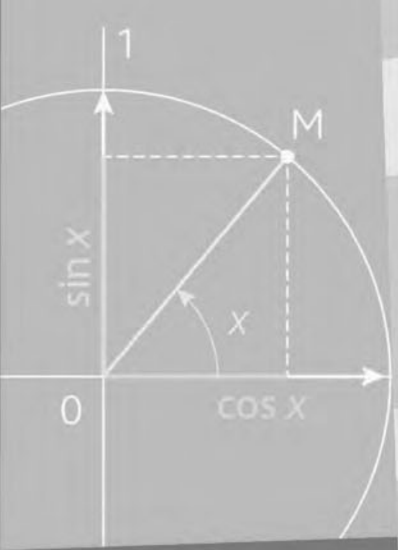


1re BAC PRO

Groupements A et B

Maths

P. Huaumé
H. Rabah
P. Salette

PROGRAMME 2020

MANUEL NUMÉRIQUE
En ligne ou sans connexion internet

Flashez moi !

DELAGRAVE

Calculatrice TEXAS TI

Choisir l'unité d'angle

Touche mode pour choisir la configuration de la calculatrice. Utiliser les touches du pavé directionnel, pour accéder aux différents réglages souhaités.

Déterminer un nombre dérivé

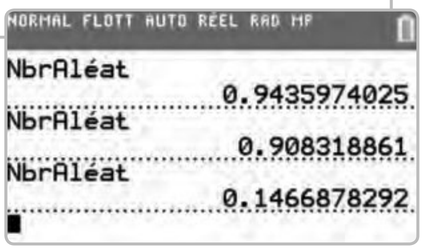
Touche math, choisir le mode nbreDérivé(.

Utiliser les fonctions trigonométriques

- **Touches** trig, 1, 2 et 3 pour calculer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle.
- **Touches** trig, 4, 5 et 6 pour calculer un angle dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.

Afficher un nombre aléatoire

Touche math, puis sélectionner PROB puis NbrAleat.



Découvrez les tutoriels vidéo pour utiliser la Texas

TUTO
Étudier une série à deux variables à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto2

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto4

TUTO
Afficher l'équation de la tangente à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto9

TUTO
Résoudre *f*(*x*) = *g*(*x*) à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto7

TUTO
Résoudre une équation du second degré à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto8

1ère BAC PRO

Maths

Groupements A et B

Pierre Salette
Coordination

Patrick Huaumé
Professeur de mathématiques
et de sciences physiques

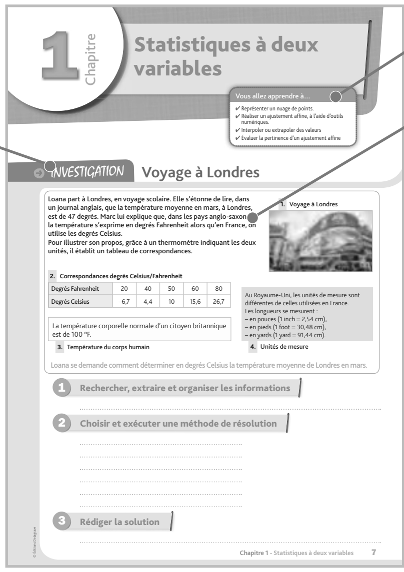
Hamid Rabah
Professeur de mathématiques
et de sciences physiques

DELAGRAVE

Suivez-nous
https://twitter.com/Ed_Delagrave

Présentation

Ouverture de chapitre

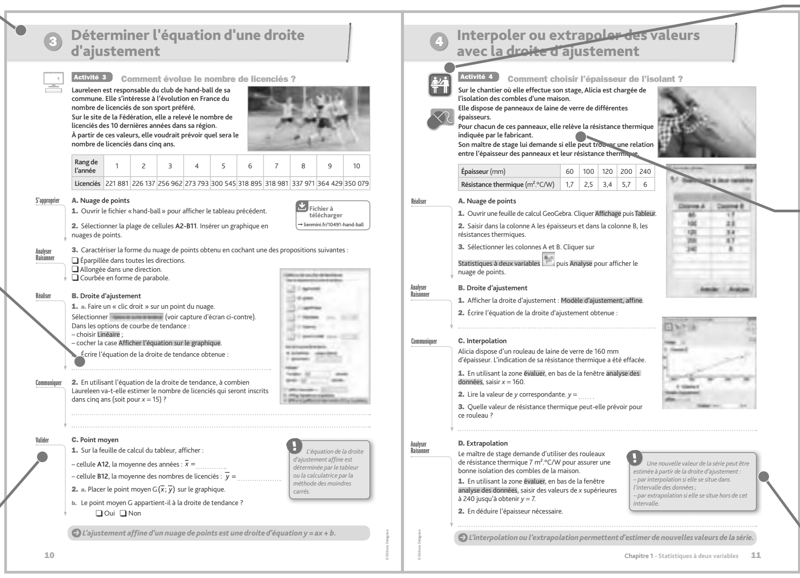


Une situation, issue de la vie courante ou professionnelle, pour développer une démarche d'**investigation**.

Les **objectifs** du chapitre.

Des **documents** à trier et des **étapes** méthodologiques pour la résolution du problème.

Activité



Un **objectif** clair lié à une capacité du programme.

Des **consignes** progressives pour découvrir les notions et la **conclusion** fixant les notions essentielles.

Des **compétences** à mettre en œuvre pour la résolution du problème.

Des **pictogrammes** indiquant l'usage des TICE et la co-intervention.

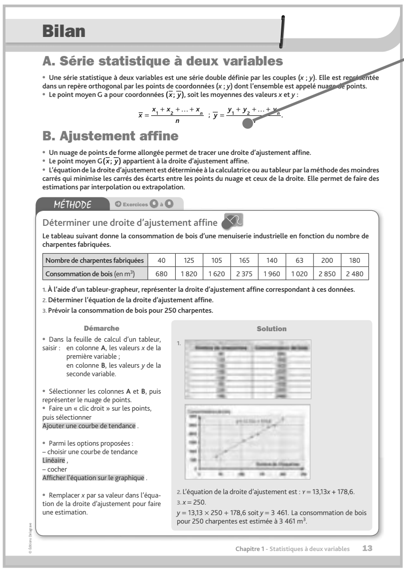
Une **problématique** concrète pour mettre en œuvre de manière autonome les capacités travaillées.

Des **informations** complémentaires : rappel, définition, aide.

ISBN : 978-2-206-10491-1

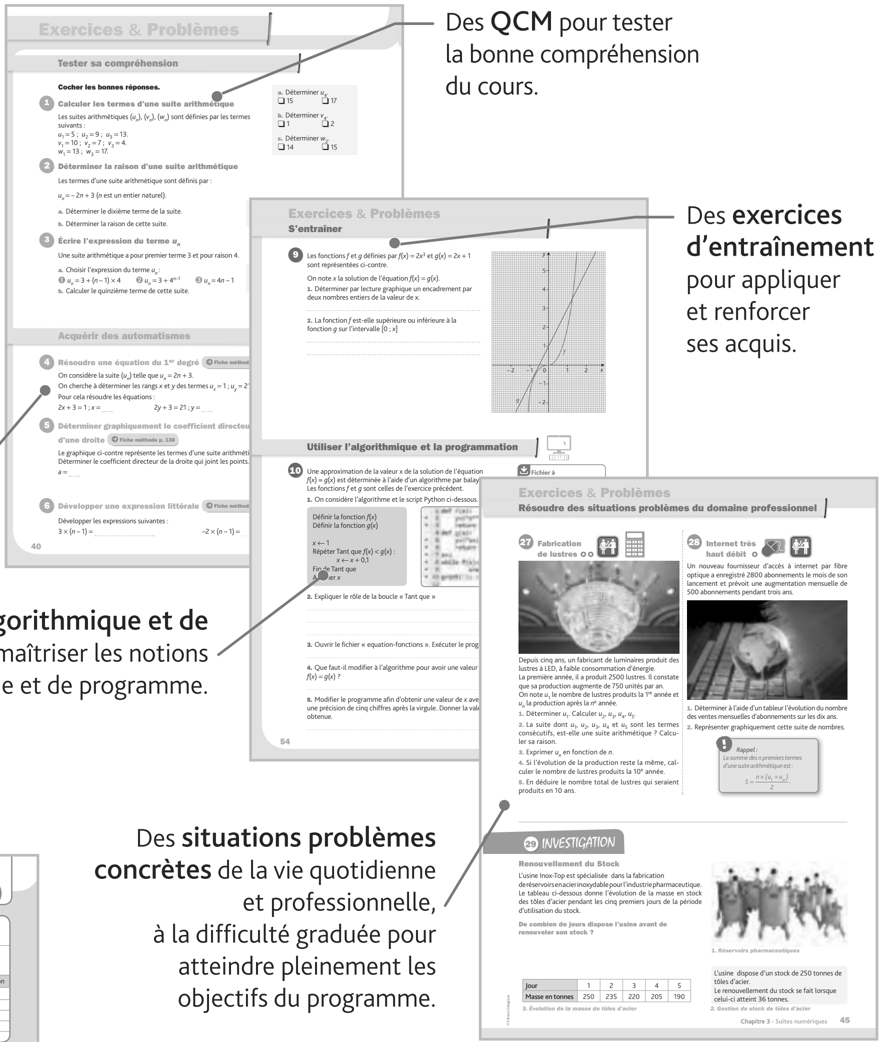
5, allée de la 2e DB – 75015 Paris
www.editions-delagrave.fr

Bilan



Les **notions de cours** associées à des **méthodes** pour s'approprier les savoir-faire.

Exercices & Problèmes



Des **QCM** pour tester la bonne compréhension du cours.

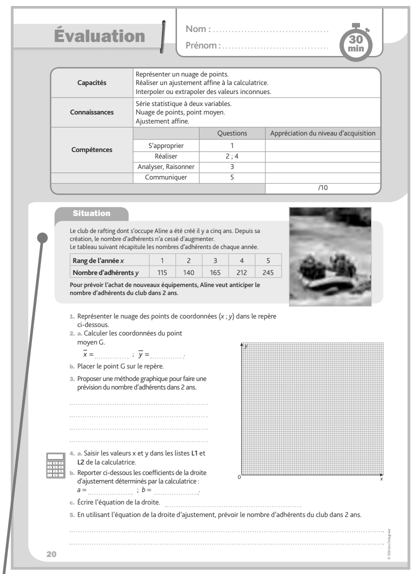
Des **exercices d'entraînement** pour appliquer et renforcer ses acquis.

Des **exercices d'automatismes** pour entretenir ses aptitudes aux calculs.

Des **exercices d'algorithmique et de programmation** pour maîtriser les notions d'algorithme et de programme.

Des **situations problèmes concrètes** de la vie quotidienne et professionnelle, à la difficulté graduée pour atteindre pleinement les objectifs du programme.

Évaluation



Une **situation d'évaluation** des capacités et connaissances du référentiel.

Une signalétique claire et adaptée

- Trois niveaux de difficulté pour progresser
- Utilisation de la calculatrice
- Utilisation de l'outil informatique
- Fichier TICE à ouvrir ou à télécharger
- Activité ou situation du domaine professionnel pouvant être traitée en **co-intervention**
- Activité ou situation liée au **développement durable** et à la **transition écologique et énergétique**.

Sommaire

Statistiques et probabilités

Algèbre – Analyse

Découvrez les ressources numériques
en accès gratuit pour tous

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-handball

Tous les **fichiers TICE** des exercices et activités **(tableur, GeoGebra, Python, Sketchup…)**

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM1

90 QCM d'automatismes pour un entraînement optimal

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

Visionner les **tutoriels** pour optimiser l'utilisation des **calculatrices et des logiciels**

Tout au long des chapitres, ce picto vous signale les activités ou exercices pouvant être traités en **co-intervention**

Pour l'enseignant
→ Corrigés des situations problèmes à disposition sur le site editions-delagrave.fr/site/104911

Fiches méthodes, tutoriels

Fiches méthodes

Statistiques et probabilités

Algèbre – Analyse

Géométrie

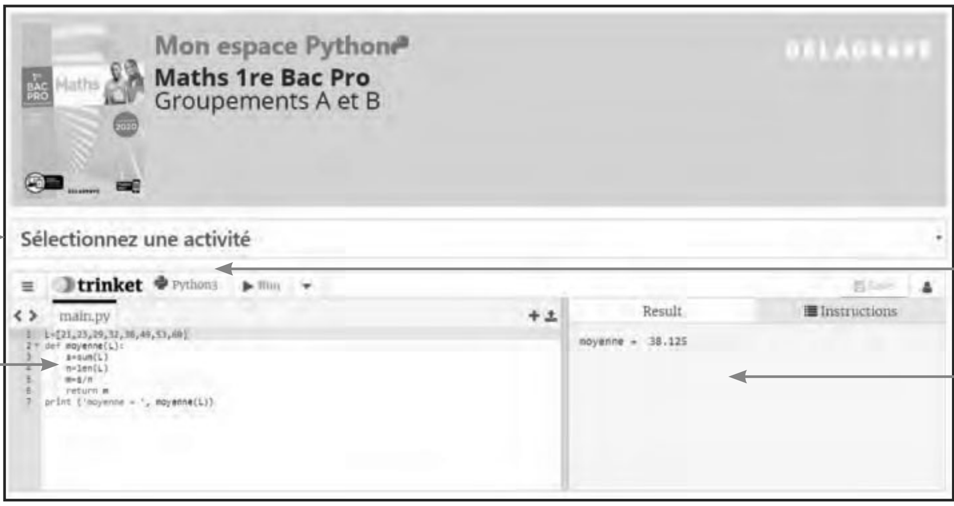
Tutoriels

Mon Espace Python en ligne

lienmini.fr/10491-python

Je sélectionne l'activité ou l'exercice du manuel.

Affichage du programme : je complète ou modifie le programme.



J'enregistre le programme.

Affichage des résultats du programme.

1 Chapitre — Statistiques à deux variables

Vous allez apprendre à…

- ✔ Représenter un nuage de points.
- ✔ Réaliser un ajustement affine, à l'aide d'outils numériques.
- ✔ Interpoler ou extrapoler des valeurs
- ✔ Évaluer la pertinence d'un ajustement affine

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

INVESTIGATION Voyage à Londres

Loana part à Londres, en voyage scolaire. Elle s'étonne de lire, dans un journal anglais, que la température moyenne en mars, à Londres, est de 47 degrés. Marc lui explique que, dans les pays anglo-saxons, la température s'exprime en degrés Fahrenheit alors qu'en France, on utilise les degrés Celsius.
Pour illustrer son propos, grâce à un thermomètre indiquant les deux unités, il établit un tableau de correspondances.

1. Voyage à Londres

2. Correspondances degrés Celsius/Fahrenheit

Degrés Fahrenheit	20	40	50	60	80
Degrés Celsius	–6,7	4,4	10	15,6	26,7

La température corporelle normale d'un citoyen britannique est de 100 °F.

3. Température du corps humain

Au Royaume-Uni, les unités de mesure sont différentes de celles utilisées en France.
Les longueurs se mesurent :
– en pouces (1 inch = 2,54 cm),
– en pieds (1 foot = 30,48 cm),
– en yards (1 yard = 91,44 cm).

4. Unités de mesure

Loana se demande comment déterminer en degrés Celsius la température moyenne de Londres en mars.

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Tableau des températures

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Saisir sur la calculatrice en mode statistiques :

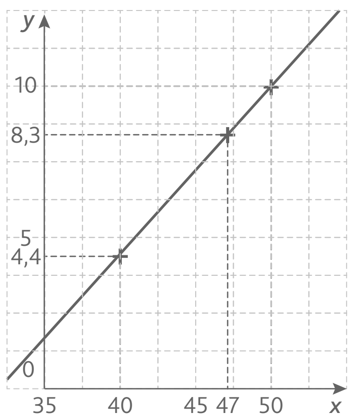
– en liste 1 : les températures en degrés Fahrenheit ;

– en liste 2 : les températures en degrés Celsius.

Définir une droite d'ajustement : $y = 0{,}556x - 17{,}8$.

Remplacer x par 47 dans l'équation de la droite.

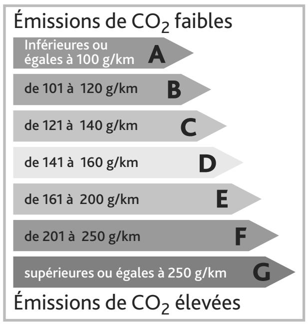
Ce qui donne $y = 8{,}3$°C.



3 Rédiger la solution

La température moyenne en mars à Londres est d'environ 8,3°C.

1 Représenter un nuage de points



Activité 1 **Combien de CO_2 rejette la voiture ?**

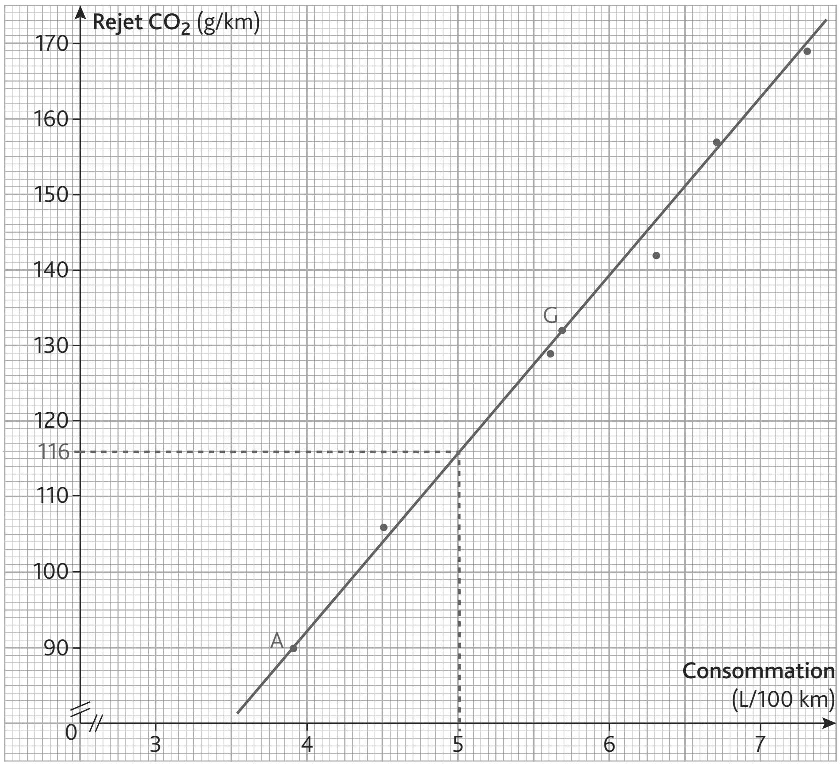
Kenny a acheté une voiture. Il a relevé sa consommation moyenne, soit 5 L d'essence aux 100 km. Il souhaite connaître l'émission de CO_2 correspondante afin de situer sa voiture sur l'étiquette énergie/CO_2 apposée sur les véhicules neufs (voir document ci-contre).
Pour cela, il prend note des consommations et des rejets de CO_2 pour différentes voitures et construit le tableau suivant.

