : « le client achète une souris Bluetooth » et I : « le client achète une souris à infrarouge ».

a. Calculez $P(B)$.
$P(B) = \dfrac{15}{35} = \dfrac{3}{7} \approx 0{,}429$.

b. Calculez $P(I)$.
$P(I) = \dfrac{35 - 12 - 15}{35} = \dfrac{8}{35} \approx 0{,}229$.

c. Les événements F et B sont-ils incompatibles ? Justifiez.
Oui les événements F et B sont incompatibles car une souris ne peut être filaire et Bluetooth.

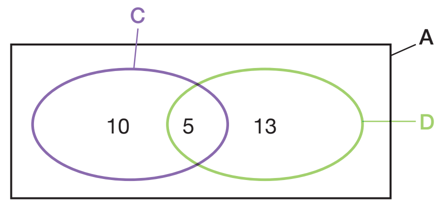
d. Calculez $P(F)$.
$P(F) = \dfrac{12}{35} \approx 0{,}343$.

e. Calculez $P(\overline{F})$.
$P(\overline{F}) = 1 - 0{,}343 = 0{,}657$.

Probabilité de la réunion et de l'intersection de deux événements

4 ★ On considère deux événements A et B, tels que $P(A) = 0{,}45$; $P(B) = 0{,}33$ et $P(A \cap B) = 0{,}15$.
Calculez $P(A \cup B)$.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cup B) = 0{,}45 + 0{,}33 - 0{,}15 = 0{,}63$.

5 ★ Soit C et D deux événements dont les effectifs sont donnés dans le diagramme ci-dessous.



a. Donnez le nombre d'éléments de A.
$10 + 5 + 13 = 28$.

b. Calculez la probabilité de l'événement C.
$P(C) = \dfrac{10 + 5}{28} = \dfrac{15}{28} \approx 0{,}536$.

c. Calculez la probabilité de l'événement D.
$P(D) = \dfrac{13 + 5}{28} = \dfrac{18}{28} \approx 0{,}643$.

d. Calculez la probabilité de l'événement $C \cap D$.
$P(C \cap D) = \dfrac{5}{28} \approx 0{,}179$.

e. Construisez le tableau croisé des effectifs correspondant à cette situation.

	C	$\overline{C}$	Total
D	5	13	18
$\overline{D}$	10	0	10
Total	15	13	28

6 ★ ★ Soit E et F deux événements dont les effectifs sont donnés dans le tableau croisé suivant.

	E	$\overline{E}$	Total
F	12	31	43
$\overline{F}$	37	20	57
Total	49	51	100

a. Complétez les cases vides du tableau.

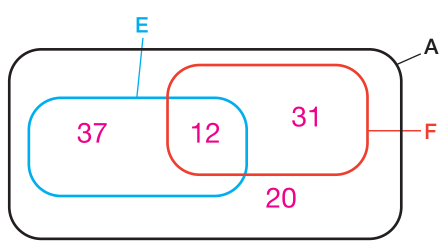
b. Calculez $P(\overline{F})$. $P(\overline{F}) = \dfrac{57}{100} = 0{,}57$.

c. Calculez $P(E)$. $P(E) = \dfrac{49}{100} = 0{,}49$.

d. Calculez $P(\overline{F} \cap E)$. $P(\overline{F} \cap E) = \dfrac{37}{100} = 0{,}37$.

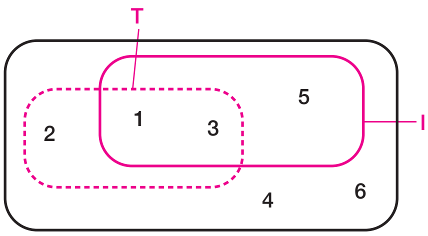
e. Calculez $P(\overline{F} \cup E)$.
$P(\overline{F} \cup E) = \dfrac{57 + 49 - 37}{100} = 0{,}69$.

f. Complétez le diagramme des effectifs correspondant au tableau.



7 ★ ★ On lance un dé à 6 faces non truqué. On considère les événements I : « obtenir un nombre impair » et T : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ».

a. Identifiez sur le diagramme les éléments appartenant à chacun des événements I et T en utilisant 2 couleurs différentes.



b. Complétez.

I = { 1 ; 3 ; 5 } ; T = { 1 ; 2 ; 3 } ; I ∩ T = { 1 ; 3 }.

c. Calculez $P(\mathrm{I} \cap \mathrm{T})$.

$P(\mathrm{I} \cap \mathrm{T}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

d. Calculez $P(\mathrm{I} \cup \mathrm{T})$.

$P(\mathrm{I} \cup \mathrm{T}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

e. Simulez 50 lancers sur votre calculatrice et comparez les résultats obtenus avec vos réponses précédentes.

Coup de pouce Voir Savoir-faire 2 p. 27

Probabilité conditionnelle

8 ★ On considère deux événements A et B, tels que $P(\mathrm{A}) = \frac{1}{3}$; $P(\mathrm{B}) = \frac{1}{4}$ et $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{6}$.

Calculez $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

$P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{A})} = \frac{1/6}{1/3} = \frac{1}{2}$.

9 ★ Un sac contient 10 boules rouges numérotées de 1 à 10 et 5 boules vertes numérotées de 1 à 5. On tire au hasard une boule du sac.

a. Calculez la probabilité de tirer un numéro 3.

$\frac{2}{15} \approx 0{,}133$.

b. Sachant que la boule est rouge, déterminez la probabilité de tirer le numéro 3.

$\frac{1}{10} = 0{,}1$.

c. Sachant que la boule est verte, déterminez la probabilité de tirer le numéro 3.

$\frac{1}{5} = 0{,}2$.

10 ★ On considère deux événements C et D, tels que $P(\mathrm{C}) = 0{,}15$; $P(\mathrm{D}) = 0{,}32$ et $P(\mathrm{C} \cup \mathrm{D}) = 0{,}4$.

a. Calculez $P(\mathrm{C} \cap \mathrm{D})$.

$P(\mathrm{C} \cap \mathrm{D}) = 0{,}15 + 0{,}32 - 0{,}4 = 0{,}07$.

b. Calculez $P_{\mathrm{D}}(\mathrm{C})$.

$P_{\mathrm{D}}(\mathrm{C}) = \frac{P(\mathrm{C} \cap \mathrm{D})}{P(\mathrm{D})} = \frac{0{,}07}{0{,}32} = \frac{7}{32}$.

c. Calculez $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{D})$.

$P_{\mathrm{C}}(\mathrm{D}) = \frac{P(\mathrm{C} \cap \mathrm{D})}{P(\mathrm{C})} = \frac{0{,}07}{0{,}15} = \frac{7}{15}$.

11 ★ ★ Une boutique de prêt à porter pour homme propose à la vente différents produits tels que des pantalons, des pulls et des chemises.

Au cours de la semaine, 450 clients n'ont acheté qu'un seul article et ont réglé leur achat en espèces ou carte bancaire.

Voici le tableau de répartition des achats.

	Pantalon	Pull	Chemise
Carte bancaire	89	189	76
Espèces	32	52	12

On choisit un client au hasard parmi les 450.

a. Calculez la probabilité que le client ait acheté un pull.

$\frac{189 + 52}{450} = \frac{241}{450} \approx 0{,}536$.

b. Calculez la probabilité que le client ait payé en espèces.

$\frac{32 + 52 + 12}{450} = \frac{96}{450} \approx 0{,}213$.

c. Calculez la probabilité que ce client ait acheté un pull sachant qu'il a payé en carte bancaire.

$\frac{189}{89 + 189 + 76} = \frac{189}{354} \approx 0{,}534$.

d. Sachant que le client a acheté une chemise, calculez la probabilité qu'il ait payé en espèces.

$\frac{12}{76 + 12} = \frac{12}{88} \approx 0{,}136$.

12 ★★ Une étude portant sur la recharge des véhicules électriques indique que 10 % des recharges sont effectuées sur des bornes publiques. Dans les autres cas, la recharge s'effectue chez des particuliers.

Il existe deux types de recharge : la recharge standard et la recharge accélérée. Les recharges standards représentent 25 % des recharges effectuées sur des bornes publiques et 95 % des recharges effectuées chez les particuliers.

On choisit au hasard un véhicule électrique qui vient d'être rechargé et on considère les événements suivants : U : « la recharge a été effectuée sur une borne publique » et S : « la recharge a été effectuée de façon standard ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, complétez le tableau croisé ci-dessous.

	S	$\overline{S}$	Total
U	2,5	7,5	10
$\overline{U}$	85,5	4,5	90
Total	88	12	100

2. Définissez par une phrase l'événement $\overline{S}$.

$\overline{S}$ est l'événement « la recharge a été effectuée de façon accélérée ».

3. Calculez $P(\overline{S})$.

$P(\overline{S}) = \frac{12}{100} = 12\ \% = 0{,}12.$

4. Le véhicule a été rechargé de façon accélérée, calculez la probabilité que la recharge ait été effectuée sur une borne publique.

$P_{\overline{S}}(U) = \frac{7{,}5}{12} = 0{,}625.$

5. Le véhicule a été rechargé de façon standard, calculez la probabilité que la recharge ait été effectuée sur une borne publique.

$P_S(U) = \frac{2{,}5}{88} \approx 0{,}028.$

13 ★★ Les 300 employés d'un immeuble à trois étages ont été interrogés sur leur habitude concernant l'utilisation de l'ascenseur.

L'enquête a montré que 225 employés utilisent l'ascenseur. Parmi ceux-ci, 50 vont au 1er étage, 75 vont au 2e étage, les autres vont au 3e étage. Parmi ceux qui utilisent les escaliers, 1/3 va au 2e étage, les autres vont au 1er étage.

On choisit un employé au hasard dans l'immeuble. Soit les événements

N_1 : « l'employé va au 1er étage » ;

N_2 : « l'employé va au 2e étage » ;

N_3 : « l'employé va au 3e étage » ;

A : « l'employé emprunte l'ascenseur ».

1. Traduisez l'énoncé à l'aide du tableau croisé.

	N_1	N_2	N_3	Total
A	50	75	100	225
$\overline{A}$	50	25	0	75
Total	100	100	100	300

2. Montrez que les événements N_1, N_2 et N_3 sont équiprobables.

$P(N_1) = P(N_2) = P(N_3) = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}.$

Donc les 3 événements sont équiprobables.

3. Déterminez la probabilité que l'employé choisi prenne l'ascenseur sachant qu'il va au 2e étage.

$P_{N_2}(A) = \frac{75}{100}.$

14 ★★ Dans une auto-école, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve du permis de conduire avait suivi la filière « conduite accompagnée ». Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière « conduite accompagnée », le taux de réussite était de 65 %. On choisit un candidat au hasard.

Déterminez, par la méthode de votre choix, la probabilité que ce candidat soit reçu à l'examen du permis de conduire.

	CA	$\overline{CA}$	Total
R	15	52	67
$\overline{R}$	5	28	33
Total	20	80	100

La probabilité que le candidat soit reçu est de 67 %.

15 ★ ★ ★ Une boîte et son couvercle sont fabriqués sur une chaîne de production. Un contrôle qualité a permis de montrer qu'une boîte sur 50 et un couvercle sur 80 sont défectueux.

On choisit au hasard 1 kit complet comprenant une boîte et son couvercle.

On considère les événements B : « la boîte est défectueuse » et C : « le couvercle est défectueux ».

1. Ouvrez une feuille de tableur et saisissez dans la case A1 la formule : =ENT(ALEA()+1/50).
Recopiez la formule jusqu'à la case A10000. Cette formule permet de simuler le contrôle de 10 000 boîtes.

2. Saisissez dans la case B1 la formule permettant de simuler le contrôle de 10 000 couvercles.
Recopiez-la jusqu'à la case B10000.

3. Dans la case C1, saisissez la formule permettant de déterminer le nombre d'éléments défectueux dans le kit couvercle + boîte.
Recopiez-la jusqu'à la case C10000.

4. De E1 à F5, recopiez l'extrait de feuille de calcul ci-dessous.

E	F
Evenement	Effectif
B	=NB.SI(A1:A10000;1)
C	=NB.SI(B1:B10000;1)
B et C	=NB.SI(C1:C10000;2)
B ou C	=F2+F3-F4

Coup de pouce
=NB.SI(A1:A10000;1) affiche le nombre de 1 dans les cellules de A1 à A10000.

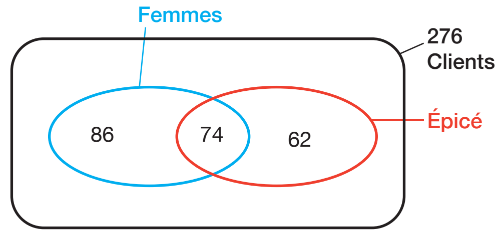
5. Simulez différents échantillons en appuyant sur la touche F9 du clavier. Regroupez quelques résultats dans le tableau ci-dessous.

Échantillon	1	2	3	4	5
Effectif de l'événement $B \cup C$	358	324	347	336	306

6. Déterminez une valeur approximative, arrondie à 0,01 près, de la probabilité de choisir un kit contenant au moins un article défectueux.

La probabilité d'avoir un article défectueux dans le kit est de 0,03 environ.

16 ★ ★ ★ Dans le restaurant d'application d'un lycée hôtelier, on a mené une étude statistique pendant la semaine asiatique sur les habitudes des clients. L'enquête a mené au diagramme des effectifs suivant.



On choisit un client au hasard et on note les événements F : « le client est une femme » et E : « le client préfère manger épicé ».

Problématique
Est-il vrai de dire que la majorité des clients qui préfèrent manger épicé sont des hommes ?

$P_E(F) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{74/276}{(74+62)/276} = \frac{74}{136} \approx 0{,}544.$
Environ 54 % des clients qui préfèrent manger épicé sont des femmes. Il est donc faux de dire que la majorité des clients qui préfèrent manger épicé sont des hommes.

17 ★ ★ ★ Dans un lycée, le taux de réussite à l'examen du baccalauréat est de 92 %. 16 % des élèves ont suivi le cursus section européenne au cours de leur formation. 14 % des candidats ont suivi le cursus section européenne et ont obtenu leur baccalauréat.

Problématique
Un candidat a-t-il plus de chance de réussir au baccalauréat en suivant le cursus section européenne ?

	E	$\overline{E}$	Total
B	14	78	92
$\overline{B}$	2	6	8
Total	16	84	100

$\frac{14}{16} = 0{,}875$ et $\frac{78}{84} \approx 0{,}929.$
Le taux de réussite est plus élevé chez les candidats n'ayant pas suivi le cursus section européenne.

Évaluation

<table>
<tr><td>Compétences</td><td colspan="4">S'approprier</td><td colspan="4">Analyser Raisonner</td><td colspan="4">Réaliser</td><td colspan="4">Valider</td><td colspan="4">Communiquer</td></tr>
<tr><td>Questions</td><td colspan="4">1 – 2 – 3 – 4a</td><td colspan="4">2 – 4b</td><td colspan="4">3 – 4c – 5b</td><td colspan="4">6</td><td colspan="4">4b – 5a – 6</td></tr>
<tr><td>Niveau d'acquisition</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
</table>

Situation

Au cours d'un contrôle qualité sur une chaîne de conditionnement, on constate que sur 1 000 pots de yaourt, 953 n'ont aucun défaut ; 2 % présentent un défaut d'opercule noté O et 4 % présentent un défaut de datage du pot noté D.

Une intervention de maintenance est nécessaire :

– si plus de 10 % des pots présentent le défaut O ou le défaut D

ou

– si parmi les pots qui présentent le défaut D, plus de 10 % présentent aussi le défaut O.

Problématique

Une opération de maintenance est-elle nécessaire après ce contrôle qualité ?

On choisit au hasard un pot de yaourt de cet échantillon de 1 000 pots. On définit les événements suivants : O : « le pot de yaourt présente le défaut O » et D : « le pot de yaourt présente le défaut D ».

1 S'approprier Déterminez le nombre de pots de yaourt qui présentent le défaut O.

2 × 1 000 ÷ 100 = 20.

2 S'approprier Analyser/Raisonner Complétez le tableau croisé suivant.

	O	$\overline{O}$	Total
D	13	27	40
$\overline{D}$	7	953	960
Total	20	980	1 000

3 S'approprier Réaliser Définissez par une phrase l'événement D ∩ O, puis calculez sa probabilité.

D ∩ O est l'événement : « le pot de yaourt présente le défaut O et le défaut D ».

$P(D \cap O) = \dfrac{13}{1\,000}$.

4 **a.** S'approprier Définissez par une phrase l'événement D ∪ O.

L'événement D ∪ O est l'événement : « le pot de yaourt choisi présente le défaut O ou le défaut D ».

b. Analyser/Raisonner Communiquer Proposez oralement à votre professeur une méthode permettant de calculer la probabilité de cet événement.

c. Réaliser Calculez $P(D \cup O)$.

$P(D \cup O) = P(D) + P(O) - P(D \cap O) = \dfrac{40}{1\,000} + \dfrac{20}{1\,000} - \dfrac{13}{1\,000} = \dfrac{47}{1\,000} = 4{,}7\ \%$.

5 **a.** Communiquer Donnez la notation utilisée pour écrire la probabilité que le pot de yaourt choisi présente le défaut O sachant qu'il présente le défaut D.

$P_D(O)$.

b. Réaliser Calculez cette probabilité.

$P_D(O) = \dfrac{13/1\,000}{40/1\,000} = \dfrac{13}{40} = 32{,}5\ \%$.

6 Valider Communiquer Utilisez les réponses données aux questions **4c** et **5b** pour répondre à la problématique.

La première condition n'est pas vérifiée, la seconde condition est vérifiée. Une opération de maintenance est donc nécessaire.

Suites numériques

3

Capacités	Activités
• Générer par le calcul ou à l'aide d'un outil numérique, les termes de différentes suites. • Étudier le sens de variation d'une suite donnée par $u_n = f(n)$ dans des cas simples ou d'une suite arithmétique à l'aide de sa raison.	Activité 1
• Reconnaître les premiers termes d'une suite arithmétique.	Activités 2 et 3
• Calculer un terme de rang donné d'une suite arithmétique définie par son premier terme et par une relation de récurrence ou par l'expression du terme de rang n. • Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique avec ou sans outils numériques.	Activité 2
• Réaliser et exploiter une représentation graphique du nuage de points $(n\ ;\ u_n)$.	Activité 3

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 36

1. Complétez les suites logiques suivantes :

a. 1 ● 3 ● 5 ● 7 ● 9 ● …

La valeur manquante est 11 (nombres impairs).

b. Z ● Y ● X ● W ● …

C'est V qui vient après (alphabet à l'envers).

c. 0 ● 1 ● 4 ● 9 ● 16 ● …

La valeur manquante est 25 (carrés parfaits).

d. L ● M ● M ● J ● V ● …

C'est S (lundi – mardi – mercredi – …).

2. Lesquelles sont des suites numériques ?

Les suites a. et c. sont des suites numériques.

Activité 2 p. 37

Soit la suite définie par $u_n = f(n) = 3n + 1$.

a. Calculer $f(2)$.

$f(2) = 3 \times 2 + 1 = 6 + 1 = 7.$

b. Calculer u_6 et u_{10}.

$u_6 = f(6) = 3 \times 6 + 1 = 19.$

$u_{10} = f(10) = 3 \times 10 + 1 = 31.$

Activité 3 p. 38

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -2x + 6$ et (D) sa droite représentative.

a. Calculez l'image de 3 par la fonction f.

$f(3) = -2 \times 3 + 6 = -6 + 6 = 0.$

b. Le coefficient directeur de (D) est égal à -2.

c. Cochez la bonne réponse.

☐ La fonction f est croissante. ☑ La fonction f est décroissante.

Activité 1 Définir une suite numérique

SITUATION . Un pari perdu d'avance...

Le 1er janvier, Rafaël et Hippolyte filment puis visionnent une vidéo de leurs exploits en VTT et font le pari suivant : ils espèrent qu'au moins 50 000 personnes auront vu leur vidéo au bout de 15 jours.

Pour cela, le lendemain, chacun d'eux va envoyer cette vidéo à deux copains différents et ils demanderont à ce que chaque copain envoie à son tour la vidéo à deux autres copains le jour suivant. Et ainsi de suite…

Problématique

Si tous les copains respectent la règle, Rafaël et Hippolyte peuvent-ils gagner leur pari ?

1 **a.** S'approprier Donnez le nombre de personnes qui ont vu la vidéo le premier jour (le 1er janvier).

Le premier jour (le 1er janvier), seuls Hippolyte et Rafaël ont vu la vidéo, donc 2 personnes.

b. S'approprier Donnez le nombre de nouvelles personnes qui auront vu la vidéo le 2 janvier.

Le 2 janvier, il y aura 4 nouvelles personnes qui auront vu la vidéo (les 2 copains d'Hippolyte plus les 2 copains de Rafaël).

2 **a.** Analyser/Raisonner On note u_1 le nombre de personnes qui ont vu la vidéo le premier jour, u_2 le nombre de nouvelles personnes qui ont vu la vidéo le deuxième jour et ainsi de suite.

Complétez le tableau ci-dessous :

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
2	4	8	16	32	64

b. Réaliser Valider Complétez les égalités suivantes. $u_1 = 2^{1}$; $u_2 = 2^{2}$; $u_3 = 2^{3}$; $u_4 = 2^{4}$

Une **suite numérique** est une suite de nombres notés u_1, u_2, u_3, … appelés **termes**.

c. Valider Cochez la bonne réponse.

Pour cette suite (u_n), on peut écrire : ☐ $u_n = 2 \times n$ ☑ $u_n = 2^n$ ☐ $u_n = 2 + n$

d. Valider Rayez les mots inutiles : lorsque n augmente, les valeurs de u_n *augmentent*/~~*diminuent*~~. On dit alors que la suite (u_n) est *croissante*/~~*décroissante*~~.

3 **a.** Réaliser Calculez la valeur de u_{15} avec votre calculatrice. u_{15} = $2^{15} = 32\ 768$

b. Valider Communiquer Déduisez-en le nombre de nouvelles personnes qui ont vu la vidéo le 15 janvier.

Il y a 32 768 personnes qui ont vu la vidéo le 15 janvier.

4 Réaliser foucherconnect.fr/22mc83 Ouvrez le fichier « **C03_36_vidéo.xlsx** ».

En utilisant les fonctionnalités du tableur, calculez la somme des personnes qui auront vu la vidéo au bout de 15 jours.

On tape = SOMME(C2 : C16) dans la cellule B17 et on obtient 65 534 personnes.

5 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

65 534 > 50 000 donc oui, Hippolyte et Rafaël ont gagné leur pari, plus de 50 000 personnes au total auront vu la vidéo au bout de 15 jours.

Activité 2 Étudier une suite arithmétique

SITUATION . Trouver le bon code pour sortir !!

Sylvie participe à un escape game. Sur la dernière porte on trouve 6 encarts avec les indications suivantes :

LXXXVI	LXXIX	LXXII	?	?	LI

Sylvie comprend que les lettres sur les encarts sont des chiffres romains.

Pour déverrouiller cette dernière porte, il faut entrer un code de quatre lettres différentes qui correspond à la somme de toutes les valeurs (dont celles manquantes) qui apparaissent sur les encarts.

Problématique

Quel code à quatre lettres doit entrer Sylvie pour déverrouiller la porte ?

1 S'approprier À quelles valeurs correspondent chacune des lettres présentes sur la porte ?

Ce sont des chiffres romains : L correspond à 50, X correspond à 10, V correspond à 5 et I à 1.

2 Réaliser Complétez les 4 cases tramées roses de la deuxième ligne du tableau.

Nombres en chiffres romains	LXXXVI	LXXIX	LXXII	LXV	LVIII	LI
Nombres en chiffres arabes	86	79	72	65	58	51
Notation	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6

3 Les nombres en chiffres arabes obtenus forment une suite numérique.

a. S'approprier Complétez la troisième ligne du tableau.

b. Analyser/Raisonner Réaliser En étudiant $u_2 - u_1$, $u_3 - u_2$, … proposez une méthode pour déterminer u_4 et u_5 puis calculez-les et complétez les cases vides dans le tableau.

$u_2 - u_1 = 79 - 86 = -7$; $u_3 - u_2 = 72 - 79 = -7$ donc $u_4 = u_3 - 7 = 72 - 7 = 65$ et $u_5 = u_4 - 7 = 65 - 7 = 58$.

De plus, $u_6 = u_5 - 7 = 58 - 7 = 51$ est vérifié. On a bien : $u_4 = 65$ et $u_5 = 58$.

Dans une **suite arithmétique**, on obtient un terme en ajoutant au terme précédent une valeur constante (positive ou négative) appelée **raison** (notée r). Cela s'écrit : $u_{n+1} = u_n + r$.

Une suite arithmétique est définie par son **premier terme** (noté u_1 ou u_0) et sa **raison** (notée r).

4 Valider Cochez la bonne réponse.

a. La suite (u_n) définie précédemment est une suite arithmétique : ☑ Vrai ☐ Faux

b. La raison de la cette suite est : ☐ $r = 7$ ☑ $r = -7$

c. Pour cette suite (u_n), on peut écrire : ☑ $u_{n+1} = u_n - 7$ avec $u_1 = 86$ ☐ $u_{n+1} = u_n + 7$ avec $u_1 = 86$

5 Réaliser La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par $S_n = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

Calculez S_6 : $S_6 = \dfrac{6 \times (86 + 51)}{2} = 411$. La somme des 6 termes est égale à 411.

On notera qu'en utilisant cette formule, on peut trouver la somme sans avoir trouvé u_4 et u_5.

6 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

La somme est égale à 411. On convertit en chiffres romains et cela donne CDXI.

Pour déverrouiller la porte, Sylvie doit donc entrer le code CDXI.

Activité 3 Représenter graphiquement une suite arithmétique

SITUATION . Prêt ou pas ?

Sébastien qui est très sportif s'est lancé comme défi de participer dans 15 semaines à un « Iron Man ». Cette compétition extrêmement difficile associe trois disciplines : 3,8 km de natation, 180,2 km de vélo et 42,195 km de course à pied.

Il doit particulièrement s'entraîner pour l'épreuve de natation qui est son point faible.

Avant de commencer son premier entraînement, il nage 1,2 km sans difficulté. Il envisage alors de rajouter à chaque entraînement 3 longueurs supplémentaires de 25 m chacune et de s'entraîner 2 fois par semaine.

Problématique

Avec ce programme d'entraînement, Sébastien sera-t-il prêt à temps pour la compétition ?

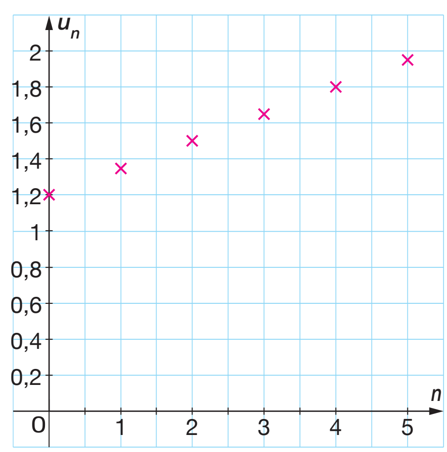
1 **a.** S'approprier On note u_0 la distance, en kilomètres, que nage facilement Sébastien avant de démarrer son programme d'entraînement. Complétez : $u_0 =$ 1,2

b. Analyser/Raisonner Réaliser Calculez u_1, la distance que nagera Sébastien à la fin de sa première semaine d'entraînement. $u_1 =$ $1{,}2 + 2 \times 3 \times 0{,}025 = 1{,}2 + 0{,}15 = 1{,}35$.

c. Analyser/Raisonner Réaliser De même, on note u_2, la distance que nagera Sébastien à la fin de sa deuxième semaine d'entraînement et ainsi de suite. Complétez le tableau ci-dessous.

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
1,2	1,35	1,5	1,65	1,8	1,95

2 Réaliser Représentez graphiquement les 6 premiers termes de la suite (u_n) dans le repère ci-contre.



3 Valider Cochez la bonne réponse.

$(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$ forment une suite arithmétique : ☑ Vrai ☐ Faux

Justifiez : $u_5 - u_4 = 1{,}95 - 1{,}8 = 0{,}15$; $u_4 - u_3 = 1{,}8 - 1{,}65 = 0{,}15$; $u_3 - u_2 = 1{,}65 - 1{,}5 = 0{,}15$; $u_2 - u_1 = 1{,}5 - 1{,}35 = 0{,}15$ et $u_1 - u_0 = 1{,}35 - 1{,}2 = 0{,}15$. Donc oui, $(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$ forment une suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 1{,}2$ et de raison $r = 0{,}15$.

4 Valider Indiquez le type de fonction qui peut être associé à cette représentation ainsi que son sens de variation.

Les points sont alignés ; donc cette représentation peut être associée à une fonction affine.

Cette fonction affine est croissante (et on remarque que $r > 0$).

5 Analyser/Raisonner Réaliser Déterminez le coefficient directeur de la droite qui joint les points du graphique.

On choisit 2 points consécutifs et on calcule la différence de leurs ordonnées : $a = 0{,}15$.

6 Valider Cochez la bonne réponse.

☐ $u_n = 1{,}2 + n \times 0{,}075$ ☑ $u_n = 1{,}2 + n \times 0{,}15$ ☐ $u_n = 1{,}2 + (n - 1) \times 0{,}15$

Coup de pouce Utiliser l'automatisme A15 page 125

7 Réaliser Calculez u_{15}. $u_{15} = 1{,}2 + 15 \times 0{,}15 = 1{,}2 + 2{,}25 = 3{,}45$.

8 Communiquer Répondez à la problématique. $3{,}45 < 3{,}8$ donc non, Sébastien ne sera pas prêt.

On peut faire calculer aux élèves le nombre de semaines manquantes : $u_{18} = 3{,}9 > 3{,}8$ et $u_{17} = 3{,}75 < 3{,}8$.

Activité Algo Pro — Utiliser une suite pour approcher une valeur

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc84

SITUATION . Suite de Fibonacci et nombre d'or

La suite de Fibonacci est une suite de nombres entiers dont chaque terme représente la somme des deux termes précédents, et dont les deux premiers termes sont 1 puis 1.

Les 10 premiers termes de cette suite sont : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 et 34.

Cette suite est célèbre car elle est liée au **nombre d'or** qui apparaît tout autour de nous dans la nature, au sein de nombreuses formes biologiques.

Problématique

Comment trouver une approximation du nombre d'or avec la suite de Fibonacci ?

1 On note (u_n) la suite de Fibonacci. On a alors $u_0 = 1$; $u_1 = 1$; $u_2 = 2$; $u_3 = 3$; $u_4 = 5$ et ainsi de suite.
On considère ensuite la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

a. Calculez v_0 , v_1 , v_2 , v_3 et v_4 (on arrondira à 0,01 lorsque cela sera nécessaire).

$v_0 = \frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{1} = 1$; $v_1 = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2$; $v_2 = \frac{u_3}{u_2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$; $v_3 = \frac{u_4}{u_3} = \frac{5}{3} \approx 1{,}67$; $v_4 = \frac{u_5}{u_4} = \frac{8}{5} = 1{,}6$.

b. Vers quelle valeur les termes de la suite (v_n) semblent-ils se rapprocher ? Ils semblent se rapprocher de 1,6.

LANGAGE PYTHON python

2 On va utiliser le programme ci-contre en langage Python pour calculer les termes suivants de la suite (v_n).

```
N=int(input("N ?"))
a=1
b=1
v=1
for i in range (1,N+1):
   c=a+b
   a=b
   b=c
   v=b/a
   print("V",i,"=",round(v,5))
```

a. Sans lancer le programme, complétez le tableau ci-dessous en indiquant les valeurs des variables a, b, c et v pour les premières valeurs de i.

i	a	b	c	v
	1	1		1
1	1	2	2	2
2	2	3	3	1,5

b. À quoi correspond N dans ce programme ?

Il correspond au nombre de termes de la suite (v_n) que nous voulons obtenir.

c. Ouvrez le fichier « **C03_39_Fibonacci.py** » et testez le programme avec N de plus en plus grand.
De quelle valeur le nombre v se rapproche-t-il ? À partir de v_{14} toutes les valeurs de v_n sont arrondies à 1,618 03.

d. Le nombre d'or est exactement égal à $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Proposez une réponse à la problématique.

Avec la calculatrice, on obtient : $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618\,03$, ce qui est proche de la valeur vers laquelle semble se stabiliser la suite (v_n). En faisant le quotient d'un terme de la suite de Fibonacci par celui qui le précède, on trouve donc bien une approximation du nombre d'or.

LEXIQUE python

Instruction	Signification
`round(v,5)`	Pour donner le résultat de v arrondi à 5 chiffres après la virgule.

L'essentiel

Définition d'une suite numérique

- Les nombres u_1, u_2, u_3, … rangés dans cet ordre constituent une suite numérique.
- Ces nombres réels sont les termes de la suite (u_n). Leur rang (ou position) est indiqué en indice.
On note u_n un terme quelconque, u_{n-1} le terme qui le précède et u_{n+1} le terme qui le suit.
- On peut définir certaines suites par une fonction de la façon suivante :
pour tout entier naturel n, $\boldsymbol{u_n = f(n)}$.
- On définit le sens de variation d'une suite (u_n) de la façon suivante :
  – (u_n) est **croissante** si, pour tout entier n, $u_{n+1} > u_n$;
  – (u_n) est **décroissante** si, pour tout entier n, $u_{n+1} < u_n$;
  – (u_n) est **constante** ou **stationnaire** si, pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n$.

Exemple Les nombres 2 ; –1 ; –4 et –7 forment une suite numérique.
On peut alors écrire $u_{n+1} = u_n - 3$ avec $u_0 = 2$ ou bien $u_n = 2 - 3n$.
Cette suite (u_n) est décroissante car $u_{n+1} < u_n$ pour tout n (ici $u_{n+1} - u_n = -3 < 0$).

Étude d'une suite arithmétique

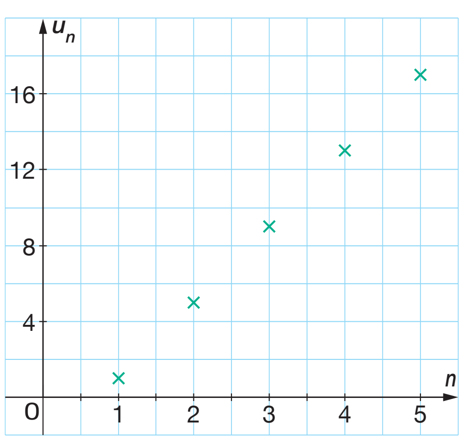
- Une suite arithmétique est définie par son premier terme et sa raison. Chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en ajoutant au précédent un même nombre, la raison, qui est notée r.
- **Relation de récurrence** : $u_{n+1} = u_n + r$ (où $r \in \mathbb{R}$)
- **Expression du terme de rang n** : $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_1 + (n-1)\,r$
avec u_0 ou u_1 premiers termes de la suite.
- La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est donnée par la formule suivante :

$$S_n = \frac{n(u_0 + u_{n-1})}{2} \quad \text{ou} \quad S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

Exemple Soit la suite de nombres 1 ; 5 ; 9 ; 13 et 17. On note $u_1 = 1$, $u_2 = 5$, $u_3 = 9$, …
On constate que $u_2 - u_1 = 5 - 1 = 4$, $u_3 - u_2 = 9 - 5 = 4$, $u_4 - u_3 = 13 - 9 = 4$ et $u_5 - u_4 = 17 - 13 = 4$.
Toutes les différences sont égales donc la suite est arithmétique de raison $r = 4$ et de premier terme $u_1 = 1$.
La relation de récurrence s'écrit : $u_{n+1} = u_n + 4$ et l'expression de u_n en fonction de n est $u_n = 1 + (n-1) \times 4$.
La somme des 5 premiers termes de cette suite est : $S_5 = \dfrac{5 \times (u_1 + u_5)}{2} = \dfrac{5 \times (1 + 17)}{2} = 45$.

Représentation graphique d'une suite

- La représentation graphique d'une suite est l'ensemble des points de coordonnées $(n\,;\,u_n)$.
- Pour une suite arithmétique de raison r, les points de coordonnées $(n\,;\,u_n)$ sont alignés sur une droite de coefficient directeur égal à r.
- Pour déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique, on s'intéresse au signe de r :
  – si $r > 0$, la suite est **croissante** ;
  – si $r < 0$, la suite est **décroissante** ;
  – si $r = 0$, la suite est **constante**.



Exemple On reprend la suite de nombres 1 ; 5 ; 9 ; 13 et 17. La représentation graphique de cette suite est un ensemble de 5 points alignés sur une droite de coefficient directeur égal à 4. Puisque $r = 4 > 0$, alors cette suite arithmétique est croissante.

Savoir-faire

Savoir-faire 1 Déterminer si une suite est arithmétique ou pas

Soit une suite (u_n) constituée des termes suivants dans cet ordre 3,4 ● 5,1 ● 6,8 ● 8,5 ● 10,2.
Déterminez si cette suite est arithmétique et, si oui, donnez son premier terme et sa raison.

RÉSOLUTION

- On a ici $u_0 = 3,4$.
- On calcule toutes les différences $u_{n+1} - u_n$ entre deux termes consécutifs :

$u_1 - u_0 = 5,1 - 3,4 = 1,7$; $u_2 - u_1 = 6,8 - 5,1 = 1,7$;
$u_3 - u_2 = 8,5 - 6,8 = 1,7$; $u_4 - u_3 = 10,2 - 8,5 = 1,7$.

- Tous les résultats sont identiques (égaux à 1,7) donc la suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 3,4$ et de raison $r = 1,7$.

MÉTHODE

- Repérer le premier terme de la suite (on peut le noter u_0 ou u_1).
- Calculer toutes les différences $u_{n+1} - u_n$ entre deux termes consécutifs.
- Comparer les résultats obtenus :
  – si les différences sont toutes identiques (égales à r), la suite est arithmétique de raison r et de premier terme u_0 ou u_1.
  – si les différences ne sont pas toutes identiques, alors la suite n'est pas arithmétique.

Voir exercices 10, 11 et problème 21

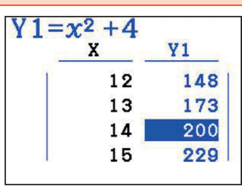
Savoir-faire 2 Générer des suites numériques à l'aide d'une calculatrice graphique

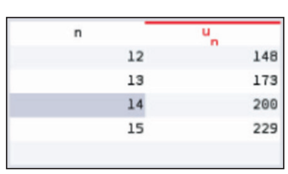
TUTO CALCULATRICE
Afficher le tableau de valeurs d'une suite définie par $u_n = f(n)$
foucherconnect.fr/22mc85

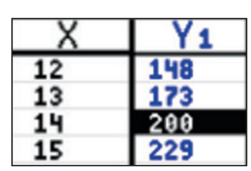
Soit la suite (u_n) définie par $u_n = f(n) = n^2 + 4$.
Calculez les valeurs des premiers termes de cette suite afin de déterminer à partir de quelle valeur de n on a $u_n > 180$.

Casio	Numworks	TI
Pour saisir l'expression de la suite définie en fonction de n		
MENU Table EXE X,θ,T x^2 + 4 EXE	Menu Suites OK Ajouter une suite OK OK x,n,t x^2 + 4 OK	Mode FONCTION SUITE entrer f(x) Entrer 0 comme valeur nMin puis X,T,θ,n x^2 + 4 entrer
Pour régler les paramètres de la table : début, fin, pas = 1		
F5 SET Start : 0, End : 20, Step : 1	Tableau OK Régler l'intervalle OK Début 0, fin 20, Pas 1	2nde fenêtre DébutTbl = 0, ΔTbl = 1
Pour afficher le tableau de valeurs		
EXE puis F6 TABLE	Valider OK	2nde graphe

Chercher dans la deuxième colonne la première valeur qui dépasse la valeur donnée et relever la valeur du rang correspondant dans la première colonne. Conclure en donnant la valeur de n.







Conclusion : $u_n > 180$ pour $n > 14$.

Voir exercices 3, 8 et problème 18

Accompagnement personnalisé

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** le texte avec les expressions proposées.
(Certaines propositions peuvent ne pas être utilisées ou être utilisées plusieurs fois.)

suite numérique ● *suite arithmétique* ● *alignés* ● *relation de récurrence* ● *précédent* ● *suivant* ● *décroissante* ● *raison* ● *croissante*

a. La relation $u_{n+1} = u_n + r$ est une relation de récurrence : chaque terme est défini par rapport au précédent.

b. Pour déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique, on s'intéresse au signe de sa raison :
- si la raison est positive, alors la suite est croissante ;
- si la raison est négative, alors la suite est décroissante.

c. Une suite arithmétique est représentée graphiquement par des points alignés.

Je revois un point important

2 **Calculez** le 45^{e} terme d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = -4$ et de raison égale à 12.
- On identifie le premier terme et la raison : $u_1 = -4$ et $r = 12$
- On détermine l'expression du terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1) \times r = -4 + (n-1) \times 12$
- On applique cette formule pour le rang cherché :

ici $n = 45$ donc $u_{45} = -4 + (45-1) \times 12 = -4 + 44 \times 12 = 524$.

Je mémorise

3 **Complétez** ce document de synthèse sur les suites arithmétiques ou **construisez** votre propre carte mentale. > Je fais le point **page 40**

Suites arithmétiques

Relation de récurrence

$u_{n+1} = u_n + r$ (où $r \in \mathbb{R}$)

Expression du terme de rang n

$u_n = u_0 + n \times r$ **ou** $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

Somme des n premiers termes

$$S_n = \frac{n(u_0 + u_{n-1})}{2}$$

ou

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$$

Sens de variation
- si $r > 0$, la suite est **croissante** ;
- si $r < 0$, la suite est **décroissante** ;
- si $r = 0$, la suite est **constante.**

Représentation graphique

Les points de coordonnées $(n ; u_n)$ sont **alignés** (ils appartiennent à une **droite**).

AUTOMATISMES

Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.
Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 2'

☐ **A20** Calculez le volume d'un cube de 6 cm de côté.

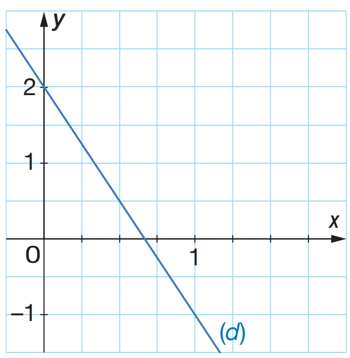
$6 \times 6 = 36$ et $36 \times 6 = 216$ ou bien $6^3 = 216$.

Le cube a un volume de 216 cm³.

☐ **A21** Sachant que $121 = 11^2$, factorisez l'expression littérale $x^2 - 121$.

$x^2 - 121 = (x - 11)(x + 11)$.

☐ **A13** Déterminez graphiquement le coefficient directeur de la droite (d).



Le coefficient directeur de la droite (d) est :

$a = -3$.

Rituel 2 2'

☐ **A1** Calculez la probabilité de tirer une dame rouge dans un jeu de 32 cartes.

$p = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$.

☐ **A8** Déterminez l'expression littérale de la fonction linéaire f qui modélise la situation de proportionnalité suivante.

x	0,2	3	12
$f(x)$	0,15	2,25	9

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ donc $f(x) = 0{,}75x$ ou $f(x) = \frac{3}{4}x$.

☐ **A12** Soit f la fonction définie par $f(x) = 4x - 5$.
Calculez l'ordonnée du point M situé sur la courbe représentative de f qui a pour abscisse $x = -8$.

$f(-8) = 4 \times (-8) - 5 = -32 - 5 = -37$.

Rituel 3 2'

☐ **A16** Calculez l'intérêt simple perçu pour le placement d'un capital de 3 000 € au taux annuel de 2 % pendant 6 mois.

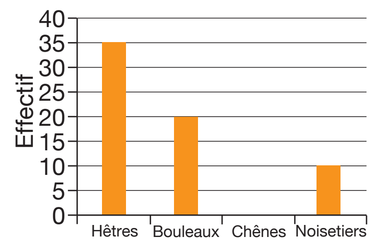
$3\,000 \times \frac{2}{100} = 60$ et $\frac{60}{2} = 30$.

L'intérêt perçu est de 30 €.

☐ **A6** Résolvez l'équation $-2x + 3 = 27$.

$-2x = 27 - 3 \Leftrightarrow -2x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{-2} \Leftrightarrow x = -12$

☐ **A3** Un petit bois compte 80 arbres.
Complétez le tableau en utilisant le diagramme en bâtons incomplet ci-contre.



Espèces	Hêtres	Bouleaux	Chênes	Noisetiers
Effectifs	35	20	15	10

Rituel 4 2'

☐ **A5** Calculez la moyenne de la série de températures suivantes :

13 °C ● 7 °C ● –3 °C ● 5 °C ● 8 °C

$13 + 7 + (-3) + 5 + 8 = 30$ et $30 \div 5 = 6$.

La température moyenne est de 6 °C.

☐ **A23** Développez $(x + 2)(x - 3)$.

$(x + 2)(x - 3) = x \times x - x \times 3 + 2 \times x - 2 \times 3$

donc $(x + 2)(x - 3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$.

☐ **A14** Indiquez si les droites $(d_1) : y = 3x - 2$ et $(d_2) : y = 6x - 2$ sont parallèles.

Les 2 coefficients directeurs ne sont pas égaux

donc les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

Définition d'une suite numérique

1 ★ Les nombres 3 ; 7 ; 11 ; 15 et 19 forment une suite numérique.

a. Si $u_1 = 3$, combien valent u_2 et u_3 ?

Si $u_1 = 3$ alors $u_2 = 7$ et $u_3 = 11$.

b. À quel rang correspond la valeur 19 ?

Au rang 5. On note $u_5 = 19$.

c. Comment passe-t-on d'un terme au suivant ?

En ajoutant 4 au terme précédent.

d. Donnez la relation qui lie u_{n+1} et u_n pour cette suite. On a donc $u_{n+1} = u_n + 4$.

2 ★ Les nombres 40 ; 20 ; 10 ; 5 et 2,5 forment une suite numérique.

a. Si $u_0 = 40$, combien valent u_1 et u_2 ?

Si $u_0 = 40$ alors $u_1 = 20$ et $u_2 = 10$.

b. À quel rang correspond la valeur 2,5 ?

Au rang 4. On note $u_4 = 2{,}5$.

c. Comment passe-t-on d'un terme au suivant ?

En divisant le terme précédent par 2.

d. Donnez la relation qui lie u_{n+1} et u_n pour cette suite.

On a donc $u_{n+1} = u_n \div 2$.

3 ★ Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_n = -3n + 1$.

a. Calculez u_1, u_2 et u_3.

$u_1 = -3 \times 1 + 1 = -2$, $u_2 = -3 \times 2 + 1 = -5$,

$u_3 = -3 \times 3 + 1 = -8$.

b. Calculez u_{15}. $u_{15} = -3 \times 15 + 1 = -44$.

TUTO CALCULATRICE
Afficher le tableau de valeurs d'une suite définie par $u_n = f(n)$
foucherconnect.fr/22mc85

4 ★ Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ telle que $u_n = 3n^2 - 4n + 8$.

a. Calculez u_1, u_2 et u_3.