Modèle	1	2	3	4	5	6
Consommation (L/100 km)	3,9	4,5	5,6	6,3	6,7	7,3
Rejet CO_2 (g/km)	90	106	129	142	157	169

S'approprier

1. Dans le repère ci-dessous, placer les points :
– d'abscisse x : consommation (en L/100 km),
– d'ordonnée y : rejet de CO_2 (en g/km).

Le CO_2 (dioxyde de carbone) est le principal gaz à effet de serre responsable du changement climatique.



L'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ forment un nuage de points.

Réaliser

2. a. Déterminer les coordonnées $(\overline{x} ; \overline{y})$ du point moyen G.
Consommation moyenne : $\overline{x}$ = 5,7 L/100 km ; rejet de CO_2 moyen $\overline{y}$ = 132 g/km.
b. Placer le point G sur le repère.

3. Le point A (3,9 ; 90) et le point G définissent la droite d'ajustement (AG) du nuage de points. Tracer la droite (AG) dans le repère ci-dessus.

Communiquer

4. Lire sur le graphique l'ordonnée du point de la droite (AG) d'abscisse $x = 5$: on a y = 116

5. En déduire le rejet de CO_2 produit par la voiture de Kenny, puis indiquer son classement de catégorie d'après l'étiquette énergie/CO_2.
La voiture rejette 116 g/km de CO_2. Elle est en catégorie B.

La droite d'ajustement modélise un nuage de points.

2 Réaliser un ajustement affine à la calculatrice

Activité 2 **Quelle tension peut supporter la diode ?**

En cours de sciences physiques, Kenji réalise un TP sur une diode électroluminescente (DEL) : il mesure la tension aux bornes de la diode en fonction de l'intensité qui la traverse.
À partir des mesures du tableau ci-dessous, il doit modéliser la caractéristique courant – tension de la diode par une droite, et prévoir ainsi la tension maximale que peut supporter la diode.

Intensité x (en mA)	10	20	30	40	50
Tension y (en V)	2,15	2,27	2,30	2,37	2,46

Réaliser

1. En utilisant la méthode ci-dessous, afficher sur l'écran de la calculatrice le nuage de points et la droite d'ajustement des valeurs de cette série.

MÉTHODE

Étudier une série à deux variables à la calculatrice.

Démarche	CASIO	TEXAS
Mettre la calculatrice en mode « Statistiques ». Entrer les valeurs : **Liste 1 :** valeurs de x ; **Liste 2 :** valeurs de y.	MENU (STAT) EXE **List1 :** 10 EXE 20 EXE … **List2 :** 2.15 EXE 2.27 EXE …	STAT (EDIT) ENTRER **L1 :** 10 ENTRER 20 ENTRER … **L2 :** 2.15 ENTRER 2.27 ENTRER …
Afficher le nuage de points.	GRPH SET (StatGraph1) **Graph Type** : Scatter **Xlist** : List1 **Ylist** : List2 **Frequency** : 1 **Mark Type** : × EXE (GPH1)	2NDE GRAPHSTATS (Graph1) ENTRER **AffType** : **Xliste** : L1 **Yliste** : L2 **Marque** : +
Choisir la fenêtre d'affichage.		FENETRE Xmin = 0 Ymin = 0 Xmax = 50 Ymax = 3 Xgrad = 10 Ygrad = 1 GRAPHE
Rechercher l'équation de la droite d'ajustement.	(×) LinearReg a=7.1875E-03 b=2.09451491 y=ax+b	STATS (CALC) 4:RégLin(ax+b) ENTRER L1, L2 y=ax+b a=.0072 b=2.094
Tracer la droite d'ajustement affine.	(DRAW)	$f(x)$var 5:Statistiques ENTRER (EQ) 1:EqReg ENTRER GRAPHE

TUTO
Étudier une série à deux variables à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto2

2. Écrire l'équation de la droite d'ajustement affine de cette série.

$y = 0,0072x + 2,09$

Analyser
Raisonner

3. L'intensité maximale du courant qui peut traverser ce type de diode est 100 mA.
En utilisant la droite d'ajustement, prévoir la tension maximale aux bornes de la diode.

$y = 0,0072 \times 100 + 2,09 = 2,81$. La tension maximale est de 2,81 V.

La droite d'ajustement permet de faire des prévisions.

3 Déterminer l'équation d'une droite d'ajustement

Activité 3 **Comment évolue le nombre de licenciés ?**

Laureleen est responsable du club de hand-ball de sa commune. Elle s'intéresse à l'évolution en France du nombre de licenciés de son sport préféré.
Sur le site de la Fédération, elle a relevé le nombre de licenciés des 10 dernières années dans sa région.
À partir de ces valeurs, elle voudrait prévoir quel sera le nombre de licenciés dans cinq ans.

Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Licenciés	221 881	226 137	256 962	273 793	300 545	318 895	318 981	337 971	364 429	350 079

S'approprier

A. Nuage de points

1. Ouvrir le fichier « hand-ball » pour afficher le tableau précédent.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-hand-ball

2. Sélectionner la plage de cellules **A2-B11**. Insérer un graphique en nuages de points.

Analyser Raisonner

3. Caractériser la forme du nuage de points obtenu en cochant une des propositions suivantes :
❑ Éparpillée dans toutes les directions.
☑ Allongée dans une direction.
❑ Courbée en forme de parabole.

Réaliser

B. Droite d'ajustement

1. a. Faire un « clic droit » sur un point du nuage.
Sélectionner Options de courbe de tendance (voir capture d'écran ci-contre).
Dans les options de courbe de tendance :
– choisir Linéaire ;
– cocher la case Afficher l'équation sur le graphique.

b. Écrire l'équation de la droite de tendance obtenue :
Voir le fichier C1-A3_correction. $y = 16\,247x + 207\,607$.

Communiquer

2. En utilisant l'équation de la droite de tendance, à combien Laureleen va-t-elle estimer le nombre de licenciés qui seront inscrits dans cinq ans (soit pour $x = 15$) ?
$y = 16\,247 \times 15 + 207\,607 = 451\,312$
Dans cinq ans, le nombre de licenciés est ainsi estimé à 451 312.

Valider

C. Point moyen

1. Sur la feuille de calcul du tableur, afficher :
– cellule **A12**, la moyenne des années : $\overline{x} =$ 5,5.
– cellule **B12**, la moyenne des nombres de licenciés : $\overline{y} =$ 296 967.

2. a. Placer le point moyen $G(\overline{x}\,;\,\overline{y})$ sur le graphique.

b. Le point moyen G appartient-il à la droite de tendance ?
☑ Oui ❑ Non

! *L'équation de la droite d'ajustement affine est déterminée par le tableur ou la calculatrice par la méthode des moindres carrés.*

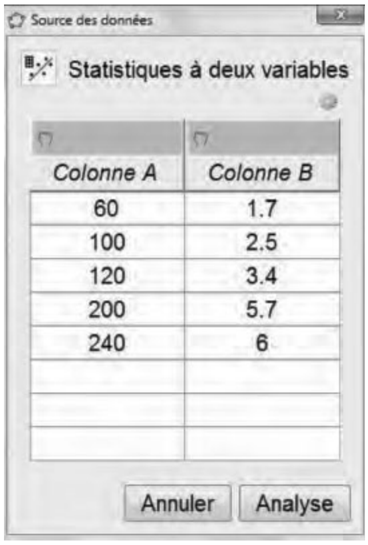
➔ ***L'ajustement affine d'un nuage de points est une droite d'équation y = ax + b.***

4 Interpoler ou extrapoler des valeurs avec la droite d'ajustement

Activité 4 **Comment choisir l'épaisseur de l'isolant ?**

Sur le chantier où elle effectue son stage, Alicia est chargée de l'isolation des combles d'une maison.
Elle dispose de panneaux de laine de verre de différentes épaisseurs.
Pour chacun de ces panneaux, elle relève la résistance thermique indiquée par le fabricant.
Son maître de stage lui demande si elle peut trouver une relation entre l'épaisseur des panneaux et leur résistance thermique.

Épaisseur (mm)	60	100	120	200	240
Résistance thermique ($m^2.°C/W$)	1,7	2,5	3,4	5,7	6



Réaliser

A. Nuage de points

1. Ouvrir une feuille de calcul GeoGebra. Cliquer Affichage puis Tableur.

2. Saisir dans la colonne A les épaisseurs et dans la colonne B, les résistances thermiques.

3. Sélectionner les colonnes A et B. Cliquer sur Statistiques à deux variables puis Analyse pour afficher le nuage de points.

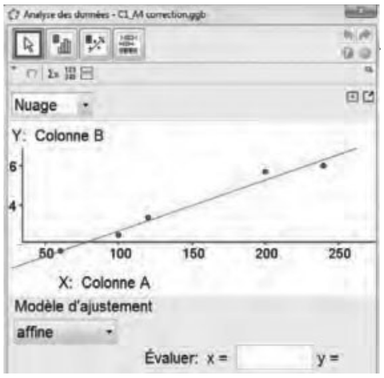
Analyser Raisonner

B. Droite d'ajustement

1. Afficher la droite d'ajustement : Modèle d'ajustement, affine.

2. Écrire l'équation de la droite d'ajustement obtenue :

$y = 0{,}03x + 0{,}18$.



Communiquer

C. Interpolation

Alicia dispose d'un rouleau de laine de verre de 160 mm d'épaisseur. L'indication de sa résistance thermique a été effacée.

1. En utilisant la zone évaluer, en bas de la fenêtre analyse des données, saisir $x = 160$.

2. Lire la valeur de y correspondante. $y =$ 4,2

3. Quelle valeur de résistance thermique peut-elle prévoir pour ce rouleau ?

Une épaisseur de 160 mm doit correspondre à une résistance thermique d'environ 4,2 $m^2.°C/W$

Analyser Raisonner

D. Extrapolation

Le maître de stage demande d'utiliser des rouleaux de résistance thermique 7 $m^2.°C/W$ pour assurer une bonne isolation des combles de la maison.

1. En utilisant la zone évaluer, en bas de la fenêtre analyse des données, saisir des valeurs de x supérieures à 240 jusqu'à obtenir $y = 7$.

2. En déduire l'épaisseur nécessaire.

Une épaisseur de 270 mm correspond à une résistance thermique de 7 $m^2.°C/W$

> **!** *Une nouvelle valeur de la série peut être estimée à partir de la droite d'ajustement :*
> *– par interpolation si elle se situe dans l'intervalle des données ;*
> *– par extrapolation si elle se situe hors de cet intervalle.*

L'interpolation ou l'extrapolation permettent d'estimer de nouvelles valeurs de la série.

5 Évaluer la pertinence d'un ajustement affine

Activité 5 Comment évolue la température de la chambre froide ?

Karim installe une chambre froide dans les locaux de l'entreprise Frigelec. Lors de la mise en service, il relève la température à l'intérieur de la chambre toutes les demi-heures.
À partir de ces mesures, il veut déterminer une relation permettant de prévoir l'évolution de la température de la chambre froide en fonction du temps.

x : **temps de fonctionnement** (h)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
y : **température** (°C)	18	17,4	16,2	14,5	11,6	6,8

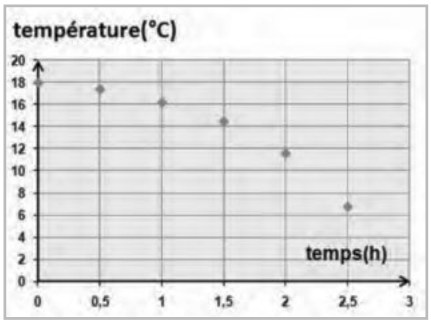
S'approprier

1. Ouvrir le fichier « chambre froide » pour afficher le tableau des mesures.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-chambre-froide

Réaliser

2. Sélectionner les colonnes A et B.
Afficher le nuage de points et la droite d'ajustement.
Noter son équation et le coefficient de détermination R^2 correspondant.
$y = -4{,}29x + 19{,}44$
avec $R^2 = 0{,}893$



Analyser Raisonner

3. L'ajustement affine paraît-il convenir pour ce nuage de points ? ☐ oui ☑ non
Justifier votre réponse :
Le nuage de points a une forme courbe,
le coefficient de détermination R^2 est loin de 1

> *Le **coefficient de détermination** R^2 indiqué par le tableur renseigne sur la qualité de l'ajustement effectué. Plus il est proche de 1, plus les points du nuage sont proches de la droite d'ajustement.*

4. En utilisant les différentes options des courbes de tendance du tableur, choisir la plus adaptée au nuage de points.
☐ Logarithmique
☑ Polynomiale Degré 2
☐ Puissance
Écrire l'équation de la courbe de tendance avec son coefficient de détermination.
$y = -1{,}985x^2 + 0{,}672x + 17{,}79$
avec $R^2 = 0{,}995$

Communiquer

5. Karim voudrait estimer la température de la chambre froide 3 h après sa mise en service.
Choisir l'équation de l'ajustement le mieux adapté.
$y = -1{,}985x^2 + 0{,}672x + 17{,}79$
Donner une estimation de la température atteinte.
$y = 1{,}941$ soit une température de l'ordre de 1,9°C.

➔ ***Un ajustement affine convient lorsque le nuage de points a une forme allongée.***

Bilan

A. Série statistique à deux variables

• Une série statistique à deux variables est une série double définie par les couples (x ; y). Elle est représentée dans un repère orthogonal par les points de coordonnées (x ; y) dont l'ensemble est appelé nuage de points.
• Le point moyen G a pour coordonnées $(\overline{x}; \overline{y})$, soit les moyennes des valeurs x et y :

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \; ; \; \overline{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}.$$

B. Ajustement affine

• Un nuage de points de forme allongée permet de tracer une droite d'ajustement affine.
• Le point moyen $G(\overline{x}; \overline{y})$ appartient à la droite d'ajustement affine.
• L'équation de la droite d'ajustement est déterminée à la calculatrice ou au tableur par la méthode des moindres carrés qui minimise les carrés des écarts entre les points du nuage et ceux de la droite. Elle permet de faire des estimations par interpolation ou extrapolation.

MÉTHODE Exercices 6 à 8

Déterminer une droite d'ajustement affine

Le tableau suivant donne la consommation de bois d'une menuiserie industrielle en fonction du nombre de charpentes fabriquées.

Nombre de charpentes fabriquées	40	125	105	165	140	63	200	180
Consommation de bois (en m^3)	680	1 820	1 620	2 375	1 960	1 020	2 850	2 480

1. **À l'aide d'un tableur-grapheur, représenter la droite d'ajustement affine correspondant à ces données.**
2. **Déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine.**
3. **Prévoir la consommation de bois pour 250 charpentes.**

Démarche

• Dans la feuille de calcul d'un tableur, saisir : en colonne **A**, les valeurs x de la première variable ;
en colonne **B**, les valeurs y de la seconde variable.

• Sélectionner les colonnes **A** et **B**, puis représenter le nuage de points.
• Faire un « clic droit » sur les points, puis sélectionner
Ajouter une courbe de tendance .

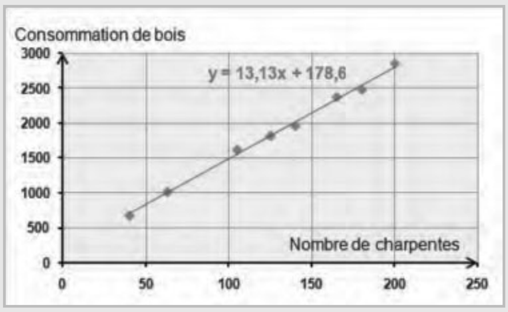
• Parmi les options proposées :
– choisir une courbe de tendance
Linéaire ,
– cocher
Afficher l'équation sur le graphique .

• Remplacer x par sa valeur dans l'équation de la droite d'ajustement pour faire une estimation.

Solution

1.

	A	B
1	Nombre de charpentes	Consommation de bois
2	40	680
3	125	1820
4	105	1620
5	165	2375
6	140	1960
7	63	1020
8	200	2850
9	180	2480



2. L'équation de la droite d'ajustement est : $y = 13{,}13x + 178{,}6$.
3. $x = 250$.
$y = 13{,}13 \times 250 + 178{,}6$ soit $y = 3\,461$. La consommation de bois pour 250 charpentes est estimée à 3 461 m^3.

Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Déterminer un point moyen

La température atteinte par un four en fonction de la durée de fonctionnement est relevée dans le tableau ci-dessous :

Durée x (s)	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Température y (°C)	56	65	73	84	115	128	159	184	212

a. Calculer les coordonnées du point moyen $G(\overline{x}\,;\overline{y})$.

b. Avec un tableur, on obtient pour la droite d'ajustement l'équation : $y = 4x - 80$. Les coordonnées du point G vérifient-elles l'équation de la droite ?

a. ☐ (40 ; 90) ☑ (50 ; 120) ☐ (60 ; 160)

b. ☑ Oui ☐ Non

2 Déterminer l'équation d'une droite d'ajustement

Le tableau ci-dessous donne, pour une fonderie, l'évolution du nombre de salariés (y) avec sa production trimestrielle (x) en milliers de tonnes.