$u_1 = 3 \times 1^2 - 4 \times 1 + 8 = 7$, $u_2 = 3 \times 2^2 - 4 \times 2 + 8$

donc $u_2 = 12$ et $u_3 = 3 \times 3^2 - 4 \times 3 + 8 = 23$.

b. Calculez u_7. $u_7 = 3 \times 7^2 - 4 \times 7 + 8 = 127$.

c. Ouvrez une feuille de calcul dans un tableur et créez une colonne dans laquelle vous entrez les valeurs de n.

d. Affichez le tableau donnant u_n en fonction de n sur l'intervalle [1 ; 25].

e. Donnez la valeur de u_{23}.

On lit $u_{23} = 1\,503$ (et $u_{23} = 3 \times 23^2 - 4 \times 23 + 8$

$= 1\,503$.)

5 ★★ Soit (u_n) la suite définie par $u_n = -4n + 2{,}5$.

a. Donnez l'expression de u_{n+1} en fonction de n.

$u_{n+1} = -4\,(n + 1) + 2{,}5 = -4n - 1{,}5$.

b. Donnez l'expression de $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.

$u_{n+1} - u_n = -4n - 1{,}5 - (-4n + 2{,}5) = -4 < 0$.

c. Déduisez-en le sens de variation de (u_n).

$-4 < 0$ donc pour tout n on a $u_{n+1} < u_n$

alors la suite (u_n) est décroissante.

6 ★★ Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 0{,}2n$.

a. Donnez l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n.

$v_{n+1} = 0{,}2(n + 1) = 0{,}2n + 0{,}2$.

b. Donnez l'expression de $v_{n+1} - v_n$ en fonction de n.

$v_{n+1} - v_n = 0{,}2n + 0{,}2 - 0{,}2n = 0{,}2 > 0$.

c. Déduisez-en le sens de variation de (v_n).

$0{,}2 > 0$ donc la suite (v_n) est croissante.

Étude d'une suite arithmétique

7 ★ Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 3,5 et de premier terme $u_0 = -4$.

Complétez le tableau suivant.

n	0	1	2	3	4
u_n	–4	–0,5	3	6,5	10

8 ★★ Soit (v_n) une suite arithmétique de premier terme $v_1 = 8$ et de raison $r = 12{,}6$.

a. Calculez v_2, v_3 et v_4.

$v_2 = v_1 + r = 8 + 12{,}6 = 20{,}6$.

$v_3 = v_2 + r = 20{,}6 + 12{,}6 = 33{,}2$.

$v_4 = v_3 + r = 33{,}2 + 12{,}6 = 45{,}8$.

b. Donnez la relation de récurrence donnant v_{n+1} en fonction de v_n. $v_{n+1} = v_n + 12{,}6$.

c. Donnez l'expression de v_n en fonction de n.

$v_n = v_1 + (n - 1) \times r = 8 + (n - 1) \times 12{,}6$

donc $v_n = 8 + 12{,}6n - 12{,}6 = 12{,}6\,n - 4{,}6$.

d. Calculez v_{17}.

$v_{17} = 12{,}6 \times 17 - 4{,}6 = 209{,}6$.

e. Vérifiez les résultats des questions **a** et **d** en utilisant un tableur ou votre calculatrice.

9 ★★ **Défi :** parmi les expressions suivantes, soyez le premier à entourer toutes celles qui correspondent à des suites arithmétiques.

Êtes-vous PRÊT?

a. $u_n = 4n - 7$ **b.** $u_n = 2 - 3n$

c. $u_n = 3n^2 + 1$ **d.** $u_n = 37n$

e. $u_n = n$ **f.** $u_n = -2{,}5$

g. $u_n = \dfrac{n}{10}$ **h.** $u_n = \dfrac{10}{n}$

i. $u_{n+1} = 0{,}2u_n$ **j.** $u_{n+1} = 0{,}2 + u_n$

k. $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}$ **l.** $u_{n+1} = \dfrac{1}{2} + u_n$

m. $u_{n+1} = u_n - 3$ **n.** $u_{n+1} = 1 - u_n$

10 ★ Parmi les suites suivantes, indiquez celles qui sont arithmétiques. Justifiez.

a. 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13.

$4 - 1 = 7 - 4 = 10 - 7 = 13 - 10 = 3$.

Toutes les différences sont égales

donc la suite est arithmétique de raison $r = 3$.

b. 2 ; 0 ; –2 ; –4 ; –6.

$0 - 2 = -2 - 0 = -4 - (-2) = -6 - (-4) = -2$.

Toutes les différences sont égales

donc la suite est arithmétique de raison $r = -2$.

c. 3 ; 4,25 ; 5,5 ; 6,75 ; 8.

$4{,}25 - 3 = 5{,}5 - 4{,}25 = 6{,}75 - 5{,}5 = 8 - 6{,}75 = 1{,}25$.

Toutes les différences sont égales

donc la suite est arithmétique de raison $r = 1{,}25$.

d. 0 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16.

$2 - 0 = 4 - 2 = 2$ mais $8 - 4 = 4$.

Toutes les différences ne sont pas égales

donc la suite n'est pas arithmétique.

11 ★★ Parmi les suites suivantes, indiquez celles qui sont arithmétiques. Justifiez.

a. –2 ; –1,7 ; –1,4 ; –1,1 ; –0,7.

$-1{,}7 - (-2) = 0{,}3$ mais $-0{,}7 - (-1{,}1) = 0{,}4$.

Toutes les différences ne sont pas égales donc

la suite n'est pas arithmétique.

b. $1 ; \frac{3}{2} ; 2 ; \frac{5}{2} ; 3$.

$\frac{3}{2} - 1 = 2 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} - 2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$.

Toutes les différences sont égales donc la suite

est arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$.

c. $\frac{1}{2} ; \frac{1}{5} ; \frac{1}{8} ; \frac{1}{11} ; \frac{1}{14}$.

$\frac{1}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{10}$ mais $\frac{1}{8} - \frac{1}{5} = -\frac{3}{40}$.

Toutes les différences ne sont pas égales

donc la suite n'est pas arithmétique.

Représentation graphique d'une suite

12 ★ **a.** Représentez graphiquement la suite suivante sur votre calculatrice : $u_n = 35 + 1{,}25n$.

TUTO CALCULATRICE
Représenter graphiquement une suite arithmétique
foucherconnect.fr/22mc86

b. Quelle est la différence entre cette représentation graphique et celle de la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ et d'expression $f(x) = 1{,}25x + 35$?

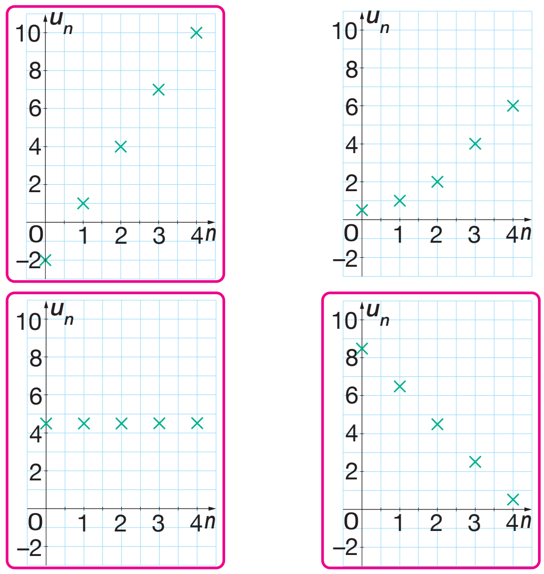
Pour la suite, la représentation graphique

est l'ensemble des points de coordonnées

$(n ; 35 + 1{,}25n)$ alors que pour la fonction affine,

nous avons la droite en entier.

13 ★ Voici 4 représentations graphiques de suites numériques. Entourez celles qui correspondent à des suites arithmétiques et donnez leur raison à l'oral.



14 ★ Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 12$ et de premier terme $u_0 = -3$.

a. Donnez le sens de variation de (u_n). Justifiez.

La suite est arithmétique de raison $r = 12 > 0$

donc elle est croissante.

b. Calculez u_9.

On calcule u_9 : $u_9 = u_0 + 9 \times r = (-3) + 9 \times 12$

$u_9 = 105$.

c. Calculez la somme des 10 premiers termes de cette suite arithmétique.

$S_{10} = \frac{10 \times (u_0 + u_9)}{2} = \frac{10 \times (-3 + 105)}{2} = \frac{10 \times 102}{2}$

$S_{10} = 510$.

Problèmes

15 ★ ★ Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_1 = 8$ et $u_7 = 24{,}2$.
Calculez la raison de cette suite.

$7 - 1 = 6$ et $u_7 - u_1 = 24{,}2 - 8 = 16{,}2$.

$16{,}2 \div 6 = 2{,}7$.

Donc la raison de (u_n) est égale à 2,7.

16 ★ ★ Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = -43$ telle que $u_{30} = -743$.

Calculez le premier terme u_0 de cette suite.

$30 \times (-43) = -1\,290$ et $-743 - (-1\,290) = 547$.

Donc cette suite arithmétique a pour premier terme $u_0 = 547$.

17 ★ ★ Au 1er janvier de chaque année, l'argent de poche mensuel de Noah augmente de 5 €.

On note u_0 l'argent de poche de Noah l'année de ses 10 ans, puis u_1 l'année de ses 11 ans et ainsi de suite. On a $u_0 = 25$ €.

Problématique
Quel sera le montant de l'argent de poche mensuel de Noah l'année de ses 18 ans ?

1. Comment sera noté le montant de l'argent de poche de Noah l'année de ses 18 ans ?

Il sera noté u_8.

2. Cette suite (u_n) est-elle arithmétique ? Si oui, donnez son premier terme et sa raison.

Chaque année le montant de l'argent de poche augmente de 5 € donc la suite est arithmétique de premier terme $u_0 = 25$ et de raison $r = 5$.

3. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.

$u_n = u_0 + n \times r = 25 + n \times 5$.

4. Répondez à la problématique.

$u_8 = 25 + 8 \times 5 = 65$.

L'année de ses 18 ans, Noah aura 65 € d'argent de poche chaque mois.

18 ★ ★ Le maire d'une petite commune envisage la construction d'une nouvelle école.

En 2021, la commune comptait 853 habitants et sa population augmente chaque année de 35 personnes. La nouvelle école sera nécessaire lorsque la population dépassera les 1 300 habitants. Sa construction prendra 2 années.

Problématique
En quelle année le maire devra t-il démarrer les travaux de construction de cette nouvelle école ?

1. On note u_1 la population de la commune en 2021, u_2 la population de la commune en 2022 et ainsi de suite.

Cette suite (u_n) est-elle arithmétique ? Si oui, donnez son premier terme et sa raison.

Chaque année la population augmente de 35 habitants donc la suite est arithmétique de premier terme $u_1 = 853$ et de raison $r = 35$.

2. Donnez l'expression de u_n en fonction de n, puis calculez la population de la commune les années 2025 et 2030.

$u_n = u_1 + (n - 1) \times r = 853 + (n - 1) \times 35 = 818 + 35n$.

Pour 2025 : $u_5 = 818 + 5 \times 35 = 993$.

Pour 2030 : $u_{10} = 818 + 10 \times 35 = 1\,168$.

3. Utilisez les fonctionnalités d'un tableur ou votre calculatrice pour calculer le nombre d'habitants de la commune jusqu'en 2050.

TUTO CALCULATRICE
Afficher le tableau de valeurs d'une suite définie par $u_n = f(n)$
foucherconnect.fr/22mc85

4. Relevez le premier rang qui correspond à une population supérieure à 1 300 habitants.

On a $u_{13} = 1\,273$ et $u_{14} = 1\,308$ donc $n = 14$.

5. Répondez à la problématique.

$n = 14$ correspond à l'année 2034. On enlève les 2 années de construction, on obtient l'année 2032.

Le maire devra donc lancer la construction de l'école en 2032.

19 ★ ★ Une entreprise a produit 25 000 jeux la première année de fonctionnement.

Cette production a ensuite augmenté de 650 unités chaque année.

On peut modéliser les productions annuelles par une suite numérique (u_n).

Problématique

Au bout de 5 années va-t-on dépasser les 130 000 jeux produits au total ?

1. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifiez.

Chaque année la production augmente de 650 unités donc la suite est arithmétique de premier terme $u_1 = 25\,000$ et de raison $r = 650$.

2. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.

$u_n = u_1 + (n-1) \times r = 25\,000 + (n-1) \times 650$.

3. Proposez une méthode et répondez à la problématique.

$u_5 = 25\,000 + 4 \times 650 = 27\,600$.

$S_5 = \dfrac{5 \times (u_1 + u_5)}{2} = \dfrac{5 \times (25\,000 + 27\,600)}{2}$

$= 131\,500$ $\quad 131\,500 > 130\,000$.

Donc oui, au bout de 5 années, l'entreprise aura produit au total plus de 130 000 jeux.

20 ★ ★ ★ Eliott a déposé 47 750 € sur le livret A de l'association dont il est le trésorier.

Quand un capital C_0 est placé au taux annuel de t %, le capital C_n disponible sur le compte au bout de n années est donné par la suite numérique de terme général : $C_n = C_0 \times (1+t)^n$ où t est l'écriture décimale du taux. Le taux d'intérêt annuel d'un livret A est égal à 0,5 %.

Problématique

Au bout de 10 années ce placement aura-t-il rapporté 2 500 € à l'association d'Eliott ?

1. Relevez dans l'énoncé les valeurs de C_0 et de t.

$C_0 = 47\,750$ € et $t = 0{,}5$ %.

2. Calculez C_{10} en appliquant la formule donnée ci-dessus pour $n = 10$.

$C_{10} = 47\,750 \times \left(1 + \dfrac{0{,}5}{100}\right)^{10} = 50\,191{,}94$.

3. Répondez à la problématique.

$50\,191{,}94 - 47\,750 = 2\,441{,}94 < 2\,500$.

Donc non, le placement n'aura pas rapporté 2 500 € à l'association gérée par Eliott.

21 ★ ★ ★ Dans le corps humain, une bactérie pathogène peut donner naissance à 4 bactéries au bout d'une heure si les conditions sont favorables à son développement.

On note u_1 le nombre de bactéries pathogènes à 1 h du matin ($u_1 = 1$), u_2 le nombre de nouvelles bactéries à 2 h et ainsi de suite.

Problématique

Si on part d'une seule bactérie pathogène à 1 h, est-ce que le nombre total de bactéries peut dépasser 5 000 000 dans notre corps à midi ?

1. Calculez u_2, u_3 et u_4.

$u_2 = u_1 \times 4 = 1 \times 4 = 4$; $u_3 = u_2 \times 4 = 4 \times 4 = 16$;

$u_4 = u_3 \times 4 = 16 \times 4 = 64$.

2. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifiez.

$u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$ et $u_3 - u_2 = 16 - 4 = 12$.

Toutes les différences ne sont pas égales donc la suite n'est pas arithmétique.

3. Utilisez les fonctionnalités d'un tableur pour calculer le nombre de bactéries au bout de 12 h.

On obtient avec le tableur $u_{12} = 4\,194\,304$.

4. Avec le tableur, calculez le nombre total de bactéries pathogènes présentes dans le corps au bout de 12 h.

On obtient : $S_{12} = 5\,592\,405$.

5. Répondez à la problématique.

$5\,592\,405 > 5\,000\,000$ donc oui, à midi le nombre de bactéries dans le corps dépassera 5 000 000 !

22 ★ ★ ★ On appelle suite de Syracuse une suite d'entiers naturels définie de la manière suivante : on part d'un nombre strictement positif ; s'il est pair on le divise par 2 ; s'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1. Et on répète l'opération.

Par exemple, à partir de 14, on construit la suite de nombres : 14 ; 7 ; 22 ; 11 ; 34 ; 17 ; 52 ; 26 ; …

C'est la suite de Syracuse du nombre 14.

Problématique

Saurez-vous trouver les 8 premiers termes de la suite de Syracuse du nombre 29 ?

$29 \times 3 + 1 = 88$ puis $88 \div 2 = 44$ puis $44 \div 2 = 22$ puis $22 \div 2 = 11$ puis $11 \times 3 + 1 = 34$ puis $34 \div 2 = 17$ puis $17 \times 3 + 1 = 52$.

On obtient : 29 ; 88 ; 44 ; 22 ; 11 ; 34 ; 17 ; 52.

Évaluation

Compétences	S'approprier				Analyser Raisonner				Réaliser				Valider				Communiquer			
Questions	1b – 2c				1a – 2a				1a – 1b – 2a 3 – 5				2b – 2c – 2d – 4				4 – 5			
Niveau d'acquisition	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Situation

Emie doit perdre un peu de poids avant sa compétiton de judo pour rentrer dans la bonne catégorie. Pour cela, elle décide de limiter son apport journalier en calories afin de passer sous la barre des 1 800 kcal par jour (apport qu'elle s'est fixé).

Au bout de quelques jours d'efforts, elle décide de noter sa consommation quotidienne en kilocalories (kcal).

13 juillet	14 juillet	15 juillet	16 juillet	17 juillet
2 054 kcal	2 025 kcal	1 996 kcal	1 967 kcal	1 938 kcal

Problématique

Si elle continue comme cela, à partir de quel jour la consommation quotidienne d'Emie passera-t-elle en dessous de la limite qu'elle s'est fixée ?

On considère que les consommations en kcal constituent une suite numérique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$.

1 **a.** Analyser/Raisonner Réaliser Cette suite est-elle arithmétique ? Justifiez.

2 025 – 2 054 = –29 ; 1 996 – 2 025 = –29 ; 1 967 – 1 996 = –29 et 1 938 – 1 967 = –29.

Toutes les différences sont égales donc la suite est arithmétique.

b. S'approprier Réaliser Donnez la raison de cette suite.

2 025 – 2 054 = –29 donc la suite est arithmétique de raison $r = -29$.

2 Le premier jour de son régime, Emie a consommé 2 199 kcal.

a. Analyser/Raisonner Réaliser Proposez une méthode pour déterminer la date du premier jour du régime d'Emie, puis mettez en œuvre cette méthode.

On va calculer la différence entre la première valeur et celle du 13 juillet, puis diviser par la raison.

2 054 – 2 199 = –145 et –145 ÷ (–29) = 5 donc il faut revenir 5 jours en arrière.

La date du 1er jour de régime est le 8 juillet.

b. Valider On note $u_0 = 2\,199$. À quel rang correspond la valeur 2 054 de u_n ?

Si le rang $n = 0$ correspond au 8 juillet, alors le 13 juillet correspond à $n = 5$. On a donc $u_5 = 2\,054$.

c. S'approprier Valider Donnez l'expression de u_n en fonction de n.

$u_n = u_0 + n \times r = 2\,199 + n \times (-29)$.

d. Valider Donnez le sens de variation de la suite (u_n). Justifiez.

On a $r = -29 < 0$ donc la suite arithmétique (u_n) est décroissante.

3 Réaliser À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, calculez les valeurs de u_n pour n variant de 0 à 20.

Appelez le professeur pour lui présenter l'écran de votre calculatrice ou du tableur.

On obtient, entre autres… $u_{12} = 1\,851$; $u_{13} = 1\,822$; $u_{14} = 1\,793$; $u_{15} = 1\,764$ et $u_{20} = 1\,619$.

4 Valider Communiquer Répondre à la problématique.

$n = 14$ correspond au 22 juillet donc Emie sera en-dessous de 1 800 kcal à partir du 22 juillet.

5 Réaliser Communiquer Calculez la somme des kilocalories consommées par Emie depuis le 1er jour de son régime.

$S = \dfrac{15 \times (u_0 + u_{14})}{2} = \dfrac{15 \times (2\,199 + 1\,793)}{2} = 29\,940$ donc le 22 juillet Emie a consommé 29 940 kcal depuis le début de son régime.

Résolution graphique d'équations et d'inéquations

4

Capacités	Activités
• Résoudre graphiquement, ou à l'aide d'un outil numérique, des équations de la forme $f(x) = g(x)$ où f et g sont des fonctions.	Activité 1
• Résoudre graphiquement, ou à l'aide d'un outil numérique, des inéquations de la forme $f(x) \geqslant g(x)$ où f et g sont des fonctions.	Activité 2

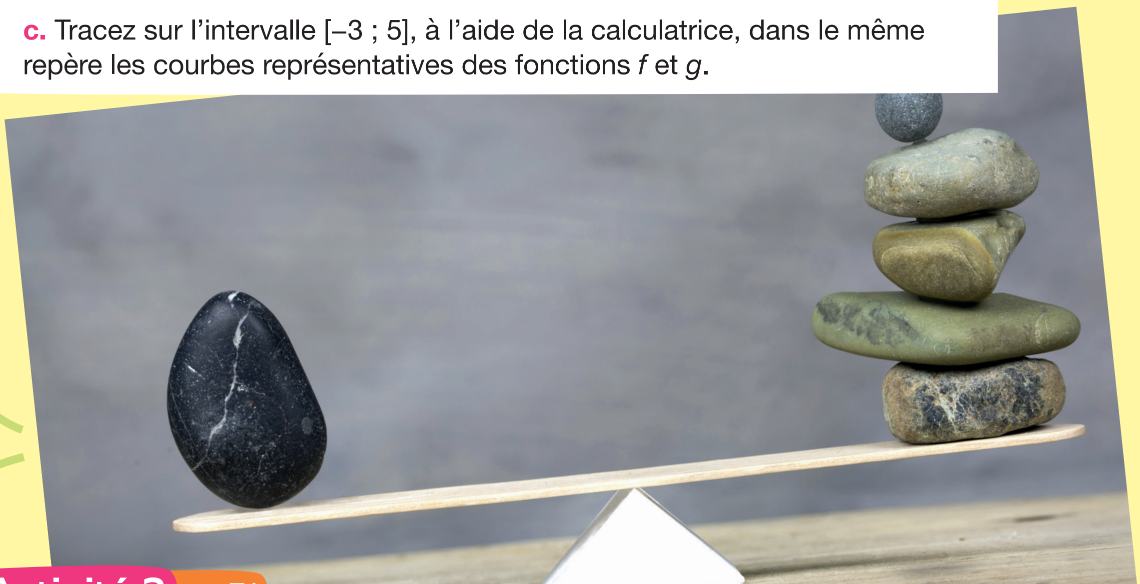
Je m'échauffe !

Activité 1 p. 50

a. Calculez $f(-1)$ sachant que $f(x) = -2x^2 + 3$. $f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 3 = 1.$

b. Calculez $g(3)$ sachant que $g(x) = 2x - 5$. $g(3) = 2 \times 3 - 5 = 1.$

c. Tracez sur l'intervalle $[-3 ; 5]$, à l'aide de la calculatrice, dans le même repère les courbes représentatives des fonctions f et g.



Activité 2 p. 51

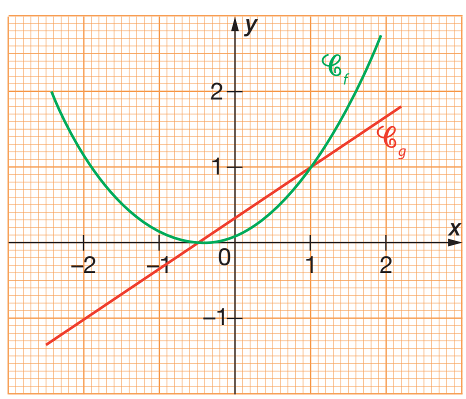
a. Complétez les phrases suivantes par un intervalle.

Si $x < 7$, alors x appartient à l'intervalle $]-\infty ; 7[$

Si $x \geqslant -2$, alors x appartient à l'intervalle $[-2 ; +\infty[$

Si $3 < t \leqslant 6$, alors t appartient à l'intervalle $]3 ; 6]$

b. Voici les courbes représentatives des fonctions f et g. Parmi les propositions suivantes, cochez celles qui sont vraies.



- [x] $f(1) = g(1)$
- [ ] $f(1) > g(1)$
- [x] $f(-2) \geqslant g(-2)$
- [x] $f(-0{,}5) = g(-0{,}5)$
- [x] $f(1{,}5) > g(1{,}5)$
- [x] $f(1{,}1) \geqslant g(1{,}1)$
- [ ] $f(1) < g(1)$
- [ ] $f(-1) \leqslant g(-1)$

Activité 1 Résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$

SITUATION . Des disques à bonne distance

Le skeet est une discipline olympique qui consiste à tirer au fusil à canon sur des disques d'argile projetés en l'air par une machine.
Il y a impact lorsque le disque est percuté par la balle.

Lucie Anastassiou, membre de l'équipe de France, s'entraîne au skeet et la machine est réglée pour envoyer des disques décrivant une trajectoire bien définie et constante.

Les fonctions f et g définies sur l'intervalle [0 ; 80] modélisent respectivement les hauteurs en mètres du disque et de la balle lors du tir.

Elles sont définies par :

$$f(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}91x - 5 \text{ et } g(x) = 0{,}34x + 1{,}8$$

où x représente la distance horizontale en mètres entre Lucie et le disque ou la balle.

On se place dans le cas où il y a un impact.

Problématique

Pour valider un impact, celui-ci doit avoir lieu avant que le disque ne franchisse une distance de 55 m et la hauteur du disque d'argile doit être comprise entre 3 et 3,5 m à 10 m de distance horizontale de Lucie. L'impact sera-t-il validé ?

1 S'approprier Pourquoi peut-on affirmer que la fonction g est une fonction affine ?

Par définition car l'expression de la fonction g est de la forme $ax + b$.

2 Réaliser Calculez $f(10)$.

$f(10) = -0{,}01 \times 10^2 + 0{,}91 \times 10 - 5 = 3{,}1$.

3 Valider Communiquer Interprétez ces valeurs sous la forme d'une phrase par rapport à la situation étudiée.

À 10 mètres de Lucie, le disque se trouve à une hauteur de 3,1 mètres.

4 Analyser/Raisonner Quelle équation faut-il résoudre pour déterminer la distance horizontale entre Lucie et l'impact ? $f(x) = g(x)$

5 Réaliser Tracez dans le même repère les courbes représentatives des fonctions f et g.

Réglage de la fenêtre d'affichage :
Xmin = 0 ; Xmax = 80 ;
Ymin = 0 ; Ymax = 50.

TUTO CALCULATRICE
Tracer et exploiter des représentations graphiques de fonctions
foucherconnect.fr/22mc87

TUTO LOGICIEL
Tracer et exploiter des représentations graphiques de fonctions
foucherconnect.fr/22mc88

6 Réaliser Déterminez, arrondie au dixième, l'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g sur l'intervalle [0 ; 80].

Il y a intersection pour $x = 17$ et pour $x = 40$.

7 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'impact est validé car d'après la réponse à la question 6, il a lieu avant les 55 m et d'après la réponse à la question 3, le disque se trouve à une hauteur de 3,1 m à 10 m de Lucie.

Activité 2 Résoudre graphiquement une inéquation de la forme $f(x) \geqslant g(x)$

SITUATION . D'une entreprise à l'autre !

L'entreprise Prop'plus est spécialisée dans le nettoyage de locaux techniques.

Elle a deux prestations principales dont les coûts de fonctionnement dépendent du nombre de mètres carrés à nettoyer.

Le coût de fonctionnement, en euros, de chaque prestation est représenté sur le graphique ci-après en fonction du nombre x de mètres carrés à nettoyer.

La courbe $\mathscr{C}_1$ correspond au coût de fonctionnement de la prestation P_1 et la courbe $\mathscr{C}_2$ correspond au coût de fonctionnement de la prestation P_2.

Soit f la fonction définie sur [0 ; 500] par :

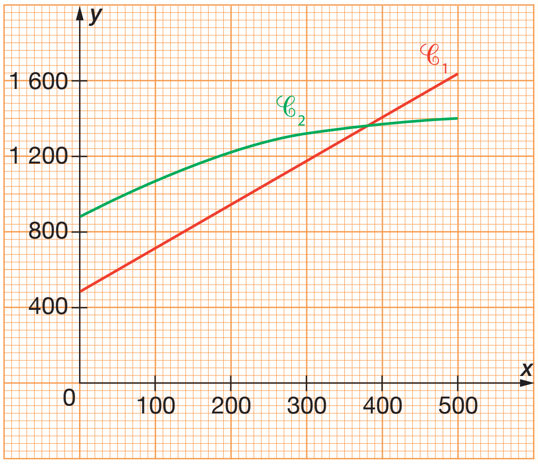
$$f(x) = 2{,}25x + 500.$$

Elle est représentée par la courbe $\mathscr{C}_1$.

Soit g la fonction définie sur [0 ; 500] par :

$$g(x) = -0{,}002x^2 + 2x + 900.$$

Elle est représentée par la courbe $\mathscr{C}_2$.



Problématique

Pour limiter ses coûts de fonctionnement, à partir de quelle surface Prop'plus doit-elle favoriser une prestation plutôt que l'autre ?

1 Réaliser Calculez $f(300)$ et $g(300)$.

$f(300) = 1\ 175$ et $g(300) = 1\ 320$.

2 S'approprier Déterminez si le point de $\mathscr{C}_1$ d'abscisse 300 est au-dessus ou en dessous du point de $\mathscr{C}_2$ d'abscisse 300.

Il est en dessous.

3 S'approprier Communiquer Interprétez la réponse à la question **2** sous la forme d'une phrase par rapport à la situation étudiée.

Pour une surface de 300 m^2, le coût de la prestation P_1 est inférieur à celui de P_2.

4 Analyser/Raisonner Quelle inéquation faut-il résoudre afin de déterminer pour quelles surfaces la prestation P_1 a un coût de fonctionnement moins élevé que celui de la prestation P_2 ?

☐ $f(x) > g(x)$ ☐ $f(x) = g(x)$ ☑ $f(x) < g(x)$

5 Réaliser Déterminez l'abscisse du point d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g sur l'intervalle [0 ; 500].

Il y a intersection pour $x = 390$ (389 à partir de la calculatrice).

6 Réaliser Déterminez les abscisses des points de $\mathscr{C}_1$ situés en-dessous de $\mathscr{C}_2$. Donnez le résultat sous la forme d'un intervalle.

Elles se trouvent sur l'intervalle [0 ; 390] (ou [0 ; 389]).

7 Communiquer Répondez à la problématique.

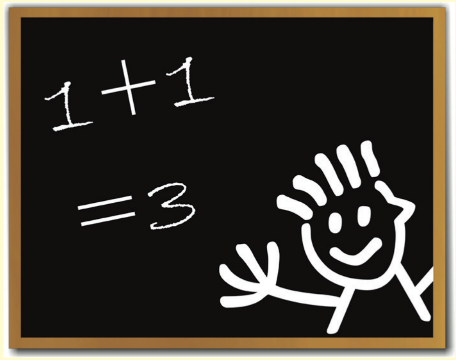
En dessous de 390 m^2, Prop'plus doit favoriser la prestation P_1.

Activité **Algo Pro**

Résoudre une équation $f(x) = g(x)$ par balayage

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc89

SITUATION . Un test pour réfléchir ?



Lors d'un test psychotechnique, il est demandé de répondre à la question suivante en cochant la ou les bonnes réponses :
« Pour les nombres compris entre –5 et 5, combien y a-t-il de nombres réels dont le cube est égal au triple ?

☐ 0 ☐ 3 ☐ 5 »

Caroline et Hugo échangent à l'issue du test.

Hugo prétend que seule la réponse « 0 » répond à la condition ; quant à Caroline, elle a juste coché la réponse « 5 ».

Problématique

Qui de Hugo ou de Caroline a raison ?

Soit f la fonction définie sur [–5 ; 5] par $f(x) = x^3$ et soit g la fonction définie sur [–5 ; 5] par $g(x) = 3x$.

1 Quelle équation faut-il résoudre pour répondre à la problématique ?

$f(x) = g(x)$

2 Déterminez, arrondie au millième, les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g sur l'intervalle [–5 ; 5].

Il y a intersection pour les valeurs de x suivantes : –1,732 ; 0 ; 1,732.

LANGAGE PYTHON python

On dispose d'un programme permettant de déterminer par balayage (la variable x va « balayer » de façon régulière selon le pas l'intervalle de définition donné) un encadrement d'une solution de l'équation $f(x) = g(x)$ lorsqu'on sait qu'elle existe dans un intervalle donné.

3 Ouvrez le fichier « **C04_52_equation_balayage.py** ».

Testez le programme avec les fonctions f et g pour déterminer un encadrement au millième de la solution donnée par le programme de l'équation $f(x) = g(x)$ compris entre –5 et 5.

[–1,733 ; –1,732]

4 La fonction balayage ne permet d'obtenir, si elle existe, qu'un encadrement par intervalle d'étude.

À l'aide de la question **2**, modifiez les intervalles d'étude dans le programme afin d'obtenir les trois encadrements des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

[–1,733 ; –1,732] ; [0 ; 0,001] ; [1,732 ; 1,733]

5 Répondez à la problématique.

Ni Hugo, ni Caroline n'ont raison, car il y a trois solutions sur l'intervalle [–5 ; 5].

LEXIQUE python

Instruction	Signification
`resolution_egalite_par_balayage(f,g,xDebut,xFin,pas)`	Fonction qui permet de résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle [xDebut ; xFin] avec la précision du pas.

L'essentiel

Équation de la forme $f(x) = g(x)$

- Résoudre une **équation de la forme $f(x) = g(x)$** où f et g sont des fonctions, c'est trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles les valeurs de f et de g sont égales.
- Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g.

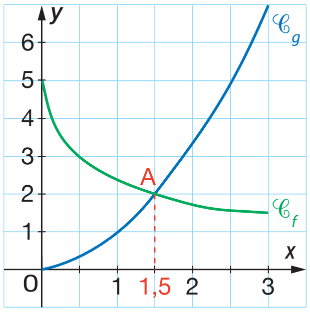
On note l'ensemble des solutions entre accolades, les valeurs étant séparées par des points-virgules.

Vocabulaire Ensembles ▸ p. 115

Exemple

Dans le repère ci-contre sont tracées les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle [0 ; 3] par :

$$f(x) = 1 + \frac{2}{x + 0{,}5} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{8}{9}x^2.$$



A est le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
La solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est l'abscisse du point A, soit le nombre 1,5.
L'ensemble des solutions est noté {1,5}.
On peut vérifier que $f(1{,}5) = g(1{,}5) = 2$.

- La plupart des outils numériques qui permettent de tracer les courbes représentatives possèdent également un outil intersection pour obtenir les abscisses des points d'intersection.

Inéquation de la forme $f(x) \leqslant g(x)$

- Résoudre une **inéquation de la forme $f(x) \leqslant g(x)$** où f et g sont des fonctions, c'est trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles on obtient une inégalité vraie.
- Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés en dessous de $\mathscr{C}_g$.

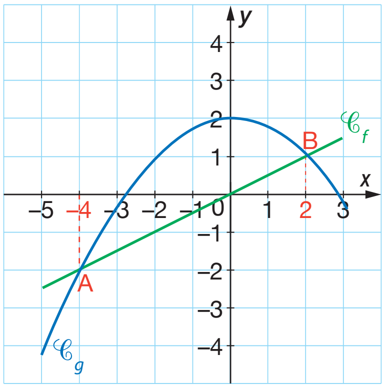
L'ensemble des solutions peut être un intervalle ou la réunion de plusieurs intervalles.

Vocabulaire Ensembles ▸ p. 115

Exemple

Dans le repère ci-contre sont tracées les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle [–5 ; 3] par :

$$f(x) = 0{,}5x \quad \text{et} \quad g(x) = -0{,}25x^2 + 2.$$



A et B sont les points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés au-dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$.
Ce sont donc les abscisses comprises entre –5 et x_A et entre x_B et 3, avec les abscisses x_A et x_B exclues. Soit l'ensemble [–5 ; –4[∪]2 ; 3].

Savoir-faire

Déterminer graphiquement les solutions d'une inéquation de la forme $f(x) > g(x)$

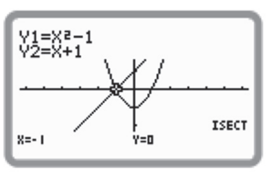
TUTO CALCULATRICE
Tracer et exploiter des représentations graphiques de fonctions
foucherconnect.fr/22mc87

Soit deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$ telles que $f(x) = x^2 - 1$ et $g(x) = x + 1$.
On souhaite vérifier que l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ est $[-2\ ;\ -1[$.

Pour tracer dans le même repère les courbes représentatives des fonctions f et g sur l'intervalle d'étude

Casio	NumWorks	TI
Choisir le menu GRAPH EXE • Saisir l'expression de $f(x)$: X,θ,T x^2 – 1 EXE et saisir l'expression de $g(x)$: X,θ,T + 1 EXE • Cliquer sur F6 pour tracer les courbes.	Choisir le menu Fonctions • Saisir l'expression de $f(x)$: x,n,t x^2 – 1 OK Puis Ajouter une fonction OK et saisir l'expression de $g(x)$: x,n,t + 1 OK • Tracer le graphique OK	• Cliquer sur f(x) • Saisir l'expression de $f(x)$: X,T,θ,n x^2 – 1 entrer Saisir l'expression de $g(x)$: X,T,θ,n + 1 entrer • Cliquer sur graphe pour tracer les courbes.

Pour lire les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle d'étude en utilisant les fonctions « intersection de courbes »

Casio	NumWorks	TI
• F1 SHIFT F5 F5 donne la première solution, ► fait apparaitre la deuxième solution. 	• Sur l'écran graphique, appuyer sur OK. Choisir le menu Calculer OK puis Intersection OK • Pour passer d'un point à l'autre, utiliser ◁ ▷.	• Cliquer sur trace 2nde 5 entrer (3 fois) • Recommencer pour la 2e solution.

• Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent en deux points d'abscisses –1 et 2.

Déterminer l'ensemble des abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés au-dessus de $\mathscr{C}_g$

(Au-dessus pour les symboles > ou ⩾ et en dessous pour les symboles < ou ⩽.)
Les points de la courbe $\mathscr{C}_f$ sont au-dessus des points de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour les abscisses comprises entre –2 et –1.

Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$

(Pour les symboles > ou <, on enlève les abscisses des points d'intersection.)
Le symbole est « > ». Donc, on enlève –1 de l'ensemble des solutions.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ est $[-2\ ;\ -1[$.

Voir exercices 5 et 6

Pour résoudre l'équation $f(x) = g(x)$, on applique la méthode jusqu'à l'obtention des abscisses des points d'intersection. Pour l'exemple, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont –1 et 2.

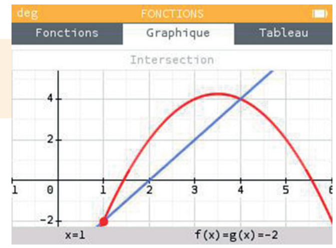
Voir exercices 1, 2 et 3

J'utilise le vocabulaire approprié

1 À l'aide de la calculatrice, on a représenté graphiquement deux fonctions *f* (courbe rouge, notée $\mathscr{C}_f$) et *g* (courbe bleue, notée $\mathscr{C}_g$), puis on a obtenu l'écran ci-contre.

Complétez le texte avec les propositions suivantes.

f(*x*) > *g*(*x*) ● *abscisses* ● *points d'intersection* ● *f*(*x*) = *g*(*x*) ● *inéquation* ● $\mathscr{C}_f$ ● $\mathscr{C}_g$ ● *1 et 4* ● *équation* ● *]1 ; 4 [*

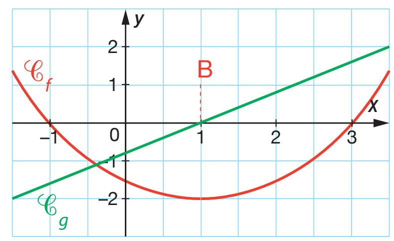


a. Les solutions de l' équation *f*(*x*) = *g*(*x*) sont les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
Soit ici 1 et 4.

b. Les solutions de l' inéquation *f*(*x*) > *g*(*x*) sont les abscisses comprises entre 1 et 4 (exclues). Soit ici]1 ; 4[.

Je revois des points importants

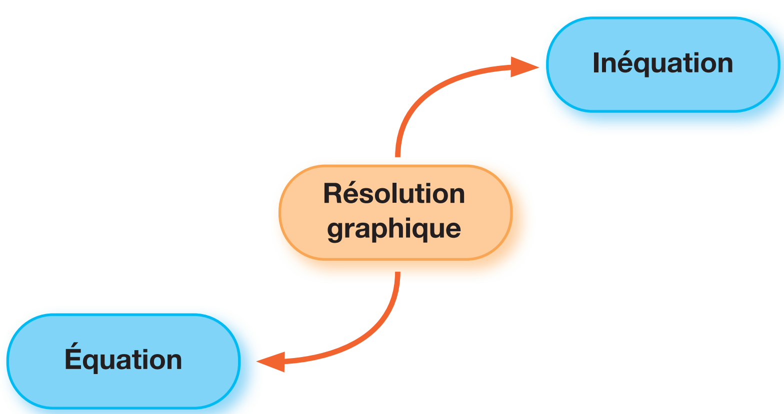
2 Pour chacun des énoncés suivants, **cochez** la ou les réponses correctes.
Les fonctions *f* et *g* sont définies sur l'intervalle [–1,5 ; 3,5]. Voici ci-contre leur courbe représentative, respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



a. Les solutions de l'équation *f*(*x*) = 0 sont : ☐ –1 ; 1 et 3 ☑ –1 et 3 ☐ 1 et 3
b. L'équation *f*(*x*) = *g*(*x*) a : ☐ 3 solutions ☐ 2 solutions ☑ 1 solution
c. Sur l'intervalle [0 ; 1], on a : ☐ *f*(*x*) > 0 ☐ *g*(*x*) > 0 ☑ *g*(*x*) > *f*(*x*)
d. Sur l'intervalle [1 ; 3], on a : ☑ *f*(*x*) ⩽ 0 ☑ *g*(*x*) ⩾ 0 ☑ *g*(*x*) ⩾ *f*(*x*)
e. Le nombre 1 est solution de l'équation : ☐ *g*(*x*) = 1 ☑ *g*(*x*) = 0 ☐ *f*(*x*) = *g*(*x*)

Je mémorise

3 **Réalisez** une carte mentale qui indique la méthode pour la résolution graphique d'équations ou d'inéquations. > Je fais le point **page 53**



Exercices

AUTOMATISMES

Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.
Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 (2')

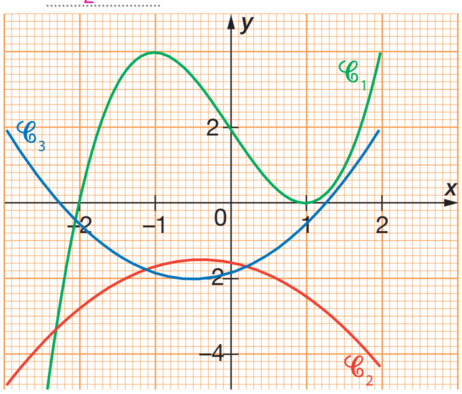
☐ **A21** Factorisez l'expression $x^2 - 81$.

$x^2 - 81 =$ $(x - 9)(x + 9)$

☐ **A9** On donne le tableau de variations d'une fonction définie sur [–3 ; 2].

x	–3		–0,4		2
Variations de f	–5	↗	–1,4	↘	–4,3

Parmi les représentations graphiques suivantes, indiquez celle qui correspond à ce tableau de variations : $\mathscr{C}_2$



☐ **A18** Identifiez les solides usuels principaux qui composent cette image.

Une demi-boule ; un cône.

Rituel 2 (2')

☐ **A16** On place 10 000 € sur un compte épargne pendant 9 mois au taux annuel de 3 %.

a. Calculez l'intérêt produit par ce placement.

Intérêt = $10\,000 \times \dfrac{0{,}03}{12} \times 9 = 225$ €.

b. Calculez la valeur acquise en fin de placement.

Valeur acquise = 10 000 + 225 = 10 225 €.

☐ **A20** Un pavé droit a pour longueur 8,4 m, pour largeur 5 m et pour hauteur 1 m.
Calculez son volume.

Volume du pavé droit : 42 m^2

☐ **A5** Dans une classe de 20 élèves, on obtient la série statistique suivante :

Notes	3	5	10	15	17
Effectifs	1	4	8	6	1

Quels sont la moyenne, le minimum et le premier quartile de cette série ?

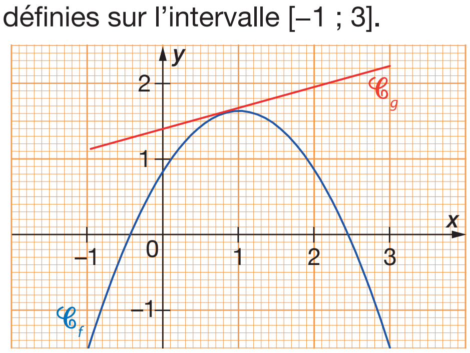
$\overline{x}$ = 10,5 ;

Min = 3 ;

Q_1 = 5 .

Résolution graphique d'une équation de la forme $f(x) = g(x)$

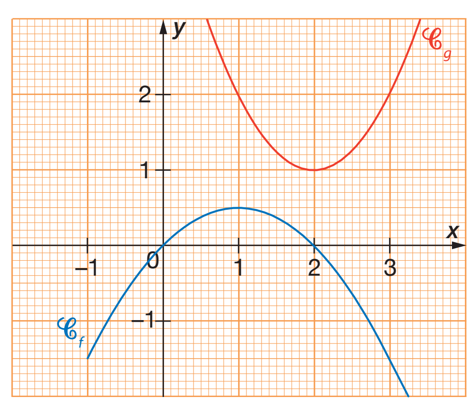
1 ★ Voici les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle [–1 ; 3].



Résolvez l'équation $f(x) = g(x)$.

$f(x) = g(x)$ pour $x = 0{,}8$.

2 ★ Voici les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle [–1 ; 3,5].



Résolvez l'équation $f(x) = g(x)$.

Il n'y a pas de solution. S = ∅

3 ★★ Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle [0,6 ; 4] par :

$$f(x) = \sqrt{x - 0{,}5} \text{ et } g(x) = x^3 - x^2 + 0{,}25.$$

Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ à l'aide d'un outil numérique ; arrondissez au millième. $f(x) = g(x)$ pour $x = 1{,}365$ et $x = 0{,}515$.

4 ★★ Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle]–2 ; 3] par :

$$f(x) = \frac{1}{x+2} \text{ et } g(x) = x^2 - x - 1{,}25.$$

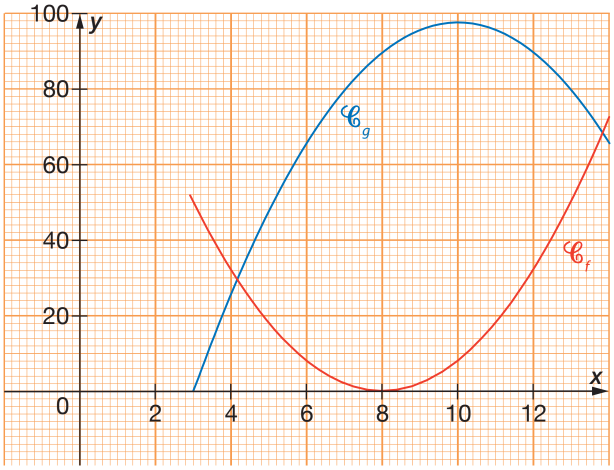
Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ à l'aide d'un outil numérique.