Production trimestrielle	57	84	119	146	176	235	303
Nombre de salariés	10	17	30	42	56	73	87

a. Déterminer la droite d'ajustement à l'aide de la calculatrice. Donner son équation :

❶ $y = 0{,}3x - 3$ ❷ $y = -7{,}6x + 0{,}3$ ❸ $y = 0{,}3x - 7{,}6$

b. En utilisant la droite d'ajustement, déterminer le nombre de salariés pour une production de 90 000 tonnes.

a. ☐ ❶ ☐ ❷ ☑ ❸

b. ☐ 28 ☑ 19,4 ☐ 24,6

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM1

3 Calculer des indicateurs statistiques

Fiche méthode p. 135

Le tableau ci-dessous donne les valeurs d'une série statistique à deux variables x et y.

x	20	50	80	90	100	120	160
y	60	85	90	105	115	125	144

Utiliser la calculatrice pour déterminer :

a. la moyenne des valeurs de chaque variable : $\overline{x} =$ 88,57 $\overline{y} =$ 103,43

b. la médiane et les quartiles de chaque variable :

pour x : $M_e =$ 90 $Q_1 =$ 50 $Q_3 =$ 120

pour y : $M_e =$ 105 $Q_1 =$ 85 $Q_3 =$ 125

4 Déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite

Fiche méthode p. 139

La droite d'ajustement de la série précédente passe par les points A (50 ; 85) et B (100 ; 115). Déterminer son coefficient directeur.

$a =$ 0,6

5 Calculer l'ordonnée d'un point d'une courbe

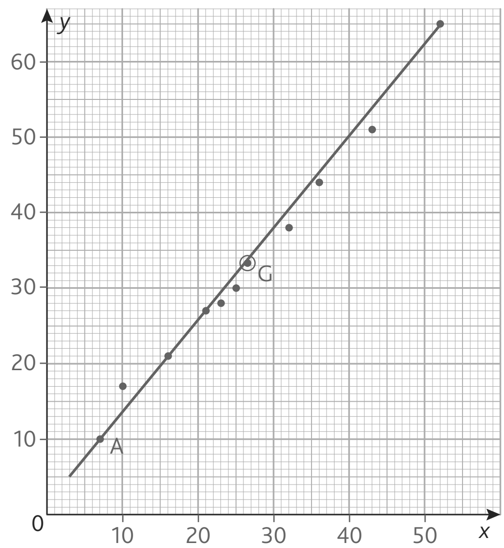
Fiche méthode p. 138

Une droite d'ajustement a pour équation $y = 0{,}6x + 50$. Déterminer l'ordonnée du point d'abscisse 200.

$y = 0{,}6 \times 200 + 50 = 170$

6 Le tableau ci-dessous donne les valeurs d'une série statistique à deux variables.

x	7	10	16	21	23	25	32	36	43	52
y	11	17	21	27	28	30	38	44	51	65



1. Représenter le nuage de points dans le repère ci-contre.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G.

$\overline{x} =$ 26,5 ; $\overline{y} =$ 33,2.

3. Effectuer graphiquement un ajustement affine en traçant la droite passant par les points $G(\overline{x} ; \overline{y})$ et A(7 ; 11).

4. Déterminer le coefficient directeur a de la droite (AG).

$a = \dfrac{33{,}2 - 11}{26{,}5 - 7} = 1{,}14$

5. En déduire l'équation de la droite d'ajustement (AG).

$b = 11 - 1{,}14 \times 7 = 3{,}02$

$y = 1{,}14x + 3{,}02$

7 Saisir les valeurs de la série précédente dans les listes **L1** et **L2** de la calculatrice en mode « **Statistiques** ».

1. Écrire l'équation de la droite d'ajustement obtenue à l'aide de la calculatrice.

$y = 1{,}145x + 2{,}85$

2. En utilisant l'équation de la droite d'ajustement :

a. Calculer la valeur de y pour $x = 20$

$y = 1{,}145 \times 20 + 2{,}85$ soit $y = 25{,}75$

b. Déterminer la valeur de x pour $y = 70$.

Résoudre l'équation $1{,}145x + 2{,}85 = 70$

$1{,}145x = 67{,}15$

soit $x = 58{,}65$

8 La production d'une entreprise est relevée chaque mois en fonction de la charge de travail (en heures).

Production (nombre d'articles x)	750	1 000	2 750	3 500	4 000	5 000	6 500
Charge de travail (nombre d'heures y)	1 250	1 750	2 500	3 500	3 000	4 500	4 800

1. Sur la feuille de calcul d'un tableur, saisir les valeurs des variables de cette série.

2. Afficher le graphique en nuage de points.

3. Faire un ajustement affine du nuage de points. Écrire l'équation de la droite d'ajustement.

$y = 0{,}622x + 954{,}7$

4. En utilisant cette équation, déterminer la charge de travail correspondant à la production de 5 500 articles.

La charge de travail prévisible est de 4 376 heures.

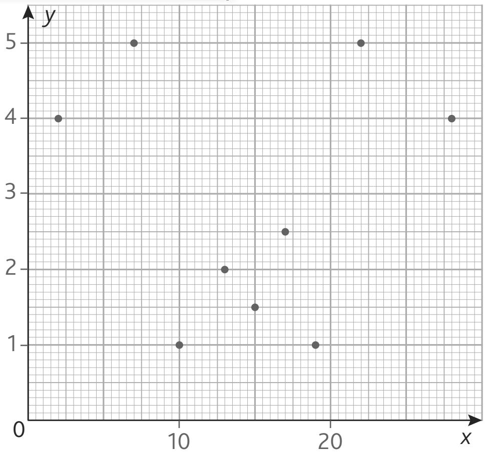
9 Le tableau ci-dessous donne les effectifs d'une série statistique à deux variables.

x	2	7	19	13	15	10	22	17	28
y	4	5	1	2	1,5	1	5	2,5	4

1. Représenter le nuage de points dans le repère ci-contre.

2. Un ajustement affine de cette série est-il possible ?

Justifier la réponse. Non, car le nuage de points est trop dispersé.



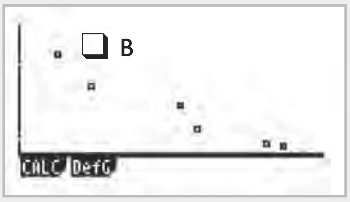
10 Le tableau ci-dessous met en relation la population de différentes villes avec le nombre de circuits de collecte des déchets ménagers effectués chaque jour.

Population (en milliers d'habitants)	150	250	500	550	750	800
Nombre de circuits	4	9	31	28	47	42

1. Saisir ces données sur la calculatrice en mode **Statistiques**.

2. Choisir le nuage de points obtenu parmi les propositions suivantes :

☐ A


☐ B


☑ C


3. Écrire l'équation de la droite d'ajustement du nuage de points. $y = 0{,}065x - 5{,}67$

4. Yasmine habite dans une commune de 400 000 habitants.

Combien de circuits de collecte peut-on prévoir pour sa commune ?

$y = 0{,}065 \times 400 - 5{,}67 = 20{,}33$ soit 20 circuits.

Utiliser l'algorithmique et la programmation

11 La fonction **`moyenne(L)`** dont le script est donné ci-contre permet le calcul de la moyenne des termes d'une liste donnée. Elle peut être utilisée pour déterminer les coordonnées du point moyen d'une série à deux variables.
Le tableau ci-dessous donne les valeurs d'une série à deux variables *x* et *y*.

```
def moyenne(L):
    s=sum(L)
    n=len(L)
    m=s/n
    return m
```

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-moyenne

x	11	15	18	27	36	41	50	54
y	21	23	29	32	38	49	53	60

1. Ouvrir le fichier « moyenne » pour afficher le script de la fonction.

2. Pour calculer la moyenne des valeurs de la variable *x*, compléter le programme « moyenne » en ajoutant :

– une ligne pour écrire la liste *L* avec les valeurs *x*,
– une ligne pour afficher la moyenne.

3. Refaire les mêmes opérations pour la variable *y* et indiquer les coordonnées du point moyen :

$\overline{x} =$ 31,5 $\overline{y} =$ 38,125

! *L'instruction* **`sum(L)`** *retourne la somme de tous les éléments de la liste L.*
L'instruction **`len(L)`** *retourne le nombre d'éléments de la liste L.*

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

12 Production d'huîtres ✪

Maxence travaille chez un ostréiculteur de la côte atlantique. Celui-ci a agrandi son entreprise en achetant de nouveaux parcs. Le tableau ci-dessous récapitule la production d'huîtres de l'entreprise sur les dix dernières années.

Rang de l'année x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Production y (en tonnes)	20	21	23	28	31	32	35	37	39	42

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-huitres

1. Ouvrir le fichier « huitres » et afficher le nuage des points de coordonnées (x ; y).

2. La forme du nuage de points permet-elle un ajustement affine ? Justifier la réponse.

3. Déterminer les coordonnées du point moyen G et insérer G dans le nuage de points.

4. Ajuster le nuage de points par une droite.

Donner l'équation de cette droite.

5. Maxence suppose que l'entreprise va connaître la même évolution de production les prochaines années. Déterminer le rang de l'année à partir de laquelle la production dépassera 50 tonnes.

Méthode p. 13

13 Covoiturage ✪✪

Pour se rendre à son travail, Rachida utilise le covoiturage comme plusieurs de ses collègues. Avec son ami Karl, elle envisage de lancer sur internet son propre site de covoiturage.
Le secteur est en pleine expansion comme elle a pu le constater d'après le nombre de sites créés depuis 5 ans relevés dans le tableau ci-après.

Rang de l'année	Nombre de sites
1	92
2	125
3	148
4	192
5	215

1. Saisir les données (Rang de l'année ; Nombre de sites) sur la calculatrice.

2. Afficher sur l'écran de la calculatrice le nuage de points représentant cette série.

3. Donner l'équation de la droite d'ajustement du nuage de points et la valeur du coefficient de détermination r^2. Justifier si l'ajustement affine est bien adapté.

4. En utilisant cet ajustement, prévoir le nombre de sites qui pourraient être mis en ligne dans deux ans.

14 Altimètre ✪✪✪

Jordan est membre d'un club de vol en ULM.
Son moniteur explique que l'altitude de vol se détermine en fonction de la pression atmosphérique. Il lui donne les correspondances suivantes :

Altitude (m)	0	500	1 000	1 500	2 000	3 000
Pression (hPa)	1 013	955	900	847	797	705

1. Saisir les couples (Altitude ; Pression) dans les colonnes d'un tableur.

2. Insérer un graphique en nuage de points pour représenter ces valeurs. Justifier si un ajustement affine du nuage convient.

3. Tracer la droite de tendance et donner son équation.

4. En vol, l'altimètre de Jordan indique 1 800 m. Quelle pression atmosphérique peut-il prévoir à cette altitude ?

5. Un ami de Jordan, steward sur un avion de ligne, lui dit que lorsqu'il vole à 13 km d'altitude, la pression extérieure est de 170 hPa. L'ajustement affine convient-il encore à cette altitude ?

15 Voitures de fonction ✪

Sofiane gère le parc automobile de son entreprise. À partir des factures de carburant et d'entretien, il a calculé le prix de revient au kilomètre des véhicules utilisés par le personnel de l'entreprise.
Il regroupe ensuite les résultats dans le tableau suivant.

Puissance fiscale (CV)	Prix de revient kilométrique (€)
4	0,524
5	0,571
6	0,592
7	0,613
8	0,650

Pour prévoir le prix de revient kilométrique de véhicules plus puissants, Sofiane effectue un ajustement affine de la série.

1. Parmi les deux propositions suivantes, choisir la droite la mieux adaptée à cette série statistique :
$\mathscr{D}_1$ d'équation : $y = 0{,}03x + 0{,}41$;
$\mathscr{D}_2$ d'équation : $y = 0{,}04x + 0{,}12$.

2. En utilisant la droite d'ajustement, calculer le prix de revient d'une voiture de 10 CV.

3. Le comptable fixe le prix de revient kilométrique maximum à 0,750 €.
Calculer la puissance du véhicule qui correspond à cette exigence.

16 Contrôle de qualité ✪✪

L'entreprise de Mehdi produit des feuilles cartonnées, dont l'épaisseur est fixée à un millimètre. Pour vérifier que la machine ne se dérègle pas, il doit prélever toutes les heures un échantillon et mesurer l'épaisseur moyenne des feuilles.
À la fin de la matinée, il présente à son responsable les résultats obtenus dans le tableau suivant.

Heure du contrôle	Épaisseur (mm)
6	1,03
7	1,05
8	0,98
9	1
10	0,95
11	0,96
12	0,91

1. Afficher le nuage de points sur l'écran de la calculatrice.

2. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement.

3. Si aucun réglage n'est effectué, prévoir l'épaisseur des feuilles en fin de journée à 18 h.

TUTO
Étudier une série à deux variables à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto2

17 Publicité et vente ✪✪✪

Solenn travaille dans l'entreprise Bel'pom qui commercialise du jus de pomme bio. Afin de relancer les ventes, cette entreprise décide de lancer des campagnes de publicité. Pour optimiser le budget, Solenn a noté l'évolution du chiffre d'affaires en fonction de l'investissement en communication.

Montant investi en publicité x (×1 000 €)	Chiffre d'affaires y (×1 000 €)
1	25
2	36
3	45
4	49
5	52
6	54
7	53
8	51

1. Ouvrir une feuille de calcul avec GeoGebra. Saisir les valeurs (x ; y) dans les colonnes A et B du tableur.

2. Effectuer l'analyse des données et afficher le nuage de points.
La forme du nuage de points permet-elle un ajustement affine ?

3. Choisir le modèle d'ajustement qui s'adapte le mieux au nuage de points. Déterminer son équation.

4. En utilisant l'équation de ce modèle d'ajustement, prévoir le montant investi dans la publicité qui correspond au maximum du chiffre d'affaires.

18 Choix d'un poêle à bois ✪✪

Brice installe des poêles à bois et des cheminées.
Pour conseiller ses clients sur le choix d'un poêle, il utilise le catalogue qui indique les volumes de chauffe conseillés pour les poêles de différentes puissances.

Volume à chauffer (m^3)	Puissance de chauffe (kW)
120	5
180	7
250	10
320	12
340	14

1. Afficher le nuage de points (volume, puissance) sur l'écran de la calculatrice et donner l'équation de la droite d'ajustement.

2. Un client souhaite chauffer son appartement d'une surface de 90 m² et de hauteur sous plafond de 2,50 m.

a. Déterminer le volume à chauffer.

b. Utiliser l'équation de la droite d'ajustement pour déterminer la puissance nécessaire pour chauffer l'appartement.

19 Préparation de séries de production ✪✪

À l'atelier productique, chaque changement de fabrication ou changement de séries entraîne des temps de préparation.
Le relevé ci-dessous précise ces temps en fonction du nombre de séries différentes fabriquées dans la semaine.

Nombre de séries x	Temps de préparation y (h)
12	11
22	26
27	35
31	40
36	46
40	49

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-preparation

1. Ouvrir le fichier « preparation » et afficher le nuage de points de coordonnées (x, y).

2. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine.

3. Le chef d'atelier prévoit une fabrication de 25 séries différentes la semaine prochaine. Donner une estimation du temps de préparation qui sera nécessaire.

20 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Voitures de sport

Karim s'intéresse aux voitures de sport : celles-ci ont toujours de grosses cylindrées. Il se demande si la puissance développée par ces voitures est en rapport avec celles des voitures courantes, de cylindrées plus modestes.

Comment déterminer s'il existe une relation entre cylindrée et puissance des voitures courantes ?

Avec cette relation, peut-on estimer la puissance des deux voitures de sport photographiées par Karim, à partir de leur cylindrée ?

1. Voiture de sport, modèle A : 3 800 cm3 – 400 ch.

2. Voiture de sport, modèle B : 7 993 cm^3 – 1 200 ch.

Cylindrée (cm^3)	990	1 197	1 598	1 840
Puissance (ch)	75	115	155	192

3. Cylindrées et puissances de voitures courantes

La cylindrée d'un moteur correspond au volume des cylindres qui le constituent. La puissance s'exprime en kilowatts (kW) ou en chevaux-vapeur (ch). On a la relation :

1 ch ≈ 0,736 kW.

4. Cylindrée et puissance mécanique

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Représenter un nuage de points. Réaliser un ajustement affine à la calculatrice. Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.		
Connaissances	Série statistique à deux variables. Nuage de points, point moyen. Ajustement affine.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	2 ; 4	
	Analyser, Raisonner	3	
	Communiquer	5	
			/10

Situation

Le club de rafting dont s'occupe Aline a été créé il y a cinq ans. Depuis sa création, le nombre d'adhérents n'a cessé d'augmenter.
Le tableau suivant récapitule les nombres d'adhérents de chaque année.

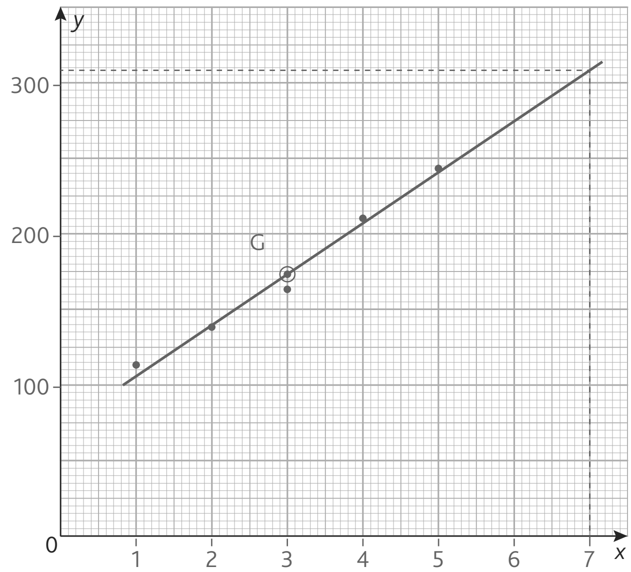
Rang de l'année x	1	2	3	4	5
Nombre d'adhérents y	115	140	165	212	245

Pour prévoir l'achat de nouveaux équipements, Aline veut anticiper le nombre d'adhérents du club dans 2 ans.

1. Représenter le nuage des points de coordonnées (x ; y) dans le repère ci-dessous.
2. a. Calculer les coordonnées du point moyen G.

   $\overline{x}$ = 3 ; $\overline{y}$ = 175,4.

   b. Placer le point G sur le repère.



3. Proposer une méthode graphique pour faire une prévision du nombre d'adhérents dans 2 ans.

Tracer une droite passant par le point G et au voisinage des autres points.
Lire l'ordonnée du point de la droite d'abscisse $x = 7$ soit environ 310 adhérents.

4. a. Saisir les valeurs x et y dans les listes **L1** et **L2** de la calculatrice.

   b. Reporter ci-dessous les coefficients de la droite d'ajustement déterminés par la calculatrice :
   a = 33,2 ; b = 75,8.

   c. Écrire l'équation de la droite. $y = 33{,}2x + 75{,}8$

5. En utilisant l'équation de la droite d'ajustement, prévoir le nombre d'adhérents du club dans 2 ans.

Dans 2 ans, $x = 7$ et $y = 33{,}2 \times 7 + 75{,}8 = 308{,}2$.
Le nombre d'adhérents du club dans 2 ans est estimé à 308.

2 Chapitre

Probabilités

Vous allez apprendre à…

- ✔ Calculer la probabilité d'un événement, d'un événement contraire, de la réunion d'événements incompatibles.
- ✔ Compléter et exploiter des représentations d'événements.
- ✔ Calculer la probabilité de la réunion, de l'intersection de deux événements.
- ✔ Déterminer des fréquences ou des probabilités conditionnelles.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

INVESTIGATION Sports de glisse

Moniteur dans un club de surf, Kylian s'occupe d'un groupe composé de 15 filles et 10 garçons. Comme la mer est calme, il leur propose une autre activité au choix, : skimboard ou paddle. Dans le groupe, 7 participants dont 5 filles choisissent de pratiquer le skimboard. Kylian prépare les planches de paddle pour les garçons.

1. Club de paddle

2. Activités proposées par le club

Le skimboard se pratique près du rivage.
Le surfer lance sa planche sur la fine pellicule d'eau au bord de la plage avant de sauter dessus.

3. Pratique du skimboard

Comment Kylian va-t-il déterminer le nombre de planches de paddle à préparer ?

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Composition du groupe : 15 filles et 10 garçons.

Pratique du skimboard : 7 jeunes dont 5 filles.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Calculer :

– le nombre total de jeunes du groupe : $15 + 10 = 25$

– le nombre de personnes pratiquant le paddle : $25 - 7 = 18$

– le nombre de filles pratiquant le paddle : $15 - 5 = 10$

En déduire le nombre de garçons pratiquant le paddle : $18 - 10 = 8$

Ou utiliser le tableau croisé d'effectifs ci-contre.

	Paddle	Skim-board	Total
Filles	10	5	15
Garçons	8	2	10
Total	18	7	25

3 Rédiger la solution

Kylian devra préparer 8 planches de paddle pour le groupe des garçons.

1 Calculer des probabilités

Activité 1 **Va-t-on tirer la bonne carte ?**

Ali et Laura jouent avec un jeu de 32 cartes avec la règle suivante : chaque joueur tire une carte ; il gagne si c'est une figure.
Ali joue en premier. Il se demande combien il a de chances de gagner.

A. Probabilité d'un événement et de son contraire

S'approprier

1. Sans tenir compte de la couleur, indiquer toutes les cartes différentes d'un jeu de 32 cartes.

7 ; 8 ; 9 ; 10 ; valet ; dame ; roi ; as.

2. L'événement A permettant de gagner est le tirage d'une figure. Écrire les résultats correspondant à l'événement A.

A = { valet ; dame ; roi }

Réaliser

3. Calculer la probabilité $p(\text{A})$ de l'événement A.

Nombre de cas favorables à A : 3.

Nombre de cas possibles : 8 : $p(\text{A}) = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

La probabilité de tirer une figure est de 0,375.

> **!** *Probabilité de l'événement A :*
> $$p(\text{A}) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Analyser
Raisonner

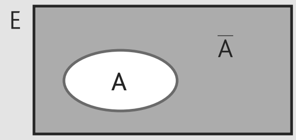
4. L'événement contraire de A est noté $\overline{\text{A}}$.

a. Définir par une phrase l'événement $\overline{\text{A}}$.

Le tirage d'une carte nombre : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ou As.

b. Déterminer la probabilité de l'événement $\overline{\text{A}}$.

$p(\overline{\text{A}}) = \frac{5}{8} = 0{,}625$ ou $p(\overline{\text{A}}) = 1 - p(\text{A})$.

> **!** *L'univers E d'une expérience aléatoire est l'ensemble des résultats possibles. Un événement A est le résultat d'une expérience aléatoire, c'est une partie de l'univers.*
>
> 
>
>
> *Représentation des évènements A et $\overline{\text{A}}$*

B. Réunion d'événements incompatibles

Ali modifie la règle du jeu. Pour gagner, il faut tirer une figure **ou** un As du jeu de 32 cartes.

Réaliser

1. Déterminer la probabilité de l'événement B : « tirer un as ».

$p(\text{B}) = \frac{1}{8} = 0{,}125$

2. Expliquer pourquoi les événements A et B sont incompatibles.

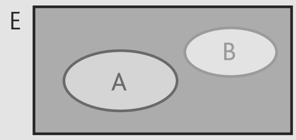
On ne peut pas tirer en même temps une figure et un As

> ***Vocabulaire logique***
> *L'événement « A ou B » est réalisé si l'un au moins des deux événements est réalisé*

3. Calculer directement la probabilité de tirer une figure ou un As du jeu de 32 cartes, soit $p(\text{A} \cup \text{B})$.

Nombre de cas favorables : 4 .
Nombre de cas possibles : 8 .

Probabilité : $p(\text{A} \cup \text{B}) = \frac{4}{8} = 0{,}5$.

> **!** *Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas être réalisés en même temps.*
>
> 
>
>
> *Evénements A et B incompatibles*

Valider

4. Calculer $p(\text{A}) + p(\text{B})$ = $0{,}375 + 0{,}125 = 0{,}5$

Comparer le résultat obtenu avec la probabilité $p(\text{A} \cup \text{B})$

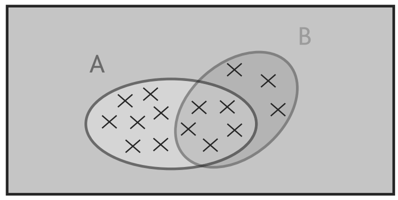
Les résultats sont égaux : $p(\text{A} \cup \text{B}) = p(\text{A}) + p(\text{B})$

➔ ***Lorsque deux événements A et B sont incompatibles : $p(\text{A} \cup \text{B}) = p(\text{A}) + p(\text{B})$.***

2 Compléter et exploiter des représentations d'événements

Activité 2 Comment représenter la répartition des salariés de l'entreprise ?

Yasmine effectue son stage dans une entreprise de 40 salariés dont 8 travaillent au service administratif et 32 dans les ateliers. Pour illustrer son rapport de stage, elle réalise le diagramme ci-contre où chaque croix représente un salarié de l'entreprise.



Répartition des salariés de l'entreprise
A : salariés femmes
B : salariés du service administratif

S'approprier

A. Répartition des salariés

1. L'événement A est défini par : « le salarié est une femme ». Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$.

Le salarié est un homme

2. L'événement B est défini par : « le salarié travaille au service administratif ». Définir par une phrase l'événement $\overline{B}$.

Le salarié travaille à l'atelier

> ***Vocabulaire logique***
>
> *L'événement « A et B » est réalisé si A et B sont réalisés en même temps.*

3. Définir par une phrase l'événement :

$A \cap B$: « Le salarié est une femme **et** travaille au service administratif ».

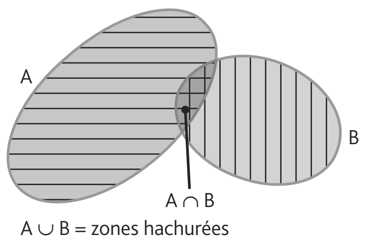
$A \cup B$: « Le salarié est une femme **ou** travaille au service administratif ».

Réaliser

4. Son tuteur conseille à Yasmine de présenter la répartition des salariés sous forme d'un tableau croisé d'effectifs. Compléter le tableau suivant en utilisant les données du diagramme.

	Nombre de femmes	Nombre d'hommes	Total
Nombre de salariés du service administratif	5	3	8
Nombre de salariés de l'atelier	7	25	32
Total	12	28	40

Les différentes zones du diagramme

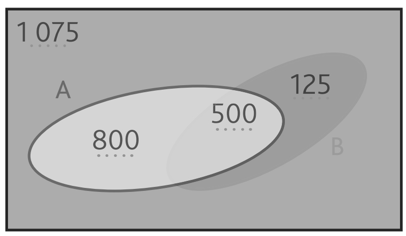


Communiquer

B. Répartition de la production

L'entreprise possède deux chaînes de fabrication. Elle réalise des pièces pour l'automobile et l'aéronautique. Les pièces fabriquées sont en aluminium ou en acier. Durant la semaine, l'entreprise fabrique 2 500 pièces dont 1 875 sont en acier. La chaîne 1 produit 1 300 pièces dont 500 en aluminium. Présenter la répartition de cette fabrication dans le tableau et le diagramme suivants. (Indiquer le nombre de pièces dans chaque case du tableau et dans chaque zone du diagramme).

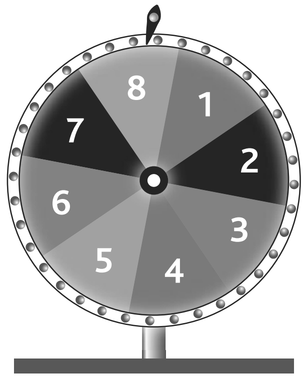
	Chaîne 1	Chaîne 2	Total
Nombre de pièces en aluminium	500	125	625
Nombre de pièces en acier	800	1 075	1 875
Total	1 300	1 200	2 500



A : « la pièce est fabriquée par la chaîne 1
B : « la pièce est en aluminium »

3 Calculer la probabilité de la réunion, de l'intersection de deux événements

Activité 3 Quel numéro choisir ?



Pour la fête du lycée, un groupe d'élèves organise une loterie en faisant tourner la roue ci-contre.
En fonction des lots, les joueurs peuvent miser :
– sur un numéro ;
– sur « pair » ou « impair » ;
– sur une couleur.
Avant de jouer, Nolwenn et Abel veulent évaluer leurs chances de gagner.

S'approprier

A. **Calcul de probabilités**

1. Déterminer l'univers, c'est-à-dire l'ensemble des résultats possibles :

– de l'expérience aléatoire « **obtenir un numéro** ». {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8}

– de l'expérience aléatoire « **obtenir une couleur** ». {rouge ; noir ; bleu ; vert}

Réaliser

2. **a.** Compléter le tableau ci-dessous en déterminant les probabilités d'obtenir les numéros indiqués.

Numéro x	2	4	6	8
Probabilité $p(x)$	0,125	0,125	0,125	0,125

b. Les événements du tableau sont-ils équiprobables ?

☑ Oui ☐ Non

3. Soit l'événement A : « **obtenir un nombre pair.** »

a. Déterminer la probabilité $p(A)$. $p(A) = \frac{4}{8} = 0,5$

b. Comment déterminer $p(A)$ à partir du tableau qui rassemble les probabilités $p(2)$, $p(4)$, $p(6)$ et $p(8)$?
$p(A) = p(2) + p(4) + p(6) + p(8)$

4. Soit l'événement B : « **obtenir la couleur noire.** » Déterminer la probabilité $p(B)$. $p(B) = \frac{2}{8} = 0,25$

MÉTHODE

Calculer la probabilité d'un événement

- *Déterminer le nombre de cas possibles, puis parmi eux, le nombre de cas favorables.*
- *Calculer la valeur de la probabilité p :*

$$p = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}.$$

Analyser
Raisonner

B. **Différentes mises**

1. Nolwenn mise sur « PAIR » et Abel sur « NOIR ».

a. Quel numéro va leur permettre de gagner ensemble ?
Le numéro 2.

b. Donner la probabilité d'obtenir ce numéro. $p(2) = 0,125$

c. On note $p(A \cap B)$ cette probabilité. Vérifier la relation suivante : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.
$0,125 = 0,5 \times 0,25$

! *L'intersection des événements A et B, notée $A \cap B$, est l'ensemble des résultats qui réalisent à la fois les deux événements A et B.*

2. Abel mise à la fois sur « NOIR » et sur « PAIR ».

a. Quels numéros vont lui permettre de gagner ?
Les numéros 2, 4, 6, 7 et 8.

b. Déterminer la probabilité de sortie de ces numéros. $p = \frac{5}{8} = 0,625.$

c. On note $p(A \cup B)$ cette probabilité. Vérifier la relation suivante : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.
$0,625 = 0,5 + 0,25 - 0,125.$

! *La réunion des événements A et B, notée $A \cup B$, est l'ensemble des résultats qui réalisent l'un ou l'autre des événements A et B.*

Des événements qui ont la même probabilité sont équiprobables.

4 Calculer des fréquences conditionnelles

Activité 4 **Quelle est l'efficacité de la vaccination ?**

Une épidémie de grippe s'est déclarée au cours de l'hiver. Au printemps, l'infirmière du lycée veut vérifier l'efficacité de la campagne de vaccination faite en début d'année scolaire.
Pour cela, elle fait une enquête auprès des 1 500 élèves de l'établissement.
D'après les résultats obtenus :
– 450 élèves ont été vaccinés ;
– 10 % des élèves du lycée ont eu la grippe ;
– seulement 2 % des élèves vaccinés ont eu la grippe.

S'approprier

1. Présenter les résultats de cette enquête en complétant le tableau croisé d'effectifs suivant.

	Nombre d'élèves vaccinés	Nombre d'élèves non vaccinés	Total
Nombre d'élèves ayant eu la grippe	9	141	150
Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	441	909	1 350
Total	450	1 050	1 500

Analyser Raisonner

2. Exprimer en pourcentage de l'effectif total :

– la fréquence des élèves vaccinés : 30%

– la fréquence des élèves ayant eu la grippe : 10%

*Une **fréquence** est le rapport d'un effectif à l'effectif total*

Réaliser

3. Suivant la ligne des élèves ayant eu la grippe :

a. Calculer la fréquence conditionnelle des élèves vaccinés par rapport à ceux ayant eu la grippe :
9/150 = 0,06 ou 6%

b. Compléter la ligne des fréquences conditionnelles par rapport aux élèves ayant eu la grippe.

	Vaccinés	Non vaccinés	Total
Fréquence des élèves ayant eu la grippe	0,06	0,94	1

*Une **fréquence conditionnelle** se calcule suivant une ligne ou une colonne du tableau croisé d'effectifs.*

Valider

4. L'infirmière estime que le pourcentage d'élèves non vaccinés ayant eu la grippe est supérieur à 10%.

a. Suivant la colonne élèves non vaccinés, calculer la fréquence conditionnelle des élèves ayant eu la grippe par rapport aux non vaccinés :
141/1 050 = 0,13 ou 13%

b. En déduire si l'estimation de l'infirmière est exacte.
L'estimation est exacte, le pourcentage est de 13%, supérieur à 10%.

Une fréquence conditionnelle se calcule par rapport à un caractère fixé.

5 Déterminer une probabilité conditionnelle

Activité 5 **Quelles sont les caractéristiques de la coque de portable ?**

La société Coqport est spécialisée dans la fabrication de coques de protection pour téléphones portables.
La chaîne de fabrication où travaille Fabrice produit deux modèles de coques qui peuvent être de couleur noire, rouge ou bleue.
– 25 % des coques sont du modèle 1.
– 30 % des coques sont rouges et, parmi elles, 10 % sont du modèle 1.
– La moitié des coques sont noires et, parmi elles, 20 % sont du modèle 1.

Réaliser

1. En utilisant les renseignements précédents, compléter le tableau croisé d'effectifs correspondant à une fabrication de 500 coques.

Couleur de coque / Modèle	Noire N	Rouge R	Bleue B	Total
Modèle 1	50	15	60	125
Modèle 2	200	135	40	375
Total	250	150	100	500

Analyser
Raisonner

2. Pour contrôler la fabrication, Fabrice prend au hasard une coque sur les 500 fabriquées. Déterminer les probabilités des événements suivants :

A : « la coque est du modèle 1 » :

$p(A) = \frac{125}{500} = 0{,}25$

$\overline{A}$: « la coque est du modèle 2 » :

$p(\overline{A}) = \frac{375}{500} = 0{,}75$ ou $1 - 0{,}25 = 0{,}75$

B : « la coque est de couleur bleue » :

$p(B) = \frac{100}{500} = 0{,}20$

$A \cap B$: « la coque est du modèle 1 et de couleur bleue » :

$p(A \cap B) = \frac{60}{500} = 0{,}12$

> **!** *Une **probabilité conditionnelle** se calcule par rapport à un événement fixé. La probabilité de l'événement B connaissant l'événement A est notée $p_A(B)$. Elle se calcule par la relation :*
>
> $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$ *ou*
>
> $p_A(B) = \frac{\text{Nombre d'éléments}(A \cap B)}{\text{Nombre d'éléments}(A)}$

3. Fabrice fait ensuite un test suivant le modèle de coque. Déterminer la probabilité pour que :

– une coque de modèle 1 soit bleue : $p_A(B) = \frac{60}{125} = 0{,}48$ ou $\frac{0{,}12}{0{,}25} = 0{,}48$

– une coque de modèle 2 soit noire : $p_{\overline{A}}(N) = \frac{200}{375} = 0{,}53$

Valider

4. Le responsable de la fabrication estime que la probabilité qu'une coque bleue soit du modèle 1 est de 60%. Pour vérifier cette affirmation, donner la valeur de cette probabilité conditionnelle notée $p_B(A)$.

$p_B(A) = \frac{60}{100} = 0{,}60$. L'affirmation est exacte.

> **!** *Le **tableau croisé d'effectifs** permet de définir l'intersection de deux événements.*

	B	$\overline{B}$
A	$A \cap B$	$A \cap \overline{B}$
$\overline{A}$	$\overline{A} \cap B$	$\overline{A} \cap \overline{B}$

➔ ***Une probabilité conditionnelle se calcule suivant une ligne ou une colonne du tableau croisé d'effectifs.***

Bilan

A. Probabilité d'événements

- La probabilité d'un événement A est le rapport du nombre de cas favorables à cet événement au nombre total de cas possibles :

$$p(\mathrm{A}) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

- L'événement contraire d'un événement A est noté $\overline{\mathrm{A}}$.
- La probabilité de l'événement contraire est : $p(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - p(\mathrm{A})$.

B. Réunion et intersection d'événements

- A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire.
- L'intersection des événements, notée $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$, est l'ensemble des résultats qui réalisent à la fois les deux événements A et B.
- La réunion des événements, notée $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$, est l'ensemble des résultats qui réalisent l'un ou l'autre des événements A et B.

$$p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}).$$

- Deux événements sont incompatibles si leur réalisation simultanée est impossible.