Les solutions arrondies au centième sont :

–1,70 ; –1,13 ; 1,83.

Résolution graphique d'une inéquation de la forme $f(x) \geqslant g(x)$

5 ★ Voici les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle [3 ; 14].



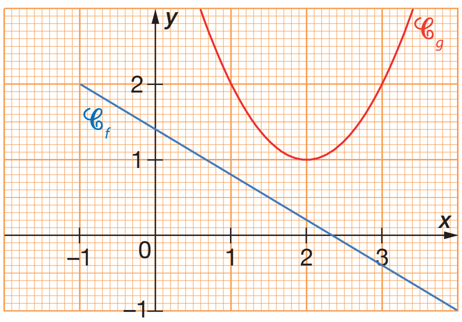
a. Résolvez l'inéquation $f(x) > g(x)$.

S = [3 ; 4,2[∪]13,8 ; 14]

b. Résolvez l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

S = [4,2 ; 13,8]

6 ★★ Voici les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle [–1 ; 4].



a. Résolvez l'inéquation $f(x) < g(x)$. S = [–1 ; 4]

b. Résolvez l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$. S = ∅

7 ★★ Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle [–2 ; 3] par :

$$f(x) = 2x^2 - 26x + 102 \text{ et } g(x) = -3x^2 + 42x - 75.$$

Résolvez graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$ à l'aide d'un outil numérique.

S = [–2 ; 3]

8 ★★ Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle [–3 ; –0,25] par :

$$f(x) = -\frac{1}{x} + 2 \text{ et } g(x) = 0{,}5x^2.$$

Résolvez graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$ à l'aide d'un outil numérique ; arrondissez au centième.

S =]–2,21 ; –0,25]

9 ★★ Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle [–1 ; 4] par :

$$f(x) = x^3 - 3x \text{ et } g(x) = 2x - 1.$$

Résolvez graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ à l'aide d'un outil numérique ; arrondissez au dixième.

S = [–1 ; 0,2[∪]2,1 ; 4]

10 ★★ Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle [–1 ; 4] par :

$$f(x) = x^3 - 3x \text{ et } g(x) = \sqrt{x+1}.$$

Résolvez graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ à l'aide d'un outil numérique ; arrondissez au centième. S = [–0,29 ; 1,97]

11 ★★ Ensembles ▸ p. 115 Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle [–2 ; 2] par :

$$f(x) = x^3 \text{ et } g(x) = 3x.$$

a. Représentez graphiquement à l'aide d'un outil numérique les fonctions f et g.

b. Donnez l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ parmi les propositions ci-dessous.

S = [–1,732 ; 0[∪]1,732 ; 2]

c. Donnez l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ parmi les propositions ci-dessous.

S = [–2 ; –1,732] ∪ [0 ; 1,732]

Propositions :

- {–1,732 ; 0}
- {–1,732 ; 0 ; 1,732}
-]–1,732 ; 0[
-]–1,732 ; 0[∪]1,732 ; 2]
-]–1,732 ; 0[∪ [0 ; 1,732]
- [–2 ; –1,732] ∪ [0 ; 1,732]
-]–1,732 ; 0[∪]0 ; 1,732[
- {0 ; 1,732 }
- [–1,732 ; 1,732]
-]0 ; 1,732 [

Problèmes

12 python foucherconnect.fr/22mc90

Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-1 ; 7]$ par :

$f(x) = -0{,}6x + 8$ et $g(x) = -0{,}25x^2 + 2{,}475x - 0{,}625$.

1. Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ à l'aide d'un outil numérique.

Arrondissez au millième la solution.

Sur $[-1 ; 7]$, $f(x) = g(x)$ pour $x = 4{,}327$.

2. Ouvrez le fichier « **C04_58_Probleme12.py** » et observez le script associé. Quel est le but du programme ?

Le programme permet de résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ avec une précision donnée.

3. Expliquez oralement ce que réalise ce programme entre les lignes suivantes.

```
if f(u)<g(u):
  while f(u)<g(u):
    u=round(u+0.01,1)
else:
  while f(u)>g(u):
    u=round(u+0.01,1)

if f(u)==g(u):
  print("La solution de l'équation f(x) = g(x) est : ",u)
else:
  print("La solution de l'équation f(x) = g(x) est comprise entre ",u-0.01, « et «,u,».»)
```

Il réalise une boucle de comparaison des ordonnées de f et de g pour une même abscisse avec un pas d'avancement de 0,01.

4. Exécutez le programme. Le résultat obtenu est-il cohérent avec la réponse donnée à la question **2** ?

Oui, avec un arrondi au centième.

5. Modifiez, puis testez le programme afin d'obtenir un encadrement à 0,001 près de la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[-1 ; 7]$.

On obtient l'encadrement : $4{,}327 \leqslant x \leqslant 4{,}328$.

13

À l'approche des différentes fêtes printanières, les fonctions d'offre f et de demande g de lots de fleurs sont données par :

$f(q) = -0{,}01q^2 + 9$ et $g(q) = 0{,}25q + 1$,

où q est la quantité de lots de fleurs (en milliers de lots) et $f(q)$ et $g(q)$ le prix unitaire du marché d'un millier de lots (en €).

1. Représentez graphiquement, à l'aide d'un outil numérique, les fonctions f et g pour q compris entre 0 et 30.

2. Déterminez graphiquement, les coordonnées du point d'intersection de ces deux courbes ; arrondissez au millième.

I(18,423 ; 5,606)

3. Vérifiez par le calcul le résultat obtenu en **2**.

$f(18{,}423) \approx 5{,}606$ et $g(18{,}423) \approx 5{,}606$.

On a bien $f(18{,}423)$ pratiquement égal à $g(18{,}423)$.

4. On dit que le marché offre-demande est à l'équilibre lorsque la quantité offerte par une entreprise est égale à la quantité demandée par les consommateurs.

Déduisez-en la quantité d'équilibre du marché (arrondie à 100 lots près) et le prix d'équilibre d'un millier de lots (arrondi à 0,10 € près).

La quantité d'équilibre est 18 400 lots pour un prix d'équilibre de 5,6 €.

5. Déduisez-en pour quelle quantité l'offre est supérieure à la demande.

L'offre est supérieure à la demande pour une quantité inférieure à 18 400 lots.

14 Caroline et Hugo échangent sur les nombres et se demandent s'il existe des nombres positifs dont le carré est plus petit que ce nombre. Pour Caroline, c'est oui mais c'est non pour Hugo.

Soit f la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par $f(x) = x^2$ et soit g la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par $g(x) = x$.

Problématique

Qui de Hugo ou de Caroline a raison ?

C'est Caroline qui a raison pour $x \in [0 ; 1]$.

Graphiquement on a $\mathscr{C}_f$ en dessous de $\mathscr{C}_g$ pour les abscisses comprises entre 0 et 1.

15 ★★ Le service maintenance d'une entreprise cherche à améliorer la rapidité de ses interventions. Pour cela, il compare le coût d'arrêt de la production avec le coût des opérations de maintenance préventive en fonction du nombre d'heures x d'intervention.

On modélise, sur l'intervalle [0,5 ; 12], le coût des opérations de maintenance par la fonction f et le coût d'arrêt de la production par la fonction g :

$$f(x) = 180x + 95 \text{ et } g(x) = \frac{2\,250}{x}$$

avec $f(x)$ et $g(x)$ en euros.

Problématique

Pour quelle durée de maintenance le coût de maintenance préventive est-il inférieur au coût d'arrêt ?

1. Représentez graphiquement, à l'aide d'un outil numérique, les fonctions f et g pour x compris entre 0,5 et 12.

2. Déterminez graphiquement, les coordonnées du point d'intersection de ces deux courbes ; arrondissez au dix millième.

I(3,281 5 ; 686)

3. Répondez à la problématique.

Pour toute durée inférieure à 3,281 5 h, soit environ 3 h 17 min, le coût de maintenance est inférieur au coût d'arrêt.

16 ★★★ Un entrepreneur étudie les modalités d'expédition de ses marchandises en fonction de la rapidité et de la distance. Pour cela, il regarde le coût des deux offres principales de la société de transport avec qui il travaille habituellement pour des distances inférieures à 120 km.

Soit x le nombre de km parcourus.

Offre standard

Modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [10 ; 120] telle que :

- pour $x \in [10 ; 50]$, $f(x) = 100 + 0{,}3x$;
- pour $x \in [50 ; 120]$, $f(x) = 80 + 0{,}7x$.

Offre prioritaire (plus rapide)

Modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle [10 ; 120] telle que : $g(x) = 0{,}006x^2 + 90$.

Problématique

Pour quelle distance l'offre prioritaire est-elle moins coûteuse que l'offre standard ?

1. Représentez graphiquement, à l'aide d'un outil numérique, les fonctions f et g pour x compris entre 10 et 120.

2. Expliquez votre démarche pour répondre à la problématique.

On cherche graphiquement les valeurs des abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_g$ en dessous de la courbe $\mathscr{C}_f$.

3. Répondez à la problématique

L'offre prioritaire est moins coûteuse pour les distances comprises entre 10 et 100 km.

17 ★★★ python foucherconnect.fr/22mc91

Une usine automobile a une capacité de production de 100 voitures par jour.

Pour un nombre entier x de voitures produites et vendues par jour, on modélise :

- le chiffre d'affaires de l'usine (en milliers d'euros) par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 100] par $f(x) = 8x$;
- le coût de production (en milliers d'euros) par la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 100] par $g(x) = 0{,}001x^3 - 0{,}07x^2 + 4{,}64x + 186$.

1. Résolvez graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$; arrondissez au dixième.

S =]40,9 ; 83,6[.

2. Déduisez-en pour quels nombres de voitures produites et vendues par jour, l'usine réalisera un bénéfice.

Elle réalisera un bénéfice pour un nombre de voiture produites et vendues compris entre 41 et 83.

3. Ouvrez le fichier « **C04_59_Voitures.py** ». Complétez les pointillés du script pour que son exécution détermine et affiche l'ensemble des solutions entières de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sur l'intervalle [0 ; 100].

Évaluation

Compétences	S'approprier				Analyser Raisonner				Réaliser				Valider				Communiquer			
Questions	2				4				1 – 5 – 6				3 – 7				2 – 7			
Niveau d'acquisition	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Situation

Une entreprise d'aide à l'insertion par le travail est spécialisée dans la fabrication d'objets artisanaux. La production journalière de l'entreprise varie de 10 à 90 objets.

L'entreprise reçoit une allocation de 60 € par jour à laquelle s'ajoute une subvention de 0,25 € par objet fabriqué.

On note x le nombre d'objets fabriqués par jour. On modélise la recette quotidienne, en euros, et les charges quotidiennes de fabrication, en euros, respectivement par les fonctions f et g définies sur l'intervalle [10 ; 90] par :

$$f(x) = 0{,}25x + 60 \quad \text{et} \quad g(x) = x + \frac{900}{x}.$$

Problématique

Combien d'objets l'entreprise doit-elle fabriquer par jour pour être bénéficiaire ?

1 Réaliser Calculez $f(45)$ et $g(45)$.

$f(45) = 0{,}25 \times 45 + 60 = 71{,}25$

et $g(45) = 45 + \dfrac{900}{45} = 65.$

2 S'approprier Communiquer Interprétez ces valeurs sous la forme d'une phrase par rapport à la situation étudiée.

Pour 45 objets confectionnés, l'entreprise perçoit 71,25 € mais a des charges de 65 €.

3 Valider Déterminez si l'entreprise réalise un bénéfice en fabriquant 45 objets par jour.

Oui, elle réalise un bénéfice car $f(45) > g(45)$ (ou car $71{,}25 > 65$).

4 Analyser/Raisonner Quelle inéquation faut-il résoudre pour répondre à la problématique ?

Il faut résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$.

5 Réaliser Tracez dans le même repère les courbes représentatives des fonctions f et g.

Réglage de la fenêtre d'affichage :
Xmin = 0 ; Xmax = 90 ;
Ymin = 0 ; Ymax = 100.

6 Réaliser Résolvez graphiquement sur l'intervalle [10 ; 90] l'inéquation de la question **4**.

S =]20 ; 60[.

7 Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Pour être bénéficiaire, l'entreprise doit fabriquer entre 20 et 60 objets par jour.
Graphiquement on a $\mathscr{C}_f$ au-dessus de $\mathscr{C}_g$ pour les abscisses comprises entre 20 et 60. Ce qui correspond à une recette supérieure aux charges.

Fonctions polynômes de degré 2

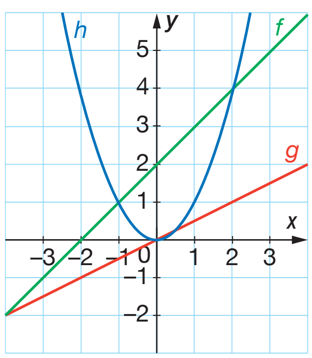
5

Capacités	Activités
• Visualiser, à partir de la représentation graphique d'une fonction polynôme f de degré 2, le nombre possible de solutions de l'équation $f(x) = 0$. • Donner l'allure de la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 donnée sous forme factorisée. • Associer une parabole à une expression algébrique de degré 2 donnée.	Activité 1
• Tester si un nombre réel est racine d'un polynôme de degré 2. • Factoriser un polynôme de degré 2 donné dont les racines réelles sont connues. • Déterminer les racines d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée. • Déterminer la deuxième solution d'une équation du second degré possédant deux solutions dont une solution est connue.	Activité 2
• Déterminer le signe d'un polynôme de degré 2 donné sous forme factorisée.	Activité 3

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 62

Pour chacune des fonctions qui sont représentées ci-contre, indiquez s'il s'agit d'une fonction linéaire, affine, ou carré.



• Fonction f : fonction affine

• Fonction g : fonction linéaire

• Fonction h : fonction carré

Activité 2 p. 63

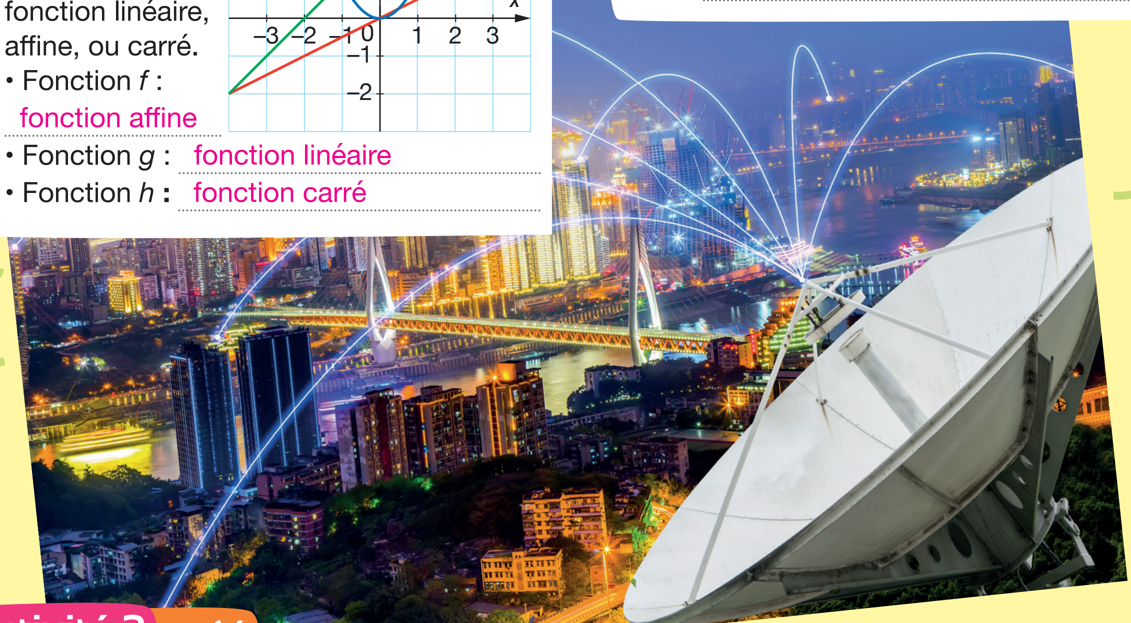
Factorisez les expressions suivantes en utilisant un facteur commun :

A = $5(x + 1) + 2x(x + 1)$

A = $(x + 1)(5 + 2x)$

B = $(3x + 4)(x - 2) + (x - 2)^2$

B = $(x - 2)(3x + 4 + x - 2) = (x - 2)(4x + 2)$



Activité 3 p. 64

Résolvez les équations et inéquations suivantes :

a. $2x + 3 = 10$; $2x = 7$; $x = 3{,}5$.

b. $-4x - 20 \leqslant 0$; $-4x \leqslant 20$; $x \geqslant -5$.

c. $0{,}5x + 2 = 250$; $0{,}5x = 248$; $x = 496$.

Activité 1 Représenter une fonction polynôme de degré 2

SITUATION . À l'écoute de son entreprise

L'entreprise Airbuds fabrique des écouteurs sans fils de très haute qualité.

Elle réalise un bénéfice si son chiffre d'affaires est supérieur au coût de fabrication.

La fonction g modélise la différence entre le chiffre d'affaires de l'entreprise et le coût de fabrication des écouteurs en fonction du nombre de ventes et elle est définie sur l'intervalle [0 ; 1 200] par :

$$g(x) = -(x - 942)(x - 8)$$

avec $g(x)$ exprimée en euros et x en centaines de ventes.

Problématique

Pour quels nombres entiers de ventes l'entreprise réalisera-t-elle un bénéfice ?
Quelle valeur correspond à un bénéfice maximal ?

1 Réaliser Développez l'expression $g(x)$.

$g(x) = -(x - 942)(x - 8) = -x^2 + 8x + 942x - 7\ 536 = -x^2 + 950x - 7\ 536.$

2 S'approprier L'expression d'une **fonction polynôme g de degré 2** est de la forme $g(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c coefficients réels.

Donnez les valeurs des coefficients a, b et c en utilisant la réponse à la question **1**.

$a = -1$; $b = 950$; $c = -7\ 536$.

3 **a.** Réaliser À l'aide de la calculatrice, représentez graphiquement la fonction g sur l'intervalle [0 ; 1 200].

Réglage de la fenêtre d'affichage : Xmin = 0 ; Xmax = 1 200 ;
Ymin = –400 000 ; Ymax = 300 000.

TUTO CALCULATRICE
Tracer et exploiter des représentations graphiques de fonctions
foucherconnect.fr/22mc87

b. Communiquer La courbe obtenue est appelée une **parabole**.

Observez la courbe et entourez les bonnes réponses dans les phrases suivantes.
La fonction g est *croissante*/*décroissante* sur l'intervalle [0 ; 475] et elle est *croissante*/*décroissante* sur l'intervalle [475 ; 1 200]. Les variations de g dépendent du signe de a.
Ici on remarque que a est *négatif*/*positif*.

4 **a.** Réaliser Déterminez la valeur du maximum de la fonction g.

La valeur du maximum de g est 218 089.

b. Analyser/Raisonner Communiquer Donnez le bénéfice maximum que peut espérer l'entreprise et le nombre de ventes à réaliser pour atteindre cet objectif.

L'entreprise peut espérer faire un bénéfice maximum de 218 089 euros pour 47 500 ventes.

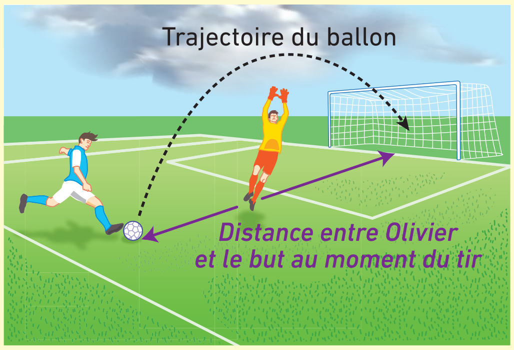
5 **a.** Réaliser Analyser/Raisonner Vérifiez graphiquement que les valeurs de x pour lesquelles $g(x) = 0$ correspondent à celles données dans la forme factorisée de g et déduisez-en les valeurs entières qui encadrent le nombre de ventes pour lequel l'entreprise réalise un bénéfice : 8 et 942.

b. Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'entreprise aura un bénéfice entre 800 et 94 200 ventes et elle atteindra un bénéfice maximum de 218 089 euros pour 47 500 ventes.

Activité 2 Déterminer les racines d'un polynôme de degré 2

SITUATION. Un but qui rentre dans la légende ?



Lors d'un match de football épique, Olivier réalise un magnifique lob contre le gardien de but adverse, Tom, sorti de sa surface. Le but étant situé à une distance de 30 mètres de lui, Olivier marquera si le ballon arrive à cette distance.

La trajectoire du ballon est modélisée par la fonction f définie par :

$f(x) = -0{,}02x^2 + 0{,}6x$ sur l'intervalle $[0 ; 30]$.

x est la distance, en m, parcourue par le ballon par rapport au sol et $f(x)$ est la hauteur, en m, du ballon par rapport au sol.

Le suspense est à son comble car Olivier avait déjà tenté dans la même situation un tel tir lors du précédent championnat et avait échoué.

Sa trajectoire à l'époque était définie par la fonction g telle que :

$g(x) = -0{,}019x^2 + 0{,}532x$ sur l'intervalle $[0 ; 30]$.

Problématique

Olivier va-t-il marquer un but face à Tom ? Quel était le problème de son précédent tir ?

1 a. Réaliser Complétez le tableau de valeurs de la fonction f.

x	0	5	10	20
$f(x)$	0	2,5	4	4

TUTO CALCULATRICE Obtenir un tableau de valeurs foucherconnect.fr/22mc92

b. S'approprier Les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées racines du polynôme $ax^2 + bx + c$. Au regard du tableau de valeurs précédent, donnez une racine du polynôme $-0{,}02x^2 + 0{,}6x$.

On la notera x_1 : $x_1 = 0$.

TUTO CALCULATRICE Tracer et exploiter des représentations de fonctions foucherconnect.fr/22mc87

2 a. Réaliser À l'aide de la représentation graphique de la fonction f, déterminez la valeur de la deuxième racine x_2 de cette fonction polynôme.

$x_2 = 30$.

b. S'approprier Notez la distance à laquelle se trouve le ballon lorsqu'il atteint le sol : 30 mètres.

3 Réaliser Valider Vérifiez que l'on peut écrire le polynôme $f(x)$ sous la forme $f(x) = -0{,}02x(x - 30)$.

$f(x) = -0{,}02x(x - 30) = -0{,}02x^2 - 0{,}02x \times (-30) = -0{,}02x^2 + 0{,}6x$. On retrouve l'expression de $f(x)$.

On parle de forme factorisée du polynôme $f(x)$.

4 a. Analyser/Raisonner Comparez les résultats obtenus aux questions 1b et 2a et la forme factorisée de la fonction f déterminée à la question 3 pour choisir, parmi les propositions suivantes, la forme factorisée d'un polynôme du second degré de racines x_1 et x_2.

☑ $a(x - x_1)(x - x_2)$ ☐ $(x - x_1)(x - x_2)$ ☐ $ax - x_1$ ☐ $ax_2 - x_1$

b. Valider Sachant que la forme factorisée du polynôme $g(x)$ est $g(x) = -0{,}019x(x - 28)$, déduisez-en les racines du polynôme $g(x)$. $x_1 = 0$ et $x_2 = 28$.

c. Communiquer Répondez à la problématique.

Olivier marque un but car le ballon atterrit à 30 mètres (la bonne distance). Lors du match précédent, il avait atterri seulement à 28 mètres.

Activité 3 Déterminer le signe d'un polynôme de degré 2

SITUATION . Sous le soleil

L'indice UV sur la Côte d'Azur en juillet est donné par une fonction f définie par $f(x) = -0{,}4x^2 + 9x - 42{,}6$ sur l'intervalle $[6\ ;\ 18]$ où $f(x)$ est l'indice UV et x est l'heure de la journée (de 6 h à 18 h).
Alice sait que si l'indice UV est supérieur à 6, elle risque des coups de soleil et elle préfèrerait s'en prémunir.

Problématique

Quel est l'intervalle de temps dans la journée où Alice doit éviter de s'exposer au soleil ?

1 Réaliser Montrez que l'inéquation $f(x) \geqslant 6$ peut s'écrire :
$-0{,}4x^2 + 9x - 48{,}6 \geqslant 0$.

On a $f(x) \geqslant 6 \Leftrightarrow -0{,}4x^2 + 9x - 42{,}6 \geqslant 6$

$\Leftrightarrow -0{,}4x^2 + 9x - 48{,}6 \geqslant 0$.

2 Réaliser Soit $P(x)$ le polynôme défini par $P(x) = -0{,}4x^2 + 9x - 48{,}6$.
À l'aide du solveur d'équation de votre calculatrice, déterminez les deux solutions x_1 et x_2 de l'équation $-0{,}4x^2 + 9x - 48{,}6 = 0$.

$x_1 = 9$ et $x_2 = 13{,}5$.

TUTO CALCULATRICE
Résoudre une équation du second degré
foucherconnect.fr/22mc93

3 S'approprier $P(x)$ est écrit sous la forme $P(x) = ax^2 + bx + c$.
Donnez la valeur et le signe de son coefficient a.

$a = -0{,}4$ et $a < 0$.

4 S'approprier Factorisez le polynôme $P(x)$ sous la forme $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = -0{,}4(x - 9)(x - 13{,}5)$.

5 Réaliser Un tableau de signes permet d'indiquer le signe d'une expression algébrique factorisée. On indique sur la première ligne l'intervalle d'étude et les racines de $P(x)$ et sur la deuxième ligne le signe du polynôme sur l'intervalle par un symbole + ou –.
Complétez le tableau de signes du polynôme $P(x)$.

Coup de pouce
Le polynôme $a(x - x_1)(x - x_2)$ est du signe de $-a$ sur l'intervalle $]x_1\ ;\ x_2[$ et du signe de a sinon.

x	6		9		13,5		18
Signe du polynôme $P(x)$		–	0	+	0	–	

6 Valider À l'aide du tableau de signes du polynôme $P(x)$, résolvez l'inéquation $P(x) \geqslant 0$.

$P(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow 9 \leqslant x \leqslant 13{,}5$.

7 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Entre 9 h et 13 h 30, l'indice sera supérieur ou égal à 6 et il faudra qu'Alice évite de s'exposer au soleil.

Activité Algo Pro — Déterminer une solution d'une équation par balayage

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc94

SITUATION . Vol en impesanteur

On considère un vol parabolique en impesanteur de l'Airbus A300 zéro-G dont on étudie les phases de vol à partir de 6 000 mètres d'altitude. On déclenche le chronomètre au moment où l'avion dépasse les 6 000 mètres d'altitude et on sait qu'au-dessus de 7 000 mètres les passagers se retrouveront en impesanteur.

La fonction f telle que $f(x) = -1{,}8x^2 + 125{,}1x + 6\,000$ où x représente le temps en secondes et $f(x)$ l'altitude en mètres est définie sur l'intervalle [0 ; 80].

Elle décrit l'altitude de l'avion en fonction du temps à partir du moment où le chronomètre est déclenché.

Résoudre $f(x) \geqslant 7\,000$ revient à résoudre l'inéquation $-1{,}8x^2 + 125{,}1x - 1\,000 \geqslant 0$.

Problématique

Pendant combien de temps va durer le vol en impesanteur ?

1 Identifiez les valeurs des coefficients a, b et c du polynôme de degré 2 : $P(x) = -1{,}8x^2 + 125{,}1x - 1\,000$. $a = -1{,}8$; $b = 125{,}1$ et $c = -1\,000$.

LANGAGE NATUREL

2 L'algorigramme ci-contre présente le raisonnement à appliquer pour déterminer par balayage un encadrement de la racine d'un polynôme de degré 2 qui n'est pas donné sous forme factorisée lorsqu'on sait qu'elle existe dans un intervalle donné. Complétez-le.

Début

Saisir les valeurs des coefficients a, b et c du polynôme, ainsi que la valeur de la borne inférieure de l'intervalle de définition.

$f(x)$ reçoit la valeur 0 et on démarre le balayage à 0

Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ jusqu'à ce qu'il y ait deux nombres i et $i+1$ tels que $f(i)$ et $f(i+1)$ soient de signes opposés : x_1 prend la valeur de $i+1$

Calculer la solution x_2 en redémarrant le balayage à partir de la valeur de x_1

Affichez les valeurs de x_1 et x_2.

Fin

LANGAGE PYTHON python

3 Ouvrez le fichier « **C05_65_algopro.py** ». Testez le programme sur le polynôme $P(x)$ pour déterminer les solutions de l'équation $P(x) = 0$. Les solutions sont données à l'unité près. $x_1 = 9$ et $x_2 = 60$.

4 Modifiez le programme afin d'avoir une précision au millième sur les solutions.

$x_1 = 9{,}216$ et $x_2 = 60{,}284$.

5 Vérifiez les solutions obtenues à l'aide de la calculatrice.

6 Complétez le tableau de signes suivant.

x	0		9,216		60,284		80
Signe de $P(x)$		−	0	+	0	−	

7 Déterminez l'intervalle de temps pour lequel $P(x) \geqslant 0$ et calculez la durée pendant laquelle les passagers de l'airbus seront en impesanteur.

L'intervalle de temps pour lequel $P(x) \geqslant 0$ est : I = [9,216 ; 60,284].

Donc on a la durée : 60,284 – 9,216 = 51,068 secondes.

8 Répondez à la problématique.

Les passagers restent en impesanteur pendant environ 51 secondes.

LEXIQUE python	Instruction	Signification
	`while`	**Exécuter** la boucle tant que la condition indiquée est vraie.

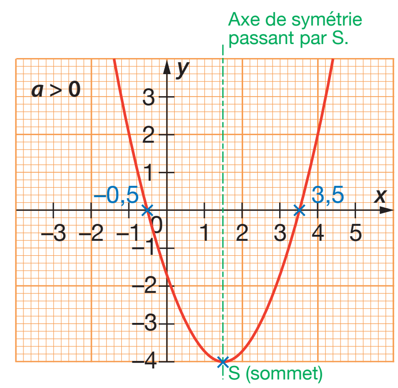
L'essentiel

Représentation d'une fonction polynôme de degré 2

- Une **fonction polynôme de degré 2** est définie pour tout nombre réel x par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$.
- La courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 est une **parabole**.
- Les variations de f dépendent du signe du coefficient a :
  – si $a > 0$, f est décroissante, atteint son minimum puis elle est croissante ;
  – si $a < 0$, f est croissante, atteint son maximum, puis elle est décroissante.
- Graphiquement les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, lorsqu'elles existent, sont les abscisses des points d'intersections entre la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ et l'axe des abscisses.

Exemple

• $f(x) = x^2 - 3x - 1{,}75$ est l'expression d'une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ dont les coefficients réels a, b et c sont $a = 1$, $b = -3$ et $c = -1{,}75$.
• La courbe représentative de la fonction f est une parabole.
• L'abscisse du sommet de cette parabole a pour valeur $x_0 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$.
• L'équation $x^2 - 3x - 1{,}75 = 0$ admet deux solutions $x_1 = -0{,}5$ et $x_2 = 3{,}5$.
• $a > 0$: f est décroissante sur $]-\infty\ ;\ 1{,}5]$ et croissante sur $[1{,}5\ ;\ +\infty[$.



Racines d'un polynôme de degré 2

- On appelle polynôme de degré 2, l'expression notée $P(x) = ax^2 + bx + c$.
- Les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées **les racines du polynôme**.
- Un polynôme de degré 2 peut s'écrire **sous forme factorisée** $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec x_1 et x_2 les solutions de l'équation $P(x) = 0$.
- L'égalité $c = a \times x_1 \times x_2$ permet de calculer x_2 connaissant x_1.

	Le polynôme admet 2 racines x_1 et x_2	Le polynôme admet 1 racine x_0 (appelée racine double)	Le polynôme n'admet aucune racine
Forme factorisée	$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$P(x) = a(x - x_0)^2$	Pas de factorisation

Exemple

$P(x) = x^2 - 3x - 1{,}75$. Sachant que $x_1 = -0{,}5$, $x_2 = \dfrac{c}{a \times x_1} = \dfrac{-1{,}75}{1 \times (-0{,}5)} = 3{,}5$.

$P(x)$ peut s'écrire sous forme factorisée : $P(x) = (x + 0{,}5)(x - 3{,}5)$.

Signe d'un polynôme de degré 2

- Le polynôme $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ admet 2 racines :

x		x_1		x_2	
Signe du polynôme	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a

- Le polynôme $P(x) = a(x - x_0)^2$ admet 1 racine double :

x		x_0	
Signe du polynôme	Signe de a	0	Signe de a

- Le polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ n'admet aucune racine : il est du signe de c.

Savoir-faire

Savoir-faire 1 Déterminer la deuxième solution d'une équation du second degré connaissant la première

Déterminez la deuxième solution de l'équation $3x^2 - 3x - 18 = 0$ sachant que la première solution est $x_1 = -2$.

RÉSOLUTION

- On identifie : $a = 3$; $b = -3$; $c = -18$ et $x_1 = -2$.
- On utilise la relation : $c = a \times x_1 \times x_2$ en remplaçant c, a et x_1 par leurs valeurs.

On a : $-18 = 3 \times (-2) \times x_2$

On simplifie : $-18 = -6 \times x_2$.

On résout l'équation du premier degré obtenue :

$x_2 = \dfrac{-18}{-6} = 3$.

MÉTHODE

- Identifier les valeurs de a, b et c dans l'expression du polynôme de degré 2 ainsi que la valeur de la racine x_1 donnée.
- Remplacer dans la relation $c = a \times x_1 \times x_2$ les coefficients et x_1 par leurs valeurs et résoudre l'équation du premier degré d'inconnue x_2 obtenue.

Voir exercices 6 et 7

Savoir-faire 2 Déterminer les racines d'un polynôme

TUTO CALCULATRICE
Tracer et exploiter des représentations graphiques de fonctions
foucherconnect.fr/22mc87

Sur l'intervalle [–8 ; 4], représentez graphiquement la fonction polynôme $f(x) = 2x^2 + 4x - 30$ et déterminez les racines du polynôme.

Pour afficher la représentation graphique du polynôme sur l'intervalle donné

Casio	NumWorks	TI
• Dans le menu GRAPH, entrer dans Y1 l'expression de $f(x)$ puis EXE. • Régler la fenêtre en cliquant sur SHIFT F3 et entrer les valeurs : Xmin = –8 et Xmax = 4 puis EXE. • Taper F6 pour afficher le graphique. • Pour régler le Zoom, F2, puis F5.	• Dans le menu Fonctions, entrer l'expression de $f(x)$. • Cliquer ensuite sur Graphique OK. La représentation graphique s'affiche alors.	• Utiliser la touche f(x) et entrer l'expression de $f(x)$ sur la ligne Y1. • Régler la fenêtre sur l'intervalle donné en cliquant sur fenêtre et entrer les valeurs : Xmin = –8 et Xmax = 4. • Cliquer directement sur la touche graphe pour afficher la représentation graphique.

Pour déterminer les racines du polynome

Casio	NumWorks	TI
• Cliquer sur F5, puis sur F1. • Avec les flèches du curseur, naviguer entre les 2 racines : $x_1 = -5$ et $x_2 = 3$.	• Cliquer sur la touche OK, puis Calculer et choisir Racines. • Avec les flèches du curseur, naviguer entre les 2 racines : $x_1 = -5$ et $x_2 = 3$.	• Cliquer sur les touches 2nde trace, puis choisir 2 pour zéro. • Avec les flèches du curseur, naviguer entre les 2 racines : $x_1 = -5$ et $x_2 = 3$.

Voir exercice 9

Accompagnement personnalisé

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** le texte avec les mots proposés.

abscisses • fonction polynôme de degré 2 • parabole • forme factorisée • signe • racines

• Une fonction polynôme de degré 2 est définie pour tout nombre x réel par $f(x) = ax^2 + bx + c$. Les réels a, b et c sont appelés coefficients de la fonction polynôme. La courbe représentative de f est une parabole.

Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction f et l'axe des abscisses.

• On dit que $f(x)$ est donnée sous forme factorisée si on peut l'écrire $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où a, x_1 et x_2 sont des nombres réels.

Les variations de f dépendent du signe du coefficient a.

• Les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ sont appelées racines du polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$.

Je revois des points importants

2 **Cochez** les affirmations exactes.

☑ 3 est une racine de $P_1(x) = x^2 - 2x - 3$.

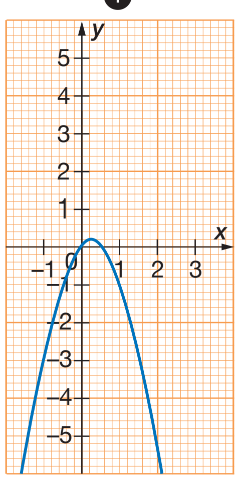
☑ -1 est une racine de $P_2(x) = -3x^2 + 2x + 5$.

☐ 1 est une racine de $P_3(x) = 3x^2 + 2x + 5$.

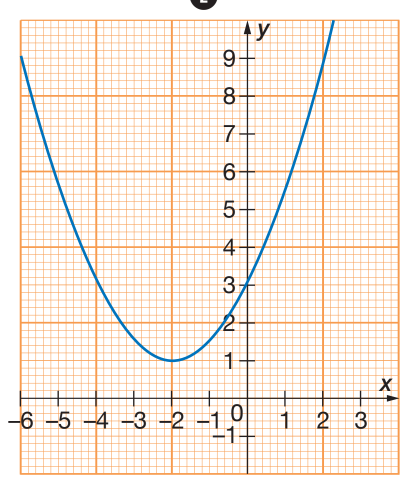
3 **Associez** chaque représentation graphique à l'expression de la fonction polynôme du degré 2 qui lui est liée.

a. $f_1(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 3$ **b.** $f_2(x) = -2x^2 + x + 1$ **c.** $f_3(x) = -2x^2 + x$

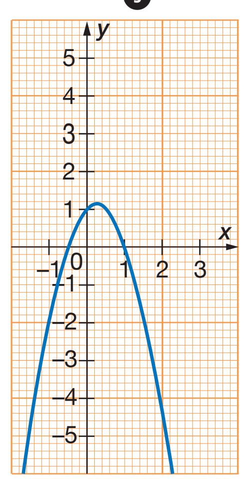
1



2



3



• La fonction donnée en **a.** est associée à la représentation graphique 2.

• La fonction donnée en **b.** est associée à la représentation graphique 3.

• La fonction donnée en **c.** est associée à la représentation graphique 1.

Je mémorise

4 **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux fonctions de degré 2, leur représentation graphique, les racines et la forme factorisée, ainsi que le signe d'un polynôme du 2^{nd} degré.

> Je fais le point page 66

AUTOMATISMES

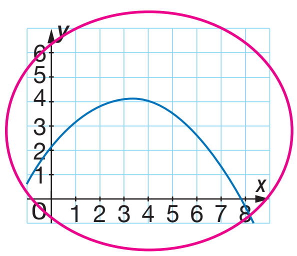
Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.
Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 2'

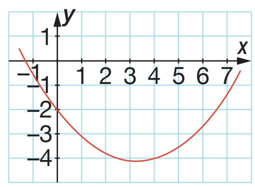
☐ **A4** Entourez le graphique correspondant aux données du tableau ci-dessous.

x	0	1	2	3	4
y	2	3,1	3,8	4,1	4

❶



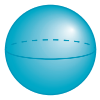
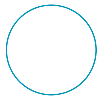
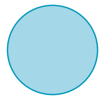
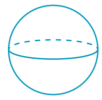
❷



☐ **A7** Résolvez l'inéquation du premier degré suivante : $-2{,}5x + 45 > 0$.

$-2{,}5x + 45 > 0 \Leftrightarrow -2{,}5x > -45 \Leftrightarrow x < 18$.

☐ **A17** Donnez le nom de chaque figure représentée. Choisissez ce nom parmi les propositions suivantes : cercle, disque, sphère et boule.

			
Boule	Cercle	Disque	Sphère

Rituel 2 2'

☐ **A5** Déterminez l'étendue de la série statistique suivante.

Caractère	12	15	7	18
Effectif	3	2	3	2

$e = 18 - 7 = 11$.

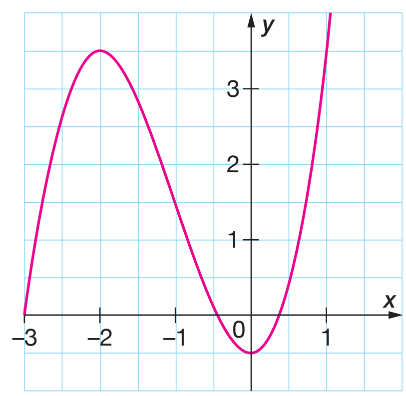
☐ **A23** Développez et réduisez les expressions suivantes.

a. $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 5x + 3x + 15$
$= x^2 + 8x + 15$

b. $(x - 7)(x + 2) = x^2 + 2x - 7x - 14$
$= x^2 - 5x - 14$

☐ **A9** Sur l'intervalle $[-3 ; 1]$, représentez l'allure de la courbe de la fonction f dont le tableau de variations est donnée ci-dessous.

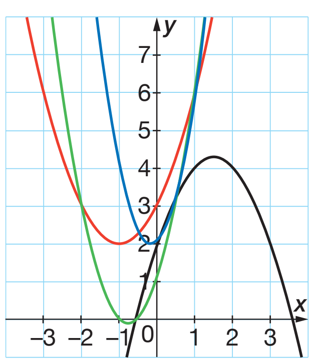
x	-3		-2		0		1
Variations de f	0	↗	3,5	↘	−0,5	↗	3,5



Représentation d'une fonction polynôme de degré 2

1 ★ Parmi les différentes paraboles représentées ci-contre, donnez la couleur de celle qui correspond au polynôme $P(x) = x^2 + 2x + 3$.

C'est la courbe rouge.



2 ★ Pour chacune des fonctions suivantes, déterminez la valeur du coefficient a et déduisez-en l'allure de la courbe représentative de la fonction.

a. $f(x) = 3(x^2 - x)$.

$f(x) = 3x^2 - 3x$

Donc : $a = 3$.

Allure :

b. $g(x) = -8(x - 1)(x + 4)$.

$g(x) = (-8x + 8)(x + 4)$

$g(x) = -8x^2 - 32x + 8x + 32$

$g(x) = -8x^2 - 24x + 32$

Donc : $a = -8$.

Allure :

3 ★ Donnez les coefficients a, b et c des fonctions de degré 2 suivantes.

a. $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$.

$a = 3$; $b = -2$; $c = 4$.

b. $g(x) = -4x^2 - 5x + 19$.

$a = -4$; $b = -5$; $c = 19$.

4 ★★ **a.** À l'aide de la calculatrice, représentez la fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = 0{,}2x^2 + 4x - 3$ sur l'intervalle [–15 ; 10].

b. Déterminez l'abscisse du minimum de la fonction sur l'intervalle [–15 ; 10].

$x = -10$.

c. À partir de la courbe obtenue, dressez le tableau de variations de cette fonction sur l'intervalle [–15 ; 10].

x	–15	–10	10
Variations de f	–18 ↘	–23 ↗	57

Racines d'un polynôme de degré 2

5 ★ Pour chacune des propositions suivantes, testez si le nombre réel donné est racine du polynôme de degré 2.

a. $P_1(x) = x^2 + x - 2$ et $x = -2$.

$P_1(-2) = (-2)^2 + (-2) - 2 = 4 - 4 = 0$.

Donc –2 est racine du polynôme $P_1(x)$.

b. $P_2(x) = 2x^2 - 3x + 7$ et $x = 4$.

$P_2(4) = 2 \times 4^2 - 3 \times 4 + 7 = 32 - 12 + 7 = 27$.

Donc 4 n'est pas racine du polynôme $P_2(x)$.

6 ★★ Soit $P(x) = -x^2 + 2x + 3$ un polynôme de degré 2. Vérifiez que $x_1 = -1$ est une racine et déduisez-en sa deuxième racine x_2.

Vérification de la racine x_1 :

$P(-1) = -(-1)^2 + 2 \times (-1) + 3 = -1 - 2 + 3 = 0$.

Donc –1 est bien racine de $P(x)$.

Détermination de x_2 :

On sait que $c = a \times x_1 \times x_2$.

Donc $x_2 = \dfrac{c}{a \times x_1} = \dfrac{3}{-1 \times (-1)} = 3$.

7 ★★ Soit $P_1(x) = 2x^2 - 7x + 3$ un polynôme de degré 2. Vérifiez que $x_1 = 0{,}5$ est une racine et déduisez en sa deuxième racine x_2.

$P_1(0{,}5) = 2 \times 0{,}5^2 - 7 \times 0{,}5 + 3 = 0$. La solution est vérifiée.

$c = a \times x_1 \times x_2$ donc $x_2 = \dfrac{c}{a \times x_1} = \dfrac{3}{2 \times 0{,}5} = 3$.

8 ★★ Pour chacun des polynômes suivants, déterminez sa forme factorisée connaissant ses racines x_1 et x_2.

a. $P_1(x) = -0{,}5x^2 - 3x - 2{,}5$; $x_1 = -1$ et $x_2 = -5$.

$P_1(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$P_1(x) = -0{,}5(x + 1)(x + 5)$.

b. $P_2(x) = 3x^2 - 3x - 18$; $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$.

$P_2(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

$P_2(x) = 3(x + 2)(x - 3)$.

9 ★★ Déterminez, si elles existent, à l'aide de la calculatrice, les racines des polynômes de degré 2 suivants. Arrondissez au dixième.

a. $P_1(x) = -x^2 - x + 5$.

Racines : $x_1 \approx -2{,}8$ et $x_2 \approx 1{,}8$.

b. $P_2(x) = 5x^2 + 2x - 3$.

Racines : $x_1 = -1{,}0$ et $x_2 = 0{,}6$.

Signe d'un polynôme de degré 2

10 ★ Construisez le tableau de signes du polynôme $P_1(x) = 4(x - 3)(x + 2)$ de degré 2 sur l'intervalle [–4 ; 4].

x	–4		–2		3		4
Signe de $P_1(x)$		+	0	–	0	+	

b. Faites de même pour le polynôme $P_2(x) = 3(x - 4{,}2)^2$ sur l'intervalle [2 ; 6].

x	2		4,2		6
Signe de $P_2(x)$		+	0	+	

11 ★★ Résolvez à l'aide d'un tableau de signes l'inéquation $2(x + 3)(x + 0{,}5) \leqslant 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

x		–3		–0,5	
Signe de $2(x + 3)(x + 0{,}5)$	+	0	–	0	+

$2(x + 3)(x + 0{,}5) \leqslant 0$ si $-3 \leqslant x \leqslant -0{,}5$

12 ★★ Une entreprise de nettoyage réalise une étude concernant l'évolution du montant de ses recettes.

Soit f la fonction qui représente ce montant entre 2020 et 2030.

f est définie sur l'intervalle [0 ; 10].

$$f(x) = -2\,000x^2 + 19\,500x + 110\,000$$

avec f le montant des recettes en euros et x l'année ($x = 0$ correspond à l'année 2020).

Problématique

Quel est le montant maximal des recettes de l'entreprise et en quelle année sera-t-il réalisé ?

1. Calculez le montant des recettes pour l'année 2020.

$f(0) = -2\,000 \times 0^2 + 19\,500 \times 0 + 110\,000$

$f(0) = 110\,000$.

En 2020, le montant des recettes est donc de 110 000 €.

2. À l'aide de la calculatrice, représentez la fonction f.

3. Complétez le tableau de variations de la fonction f donné ci-dessous.

x	0	4,875	10
Variations de f	110 000 ↗	157 530	↘ 105 000

4. Donnez la valeur de x pour laquelle f est maximale.

f est maximale pour $x = 4{,}875$.

5. Répondez à la problématique.

Le montant maximal des recettes de l'entreprise est de 157 530 euros et il sera atteint au cours de l'année 2024.

13 ★★ L'effet Joule est un mode de production de chaleur qui se produit lors du passage du courant électrique dans un conducteur présentant une résistance.

On considère un radiateur électrique de type convecteur équipé d'une résistance électrique, qui, lorsqu'elle est alimentée, chauffe par effet Joule.

On dispose de deux possibilités de résistance pour ce radiateur :

- une résistance de 22 Ω ;
- une résistance de 180 Ω.

La puissance produite par effet Joule dépend de l'intensité i du courant et de la résistance R du radiateur, et elle est donnée par la relation $P = Ri^2$.

On étudie donc les deux fonctions suivantes définie sur l'intervalle [0 ; 0,5] :

$$P_1(x) = 22x^2 \text{ et } P_2(x) = 180x^2$$

avec P_1 et P_2 les puissances en watts et x l'intensité du courant en ampères.

Problématique

Pour quelles valeurs de résistance et d'intensité, la puissance produite par effet Joule est-elle maximale ?

1. Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

On doit déterminer les maximums des deux fonctions $P_1(x)$ et $P_2(x)$ et on compare leur valeur. On représente pour cela les deux fonctions à l'aide de la calculatrice sur l'intervalle [0 ; 0,5]. La fonction pour laquelle le maximum est le plus grand est celle qu'on doit retenir. On note alors les valeurs de R et i correspondant à cette fonction.

2. Réalisez la méthode proposée et répondez à la problématique.

Les deux fonctions sont croissantes sur [0 ; 0,5].

Comme 180 > 22 alors c'est la fonction $P_2(x) = 180x^2$ qu'il faut retenir.

On a pour $x = 0{,}5$, $P_2(x) = 45$.

Donc la valeur de la résistance est $R = 180\ \Omega$ et celle de l'intensité est $i = 0{,}5$ A.

14 ★ ★ ★ Le musée d'Orsay à Paris est ouvert de 9 h 30 à 18 h le lundi.

Alice et Malick souhaitent se rendre au musée mais ils préfèrent éviter la foule.

La fonction *f* définie sur l'intervalle [9,5 ; 18] indique le nombre moyen *f* de visiteurs du musée d'Orsay en fonction de l'heure *x* de la journée :

$$f(x) = -156x^2 + 4\,300x - 26\,739.$$

Problématique

À quel moment de la journée le nombre de personnes dans le musée sera-t-il inférieur à 2 500 visiteurs ?

1. Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique.

Il faut résoudre l'inéquation $f(x) < 2\,500$ en utilisant la calculatrice.

Pour cela, on détermine les racines du polynôme :

$P(x) = -156x^2 + 4\,300x - 29\,239$.

2. Réalisez la méthode proposée et répondez à la problématique.

On trouve $x_1 = 12{,}196$ et $x_2 = 15{,}368$.

Entre 9 h 30 et 12 h 11 et entre 15 h 22 et 18 h, le nombre de visiteurs est inférieur à 2 500.

(Calcul pour déterminer 12 h 11 : on a 12,196 h = 12 heures + 0,196 × 60 minutes ≈ 12 h 11 minutes.)

15 ★ ★ ★ Alizée vient d'acheter une toute nouvelle voiture avec laquelle elle peut désormais suivre sa consommation en carburant en fonction de sa vitesse.

Elle obtient les valeurs suivantes pour des vitesses supérieures à 70 km/h.

Vitesse (en km/h)	70	90	110	130	150
Consommation (en L/100 km)	3,1	3,7	4,5	5,3	6

Elle dispose des valeurs de consommation de son ancienne voiture sur un fichier tableur.

Problématique

Pour quelles vitesses les deux voitures ont-elles la même consommation ?

1. Ouvrez le fichier « **C05_72_conso.xlsx** ».

foucherconnect.fr/22mc95

2. Donnez le nom de la représentation graphique correspondant à la fonction représentée sur le fichier. C'est une parabole.

3. Recopiez ci-dessous l'expression de la fonction *f* donnant une approximation de la consommation de carburant en fonction de la vitesse de l'ancienne voiture d'Alizée.

$f(x) = 0{,}000\,3x^2 - 0{,}000\,9x + 1{,}308\,6$.

4. Complétez, dans le fichier, le tableau correspondant à la nouvelle voiture d'Alizée afin d'afficher la courbe représentative de la consommation de la nouvelle voiture d'Alizée.

TUTO LOGICIEL
Représenter un nuage de points
foucherconnect.fr/22mc96

5. Recopiez l'expression de cette nouvelle fonction. On la notera *g*.

$g(x) = 0{,}000\,04x^2 + 0{,}029\,1x + 0{,}853\,6$.

6. Déterminez l'expression de la fonction *h* définie par $h(x) = f(x) - g(x)$.

$h(x) = f(x) - g(x) = (0{,}000\,3x^2 - 0{,}000\,9x + 1{,}308\,6) - (0{,}000\,04x^2 + 0{,}029\,1x + 0{,}853\,6)$

$= (0{,}000\,3 - 0{,}000\,04)x^2 + (-\,0{,}000\,9 - 0{,}029\,1)x + (1{,}308\,6 - 0{,}853\,6)$

$h(x) = 0{,}000\,26\,x^2 - 0{,}03\,x + 0{,}455$.

On peut également retrouver cette équation à l'aide du tableur en calculant dans une autre colonne *h(x)* et en représentant la courbe.

7. Représentez la fonction *h* telle que $h(x) = f(x) - g(x)$ à l'aide de la calculatrice.

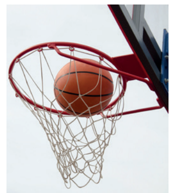
8. Déterminez le point d'intersection entre l'axe des abscisses et la courbe de la fonction *h* sur l'intervalle [70 ; 130]. Arrondissez à l'unité.

$x_1 = 17{,}963 \approx 18$ et $x_2 = 97{,}421 \approx 97$.

9. Répondez à la problématique.

À 18 km/h et 97 km/h les deux voitures ont la même consommation.

16 ★ ★ ★ Lors d'une rencontre de basketball, nous observons la trajectoire du ballon lancé par un joueur. Le joueur est à 4 m du panier et le ballon doit atteindre au moins une hauteur supérieure à 3,05 m.



La hauteur du ballon est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(x) = -0{,}75x^2 + 3{,}075x + 0{,}575.$$

x est la distance, en m, parcourue par le ballon depuis le moment du tir et $f(x)$ est la hauteur, en m, du ballon par rapport au sol.

Problématique
Le tir est-il un tir réussi ?

1. Montrez que résoudre $f(x) \geqslant 3{,}05$ revient à résoudre l'inéquation $-0{,}75x^2 + 3{,}075x - 2{,}475 \geqslant 0$.

$f(x) \geqslant 3{,}05 \Leftrightarrow -0{,}75x^2 + 3{,}075x - 0{,}575 \geqslant 3{,}05$

$\Leftrightarrow -0{,}75x^2 + 3{,}075x - 2{,}475 \geqslant 0$.

2. Soit P le polynôme de degré 2 définie par $P(x) = -0{,}75x^2 + 3{,}075x - 2{,}475$ sur l'intervalle [0 ; 4]. Donnez les valeurs des coefficients a, b et c.

$a = -0{,}75$; $b = 3{,}075$; $c = -2{,}475$.

3. Vérifiez que $x_1 = 1{,}1$ est une des racines du polynôme $P(x) = -0{,}75x^2 + 3{,}075x - 2{,}475$.

$P(1{,}1) = -0{,}75 \times 1{,}1^2 + 3{,}075 \times 1{,}1 - 2{,}475$

$P(1{,}1) = 0$. La solution est donc vérifiée.

4. Calculez la deuxième solution de l'équation $P(x) = 0$ connaissant la première solution x_1.

On sait que $c = a \times x_1 \times x_2$.

Donc $x_2 = \dfrac{c}{a \times x_1} = \dfrac{-2{,}475}{-0{,}75 \times 1{,}1} = 3$.

5. Déduisez-en l'expression factorisée de $P(x)$.

On sait que : $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Donc on obtient l'expression factorisée suivante :

$P(x) = -0{,}75(x - 3)(x - 1{,}1)$.

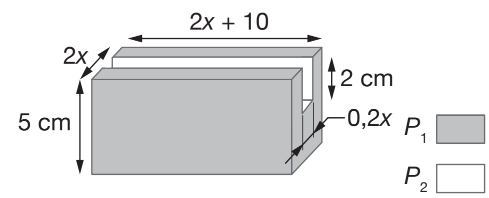
6. Étudiez le signe du polynôme $P(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.

x	0		1,1		3		4
Signe de $P(x)$		−	0	+	0	−	

7. Répondez à la problématique.

Le panier n'est pas marqué, car le ballon est au-dessus de 3,05 mètres seulement entre 1,1 mètre parcouru et 3 mètres parcourus. À 4 mètres, il arrivera en dessous du panier.

17 ★ ★ ★ Hassan travaille sur l'impression en 3D d'un support de téléphone. Sa pièce est constituée d'un pavé droit P_1 de volume V_1 auquel on enlève un pavé droit P_2 de volume V_2. Les dimensions, en cm, sont données sur le schéma ci-dessous. Le volume de plastique utilisé ne doit pas excéder 1 000 cm³.



Problématique
Quelle valeur maximale de x Hassan doit-il prendre pour imprimer sa pièce ?

1. a. Complétez le tableau pour $x = 2$ cm.

	P_1	P_2
Longueur	$2 \times 2 + 10 = 14$	$2 \times 2 + 10 = 14$
Largeur	$2 \times 2 = 4$	$0{,}2 \times 2 = 0{,}4$
Hauteur	5	2
Volume (en cm³)	$V_1 = 14 \times 4 \times 5 = 280$	$V_2 = 14 \times 0{,}4 \times 2 = 11{,}2$

b. Calculez le volume V de plastique utilisé pour la pièce.

$V = V_1 - V_2 =$ 280 – 11,2 = 268,8 cm³.

2. Démontrez que le volume V s'exprime en fonction de x par $V(x) = 19{,}2x^2 + 96x$.

$V = V_1 - V_2 = 5(2x + 10)(2x) - 2(2x + 10)(0{,}2x)$

$V = 20x^2 + 100x - 0{,}8x^2 - 4x = 19{,}2x^2 + 96x$.

3. Pour trouver la valeur de x telle que $V(x) = 1\,000$ cm³, on résout l'équation :

$$19{,}2x^2 + 96x - 1\,000 = 0.$$

Cette équation admet 2 solutions x_1 et x_2.

a. Sachant que $x_1 \approx -10{,}14$, déterminez la valeur de x_2.

Arrondissez au centième.

$x_2 = \dfrac{-1\,000}{19{,}2 \times (-10{,}14)} \approx 5{,}14$.

b. Donnez la valeur de x à rentrer dans la machine. Justifiez.

$x = 5{,}14$ car cette valeur est positive.

4. Répondez à la problématique.

La valeur maximale de x est 5,14 cm.

Évaluation

Compétences	S'approprier				Analyser Raisonner				Réaliser				Valider				Communiquer			
Questions	1a				1c				1a – 1b – 2a – 2b – 2c				2d – 2e				1c – 2e			
Niveau d'acquisition	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Situation

Les comètes sont des petits corps glacés en orbite autour du Soleil qui décrivent une trajectoire elliptique autour de lui. Plus elles sont proches du Soleil, plus elles vont vite, du fait de l'attraction gravitationnelle.

On suit la vitesse d'une comète autour du Soleil sur la période où elle en est proche. Celle-ci est donnée par la fonction f définie sur [0 ; 2,6] par :

$$f(x) = -24{,}5x^2 + 63{,}7x + 0{,}6$$

avec $f(x)$ la vitesse en km/s et x le temps en années (on prend pour $x = 0$ le moment où on commence l'observation de la comète).

Lors de sa rotation, la chaleur du Soleil va faire perdre de sa masse à la comète lorsqu'elle sera au plus près de notre étoile, c'est-à-dire quand elle atteindra une vitesse supérieure à 30 km/s et on observera alors une traînée blanche dans son sillage.

Problématique

À quel moment au cours de l'observation de son mouvement, la comète va-t-elle avoir une traînée blanche derrière elle ?

1 Étude de la fonction *f*

a. S'approprier Réaliser Calculez la vitesse de la comète, en km/s, au bout de 9 mois d'observation (c'est-à-dire pour $x = 0{,}75$ année). Arrondissez au dixième.

$f(0{,}75) =$ –24,5 × 0,752 + 63,7 × 0,75 + 0,6 = 34,6 km/s.

b. Réaliser À l'aide de la calculatrice, représentez graphiquement la fonction f sur l'intervalle [0 ; 2,6].

c. Analyser/Raisonner Communiquer Décrivez l'allure de la courbe observée et nommez-la.

La courbe observée est celle d'une fonction croissante sur l'intervalle [0 ; 1,3], puis décroissante sur [1,3 ; 2,6].

C'est une parabole.

2 Étude d'un polynôme de degré 2

a. Réaliser Montrez que l'inéquation $f(x) \geqslant 30$ peut s'écrire : $-24{,}5x^2 + 63{,}7x - 29{,}4 \geqslant 0$.

$f(x) \geqslant 30 \Leftrightarrow -24{,}5x^2 + 63{,}7x + 0{,}6 \geqslant 30 \Leftrightarrow -24{,}5x^2 + 63{,}7x + 0{,}6 - 30 \geqslant 0 \Leftrightarrow -24{,}5x^2 + 63{,}7x - 29{,}4 \geqslant 0.$

b. Réaliser Soit $P(x)$ le polynôme défini par $P(x) = -24{,}5x^2 + 63{,}7x - 29{,}4$.

Sachant que ce polynôme a pour racine $x_1 = 0{,}6$, déterminez la deuxième solution x_2 de l'équation $-24{,}5x^2 + 63{,}7x - 29{,}4 = 0$.

$c = a \times x_1 \times x_2$ donc $x_2 = \dfrac{c}{a \times x_1} = \dfrac{-29{,}4}{-24{,}5 \times 0{,}6} = 2.$

c. Réaliser Complétez le tableau de signes du polynôme $P(x)$.

x	0		0,6		2		2,6
Signe de $P(x)$		–	0	+	0	–	

d. Valider À l'aide du tableau de signes du polynôme $P(x)$, résolvez l'inéquation $P(x) \geqslant 0$.

$P(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow 0{,}6 \leqslant x \leqslant 2.$

e. Valider Communiquer Répondez à la problématique.

La comète va perdre de la masse car elle sera proche du Soleil entre 0,6 an (7 mois et 6 jours) et 2 ans après le début de l'observation de la comète. On observera alors une traînée blanche.

Dérivée et variations d'une fonction

6

Capacités	Activités
• Construire en un point la tangente à la courbe représentative d'une fonction f connaissant le nombre dérivé en ce point ou à l'aide d'outils numériques. • Déterminer, par une lecture graphique, lorsqu'il existe, le nombre dérivé d'une fonction f en l'abscisse d'un point de la courbe représentative de cette fonction. • Écrire l'équation réduite de la tangente à une courbe en un point lorsqu'elle existe.	Activité 1
• Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 2.	Activité 2
• Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variations. • Déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné à partir de son sens de variation.	Activité 3
• Étudier la fonction inverse : dérivée, variations, représentation graphique. Dresser son tableau de variations.	Activité 4

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 76

a. Soit $\mathscr{D}$ la droite d'équation réduite : $y = 2x - 3$.

L'ordonnée à l'origine de $\mathscr{D}$ est –3

Le coefficient directeur de $\mathscr{D}$ est 2

b. $\mathscr{D}$ est la représentation graphique d'une fonction affine f. Donnez le sens de variation de f. *f* est croissante

Activité 2 p. 77

a. Résolvez l'équation suivante : $7 = 2x - 5$.

Ensemble des solutions : {6}.

b. Si f est une fonction décroissante sur [–3 ; 5] alors :

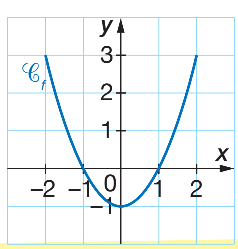
☐ $f(-3) < f(5)$ ☐ $f(-3) = f(5)$ ☑ $f(-3) > f(5)$

Activité 3 p. 78

Voici la représentation graphique de la fonction f définie sur [–2 ; 2].

Complétez les affirmations suivantes.

- f est croissante sur l'intervalle [0 ; 2]
- f est négative sur l'intervalle [–1 ; 1]
- f est nulle pour $x = -1$ et $x = 1$



Activité 4 p. 79

Indiquez le signe des produits ou quotients suivants.

- 1,37 × 1,89 : positif
- (–1,37) × 1,89 : négatif
- 1,37 ÷ (–1,89) : négatif
- (–1,37) ÷ (–1,89) : positif

Activité 1 Déterminer un nombre dérivé

SITUATION . Rien ne sert de courir

José part en vacances avec sa voiture. La distance parcourue au cours des 6 heures de trajet est modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 6] par :

$$f(x) = -5{,}5x^3 + 49x^2 + 10x$$

où x représente le temps, en heures, et $f(x)$ représente la distance parcourue, en kilomètres.

Problématique

José a-t-il respecté la vitesse limite de 130 km/h tout le long du trajet ?

1 S'approprier Calculez la distance totale parcourue par José.

$f(6) = -5{,}5 \times 6^3 + 49 \times 6^2 + 10 \times 6 = 636$. La distance totale est donc de 636 km.

2 Réaliser Analyser/Raisonner foucherconnect.fr/22mc97 Ouvrez le fichier « **C06_76_Activite1.ggb** ».

La courbe représentative de la fonction f est tracée dans deux fenêtres graphiques. Dans la fenêtre de droite, cochez la case ZOOM pour obtenir un zoom autour du point A de la courbe.

Sélectionnez l'outil puis utilisez le curseur « Position de A » pour modifier la position du point A sur la courbe et observez la portion de courbe zoomée autour du point A.

Par quel type de tracé semble-t-on pouvoir toujours remplacer la courbe quand on zoome autour d'un de ses points ?

On peut remplacer la courbe par une droite.

3 La droite qui approche le mieux la courbe juste autour du point A est appelée « Tangente à la courbe au point A ».

a. Réaliser Utilisez le curseur pour positionner le point A sur la courbe de façon à obtenir $x(A) = 1$.

Sélectionnez l'outil tangente . Dans la fenêtre de gauche, cliquez sur le point A, puis sur la courbe.

Notez l'équation réduite de la tangente ainsi obtenue et déduisez-en son coefficient directeur.

Équation réduite : $y = 91{,}5x - 38$ Coefficient directeur : 91,5

b. Valider Le coefficient directeur de la tangente au point A de la courbe représentative de f est appelé nombre dérivé de f pour l'abscisse x_A, noté $f'(x_A)$.

Dans la situation étudiée, $f'(x_A)$ représente la vitesse de la voiture, en km/h, après un temps de trajet égal à x_A, en heures.

Déduisez-en la vitesse de la voiture après 1 heure de trajet.

$f'(1) = 91{,}5$.

Après une heure de trajet, la vitesse de la voiture est égale à 91,5 km/h.

c. Réaliser Communiquer Répondez à la problématique. Détaillez la démarche suivie.

En déplaçant le point A sur la courbe, on constate que le coefficient directeur de la tangente (nombre dérivé) varie et qu'il dépasse 130 sur une portion de la courbe. José n'a donc pas respecté la vitesse limite de 130 km/h tout le long du trajet.

Activité 2 Déterminer la fonction dérivée d'une fonction

SITUATION . Sécurité routière

Voici le slogan mis en avant par une association de prévention routière :
« Pour un automobiliste sans ceinture ou pour un piéton, une collision à 50 km/h revient à faire une chute de 10 mètres de hauteur. »

Problématique

Le slogan de l'association est-il réaliste ?

La hauteur de chute d'une personne est modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 2] par :

$$f(x) = 4{,}9x^2$$

où $f(x)$ représente la hauteur de chute (en mètres) et x la durée de la chute (en secondes).

La vitesse de la personne, en m/s, après une durée x de chute, en s, est donnée par le nombre dérivé $f'(x)$.

La fonction, notée f', qui à x associe $f'(x)$ est appelée **fonction dérivée** de f.

Dans cette activité, on considère que 50 km/h = 13,9 m/s.

1 a. Réaliser | Analyser/Raisonner | foucherconnect.fr/22mc98 Ouvrez le fichier « **C06_77_Activite2.ggb** ».

La courbe représentative de la fonction f est tracée ainsi que la tangente au point d'abscisse x.

Utilisez le curseur pour modifier l'abscisse du point de la courbe et complétez la deuxième ligne du tableau ci-dessous avec les valeurs des nombres dérivés $f'(x)$.

x	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2
Nombre dérivé $f'(x)$	0	3,92	7,84	11,76	15,68	19,6
$\dfrac{f'(x)}{x}$		9,8	9,8	9,8	9,8	9,8

Coup de pouce
$f'(x)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x de la courbe.

b. Réaliser Complétez la troisième ligne du tableau, puis notez ce que vous constatez pour les rapports $\dfrac{f'(x)}{x}$.

Les rapports $\dfrac{f'(x)}{x}$ sont tous égaux à 9,8.

c. Valider Déduisez-en l'expression de la fonction dérivée f' : $f'(x) =$ $9{,}8x$

2 a. Réaliser Résolvez l'équation $f'(x) = 13{,}9$. Arrondissez au centième.

$f'(x) = 13{,}9 \Leftrightarrow 9{,}8x = 13{,}9 \Leftrightarrow x = \dfrac{13{,}9}{9{,}8} = 1{,}42$ au centième près.

b. Valider | Communiquer D'après l'énoncé de l'activité, la solution obtenue est la durée au bout de laquelle une personne en chute atteint la vitesse de 13,9 m/s soit 50 km/h.

Déduisez-en, à l'aide de la fonction f, la réponse à la problématique.

La vitesse de 50 km/h est atteinte pour 1,42 seconde de chute.

$f(1{,}42) = 4{,}9 \times 1{,}42^2 \approx 9{,}88$. La hauteur de chute qui correspond à cette vitesse est donc égale à 9,88 m ≈ 10 m.

Le slogan de l'association est réaliste.

Activité 3 Étudier les variations d'une fonction

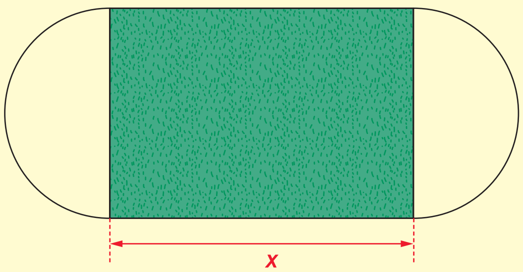
SITUATION . Optimiser les dimensions du stade

La forme d'une piste d'athlétisme est celle d'un rectangle avec deux demi-cercles aux extrémités.

On souhaite que la surface rectangulaire tramée en vert soit la plus grande possible.

Si la piste d'athlétisme mesure 400 m, alors l'aire de la surface rectangulaire (en m^2) en fonction de sa longueur x (en m) est modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 200] par :

$$f(x) = -0{,}636\,6x^2 + 127{,}32x.$$



Problématique

Quelle est l'aire maximale de la surface rectangulaire et quelle est alors sa longueur ?

1 **a.** S'approprier Calculez l'aire de la surface rectangulaire si sa longueur mesure 60 m.

$f(60) = -0{,}636\,6 \times 60^2 + 127{,}32 \times 60 = 5\,347{,}44$.

L'aire est donc égale à 5 347,44 m^2.

b. Réaliser Représentez graphiquement la fonction f.

Pour la fenêtre d'affichage, réglez Ymin = 0 et Ymax = 6 400.

c. Analyser/Raisonner Indiquez sur quel intervalle la fonction f est :

croissante : [0 ; 100] décroissante : [100 ; 200]

2 **a.** Réaliser Représentez graphiquement la fonction dérivée f' de la fonction f, définie sur [0 ; 200] par : $f'(x) = -1{,}273\,2x + 127{,}32$.

Pour la fenêtre d'affichage, réglez Ymin = –130 et Ymax = 130.

b. Analyser/Raisonner Dans chacune des phrases suivantes, entourez la proposition correcte pour que la phrase soit exacte.

- Lorsque f est croissante, sa dérivée f' est *positive* / *négative* / *égale à 0*.
- Lorsque f est décroissante, sa dérivée f' est *positive* / *négative* / *égale à 0*.
- Lorsque f atteint un extremum, sa dérivée f' est *positive* / *négative* / *égale à 0* .

3 **a.** Valider Utilisez les réponses aux questions **1c** et **2** pour compléter le tableau de variations ci-dessous.

x	0		100		200
Signe de $f'(x)$		+	0	–	
Variations de f	0	↗	6 366	↘	0

Coup de pouce Complétez la ligne « Signe de $f'(x)$ » avec les signes + et – ainsi que la valeur 0.

$f(0) = 0$; $f(100) = -0{,}636\,6 \times 100^2 + 127{,}32 \times 100 = 6\,366$; $f(200) = 0$.

b. Communiquer Répondez à la problématique.

L'aire maximale de la surface rectangulaire est de 6 366 m^2. Elle est obtenue pour une longueur égale à 100 m.

Activité 4 Étudier la fonction inverse

SITUATION . Liberté, égalité .... fraternité

Avant l'hiver, une association caritative a réalisé des collectes de nourriture qui devaient permettre de nourrir 400 000 personnes pendant les 100 jours d'hiver.

Le nombre de bénéficiaires inscrits n'a cependant pas été de 400 000 et les collectes n'ont permis de nourrir tous les bénéficiaires inscrits que pendant 64 jours. Une nouvelle collecte a donc dû être organisée.

Problématique

Combien de bénéficiaires étaient inscrits cet hiver ?

1 S'approprier Expliquez si le nombre de bénéficiaires inscrits cet hiver a été supérieur ou inférieur à 400 000.

Les collectes n'ont tenu que 64 jours. Il y a donc eu plus de 400 000 bénéficiaires.

2 Réaliser On modélise le nombre de jours de distribution en fonction du nombre x de bénéficiaires par la fonction f définie sur [100 000 ; 1 000 000] par $f(x) = 40\ 000\ 000 \times \frac{1}{x}$.

Complétez le tableau de valeurs de la fonction f.

x	100 000	200 000	400 000	800 000	1 000 000
$f(x)$	400	200	100	50	40

3 Analyser/Raisonner Quel semble être le sens de variation de la fonction f ?

La fonction f semble être décroissante (quand x augmente, $f(x)$ diminue).

4 Réaliser La fonction g d'expression $g(x) = \frac{1}{x}$ est la fonction inverse.

Sa dérivée g' a pour expression $g'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Déduisez-en l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = 40\ 000\ 000 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{-40\ 000\ 000}{x^2}$.

Coup de pouce Si $f(x) = c \times w(x)$, alors $f'(x) = c \times w'(x)$.

5 Analyser/Raisonner Justifiez que la fonction dérivée f' est négative sur [100 000 ; 1 000 000].

Pour tout $x \in$ [100 000 ; 1 000 000], $x^2 > 0$ donc $\frac{-40\ 000\ 000}{x^2} < 0$ (règle des signes).

6 Réaliser Représentez graphiquement la fonction f.

Pour la fenêtre d'affichage, réglez Ymin = 0 et Ymax = 400.

7 Valider Indiquez si la représentation graphique est cohérente avec les réponses aux questions 3 et 5.

La courbe « descend », ce qui est cohérent avec la réponse à la question 3. Par ailleurs, « f est décroissante » est cohérent avec « f' est négative ».

8 Réaliser Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 64$.

On obtient une solution : 625 000.

TUTO CALCULATRICE
Résoudre une équation de type $f(x) = c$
foucherconnect.fr/22mc99

9 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

Cet hiver, il y a eu 625 000 bénéficiaires inscrits.

Activité Algo Pro — Étudier les fonctions polynômes de degré 2

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc100

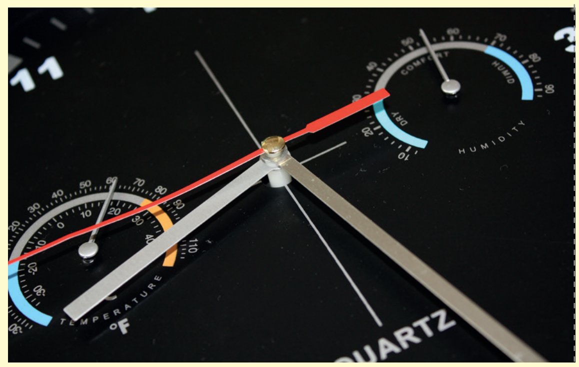
SITUATION . Ne perdez pas de temps !

Une montre à quartz peut prendre du retard en fonction de la température à laquelle est soumis son quartz.

Pour des températures comprises entre 5 °C et 45 °C, on peut modéliser ce retard par la fonction f définie sur [5 ; 45] par :

$$f(x) = 0{,}003x^2 - 0{,}15x + 1{,}875.$$

$f(x)$ représente le retard (en secondes par jour) et x représente la température (en degrés Celsius).



Problématique

Pour quelle température le retard pris par une montre à quartz est-il minimal ? Quel est ce retard ?

1 On s'intéresse aux fonctions polynômes de degré 2 de la forme $ax^2 + bx + c$.

a. Cochez l'expression de la dérivée : ☐ $ax + b$ ☑ $2ax + b$ ☐ $bx + c$ ☐ $2ax + c$

b. Identifiez les valeurs des coefficients a, b et c pour la fonction f de la situation étudiée.
Déduisez de la question **1a** l'expression de la dérivée f', puis calculez $f'(1)$.

a = 0,003 ; b = –0,15 et c = 1,875 donc $f'(x)$ = $0{,}006x - 0{,}15$; $f'(1)$ = –0,144 .

LANGAGE PYTHON python™

2 **a.** Éditez et complétez le programme « **C06_80_AlgoPro.py** » sachant que :
- l'utilisateur doit saisir les valeurs des coefficients a, b et c ;
- `nombre_dérivé(x)` doit renvoyer le nombre dérivé de la fonction pour l'abscisse x.

b. Vérifiez le bon fonctionnement de votre programme avec la fonction f de la situation étudiée.
Pour cela, lancez le programme et entrez les valeurs de a, b et c, puis saisissez `nombre_dérivé(1)`.
Le résultat obtenu est-il cohérent avec la question **1b** ?

On obtient –0,144. C'est cohérent avec $f'(1) = -0{,}144$ obtenu à la question 1b.

3 **a.** On ajoute au programme précédent les lignes de code ci-contre. Complétez et saisissez ces lignes afin d'obtenir les nombres dérivés pour $x \in [5 ; 45]$ avec un pas de 1.

```
x=5
while x< 45 :
   print("f'(", x ,")=", nombre_dérivé(x))
   x=x+ 1
```

b. Appliquez le programme à la fonction f de la situation étudiée. Indiquez pour quelle valeur de x la fonction dérivée f' change de signe.

La fonction dérivée f' change de signe pour $x = 25$.

c. Répondez à la problématique.

La dérivée est négative pour $x \in [5 ; 25]$ et positive pour $x \in [25 ; 45]$. Donc la fonction atteint un minimum pour $x = 25$ et $f(25) = 0{,}003 \times 25^2 - 0{,}15 \times 25 + 1{,}875 = 0$.
Le retard minimal est donc nul et est obtenu pour une température de 25 °C.

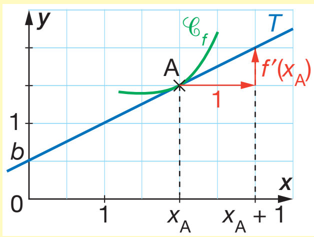
LEXIQUE python™

Instruction	Signification
`while x<10 :`	**Exécute** les instructions de la boucle, **écrites à la ligne en retrait**, tant que (while) $x < 10$.

L'essentiel

Tangente et nombre dérivé

On considère une fonction f et un point A(x_A ; y_A) de sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$.



- La **tangente** à $\mathscr{C}_f$ au point A est la droite (T) qui approche le mieux la courbe $\mathscr{C}_f$ autour du point A.
Les autres droites passant par le point A sont des sécantes à la courbe.
- Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A est appelé **nombre dérivé** de la fonction f en x_A.
Il est noté $\boldsymbol{f'(x_A)}$ que l'on lit « **f prime de x_A** ».
- L'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A est : $\boldsymbol{y = f'(x_A)\,x + b}$.

Fonction dérivée

- La **fonction dérivée** d'une fonction f définie sur un intervalle I, est la fonction notée f' qui, à chaque valeur x de l'intervalle I, associe le nombre dérivé $f'(x)$.
- Formules de dérivation (a, b et c sont des réels et u, v et w sont des fonctions) :

  - Si $f(x) = ax + b$ alors $f'(x) = a$
  - Si $f(x) = x^2$ alors $f'(x) = 2x$
  - Si $f(x) = u(x) + v(x)$ alors $f'(x) = u'(x) + v'(x)$
  - Si $f(x) = c \times w(x)$ alors $f'(x) = c \times w'(x)$

Exemples Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x - 5$ et $g(x) = -7x^2$.
- $f(x) = u(x) + v(x)$ avec $u(x) = x^2$ et $v(x) = 3x - 5$ donc $f'(x) = u'(x) + v'(x) = 2x + 3$.
- $g(x) = c \times w(x)$ avec $c = -7$ et $w(x) = x^2$ donc $g'(x) = c \times w'(x) = -7 \times 2x = -14x$.

Dérivée et variations d'une fonction

- Une fonction f est **croissante** sur un intervalle I $\Leftrightarrow$ pour tout x appartenant à I, $f'(x) > 0$.
Une fonction f est **décroissante** sur un intervalle I $\Leftrightarrow$ pour tout x appartenant à I, $f'(x) < 0$.
- Une fonction f admet un **extremum local** en $x_0 \Leftrightarrow f'$ s'annule et change de signe pour x_0.
L'extremum local peut être un maximum ou un minimum et vaut $f(x_0)$.

x		x_0	
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$
Variations de f	↘	$f(x_0)$	↗

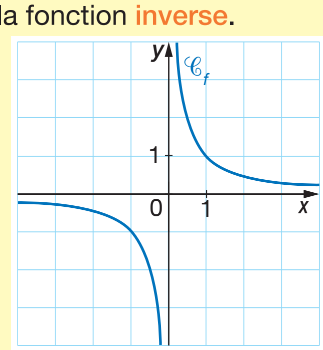
x		x_0	
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$
Variations de f	↗	$f(x_0)$	↘

- Les plus petite et plus grande valeurs de $f(x)$ pour $x \in$ I sont les **extremums globaux** de f sur I.

Fonction inverse

- La fonction f définie pour tout nombre réel x non nul par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ est la fonction **inverse**.
- Sa courbe représentative est une **hyperbole** d'équation $y = \dfrac{1}{x}$.
- Pour tout nombre réel x non nul, $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	‖	$-$
Variations de f	↘	‖	↘

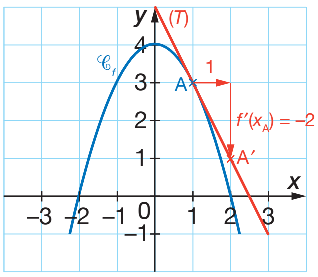


Savoir-faire

Savoir-faire 1 Construire une tangente

Construisez la tangente (*T*) à la courbe au point A sachant que $f'(x_A) = -2$.

RÉSOLUTION



MÉTHODE

- Partir du point A choisi.
- Faire un déplacement horizontal à droite de A de 1 unité, puis vertical de la valeur du nombre dérivé $f'(x_A)$ (vers le haut s'il est positif et vers le bas s'il est négatif).
- Tracer la tangente entre le point choisi et le point d'arrivée après les décalages.

Voir exercice 1

Savoir-faire 2 Écrire l'équation réduite d'une tangente

Écrivez l'équation réduite de la tangente (*T*) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A(1 ; 3) sachant que $f'(1) = -2$.

RÉSOLUTION

- Tangente (*T*) au point A : $y = f'(x_A)x + b$.
- $x_A = 1$ et $f'(x_A) = f'(1) = -2$.
- (*T*) : $y = f'(1)\,x + b$
  (*T*) : $y = -2x + b$.
- $x_A = 1$ et $y_A = 3$.
  On remplace dans l'équation : $3 = -2 \times 1 + b$
  soit $3 = -2 + b$.
  Donc $b = 3 + 2 = 5$.
- (*T*) : $y = -2x + 5$.

MÉTHODE

- Écrire l'équation générale de (*T*) au point choisi.
- Identifier l'abscisse du point A choisi et le nombre dérivé associé $f'(x_A)$.
- Remplacer le nombre dérivé par sa valeur dans l'équation de la tangente.
- Remplacer *x* et *y* dans l'équation par les coordonnées du point choisi et déterminer la valeur de *b*.
- Écrire l'équation réduite de la tangente.

Voir exercices 1, 2 et 5

Savoir-faire 3 Étudier les variations d'une fonction

Étudiez les variations de la fonction *f* définie par $f(x) = 3x^2 - 9x + 1$ sur [–5 ; 5].

RÉSOLUTION

- $f(x)$ est de la forme $u(x) + v(x)$ avec $u(x) = 3x^2$ et $v(x) = (-9x + 1)$
  Formule : $f'(x) = u'(x) + v'(x)$.
  $u(x)$ est de la forme $c \times w(x)$ avec $c = 3$ et $w(x) = x^2$.
  Formules : $u'(x) = c \times w'(x)$ et $w'(x) = 2x$. Donc $u'(x) = 3 \times 2x = 6x$.
  $v(x)$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -9$; formule : $v'(x) = a = -9$.
  Finalement $f'(x) = u'(x) + v'(x) = 6x - 9$.
- Graphiquement ou par le calcul $f'(x) = 0$ pour $x = 1{,}5$.
  $f'(x)$ possède donc un signe sur [–5 ; 1,5[et un signe sur]1,5 ; 5].
  $f'(0) = 6 \times 0 - 9 = -9 < 0$ donc $f'(x) < 0$ pour $x \in [-5 ; 1{,}5[$;
  $f'(2) = 6 \times 2 - 9 = 3 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour $x \in]1{,}5 ; 5]$.
  f est donc décroissante sur l'intervalle [–5 ; 1,5[
  et croissante sur l'intervalle]1,5 ; 5].

Remarques : les variations de la fonction *f* sont rassemblées dans un tableau de variations (*cf* Accompagnement personnalisé page 83).

MÉTHODE

- Identifier la forme de la fonction, puis utiliser les formules de dérivation pour déterminer l'expression de la dérivée.
- Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et étudier le signe de $f'(x)$ pour en déduire les variations de la fonction *f*.

Voir exercices 6 à 14

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** les pointillés en choisissant parmi les propositions ci-dessous.
(Certaines propositions peuvent ne pas être utilisées).

le nombre dérivé • la tangente • la fonction dérivée • la fonction inverse • croissante • décroissante • positive • négative • une fonction polynôme de degré 2

- La fonction f qui a pour expression $\frac{1}{x}$ est la fonction inverse.

La fonction qui a pour expression $-\frac{1}{x^2}$ est la fonction dérivée de la fonction f précédente.

- Si g est une fonction, $g'(3)$ est son nombre dérivé pour $x = 3$. C'est aussi le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 3.
- Lorsque la dérivée d'une fonction h est positive sur un intervalle I, alors la fonction h est croissante sur l'intervalle I.

Je revois des points importants

2 **a. Déterminez** la dérivée de la fonction f définie sur $[-4 ; 2]$ par $f(x) = -0{,}5x^2$.

f est de la forme $c \times w(x)$ avec $c = -0{,}5$ et $w(x) = x^2$. Formule : $f'(x) = c \times w'(x)$ et $w'(x) = 2x$.

Donc $f'(x) = -0{,}5 \times 2x = -x$.

b. Déterminez la dérivée de la fonction g définie sur $[-4 ; 2]$ par $g(x) = -x + 2{,}5$.

$g(x)$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -1$. Formule : $g'(x) = a = -1$. Donc $g'(x) = -1$.

c. Déterminez la dérivée de la fonction h définie sur $[-4 ; 2]$ par $h(x) = -0{,}5x^2 - x + 2{,}5$.

$h(x)$ est de la forme $u(x) + v(x)$ avec $u(x) = f(x) = -0{,}5x^2$ et $v(x) = g(x) = -x + 2{,}5$.

Formule : $h'(x) = u'(x) + v'(x) = f'(x) + g'(x) = -x - 1$.

d. Résolvez l'équation $h'(x) = 0$ et **étudiez** le signe de $h'(x)$ sur l'intervalle $[-4 ; 2]$.

Résolution de l'équation $h'(x) = 0$: $-x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Signe de $h'(x)$: $h'(-2) = -(-2) - 1 = 1 > 0$ donc $h'(x) > 0$ pour $x \in [-4 ; -1[$;

$h'(0) = 0 - 1 = -1 < 0$ donc $h'(x) < 0$ pour $x \in]-1 ; 2]$.

e. Complétez le tableau de variations de la fonction h sur l'intervalle $[-4 ; 2]$.

$h(-4) = -0{,}5 \times (-4)^2 - (-4) + 2{,}5 = -1{,}5$;

$h(-1) = -0{,}5 \times (-1)^2 - (-1) + 2{,}5 = 3$;

$h(2) = -0{,}5 \times 2^2 - 2 + 2{,}5 = -1{,}5$.

x	-4		-1		2
Signe de $h'(x)$		+	0	−	
Variations de h	$-1{,}5$	↗	3	↘	$-1{,}5$

f. Donnez les extremums locaux et globaux de la fonction h.

h possède un maximum local égal à 3, obtenu pour $x = -1$.

h possède un minimum global égal à $-1{,}5$, obtenu pour $x = -4$ et pour $x = 2$.

Je mémorise

3 **Réalisez** une carte mentale qui reprend le vocabulaire lié aux fonctions dérivées.

> Je fais le point page 81

Exercices

AUTOMATISMES

Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.
Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 2'

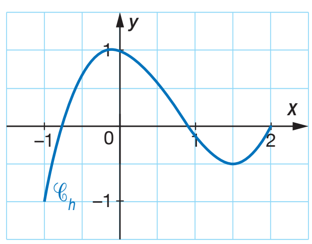
☐ **A22** Développez l'expression suivante :
$7(-2 + x) =$ $-14 + 7x$

☐ **A2** Un club de volley compte 128 membres.
Sur les 36 femmes membres, 22 sont inscrites en loisir (ne font pas de compétition).
Par ailleurs, 52 hommes sont inscrits en compétition.
On tire au hasard un membre du club.
Après avoir complété le tableau d'effectifs, calculez la probabilité P que le membre soit un homme inscrit en loisir.

	Homme	Femme	Total
Compétition	52	14	66
Loisir	40	22	62
Total	92	36	128

$P = \frac{40}{128} = \frac{5}{16}$.

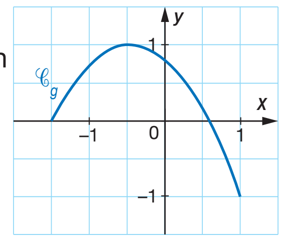
☐ **A11** Déterminez les extremums globaux de la fonction h représentée ci-contre.



Extremums globaux :
Max = 1 ; Min = –1.

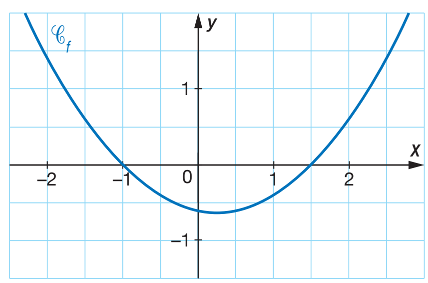
Rituel 2 2'

☐ **A10** Voici la représentation graphique de la fonction g définie sur $[-1,5 ; 1]$.
Dressez le tableau de variations de cette fonction.



x	–1,5	–0,5	1
Variations de g	0 ↗	1	↘ –1

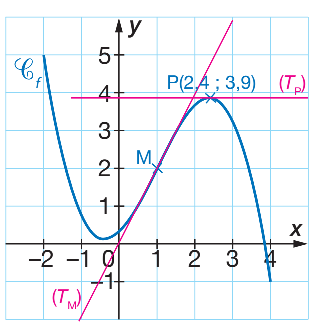
☐ **A15** La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous. Résolvez graphiquement l'équation $f(x) \leqslant 0$. $[-1 ; 1,5]$



☐ **A19** Calculez l'aire $\mathscr{A}$ d'un disque de diamètre $D = 2$ cm. $\mathscr{A} = \pi$ cm^2.

Tangente et nombre dérivé

1 ★ ★ Voici la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $[-2 ; 4]$.



a. Déterminez $f(1)$: $f(1) =$ 2

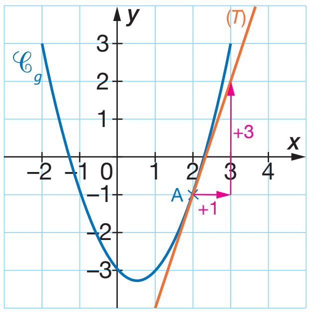
b. Tracez la tangente (T_M) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point M sachant que $f'(1) = 2$.

c. Déterminez l'équation réduite de (T_M).
L'équation de (T_M) s'écrit $y = f'(x_M)\,x + b$.
Ici $x_M = 1$ et $f'(1) = 2$, donc $(T_M) : y = 2x + b$.
Pour déterminer b, on remplace x et y par $x_M = 1$ et $y_M = 2$. On obtient : $2 = 2 \times 1 + b$ soit $2 = 2 + b$.
Donc $b = 0$ et $(T_M) : y = 2x$.
Remarque : le tracé de (T_M) passant par l'origine, on pouvait directement supposer que $b = 0$.

d. Tracez la tangente (T_P) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point P sachant qu'elle est parallèle à l'axe des abscisses.

e. Déterminez l'équation réduite de (T_P).
$(T_P) : y = 3,9$.

2 ★ ★ Voici la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g définie sur $[-2\ ;\ 3]$ et la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point A.



a. Déterminez le coefficient directeur de la tangente (T).

Graphiquement, on lit que le coefficient directeur de la tangente (T) est égal à 3.

b. Indiquez ce que représente cette valeur pour la fonction g et sa notation.

Il s'agit du nombre dérivé de la fonction g pour $x = x_A = 2$. On le note $g'(2) = 3$.

c. Déterminez l'équation réduite de (T).

D'après le cours, l'équation réduite de (T) s'écrit $y = g'(x_A)\,x + b$.

Ici $x_A = 2$ et $g'(2) = 3$, donc $(T) : y = 3x + b$.