Si deux événements A et B sont incompatibles, $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0$

- Une probabilité est conditionnelle si la réalisation de l'événement B dépend de celle de l'événement A. La probabilité de B « sachant A » est :

$$p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{p(\mathrm{A})}$$

!

Intersection de A et B

	B	$\overline{\mathrm{B}}$
A	$\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$	
$\overline{\mathrm{A}}$		

Réunion de A et B

	B	$\overline{\mathrm{B}}$
A	$\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$	
$\overline{\mathrm{A}}$		

MÉTHODE

Exercices 9 à 13

Calculer des probabilités d'événements

Dans un lycée, différents sports sont proposés aux élèves pendant le cours d'EPS.
Sur un groupe de 80 élèves, 40 choisissent le handball, 22 la natation et 18 ces deux sports.
Quelle est la probabilité pour qu'un élève, choisi au hasard dans ce groupe, pratique au moins l'un des deux sports, handball ou natation ?

Démarche	Solution
• Définir les événements.	• Événement A : « l'élève fait du handball. » Événement B : « l'élève fait de la natation. »
• Calculer la probabilité de chaque événement A et B en appliquant : $p(\mathrm{A}) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$.	• $p(\mathrm{A}) = \frac{40}{80} = 0{,}5$ $p(\mathrm{B}) = \frac{22}{80} = 0{,}275$.
• Calculer la probabilité de l'intersection des événements : $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.	• L'intersection $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$ correspond aux élèves qui pratiquent les deux sports. $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{18}{80} = 0{,}225$.
• Appliquer la relation : $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.	• $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}5 + 0{,}275 - 0{,}225 = 0{,}55$. La probabilité pour qu'un élève pratique au moins l'un des deux sports est de 0,55.

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Utiliser un tableau croisé d'effectifs

Soient deux événements A et B. L'effectif de chaque événement est donné dans le tableau ci-dessous.

	B	$\overline{B}$	Total
A	15	35	50
$\overline{A}$	5	25	30
Total	20	60	80

a. Déterminer l'effectif total des événements A et B.
☐ 50 ☐ 60 ☑ 80

b. Déterminer la probabilité $p(A)$ de réaliser l'événement A.
☐ 0,25 ☑ 0,625 ☐ 0,75

c. Déterminer la probabilité $p(B)$ de réaliser l'événement B.
☑ 0,25 ☐ 0,625 ☐ 0,75

2 Calculer la probabilité de la réunion, de l'intersection de deux événements

En utilisant le tableau ci-dessus, déterminer :

a. $p(A \cap B)$.
☑ 0,1875 ☐ 0,3125 ☐ 0,6875

b. $p(A \cup B)$.
☐ 0,1875 ☐ 0,3125 ☑ 0,6875

3 Calculer une probabilité conditionnelle

En utilisant le tableau ci-dessus, déterminer :

a. La probabilité de B « sachant A » : $p_A(B)$.
☐ 0,10 ☑ 0,30 ☐ 0,80

b. La probabilité de A « sachant B » : $p_B(A)$.
☐ 0,10 ☐ 0,20 ☑ 0,75

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM2

4 Calculer la probabilité d'un événement Fiche méthode p. 135

Dans un jeu de 52 cartes, calculer la probabilité de tirer :

a. une carte rouge : 26/52 = 0,5 ; **c.** un valet : 4/52 = 0,077

b. une dame rouge : 2/52 = 0,038 ; **d.** l'as de cœur : 1/52 = 0,019

5 Dénombrer des données Fiche méthode p. 135

a. Le tableau ci-dessous représente les sommes des chiffres obtenus par le lancer simultané de deux dés. Le compléter.

DÉ n°1

DÉ n°2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. Déduire du tableau précédent le nombre de résultats possibles du lancer de deux dés :
11 résultats possibles de 2 à 12.

6 Un sac contient 20 jetons marqués de 1 à 20. On choisit au hasard un de ces jetons.

1. Calculer la probabilité de l'événement A : « le jeton choisi est marqué par 4 ou par un multiple de 4. »

$p(\text{A}) =$ 0,25

2. a. Définir par une phrase l'événement $\overline{\text{A}}$.

« Le nombre choisi n'est pas un multiple de 4. »

b. Calculer $p(\overline{\text{A}})$. $p(\overline{\text{A}}) = 1 - p(\text{A}) = 0,75$

7 Une banque réalise une enquête sur la fréquence d'arrivée des clients au guichet sur une période donnée. La banque considère que l'arrivée des clients se fait de façon aléatoire. Les résultats de l'enquête sont rassemblés dans le tableau ci-contre.

Nombre de clients	0	1	2	3	4 ou plus
Probabilité	0,1	0,25	0,3	0,25	0,1

Quelle est la probabilité de l'événement : « deux clients ou plus se présentent au guichet » ?

Probabilité = 0,65

8 Deux événements A et B sont incompatibles. Leurs probabilités sont $p(\text{A}) = 0,5$ et $p(\text{B}) = 0,4$.

1. Déterminer $p(\text{A} \cap \text{B})$. $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0$

2. Déterminer $p(\text{A} \cup \text{B})$. $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,9$

9 Deux événements sont notés A et B. On donne : $p(\text{A}) = 0,5$; $p(\text{B}) = 0,4$; $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,2$.

1. Les deux événements sont-ils incompatibles ? Non, car $p(\text{A} \cap \text{B}) \neq 0$.

2. Calculer $p(\text{A} \cup \text{B})$. $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$

10 Dans une classe, il y a 14 garçons et 20 filles.
12 élèves sont externes ;
22 sont demi-pensionnaires ;
12 filles sont demi-pensionnaires.

Élèves	Externes	Demi-pensionnaires
Garçons	4	10
Filles	8	12

1. Compléter le tableau ci-contre.

2. Quelle est la probabilité qu'une fille interrogée au hasard soit externe ?

Probabilité = 8 ÷ 20 = 0,4.

11 Un club de sport propose plusieurs activités dont la zumba et l'aquagym. Parmi 50 adhérents, 40 pratiquent la zumba, 18 l'aquagym et 12 les deux. Un adhérent est choisi au hasard.
On désigne par A l'événement : « l'adhérent pratique la zumba » et par B l'événement : « l'adhérent pratique l'aquagym ».

1. Calculer les probabilités :

a. $p(\text{A}) =$ 0,8 **b.** $p(\text{B}) =$ 0,36

2. a. Cocher la notation qui désigne l'événement C : « l'adhérent pratique les deux sports ».

☐ A + B ☑ A ∩ B ☐ A ∪ B ☐ A – B

b. Calculer $p(\text{C})$. $p(\text{C}) = 0,24$

3. a. Cocher la notation qui désigne l'événement D : « l'adhérent pratique l'un ou l'autre des deux sports. »

☐ A + B ☐ A ∩ B ☑ A ∪ B ☐ A – B

b. Calculer $p(\text{D})$. $p(\text{D}) = 0,8 + 0,36 - 0,24 = 0,92$

12 Une entreprise fait le bilan annuel du nombre de pannes de son parc machine. Le tableau ci-contre donne les résultats sur 500 équipements identiques. Déterminer la probabilité pour qu'un équipement ait plus d'une panne dans l'année.

Nombre annuel de pannes	Nombre d'équipements concernés
Pas de panne	385
1 panne	70
2 pannes	30
3 pannes	15

Nombre total d'équipements : 500.

Nombre d'équipements ayant plus d'une panne : $30 + 15 = 45$.

Probabilité : $\frac{45}{500} = 0{,}09$.

13 Dans un jeu de 32 cartes, chacune des cartes a la même probabilité d'être tirée.

1. Calculer les probabilités :
– de l'événement A : « tirer une carte rouge. » $p(A) = \frac{16}{32} = 0{,}5$.
– de l'événement B : « tirer une figure. » $p(B) = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

2. Choisir une notation pour définir correctement les événements suivants :
– événement C : « tirer une figure rouge. » ☑ $A \cap B$ ❑ $A \cup B$
– événement D : « tirer une carte rouge ou une figure. » ❑ $A \cap B$ ☑ $A \cup B$

3. Calculer de deux manières différentes les probabilités des événements C et D.

$p(C) = \frac{6}{32} = 0{,}1875$ ou $p(C) = p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0{,}1875$

$p(D) = \frac{22}{32} = 0{,}6875$ ou $p(D) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}6875$

14 Les effectifs de deux événements A et B d'une expérience aléatoire sont regroupés sur une feuille de tableur.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-evenements

1. Ouvrir le fichier « evenements » pour afficher le tableau croisé d'effectifs.

2. Déterminer les formules à saisir dans les cellules vides du tableau pour le compléter :

	A	B	C	D
1		A	$\overline{A}$	Total
2	B	7		12
3	$\overline{B}$			
4	Total		28	50
5				
6	p(A)=			
7	p(B)=			
8	p(A∩B)=			
9	p(A∪B)=			
10	p(A)+p(B)-p(A∩B)=			

C2 : (= D2-B2) ; B4 : (= D4-C4) ;
B3 : (= B4-B2) ; C3 : (= C4-C2) ;
D3 : (= D4-D2)

3. Déterminer les formules à saisir dans les cellules B6 à B10 pour calculer :

$p(A)$: (= B4/D4) ; $p(B)$: (= D2/D4) ;
$p(A \cap B)$: (= B2/D4) ; $p(A \cup B)$: (= (B2+C2+B3)/D4) ;
$p(A) + p(B) - p(A \cap B)$: (= B6+B7-B8)

4. Comparer les résultats des cellules B9 et B10.

Ce sont les mêmes valeurs.

5. Modifier la valeur de la cellule B2. La relation $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ est-elle vérifiée?

Oui, les résultats des cellules B9 et B10 sont toujours les mêmes.

15 Le parc informatique d'une entreprise est composé de 160 ordinateurs. Parmi eux, 70 ordinateurs sont considérés comme récents, les autres sont anciens. On constate que 10 % des ordinateurs récents ont des défaillances contre 20 % des ordinateurs anciens.

	Ordinateur récent	Ordinateur ancien	Total
Ordinateur défaillant	7	18	25
Ordinateur non défaillant	63	72	135
Total	70	90	160

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs ci-contre.

2. Déterminer la probabilité pour qu'un ordinateur du parc soit défaillant.
p(défaillant) = 25/160 = 0,15625

3. Déterminer la probabilité pour qu'un ordinateur soit défaillant sachant qu'il est récent.
$p_{\text{récent}}$(défaillant) = 7/70 = 0,10

4. Déterminer la probabilité pour qu'un ordinateur soit récent sachant qu'il est défaillant.
$p_{\text{défaillant}}$(récent) = 7/25 = 0,28

Utiliser l'algorithmique et la programmation

16 La fonction **`fréquence(X)`** dont le script est donné ci-contre permet le calcul de la fréquence de chaque terme d'une liste X de nombres donnés.

```
def fréquence(X):
    n=len(X)
    L=[]
    for i in range(n):
        x=X[i]/sum(X)
        L.append(x)
    return L
```

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-frequence

1. Indiquer ce que définissent les instructions :

– **`len(X)`** : nombre de termes de la liste X

– **`sum(X)`** : somme des termes de la liste X

2 Ouvrir le fichier « frequence » pour afficher le script de la fonction.

3. Cette fonction est utilisée pour déterminer les fréquences conditionnelles à partir de la ligne du tableau croisé d'effectifs des événements A, B, C, D et E ci-dessous.

	A	B	C	D	E
Caractère 1	14	18	20	13	15

Compléter le programme « frequence » en ajoutant :
– une ligne pour écrire la liste X des effectifs des événements A, B, C, D et E selon le caractère 1 ;
– une ligne pour afficher la liste des fréquences conditionnelles.

! *Les éléments de la liste X sont définis par* ***`X[0]`***, ***`X[1]`***, ***`X[2]`****,...*
L'instruction ***`L.append(x)`*** *ajoute l'élément x à la liste L.*

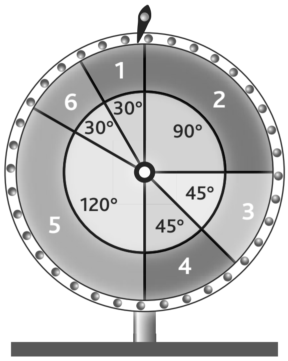
4. Compléter la ligne des fréquences du tableau suivant.

	A	B	C	D	E
Fréquences	0,175	0,225	0,25	0,1625	0,1875

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

17 Fête foraine ✪

Au stand de Manuel, les lots dépendent du numéro du secteur sur lequel la roue représentée ci-contre s'immobilise.
La roue est équilibrée, la probabilité d'obtenir un secteur donné est proportionnelle à l'angle de celui-ci.



1. Recopier et compléter le tableau suivant.

Numéro	1	2	3	4	5	6
Probabilité						

2. Les joueurs peuvent aussi miser sur les numéros pairs ou impairs. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.

18 Fabrication en série ✪ ✪

L'entreprise Toutelec possède deux chaînes de montage pour ses appareils. Omar contrôle la fabrication et constate que 5 % des appareils de la chaîne 1 et 3 % des appareils de la chaîne 2 présentent un défaut.
La chaîne 1 produit mensuellement 300 appareils contre 200 appareils pour la chaîne 2.

1. Compléter le tableau suivant.

Production	Chaîne 1	Chaîne 2	Total
Appareils défectueux			
Appareils conformes			
Total			

2. On prélève un appareil au hasard sur la production du mois.
L'événement A correspond à : « **l'appareil a été produit par la chaîne 1** ».
L'événement B correspond à : « **l'appareil est défectueux** ».

a. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$.

b. Déterminer les probabilités $p(A)$; $p(B)$ et $p(A \cap B)$.

➔ Méthode p. 27

19 Recyclage ✪ ✪

Le taux de recyclage des emballages ménagers en verre, plastique et papier-carton est de 70 %. Le total de ces déchets est évalué à 5 millions de tonnes.
Sur ce total :
– 2,5 Mt sont des déchets en verre recyclés à 90 % ;
– 1,2 Mt sont des déchets papier-carton recyclés à 70 %.

1. Utiliser ces renseignements pour recopier et compléter le tableau croisé d'effectifs suivant en arrondissant les résultats au dixième de mégatonne.

Déchets en Mt	Recyclés	Non recyclés	Total
Verre			2,5
Plastique			
Papier-Carton			1,2
Total			5

2. Sur le total des déchets ménagers, quel pourcentage représentent les déchets plastiques ?

3. Sur le total des déchets plastiques, quel pourcentage est recyclé ? Comparer ce pourcentage avec celui des autres déchets ménagers.

20 Basket ✪

La répartition des adhérents d'un club de basket est donnée par le tableau ci-dessous.

	Minimes	Cadets
Garçons	55	45
Filles	34	26

1. Déterminer le nombre total d'adhérents du club.

2. Calculer la probabilité pour qu'un membre du club pris au hasard soit un minime garçon.

3. Déterminer la fréquence en pourcentage :
– des filles dans les minimes ;
– des cadets dans les garçons.

21 Décoration de Noël ✪✪✪

L'entreprise Electrodéco fabrique des guirlandes électriques pour les décorations de Noël. Parmi les guirlandes produites, 40 % sont destinées à la décoration intérieure, le reste à l'extérieur.

Cyril est chargé du contrôle des guirlandes en fin de fabrication. Il constate que sur une production de 500 guirlandes, 25 sont défectueuses dont 15 sont des guirlandes d'extérieur.

1. Déterminer le nombre de guirlandes d'extérieur fabriquées.

2. Une guirlande de la production est tirée au hasard. Calculer la probabilité pour qu'elle soit défectueuse.

3. Dans le lot des guirlandes d'extérieur, une guirlande est tirée au hasard. Calculer la probabilité pour qu'elle soit défectueuse.

22 Gestion des véhicules ✪✪✪

Le gestionnaire d'un garage de réparations automobile toutes marques relève sur un tableur les voitures prises en charge le mois précédent.
Il distingue ces voitures en fonction de leur motorisation et de leur provenance.

	A	B	C	D	E
1		Essence	Diesel	Autres	Total
2	Voitures Françaises	37	56	3	
3	Voitures étrangères	33	24	7	
4	Total				

1. Ouvrir le fichier « voitures » pour afficher le tableau ci-dessus et le compléter.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-voitures

2. Donner le nombre total de voitures prises en charge.

3. Le gestionnaire veut présenter ces résultats sous forme de pourcentage. Compléter le deuxième tableau du fichier « voitures » pour afficher les pourcentages par catégorie.

4. Déterminer la part des voitures « diesel » parmi les voitures françaises prises en charge.

5. Déterminer la part des voitures françaises parmi les voitures « diesel » prises en charge.

23 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Conduite accompagnée

Pour préparer son permis de conduire, Iris hésite entre la conduite accompagnée et l'apprentissage classique. D'après son moniteur d'auto-école, elle a plus de chances d'obtenir son permis dès la première présentation en choisissant la conduite accompagnée.
L'année dernière, dans son département, sur 100 candidats, 60 ont été reçus à la première présentation. Parmi les candidats reçus, 30 % avaient suivi la conduite accompagnée.

Iris voudrait connaître les chances, pour un candidat, d'obtenir son permis à la première présentation selon son type de formation.

1. Conduite accompagnée

Plus de 1,5 million de candidats se présentent chaque année à l'examen pratique du permis de conduire.
25 % des candidats passent leur permis en conduite accompagnée.

2. Statistiques

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Calculer la probabilité d'un événement. Utiliser la formule reliant la probabilité de A ∪ B et de A ∩ B. Compléter un tableau croisé d'effectifs.		
Connaissances	Probabilité d'un événement. Réunion et intersection d'événements.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Analyser, Raisonner	2 ; 4 ; 5	
	Réaliser	3	
	Communiquer	6	
			/10

Situation

Karim a ouvert une imprimerie. Il propose à ses clients des cartes de visite de deux formats différents, imprimées en noir et blanc ou en couleurs. En moyenne, il vend par mois 1 800 cartes petit format, 700 cartes grand format et 1 000 cartes couleurs.
48 % de ses ventes sont des cartes petit format noir et blanc. Pour améliorer ses ventes, il fait une promotion sur les cartes grand format et les cartes en couleurs.
Karim se demande quelle est la probabilité qu'un client, choisi au hasard, commande des cartes de visite grand format ou des cartes en couleurs.