Pour déterminer b, on remplace x et y par $x_A = 2$ et $y_A = -1$. On obtient : $-1 = 3 \times 2 + b$ soit $-1 = 6 + b$. Donc $b = -7$ et $(T) : y = 3x - 7$.

3 ★ Soit f la fonction définie sur $[-1\ ;\ 3]$ par $f(x) = x^2 - 1{,}5x + 2$.

a. Ouvrez un fichier GeoGebra et tracez la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-1\ ;\ 3]$.

b. Utilisez l'outil pour tracer la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

c. Donnez l'équation de la tangente (T).

$y = -1{,}5x + 2$.

d. Donnez les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.

$f(0) = 2$ et $f'(0) = -1{,}5$.

e. Vérifiez graphiquement la valeur de $f'(0)$ avec l'outil .

TUTO CALCULATRICE

Tracer une tangente à une courbe

foucherconnect.fr/22mc101

4 ★ Soit f la fonction définie sur $[-5\ ;\ 0[\ \cup\ ]0\ ;\ 7]$ par $f(x) = 0{,}1x^2 + \dfrac{4}{x}$.

a. Utilisez l'outil numérique de votre choix pour tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

Réglage de la fenêtre d'affichage :

Xmin = –5 ; Xmax = 7 ; Ymin = –5 ; Ymax = 5.

b. Tracez la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4 et notez son équation.

$y = 0{,}55x + 0{,}4$.

c. Donnez les valeurs de $f(4)$ et de $f'(4)$.

$f(4) = 2{,}6$ et $f'(4) = 0{,}55$.

5 ★ ★ Dans chaque cas, déterminez l'équation de la tangente (T) à la courbe représentative de f au point E.

a. $E(2\ ;\ 3)$ et $f'(2) = 4$.

$(T) : y = f'(x_E)\,x + b = f'(2)\,x + b = 4x + b$.

$y_E = 4x_E + b$ soit $3 = 4 \times 2 + b = 8 + b$.

Donc $b = 3 - 8 = -5$ et $(T) : y = 4x - 5$.

b. $E(1\ ;\ -3)$ et $f'(1) = -2$.

$(T) : y = f'(x_E)\,x + b = f'(1)\,x + b = -2x + b$.

$y_E = -2x_E + b$ soit $-3 = -2 \times 1 + b = -2 + b$.

Donc $b = -3 + 2 = -1$ et $(T) : y = -2x - 1$.

c. $E(-5\ ;\ 3)$ et $f'(-5) = 0$.

$(T) : y = f'(x_E)\,x + b = f'(-5)\,x + b = 0x + b = b$.

$y_E = b$ soit $3 = b$ et $(T) : y = 3$.

Fonction dérivée

6 ★ Donnez la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

a. $f_1(x) = -6x^2$. $f_1'(x) = -12x$

b. $f_2(x) = 3x - 2$. $f_2'(x) = 3$

c. $f_3(x) = 4x$. $f_3'(x) = 4$

d. $f_4(x) = \sqrt{2}$. $f_4'(x) = 0$

7 ★ Donnez la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

a. $f_1(x) = 7x^2 + 1$. $f_1'(x) = 14x$

b. $f_2(x) = -x^2 - 4x$. $f_2'(x) = -2x - 4$

c. $f_3(x) = \dfrac{x^2}{2} + \pi x - \sqrt{3}$. $f_3'(x) = x + \pi$

8 ★ ★ **a.** Déterminez la dérivée f' de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x^2 + x + 1\,000$.

$f'(x) = -10x + 1$.

b. Calculez le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse -1.

Le coefficient directeur de la tangente est le nombre dérivé de la fonction f pour $x = -1$, c'est-à-dire $f'(-1)$.

$f'(-1) = -10 \times (-1) + 1 = 11$.

Dérivée et variations d'une fonction

9 ★ On considère la fonction f définie sur $[-10 ; 10]$ par $f(x) = 3x - 1$.

a. Completez les pointillés : $f'(x) =$ 3

b. Étudiez le signe de $f(x)$.

Pour tout $x \in [-10 ; 10]$, $f'(x) > 0$.

c. Complétez le tableau de variations de la fonction f.

x	-10		10
Signe de $f'(x)$		+	
Variations de f	-31	↗	29

$f(-10) = 3 \times (-10) - 1 = -31$.

$f(10) = 3 \times 10 - 1 = 29$.

d. Donnez les extremums de la fonction f.

Maximum : 29 ; Minimum : -31.

10 ★ Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	-5		-2		4
Signe de $f'(x)$		+	0	−	
Variations de f	-1	↗	6	↘	-3

a. Donnez l'intervalle d'étude de la fonction f.

$[-5 ; 4]$

b. Indiquez quels sont les extremums de la fonction f. Précisez pour chaque extremum s'il est local ou global (voir cours).

6 est un maximum local et global de f.

-3 est un minimum global de f.

c. Donnez la valeur de x pour laquelle f' s'annule.

f' s'annule pour $x = -2$.

d. Donnez l'intervalle sur lequel la dérivée de f est négative. $]-2 ; 4]$

11 ★ ★ On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 6]$ par $f(x) = 0{,}4x^2 - 2x + 1$.

a. Complétez les pointillés : $f'(x) =$ $0{,}8x - 2$

b. Résolvez l'équation $f'(x) = 0$.

$0{,}8x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2{,}5$.

c. Étudiez le signe de $f'(x)$.

$f'(0) = 0{,}8 \times 0 - 2 = -2 < 0$ donc $f'(x) < 0$ pour $x \in [-2 ; 2{,}5[$.

$f'(5) = 0{,}8 \times 5 - 2 = 2 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour $x \in [2{,}5 ; 6[$.

d. Complétez le tableau de variations de la fonction f.

x	-2		$2{,}5$		6
Signe de $f'(x)$		−	0	+	
Variations de f	$6{,}6$	↘	$-1{,}5$	↗	$3{,}4$

$f(-2) = 0{,}4 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 1 = 6{,}6$.

$f(2{,}5) = 0{,}4 \times 2{,}5^2 - 2 \times 2{,}5 + 1 = -1{,}5$.

$f(6) = 0{,}4 \times 6^2 - 2 \times 6 + 1 = 3{,}4$.

e. Donnez les extremums de la fonction f.

Maximum : 6,6 ; Minimum : $-1{,}5$.

12 ★ ★ On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 4]$ par $f(x) = 0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1$.

a. Déterminez la dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = 0{,}4x + 1{,}2$.

b. Résolvez l'équation $f'(x) = 0$.

$0{,}4x + 1{,}2 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ qui n'appartient pas à l'intervalle $[-2 ; 4]$.

c. Étudiez le signe de $f'(x)$.

$f'(0) = 0{,}4 \times 0 + 1{,}2 = 1{,}2 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour $x \in [-2 ; 4]$.

d. Complétez le tableau de variations de la fonction f.

x	-2		4
Signe de $f'(x)$		+	
Variations de f	$-0{,}6$	↗	9

$f(-2) = 0{,}2 \times (-2)^2 + 1{,}2 \times (-2) + 1 = -0{,}6$.

$f(4) = 0{,}2 \times 4^2 + 1{,}2 \times 4 + 1 = 9$.

e. Donnez les extremums de la fonction f.

Maximum : 9 ; Minimum : $-0{,}6$.

Fonction inverse

13 ★ ★ **a.** Complétez le tableau avec la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes définies pour tout nombre x non nul.

Fonction	Fonction dérivée
$f_1(x) = -2 \times \dfrac{1}{x}$	$f_1'(x) = \dfrac{2}{x^2}$
$f_2(x) = 1{,}5x^2 + \dfrac{3}{x}$	$f_2'(x) = 3x - \dfrac{3}{x^2}$
$f_3(x) = 1 + \dfrac{1}{4x}$	$f_3'(x) = -\dfrac{1}{4x^2}$
$f_4(x) = -\dfrac{4}{3x} - 3x + 8$	$f_4'(x) = \dfrac{4}{3x^2} - 3$
$f_5(x) = x + x^2 - \dfrac{1}{x} + 7$	$f_5'(x) = 1 + 2x + \dfrac{1}{x^2}$

b. Étudiez le signe de $f_1'(x)$.

Pour tout nombre x non nul, $x^2 > 0$.

D'après la règle des signes $f_1'(x) = \dfrac{2}{x^2} > 0$.

c. Complétez le tableau de variations de la fonction f_1.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $f_1'(x)$		+	‖	+	
Variations de f_1		↗	‖	↗	

14 ★ ★ ★ Logique ▸ p. 116 Soit f une fonction définie pour tout nombre x négatif et f' sa dérivée telle que $f'(x) = \dfrac{1}{5x^2} - 7x$.

Montrez, sans utiliser d'outils numériques, que la fonction f est croissante sur l'ensemble des nombres réels négatifs.

f est croissante sur l'ensemble des nombres réels négatifs si pour tout nombre x négatif, $f'(x) > 0$.

Pour tout nombre x négatif :

$-7x > 0$ et $x^2 > 0 \Rightarrow 5x^2 > 0 \Rightarrow \dfrac{1}{5x^2} > 0$.

Donc pour tout nombre x négatif,

$f'(x) = \dfrac{1}{5x^2} - 7x > 0$.

15 ★ ★ ★ Soit la fonction f définie sur $]0 ; 1]$ par $f(x) = -8x + 5 - \dfrac{1}{2x}$.

a. Déterminez la dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = -8 + \dfrac{1}{2x^2}$.

b. Déterminez l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f, au point A d'abscisse 0,5.

D'après le cours, l'équation réduite de (T) s'écrit

$y = f'(x_A)\,x + b$.

Ici $x_A = 0{,}5$ et $f'(0{,}5) = -8 + \dfrac{1}{2 \times 0{,}5^2} = -6$, donc

$(T) : y = -6x + b$.

Pour déterminer b, on remplace x et y par $x_A = 0{,}5$

et $y_A = f(x_A) = f(0{,}5) = 0$. On obtient :

$0 = -6 \times 0{,}5 + b$ soit $0 = -3 + b$.

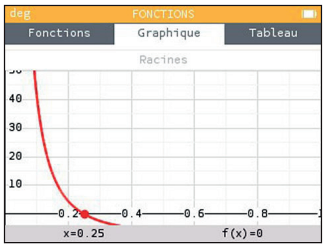
Donc $b = 3$ et $(T) : y = -6x + 3$.

c. Utilisez un outil numérique pour représenter graphiquement la fonction dérivée f'.

Réglage de la fenêtre d'affichage :

Ymin = –10 ; Ymax = 50.

d. Étudiez le signe de $f'(x)$ en utilisant la représentation graphique de f' donnée ci-dessous.



$f'(x) > 0$ sur $]0 ; 0{,}25[$.

$f'(x) < 0$ sur $]0{,}25 ; 1]$.

e. Complétez le tableau de variations de la fonction f.

x	0		0,25		1
Signe de $f'(x)$	‖	+	0	−	
Variations de f	‖	↗	1	↘	−3,5

$f(0{,}25) = -8 \times 0{,}25 + 5 - \dfrac{1}{2 \times 0{,}25} = 1$;

$f(1) = -8 \times 1 + 5 - \dfrac{1}{2 \times 1} = -3{,}5$.

f. Indiquez, s'il existe, l'extremum local de f.

La fonction f admet un maximum local égal à 1.

Problèmes

16 ★★ Une entreprise spécialisée dans la production de tablettes numériques a une capacité de production hebdomadaire pouvant aller jusqu'à 300 unités. On note x le nombre de tablettes fabriquées et vendues par semaine.

Soit la fonction f définie sur [0 ; 300] par :

$$f(x) = -x^2 + 450x - 20\,000.$$

Pour des valeurs entières de x, on modélise le résultat de l'entreprise (en euros) par $f(x)$.

Problématique

Quel nombre de tablettes fabriquées et vendues par semaine permet d'obtenir le résultat maximal ? Quel est ce résultat hebdomadaire ?

1. Calculez $f(100)$, puis dites ce que représente concrètement le résultat obtenu dans la situation étudiée.

$f(100) = -100^2 + 450 \times 100 - 20\,000 = 15\,000.$

Pour 100 tablettes fabriquées et vendues par semaine, le résultat de l'entreprise est de 15 000 €.

2. Déterminez la dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = -2x + 450.$

3. Résolvez l'équation $f'(x) = 0$.

$-2x + 450 = 0 \Leftrightarrow x = 225.$

4. Étudiez le signe de $f'(x)$.

$f'(1) = -2 \times 1 + 450 = 448 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour $x \in [0 ; 225[$.

$f'(250) = -2 \times 250 + 450 = -50 < 0$ donc $f'(x) < 0$ pour $x \in]225 ; 300]$.

5. Complétez le tableau de variations de la fonction f.

x	0		225		300
Signe de $f'(x)$		+	0	–	
Variations de f	–20 000	↗	30 625	↘	25 000

$f(0) = -0^2 + 450 \times 0 - 20\,000 = -20\,000.$

$f(225) = -225^2 + 450 \times 225 - 20\,000 = 30\,625.$

$f(300) = -300^2 + 450 \times 300 - 20\,000 = 25\,000.$

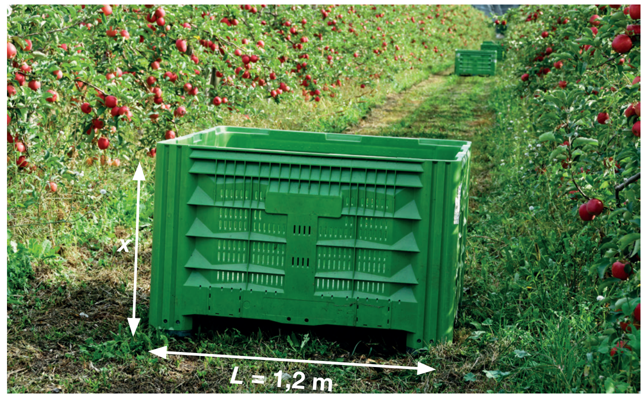
6. Donnez les extremums de la fonction f.

Maximum : 30 625 ; Minimum : –20 000.

7. Répondez à la problématique.

Le résultat hebdomadaire maximal est de 30 625 € et il est obtenu pour 225 tablettes fabriquées et vendues.

17 ★★★ Une entreprise doit fabriquer des caisses en plastique pour un producteur de pommes. Le producteur demande que chaque caisse ait un volume de 0,3 m³ et une longueur L fixée à 1,2 m.



Pour des raisons de coût de production, l'entreprise cherche à utiliser un minimum de plastique.

Problématique

Quelle hauteur x (en mètres) possède la caisse qui utilise le minimum de plastique ?

On modélise la situation par la fonction f définie sur [0,2 ; 1] par :

$$f(x) = 2{,}4x + 0{,}5 + \frac{0{,}3}{x}.$$

$f(x)$ représente l'aire totale (en m²) des 5 faces d'une caisse.

1. Calculez $f(0{,}5)$, puis dites ce que représente concrètement le résultat obtenu dans la situation étudiée.

$f(0{,}5) = 2{,}4 \times 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{0{,}3}{0{,}5} = 2{,}3.$

Pour une hauteur de 0,5 m, l'aire totale des 5 faces de la caisse est égale à 2,3 m².

2. Déterminez la dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = 2{,}4 - \frac{0{,}3}{x^2}.$

3. Déterminez l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f, au point A d'abscisse 0,5.

D'après le cours, l'équation réduite de (T) s'écrit $y = f'(x_A)\, x + b$.

Ici $x_A = 0{,}5$ et $f'(0{,}5) = 2{,}4 - \frac{0{,}3}{0{,}5^2} = 1{,}2$, donc $(T) : y = 1{,}2x + b$.

Pour déterminer b, on remplace x et y par $x_A = 0{,}5$ et $y_A = f(x_A) = f(0{,}5) = 2{,}3$.

On obtient : $2{,}3 = 1{,}2 \times 0{,}5 + b = 0{,}6 + b$.

Donc $b = 1{,}7$ et $(T) : y = 1{,}2x + 1{,}7$.

4. Utilisez l'outil numérique de votre choix pour représenter graphiquement la fonction dérivée f' sur l'intervalle [0,2 ; 1].

Réglage de la fenêtre d'affichage :

Ymin = –5 ; Ymax = 2.5.

5. Utilisez la représentation graphique pour étudier le signe de $f'(x)$. Arrondissez les valeurs au millième.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0{,}354$ au millième près.

$f'(0{,}3) = 2{,}4 - \dfrac{0{,}3}{0{,}3^2} \approx -0{,}93 < 0$

donc $f'(x) < 0$ sur [0,2 ; 0,354[.

$f'(0{,}5) = 2{,}4 - \dfrac{0{,}3}{0{,}5^2} = 1{,}2 > 0$

donc $f'(x) > 0$ sur]0,354 ; 1].

6. Complétez le tableau de variations de la fonction f. Arrondissez les valeurs de $f(x)$ au dixième.

x	0,2		0,354		1
Signe de $f'(x)$		–	0	+	
Variations de f	2,5	↘	2,2	↗	3,2

$f(0{,}2) = 2{,}4 \times 0{,}2 + 0{,}5 + \dfrac{0{,}3}{0{,}2} = 2{,}5.$

$f(0{,}354) = 2{,}4 \times 0{,}354 + 0{,}5 + \dfrac{0{,}3}{0{,}354} = 2{,}2.$

$f(1) = 2{,}4 \times 1 + 0{,}5 + \dfrac{0{,}3}{1} = 3{,}2.$

7. Répondez à la problématique. Arrondissez au millimètre.

La caisse doit avoir une hauteur de 0,354 m pour que sa production minimise la quantité de plastique utilisé.

18 ★★★ python™ Deux tronçons d'un manège à sensations doivent être remplacés. Les profils des tronçons sont modélisés par :

- la fonction f définie sur [2 ; 6,8] par $f(x) = -0{,}25x^2 + 1{,}8x + 0{,}78$;
- la fonction g définie sur [6,8 ; 12] par $g(x) = 0{,}25x^2 - 5x + 23{,}9$.

Pour que la jonction des deux tronçons soit optimale, deux conditions doivent être remplies :

- les deux profils doivent se rejoindre en un point d'assemblage d'abscisse 6,8 ;
- les tangentes à chacun des profils au point d'assemblage doivent avoir le même coefficient directeur.

Problématique

La jonction des deux tronçons est-elle optimale ?

1. Calculez les images de 6,8 par les fonctions f et g.

$f(6{,}8) = -0{,}25 \times 6{,}8^2 + 1{,}8 \times 6{,}8 + 0{,}78 = 1{,}46$;

$g(6{,}8) = 0{,}25 \times 6{,}8^2 - 5 \times 6{,}8 + 23{,}9 = 1{,}46.$

2. Déterminez les dérivées des fonctions f et g.

$f'(x) = -0{,}5x + 1{,}8$;

$g'(x) = 0{,}5x - 5.$

3. Déduisez-en les nombres dérivés des fonctions f et g pour $x = 6{,}8$.

$f'(6{,}8) = -0{,}5 \times 6{,}8 + 1{,}8 = -1{,}6$;

$g'(6{,}8) = 0{,}5 \times 6{,}8 - 5 = -1{,}6.$

4. Répondez à la problématique.

Les profils se rejoignent en un point d'assemblage de coordonnées (6,8 ; 1,46) et les tangentes à chacun des profils au point d'assemblage ont le même coefficient directeur égal à –1,6.

La jonction des deux tronçons est donc optimale.

5. foucherconnect.fr/22mc102

Éditez le fichier « **C06_89_Probleme18.py** », puis complétez-le afin que son exécution permette de répondre à la problématique. Les lignes de code doivent définir les 4 fonctions utilisées, puis faire vérifier les conditions de jonction optimale.

Évaluation

Compétences	S'approprier				Analyser Raisonner				Réaliser				Valider				Communiquer			
Questions	1				3				2 – 3 – 4 – 5a				5b – 6 – 7				7			
Niveau d'acquisition	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

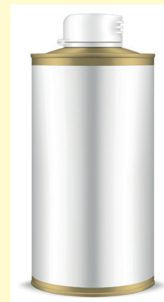
Situation

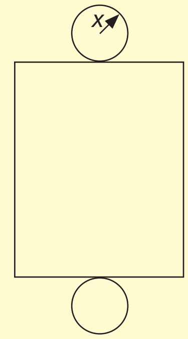
Une entreprise fabrique des bouteilles cylindriques en aluminium de contenance 1,5 litre. Elle souhaite minimiser la quantité d'aluminium nécessaire à la fabrication d'une bouteille.

La fabrication se faisant à partir de plaques d'aluminium, l'entreprise veut donc minimiser l'aire du patron d'une bouteille.

Pour un rayon x (en cm), l'aire (en cm²) du patron de la bouteille est modélisée par la fonction f définie sur [2 ; 15] par :

$$f(x) = 3\,000 \times \frac{1}{x} + 6{,}28x^2.$$





Patron de la bouteille

Problématique

Quelle est l'aire minimale pour le patron d'une bouteille ?

Pour quel rayon obtient-on cette aire minimale ?

1 S'approprier Calculez l'aire du patron de la bouteille si son rayon mesure 5 cm.

$f(5) = 3\,000 \times \frac{1}{5} + 6{,}28 \times 5^2 = 757$. L'aire du patron de la bouteille est donc égale à 757 cm².

2 Réaliser Déterminez la dérivée f' de la fonction f : $f'(x) = -\frac{3\,000}{x^2} + 12{,}56x$.

3 Réaliser Analyser/Raisonner Déterminez l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction f, au point A d'abscisse 5.

Équation réduite de (T) : $y = f'(x_A)\,x + b$ avec $x_A = 5$ et $f'(5) = -\frac{3\,000}{5^2} + 12{,}56 \times 5 = -57{,}2$.

Donc (T) : $y = -57{,}2x + b$.

Dans cette écriture, on remplace x et y par $x_A = 5$ et $y_A = f(5) = 757$.

On obtient : $757 = -57{,}2 \times 5 + b$ soit $757 = -286 + b$ et donc $b = 757 + 286 = 1\,043$.

Équation réduite de (T) : $y = -57{,}2x + 1\,043$.

4 Réaliser Représentez graphiquement la fonction dérivée f'.

Réglage de la fenêtre d'affichage : Ymin = –725 ; Ymax = 175.

5 **a.** Réaliser Résolvez graphiquement l'équation $f'(x) = 0$. Arrondissez au dixième.

$x = 6{,}2$ au dixième près.

b. Valider Étudiez le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [2 ; 15].

$f'(x) < 0$ sur [2 ; 6,2[et $f'(x) > 0$ sur]6,2 ; 15].

6 Valider Réaliser Complétez le tableau de variations de la fonction f. Arrondissez les valeurs de $f(x)$ à l'unité.

$f(2) = 3\,000 \times \frac{1}{2} + 6{,}28 \times 2^2 = 1\,525$.

$f(6{,}2) = 3\,000 \times \frac{1}{6{,}2} + 6{,}28 \times 6{,}2^2 = 725$.

$f(15) = 3\,000 \times \frac{1}{15} + 6{,}28 \times 15^2 = 1\,613$.

x	2		6,2		15
Signe de $f'(x)$		–	0	+	
Variations de f	1 525	↘	725	↗	1 613

7 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

L'aire minimale pour le patron d'une bouteille est égale à 725 cm².

Elle est obtenue pour un rayon mesurant 6,2 cm.

Géométrie dans l'espace

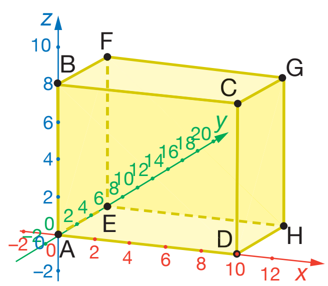
7

Capacités	Activités
• Représenter un solide usuel avec un logiciel. • Exploiter une représentation d'un solide usuel ou d'un solide constitué d'un assemblage de solides usuels.	Activité 1
• En utilisant un logiciel de géométrie dynamique : Réaliser la section d'un solide usuel par un plan ; Construire la section plane d'un solide passant par des points donnés.	Activité 2

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 92

Soit le pavé droit ci-contre.



a. Donnez les coordonnées du point C.

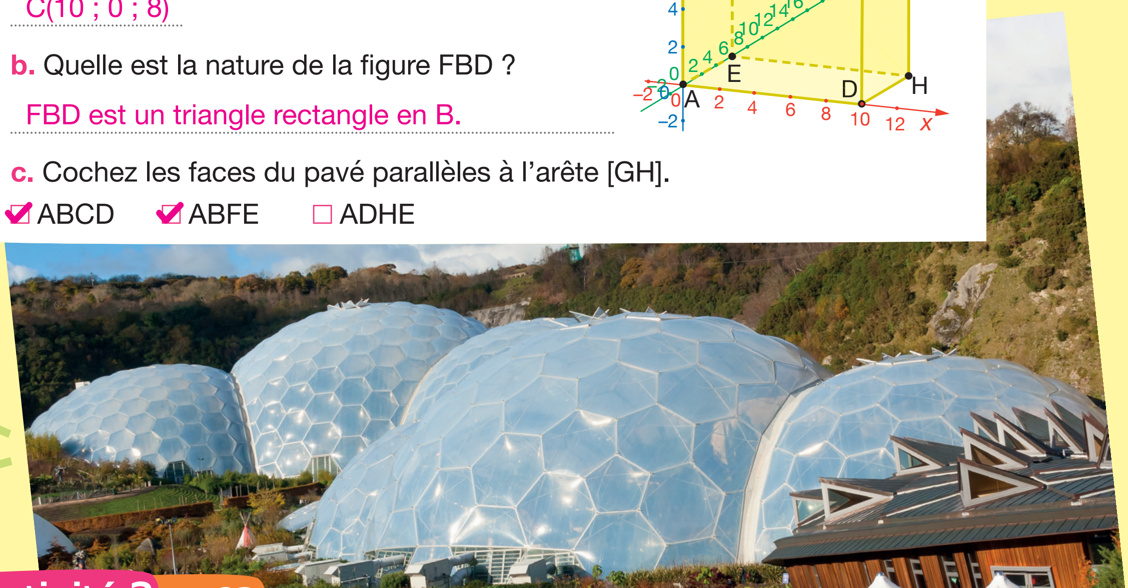
C(10 ; 0 ; 8)

b. Quelle est la nature de la figure FBD ?

FBD est un triangle rectangle en B.

c. Cochez les faces du pavé parallèles à l'arête [GH].

☑ ABCD ☑ ABFE ☐ ADHE



Activité 2 p. 93

Une canette est partiellement remplie de soda.

a. Nommez le solide usuel qui rappelle au mieux la forme d'une canette.

Le cylindre droit

b. Quel est le nom de la figure usuelle dessinée par la surface du soda vue de dessus dans la position ❶ ?

☐ un cercle ☑ un disque ☐ une sphère

c. Quel est le nom de la figure usuelle dessinée par la surface du soda vue de dessus dans la position ❷ ?

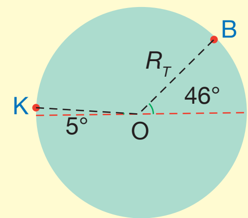
☐ un segment ☐ une ellipse ☑ un rectangle

Position ❶ Position ❷

Activité 1 Représenter un solide usuel et exploiter sa représentation

SITUATION . La course aux étoiles

Les lanceurs européen, Ariane, et russe, Soyouz, sont situés à Kourou en Guyane et à Baïkonour au Kazakhstan. La Terre est assimilée à une sphère de centre O et de rayon $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km. Kourou et Baïkonour sont assimilés à deux points K et B situés respectivement à une latitude de 5° Nord et 46° Nord.

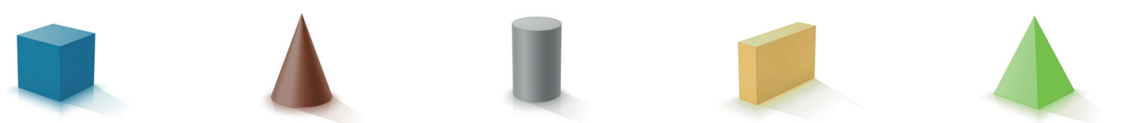


On étudie dans le référentiel géocentrique dont l'origine est le centre de la Terre, le mouvement d'une fusée avant son décollage.
Plus la vitesse de la fusée au sol est grande, plus le décollage est aisé.

Problématique

Quel site, Kourou ou Baïkonour, est le plus propice au lancement d'une fusée ?

1 S'approprier Nommez chacun des solides usuels ci-dessous.



Cube — Cône — Cylindre droit — Pavé droit — Pyramide

2 Réaliser Ouvrez le logiciel GeoGebra 3D et suivez les différentes étapes :

- Supprimez le plan par un clic droit ;
- Placez le point E(6,4 ; 0 ; 0) en écrivant E=(6.4,0,0) dans le champ de saisie. De même, placez les points F(–6,4 ; 0 ; 0), G(0 ; 0 ; 6,4) et O(0 ; 0 ; 0) ;
- Construisez la sphère de centre O passant par E avec l'outil ;
- Tracez le cercle d'axe (O*y*) passant par G avec l'outil ;
- Placez deux points B et K sur ce cercle. Mesurez les angles $\widehat{EOB}$ et $\widehat{FOK}$ avec l'outil .

Déplacez les points B et K pour obtenir $\widehat{EOB} = 46°$ et $\widehat{FOK} = 5°$;

- Tracez le cercle $\mathscr{C}_1$ d'axe (O*z*) passant par B et le cercle $\mathscr{C}_2$ d'axe (O*z*) passant par K.

TUTO LOGICIEL
Représenter une sphère et exploiter sa représentation
foucherconnect.fr/22mc103

3 Réaliser Mesurez les périmètres P_1 et P_2 des deux cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ avec l'outil .

Arrondissez à l'unité. $P_1 = 28$ et $P_2 = 40$.

4 Valider La sphère représente la Terre. Les distances se mesurent en milliers de km. On place une fusée Ariane sur le pas de tir à Kourou et une fusée Soyouz sur le pas de tir à Baïkonour. Déduisez-en, en km, les distances d_1 et d_2 parcourues respectivement par les fusées Ariane et Soyouz au sol, lorsque la Terre fait un tour sur elle-même en 24 h. $d_1 = 28\,000$ km et $d_2 = 40\,000$ km.

5 Réaliser Calculez, en km/h, les vitesses v_1 et v_2 de chaque fusée dans le référentiel géocentrique. Arrondissez à l'unité.

$v_1 = \dfrac{28\,000}{24} \approx 1\,167$ km/h et $v_2 = \dfrac{40\,000}{24} \approx 1\,667$ km/h.

Coup de pouce
Vitesse en km/h : $v = \dfrac{d}{t}$ où d est la distance en km et t le temps en h.

6 Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez.

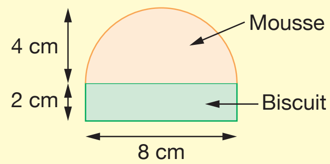
Kourou est le site le plus propice au lancement d'une fusée, car la vitesse d'une fusée au sol y est plus grande qu'à Baïkonour.

Activité 2 Réaliser des sections de solides usuels

SITUATION . Le meilleur entremet

Jade et Medhi participent à un concours de pâtisserie. Lors de la dégustation, le jury coupera chaque gâteau verticalement en deux parts égales et observera la surface obtenue, appelée section.

L'épreuve consiste à réaliser le meilleur entremet dont la section doit avoir la forme ci-contre.



Les deux candidats choisissent quatre moules à gâteau différents parmi les six modèles à leur disposition.

Problématique

Lors de la coupe des entremets de Jade et Medhi, le jury observera-t-il la section attendue ?

1 S'approprier Nommez les deux figures planes qui composent la section.

Un demi-disque et un rectangle.

2 Analyser/Raisonner Selon vous, parmi les six moules à leur disposition, quelles formes Jade et Medhi peuvent-ils utiliser pour réaliser leur entremet ? Cochez les bonnes réponses.

a. Pour la mousse : ☑ demi-boule ☑ demi-cylindre ☐ cône

b. Pour le biscuit : ☐ cube ☑ pavé droit ☑ cylindre droit

3 Réaliser foucherconnect.fr/22mc104 • Ouvrez le fichier « **C07_93_mousse.ggb** ».

• Coupez les trois solides par un plan passant par le point O et parallèle à la base du cylindre en sélectionnant l'outil puis en cliquant sur le point O et sur le disque $\mathscr{D}$ du cylindre droit ;

• Créez l'intersection de ce plan avec les trois solides en utilisant l'outil ;

• Faites un clic droit sur le plan et choisissez « Créer une vue 2D de p ». Faites un clic droit dans la partie 2D, sélectionnez « Recadrer » et choisissez pour « axeX : axeY » « 1 : 1 » pour afficher les trois sections.

TUTO LOGICIEL
Réaliser une section d'un solide
foucherconnect.fr/22mc105

4 Valider Validez l'hypothèse émise à la question **2a**.

Les moules en forme de demi-boule et de demi-cylindre permettent d'obtenir une section en forme de demi-disque.

5 Réaliser foucherconnect.fr/22mc104 • Ouvrez le fichier « **C07_93_biscuit.ggb** ».

• Coupez les trois solides par un plan parallèle à la face ABFE passant par le point O.

• Créez l'intersection de ce plan avec les trois solides.

• Affichez les trois sections verticales.

6 Valider Validez l'hypothèse émise à la question **2b**.

Les moules en forme de pavé droit et de cylindre droit permettent d'obtenir une section en forme de rectangle.

7 Valider Communiquer Répondez à la problématique sachant que Jade a utilisé les moules en forme de demi-boule et de cylindre droit, et Medhi ceux en forme de demi-cylindre et de pavé droit.

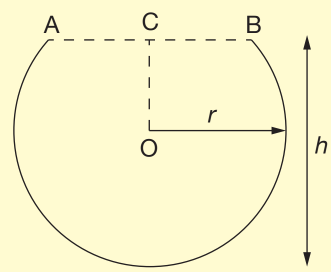
Les choix de Jade et Medhi permettent au jury d'observer la section attendue.

Activité Algo Pro Déterminer la hauteur maximale d'une calotte sphérique

SITUATION . Conception d'un bougeoir

Un artisan souhaite fabriquer des bougeoirs en forme de sphère de rayon $r = 5$ cm, coupée par un plan horizontal. Il y place des bougies de forme cylindrique de diamètre 6 cm. On note h la hauteur totale du bougeoir telle que $h \geqslant r$.

Le dessin ci-contre est une section verticale de la calotte sphérique passant par le centre O de la sphère.



Problématique

À quelle hauteur maximale l'artisan doit-il sectionner la sphère pour parvenir à insérer la bougie ?

1 Donnez, en cm, la longueur OB.

OB = r = 5 cm.

2 Exprimez la longueur CO en fonction de h.

CO = $h - r = h - 5$.

3 Montrez que CB = $\sqrt{10h - h^2}$ en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle OCB rectangle en C.

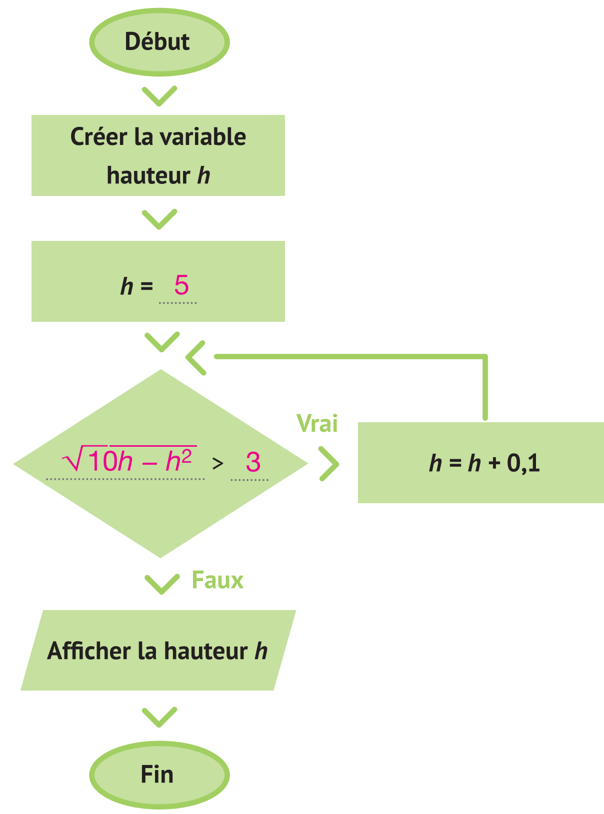
D'après le théorème de Pythagore, $OB^2 = CB^2 + CO^2$.

$CB^2 = OB^2 - CO^2 = 5^2 - (h-5)^2 = 25 - h^2 + 10h - 25 = 10h - h^2$

CB = $\sqrt{10h - h^2}$.

LANGAGE NATUREL

4 L'algorigramme ci-contre est celui du calcul, à 0,1 cm près, de la hauteur maximale h_{max} d'une calotte sphérique de rayon 5 cm dont le diamètre d'ouverture est supérieur à 6 cm. Complétez-le.



LANGAGE PYTHON python

5 Cochez le programme qui correspond à l'algorigramme.

☐
```
from math import*
h=5
if sqrt(10*h-h**2)>3:
  h=h+0.1
print("h=",h,"cm.")
```

☑
```
from math import*
h=5
while sqrt(10*h-h**2)>3:
  h=h+0.1
print("h=",round(h-0.1,1),"cm.")
```

6 Écrivez le programme choisi, puis exécutez-le. Répondez à la problématique.

L'artisan doit couper la sphère à une hauteur maximale de 9 cm.

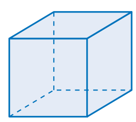
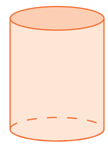
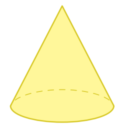
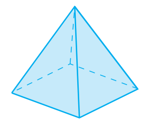
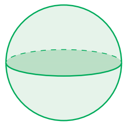
LEXIQUE python

Instruction	Signification
`if`	Tester la condition et exécuter l'instruction **si** (if) la réponse est oui.
`while`	Exécuter la boucle **tant que** (while) la condition est remplie.
`sqrt`	Racine carrée.

L'essentiel

Représentation et exploitation de solides usuels

- Les principaux solides usuels sont :

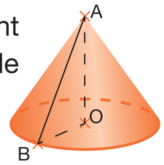
Cube	Pavé droit	Cylindre droit	Cône	Pyramide	Boule
					

- Une boule est une sphère pleine.
- Certains solides sont constitués d'un assemblage de solides usuels.

Exemple Un crayon est constitué d'un cylindre et d'une pointe en forme de cône.

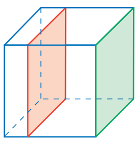
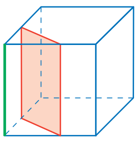
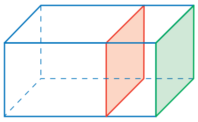
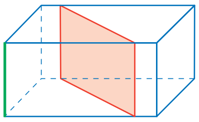
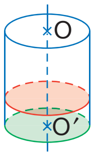
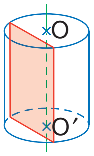
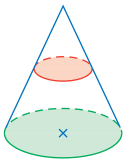
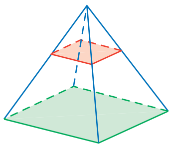
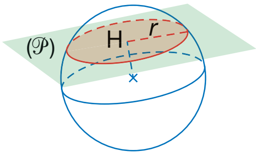
- Lorsque les conditions sont réunies, on peut appliquer dans les représentations d'un solide usuel, les **théorèmes de géométrie plane** tels que les théorèmes de Pythagore et de Thalès.

Exemple Un chapeau pointu a la forme d'un cône. O est le centre du disque de base. Le segment [OA] est la hauteur du cône. [OA] est perpendiculaire à [OB]. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle AOB rectangle en O.



Section d'un solide

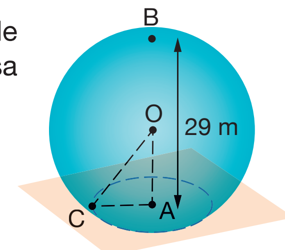
- La section plane d'un solide est la figure plane obtenue lorsque l'on coupe un solide par un plan.

Solide	Section plane			
Cube		Section par un plan parallèle à une face : carré.		Section par un plan parallèle à une arête : rectangle.
Pavé droit		Section par un plan parallèle à une face : rectangle.		Section par un plan parallèle à une arête : rectangle.
Cylindre droit		Section par un plan perpendiculaire à l'axe : disque.		Section par un plan parallèle à l'axe : rectangle.
Cône et pyramide			Section par un plan parallèle à la base : figure de même nature que la base.	
Boule			Section par un plan quelconque : disque.	

Savoir-faire

Savoir-faire 1 Appliquer le théorème de Pythagore dans la représentation d'un solide

La Géode modélisée sur le dessin ci-contre, est une portion de sphère de rayon 18 m, délimitée par un plan perpendiculaire à sa hauteur [AB].
AB = 29 m.
Calculez, en m, la distance AC. Arrondissez à 0,1.



RÉSOLUTION

- Le triangle OAC est rectangle en A, car la droite (OA) est perpendiculaire au rayon [AC].
- On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OAC rectangle en A :

$AO^2 + AC^2 = OC^2$

$(29 - 18)^2 + AC^2 = 18^2$

$AC^2 = 18^2 - 11^2 = 203$

$AC = \sqrt{203} \approx 14,2$ m.

MÉTHODE

Pour calculer une longueur dans un solide

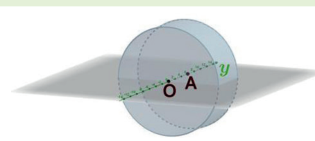
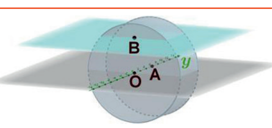
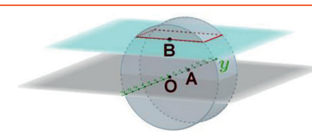
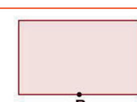
- Identifier un triangle rectangle ;
- Appliquer le théorème de Pythagore.

Voir exercice 4 et problèmes 9 à 13

Savoir-faire 2 Représenter la section d'un solide par un plan

On a fabriqué un vase en verre en coupant un cylindre droit par un plan parallèle à son axe, à 5 cm de l'axe. Le cylindre droit dont est issu le vase est haut de 6 cm et a une base circulaire de rayon 7 cm.
Quelle est la nature de la section obtenue ?

TUTO LOGICIEL
Réaliser une section d'un solide
foucherconnect.fr/22mc105

Étapes	Outils	Fenêtres graphiques
1 Placer les points O(0 ; 0 ; 0) et A(0 ; 6 ; 0) sur l'axe (Oy). Créer un cylindre droit de rayon 7 cm passant par O et A.	Saisie: O=(0,0,0) Saisie: A=(0,6,0) Cliquer sur O et A. Rayon : 7	
2 Placer le point B(0 ; 0 ; 5). Couper le cylindre droit par un plan parallèle au plan gris passant par B.	Saisie: B=(0,0,5) Cliquer sur B, puis sur le plan gris.	
3 Créer l'intersection du plan bleu avec le cylindre droit.	Cliquer sur le plan bleu, puis sur le cylindre droit.	
4 Faire un clic droit sur le plan bleu pour créer une vue 2D de la section. Faire un clic droit dans la fenêtre 2D, sélectionner « Recadrer » puis prendre pour « axeX : axeY » « 1 : 1 »	Créer une vue 2D de p Recadrer axeX : axeY 1 : 1	 La section d'un cylindre droit par un plan parallèle à son axe est un rectangle.

Voir exercice 8 et problèmes 11 et 14

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** les phrases en observant les étapes de construction ci-contre et en choisissant parmi les propositions suivantes :

cône • cylindre • disque • section • parallèle • perpendiculaire

Souhir souhaite modéliser l'abat-jour représenté ci-contre sur un logiciel de conception 3D.

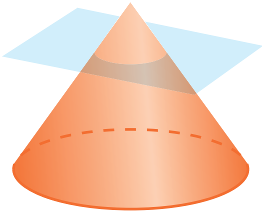
a. L'abat-jour a la forme d'un cône dont la partie supérieure a été coupée par un plan.

b. Le plan qui coupe le solide est parallèle à la base du solide.

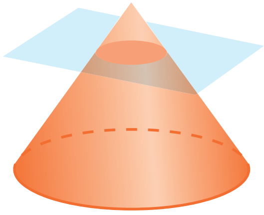
c. L'intersection entre le solide et le plan est une surface plane appelée section. La surface obtenue est un disque.

Abat-jour

Étape a.



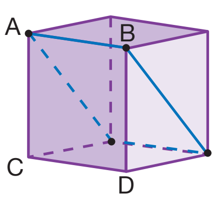
Étape b.



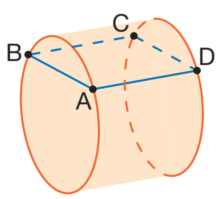
Étape c.

Je revois des points importants

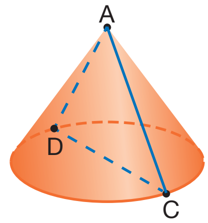
2 Les solides 1 à 4 ont été coupés par un plan. **Complétez** le tableau ci-dessous.



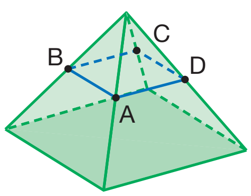
1



2



3



4

Numéro du solide	Nom du solide	Nature de la section plane	Position du plan
1	Cube	Rectangle	Plan parallèle à l'arête [CD] et passant par les points A et B.
3	Cône	Triangle	Plan perpendiculaire à la base et passant par le sommet.
4	Pyramide à base carrée	Carré	Plan parallèle à la base et passant par le point A.
2	Cylindre droit	Rectangle	Plan parallèle à l'axe du solide et passant par le point A.

Je mémorise

3 **Réalisez** une carte mentale qui reprend la nature des sections obtenues par la coupe de solides usuels par un plan.

> Je fais le point **page 95**

Exercices

AUTOMATISMES

Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur.
Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 (2')

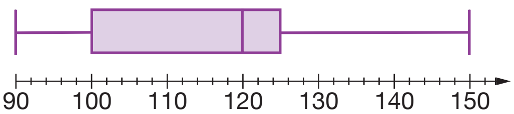
☐ **A7** Résolvez l'inéquation $-2x + 9 > 3$.

$-2x > 3 - 9$; $-2x > -6$; $x < \frac{-6}{-2}$; $x < 3$.

☐ **A23** Développez et réduisez $(x - 5)(x - 3)$.

$(x - 5)(x - 3) = x^2 - 3x - 5x + 15 = x^2 - 8x + 15$.

☐ **A4** Cochez le tableau qui correspond au diagramme en boîte suivant :



Étendue	25
Écart interquartile	60
Médiane	100

☐

Étendue	60
Écart interquartile	25
Médiane	120

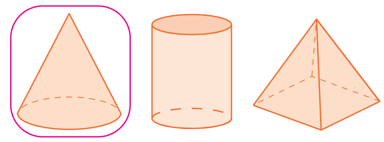
☑

Étendue	150
Écart interquartile	125
Médiane	120

☐

Rituel 2 (2')

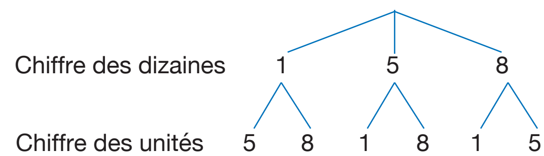
☐ **A18** Parmi les solides ci-contre, entourez le cône.