1. En utilisant les renseignements fournis, compléter le tableau suivant.

Cartes de visite	Petit format	Grand format	Total
Noir et blanc	1 200	300	1 500
Couleur	600	400	1 000
Total	1 800	700	2 500

2. Déterminer les probabilités des événements suivants :
– événement A : « le client choisit une carte de visite grand format » : $p(A) = \frac{700}{2\,500} = 0{,}28$.
– événement B : « le client choisit une carte de visite en couleurs » : $p(B) = \frac{1000}{2500} = 0{,}4$.

3. Définir par une phrase l'événement A ∩ B :
Le client choisit une carte de visite grand format et en couleurs.

4. Déterminer la probabilité $p(A \cap B) = \frac{400}{2\,500} = 0{,}16$.

5. En utilisant la relation $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, calculer la probabilité $p(A \cup B)$.
$p(A \cup B) = 0{,}28 + 0{,}4 - 0{,}16 = 0{,}52$.

6. Donner la probabilité pour qu'un client choisisse dans la gamme proposée par l'imprimerie une carte de visite grand format ou une carte en couleurs.
Probabilité = 0,52 soit plus de 50 % des clients.

3 Chapitre

Suites numériques

Vous allez apprendre à…

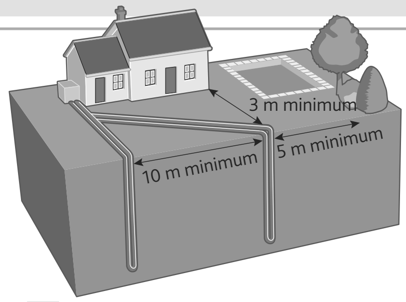
- ✔ Générer les termes d'une suite numérique.
- ✔ Calculer un terme d'une suite arithmétique.
- ✔ Réaliser une représentation graphique d'une suite arithmétique.
- ✔ Déterminer le sens de variation d'une suite arithmétique.
- ✔ Calculer la somme des premiers termes d'une suite arithmétique.

INVESTIGATION La géothermie

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

Monsieur Montarou, maire d'une ville de 25 000 habitants, est un défenseur de l'énergie renouvelable.
Pour montrer l'exemple à ses concitoyens, il a opté pour un chauffage géothermique dans sa résidence d'un volume de 540 m^3.
Sur le site internet de l'entreprise FORA-GEO, il étudie les tarifs de l'entreprise.

Quelle somme minimale doit posséder monsieur Montarou avant d'engager les travaux avec cette entreprise ?



1. Installation géothermique

Volume à chauffer (m^3)	Profondeur du forage (m)
< 300	50
[300 ; 500[	80
[500 ; 700[	100
[700 ; 900[	160

3. Tableau d'estimation de la profondeur du forage

La géothermie est une énergie renouvelable qui consiste à extraire et à exploiter la chaleur du sol.
La profondeur du forage est déterminée en fonction du terrain à forer et du volume à chauffer.

2. La géothermie

Profondeur du forage (m)	Tarif (€)
50	3 700
51	3 825
52	3 952
53	4 081
Chaque mètre supplémentaire coûte 2 € de plus que le précédent.	

4. Tarifs appliqués

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Volume à chauffer : 540 m^3. Profondeur du forage à réaliser : 100 m. Le coût d'un forage de 50 m est de 3 700 € et chaque mètre supplémentaire va coûter 2 € de plus que le précédent.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Trouver les coûts de chaque mètre :
– du 51^e mètre : 125 € ;
– du 52^e mètre : 127 €.

51^e mètre	52^e mètre
125 €	127 €

+2

3 Rédiger la solution

On calcule la somme : 3 700 + 125 + 127 + 129 + 131………+ 223 = 12 400 €.
Monsieur Montarou doit prévoir une somme de 12 400 €.

1 Reconnaître une suite arithmétique et la représenter graphiquement

Activité 1 **Quel sera le nombre de forages à effectuer ?**

Les dirigeants de l'entreprise FORA-GEO souhaitent connaître le nombre de forages à effectuer pour les années à venir.
Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de forages par an des cinq dernières années.

Rang de l'année	1	2	3	4	5
Nombre de forages	23	32	41	50	59

S'approprier

1. Soit la suite de nombres : (23 ; 32 ; 41 ; 50 ; 59).
Comment passe-t-on d'un nombre au suivant ? En additionnant 9 à chaque fois.

2. On appelle $u_1 = 23$, le premier terme de la suite de nombres, u_2 le deuxième terme et ainsi de suite.
Compléter le tableau suivant en s'inspirant de la première ligne.

Terme précédent	Terme	Terme suivant
u_1	u_2	u_3
u_2	u_3	u_4
u_{n-1}	u_n	u_{n+1}

> **!** *Si r est une valeur constante, alors les termes u_1 ; u_2 ; … u_n forment une* ***suite arithmétique****.*
> *r est alors la* ***raison*** *de la suite.*

Analyser Raisonner

3. On appelle la raison d'une suite arithmétique, la différence entre un terme et son précédent ($u_n - u_{n-1} = r$). Compléter les opérations suivantes.

$u_2 - u_1 =$ 9. $u_3 - u_2 =$ 9. $u_4 - u_3 =$ 9. $u_5 - u_4 =$ 9.

4. Choisir la bonne formule permettant d'exprimer u_n en fonction de u_{n-1}.

❏ $u_n = u_{n-1} - 9$ ☑ $u_n = u_{n-1} + 9$ ❏ $u_n = 9 \times u_{n-1}$

Réaliser

5. En supposant que la progression reste la même, déterminer u_6 et u_7.
$u_6 = 68$ et $u_7 = 77$.

6. a. Ouvrir le fichier « forage ». Sur la feuille de calcul figurent :
– en colonne A : les années,
– en colonne B : les nombres de forages comme indiqué sur le tableau ci-dessous.

	A	B
1	Rang de l'année	Nombre de forages
2	1	23
3	2	32

> **Fichier à télécharger**
> → lienmini.fr/10491-forage

b. Choisir la formule à saisir dans la cellule B3.

☑ = B2+9 ❏ =B3 +9 ❏ =B2*9

c. Recopier cette formule jusqu'à B16.

d. Représenter cette suite à l'aide de l'assistant graphique.

> **!** *Sélectionner les cellules de A2 à B16.*
> *Choisir le graphique en « Nuage de points ».*

Valider

7. Samy, jeune stagiaire dans l'entreprise, affirme qu'il faut ajouter 81 au nombre de forages de la 1re année pour obtenir le nombre de forages la 10e année. A-t-il raison ? (justifier par une phrase)
Il a raison car la différence entre les nombres de forages de la 10e et de la 1re année est 104 – 23 = 81.

➔ ***La différence entre deux termes consécutifs d'une suite arithmétique est constante.***

2 Déterminer un terme d'une suite arithmétique

Activité 2 **Comment évolue la production ?**

En 2018, l'usine Batiplus a produit 273 000 sacs de ciment. Ces dernières années, la production a augmenté régulièrement de 15 000 sacs par an. La responsable de production veut savoir si l'usine pourra supporter longtemps cette augmentation de production.

S'approprier

A. Modélisation de l'évolution de la production

1. On note u_1 la production de l'année 2018. Calculer la production u_2 en 2019.

Production en 2019 : $u_2 = 273\,000 + 15\,000 = 288\,000$.

2. Le nombre de sacs de ciment produit chaque année par l'entreprise constitue une suite arithmétique. Indiquer le premier terme et la raison de la suite.

$u_1 =$ 273 000 et $r =$ 15 000

> **!** *Les termes d'une suite arithmétique peuvent être calculés à partir du premier terme u_1 et de la raison r grâce à la relation :*
> $u_n = u_1 + (n-1)r$.

3. Calculer la production prévue en 2021.

$u_4 = 273\,000 + 3 \times 15\,000 = 318\,000$

4. Choisir la formule permettant le calcul de u_4.

☐ $u_4 = u_1 + 4r$ ☑ $u_4 = u_1 + 3r$ ☐ $u_4 = 4u_1 + r$

5. Écrire la relation entre u_n et n.

$u_n = 273\,000 + (n-1) \times 15\,000$

$u_n = 15\,000n + 258\,000$

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-batiplus

Réaliser

B. Prévision de production

1. Calculer le 8e terme de cette suite. $u_8 = 378\,000$

2. En déduire la production prévue en 2025.

La production prévue en 2025 est de 378 000 sacs.

3. a. Ouvrir le fichier « batiplus » où figurent en colonne A le rang des années, en colonne B le nombre de sacs de ciment u_n, comme indiqué sur le tableau ci-contre.

b. Faire apparaître les 10 premiers termes de la suite (u_n).

	A	B
1	**Rang**	u_n
2	1	273000
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	
8	7	
9	8	
10	9	
11	10	

Communiquer

4. L'entreprise Batiplus a une capacité de production maximale annuelle de 450 000 sacs. En supposant que la production continue d'augmenter de 15 000 unités par an, déterminer l'année où la production atteindra 450 000 sacs de ciment.

$15\,000n + 258\,000 = 450\,000$

$n = 12{,}8$; la capacité maximale sera atteinte au cours de l'année 2029.

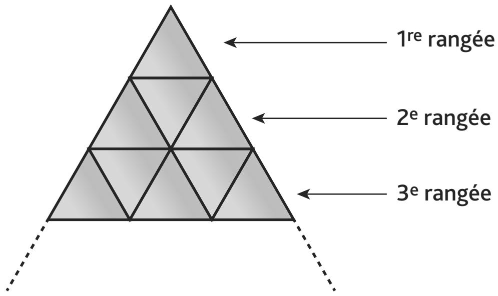
TUTO
Programmer une suite arithmétique avec un tableur
→ lienmini.fr/10491-tuto3

➔ ***Une suite arithmétique (u_n) est définie par le premier terme u_1 et la raison r.***

3 Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique

Activité 3 **Quel est le nombre de triangles sur la Pyramide ?**

En voyage scolaire à Paris, Farida et sa classe visitent le musée du Louvre. Farida en profite pour admirer la pyramide, située au milieu de la cour Napoléon du musée.
Le professeur explique que l'on peut construire une face de la pyramide à partir de triangles comme l'indique le modèle ci-dessous.



Selon le professeur, la face comporterait au total 18 rangées de triangles. Ainsi, il y aurait un triangle sur la partie supérieure (première rangée), trois triangles sur la ligne en dessous (deuxième rangée), et ainsi de suite...

S'approprier

1. Calculer le nombre de triangles de la troisième et de la quatrième rangées.

Nombre de triangles de la 3^e rangée = 5 ; nombre de triangles de la 4^e rangée = 7.

2. On note u_1 le nombre de triangles de la première rangée, u_2 celui de la deuxième rangée… et r la raison de la suite formée par u_1, u_2, u_3…

a. Quelle est la nature de la suite de terme général u_n ? Préciser sa raison.

Suite arithmétique de raison $r = 2$.

b. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 1 + (n - 1) \times 2 = 2n - 1$

3. En déduire le nombre de triangles sur la dernière rangée.

$u_{18} = 1 + 17 \times 2 = 35$

Réaliser

4. Ouvrir le fichier « louvre » pour afficher le tableau ci-contre permettant d'obtenir les valeurs de u_n et de S_n (somme des n premiers termes : $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots u_n$)

	A	B	C
1	Rangée	Nombre de triangles	Nombre total de triangles
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3	5	9

a. Parmi les 3 propositions suivantes, entourer la formule utilisée pour la cellule **C3**.

=C2+B3 =1+B3 =B1+B3

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-louvre

b. Recopier les cellules vers le bas jusqu'à la rangée **18**.

Communiquer

5. Déterminer le nombre total de triangles sur une face de la pyramide :

a. en utilisant le tableur.

Voir le fichier C3_A3_corrigé mis à disposition.

On a $S = 324$ triangles.

b. en utilisant la formule de calcul de la somme.

$n = 18$; $u_1 = 1$; $u_{18} = 35$; $S = 324$ soit 324 triangles.

!
• Le terme u_n d'une suite arithmétique est égal à :
$u_n = u_1 + (n - 1)r$.
• La somme des termes est :
$S = \dfrac{n \times (u_1 + u_n)}{2}$.

La somme des termes d'une suite arithmétique peut se calculer à partir de son premier terme et de sa raison.

Bilan

A. Raison d'une suite arithmétique

• Une suite comporte plusieurs nombres rangés dans un certain ordre, appelés termes et notés u_1, u_2, u_3, ...u_n.
• Une suite est arithmétique lorsque chaque terme s'obtient par addition au terme précédent d'un nombre constant appelé raison et noté r.
• $u_2 = u_1 + r$; $u_3 = u_2 + r$; ...$u_n = u_{n-1} + r$.

Vocabulaire logique

*L'égalité $u_n = u_{n-1} + r$ **implique** l'égalité $r = u_n - u_{n-1}$.*
$u_n = u_{n-1} + r \Rightarrow r = u_n - u_{n-1}$

MÉTHODE — Exercices 7, 13, 16

Déterminer la raison d'une suite arithmétique

Déterminer la raison de la suite arithmétique définie par : $u_{24} = 53$ et $u_{23} = 47$.

Démarche

• Connaître deux termes successifs de la suite.
• Effectuer la différence de ces deux termes.
$r = u_n - u_{n-1}$

Solution

• Les termes u_{23} et u_{24} sont consécutifs.
• $r = 53 - 47 = 6$

B. Termes d'une suite arithmétique

• Les termes d'une suite arithmétique (u_n) peuvent être exprimés à partir du premier terme u_1 et de la raison r par les relations suivantes :
$u_n = u_{n-1} + r$ ou $u_n = u_1 + (n-1) \times r$.
• La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique s'écrit : $S = \dfrac{n \times (u_1 + u_n)}{2}$

MÉTHODE — Exercices 8 à 12

Déterminer un terme d'une suite arithmétique

Déterminer le 120e terme d'une suite arithmétique définie par : $u_1 = 3$ et $r = 5$.

Démarche

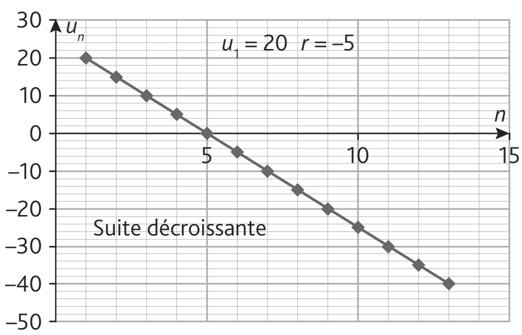
• Connaître le premier terme et la raison de la suite.
• Connaître le rang n du terme cherché.
• Appliquer la relation : $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

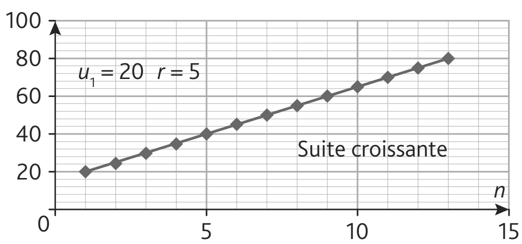
Solution

• Premier terme : $u_1 = 3$
• Raison : $r = 5$
• Rang du terme : $n = 120$
• $u_{120} = 3 + 119 \times 5$ soit $u_{120} = 598$

C. Sens de variation et représentation graphique d'une suite arithmétique

• Le sens de variation de la suite arithmétique (u_n) dépend de sa raison r.
Si $r > 0$ la suite (u_n) est croissante. Si $r < 0$ la suite (u_n) est décroissante.
• La représentation graphique d'une suite est l'ensemble des points de coordonnées $(n\,;u_n)$.
• Pour une suite arithmétique, les points de coordonnées $(n\,;u_n)$ appartiennent à une droite.





Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Calculer les termes d'une suite arithmétique

Les suites arithmétiques (u_n), (v_n), (w_n) sont définies par les termes suivants :
$u_1 = 5$; $u_2 = 9$; $u_3 = 13$.
$v_1 = 10$; $v_2 = 7$; $v_3 = 4$.
$w_1 = 13$; $w_3 = 17$.

a. Déterminer u_4.
☐ 15 ☑ 17

b. Déterminer v_4.
☑ 1 ☐ 2

c. Déterminer w_2.
☐ 14 ☑ 15

2 Déterminer la raison d'une suite arithmétique

Les termes d'une suite arithmétique sont définis par :

$u_n = -\,2n + 3$ (n est un entier naturel).

a. Déterminer le dixième terme de la suite.

b. Déterminer la raison de cette suite.

a.	☑ – 17	☐ 12	☐ 25
b.	☐ 3	☑ – 2	☐ 9

3 Écrire l'expression du terme u_n

Une suite arithmétique a pour premier terme 3 et pour raison 4.

a. Choisir l'expression du terme u_n :
❶ $u_n = 3 + (n - 1) \times 4$ ❷ $u_n = 3 + 4^{n-1}$ ❸ $u_n = 4n - 1$

b. Calculer le quinzième terme de cette suite.

a.	☑ ❶	☐ ❷	☑ ❸
b.	☐ 12	☑ 59	☐ 26

Acquérir des automatismes

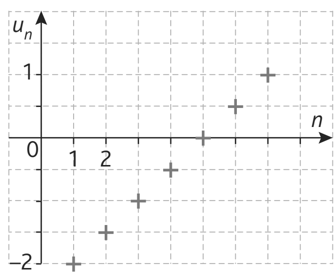
+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM3

4 Résoudre une équation du 1^er^ degré Fiche méthode p. 137

On considère la suite (u_n) telle que $u_n = 2n + 3$.
On cherche à déterminer les rangs x et y des termes $u_x = 1$; $u_y = 21$
Pour cela résoudre les équations :
$2x + 3 = 1$; $x =$ –1 $\qquad$ $2y + 3 = 21$; $y =$ 9

5 Déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite Fiche méthode p. 138

Le graphique ci-contre représente les termes d'une suite arithmétique.
Déterminer le coefficient directeur de la droite qui joint les points.
$a =$ 0,5



6 Développer une expression littérale Fiche méthode p. 139

Développer les expressions suivantes :
$3 \times (n - 1) =$ $3n - 3$ $\qquad$ $-2 \times (n - 1) =$ $-2n + 2$

S'entraîner

7 Les termes 2 ; 7 ; 12 ; 17 ; 22 sont-ils des termes consécutifs d'une suite arithmétique ?
Si oui, donner la raison de la suite et la valeur du sixième terme.

Oui, c'est une suite arithmétique de raison $r = 5$.

$7 - 2 = 12 - 7 = 17 - 12 = 22 - 17 = 5$.

Le sixième terme est 27.

8 Donner les quatre premiers termes de la suite arithmétique définie par $u_1 = 5$ et $r = -3$.

$u_1 = 5$, $u_2 = 2$, $u_3 = -1$, $u_4 = -4$.

9 Calculer les cinq premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme 7 et de raison 4.

$u_1 = 7$, $u_2 = 11$, $u_3 = 15$, $u_4 = 19$.

10 Calculer les quatre premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme – 4 et de raison – 3.

$u_1 = -4$, $u_2 = -7$, $u_3 = -10$, $u_4 = -13$.

11 On considère une suite arithmétique définie par $u_7 = 5$ et de raison $r = 4$. Calculer u_6 ; u_8 et u_9.

$u_6 = 1$; $u_8 = 9$; $u_9 = 13$.

12 La production d'une entreprise est de 8 000 ordinateurs la première année. La production a augmenté pendant dix ans à raison de 760 ordinateurs par an.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-ordinateurs

a. Ouvrir le fichier « ordinateurs » où figurent en colonne A les rangs des années.

b. Compléter la colonne B et déterminer le nombre d'ordinateurs produits la 20^{e} année.

	A	B
1	Année	Nombre d'articles
2	1	8 000
3	2	
4	3	
5	4	

La production de la 20^{e} année est de 22 440 articles.

13 On considère la suite numérique (u_n) telle que $u_n = 3n + 4$.
Calculer u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 et u_5.
Montrer que cette suite est arithmétique et donner sa raison r.

$u_1 = 7$; $u_2 = 10$; $u_3 = 13$; $u_4 = 16$; $u_5 = 19$.

Suite arithmétique de raison $r = 3$.

14 Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_1 = 7$ et de raison $r = 5$. Compléter le tableau ci-contre.

n	1	2	19
u_n	7	12	97

15 On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme u_1 et de raison r.

Calculer le terme u_n de rang n dans chacun des cas suivants.

1. $u_1 = 3$; $r = 1{,}5$ et $n = 15$.

$u_{15} = 3 + 14 \times 1{,}5 = 24$

2. $u_1 = -3$; $r = -5$ et $n = 26$.

$u_{26} = -3 + 25 \times (-5) = -128$

16 Calculer la raison d'une suite arithmétique (u_n) sachant que :

1. $u_1 = 2$ et $u_{20} = -131$.

$u_{20} = u_1 + 19 \times r$ soit $2 + 19 \times r = -131$ donc $19 \times r = -133$. On a : $r = -7$.

2. $u_1 = 3$ et $u_{10} = 39$.

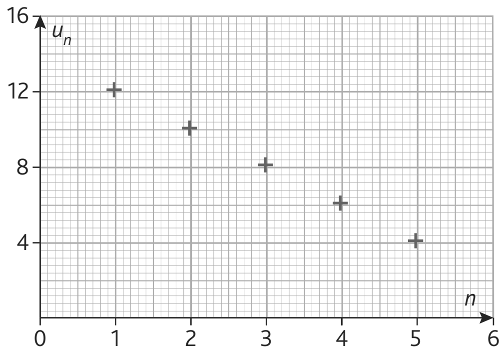
$u_{10} = 3 + 9 \times r = 39$ donc $r = 4$.

17 La suite arithmétique (u_n) a pour premier terme $u_1 = 12$ et pour raison $r = -2$.

1. Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5
u_n	12	10	8	6	4

2. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite dans le repère ci-dessous :



3. Déterminer le cœfficient directeur de la droite qui joint les points du graphique.

$a = -2$

4. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n = 12 + (n-1) \times (-2) = -2n + 14$

5. Calculer u_{27}.

$u_{27} = -40$

6. Déterminer le rang n du terme $u_n = -86$.

$-2n + 14 = -86$; $n = 50$

Utiliser l'algorithmique et la programmation

18 Alicia et Brieuc s'entraînent pendant 30 jours pour courir le marathon de New York. Ils commencent par courir 5 km le premier jour et augmentent chaque jour suivant la distance de 500 m.

Alicia écrit le programme Python ci-contre pour calculer la distance à parcourir chaque jour.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-marathon

```
u=5
n=30
for i in range(n-1):
    u=u+0.5
    print(u)
```

1. Ouvrir le fichier « marathon » pour afficher le programme, l'exécuter et compléter le tableau suivant :

Jour	1	2	10	15	25
Distance courue (km)	5	5,5	9,5	12	17

2 Modifier le programme pour déterminer la somme totale des distances parcourues pendant les 30 jours d'entraînement.

$S =$ 367,5 km

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

19 Vacances en Thaïlande ✪ ✪

Pour financer son projet de voyage en Thaïlande, Samia économise chaque mois. À l'ouverture de son compte épargne, elle verse 50 €. Puis, elle s'engage à augmenter de 5 € chacun des versements mensuels suivants.

On appelle u_n la somme qu'elle épargne le n-ième mois.

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

Mois (rang n)	1	2	3
Montant des versements u_n (en €)	$u_1 = 50$	$u_2 =$	$u_3 =$

2. a. Justifier que la suite de terme général u_n est une suite arithmétique.

b. Donner sa raison et son premier terme.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. Quelle somme totale aura-t-elle versée sur son compte au bout de 2 ans d'épargne ?

20 Course cycliste ✪

Lors d'un contre-la-montre individuel, le premier coureur s'élance à 9 h 00. Les suivants partent toutes les 30 secondes.
Le chronométreur note u_n le nombre de secondes écoulées entre les départs du premier et du n-ième coureur.

1. Déterminer u_1, u_2, u_3 et u_4.

2. Les termes u_1, u_2, u_3 et u_4 constituent les premiers termes d'une suite numérique.
Déterminer la nature de la suite et sa raison.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. Calculer u_{125}.
En déduire l'heure à laquelle s'est élancé le 125e cycliste.

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

21 Chamboule-tout ! ✪

Dans un jeu de chamboule-tout, les boîtes de conserves sont rangées en pyramide comme l'indique la figure ci-dessous.

1. Quelle relation existe-t-il entre le nombre de boîtes disposées sur la table et le nombre total de rangées que l'on peut constituer ?

2. La suite numérique formée par le nombre de boîtes sur les rangées successives en partant de la table est-elle arithmétique ? Quelle est sa raison ?

3. Franck a placé huit boîtes sur la table. Déterminer le nombre de boîtes nécessaires pour qu'il finisse la pyramide jusqu'au sommet.

22 Numismathématiques ✪

Michel est un collectionneur de monnaies anciennes.
En 2015, il achète un ensemble de pièces pour un montant de 3 850 €. L'argus des collectionneurs lui permet de prévoir que la valeur de l'ensemble va augmenter d'environ 320 € par an.
On note u_1 la valeur de cet ensemble de monnaies en 2016, u_2 la valeur en 2017, etc.

1. Calculer les valeurs de u_1, u_2 et u_3.

2. a. Justifier que la suite de terme général u_n est une suite arithmétique.

b. Donner sa raison et son premier terme.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. En déduire la valeur que prendra ce lot en 2020.

5. a. Après combien d'années Michel peut-il espérer vendre sa collection plus de 7 000 € ?

b. En déduire l'année correspondante.

➔ Méthode p. 39

23 Salle de spectacle « Apollon » ✪

La salle de spectacle « Apollon » comporte 86 places au premier rang et 94 places au deuxième rang. Chaque rang suivant comporte 8 places de plus que le précédent.

1. Calculer le nombre de places aux troisième, quatrième et cinquième rangs.

2. Cette situation se traduit par une suite de nombres dont le premier terme est noté u_1, le deuxième u_2,
le terme de rang n u_n … .

a. Préciser la nature et la raison de cette suite.

b. Calculer le nombre de places au 23e rang.

24 Changement climatique ✪ ✪

Sur le littoral Français, les modifications du climat, dues au réchauffement climatique, entraînent un recul des terres par érosion. Le recul moyen a été estimé par endroits à 4 m par an.

La maison de M. Hervé est située à 115 m de la plage.

Son fils calcule le nombre d'années qu'il reste avant que leur maison soit attaquée par la marée.
La première année la mer est à 115 m de la maison, la deuxième année à 111 m, puis 107 m, puis 103 m et ainsi de suite.
On considère la suite de nombres : 115 ; 111 ; 107 ; 103.

1. Montrer que cette suite de nombres est une suite arithmétique. Préciser sa raison.

2. On admet que la distance entre la maison et la mer est donnée par les termes d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 115$ et de raison $r = -4$.
Déterminer la relation entre u_n ; u_1 et n.

3. Indiquer la distance entre la maison et la mer la 15e année.

4. Déterminer le rang de l'année où la maison sera à 3 m de la plage.

25 Salaire évolutif ✪ ✪

Pour son premier emploi, Arsène, titulaire d'un Bac Pro, est embauché par l'entreprise Delta-Usinage.
L'entreprise lui propose un salaire annuel net de 18 260 € et une augmentation annuelle de 760 €.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-salaire

1. Les salaires annuels d'Arsène forment une suite arithmétique de 1er terme 18 260 et de raison 760. Ouvrir le fichier « salaire » pour afficher le tableau des différents termes de la suite et le compléter.

2. Déterminer le salaire annuel pour les 15 prochaines années.

3. Représenter graphiquement la suite (u_n) à l'aide de l'assistant graphique.

TUTO
Programmer une suite arithmétique avec un tableur
→ lienmini.fr/10491-tuto3

26 Évolution de la population ✪

La population d'une ville augmente régulièrement de 950 habitants par an.

Lors du dernier recensement, il y a un an, la population était de 45 250 habitants.

1. Prévoir la population de cette année et de l'année prochaine.

2. Exprimer le nombre d'habitants en fonction du nombre n d'années écoulées depuis le dernier recensement.

3. Déterminer la population prévue dans 20 ans.

27 Fabrication de lustres ✪✪

Depuis cinq ans, un fabricant de luminaires produit des lustres à LED, à faible consommation d'énergie.
La première année, il a produit 2500 lustres. Il constate que sa production augmente de 750 unités par an.
On note u_1 le nombre de lustres produits la 1re année et u_n la production après la ne année.

1. Déterminer u_1. Calculer u_2, u_3, u_4, u_5.

2. La suite dont u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 sont les termes consécutifs, est-elle une suite arithmétique ? Calculer sa raison.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

4. Si l'évolution de la production reste la même, calculer le nombre de lustres produits la 10e année.

5. En déduire le nombre total de lustres qui seraient produits en 10 ans.

28 Internet très haut débit ✪

Un nouveau fournisseur d'accès à internet par fibre optique a enregistré 2800 abonnements le mois de son lancement et prévoit une augmentation mensuelle de 500 abonnements pendant trois ans.

1. Déterminer à l'aide d'un tableur l'évolution du nombre des ventes mensuelles d'abonnements sur les dix ans.

2. Représenter graphiquement cette suite de nombres.

> **Rappel :**
> *La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est :*
> $$S = \frac{n \times (u_1 + u_n)}{2}.$$

29 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Renouvellement du Stock

L'usine Inox-Top est spécialisée dans la fabrication de réservoirs en acier inoxydable pour l'industrie pharmaceutique.
Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la masse en stock des tôles d'acier pendant les cinq premiers jours de la période d'utilisation du stock.

De combien de jours dispose l'usine avant de renouveler son stock ?

1. Réservoirs pharmaceutiques

Jour	1	2	3	4	5
Masse en tonnes	250	235	220	205	190

3. Évolution de la masse de tôles d'acier

L'usine dispose d'un stock de 250 tonnes de tôles d'acier.
Le renouvellement du stock se fait lorsque celui-ci atteint 36 tonnes.

2. Gestion du stock de tôles d'acier

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Reconnaître les premiers termes d'une suite arithmétique. Calculer un terme de rang donné. Réaliser une représentation graphique du nuage de points $(n\ ;\ u_n)$		
Connaissances	Suites arithmétiques Définition d'un terme Expression du terme de rang n		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	3 ; 4 ; 5	
	Analyser, Raisonner	2	
	Communiquer	6	
			/10

Situation

Ludovic souhaite acheter un PC portable d'une valeur de 850 €.
Au début du mois de janvier 2020 il ne disposait que de 135 €, mais grâce à des économies, cette somme évolue régulièrement au début de chaque mois selon le tableau ci-dessous.
Combien de mois Ludovic devra-t-il attendre pour pouvoir acheter son PC ?

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril
Somme disponible	135	218	301	384

On note u_n la somme disponible au début de chaque mois.

1. Montrer que la suite des sommes disponibles est arithmétique.

$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = 83$. La différence entre 2 termes consécutifs est constante.

2. Préciser son premier terme et sa raison.

$u_1 = 135$ $r = 83$.

3. Calculer la valeur de u_8 en utilisant la relation: $u_n = u_1 + (n - 1)\ r$.

$u_8 = 135 + (8 - 1) \times 83$ $u_8 = 716$.

4. Ouvrir le fichier « PC » pour afficher le tableau ci-dessous et le compléter.

	A	B
1	Mois	Somme disponible
2	n	u_n
3	1	135
4	2	218
5	3	

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-PC

5. Représenter cette suite à l'aide de l'assistant graphique.

6. Indiquer à Ludovic le mois où il pourra acheter son PC :

Le mois d'octobre.

4 Chapitre

Résolution graphique d'équations et d'inéquations

Vous allez apprendre à…

- ✔ Résoudre graphiquement des équations de la forme $f(x) = g(x)$
- ✔ Résoudre graphiquement des inéquations de la forme $f(x) > g(x)$

Pour l'enseignant

→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

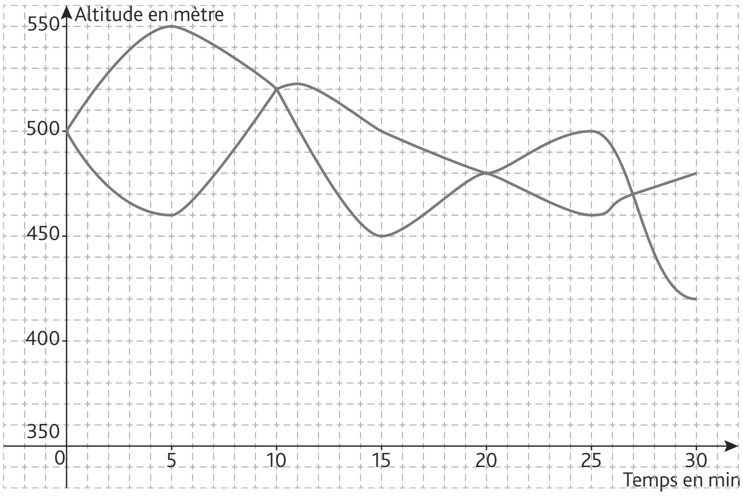
INVESTIGATION Vol en parapente

Élias et Jimmy sont des adeptes du vol en parapente. Ils se sont lancé un défi : celui qui aura le plus grand temps de vol à une altitude supérieure à l'autre aura gagné.
La courbe verte ci-dessous représente l'altitude d'Élias et la rouge celle de Jimmy.

1. Parapente au départ

Vent : Sud Sud-Ouest
Vitesse du vent : 35 km/h
Pression atmosphérique : 1013 hPa

2. Bulletin météo



3. Courbe représentant l'altitude en fonction du temps

Qui de Élias ou de Jimmy a gagné le défi ?

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Il faut utiliser le graphique et lire les abscisses des points d'intersection.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Les abscisses des points d'intersections sont x = 0, 10, 20 et 27

Temps où l'altitude d'Élias est supérieure à celle de Jimmy : 10 + 7 = 17 minutes

Temps où l'altitude de Jimmy est supérieure à celle d'Élias : 10 + 3 = 13 minutes

3 Rédiger la solution

C'est Élias qui a gagné car il passe 17 minutes avec une altitude supérieure à celle de Jimmy contre 13 minutes pour Jimmy.

1 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$

Activité 1 Quel est le seuil de rentabilité d'une entreprise ?

Karim, jeune diplômé, veut créer son entreprise. Il envisage de lancer une nouvelle gamme de chaises longues. Karim souhaite connaître le nombre d'articles que son entreprise devra vendre afin de dégager des bénéfices.

Le coût de mise sur le marché est composé du coût de fabrication et du coût de distribution qui dépendent de la quantité d'articles fabriqués.
Ce coût se calcule par la relation $f(x) = 1{,}5x^2 + x + 300$, avec x appartenant à l'intervalle $[0 ; 35]$.
Le prix de vente est fixé à 50 € par article.
Il est modélisé par $g(x) = 50x$.

S'approprier

1. Indiquer s'il y a perte ou bénéfice pour les nombres d'articles suivants :

1 article $f(1) = 302{,}50$ $g(1) = 50$ Il y a perte

10 articles $f(10) = 460$ $g(10) = 500$ Il y a bénéfice

30 articles $f(30) = 1\,680$ $g(30) = 1\,500$ Il y a perte

> *L'entreprise dégage un bénéfice lorsque le prix de vente est supérieur au coût de mise sur le marché.*

Réaliser

2. Utiliser la calculatrice et tracer la représentation graphique des fonctions f et g en utilisant la fenêtre d'affichage indiquée ci-dessous.

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto4

3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes représentant f et g en utilisant la touche Trace de la calculatrice.

1[er] point d'intersection :
$x = 8{,}16$ et $y = 408{,}08$

2[e] point d'intersection :
$x = 24{,}5$ et $y = 1\,225{,}25$

> *Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersections des deux courbes représentant f et g.*

Analyser Raisonner

4. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

$x_1 = 8{,}16$ et $x_2 = 24{,}5$

Communiquer

5. Combien d'articles l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un bénéfice ?

L'entreprise doit vendre entre 9 et 25 articles.

➔ ***Les fonctions f et g sont égales lorsque $f(x) = g(x)$***

2 Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) > g(x)$

Activité 2 **Quel est le coût d'une conférence téléphonique ?**

Une société de production de contacteurs électriques possède plusieurs usines en France.
Afin d'éviter des transports répétitifs, la direction envisage de faire travailler ses ingénieurs en téléconférence.
Elle demande à Luc, stagiaire au service des ressources humaines, de comparer les tarifs de deux sociétés de conférences téléphoniques :

– la **société A** dont le coût à la minute par participant est donné par la relation $f(x) = \dfrac{-80}{x+10} + 10$;

– la **société B** dont le coût à la minute par participant est donné par la relation $g(x) = 0{,}03\,x + 4$.
x est la durée de la conférence en minutes et appartient à l'intervalle [0 ; 200].