☐ **A14** Les deux droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ d'équations réduites $y = 7x - 4$ et $y = 7x + 4$ sont-elles parallèles ? Justifiez.

Oui, car $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ ont le même coefficient directeur 7.

☐ **A2** Déterminez à partir de l'arbre ci-dessous, le nombre de cas possibles d'obtenir « un nombre impair de deux chiffres ».



4 cas possibles : 15 ; 51 ; 81 et 85.

Représentation et exploitation de solides usuels

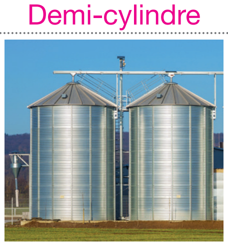
1 ★ Donnez les noms des solides usuels qui composent les solides suivants.

Pavé droit

Demi-cylindre

Cube

Pyramide



Cylindre droit

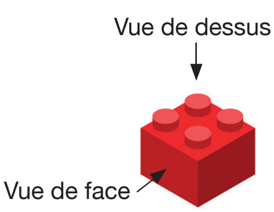
Cône

Cylindre droit

Boule

2 ★ **a.** Nommez les solides qui composent la brique de jeu ci-contre.

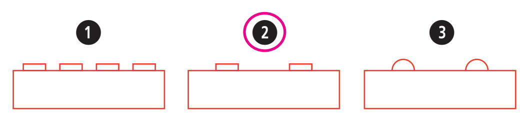
Un pavé droit et quatre cylindres droits.



b. Quelles figures planes usuelles visualise-t-on si on représente la vue de dessus de la brique ?

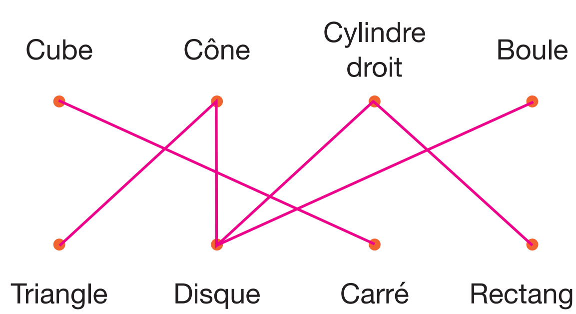
Un carré et quatre disques.

c. Entourez le numéro du dessin qui représente la vue de face de la brique.



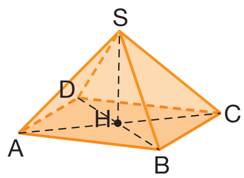
3 ★ Un enfant tente de faire passer des solides à travers les trous d'une boîte de jeu. On considère que les solides sont de la forme des trous.

Reliez chaque solide à la forme du trou correspondant.



4 ★★ Les quatre arêtes latérales de la pyramide du Louvre mesurent 33 m. La base est un carré de 35,4 m de côté.

La pyramide ABCDS ci-contre représente la pyramide du Louvre.



a. Quelle est la nature des triangles ABC et ASH ?

ABC et ASH sont des triangles rectangles.

b. Calculez, en m, la distance AC. Arrondissez à l'unité. $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2 \times 35{,}4^2 = 2\ 506{,}32$.

$AC = \sqrt{2\ 506{,}32} \approx 50$ m.

c. Calculez, en m, la hauteur réelle HS de la pyramide du Louvre. Arrondissez au dixième.

$HS^2 = AS^2 - AH^2 = 33^2 - \left(\frac{50}{2}\right)^2 = 464$.

$HS = \sqrt{464} \approx 21{,}5$ m.

5 ★ La base de la pyramide du Louvre est un carré de 35,4 m de côté. Les arêtes latérales mesurent 33 m.

TUTO LOGICIEL
Représenter une pyramide
foucherconnect.fr/22mc106

a. Représentez sur GeoGebra 3D une pyramide dont la base est un carré de côté 3,54 et dont les arêtes latérales mesurent 3,3 avec les outils et

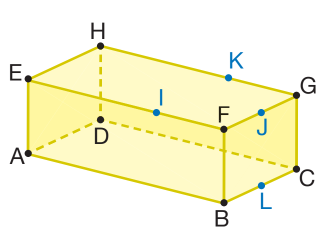
b. Mesurez la hauteur *h* de la pyramide. Arrondissez au centième. $h \approx 2{,}15$.

c. La pyramide représente celle du Louvre. Les distances se mesurent en dizaines de mètres. Déduisez-en, en m, la hauteur de la pyramide du Louvre.

La pyramide du Louvre a une hauteur égale à 21,5 m.

Section d'un solide

6 ★★ Lynda prépare le petit-déjeuner pour les clients d'un hôtel. Elle coupe d'un coup de couteau une plaquette de beurre.

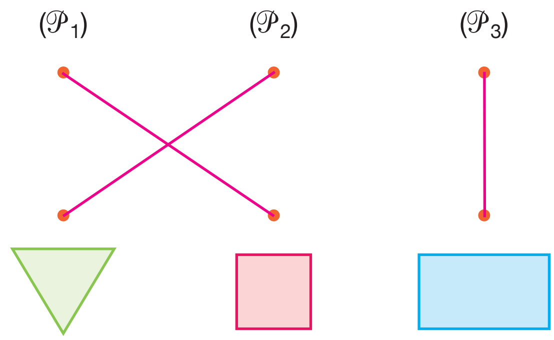


a. Nommez le solide usuel qui rappelle au mieux la forme d'une plaquette de beurre. Un pavé droit.

b. La face BCGF est carrée. La droite (JL) est parallèle à la droite (GC). Lynda coupe la plaquette de beurre par les trois plans suivants :

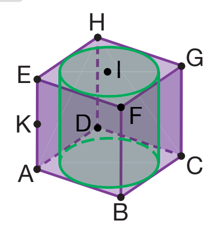
- ($\mathcal{P}_1$) parallèle à la face BCGF passant par le point I ;
- ($\mathcal{P}_2$) passant par les points I, J, B ;
- ($\mathcal{P}_3$) passant par les points K, J, L.

Reliez chaque plan à la forme de la section obtenue.



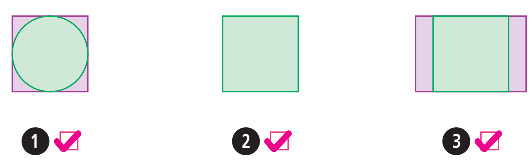
7 ★★★ foucherconnect.fr/22mc107

Ensembles ▸ p. 115 À l'aide d'une imprimante 3D, Anatole réalise un solide composé d'un cylindre droit S_1 « exactement » contenu dans un cube S_2 de 8 cm de côté. I est le centre de la base supérieure du cylindre S_1. On coupe le solide par un plan.



a. Complétez par un des symboles suivants : ∈, ∉ ou ⊂. S_1 ⊂ S_2 ; A ∉ S_1 ; E ∈ S_2 ; I ∈ S_2.

b. Cochez les dessins qui peuvent représenter une section de ce solide.



c. Indiquez dans chaque cas ❶, ❷ et ❸ une position possible du plan.

❶ : plan parallèle à la face EFGH passant par K.

❷ : plan parallèle à la face ABFE passant par I.

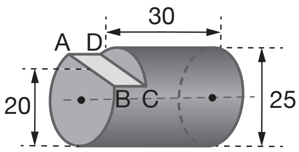
❸ : plan passant par les points A, E, G.

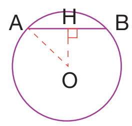
d. Ouvrez le fichier « **C07_99_exercice7.ggb** ». Vérifiez vos réponses à l'aide des fonctionnalités du logiciel.

TUTO LOGICIEL
Réaliser une section d'un solide
foucherconnect.fr/22mc105

Problèmes

8 ★★ Karim usine un cylindre droit de 40 cm de hauteur afin d'obtenir une surface plane ABCD appelée méplat.





1. Cochez la bonne réponse. Pour obtenir le rectangle ABCD, Karim a coupé une tige cylindrique :

- ☑ parallèlement à son axe ;
- ☐ perpendiculairement à son axe.

2. Dans le triangle rectangle OHA, calculez, en cm, la longueur HA.

$HA^2 = AO^2 - HO^2 = 12{,}5^2 - (20 - 12{,}5)^2 = 100.$

$HA = \sqrt{100} = 10$ cm.

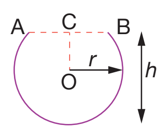
3. Donnez, en cm, les dimensions du méplat.

AB = 2 × AH = 20 cm ; BC = 40 – 30 = 10 cm.

9 ★★ python™ foucherconnect.fr/22mc108

Un traiteur utilise des verrines en forme de sphère de rayon $r = 3$ cm, coupée par un plan horizontal.

Le dessin ci-contre est une section verticale de la calotte sphérique passant par le centre O de la sphère. $h = 4{,}5$ cm.



1. Donnez, en cm, la distance OC.

$OC = h - r = 4{,}5 - 3 = 1{,}5$ cm.

2. Calculez, en cm, le diamètre d'ouverture AB de la verrine. Arrondissez au dixième.

Dans le triangle CBO rectangle en C :

$CB^2 = OB^2 - OC^2 = 3^2 - 1{,}5^2 = 6{,}75$

$AB = 2 \times CB = 2 \times \sqrt{6{,}75} \approx 5{,}2$ cm.

3. Le programme suivant permet de calculer le volume d'une boule de rayon *r*.

```
1  from math import*
2  r=float(input("Donnez, en cm, le rayon."))
3  V=4*pi*r**3/3
4  print("Volume=",V,"cm\u00b3.")
```

Le volume V' d'une calotte sphérique est donné par la formule $V' = \dfrac{\pi h^2}{3}(3r - h)$.

Quelle variable supplémentaire faut-il créer à la ligne 3 du programme pour calculer le volume d'une calotte sphérique ? La hauteur *h*.

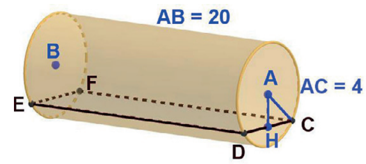
4. Ouvrez le fichier « **C07_100_verrine.py** ». Modifiez le programme et exécutez-le. Quel est, en cm³, le volume V' de la verrine ? Arrondissez à l'unité.

$V' \approx 95{,}4$ cm³.

10 ★★ Pour présenter joliment ses buches de forme cylindrique, un pâtissier réalise une coupe par un plan parallèle à l'axe du cylindre droit.

Le dessin suivant représente la buche et la section CDEF située à 2,5 cm de l'axe du cylindre.

Les dimensions sont données en cm.



1. Donnez la nature de la section CDEF.

CDEF est un rectangle.

2. Dans le triangle ACH rectangle en H, calculez, en cm, la distance HC. Arrondissez à l'unité.

$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 4^2 - 2{,}5^2 = 9{,}75$

$HC = \sqrt{9{,}75} \approx 3$ cm.

3. Quelles sont les dimensions minimales du plat rectangulaire sur lequel la buche peut être déposée ?

Le plat doit avoir une longueur minimale de 20 cm et une largeur minimale de 6 cm.

11 ★★ foucherconnect.fr/22mc109

Un fleuriste commande à un artisan verrier des terrariums en forme de cube dont un sommet de la base a été sectionné pour une présentation originale.

Le modèle figure sur l'image ci-contre.

1. Conjecturez la nature de la section sur laquelle repose le terrarium.

Un triangle.

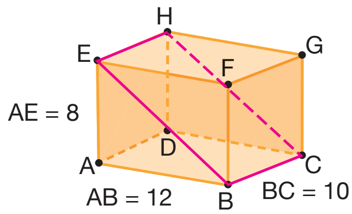
2. Ouvrez le fichier « **C07_100_terrarium.ggb** ». Les dimensions sont données en cm. Coupez le cube par un plan passant par les points I, J et K. Créez l'intersection de ce plan avec le cube. Validez l'hypothèse émise à la question **1**.

La section est un triangle équilatéral.

3. À l'aide de l'outil cm² mesurez, en cm², l'aire $\mathscr{A}$ de la section qui sert de base d'appui. Arrondissez au dixième.

$\mathscr{A} \approx 21{,}7$ cm².

12 ★ ★ Sandra souhaite peindre deux serre-livres identiques fabriqués à partir d'un pavé droit en bois représenté ci-contre.



Les dimensions sont données en centimètres.

Le pavé droit a été coupé par le plan passant par les points E et B et parallèle à l'arête [AD].

1. Dessinez la section obtenue sur la représentation du pavé droit.

2. Quelle est la nature de la section ?

La section est un rectangle.

3. Calculez, en cm, la longueur BE. Arrondissez à 0,1. $BE^2 = AB^2 + AE^2 = 12^2 + 8^2 = 208.$

$BE = \sqrt{208} \approx 14{,}4$ cm.

4. Calculez, en cm², l'aire totale $\mathscr{A}$ de la surface à peindre.

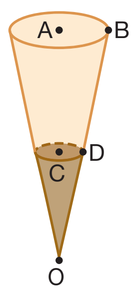
$2 \times AB \times AE + 2 \times AB \times AD + 2 \times BC \times BF + 2 \times$

$BE \times BC = 2 \times 12 \times 8 + 2 \times 12 \times 10 + 2 \times 10 \times 8$

$+ 2 \times 14{,}4 \times 10 = 880$ cm².

13 ★ ★ ★ Un industriel fabrique des cônes glacés. Le bord du cornet est un cercle de centre A et de rayon AB = 2,6 cm. OB = 13,3 cm. Le fabricant verse du chocolat sur une hauteur OC = 6 cm. Le volume V d'un cône de rayon R et de hauteur h est :

$$V = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h.$$



Problématique

Quel volume, en mL, de chocolat l'industriel doit-il verser dans le fond du cornet ?

1. Quelle est la nature du triangle AOB ?

AOB est un triangle rectangle en A.

2. Calculez, en cm, la hauteur OA du cornet. Arrondissez à l'unité.

$OA^2 = OB^2 - AB^2 = 13{,}3^2 - 2{,}6^2 = 170{,}13$;

$OA = \sqrt{170{,}13} \approx 13$ cm.

3. Le cône formé par le chocolat est une réduction du cornet, de rapport $k = \frac{OC}{OA}$.

Coup de pouce

Lors d'une réduction de rapport k d'un solide, les longueurs sont multipliées par k.

Quel est, en cm, le rayon CD de la base du cône formé par le chocolat ?

$CD = k \times AB = \frac{6}{13} \times 2{,}6 = 1{,}2$ cm.

4. Calculez, en cm³, le volume V du cône en chocolat. Arrondissez à l'unité.

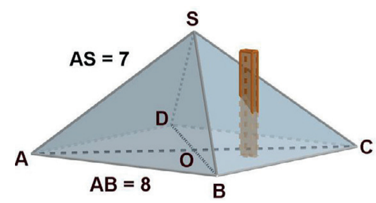
$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}2^2 \times 6 \approx 9$ cm³.

5. Répondez à la problématique.

L'industriel doit verser 9 mL de chocolat.

14 ★ ★ ★ foucherconnect.fr/22mc110

Hélio doit prévoir une ouverture pour faire passer un conduit de cheminée en forme de pavé droit à travers une toiture. Le toit est une pyramide à base carrée. Les dimensions ci-dessous sont données en mètres.



Problématique

Quelle est, en m², l'aire minimale à prévoir pour l'ouverture ?

1. Calculez, en m, la distance AC. Arrondissez à 0,1.

Dans le triangle ABC rectangle en B :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2 \times 8^2 = 128$;

$AC = \sqrt{128} \approx 11{,}3$ m.

2. Calculez, en m, la hauteur OS de la pyramide. Arrondissez à 0,1.

Dans le triangle AOS rectangle en O :

$OS^2 = AS^2 - AO^2 = 7^2 - \left(\frac{11{,}3}{2}\right)^2 = 17{,}077\,5$;

$OS = \sqrt{17{,}077\,5} \approx 4{,}1$ m.

3. Ouvrez le fichier « **C07_101_cheminee.ggb** ». Coupez le pavé droit par la face SBC. Créez l'intersection du plan avec le solide. Indiquez la nature de la figure plane obtenue.

Un rectangle.

4. Répondez à la problématique en utilisant l'outil cm². Arrondissez au dixième.

Il faut prévoir une ouverture minimale de 0,2 m².

Évaluation

Compétences	S'approprier	Analyser Raisonner	Réaliser	Valider	Communiquer
Questions	2	1	3 – 5	4 – 6	6
Niveau d'acquisition	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4

Situation

Pour sa prochaine collection, l'entreprise Jolysac souhaite développer un modèle de sac à main de forme cylindrique dont la partie supérieure est coupée par un plan parallèle à l'axe du cylindre.

Cynthia réalise un prototype de diamètre 20 cm et d'épaisseur 8 cm sur un logiciel de conception 3D. Pour valider le projet, l'aire de la section doit être supérieure à 100 cm^2.

Problématique

Le modèle conçu par Cynthia peut-il être validé ?

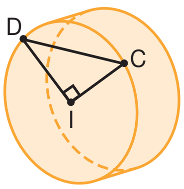
1 Analyser/Raisonner Cynthia commence par représenter un cylindre droit sur le logiciel GeoGebra.

a. Quelle est la nature de la section si le cylindre est coupé perpendiculairement à son axe ?

La section obtenue est un disque.

b. Quelle est la nature de la section si le cylindre est coupé parallèlement à son axe ?

La section obtenue est un rectangle.



2 S'approprier Donnez, en cm, les longueurs des segments [IC] et [ID].

$IC = ID = \frac{20}{2} = 10$ cm.

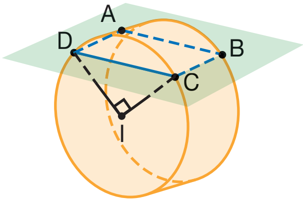
3 Réaliser Calculez, en cm, la longueur du segment [CD] sachant que $\widehat{CID} = 90°$. Arrondissez à l'unité.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ICD rectangle en I :

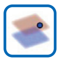
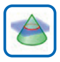
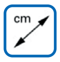
$CD^2 = IC^2 + ID^2 = 2 \times 10^2 = 200$;

$CD = \sqrt{200} \approx 14$ cm.

4 Valider La partie supérieure du cylindre droit est coupée par un plan parallèle à l'axe du cylindre.



a. Cochez l'outil qui permet de créer l'intersection du plan avec le cylindre droit.

☐  ☐  ☑  ☐ 

b. Indiquez la nature de la section ABCD.

ABCD est un rectangle.

5 Réaliser Calculez, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ de la section ABCD.

$\mathscr{A} = CD \times CB = 14 \times 8 = 112$ cm^2.

6 Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez votre réponse.

Le modèle conçu par Cynthia peut être validé car l'aire de la section est supérieure à 100 cm^2.

Calculs commerciaux et financiers

8

Capacités	Activités
• Calculer le montant d'un capital disponible après *n* périodes de placement à intérêt simple. • Déterminer un taux.	Activité 1
• Calculer un coût total de production, un résultat, un coût marginal. • Calculer un coût moyen unitaire.	Activité 2

Je m'échauffe !

Activité 1 p. 104

a. Monia place 8 000 € pendant 1 an, au taux annuel de 2 %.

Calculez l'intérêt produit.

$8\,000 \times 0{,}02 = 160$ €.

b. Résolvez l'équation $2 \times x \times 5 = 180$.

$10x = 180$; $x = \dfrac{180}{10}$; $x = 18$.

Activité 2 p. 105

a. Pour calculer 1 % de 550 €, Rémi a saisi dans la cellule A2 d'une feuille de calcul d'un tableur la formule $\boxed{\text{=A1*0,1}}$.

	A
1	550
2	=A1*0,1

Cette formule est-elle exacte ? non Justifiez.

La formule exacte est : $\boxed{\text{=A1*0,01}}$

b. Le coût total de fabrication de 500 objets est 8 000 €. Seuls 400 objets sont vendus. Le prix unitaire de vente de cet objet est 18 €.

L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? non Justifiez.

Recette : $18 \times 400 = 7\,200$ €. La recette est inférieure au coût de fabrication.

Activité 1 Placer un capital à intérêt simple

SITUATION . Des euros qui fructifient

Alec place 3 000 € à la banque A au taux annuel de 2,1 %.

Au bout de 8 mois, il retire son capital et les intérêts produits. Il place la somme ainsi obtenue à la banque B pendant 10 mois. Ce nouveau placement lui rapporte 60,84 € d'intérêt.

Alec conservera la banque B pour ses placements si le taux d'intérêt annuel est supérieur à 2,5 %.

Problématique

Alec va-t-il conserver la banque B pour placer ses capitaux ?

1 **a.** S'approprier Donnez l'écriture décimale de 2,1 %. $2{,}1\ \% = \frac{2{,}1}{100} = 0{,}021$.

b. Valider Vérifiez que l'intérêt annuel produit par le capital de 3 000 € à la banque A est 63 €.

$3\,000 \times 0{,}021 = 63$ €.

c. Réaliser L'intérêt est proportionnel au nombre de mois de placement.

Complétez ce tableau de proportionnalité avec une donnée de l'énoncé et le résultat de la question **1b**. Puis calculez *I*, l'intérêt produit à la banque A.

Nombre de mois	12	8
Intérêt (en €)	63	*I* ?

$I = \frac{63 \times 8}{12} = 42$ €.

d. Réaliser Calculez le montant du capital disponible au bout de 8 mois de placement à la banque A.

$3\,000 + 42 = 3\,042$ €.

Le capital disponible en fin de placement est aussi appelé valeur acquise.

Capital disponible en fin de placement = capital placé + intérêt

e. Valider On peut calculer l'intérêt *I* à l'aide de la formule $I = C \times t \times n$ où *C* est le capital placé, *t* le taux mensuel, *n* le nombre de mois de placement.

Vérifiez à l'aide de cette formule le résultat obtenu à la question **1c**.

Taux mensuel $= \frac{\text{taux annuel}}{12} = \frac{0{,}021}{12} = 0{,}001\,75$.

$I = 3\,000 \times 0{,}001\,75 \times 8 = 42$ €.

Coup de pouce Utiliser l'écriture décimale des pourcentages.

2 **a.** S'approprier Dans la formule $I = C \times t \times n$, remplacez *I*, *C* et *n* par leur valeur dans le placement à la banque B.

On sait que pour ce placement, $I = 60{,}84$; $C = 3\,042$; $n = 10$.

$60{,}84 = 3\,042 \times t \times 10$ où *t* est le taux mensuel à la banque B.

b. Réaliser Valider Transformez cette équation d'inconnue *t* pour montrer que $t = 0{,}002$.

$60{,}84 = 30\,420t$; $t = \frac{60{,}84}{30\,420}$; $t = 0{,}002$.

c. Réaliser Calculez le taux annuel de placement à la banque B.

$0{,}002 \times 12 = 0{,}024$. Le taux annuel est 2,4 %.

3 Valider Communiquer Répondez à la problématique.

2,4 % < 2,5 %. Donc Alec ne conservera pas la banque B pour ses placements.

Activité 2 Calculer des coûts et un résultat

SITUATION . Plus on fabrique, plus on gagne ?

Un atelier fabrique des jouets en bois. Le nombre quotidien de jouets fabriqués peut varier de 30 à 90. Le prix de vente de chaque jouet est fixé à 20 €.

Le coût total de production est composé de coûts fixes (loyer, assurance, …) auxquels s'ajoutent des coûts variables qui dépendent du nombre de jouets fabriqués (main d'œuvre, matières premières, …).

Le coût total de production, en euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle [30 ; 90] par $C(x) = 0{,}1x^2 + 5x + 160$ où x est le nombre de jouets fabriqués.

Problématique

Quel est le nombre de jouets fabriqués qui donne un bénéfice maximal ?

1 **S'approprier** Calculez le **coût total** pour produire 60 jouets.

$C(60) = 0{,}1 \times 60^2 + 5 \times 60 + 160 = 820$ €.

2 **Réaliser** Calculez le **coût moyen** de production d'un jouet dans le cas d'une production de 60 jouets.

Coût moyen de production pour 60 jouets : $\frac{820}{60} \approx 13{,}67$ €.

> **Coup de pouce**
> $$\text{coût moyen} = \frac{\text{coût total}}{\text{nombre d'objets fabriqués}}$$

3 **Réaliser** Calculez $C(61) - C(60)$.

$C(61) = 0{,}1 \times 61^2 + 5 \times 61 + 161 = 837{,}10$ €. $C(61) - C(60) = 837{,}10 - 820 = 17{,}10$ €.

Cette différence est appelée **coût marginal** pour fabriquer 1 objet supplémentaire, le 61e.

4 **Analyser/Raisonner** Le montant, en euros, des recettes générées par la vente de x objets est :

☐ 20 ☐ $20 + x$ ☑ $20x$

5 **Valider** Le **résultat**, noté $R(x)$, est la différence entre les recettes et le coût total de production.
Si $R(x) > 0$, l'atelier réalise un **bénéfice** ; si $R(x) < 0$, le résultat est une **perte**.
Montrez que $R(x) = -0{,}1x^2 + 15x - 160$. $R(x) = 20x - (0{,}1x^2 + 5x + 160)$

$R(x) = 20x - 0{,}1x^2 - 5x - 160 = -0{,}1x^2 + 15x - 160$.

6 **Réaliser** Déterminez l'expression de $R'(x)$ où R' est la fonction dérivée de la fonction R.

$R'(x) = -0{,}1 \times 2x + 15 = -0{,}2x + 15$.

7 **Réaliser** Complétez le tableau de variations de la fonction R.

x	30		75		90
Signe de $R'(x)$		+	0	–	
Variations de R	200	↗	402,5	↘	380

8 **Réaliser** La fonction R présente-t-elle un maximum ? oui

Si oui, donnez sa valeur : 402,5 et la valeur de x correspondante : 75

9 **Communiquer** Répondez à la problématique.

Le bénéfice est maximal pour 75 jouets fabriqués.

Activité Algo Pro — Déterminer le minimum d'un coût

MES FICHIERS
Python
foucherconnect.fr/22mc111

SITUATION . Coût moyen minimum

Dans une fabrique de tapis, le coût total de production dépend de la quantité de tapis produits. Il est modélisé par la fonction P telle que $P(x) = 3x^2 - 48x + 675$ où x est le nombre de tapis produits par jour et $x \in [1 ; 20]$.

Problématique

Pour quel nombre de tapis produits quotidiennement le coût moyen unitaire de production est-il minimum ?

LANGAGE PYTHON python™

```
n = int(input("Quantité de tapis fabriqués ?"))
def P(n) :
   return 3*n**2-48*n+675
print (P(n))
print (P(n)/n)
```

```
Console Python
>>>
483
60.375
```

1 **a.** On a exécuté le programme Python ci-contre. Indiquez ce que représentent les valeurs 483 et 60,375 obtenues.

483 est le coût total de production.

60,375 est le coût unitaire moyen pour le nombre de tapis demandé par le programme.

b. Donnez le nombre de tapis pour lequel ces valeurs ont été obtenues. 483 ÷ 60,375 = 8. La fabrique a produit 8 tapis.

2 Le coût moyen unitaire de production est donné par la fonction C_M telle que $C_M(x) = 3x - 48 + \frac{675}{x}$ pour $x \in [1 ; 20]$. Ouvrez le fichier « **C08_106_algopro2.py** ».

a. Comment se nomme la liste utilisée dans ce programme ? Elle se nomme : cout (voir ligne 3).

b. Sur l'ordinateur, complétez la ligne 4 du programme et exécutez-le.

c. Donnez le minimum du coût moyen de production : 42 €

d. Pourquoi ce programme ne permet-il pas de répondre à la problématique ?

Il ne donne pas le nombre de tapis correspondant au coût moyen minimum.

3 **a.** Ouvrez le fichier « **C08_106_algopro3.py** » et exécutez le programme.
Quelle ligne a-t-on ajouté au programme précédent pour obtenir cet affichage ?

On a ajouté la ligne : print (n,CM(n)). Sur la même ligne, s'affiche alors le nombre de tapis et le coût moyen correspondant.

b. Donnez le nombre de tapis fabriqués correspondant au coût moyen minimum : 15 tapis

4 Répondez à la problématique.

Le coût moyen de production est minimum pour 15 tapis fabriqués.

LEXIQUE python™

Instruction	Signification
`L.append(a)`	Ajouter l'élément a à la fin de la liste L.
`min (L)`	Déterminer le minimum de la liste L.

Je fais le point Calculs commerciaux et financiers

L'essentiel

Placement à intérêt simple

- Dans un placement à intérêt simple, l'intérêt I est proportionnel au capital placé C, au taux d'intérêt périodique t et au nombre n de périodes de placement.
L'intérêt se calcule avec la formule $I = C \times t \times n$.
- Taux périodique

Durée de placement n	en mois	en quinzaines	en jours
Taux périodique t	$\dfrac{\text{taux annuel}}{12}$	$\dfrac{\text{taux annuel}}{24}$	$\dfrac{\text{taux annuel}}{360}$

- Le montant du capital disponible ou valeur acquise après n périodes de placement est la somme du capital placé et de l'intérêt produit.
Capital disponible en fin de placement = capital placé + intérêt

Exemple On place 4 500 € au taux annuel de 2,3 % pendant 180 jours.
Intérêt produit en 180 jours = $4\,500 \times \dfrac{0{,}023}{360} \times 180 = 51{,}75$ €.
Capital disponible après 180 jours de placement : 4 500 + 51,75 = 4 551,75 €

Coûts et résultat

- Le coût total de production est le total des dépenses afin de réaliser une production donnée.
- Le coût moyen C_M est le coût de production unitaire.
$C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ où $C(x)$ est le coût total de production.

Coût fixe + Coût variable = Coût total de production

Exemple On note x le nombre de chapeaux fabriqués chaque jour dans une entreprise avec $0 < x \leqslant 200$. Le coût total de production, en €, est donné par $C(x) = 0{,}1x^2 - 5x + 1\,000$.
Le coût total de production pour fabriquer 80 chapeaux est :
$C(80) = 0{,}1 \times 80^2 - 5 \times 80 + 1\,000 = 1\,240$ €.
Le coût moyen de production pour 80 chapeaux est : $\dfrac{C(80)}{80} = \dfrac{1\,240}{80} = 15{,}50$ €.

- Le coût marginal C_m est le coût de production d'une unité supplémentaire.
$C_m(x) = C(x+1) - C(x)$ où $C(x)$ est le coût total de production de x unités.
Pour de grandes quantités produites, on prend $C_m(x) = C'(x)$ où C' est la fonction dérivée de C.

Exemple On reprend l'exemple précédent.
Coût marginal d'une production de 200 chapeaux = $C_m(200)$
$C_m(200) = C(201) - C(200) = 4\,035{,}10 - 4\,000 = 35{,}10$ €.
$C'(x) = 0{,}2x - 5$. D'où $C'(200) = 0{,}2 \times 200 - 5 = 35$ €.
C'est une bonne approximation du coût marginal.

- Résultat = chiffre d'affaires – coût total de production.
Si le résultat est positif, c'est un bénéfice. Si le résultat est négatif, c'est une perte.

Exemple On reprend l'exemple précédent.
Les chapeaux sont vendus 20 € pièce à un grand magasin.
Le résultat pour 80 chapeaux vendus est : 20 × 80 – 1 240 = 360 €. C'est un bénéfice.

Savoir-faire

Savoir-faire 1 Passer d'un taux annuel à un taux périodique et inversement

a. Calculez le taux mensuel proportionnel à un taux annuel de 3,6 %.
b. Calculez le taux annuel proportionnel à un taux trimestriel de 0,8 %.

RÉSOLUTION

a. Il y a 12 mois dans l'année.
Taux mensuel $= \dfrac{3{,}6\ \%}{12} = 0{,}3\ \%$.

b. Il y a 4 trimestres dans l'année.
Taux annuel $= 0{,}8\ \% \times 4 = 3{,}2\ \%$

MÉTHODE

Pour passer d'un taux annuel à un taux périodique
- Repérer le nombre de périodes dans l'année.
- Diviser le taux annuel par le nombre de périodes dans l'année.

Pour passer d'un taux périodique à un taux annuel
- Repérer le nombre de périodes dans l'année.
- Multiplier le taux périodique par le nombre de périodes dans l'année.

Voir exercices 1 et 4

Savoir-faire 2 Calculer un taux de placement

Un capital de 24 000 € est placé pendant 8 mois. Le capital disponible est alors de 24 720 €.
Calculez le taux annuel de placement.

RÉSOLUTION

- Montant de l'intérêt : 24 720 – 24 000 = 720 €.
- $C = 24\,000$; $n = 8$; $I = 720$.
- La période de placement est le mois ; donc t est le taux mensuel.
- $720 = 24\,000 \times t \times 8$.
- $720 = 192\,000 \times t$.

$t = \dfrac{720}{192\,000} = 0{,}003\,75$.
Taux mensuel = 0,375 %.
- Taux annuel = 0,375 % × 12 = 4,5 %.

MÉTHODE

- Calculer l'intérêt s'il n'est pas donné.
- Repérer la valeur du capital C et du nombre n de périodes de placement.
- Repérer quelle est la période de placement : mois, mois, trimestre…
- Remplacer I, C et n par leur valeur dans la formule $I = C \times t \times n$ où t est le taux périodique.
- Résoudre l'équation d'inconnue t obtenue.
- Calculer le taux annuel (voir Savoir-faire 1).

Voir exercices 4 et 5

Savoir-faire 3 Calculer un coût marginal

Une entreprise fabrique un produit liquide dont le coût total journalier de production pour x litres est donné par la fonction C définie sur [1 ; 50] par $C(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 200$, le coût étant exprimé en centaines d'euros.
Calculez de deux façons le coût marginal pour une production de 40 litres, c'est-à-dire l'augmentation du coût total de production pour passer de 40 L à 41 L.

RÉSOLUTION

Calcul avec la définition
- $C(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 200$.
- $C(40) = 0{,}5 \times 40^2 + 2 \times 40 + 200 = 1\,080$.

$C(41) = 0{,}5 \times 41^2 + 2 \times 41 + 200 = 1\,122{,}5$.
- coût marginal $= C(41) - C(40) = 42{,}50$ €.

Calcul avec la dérivée (on obtient une valeur approchée)
- $C'(x) = 0{,}5 \times 2x + 2 = x + 2$.
- coût marginal $= C'(40) = 40 + 2 = 42$ €.

L'écart entre les deux résultats est faible.

MÉTHODE

Pour calculer un coût marginal avec la définition
- Repérer l'expression du coût total de production.
- Calculer $C(x_0)$ et $C(x_0 + 1)$ pour la valeur x_0 donnée.
- Calculer $C(x_0 + 1) - C(x_0)$.

Pour calculer un coût marginal avec la dérivée (pour une production importante)
- Exprimer la dérivée $C'(x)$.
- Calculer $C'(x_0)$ pour la valeur x_0 donnée.

Voir exercices 10 et 11

J'utilise le vocabulaire approprié

1 **Complétez** le texte avec les expressions proposées.
(Certaines propositions peuvent ne pas être utilisées.)

le coût moyen • le coût marginal • taux • journalier • le coût total • intérêt • une perte • capital disponible • le résultat • mensuel

a. Une production dégage un bénéfice si le résultat est positif. Sinon, c'est une perte.

b. Le quotient $\frac{C(n)}{n}$ permet de calculer le coût moyen où $C(n)$ est le coût total de production de n objets.

c. capital placé + intérêt = capital disponible après placement.

Je revois des points importants

2 La formule ci-dessous permet de calculer un intérêt simple.
Complétez les pointillés pour indiquer ce que représente chaque lettre.

$$I = C \times t \times n$$

- I : intérêt
- C : capital placé
- t : taux périodique
- n : nombre de périodes de placement

3 Un taux annuel de placement est égal à 3 %. **Complétez** le tableau avec taux journalier, taux trimestriel, taux mensuel.

Taux annuel	Taux trimestriel	Taux mensuel	Taux journalier
0,03	$\frac{0{,}03}{4}$	$\frac{0{,}03}{12}$	$\frac{0{,}03}{360}$

Je mémorise

4 Dans le schéma ci-dessous, **complétez** les pointillés (plusieurs réponses peuvent être possibles).

Des coûts pour une fabrication de x objets

Coût de fabrication
$C(x) =$ Coût fixe + coût variable

Coût marginal
$C_m(x) = C(x+1) - C(x)$
$= C'(x)$

Coût moyen
$C_M(x) = \frac{\text{coût de fabrication}}{\text{nombre d'objets}} = \frac{C(x)}{x}$

Résultat =
chiffre d'affaires
–
coût de fabrication

Bénéfice si
résultat > 0

Perte si
résultat < 0

Exercices

AUTOMATISMES

Sans calculatrice ni brouillon, répondez aux 3 questions du rituel indiqué par votre professeur. Votre réponse est juste ? Bravo ! Cochez la case de l'automatisme correspondant.

Rituel 1 (2')

☐ **A2**

Boîte 1	Boîte 2
B N	V N

On tire une boule au hasard dans chacune des boîtes. Après avoir complété le tableau, donnez le nombre d'issues de cette expérience.

		Boîte 2	
		V	N
Boîte 1	B	BV	BN
	N	NV	NN

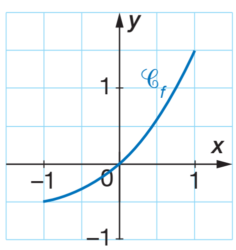
Nombre d'issues : 4

☐ **A12** Calculez l'ordonnée du point d'abscisse 3 de la courbe représentative de la fonction f d'expression $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$.

$f(3) = 2 \times 3^2 - 3 \times 3 - 1 = 18 - 10 = 8.$

L'ordonnée demandée est égale à 8.

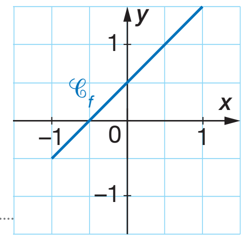
☐ **A10** On donne la représentation graphique de la fonction f définie sur $[-1 ; 1]$.
Dressez le tableau de variations de cette fonction.



x	-1	1
Variations de f	$-0,5$ ↗	$1,5$

Rituel 2 (2')

☐ **A11** Déterminez les extremums globaux de la fonction f représentée ci-contre.
Extremums globaux :

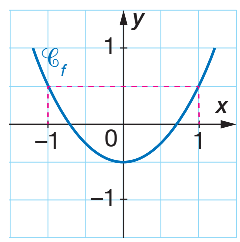


minimum = –0,5 ;

maximum = 1,5.

☐ **A15** La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.
Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 0,5$.

Deux solutions : –1 et 1



☐ **A16** Raphaël place un capital de 5 000 € au taux annuel de 2,4 % pendant 9 mois.
Calculez l'intérêt produit et le capital disponible en fin de placement.

$I = 5\,000 \times \dfrac{0,024}{12} \times 9 = 90$ €.

Capital en fin de placement = 5 090 €.

Placement à intérêt simple

1 ★ **a.** Calculez le taux par quinzaine proportionnel à un taux annuel de 3 %.

Il y a 24 quinzaines dans une année.

Taux par quinzaine $= \dfrac{3\,\%}{24} = 0,125\,\%$.

b. Calculez le taux annuel proportionnel à un taux journalier de 0,005 %.

Il y a 360 jours dans une année commerciale.

Taux annuel = 0,005 % × 360 = 1,8 %.

2 ★ **a.** Calculez l'intérêt produit par un capital de 6 000 € placé pendant 4 mois au taux annuel de 2,7 %. $I = 6\,000 \times \dfrac{0,027}{12} \times 4 = 54$ €.

b. Calculez le capital disponible en fin de placement. 6 000 + 54 = 6 054 €.

3 ★ **a.** Calculez l'intérêt produit par un capital de 12 000 € placé pendant 7 quinzaines au taux annuel de 3 %.

$12\,000 \times \dfrac{0,03}{24} \times 7 = 105$ €.

b. Calculez le capital disponible en fin de placement.

12 000 + 105 = 12 105 €.

4 ★★ Un capital de 7 800 € est placé pendant 5 mois. L'intérêt produit est de 107,25 €. Cochez le taux annuel de placement. Justifiez.

☐ 3 % ☐ 2,7 % ☑ 3,3 %

Soit t le taux mensuel.

$107,25 = 7\,800 \times t \times 5 \Leftrightarrow t = \dfrac{107,25}{7\,800 \times 5} = 0,002\,75$

Taux annuel = 0,002 75 × 12 = 0,033, soit 3,3 %

5 ★★ Un capital de 24 000 € est placé pendant 6 quinzaines. L'intérêt produit est de 180 €. Calculez le taux annuel de placement.

Soit t le taux par quinzaine.

$180 = 24\,000 \times t \times 6 \Leftrightarrow t = \frac{180}{24\,000 \times 6} = 0{,}001\,25.$

Taux annuel $= 0{,}001\,25 \times 24 = 0{,}03$ soit 3 %.

6 ★★ Un capital de 9 000 € est placé sur un compte épargne au taux annuel de 2,4 %.

a. Complétez le tableau ci-dessous.

Durée n (en mois)	0	1	2	3	4
Capital disponible	9 000	9 018	9 036	9 054	9 072

Pour $n = 1$: $9\,000 + 9\,000 \times \frac{0{,}024}{12} \times 1 = 9\,018$ €

Idem pour les autres durées.

b. Vérifiez que la suite de nombres formée par les valeurs du capital disponible est arithmétique.

$9\,018 - 9\,000 = 9\,036 - 9\,018 = 9\,054 - 9\,036 = 9\,072 - 9\,054 = 18.$

Donnez sa raison : 18

c. Exprimez en fonction de n le capital disponible C_n après n mois de placement.

$C_n = 9\,000 + 18n.$

d. Calculez le montant du capital disponible après 10 mois de placement.

$C_{10} = 9\,000 + 18 \times 10 = 9\,180$ €.

Coûts et résultat

7 ★ Les coûts variables d'une production s'élèvent à 3 700 € et les coûts fixes à 900 €.

Calculez le coût total de cette production.

$3\,700 + 900 = 4\,600$ €.

8 ★ Le chiffre d'affaires réalisé pour la vente d'une production est 2 300 €. Le coût total de cette production est 2 700 €.

a. Calculez le résultat de cette production.

$2\,300 - 2\,700 = -400$ €.

b. Dites si c'est un bénéfice ou une perte.

C'est une perte car $-400 < 0$.

9 ★ Le coût total d'une production de 100 poteries s'élève à 4 500 €.

Calculez le coût moyen de cette production.

$\frac{4\,500}{100} = 45$ €.

10 ★★ Le coût total d'une production de x objets est modélisé par la fonction C définie par $C(x) = x^2 + 2x + 16$ pour $x \in [10 ; 60]$.

a. Calculez le coût total de production de 20 objets.

$C(20) = 20^2 + 2 \times 20 + 16 = 456$ €.

b. Calculez $C(21)$.

$C(21) = 21^2 + 2 \times 21 + 16 = 499$ €.

c. Calculez $C(21) - C(20)$.

$499 - 456 = 43$ €.

d. Cochez le nom de cette différence.

☑ Coût marginal ☐ Coût moyen

11 ★★ Le coût total d'une production de x articles est modélisé par la fonction f telle que :

$f(x) = x^2 - 30x + 320$ sur $[10 ; 200]$.

a. Déterminez la fonction dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = 2x - 30.$

b. Utilisez la fonction f' pour donner le coût marginal d'une production de 150 articles.

$f'(150) = 2 \times 150 - 30 = 270$ €.

c. Vérifiez le résultat de la question **b** en calculant $f(151) - f(150)$.

$18\,591 - 18\,320 = 271$ €. C'est presque le même résultat.

12 ★★ Dans une entreprise, le coût de fabrication, en euros, de n tables est donné par la relation : $C(n) = n^2 + 160n + 800$ avec $5 \leqslant n \leqslant 60$.

Le chiffre d'affaires généré par la vente de n tables est donné par la relation : $V(n) = 250n$.

Montrez que le résultat $R(n)$ s'écrit $R(n) = -n^2 + 90n - 800$.

$R(n) = 250n - (n^2 + 160n + 800)$

$R(n) = 250n - n^2 - 160n - 800 = -n^2 + 90n - 800.$

Problèmes

13 ★★ Le 1er janvier 2022, les parents de Chris ont placé sur son livret d'épargne une somme de 1 200 € à un taux d'intérêt annuel de 3 % l'an.

Le placement est prévu par année entière.

Chris veut acheter un scooter qui coûte 1 300 €.

1. Calculez l'intérêt annuel produit par ce placement. 1 200 × 0,03 = 36 €.

2. Calculez le capital disponible au bout d'un an de placement. 1 200 + 36 = 1 236 €.

3. Le 1er janvier 2023, c'est ce capital disponible qui est placé dans les mêmes conditions.

Calculez le capital disponible le 1er janvier 2024.

Intérêt produit en 2023 = 1 236 × 0,03 = 37,08 €

Capital disponible = 1 236 + 37,08 = 1 273,08 €.

4. Le 1er janvier de quelle année Chris pourra-t-il acheter son scooter ?

1 273,08 × 0,03 ≈ 38,19 €

1 273,08 + 38,19 = 1 311,27 €.

Le 1er janvier 2025 Chris pourra acheter son scooter.

14 ★★★ foucherconnect.fr/22mc112

Kylian dispose d'un capital de 9 000 € qu'il place sur un compte épargne au taux annuel de 4 %. Il souhaite connaître le capital disponible à la fin de chaque mois de placement. Pour cela, il utilise une feuille de calcul d'un tableur.

1. Ouvrez le fichier « **C08_112_exercice14.xlsx** ».

Cochez la formule à saisir dans la cellule D2 pour calculer l'intérêt du placement.

☐ =A2*B2*C2 ☐ =A2*B2/12

☑ =A2*B2/12*C2

2. Saisissez la formule choisie dans la cellule D2.

3. Saisissez dans la cellule E2 la formule qui permet de calculer le capital disponible.

4. Sélectionnez les cellules D2 et E2. Puis tirez sur le coin inférieur droit jusqu'à la ligne 13 pour copier les formules.

5. Vérifiez que les résultats obtenus dans la colonne E forment une suite arithmétique.

Les capitaux forment une suite arithmétique de raison 30.

6. La raison de cette suite est-elle égale à l'intérêt annuel ou à l'intérêt mensuel ?

La raison est égale à l'intérêt mensuel.

15 ★★★ python

Malika possède un capital de 18 000 €.

Deux options de placement lui sont proposées.

Option A : pas de frais, taux annuel de 3 %

Option B : 50 € de frais fixe pris sur le capital, taux annuel de 3,6 %.

On note x le nombre de jours de placement et on prend $x \in [0 ; 360]$.

1. a. Exprimez en fonction de x l'intérêt produit avec l'option A.

$I = 18\,000 \times \dfrac{0,03}{360} \times x = 1,5x.$

b. Exprimez le capital disponible avec l'option A après x jours de placement.

Capital disponible = 18 000 + 1,5x.

2. a. Cochez l'expression de l'intérêt produit avec l'option B.

☐ $18\,000 \times \dfrac{0,036}{360} \times x$

☑ $17\,950 \times \dfrac{0,036}{360} \times x$ ☐ $17\,950 \times \dfrac{0,036}{12} \times x$

b. Exprimez le capital disponible avec l'option B après x jours de placement.

Capital disponible = 17 950 + 1,795x

3. Avec l'outil numérique de votre choix, déterminez graphiquement au bout de combien de jours de placement les capitaux disponibles avec les options A et B sont les mêmes.

TUTO CALCULATRICE
Exploiter une représentation graphique
foucherconnect.fr/22mc87

On résout graphiquement l'équation

18 000 + 1,5x = 17 950 + 1,795x.

La solution est : 170 jours.

4. foucherconnect.fr/22mc113

a. Ouvrez le fichier « **C08_112_exercice15.py** ».

Complétez les pointillés pour obtenir un programme permettant de vérifier le résultat donné à la question **3**.

```
x=0
#Complétez par > ou <.
while 18000 + 1.5*x  >  17950 + 1.795*x:
   x=x+ 1
print("Le nombre de jours est ", x,".")
```

b. Exécutez le programme et vérifiez le résultat de la question **3**.

On obtient 170 jours.

16 ★★★

Une entreprise fabrique un revêtement de sols anti-abrasif pour les industries. Le coût de fabrication de ce revêtement est donné par la formule $C(T) = T^2 - 100T + 3\,000$ où T est le tonnage (masse en tonnes) produit. Le coût de fabrication est obtenu en milliers d'euros.

Le prix de vente moyen d'un kilogramme de ce revêtement est de 18 €.

Problématique

Existe-t-il une production pour laquelle le bénéfice est maximal ?

Coup de pouce 1 tonne = 1 000 kilogrammes

1. a. Calculez le résultat pour une production de 55 tonnes.

$R(55) = 18 \times 55 - (55^2 - 100 \times 55 + 3\,000)$

$R(55) = 465$ (en milliers d'euros).

b. Dites si c'est un bénéfice ou une perte.

C'est un bénéfice car 465 > 0.

2. a. Montrez que le résultat en fonction de T s'écrit $R(T) = -T^2 + 118T - 3\,000$ définie sur l'intervalle [55 ; 80].

$R(T) = 18T - (T^2 - 100T + 3\,000)$

$R(T) = 18T - T^2 + 100T - 3\,000$

$R(T) = -T^2 + 118T - 3\,000.$

3. a. Proposez une méthode pour déterminer le bénéfice maximum s'il existe.

On peut représenter graphiquement la fonction R et déterminer son maximum s'il existe.

b. Mettez en œuvre cette méthode et répondez à la problématique.

Le maximum est égal à 5 400 000 €. Il est atteint pour 600 tonnes.

17 ★★★ python

Une entreprise de restauration collective prépare de 300 à 800 repas par jour.
Le coût de production (en €) varie en fonction du nombre x de repas préparés par jour. Ce coût est modélisé par la fonction C telle que :

$$C(x) = -0{,}005x^2 + 10x + 1\,200$$

pour x variant de 300 à 800.

1. Calculez le coût de production pour 500 repas.

$C(500) = -0{,}005 \times 500^2 + 10 \times 500 + 1\,200$

$C(500) = 4\,950$ €.

2. Calculez le coût moyen pour 500 repas.

$4\,950 \div 500 = 9{,}90$ €.

3. On note C_M la fonction coût moyen.
Montrez que $C_M(x) = -0{,}005x + 10 + \dfrac{1\,200}{x}$.

$C_M(x) = \dfrac{-0{,}005x^2 + 10x + 1\,200}{x}$

$C_M(x) = \dfrac{-0{,}005x^2}{x} + \dfrac{10x}{x} + \dfrac{1\,200}{x}$

$C_M(x) = -0{,}005x + 10 + \dfrac{1\,200}{x}$ après simplification.

4. Le prix de vente (en €) est modélisé par la fonction V définie par $V(x) = 6x + 1\,800$ pour x variant de 300 à 800.
Calculez la recette pour 500 repas vendus.

$V(500) = 6 \times 500 + 1\,800 = 4\,800$ €.

5. Avec l'outil numérique de votre choix, déterminez graphiquement le nombre de repas produits et vendus à partir duquel l'entreprise réalise un bénéfice.

À partir de 600 repas, l'entreprise réalise un bénéfice.

6. foucherconnect.fr/22mc114

a. Ouvrez le fichier « **C08_113_exercice17.py** ». Complétez les pointillés pour obtenir un programme permettant de vérifier le résultat donné à la question **5**.

Ligne 2 : C = -0.005*x**2 + 10*x + 1200

Ligne 5 : V = 6*x + 1800

Ligne 8 : while C(x) > V(x) :

b. Exécutez le programme et vérifiez le résultat donné à la question **5**.

On obtient le même résultat.

Évaluation

Compétences	S'approprier				Analyser Raisonner				Réaliser				Valider				Communiquer			
Questions	2				1 – 4b				1 – 2 – 4a				3				5			
Niveau d'acquisition	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Situation

Une entreprise fabrique et vend des montres.

Le coût de fabrication (en euros) de x montres est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 21] par $C(x) = x^2 - 2x + 57$.

Les montres sont vendues 20 € l'unité.

Pour lancer la production, un investissement de 8 000 € est nécessaire. Le responsable financier a placé pendant 11 mois 7 800 € au taux annuel de 3 %.

Problématique

Quelles sont les quantités de montres à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice ?

1 Analyser/Raisonner Réaliser Montrez que le placement réalisé par le responsable financier est suffisant pour lancer la fabrication.

$7\,800 \times \dfrac{0,03}{12} \times 11 = 214,50$ € ; $7\,800 + 214,50 = 8\,014,50$ €.

Le placement est donc suffisant pour lancer la fabrication.

2 S'approprier Réaliser L'entreprise a fabriqué et vendu 10 montres.

a. Calculez le coût de fabrication.

$C(10) = 10^2 - 2 \times 10 + 57 = 137$ €.

b. Calculez le chiffre d'affaires. $20 \times 10 = 200$ €.

c. Calculez le résultat. $200 - 137 = 63$ €.

Est-ce un bénéfice ou une perte ? C'est un bénéfice.

d. Calculez le coût moyen de cette production. $137 \div 10 = 13,70$ €.

e. Calculez le coût marginal de la fabrication d'une montre supplémentaire.

$C(11) - C(10) = 156 - 137 = 19$ €.

f. Déterminez la fonction dérivée C' de la fonction C. $C'(x) = 2x - 2$.

Calculez $C'(10)$. $C'(10) = 2 \times 10 - 2 = 18$.

Comparez avec le résultat de la question **2e**. Différence de 1 €.

3 Valider Vérifiez que le résultat obtenu par la fabrication et la vente de x montres est donné par la fonction R telle que $R(x) = -x^2 + 22x - 57$ sur [1 ; 21].

$R(x) = 20x - (x^2 - 2x + 57) = 20x - x^2 + 2x - 57 = -x^2 + 22x - 57$

4 **a.** Réaliser Avec l'outil numérique de votre choix, tracez la courbe représentative de la fonction R.

b. Analyser/Raisonner Par lecture graphique, en utilisant les fonctionnalités de l'outil choisi, donnez les quantités de montres à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice.

On doit avoir $3 \leqslant x \leqslant 19$.

5 Communiquer Répondez à la problématique.

Il faut produire entre 3 et 19 montres pour réaliser un bénéfice.

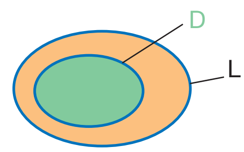
Vocabulaire relatif aux ensembles

Notions sur les ensembles

Définition d'un ensemble

- En mathématiques, un **ensemble** est un regroupement d'objets, de nombres… suivant certaines caractéristiques. Ces objets, nombres… sont les **éléments** de l'ensemble.
- On met souvent une **étiquette** aux ensembles pour les nommer et on peut les représenter par un **diagramme**.

- On peut parler de l'**ensemble** de tous les élèves du lycée. Les élèves sont alors les éléments de cet ensemble.
- Sur le **diagramme** ci-dessous, L est l'ensemble des élèves du lycée et D l'ensemble des élèves demi-pensionnaires.



Écriture d'un ensemble

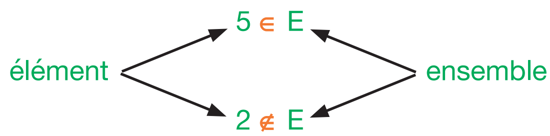
- Si le nombre d'éléments de l'ensemble est limité, on peut écrire ses éléments sous la forme d'une **liste entre accolades**, sans ordre, sans répétition. Les éléments sont séparés par des points-virgules.

V est l'ensemble des voyelles de l'alphabet.
On écrit : V = {a ; e ; i ; o ; u ; y}.

Symboles d'appartenance et de non-appartenance

- Pour indiquer qu'un élément appartient à un ensemble, on utilise le symbole $\in$ qui se lit **« appartient à »**.
- Pour indiquer qu'un élément n'appartient pas à un ensemble, on utilise le symbole $\notin$ qui se lit **« n'appartient pas à »**.

$E = \{5 ; -0{,}185 ; \frac{2}{3} ; \sqrt{15} ; 0\}$



Ensembles de nombres

Certains ensembles de nombres ont des étiquettes particulières

- $\mathbb{N}$ est l'ensemble des **entiers naturels** (entiers positifs).
- $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des **entiers relatifs** (entiers positifs ou négatifs).
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble des **nombres réels** (tous les nombres que vous connaissez).

- 8 ; 1 429 ; 0 sont des entiers naturels.
  $5 \in \mathbb{N}$; $2{,}7 \notin \mathbb{N}$; $-7 \notin \mathbb{N}$.
- 5 ; –23 ; 0 ; 4 000 ; –129 sont des entiers relatifs.
  $-4 \in \mathbb{Z}$; $5{,}2 \notin \mathbb{Z}$; $48 \in \mathbb{Z}$.
- 18 ; –30 ; 0 ; 4,18 ; $\frac{-7}{3}$; $\sqrt{51}$ sont des réels.
  $10 \in \mathbb{R}$; $-8 \in \mathbb{R}$; $\frac{13}{4} \in \mathbb{R}$.

Intervalles de $\mathbb{R}$

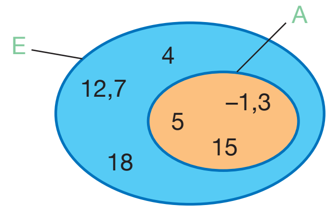
Intervalle	Ensemble des réels x tels que	Représentation graphique	Exemple
$[a ; b]$	$a \leqslant x \leqslant b$	a b	Si I = [–2 ; 3], alors $-2 \in$ I et $3 \in$ I.
$[a ; b[$	$a \leqslant x < b$	a b	Si I = [–2 ; 3[, alors $-2 \in$ I et $3 \notin$ I.
$]a ; b]$	$a < x \leqslant b$	a b	Si I =]–2 ; 3], alors $-2 \notin$ I et $3 \in$ I.
$]a ; b[$	$a < x < b$	a b	Si I =]–2 ; 3[, alors $-2 \notin$ I et $3 \notin$ I.
$[a ; +\infty[$	$x \geqslant a$	a	Si $x \in [-3 ; +\infty[$, alors $x \geqslant -3$.
$]-\infty ; b[$	$x < b$	b	Si $x \in]-\infty ; 10[$, alors $x < 10$.

Inclusion d'un ensemble dans un autre

- Un ensemble A est **inclus** dans un ensemble E (ou est une partie de E) lorsque chaque élément de A est aussi un élément de E. On dit aussi que A est un **sous-ensemble** de E.

  On écrit : A $\subset$ E qui se lit « A **est inclus dans** E ».

- Si E = {18 ; 5 ; –1,3 ; 4 ; 12,7 ; 15} et A = {5 ; –1,3 ; 15}, alors A $\subset$ E.



ensemble ⟶ A $\subset$ E ⟵ ensemble

- Si l'ensemble A est inclus dans l'ensemble E, le **complémentaire** de A dans E, noté $\overline{A}$, est l'ensemble des éléments de E qui n'appartiennent pas à A.

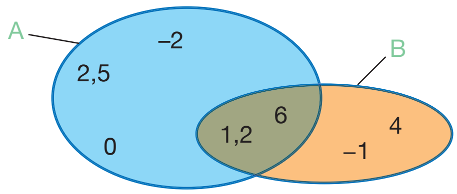
- Si E = {18 ; 5 ; –1,3 ; 4 ; 12,7 ; 15} et A = {5 ; –1,3 ; 15}, alors $\overline{A}$ = {12,7 ; 4 ; 18}.

Intersection et réunion d'ensembles

- **L'intersection de deux ensembles** A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B.

  Cet ensemble s'écrit A $\cap$ B qui se lit « A **inter** B ».

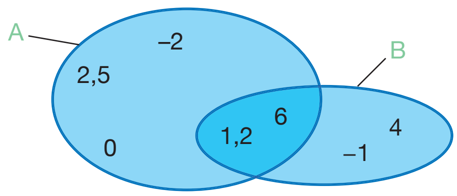
- Si A = {–2 ; 0 ; 1,2 ; 6 ; 2,5} et B = {–1 ; 6 ; 1,2 ; 4}, alors A $\cap$ B = {1,2 ; 6}.



- **La réunion de deux ensembles** A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B, c'est-à-dire soit seulement à A, soit seulement à B, soit aux deux.

  Cet ensemble s'écrit A $\cup$ B qui se lit « A **union** B ».

- Si A = {–2 ; 0 ; 1,2 ; 6 ; 2,5} et B = {–1 ; 6 ; 1,2 ; 4}, alors A $\cup$ B = {–2 ; 0 ; 1,2 ; 6 ; 2,5 ; –1 ; 4}.



Raisonnement logique

Deux mots importants : « et », « ou »

« et », « ou » sont deux mots du langage courant (plusieurs sens possibles). Ils sont aussi utilisés en mathématiques (un seul sens possible).

Le mot « **et** » signifie « à la fois ».

Le mot « **ou** » signifie « soit l'un, soit l'autre, soit les deux à la fois ».

- 6 est un nombre pair **et** un multiple de 3.
- 0 ; 3 ; 6 ; 8 sont des nombres pairs **ou** des multiples de 3.

Les expressions « quel que soit » et « il existe »

Le sens des expressions « quel que soit » et « il existe » est le même dans le langage courant et en mathématiques.

- « Le carré d'un réel est positif **quel que soit** ce réel. ». Cela signifie que la phrase « Le carré d'un réel est positif. » est vraie pour n'importe quel nombre réel.
- « **Il existe** des réels x tels que $x^2 = 9$. » Cela signifie que la phrase « $x^2 = 9$ » est vraie seulement pour certaines valeurs de x, ici 3 et -3.

Implication et équivalence entre deux propositions

En logique, une proposition est une phrase dont on peut affirmer sans ambiguïté si elle est vraie ou fausse.

Implication

- En mathématiques, on utilise souvent des phrases construites sur le modèle :
  « Si **proposition 1**, alors **proposition 2** ».
  La proposition 2 est la conséquence de la proposition 1.
  On écrit : **proposition 1** ⇒ **proposition 2**.
  On appelle cette écriture une implication.
- Le symbole ⇒ est le symbole d'implication. Il remplace un verbe. Il se lit « entraîne », « implique », « a pour conséquence ».

Dans la phrase « **Si** un nombre x est supérieur à 8, **alors** x est supérieur à 5 », la proposition « x est supérieur à 5 » est la conséquence de « x est supérieur à 8 ».

On peut écrire $(x > 8) \Rightarrow (x > 5)$.

Cette implication est vraie.

Réciproque

Lorsqu'on inverse les propositions situées de part et d'autre du symbole ⇒, on obtient une nouvelle implication appelée **réciproque**. Elle n'est pas toujours vraie.

La réciproque de $(x > 8) \Rightarrow (x > 5)$ est : $(x > 5) \Rightarrow (x > 8)$.

Ici, la réciproque est fausse.

Propositions équivalentes

Lorsqu'une implication entre deux propositions est vraie ainsi que sa réciproque, on dit que les propositions sont équivalentes.

On utilise alors le symbole ⇔ entre ces deux propositions.

L'implication (le triangle ABC est rectangle en A) ⇒ ($AB^2 + AC^2 = BC^2$) est vraie, sa réciproque aussi : ($AB^2 + AC^2 = BC^2$) ⇒ (le triangle ABC est rectangle en A).

On a donc : (le triangle ABC est rectangle en A) ⇔ ($AB^2 + AC^2 = BC^2$).

Utilisation d'un contre-exemple

Un contre-exemple est un exemple qui contredit une affirmation, un énoncé, une implication ou qui montre qu'une phrase est fausse.

Pour montrer qu'une phrase est fausse, il suffit de donner un seul contre-exemple.

L'implication $(x > 5) \Rightarrow (x > 8)$ vue précédemment est fausse car si on prend par exemple $x = 7$, on a bien 7 supérieur à 5, mais 7 n'est pas supérieur à 8.

7 est un contre-exemple.

Raisonnement par l'absurde

Pour montrer qu'une proposition est vraie par un raisonnement par l'absurde, on commence par supposer que la propriété est fausse et on cherche une contradiction par rapport aux données.

Prouver par un raisonnement par l'absurde que 0 n'a pas d'inverse dans $\mathbb{R}$.
– Si 0 avait un inverse, alors il existerait un nombre réel x tel que $0 \times x = 1$ (définition de l'inverse).
– Or lorsque 0 est multiplié par un nombre réel quelconque, on obtient 0. On aboutirait donc à l'égalité $0 = 1$, ce qui est faux.
– Donc 0 ne peut avoir d'inverse dans l'ensemble des nombre réels.

A1 Calcul de la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple

- Déterminer le nombre de cas possibles.
- Déterminer le nombre de cas favorables parmi les cas possibles.
- Calculer la valeur de la probabilité p : $p = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

1 Pour jouer à son wargame préféré, Myriam a besoin d'un dé équilibré à 12 faces. Pour remporter un objet de son adversaire, elle doit obtenir un nombre compris en 9 et 12. Calculez la probabilité de remporter l'objet.

4 possibilités (9 ; 10 ; 11 ; 12) D'où $p = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$.

2 On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.

Répondez par « vrai » ou « faux » aux affirmations suivantes et justifiez votre choix.

a. La probabilité d'obtenir un valet de trèfle est de 0,062 5.

Faux car $p = \frac{1}{32} = 0{,}031\,25$.

b. La probabilité d'obtenir une dame est de 0,125.

Vrai car $p = \frac{4}{32} = 0{,}125$.

c. La probabilité d'obtenir un roi est supérieure à la probabilité d'obtenir un cœur.

Faux, il y a 8 « Cœur » et seulement 4 « Roi ».

A2 Dénombrement à l'aide de tableaux à double entrée ou d'arbres donnés

Les tableaux à double entrée ou les arbres permettent de visualiser l'univers des événements aléatoires obtenus par tirages successifs avec ou sans remise.

Compter le nombre de cas possibles.

- Pour un tableau à double entrée : l'*ensemble des cases du tableau permet de déterminer par comptage le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles.*
- Pour un arbre : *l'ensemble des branches de l'arbre permet de visualiser l'ensemble des cas possibles des tirages. Chaque branche de l'arbre représente un cas possible.*

1 Le tableau ci-contre indique les sommes des chiffres obtenus par deux lancers successifs d'un même dé à quatre faces.

a. Complétez le tableau en indiquant les sommes manquantes.

b. Donnez le nombre de possibilités d'obtenir la somme « 6 ».

Il y a trois cas possibles d'obtenir une somme égale à 6 (cases tramées en violet).

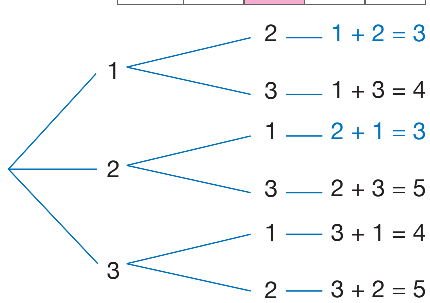
Dé n°1

Dé n° 2	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

2 L'arbre ci-contre représente le tirage successif sans remise de deux boules, dans une urne contenant 3 boules numérotées de 1 à 3.

Donnez le nombre de possibilités d'obtenir la somme « 3 ».

Il y a deux cas possibles (en bleu) d'obtenir une somme égale à 3.



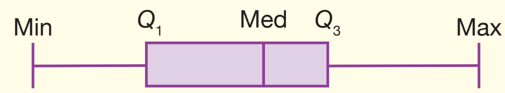
A3 Lecture de graphique, de diagramme et autre représentation

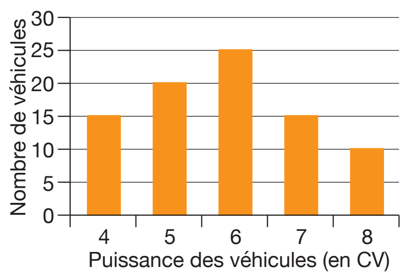
- Lire le titre du graphique, la légende, le nom, la graduation ou échelle sur les axes.
- Lire l'effectif ou la fréquence :

– Pour un diagramme en bâtons ou colonnes ou pour un graphique, cela se lit sur l'axe des ordonnées (à la hauteur du bâton ou de la colonne, du point de la courbe…) ;

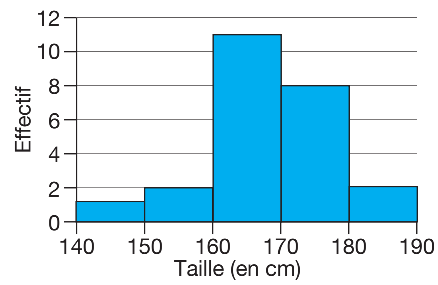
– Pour un diagramme en secteurs, c'est proportionnel à la mesure de l'angle du secteur.

- Lire le minimum, le maximum, la médiane, et les quartiles sur une boîte à moustaches.

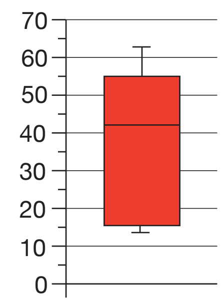




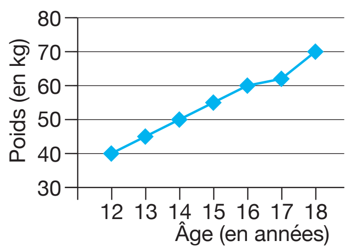
❶ Les puissances des véhicules du parc automobile d'une entreprise.



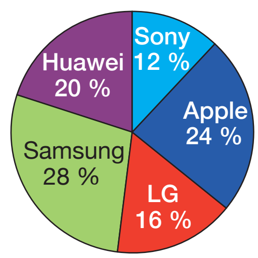
❷ La taille des élèves d'une classe.



❺ L'âge des consommateurs de café en grains.



❸ La courbe d'évolution du poids d'un enfant de 12 à 18 ans.



❹ Les marques des téléphones des élèves d'une classe.

a. Indiquez le nombre de véhicules du graphique ❶ ayant une puissance de 7 CV.

Il y a 15 véhicules.

b. Donnez l'intervalle de taille regroupant le plus grand nombre d'élèves du graphique ❷.

C'est l'intervalle [160 ; 170[.

c. Déterminez, à l'aide du graphique ❺, l'âge médian des consommateurs de café en grains.

L'âge médian est de 42 ans.

A4 Association d'un graphique avec des données et vice-versa

- Déterminer si le caractère est **qualitatif** ou **quantitatif**, puis s'il est **discret** ou **continu**.

– Caractère **qualitatif** : diagrammes en secteurs ou en bâtons

– Caractère **quantitatif** : **discret** : diagramme en bâtons

continu : diagramme en colonnes ou ligne brisée (fonction du temps)

- On peut aussi utiliser une boîte à moustaches pour des données statistiques correspondant à un caractère **quantitatif**.

Justifiez, pour les graphiques ❸ et ❹ de l'automatisme A3, le mode de représentation choisi.

Le poids d'un enfant est fonction du temps. Donc, diagramme à ligne brisée.

Le caractère « marques des téléphones » est un caractère qualitatif. Donc, diagramme en secteurs.

A5 Calculs d'indicateurs de position ou de dispersion à l'aide d'outils numériques

Les indicateurs de position (moyenne, 1er et 3e quartiles, médiane, valeurs Min et Max) et de dispersion (écart type) sont directement disponibles à partir des outils numériques tels la calculatrice ou le tableur.

foucherconnect.fr/22mc115 et foucherconnect.fr/22mc116

- Renseigner la série statistique conformément à l'outil numérique utilisé.
- Déterminer les fonctions statistiques souhaitées à l'aide des menus prévus.

1 Reliez chaque abréviation statistique à son nom, puis à sa définition.

Med	Minimum	Au moins 75 % des valeurs lui sont inférieures ou égales
σ	Médiane	Valeur qui sépare les données en deux parties de même effectif
$\overline{x}$	Écart type	Somme des données divisée par le nombre de valeurs
Q_3	Moyenne	Valeur de la plus petite donnée
Min	3e quartile	Mesure la dispersion autour de la moyenne

2 Dans une classe de 20 élèves, on obtient la série statistique suivante :

Notes	3	7	11	15	19
Effectifs	1	4	8	5	2

Calculez la moyenne, l'écart type, le minimum, le premier quartile et la médiane de cette série.

$\overline{x}$ = 11,6 ; σ ≈ 4,05 ; Min = 3 ; Q_1 = 7 ; Med = 11 .

A6 Résolution d'équation du type $ax + b = c$ (a, b et c entiers relatifs)

Pour résoudre une équation du type $ax + b = c$, on la transforme en une équation plus simple qui a les mêmes solutions.

- Isoler l'inconnue x : soit $x = \frac{c-b}{a}$ avec a non nul.

Si $a = 0$, alors l'équation n'admet aucune solution unique.

- Donner l'ensemble des solutions.

1 Cochez la bonne réponse parmi les propositions suivantes.

a. Le nombre 5 est la solution de : ☐ $7 + 2x = 12$ ☐ $2x + 17 = -7$ ☑ $2x + 7 = 17$

b. La solution de $4x - 6 = -7$ est : ☐ 3,25 ☑ –0,25 ☐ –3,25

c. La solution de $-7x - 8 = -29$ est : ☐ –3 ☑ 3 ☐ $\frac{1}{3}$

2 Résolvez les équations suivantes.

$5x + 3 = 2$

$x = \frac{2-3}{5} = -\frac{1}{5}$

$x = -0,2$

$S = \{-0,2\}$

$-7x + 13 = 6$

$x = \frac{6-13}{-7} = \frac{7}{7}$

$x = 1$

$S = \{1\}$

$35x - 7 = -21$

$x = \frac{-21-(-7)}{35} = \frac{-14}{35}$

$x = -0,4$

$S = \{-0,4\}$

A7 Résolution d'inéquation du type $ax + b < c$ (a, b et c entiers relatifs)

Pour résoudre une inéquation du type $ax + b < c$, on la transforme en une inéquation plus simple qui a les mêmes solutions.

- Regarder le signe de a et isoler l'inconnue x :

– Si a est strictement positif, l'inégalité garde le même sens : alors $x < \frac{c-b}{a}$;

– Si a est strictement négatif, l'inégalité change de sens : alors $x > \frac{c-b}{a}$.

- Donner l'ensemble des solutions.

Cochez les solutions de chacune des inéquations.

a. $-2x + 2 > 12$	☐ $x > -5$	☑ $x < -5$	☐ $x < 5$
b. $3x - 6 \leqslant 9$	☐ $x \geqslant 5$	☐ $x \leqslant -5$	☑ $x \leqslant 5$
c. $-x + 6 < -2$	☑ $x > 8$	☐ $x \geqslant 8$	☐ $x < 8$
d. $4x + 8 \leqslant 28$	☐ $x > 5$	☑ $x \leqslant 5$	☐ $x < -5$

A8 Reconnaissance d'une situation de proportionnalité et détermination de la fonction linéaire qui la modélise

À partir d'un tableau de valeurs

- Calculer les quotients en divisant les valeurs de la seconde ligne du tableau par ceux de la première ligne.
- Vérifier que ces quotients sont égaux.

Si c'est le cas, c'est une situation de proportionnalité ; sinon elle ne l'est pas.

- La valeur du quotient correspond au coefficient de proportionnalité : c'est la valeur de a. Donc, la fonction linéaire qui modélise la situation a pour expression $f(x) = ax$.

À partir d'un graphique représentant la relation entre deux grandeurs

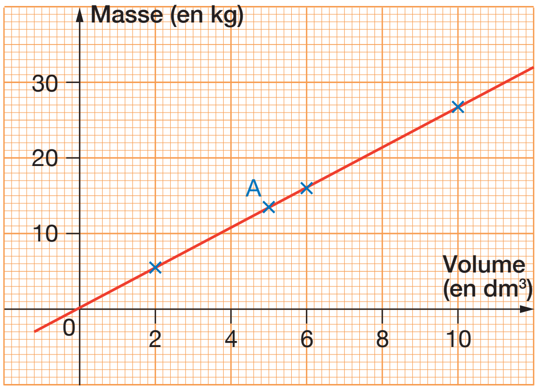
- Vérifier que les points du graphique sont sur une droite qui passe par l'origine du repère.
- Déterminer le coefficient de proportionnalité a à partir des coordonnées d'un point de la droite : $a = \frac{y_A}{x_A}$.
- À partir de a, en déduire la fonction linéaire qui modélise la situation : son expression est de la forme $f(x) = ax$.

1 Le tableau de valeurs ci-dessous donne la masse m d'un objet en aluminium connaissant son volume V.

V (en dm^3)	2	5	6	10
m (en kg)	5,4	13,5	16,2	27
Quotient $\frac{m}{V}$	2,7	2,7	2,7	2,7

Déterminez si la masse d'un objet en aluminium est proportionnelle à son volume.

Oui, car tous les rapports sont égaux.



2 Le tableau permet d'obtenir la représentation graphique ci-contre. Déterminez le coefficient directeur de la droite.

$a = \frac{y_A}{x_A} = \frac{13,5}{5} = 2,7.$

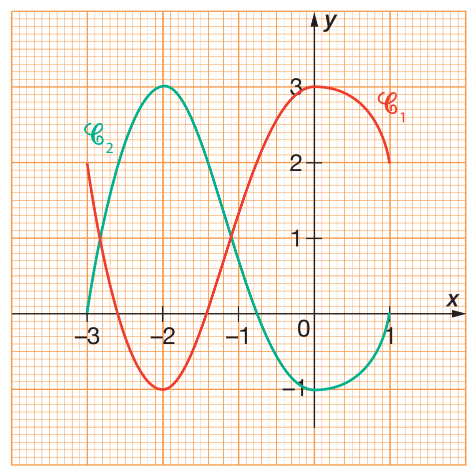
3 Déduisez-en l'expression de la fonction linéaire qui modélise la situation. $f(x) = 2,7x$.

A9 Reconnaissance de l’allure d’une représentation graphique à partir d’un tableau de variations donné

- Déterminer les points caractéristiques de la courbe à l’aide des abscisses de la première ligne du tableau de variations et de leurs images correspondantes :
  – valeurs de l’intervalle d’étude ;
  – valeurs pour lesquelles la fonction change de sens de variation.
- Identifier les variations de la fonction à partir des flèches du tableau :
  – croissante lorsque la flèche est montante sur l’intervalle correspondant ;
  – décroissante lorsque la flèche est descendante sur l’intervalle correspondant.
- Identifier la ou les courbes présentant ces caractéristiques.

Soit le tableau de variations de la fonction f définie sur [–3 ; 1], ainsi que les courbes représentatives $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de deux fonctions.

x	–3		–2		0		1
Variations de f			3				0
	0	↗		↘	–1	↗	



a. Pour chaque phrase, cochez la bonne réponse à partir du tableau de variations de la fonction f.

- $f(–3) = –2$ ☐ Vrai ☑ Faux
- f est décroissante sur [–2 ; 1] ☐ Vrai ☑ Faux
- L’intervalle d’étude de f est [–3 ; 1] ☑ Vrai ☐ Faux

b. Identifiez, parmi les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, la courbe correspondant à ce tableau de variations. La courbe $\mathscr{C}_2$.

A10 Établissement du tableau de variations d’une fonction dont la courbe représentative est donnée

- Placer sur la première ligne du tableau de variations les valeurs particulières de x repérées sur le graphique :
  – valeurs a et b de l’intervalle d’étude [a ; b] ;
  – valeurs de x pour lesquelles la courbe change de sens.
- Lire les images $f(x)$ des valeurs particulières de x.
- Représenter, pour chaque intervalle, les variations de la fonction à l’aide de flèches :
  – montante lorsque la fonction est croissante ;
  – descendante lorsque la fonction est décroissante ;
  – horizontale lorsque la fonction est constante.
- Porter aux extrémités des flèches les images $f(x)$ des valeurs particulières de x.

$\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d’une fonction f définie sur [0 ; 5].
Établissez le tableau de variations de la fonction f sur cet intervalle.

x	0		1		2,5		3,5		5
Variations de f	1,5				2,5	→	2,5		
		↘	0	↗				↘	1

A11 Détermination graphique des extremums globaux d'une fonction sur un intervalle

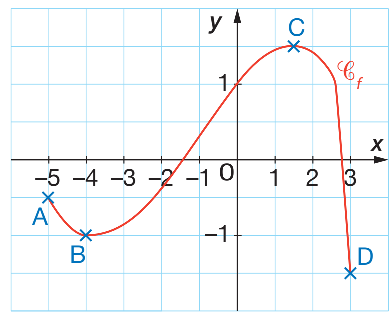
On considère une fonction *f* étudiée sur un intervalle I.

- Vérifier que l'intervalle d'étude est visible graphiquement.
- Sur l'intervalle d'étude, repérer le point de la courbe présentant la plus grande ordonnée et le point présentant la plus petite ordonnée.

– Si M est la plus grande valeur de $f(x)$ sur I, M est le maximum global de *f*.
– Si m est la plus petite valeur de $f(x)$ sur I, m est le minimum global de *f*.

1 $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction *f* définie sur [–5 ; 3].
Pour chaque phrase, cochez la bonne réponse.
Sur l'intervalle I = [–5 ; 3[:

a. L'ordonnée du point A est un extremum global ☐ Vrai ☑ Faux
b. L'ordonnée du point D est un extremum global ☑ Vrai ☐ Faux
c. 1,5 est le maximum de *f* ☑ Vrai ☐ Faux
d. –1,5 est le minimum de *f* ☑ Vrai ☐ Faux



2 On considère maintenant, sur le graphique, les intervalles I_1 = [–4,5 ; –1[et I_2 = [0,5 ; 2,5].

a. Déterminez l'extremum global de la fonction *f* sur I_1.
Minimum global $m = -1$.

b. Déterminez l'extremum global de la fonction *f* sur I_2.
Maximum global $M = 1{,}5$.

A12 Calcul de l'ordonnée d'un point de la courbe représentative d'une fonction

- Remplacer *x* dans l'expression de la fonction *f* par la valeur de l'abscisse du point considéré.
- Effectuer les calculs en respectant les règles de priorité.
- Donner l'ordonnée du point de la courbe.

1 Cochez la bonne réponse.

a. L'ordonnée du point d'abscisse 2 de la courbe représentative de la fonction *f* d'expression $f(x) = 5x - 4$ est :
☑ $f(2) = 6$ ☐ $f(x) = 2$ ☐ $f(6) = 2$

b. L'ordonnée du point d'abscisse 3 de la courbe représentative de la fonction *g* d'expression $g(x) = 2x^2 + 13$ est :
☐ $g(3) = 25$ ☑ $g(3) = 31$ ☐ $g(3) = 19$

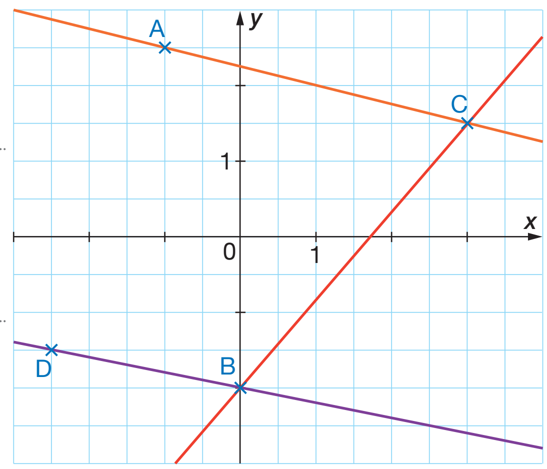
2 On considère la fonction *h* définie par son expression $h(x) = x^3 + 3x^2$ sur l'intervalle [–6 ; 9].

a. Calculez l'ordonnée du point A d'abscisse –2 de la courbe représentative de *h*.
$y_A = h(x_A) = h(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 = -8 + 12 = 4.$

b. Calculez l'ordonnée du point B d'abscisse 5 de la courbe représentative de *h*.
$y_B = h(x_B) = h(5) = 5^3 + 3 \times 5^2 = 125 + 75 = 200.$

A13 Détermination graphique du coefficient directeur d'une droite non verticale

- Placer deux points A et B sur la droite. Choisir, si possible, des points dont l'une des coordonnées est entière.
- Lire les coordonnées de $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$.
- Calculer le rapport $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. Cette valeur est égale au coefficient directeur de la droite.



1 Déterminez le coefficient directeur de la droite (BC).

B(0 ; −2) ; C(3 ; 1,5).

$a_{(BC)} = \dfrac{1{,}5-(-2)}{3-0} = \dfrac{3{,}5}{3} \approx 1{,}167.$

2 Déterminez le coefficient directeur de la droite (AC).

A(−1 ; 2,5) ; C(3 ; 1,5).

$a_{(AC)} = \dfrac{1{,}5-2{,}5}{3-(-1)} = \dfrac{-1}{4} = -0{,}25.$

3 Hugo affirme que le coefficient directeur de la droite (BD) est −4. Justifiez si l'affirmation d'Hugo est vraie ou pas.

Faux : D(−2,5 ; −1,5) et $a_{(BD)} = \dfrac{-1{,}5-(-2)}{-2{,}5-0} = \dfrac{0{,}5}{-2{,}5} = -0{,}2.$

Ce qui est différent de −4.

A14 Reconnaissance du parallélisme de deux droites d'équations réduites données

Soit deux droites d'équations réduites $y = a_1x + b_1$ et $y = a_2x + b_2$.

- Identifier les coefficients directeurs a_1 et a_2 de chacune des droites.
- Vérifier si les coefficients directeurs sont égaux ou non.

S'ils sont égaux, les droites sont parallèles.

1 Soit les droites suivantes et leur équation réduite.

a. Associez les droites parallèles entre elles.

$y = 5x + \dfrac{3}{4}$	$y = 5 - \dfrac{7}{2}x$
$y = 2{,}25x - 3$	$y = x - 6$
$y = -3{,}5x + 7$	$y = 2{,}5x - 3$
$y = x - 3$	$y = 5x - \dfrac{3}{4}$

b. Justifiez pourquoi les deux droites restantes ne peuvent pas être parallèles.

Elles n'ont pas le même coefficient directeur : 2,25 ≠ 2,5.

2 À partir des équations réduites suivantes, entourez de la même couleur les droites qui sont parallèles.

$D_1 : y = 2{,}25x + 7$	$D_2 : y = -\dfrac{9}{4}x - 7$	$D_3 : y = \dfrac{9}{4}x - 7$	$D_4 : y = -1{,}25x + 7$
$D_5 : y = 7x - \dfrac{5}{4}$	$D_6 : y = 2{,}25x - 5$	$D_7 : y = 7x + \dfrac{9}{4}$	$D_8 : y = -2{,}25x + 7$

A15 Résolution graphique d'une équation $f(x) = c$ ou d'une inéquation $f(x) < c$

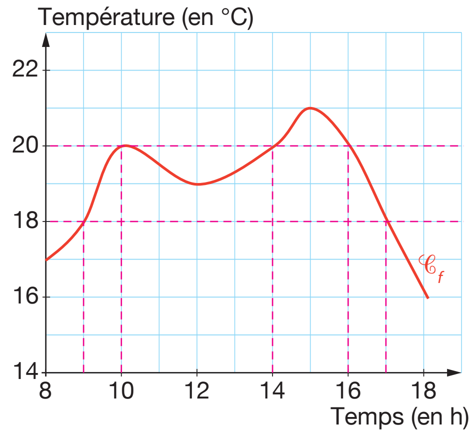
- Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f et la droite $\mathscr{D}$ horizontale d'équation $y = c$.
- Lire, si elles existent, les abscisses des points d'intersection de la droite $\mathscr{D}$ avec la courbe $\mathscr{C}_f$.
- Donner l'ensemble des solutions.

– Les solutions de l'équation du type $f(x) = c$ sont les abscisses des points d'intersection.

– Les solutions de l'inéquation du type $f(x) < c$ sont toutes les abscisses des points de la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ situés en dessous de la droite $\mathscr{D}$.

Utiliser les tutos calculatrices et logiciels pour obtenir les abscisses des points d'intersection.
foucherconnect.fr/22mc87 et foucherconnect.fr/22mc88

Cette courbe est la représentation graphique de la fonction f qui, à chaque instant x, associe la température $f(x)$. Elle est étudiée sur l'intervalle [8 ; 18]. Elle a été obtenue par un enregistreur de température installé dans une salle de classe.



a. Lisez graphiquement la (ou les) heure(s) pour la(les)quelle(s) il fait 20 °C. C'est à 10 h, 14 h et 16 h qu'il fait 20 °C.

b. Résolvez l'équation $f(x) = 20$.

Les solutions de l'équation $f(x) = 20$ sont 10, 14 et 16.

c. Déterminez les moments pendant lesquels la température de la classe est supérieure à 18 °C.

La température est supérieure à 18 °C entre 9 h et 17 h.

d. Résolvez l'inéquation $f(x) \geqslant 18$.

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 18$ sont les valeurs de x telles que $x \in [9 ; 17]$.

A16 Calcul du montant d'un intérêt simple ou d'une valeur acquise

▶ Lorsqu'un capital C est placé à un taux périodique t pendant une durée de n périodes, celui-ci produit un intérêt I s'élevant à : $\boldsymbol{I = C \times t \times n}$

- Calculer le taux périodique de placement à l'aide de la relation :

$$t = \frac{\text{taux annuel}}{\text{nombre de périodes dans l'année}}.$$

Nombre de périodes dans l'année : 12 pour un placement en mois ; 24 pour un placement en quinzaines ; 360 pour un placement en jours.

- Remplacer les données dans la relation $I = C \times t \times n$ et calculer.

▶ La valeur acquise par un capital est la somme de ce capital C et de l'intérêt I qu'il a produit pendant la durée du placement.

- Remplacer les données dans la relation : **Valeur acquise = C + I** et calculer.

Cochez les bonnes réponses.

Caro place un capital de 2 400 € au taux annuel de 1,5 % pendant 13 quinzaines.

a. Les intérêts s'élèveront à :	☑ 19,50 €	☐ 36 €	☐ 184,62 €
b. La valeur acquise sera de :	☐ 2 584,62 €	☐ 2 481,50 €	☑ 2 419,50 €

A17 Distinction entre cercle, disque, sphère et boule

- Identifier s'il s'agit d'une figure plane ou d'un solide de l'espace.
- Identifier si l'on parle des points situés à la distance *R* du centre ou si l'on parle de l'ensemble des points de la surface ou du volume.

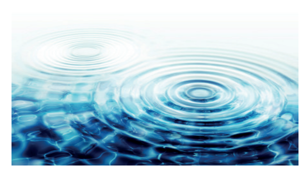
	Les points sont à une même distance *R* du centre	Les points sont à une distance inférieure ou égale à *R* du centre
Figures planes	Cercle	Disque
Solides de l'espace	Sphère	Boule

Indiquez pour chaque image s'il s'agit d'un cercle, d'un disque, d'une sphère, d'une boule.


Bulle de savon
Sphère

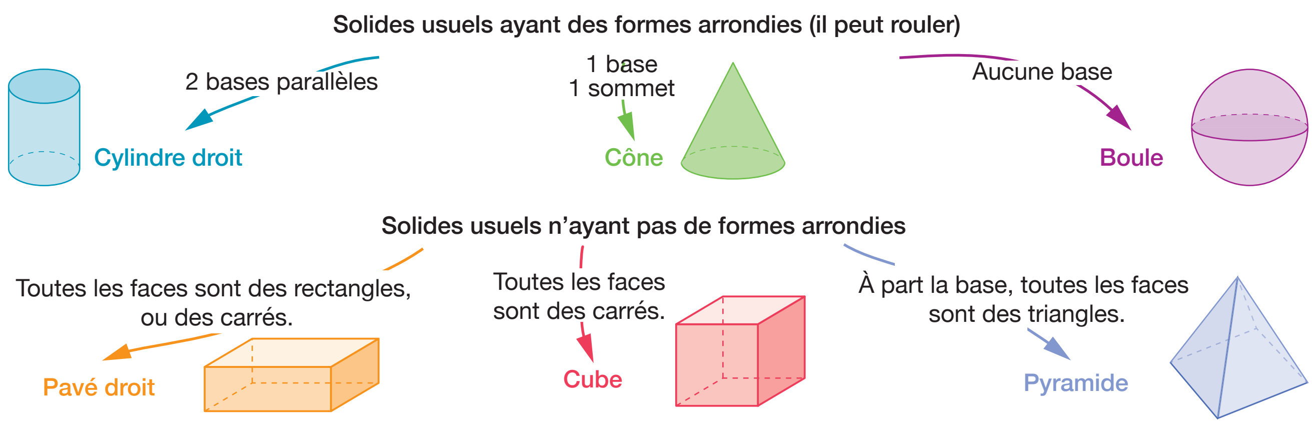

Cochonnet
Boule


Plaquette de frein
Disque


Rond dans l'eau
Cercle

A18 Reconnaissance du cube, du pavé droit, de la pyramide, du cylindre droit, du cône et de la boule

- Identifier si le solide usuel a toutes ses faces planes ou pas, c'est-à-dire s'il peut rouler dans certaines positions.
- Déterminer le nombre de bases ou la forme des faces des solides.



Identifiez les principaux solides usuels qui composent ces images.


Cube,
Pyramide.

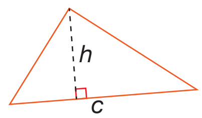
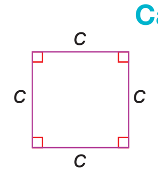
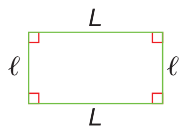
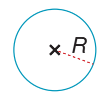

Pavé droit,
Cylindre.


Cône,
Boule.


Cylindre,
Boule, Cube.

A19 Calcul de l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque

● Calculer l'aire de la figure à l'aide des formules du tableau. Faire attention à l'homogénéité des unités de mesure.

Triangle de côté *c* et de hauteur associée *h*  $\mathcal{A} = \dfrac{c \times h}{2}$	**Carré** de côté *c*  $\mathcal{A} = c \times c = c^2$
Rectangle de longueur *L* et de largeur ℓ  $\mathcal{A} = L \times \ell$	**Disque** de rayon *R*  $\mathcal{A} = \pi \times R^2$

Pour chaque phrase, cochez la bonne réponse.

a. L'aire d'un terrain de pétanque pour les championnats de 4 m de largeur et de 15 m de longueur est :

☐ 19 m² ☐ 38 m ☑ 60 m²

b. L'aire d'une tarte saumon-épinard de 6 personnes de 26 cm de diamètre est :

☐ 169 cm² ☑ $169\pi \approx 531$ cm² ☐ $338\pi \approx 1\,062$ cm²

c. L'aire de la partie triangulaire d'un pignon de maison d'une base de 8 m et de 260 cm de hauteur est :

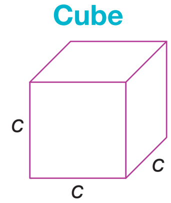
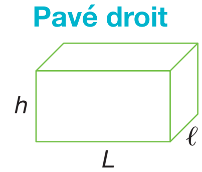
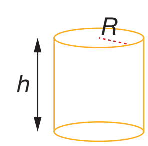
☑ 10,4 m² ☐ 1 040 cm² ☐ 20,8 m²

d. L'aire d'une parcelle carrée d'un potager de 1,20 m de côté est :

☐ 1,040 4 m² ☑ 1,44 m² ☐ 4,8 m²

A20 Calcul du volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un cylindre

● Calculer le volume du solide à l'aide des formules du tableau. Faire attention à l'homogénéité des unités de mesure.

Solide usuel	Cube 	Pavé droit 	Cylindre 
Formule	$V = c^3$	$V = L \times \ell \times h$	$V = \pi \times R^2 \times h$

Pour chaque phrase, cochez la bonne réponse.

a. Le volume d'un tasseau de bois de 2,50 m de longueur et de section 50 × 28 mm est :

☐ 3 500 mm³ ☑ 0,003 5 m³ ☐ 3,5 cm³

b. Le volume d'un glaçon cubique de 3,2 cm de côté est :

☑ 32,768 cm³ ☐ 32 768 cm³ ☐ 9,6 cm³

c. Le volume disponible d'un verre dont l'intérieur est un cylindre de 5,5 cm de hauteur et de 8,2 cm de diamètre est :

☐ 92,455 cm³ ☑ $92{,}455\pi \approx 290{,}46$ cm³ ☐ $45{,}1\pi \approx 141{,}69$ cm²

A21 Factorisation de $x^2 - a^2$ (a étant un entier naturel donné)

Factoriser, c'est transformer une somme, ou une différence, en un produit.

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

- Identifier a^2.
- En déduire $a = \sqrt{a^2}$.
- Remplacer a par sa valeur dans $(x + a)(x - a)$.

1 Complétez le tableau suivant :

Expression de $x^2 - a^2$	Valeur de a^2	Valeur exacte de a	Forme factorisée $(x - a)(x + a)$
$x^2 - 25$	25	5	$(x - 5)(x + 5)$
$x^2 - 4$	4	2	$(x - 2)(x + 2)$
$x^2 - 64$	64	8	$(x - 8)(x + 8)$

2 Factorisez les expressions suivantes.

a. $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$

b. $x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$

c. $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

A22 Développement de $a(x + b)$ (a et b sont des entiers relatifs donnés)

Développer, c'est transformer un produit en somme.

$$a\,(x + b) = a \times x + a \times b$$

- Identifier a et b.
- Remplacer a et b par leurs valeurs dans $a \times x + a \times b$.

Développez les expressions suivantes.

a. $4(x + 3) = 4x + 4 \times 3 = 4x + 12$

b. $3(x - 4) = 3x + 3 \times (-4) = 3x - 12$

c. $-2(x + 5) = -2x + (-2) \times 5 = -2x - 10$

d. $-4(x - 7) = -4x + (-4) \times (-7) = -4x + 28$

A23 Développement de $(x + a)(x + b)$ (a et b sont des entiers relatifs donnés)

Développer, c'est transformer un produit en somme.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + a \times b$$

- Identifier a et b.
- Remplacer a et b par leurs valeurs dans $x^2 + ax + bx + a \times b$. Faire attention aux signes de a et b.
- Regrouper et calculer les termes en x.

Cochez la réponse correspondant au développement de l'expression donnée.

a. $(x + 6)(x + 2) =$ ☐ $x^2 + 12x + 12$ ☑ $x^2 + 8x + 12$ ☐ $x^2 + 12x + 8$

b. $(x + 5)(x - 3) =$ ☑ $x^2 + 2x - 15$ ☐ $x^2 - 8x - 15$ ☐ $x^2 - 8x + 15$

c. $(x - 4)(x - 1) =$ ☐ $x^2 + 5x + 4$ ☐ $x^2 - 3x + 4$ ☑ $x^2 - 5x + 4$

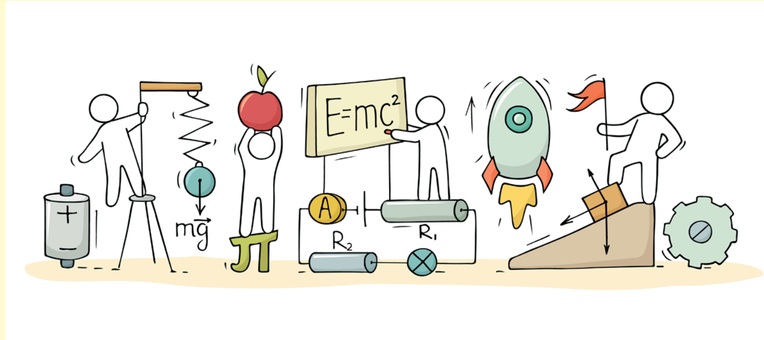
Vers le CCF 1 | Du matériel pour expérimenter

Nom : ....
Prénom : ....
Classe : ....

Durée : 45 minutes

Chapitres concernés :
1. Statistiques à deux variables
3. Suites numériques
5. Fonctions polynômes de degré 2

Dans le cadre du chef d'œuvre, un groupe d'élèves de bac professionnel a étudié le lancement d'une fusée. Pour cela, ils ont fait appel à une entreprise qui commercialise du matériel pédagogique.



Exercice 1

SITUATION

On s'intéresse à l'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise. Le chiffre d'affaires est de 1 655 000 euros en 2021. Après 2021, le responsable financier envisage deux évolutions possibles du chiffre d'affaires.

Problématique

Selon l'évolution envisagée, à partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera-t-il 2 millions d'euros ?

ÉVOLUTION 1

Le tableau suivant, où x_i désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2016, donne le chiffre d'affaires y_i (en milliers d'euros) de l'entreprise entre 2016 et 2021.

Année	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires y_i (en milliers d'euros)	1 254	1 317	1 395	1 472	1 575	1 655

On suppose que la tendance d'évolution reste la même après 2021.

1 S'approprier Représentez les lignes 2 et 3 du tableau ci-dessus par un nuage de points.

2 Analyser/Raisonner Expliquez pourquoi l'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine. Les points du nuage sont presque alignés.

3 Réaliser Communiquer Donnez l'équation de la droite d'ajustement affine du nuage de points. Arrondissez les coefficients à l'unité. $y = 82x + 1\,241$

4 **a.** Réaliser Donnez le coefficient de détermination R^2, arrondi au millième, de cette série statistique.

$R^2 = 0{,}995$.

b. Valider Expliquez pourquoi, au vu de ce coefficient, l'ajustement affine est justifié.

Le coefficient de détermination est très proche de 1.

5 **a.** S'approprier Donnez le rang de l'année 2024.

Le rang x est égal à 8.

b. **Réaliser** Calculez, à l'aide de la question **3**, le chiffre d'affaires que l'entreprise peut prévoir en 2024.

$y = 82 \times 8 + 1\,241 = 1\,897$ milliers d'euros $= 1\,897\,000$ €.

c. **Analyser/Raisonner** **Communiquer** La résolution de l'inéquation $82x + 1\,241 > 2\,000$ permet de répondre à la problématique. Expliquez pourquoi.

2 millions d'euros = 2 000 milliers d'euros. On cherche les valeurs de x telles que le chiffre d'affaires soit supérieur à 2 000 milliers d'euros.

d. **Réaliser** Résolvez par la méthode de votre choix l'inéquation $82x + 1\,241 > 2\,000$.

$82x > 2\,000 - 1\,241 \Leftrightarrow 82x > 759 \Leftrightarrow x > \frac{759}{82} \Leftrightarrow x > 9{,}26$, soit $x \geqslant 10$.

e. **Valider** Déterminez à partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2 millions d'euros.

10 est le rang de l'année 2026. À partir de 2026, le chiffre d'affaires dépassera 2 millions d'euros.

ÉVOLUTION 2

Le responsable financier suppose que le chiffre d'affaires de l'entreprise augmentera chaque année de 80 000 € à partir de 2021.
On note u_n le chiffre d'affaires de l'entreprise, en milliers d'euros, pour l'année $2021 + n$. Ainsi $u_0 = 1\,655$.

6 **Réaliser** Calculez u_1 et u_2.

$u_1 = 1\,655 + 80 = 1\,735$; $u_2 = 1\,735 + 80 = 1\,815$.

7 **Analyser/Raisonner** Donnez la nature de la suite (u_n). Précisez sa raison. Justifiez.

Quel que soit n, $u_{n+1} = u_n + 80$. Donc (u_n) est une suite arithmétique de raison 80.

8 **Réaliser** Exprimez pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

$u_n = u_0 + n \times r = 1\,655 + n \times 80 = 1\,655 + 80n$.

9 **Réaliser** Calculez le chiffre d'affaires que l'on peut prévoir pour l'entreprise en 2024.

En 2024, $n = 3$; $u_3 = 1\,655 + 3 \times 80 = 1\,895$ milliers d'euros.

10 **a.** **Réaliser** On donne ci-contre le programme écrit en langage Python qui doit permettre de déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires dépassera 2 millions d'euros.

Complétez les pointillés de ce programme.

```
u = 1655
a = 2021
while u < 2000
  u = u + 80
  a = a + 1
print ( a )
```

b. **Analyser/Raisonner** Par la méthode de votre choix (Python, algébrique, graphique), déterminez à partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2 millions d'euros.

Le programme Python donne $a = 2026$.

Résolution algébrique : $1\,655 + 80n > 2\,000 \Leftrightarrow 80n > 345 \Leftrightarrow n > \frac{345}{80} \Leftrightarrow n > 4{,}3$, soit $n \geqslant 5$.

$2021 + 5 = 2026$.

CONCLUSION

11 **Communiquer** Répondez à la problématique.

Pour les deux évolutions envisagées par le responsable financier, le chiffre d'affaires dépassera 2 millions d'euros à partir de 2026.

Exercice 2

SITUATION

Dans le cadre de leur chef d'œuvre, des lycéens ont fabriqué une petite fusée qui est lancée à partir d'une plateforme située à 8 m de hauteur.
La hauteur (en mètres) atteinte par la fusée en fonction du temps de vol t (en dixièmes de seconde) est modélisée par la fonction f définie par : $f(t) = -0{,}5t^2 + 10t + 8$ pour $t \in [0 ; 20]$.
On a $t = 0$ au moment du lancement de la fusée.
L'explosion de la fusée ne peut être déclenchée qu'à une hauteur supérieure à 40 mètres.

Problématique

Combien de temps après le lancement de la fusée l'explosion peut-elle être déclenchée ?

1 **a.** S'approprier Calculez $f(10)$.

$f(10) = -0{,}5 \times 100 + 10 \times 10 + 8 = 58.$

b. Analyser/Raisonner Interprétez par une phrase le résultat précédent dans la situation étudiée.

Dix dixièmes de seconde valent 1 seconde.

1 seconde après le lancement, la fusée atteint une hauteur de 58 m.

2 On note g la fonction définie sur $[0 ; 20]$ par $g(t) = -0{,}5t^2 + 10t - 32$.

a. Réaliser Calculez $g(4)$ et $g(16)$.

$g(4) = 0$ et $g(16) = 0.$

b. Réaliser Déduisez de la question **2a** la forme factorisée du polynôme $g(t)$.

4 et 16 sont les deux racines du polynôme $g(t)$. Le coefficient dominant de $g(t)$ est $-0{,}5$.

Donc $g(t) = -0{,}5(t - 4)(t - 6)$.

c. Analyser/Raisonner Valider Montrez que si $f(t) \geqslant 40$, alors $g(t) \geqslant 0$.

$f(t) \geqslant 40 \Leftrightarrow -0{,}5t^2 + 10t + 8 \geqslant 40$

$\Leftrightarrow -0{,}5t^2 + 10t + 8 - 40 \geqslant 40 - 40$

$\Leftrightarrow -0{,}5t^2 + 10t - 32 \geqslant 0 \Leftrightarrow g(t) \geqslant 0$

d. Réaliser Résolvez l'inéquation $g(t) \geqslant 0$ par la méthode de votre choix (graphiquement ou algébriquement).

$g(t) \geqslant 0 \Leftrightarrow -0{,}5(t - 4)(t - 6) \geqslant 0$

t	0		4		6		20
Signe de $g(t)$		–	0	+	0	–	

Les solutions de l'inéquation $g(t) \geqslant 0$ sont les nombres t tels que $4 \leqslant t \leqslant 6$.

3 Réaliser Communiquer Répondez à la problématique.

4 dixièmes de seconde = 0,4 s ; 6 dixièmes de seconde = 0,6 s.

Le temps de vol doit être compris entre 0,4 s inclus et 0,6 s inclus.

GRILLE D'ÉVALUATION DU CCF 1

1. Liste des capacités et connaissances évaluées

Capacités

- Représenter graphiquement à l'aide d'outils numériques un nuage de points.
- Déterminer l'équation réduite d'une droite d'ajustement.
- Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.
- Déterminer le coefficient de détermination d'une série à deux variables.
- Évaluer la pertinence d'un ajustement affine.
- Générer les termes de différentes suites.
- Calculer un terme de rang donné d'une suite arithmétique.
- Tester si un nombre réel est racine d'un polynôme de degré 2.
- Factoriser un polynôme de degré 2 dont les racines réelles sont connues.
- Traduire des données en instructions conditionnelles et en boucles.

Connaissances

- Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.
- Ajustement affine et coefficient de détermination R^2.
- Notation indicielle du terme de rang n de la suite (u_n).
- Suites arithmétiques :
  – définition par la relation $u_{n+1} = u_n + r$ et la donnée du premier terme ;
  – expression du terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison.
- Racines réelles d'un polynôme de degré 2.
- Séquences d'instructions, instructions conditionnelles, boucles.

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			(rouge)	(orange)	(vert)
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information. Traduire des informations, des codages.	**1.** 1 **1.** 5.a **2.** 1.a			
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures ; proposer, choisir une méthode de résolution ; élaborer un algorithme.	**1.** 2 **1.** 5.c **1.** 7 **1.** 10.b **2.** 1.b **2.** 2.c			
Réaliser	Mettre en œuvre une méthode de résolution, des algorithmes ; utiliser un modèle ; représenter ; calculer ; expérimenter ; faire une simulation.	**1.** 3 **1.** 4.a **1.** 5.b **1.** 5.d **1.** 6 **1.** 8 **1.** 9 **1.** 10.a **2.** 2.a **2.** 2.b **2.** 2.c **2.** 2.d **2.** 3			
Valider	Critiquer un résultat, argumenter ; contrôler la vraisemblance d'une conjecture ; mener un raisonnement logique et établir une conclusion.	**1.** 4.b **1.** 5.e **2.** 2.c			
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit à l'aide d'outils et d'un langage approprié. Expliquer une démarche.	**1.** 3 **1.** 5.c **1.** 11 **2.** 3			

Vers le CCF 2 | Lancer gagnant ?

Nom : ....
Prénom : ....
Classe : ....

Durée : 45 minutes

Chapitres concernés :
4. Résolution graphique d'équations et d'inéquations
6. Étude des variations d'une fonction
7. Géométrie dans l'espace

Tahina est animatrice dans un centre de loisirs. Pour l'anniversaire de Hugo, elle propose un jeu de lancer de balles dans des petits pots qu'elle a réalisés à l'aide d'une imprimante 3D.

Exercice 1

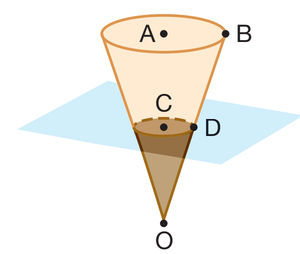
SITUATION

À l'aide d'un logiciel de conception 3D, Tahina modélise la forme du pot par un cône de hauteur [OA], dont la partie inférieure sera coupée par un plan parallèle à sa base (voir le document 1 ci-contre). La base du cône, de centre A, a un diamètre de 8 cm. [OB] mesure 16,5 cm. Pour une bonne tenue du pot et une utilisation modérée de filaments plastiques nécessaires à l'impression 3D, on considère que l'aire de la section de centre C et de rayon [CD] doit être comprise entre 18 cm² et 20 cm².

Problématique

Le modèle conçu par Tahina peut-il être validé ?

Doc 1. Conception du pot



1 S'approprier Donnez, en cm, les longueurs des segments [OB] et [AB].

$OB = 16{,}5$ cm et $AB = \frac{8}{2} = 4$ cm.

2 **a.** Analyser/Raisonner Quelle est la nature du triangle OAB ?

[OA] est la hauteur du cône et [AB] est un rayon de la base. OAB est donc un triangle rectangle en A.

b. Réaliser Calculez, en cm, la hauteur OA du cône. Arrondissez à l'unité.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle OAB rectangle en A :

$OA^2 = OB^2 - AB^2 = 16{,}5^2 - 4^2 = 256{,}25$ donc $OA = \sqrt{256{,}25} \approx 16$ cm.

3 Tahina représente le cône à l'aide du logiciel GeoGebra (voir le document 1 ci-dessus). Elle place le point C tel que C appartient au segment [OA] et OC = 10 cm. Elle coupe ensuite le cône au point C par un plan parallèle à sa base. Le point D est l'intersection du segment [OB] avec la section obtenue par la coupe.

a. S'approprier Cochez la bonne réponse.

Les droites (CD) et (AB) sont :

☑ parallèles ☐ sécantes ☐ perpendiculaires

b. Analyser/Raisonner Cochez l'outil qui permet de créer l'intersection du plan avec le cône.

☐ ☐ ☑ ☐

c. Analyser/Raisonner Indiquez la nature de la section obtenue.

La section obtenue est un disque.

4 Réaliser Communiquer En utilisant la méthode de votre choix (fichier GeoGebra « **CCF2_134_pot.ggb** » foucherconnect.fr/22mc117 ou théorème de Thalès appliqué au triangle OAB), déterminez, en cm, le rayon CD de la section.

C ∈ [OA], D ∈ [OB] et (CD) // (AB). D'après le théorème de Thalès appliqué au triangle OAB : $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB}$

donc $CD = \frac{OC}{OA} \times AB = \frac{10}{16} \times 4 = 2{,}5$ cm.

5 **a.** Réaliser Calculez, en cm², l'aire $\mathcal{A}$ de la section sachant que $\mathcal{A} = \pi \times R^2$ où R est le rayon de la section. Arrondissez au dixième.

$\mathcal{A} = \pi \times CD^2 = \pi \times 2{,}5^2 \approx 19{,}6$ cm².

b. Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Le modèle conçu par Tahina peut être validé car l'aire de la section est comprise entre 18 cm² et 20 cm².

Exercice 2

PARTIE A. Trajectoire

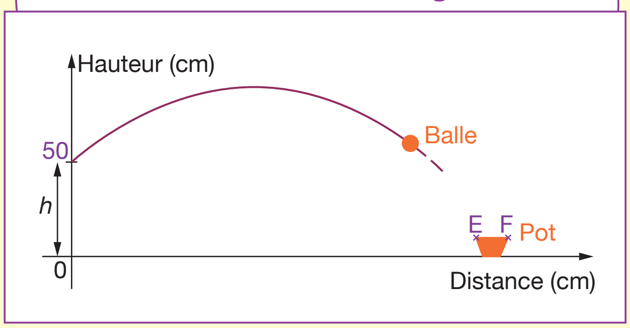
SITUATION

Tahina pose le petit pot au sol. Hugo lance une balle depuis la hauteur h = 50 cm de sa main. La situation est représentée sur le schéma du document 2 ci-contre, qui n'est pas à l'échelle. L'ouverture du pot forme un disque de diamètre [EF] tel que E(193,5 ; 6) et F(201,5 ; 6). La balle est assimilée à un point et le lancer se fait dans le plan formé par le point de départ (0 ; 50) et l'axe du pot.

Problématique

La balle va-t-elle entrer dans le pot ?

Doc 2. Lancer de Hugo



1 **a.** S'approprier Quelle est la hauteur du pot ?

L'ordonnée des points E et F indique que le pot a une hauteur de 6 cm.

b. S'approprier Cochez le bon encadrement de l'abscisse x_B de la balle, pour qu'elle entre dans le pot lorsqu'elle se trouvera à une hauteur de 6 cm.

☐ $0 < x_B < 6$ ☐ $0 < x_B < 193{,}5$ ☑ $193{,}5 < x_B < 201{,}5$

2 python Le programme suivant, en langage Python, fait intervenir une fonction polynôme f de degré 2 qui modélise la hauteur de la balle durant sa chute : si x est la distance horizontale de la balle en centimètres, alors $f(x)$ est la hauteur de la balle en centimètres.

```
def f(x):
  return -0.00625*x**2+x+50
x_B=180
.................... f(x_B)>6:
  x_B=x_B+1
print("L'équation f(x) = 6 a une solution comprise entre",x_B-1,"et",x_B)
```

a. S'approprier Donnez l'expression de la fonction f qui intervient dans le programme Python.

$f(x) = -0{,}006\,25x^2 + x + 50$

b. Analyser/Raisonner À une distance horizontale x_B = 180 cm, la balle se trouve à une hauteur $f(x_B)$ supérieure à 6 cm. Pour déterminer un encadrement de la solution de l'équation $f(x) = 6$, complétez les pointillés de la ligne 4 du programme par une des commandes suivantes : *for* • *if* • *while*.

Ligne 4 : ***while*** *f*(*x*_B)>6 :

3 a. Réaliser Communiquer python Par la méthode de votre choix (Python ou graphique), résolvez l'équation $f(x) = 6$. Donnez un encadrement de la solution, au dixième dans le cas d'une résolution graphique.

Le programme Python affiche comme résultat : « L'équation f(x) = 6 a une solution comprise entre 195 et 196 ».

Il en résulte que $195 < x < 196$.

En résolvant graphiquement l'équation $f(x) = 6$, on en déduit que $195{,}9 < x < 196$ au dixième.

b. Valider Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

Les intervalles [195 ; 196] et [195,9 ; 196] étant inclus dans l'intervalle [193,5 ; 201,5], il en résulte que la balle va entrer dans le pot.

PARTIE B. Hauteur maximale

SITUATION

La hauteur, en centimètres, de la balle est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 200] par $f(x) = -0{,}006\,25x^2 + x + 50$ où x est la distance horizontale, en centimètres, de la balle.

Problématique

Quelle est, en cm, la hauteur maximale atteinte par la balle ?

4 Réaliser On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminez $f'(x)$.

$f'(x) = -0{,}012\,5x + 1$.

5 Réaliser Résolvez l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.

$-0{,}012\,5x + 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow -0{,}012\,5x \geqslant -1 \Leftrightarrow x \leqslant \dfrac{-1}{-0{,}012\,5} \Leftrightarrow x \leqslant 80$. Donc $f'(x) \geqslant 0$ sur [0 ; 80].

6 Réaliser Établissez le tableau de variations de la fonction f.

x	0		80		200
Signe de $f'(x)$		+	0	–	
Variations de f	50	↗	90	↘	0

7 Valider Communiquer Répondez à la problématique. Justifiez la réponse.

La hauteur maximale de la balle est donnée par le maximum de la fonction f atteint en $x = 80$.

La hauteur maximale atteinte par la balle de Hugo est 90 cm.

GRILLE D'ÉVALUATION DU CCF 2

1. Liste des capacités et connaissances évaluées

Capacités

- Exploiter une représentation d'un solide usuel.
- Réaliser la section d'un solide usuel par un plan.
- Construire la section plane d'un solide passant par des points donnés.
- Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 2.
- Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variations.
- Déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné à partir de son sens de variation.
- Repérer les enchaînements logiques et les traduire en instructions conditionnelles et en boucles.

Connaissances

- Section d'un solide par un plan.
- Notation f'.
- Règles de dérivation : dérivée du produit d'une fonction dérivable par une constante, dérivée de la somme de deux fonctions dérivables.
- Lien entre signe de la dérivée d'une fonction sur un intervalle et sens de variation de cette fonction sur cet intervalle.
- Extremum d'une fonction sur un intervalle donné.
- Séquences d'instructions, instructions conditionnelles, boucles bornées (for) et non bornées (while).

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information. Traduire des informations, des codages.	**1.** 1. **1.** 3.a. **2.** 1. **2.** 2.a.			
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures ; proposer, choisir une méthode de résolution ; élaborer un algorithme.	**1.** 2.a. **1.** 3.b. **1.** 3.c. **2.** 2.b.			
Réaliser	Mettre en œuvre une méthode de résolution, des algorithmes ; utiliser un modèle ; représenter ; calculer ; expérimenter ; faire une simulation.	**1.** 2.b. **1.** 4. **1.** 5.a. **2.** 3.a. **2.** 4. **2.** 5. **2.** 6.			
Valider	Critiquer un résultat, argumenter ; contrôler la vraisemblance d'une conjecture ; mener un raisonnement logique et établir une conclusion.	**1.** 5.b. **2.** 3.b. **2.** 7.			
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit à l'aide d'outils et d'un langage approprié. Expliquer une démarche.	**1.** 4. **1.** 5.b **2.** 3.a. **2.** 7.			

Vers le CCF 3 | Fabrication et vente de dragées

Nom : ....
Prénom : ....
Classe : ....

Durée : 45 minutes

Chapitres concernés :
2. Probabilités
4. Résolution graphique d'équations et d'inéquations
6. Étude des variations d'une fonction
8. Calculs commerciaux et financiers

Une entreprise produit et commercialise des dragées. La production hebdomadaire maximale est de 30 000 dragées. On suppose que la totalité de la production hebdomadaire est vendue chaque semaine.

Exercice 1

PARTIE A. Coût de production et bénéfice

SITUATION

Le coût de production, en euros, pour x milliers de dragées, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle [0 ; 30] par $C(x) = 4x^2 + 4x + 520$. L'entreprise fixe le prix de vente d'une dragée à 0,128 €. Pour la vente de x milliers de dragées, le chiffre d'affaires, en euros, est donné par la fonction R définie sur l'intervalle [0 ; 30] par $R(x) = 128x$.

Problématique

Quelles quantités de dragées produites et vendues permettent de dégager un bénéfice ?
Pour quelle quantité de dragées obtient-on un bénéfice maximum ?

1 a. S'approprier Calculez le coût de production de 8 000 dragées.

$C(8) = 4 \times 8^2 + 4 \times 8 + 520 = 808$ €.

b. Réaliser Calculez le coût moyen unitaire de production si 8 000 dragées sont fabriquées.

$808 \div 8\,000 = 0,101$ €.

c. Réaliser Calculez le coût marginal de production de la 8 001e dragée. Arrondissez au millième.

$C(8,001) = 4 \times 8,001^2 + 4 \times 8,001 + 520 \approx 808,068$ €.

Coût marginal = $C(8,001) - C(8) = 808,068 - 808 = 0,068$ €.

2 Le résultat réalisé pour x milliers de dragées vendues est donné par la fonction B, telle que $B(x) = R(x) - C(x)$ sur l'intervalle [0 ; 30].

a. Réaliser Tracez les courbes représentatives des fonctions C et R.

b. Analyser/Raisonner Communiquer Expliquez comment déterminer sur ce graphique les valeurs de x pour lesquelles le résultat est positif.

La courbe représentative de R est au-dessus de la courbe représentative de C sur l'intervalle [5 ; 26].

Le résultat est positif (c'est donc un bénéfice) pour ces valeurs de x.

3 **a.** Analyser/Raisonner Valider Vérifiez que $B(x) = -4x^2 + 124x - 520$.

$B(x) = 128x - (4x^2 + 4x + 520) = 128x - 4x^2 - 4x - 520 = -4x^2 + 124x - 520$.

b. Réaliser Déterminez $B'(x)$ l'expression de la dérivée de B.

$B'(x) = -4 \times 2x + 124 = -8x + 124$.

c. Réaliser Résolvez l'équation $B'(x) = 0$.

$-8x + 124 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-124}{-8} \Leftrightarrow x = 15{,}5$.

d. Réaliser Complétez le tableau de variations de la fonction B.

x	0		15,5		30
Signe de $B'(x)$		+	0	–	
Variations de B	–520	↗	441	↘	–400

e. Analyser/Raisonner La fonction B présente-t-elle un maximum ou un minimum ?

La fonction B présente un maximum.

Pour quelle quantité de dragées produites et vendues ?

$15{,}5 \times 1\,000 = 15\,500$. Pour 15 500 dragées.

4 Communiquer Répondez à la problématique.

Il y a bénéfice pour une production et vente comprise entre 5 000 et 26 000 dragées.

Le bénéfice est maximum pour 15 500 dragées.

PARTIE B. Investissement

SITUATION

L'entreprise investit 15 000 € dans du matériel pour proposer une nouvelle gamme de dragées. La responsable financière a anticipé cet investissement en plaçant pendant un an 8 000 € au taux annuel de 2 %.
Mais elle a dû emprunter pendant 8 mois le capital manquant auprès d'un établissement financier.
L'intérêt généré par cet emprunt est de 136,80 €.

Problématique

Quel est le taux annuel de l'emprunt ?

5 Analyser/Raisonner On a exécuté le programme Python ci-contre.
Indiquez ce que représentent les valeurs 160.0 et 8160.0 obtenues dans la console.

```
C=8000
t = 0.02
x=C*t
y=C+x
print(x)
print(y)
```

```
160.0
8160.0
>>>
```

160 est l'intérêt, en €, produit par le placement.

8 160 est la valeur acquise, en €, ou capital disponible en fin de placement.

6 **a.** Réaliser Calculez la somme empruntée.

Montant de l'emprunt = 15 000 – 8 160 = 6 840 €.

b. Réaliser Calculez le taux annuel de l'emprunt.

On utilise la formule $I = C \times \dfrac{t}{12} \times n$ où t est le taux annuel.

$136{,}80 = 6\,840 \times \dfrac{t}{12} \times 8 \Leftrightarrow t = \dfrac{136{,}80 \times 12}{6\,840 \times 8} = 0{,}03$.

7 Communiquer Répondez à la problématique.

Le taux annuel de l'emprunt est 3 %.

Exercice 2

SITUATION

L'entreprise de fabrication de dragées possède une chaîne de production qui réalise, en fonction des besoins : des dragées blanches ou roses, aux amandes ou au chocolat.
Actuellement, la machine est réglée de la manière suivante :
- 55 % de la production sont des dragées blanches ;
- parmi les dragées blanches, 50 % sont aux amandes ;
- parmi les dragées roses, 60 % sont aux amandes.

On prend une dragée au hasard dans la production hebdomadaire de 30 000 dragées.
On s'intéresse aux événements suivants :
B : « La dragée choisie est blanche » ;
A : « La dragée choisie est aux amandes ».

Problématique

Plus de la moitié des ventes sont des dragées au chocolat.
Le réglage de la machine est-il en accord avec les ventes ?

1 **a.** S'approprier Donnez les probabilités suivantes.

$P(\mathrm{B})$ = 0,55 ;

$P_B(\mathrm{A})$ = 0,5 ;

$P_{\overline{\mathrm{B}}}(\mathrm{A})$ = 0,6.

b. Réaliser Communiquer Complétez le tableau croisé des effectifs.

	Dragées blanches	Dragées roses	Total
Dragées aux amandes	8 250	8 100	16 350
Dragées au chocolat	8 250	5 400	13 650
Total	16 500	13 500	30 000

2 **a.** Analyser/Raisonner Décrivez l'événement B ∩ A.

L'intersection B ∩ A correspond aux dragées blanches aux amandes.

b. Réaliser Calculez $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A})$.

$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{A}) = \dfrac{8\,250}{30\,000} = 0{,}275.$

3 Réaliser Calculez la probabilité pour que la dragée choisie soit aux amandes.

$P(\mathrm{A}) = \dfrac{16\,350}{30\,000} = 0{,}545.$

4 Réaliser Communiquer Répondez à la problématique.

$P(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - 0{,}545 = 0{,}455 < 0{,}5$. Donc l'ensemble des clients ne peut pas être satisfait.

GRILLE D'ÉVALUATION DU CCF 3

1. Liste des capacités et connaissances évaluées

Capacités

- Calculer la probabilité d'un événement contraire.
- Compléter et exploiter un tableau croisé d'effectifs.
- Calculer la probabilité de l'intersection de deux événements.
- Déterminer une probabilité conditionnelle.
- Résoudre graphiquement ou à l'aide d'un outil numérique des inéquations de la forme $f(x) \geqslant g(x)$ où f et g sont des fonctions.
- Utiliser les formules de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction polynôme de degré égal à 2.
- Dresser le tableau de variations d'une fonction polynôme de degré 2.
- Déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné à partir de son sens de variation.
- Calculer le montant d'un capital disponible après n périodes de placement.
- Déterminer un taux.
- Calculer un coût total de production, un résultat, un coût marginal.

Connaissances

- Événement contraire, Intersection d'événements.
- Probabilité conditionnelle.
- Résolution graphique d'inéquations de la forme $f(x) \geqslant g(x)$ où f et g sont des fonctions.
- Fonction dérivée de la fonction carré. Règles de dérivation.
- Lien entre signe de la dérivée d'une fonction et sens de variation de cette fonction.
- Extremum d'une fonction sur un intervalle donné.
- Taux annuel, mensuel, par quinzaine, journalier. Intérêts simples.
- Coût total de production, coût marginal, coût moyen unitaire, résultat.

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			(rouge)	(orange)	(vert)
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information. Traduire des informations, des codages.	1. 1.a 2. 1.a			
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures ; proposer, choisir une méthode de résolution ; élaborer un algorithme.	1. 2.b 1. 5 2. 2.a			
Réaliser	Mettre en œuvre une méthode de résolution, des algorithmes ; utiliser un modèle ; représenter ; calculer ; expérimenter ; faire une simulation.	1. 1.b 1. 1.c 1. 2.a 1. 3.b 1. 3.c 1. 3.d 1. 6.a 1. 6.b 2.1.b 2. 2.b 2. 3 2. 4			
Valider	Critiquer un résultat, argumenter ; contrôler la vraisemblance d'une conjecture ; mener un raisonnement logique et établir une conclusion.	1. 3.a			
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit à l'aide d'outils et d'un langage approprié. Expliquer une démarche.	1. 2.b 1. 4 1. 7 2. 1.b 2. 4			

Programmer en langage Python

Saisir un texte et définir des variables

Syntaxe	Effet
`input (" texte ")`	Permet de saisir au clavier un texte ou un nombre.
`print (" texte ")`	Affiche dans la console le texte entre " ".
`int(x)`	La variable est un nombre entier.
`float(x)`	La variable est un nombre décimal.
`str(x)`	La variable est une chaîne de caractères.

Donner une valeur à une variable

Syntaxe	Effet
`x = 14`	Stocke la valeur 14 dans la variable *x*.
`x = x + 1`	Ajoute 1 à (ou incrémente de 1) la variable *x*.
`x = y`	Stocke la valeur de la variable *y* dans la variable *x*.

Tester et comparer

Syntaxe	Effet
`if condition :` `    instructions`	Teste la condition. Si (if) la condition est vérifiée, exécute les instructions.

`if condition :`
`    instructions 1`
`else :`
`    instructions 2`
	Teste la condition.
	Si (if) la condition est vérifiée, exécute les instructions 1. Sinon (else), exécute les instructions 2.

`x == y`	Teste si *x* est égal à *y*.
`x != y`	Teste si *x* est différent de *y*.
`x <= y`	Teste si *x* est inférieur ou égal à *y*.

Répéter des instructions à l'aide de boucles

Syntaxe	Effet
`while condition :` `    instructions`	Exécute en boucle les instructions tant que (while) la condition est vérifiée. Le nombre de répétitions n'est pas connu au départ.
`for i in range (n) :` `    instructions`	Exécute en boucle les instructions pour *i* variant de 0 à n – 1 avec un pas de 1. Le nombre de répétitions est connu au départ.
`for i in range (m, n) :` `    instructions`	Exécute en boucle les instructions pour *i* variant de m à n – 1 avec un pas de 1.
`for i in range (m, n, k) :` `    instructions`	Exécute en boucle les instructions pour *i* variant de m à n – 1 avec un pas de k.

Créer et utiliser des listes

Syntaxe	Effet
`L = [x0, x1, x2]`	Crée une liste ordonnée nommée L d'éléments x0, x1, x2 qui peuvent être des lettres, des nombres, des mots…
`L = []`	Indique que la liste L est vide.
`L[k]`	Donne l'élément numéro k de la liste L, la numérotation des éléments commençant à 0.
`L.append (n)`	Ajoute l'élément n à la fin de la liste L.
`del L[k]`	Supprimer l'élément numéro k de la liste L.
`len(L)`	Donne le nombre d'éléments de la liste L.
`L1 + L2`	Fusionne les listes L1 et L2 pour donner une nouvelle liste.

Tracer un graphique

Syntaxe	Effet
`import matplotlib.pyplot as plt`	Importe les commandes nécessaires au tracé d'un graphique.
`plt.axis ([xmin, xmax, ymin, ymax])`	Règle la fenêtre d'affichage.
`plt.xlabel (" texte1 ")` `plt.ylabel (" texte2 ")`	Ajoute une légende sur les axes.
`plt.plot(x, y, " couleur ")`	Trace la courbe représentant *y* en fonction de *x*. On peut choisir différents paramètres dont la couleur.
`plt.grid()`	Trace une grille.
`plt.show()`	Affiche le graphique.

Utiliser des fonctions et des instructions mathématiques

Syntaxe	Effet
`x**n`	Calcule x^n.
`round (x , 2)`	Donne la valeur de *x* arrondie au centième.

`from math import*`	Permet l'application des fonctions mathématiques usuelles.
`sqrt(x)`	Calcule la racine carrée de *x*.
`pi`	Donne une valeur approchée de π.

`from random import*`	Permet l'obtention de différents nombres aléatoires.
`randint (a , b)`	Renvoie un nombre entier aléatoire compris entre deux entiers *a* et *b* inclus.
`random ()`	Renvoie un nombre décimal aléatoire appartenant à l'intervalle [0 ; 1[.

Créer une fonction

Syntaxe	Effet

`def nom_fonction (paramètre 1, para-`
`mètre 2) :`
`      instructions`
`      return résultat`
	Crée un sous-programme que l'on peut appeler dans le programme principal.
	Renvoie au programme un résultat.

Crédits photographiques

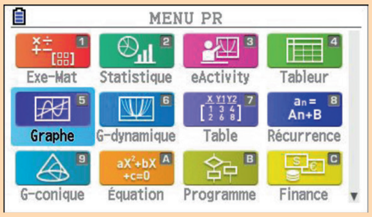
p. 7	ph ©	Wirestock / stock.adobe.com
p. 8	ph ©	tolly65 / stock.adobe.com
p. 9	ph ©	tai111 / stock.adobe.com
p. 10	ph ©	Jan / stock.adobe.com
p. 11	ph ©	mmphoto / stock.adobe.com
p. 19	ph ©	Nicole Lienemann / stock.adobe.com
p. 20	ph ©	bertie10 / stock.adobe.com
p. 21	ph ©	ivector / stock.adobe.com
p. 22	ph ©	Roman King / stock.adobe.com
p. 23	ph ©	Syda Productions / stock.adobe.com
p. 24	ph ©	Andrey Popov / stock.adobe.com
p. 25	ph ©	luismolinero / stock.adobe.com
p. 31	ph ©	Syda Productions / stock.adobe.com
p. 32	ph ©	less.talk / stock.adobe.com
p. 34	ph ©	Belish / stock.adobe.com
p. 35	ph ©	gmg9130 / stock.adobe.com
p. 36	ph ©	pgm / stock.adobe.com
p. 37	ph ©	Ivan / stock.adobe.com
p. 38	ph ©	Maridav / stock.adobe.com
p. 39	ph ©	Dean Marston / stock.adobe.com
p. 44	ph ©	Brad Pict / stock.adobe.com
p. 46	ph ©	Duris Guillaume / stock.adobe.com
p. 47	ph ©	oliverfiction96 / stock.adobe.com
p. 48	ph ©	mumbly / stock.adobe.com
p. 49	ph ©	lucid_dream / stock.adobe.com
p. 50	ph ©	benjaminjk / stock.adobe.com
p. 51	ph ©	franco lucato / stock.adobe.com
p. 52	ph ©	ALF photo / stock.adobe.com
p. 56	ph ©	baibaz / stock.adobe.com
p. 58	ph ©	dusanpetkovic1 / stock.adobe.com
p. 59	ph ©	Daniel Jędzura / stock.adobe.com
p. 60	ph ©	Rawpixel.com / stock.adobe.com
p. 61	ph ©	昊 周 / stock.adobe.com
p. 62	ph ©	DedMityay / stock.adobe.com
p. 64	ph ©	Iakov Kalinin / stock.adobe.com
p. 65	ph ©	Sergey Kohl / stock.adobe.com
p. 71	ph ©	Evgen / stock.adobe.com
p. 72	ph ©	Serge Ramelli / stock.adobe.com
p. 73	ph ©	BetterPhoto / stock.adobe.com
p. 74	ph ©	James Thew / stock.adobe.com
p. 75	ph ©	tonyv3112 / stock.adobe.com
p. 76	ph ©	Prod. Numérik / stock.adobe.com
p. 77	ph ©	Patryssia / stock.adobe.com
p. 79	ph ©	Halfpoint / stock.adobe.com
p. 80	ph ©	bat104 / stock.adobe.com
p. 88	ph ©	Pictures news / stock.adobe.com
p. 89	ph ©	Prod. Numérik / stock.adobe.com
p. 90	ph ©	ann_ounce / stock.adobe.com
p. 91	ph ©	Ian Woolcock / stock.adobe.com (h)
p. 91	ph ©	escioner / stock.adobe.com (b)
p. 92	ph ©	3dsculptor / stock.adobe.com (h)
p. 92	ph ©	Farber / stock.adobe.com (b)
p. 93	ph ©	torriphoto / stock.adobe.com
p. 94	ph ©	Unclesam / stock.adobe.com
p. 95	ph ©	luisrftc / stock.adobe.com (h)
p. 95	ph ©	chaiwat / stock.adobe.com (b)
p. 96	ph ©	dbrnjhrj / stock.adobe.com (h)
p. 96	ph ©	Sergey Nivens / stock.adobe.com (b)
p. 97	ph ©	tchebytchev / stock.adobe.com
p. 98	ph ©	savoieleysse / stock.adobe.com (hg)
p. 98	ph ©	robin-clouet.fr / stock.adobe.com (hd)
p. 98	ph ©	travelview / stock.adobe.com (mg)
p. 98	ph ©	C. Aucher / stock.adobe.com (mm))
p. 98	ph ©	kasparart / stock.adobe.com (md)
p. 98	ph ©	martialred / stock.adobe.com (b)
p. 99	ph ©	Richie Chan / stock.adobe.com (h)
p. 99	ph ©	Richard Villalon / stock.adobe.com (b)
p. 100	ph ©	visionarious / stock.adobe.com (h)
p. 100	ph ©	Sergey / stock.adobe.com (b)
p. 102	ph ©	svitlini / stock.adobe.com
p. 103	ph ©	Drone First / stock.adobe.com
p. 104	ph ©	denphumi / stock.adobe.com
p. 105	ph ©	Sunny studio / stock.adobe.com
p. 106	ph ©	ChiccoDodiFC / stock.adobe.com
p. 111	ph ©	guruXOX / stock.adobe.com
p. 112	ph ©	Christian Müller / stock.adobe.com
p. 113	ph ©	Rawpixel.com / stock.adobe.com
p. 114	ph ©	karen / stock.adobe.com
p. 126	ph ©	Lumppini / stock.adobe.com (hg)
p. 126	ph ©	S. Pradier / stock.adobe.com (hd)
p. 126	ph ©	alexugalek / stock.adobe.com (bg)
p. 126	ph ©	Romolo Tavani / stock.adobe.com (bd)
p. 126	ph ©	DFC / stock.adobe.com (hg)
p. 126	ph ©	ronstik / stock.adobe.com (hd)
p. 126	ph ©	Nikolay / stock.adobe.com (bg)
p. 126	ph ©	Tonis Pan / stock.adobe.com (bd)
p. 129	ph ©	sapunkele / stock.adobe.com
p. 133	ph ©	Photographee.eu / stock.adobe.com
p. 137	ph ©	Photo Feats / stock.adobe.com

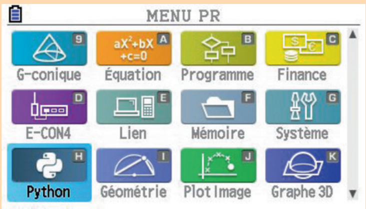
NB/VO

Calculatrice Casio

Différents modes

menu Pour accéder aux différents modes de la calculatrice.
En particulier :
– **Exe-Mat** : effectuer des calculs
– Pour passer des degrés aux radians et inversement :
SHIFT SET UP, puis Angle, F1 ou F2
– **Statistique** : calculer un indicateur et tracer un graphique statistique
– **Tableur** : afficher une feuille de calcul
– **Graphe** : tracer la courbe représentative d'une fonction
– **Table** : créer un tableau de valeurs d'une fonction
– **Équation** : résoudre une équation ou un système d'équations
– **Python** : programmer dans le langage Python





Différents modes

mode Pour accéder aux différents modes de la calculatrice, en particulier :

– NORMAL SCI ING : choisir entre affichage normal, scientifique ou ingénieur
– FLOTTANT : choisir le nombre de chiffres à afficher après la virgule
– RADIAN DEGRE : choisir l'unité d'angle
– FONCTION PARAMETRIQ POLAIRE SUITE : choisir un type de fonction ou suite

Paramétrer la fenêtre d'affichage.

Choisir le type de graphique et paramétrer les données.

Éditer l'expression d'une fonction ou d'une suite.

Exécuter les fonctions écrites en bleu au-dessus des touches.

Accéder aux lettres écrites en vert.

Afficher les variables *x*, *t*, … lors de la saisie d'une expression.

Basculer entre les résultats mathématiques exacts et approchés décimaux.

Accéder aux fonctions trigonométriques.

Rappeler un résultat en mémoire.

Mettre en mémoire un résultat.

Créer un tableau de valeurs.

Tracer la courbe représentative d'une fonction.

Accéder aux listes et aux calculs statistiques.

Créer, éditer et utiliser un programme.

Effacer l'écran.

Calculer une puissance d'un nombre.

Accéder au menu de résolution d'équations.

Donner le dernier résultat obtenu.

Valider l'expression saisie et afficher le résultat.

Entrer un nombre négatif dans un calcul ou une expression.

Profite des ressources numériques **GRATUITES** de ce manuel !

Accès en 1 clic sur www.foucherconnect.fr/1536830

METS TOUTES LES CHANCES DE TON CÔTÉ

RÉVISE AVEC

www.editions-foucher.fr