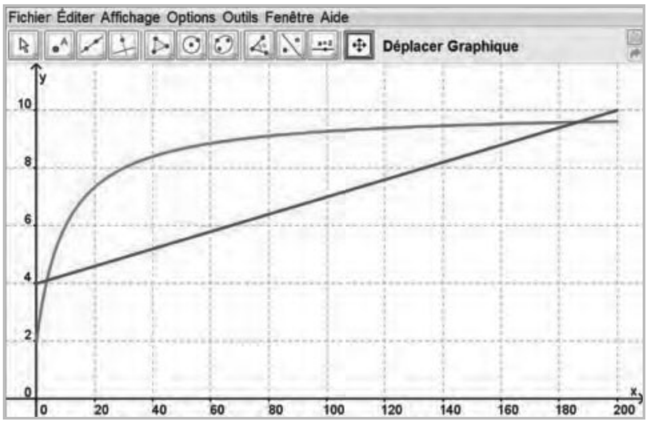
Luc veut savoir quel est le tarif le plus intéressant sachant que la durée moyenne des conférences est de 80 minutes.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-conference

Réaliser

A. Utilisation d'un logiciel

1. Ouvrir le fichier « conference » où se trouve la représentation graphique de la fonction f. Tracer sur la grille repère la représentation graphique de la fonction g.



2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ en lisant les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.

(3,58 ; 4,11) et (186,42 ; 9,59).

Communiquer

3. Interpréter ces coordonnées.

Pour 3,58 min de communication, le coût des deux tarifs est de 4,11 € par participant.

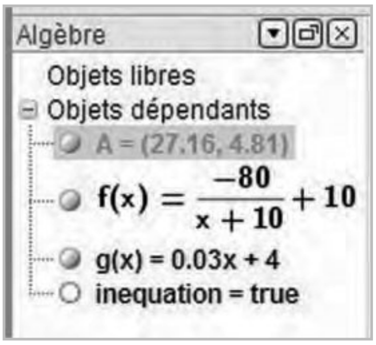
Pour 186,42 min de communication, le coût pour les deux tarifs est de 9,59 € par participant.

Réaliser

4. Avec l'icône Nouveau point, placer un point A sur la droite représentant la fonction g.
Dans la partie Saisie, écrire : inequation=f(x(A))>g(x(A)) puis faire Entrée.

a. Déplacer le point A sur la droite et indiquer pour quel intervalle l'inéquation $f(x) > g(x)$ est vérifiée.

$f(x) > g(x)$ est vérifiée pour x appartenant à l'intervalle]3,58 ; 186,42[.



Communiquer

b. En déduire à quel intervalle appartient x si $f(x) \leqslant g(x)$.

$f(x) \leqslant g(x)$ pour x appartenant aux intervalles [0 ; 3,58] et [186,42 ; 200].

2 Résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) > g(x)$ (*suite*)

B. Utilisation de la calculatrice

1. Dans le menu GRAPH de la calculatrice, entrer f et g.

Y1 = -80/(X+10)+10. Y2 = 0.03X+4.

2. Définir la fenêtre d'affichage pour visualiser les deux courbes comme indiqué ci-contre.

3. Résoudre $f(x) = g(x)$ avec la méthode suivante.

MÉTHODE

➔ Résoudre $f(x) = g(x)$ à la calculatrice

Démarche	CASIO	TEXAS
• Les courbes étant affichées à l'écran, effectuer les opérations suivantes.	SHIFT, G-Solv, ISCT	
• Lire les coordonnées du premier point d'intersection.	Les coordonnées de la première intersection s'affichent.	Appuyer sur 2nde, Trace, sélectionner 5 :intersect, entrer Courbe 1 ? entrer Courbe 2 ? entrer Valeur init ? 1 entrer
• Lire les coordonnées du deuxième point d'intersection.	Appuyer sur la touche droite du pavé fléché.	Refaire la procédure précédente puis Valeur init ? 200 entrer

1^er^ point d'intersection : $x = 3{,}58$. $y = 4{,}10$.

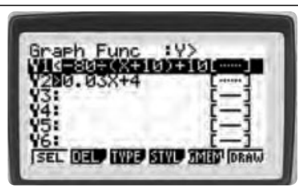
2^e^ point d'intersection : $x = 186{,}42$. $y = 9{,}59$.

TUTO
Résoudre $f(x) = g(x)$ à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto7

4. Résoudre $f(x) > g(x)$ avec la méthode suivante.

MÉTHODE

➔ Griser la zone pour laquelle $f(x) > g(x)$ à la calculatrice

Démarche	CASIO
• Effacer les équations Y1 et Y2. • Écrire les inéquations.	Sélectionner TYPE puis Y< Saisir : -80/(X+10)+10 Sélectionner TYPE puis Y> Saisir 0.03X+4 
• Afficher le graphique.	DRAW

5. Compléter : $f(x) > g(x)$ pour l'intervalle : $]3{,}58 ; 186{,}42[$.

C. Choix de la société de conférence téléphonique

Quelle est la société que Luc va choisir pour les conférences téléphoniques ?

C'est la société B qui sera choisie car, pour un large temps de communication, 80 min en moyenne, le tarif de la société A est supérieur à celui de la société B : $f(x) > g(x)$ de 3,58 min à 186,36 min.

➔ ***Une fonction f est supérieure à une fonction g si la courbe représentative de f est au-dessus de la courbe représentative de g.***

Bilan

A. Résolution graphique d'une équation $f(x) = g(x)$

- Les fonctions f et g ont respectivement pour courbes représentatives C_f et C_g.
- Les fonctions f et g sont égales si $f(x) = g(x)$. Les solutions de cette équation sont les abscisses des points d'intersections des courbes C_f et C_g.

MÉTHODE Exercices 8 et 9

Résoudre graphiquement $f(x)= g(x)$

Soient les fonctions $f(x) = x + 2$ et $g(x) = x^2$ définies sur l'intervalle [– 2 ; 2].

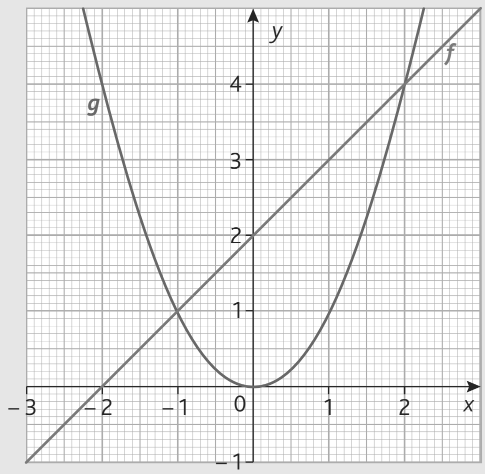
Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = g(x)$.

Démarche

- Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.
- Résoudre $f(x) = g(x)$ (rechercher les abscisses des points d'intersection des deux courbes)

Solution

- Les deux courbes se coupent en deux points.
  Les solutions sont : $x = –1$ et $x = 2$



B. Résolution graphique d'une inéquation $f(x) \geqslant g(x)$

- Les fonctions f et g ont respectivement pour courbes représentatives C_f et C_g.
- La fonction f est supérieure ou égale à la fonction g si $f(x) \geqslant g(x)$. Les solutions de cette inéquation sont les abscisses de tous les points de la courbe C_f qui ont une ordonnée supérieure ou égale aux points de la courbe C_g pour les mêmes abscisses.

MÉTHODE Exercices 5 à 7

Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant g(x)$

Soient les fonctions $f(x) = – x^2 – 2x + 1$ et $g(x) = x^2 + 2x + 1$ définies sur l'intervalle [– 3 ; 1].

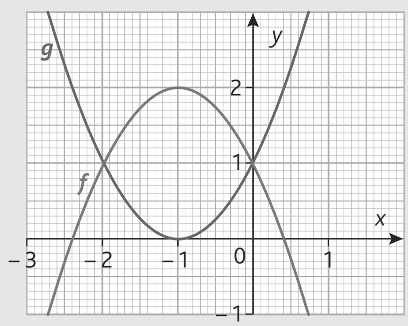
Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles $f(x) \geqslant g(x)$.

Démarche

- Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g.
- Résoudre $f(x) \geqslant g(x)$ (rechercher tous les points de la courbe C_f situés au-dessus de ceux de C_g)

Solution

- Les solutions sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus de C_g.
- Les solutions de $f(x) \geqslant g(x)$ sont les nombres de l'intervalle [– 2 ; 0].

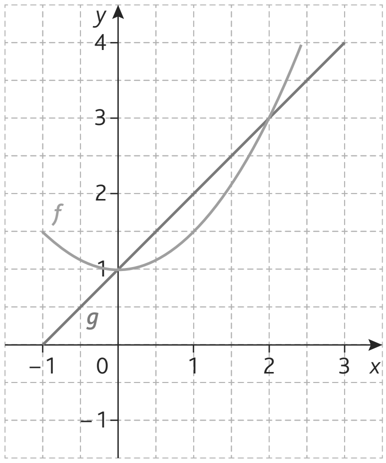


Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

On considère deux fonctions f et g dont les représentations graphiques sont données ci-contre.



a. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

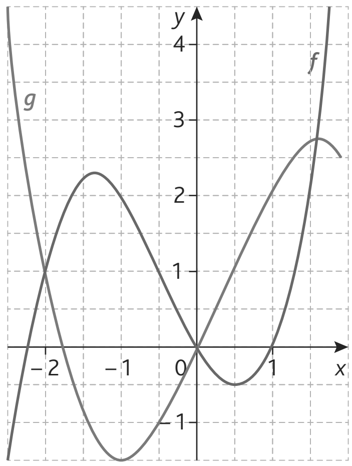
☐ $x = 1$ et $x = 3$ ☑ $x = 0$ et $x = 2$ ☐ $x = -1$ et $x = 2$

b. Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant g(x)$.

☐ $]0\,;2[$ ☐ $[1\,;3]$ ☑ $[0\,;2]$

2 Résoudre graphiquement $f(x) > g(x)$

On considère deux fonctions f et g dont les représentations graphiques sont données ci-contre.



a. Parmi les inégalités suivantes, indiquez celles qui sont vraies.

☑ $f(-1) > g(-1)$ ☑ $f(1) < g(1)$ ☐ $f(0,5) > g(0,5)$

b. Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant g(x)$.

☐ $]-2\,;0[$ ☑ $[-2\,;0]$ ☐ $[0\,;1,5]$

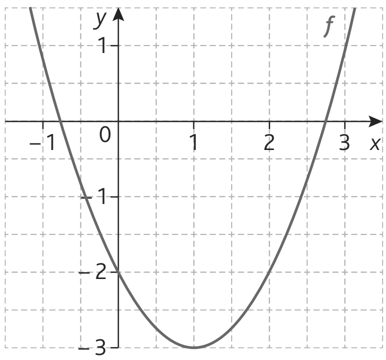
Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM4

3 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

Fiche méthode p. 138

On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre.



1. Résoudre $f(x) = 1$ les solutions sont $x = -1$ et $x = 3$
2. Résoudre $f(x) = -4$ Pas de solution
3. Résoudre $f(x) = -3$ la solution est $x = 1$

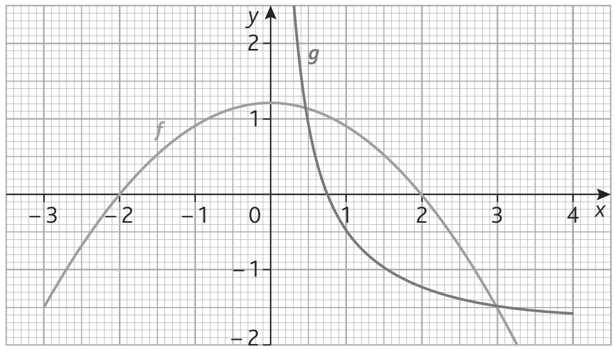
4 Résoudre une inéquation du premier degré

Fiche méthode p. 137

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x - 3 < -2$ $x < 1$
2. $2x + 1 > 5$ $x > 2$

5 Deux fonctions f et g sont représentées ci-contre.



1. Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant 0$.

$f(x) \geqslant 0$ pour $-2 \leqslant x \leqslant 2$.

2. Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant g(x)$.

$f(x) \geqslant g(x)$ pour $0{,}5 \leqslant x \leqslant 3$.

6 **1.** En utilisant la calculatrice, tracer la parabole d'équation $y = x^2$ et la droite d'équation $y = 2x - 1$.

2. Résoudre graphiquement l'inéquation : $x^2 \geqslant 2x - 1$.

$x^2 \geqslant 2x - 1$ pour toutes les valeurs de x.

7 La fonction f est définie par $f(x) = \dfrac{3}{x}$.

1. En utilisant le mode TABLE de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-contre.

x	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$	6	3	2	1,5	1

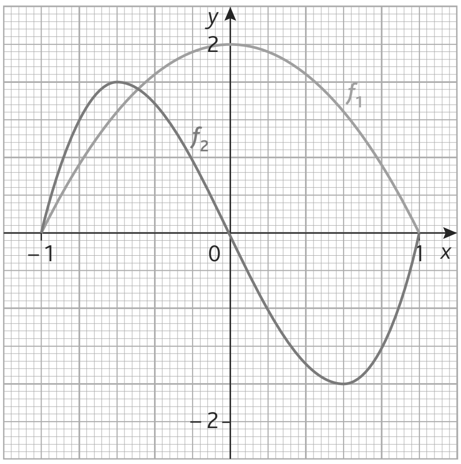
2. Représenter graphiquement f sur l'intervalle [0,5 ; 3] en utilisant le mode GRAPH de la calculatrice.

3. Sur le même écran, représenter la fonction g telle que $g(x) = 3x$.

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $\dfrac{3}{x} \leqslant 3x$.

L'inéquation est vérifiée pour $x \geqslant 1$

8 Les fonctions f_1 et f_2 sont définies sur l'intervalle [-1 ; 1] par les courbes ci-dessous.



1. Résoudre les équations suivantes :

$f_1(x) = 0$ $x = -1$ et $x = 1$

$f_2(x) = 0$ $x = -1$; $x = 0$ et $x = 1$

$f_1(x) = f_2(x)$ $x = -1$; $x = -0{,}5$ et $x = 1$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

$f_1(x) \geqslant 0$ Les solutions appartiennent à l'intervalle [–1 ; 1]

$f_2(x) > 0$ Les solutions appartiennent à l'intervalle]–1 ; 0[

$f_1(x) > f_2(x)$ Les solutions appartiennent à l'intervalle]–0,5 ; 1[

9 Les fonctions f et g définies par $f(x) = 2x^3$ et $g(x) = 2x + 1$ sont représentées ci-contre.

On note x la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

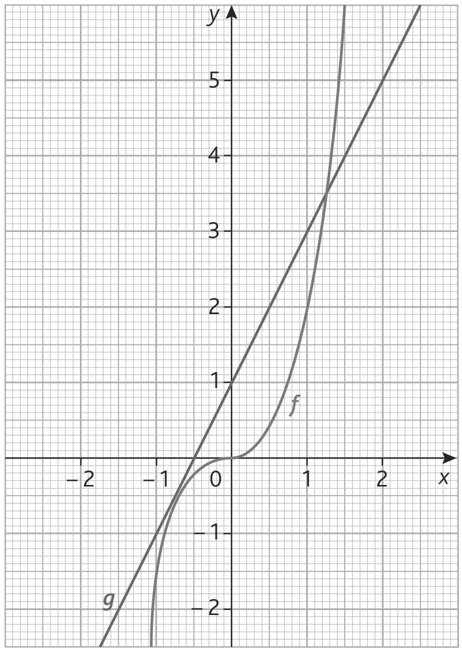
1. Déterminer par lecture graphique un encadrement par deux nombres entiers de la valeur de x.

$1 < x < 2$

2. La fonction f est-elle supérieure ou inférieure à la fonction g sur l'intervalle $[0 ; x]$?

La fonction f est inférieure à la fonction g

$f < g$



Utiliser l'algorithmique et la programmation

10 Une approximation de la valeur x de la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est déterminée à l'aide d'un algorithme par balayage. Les fonctions f et g sont celles de l'exercice précédent.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-equation-fonctions

1. On considère l'algorithme et le script Python ci-dessous.

Définir la fonction $f(x)$
Définir la fonction $g(x)$

$x \leftarrow 1$
Répéter Tant que $f(x) < g(x)$:
    $x \leftarrow x + 0{,}1$
Fin de Tant que
Afficher x

```
def f(x):
    y=2*x**3
    return y
def g(x):
    y=2*x+1
    return y
x=1
while f(x)<g(x):
        x=x+0.1
print("la solution est x=",x)
```

2. Expliquer le rôle de la boucle « Tant que »

Tant que les valeurs de $f(x)$ sont inférieures à celles de $g(x)$, x augmente de 0,1 à chaque répétition pour effectuer le calcul de $f(x)$ et de $g(x)$.

! *L'instruction `while` condition répète le traitement suivant tant que la condition n'est pas réalisée.*

3. Ouvrir le fichier « equation-fonctions ». Exécuter le programme et donner la valeur de x.

$x = 1{,}2$

4. Que faut-il modifier à l'algorithme pour avoir une valeur plus précise de la solution de l'équation $f(x) = g(x)$?

Il faut modifier le pas et le remplacer par 0,01 puis 0,001 , etc.

5. Modifier le programme afin d'obtenir une valeur de x avec une précision de cinq chiffres après la virgule. Donner la valeur obtenue.

$x = 1{,}19149$

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

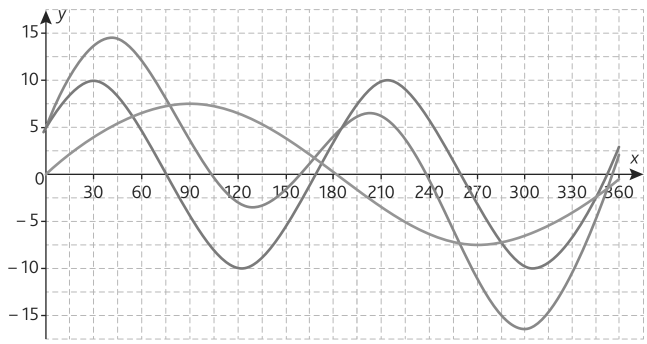
Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

11 L'équation du temps ✪

Les promeneurs qui déambulent le long du lac Léman à Genève peuvent voir le cadran ci-dessous qui montre la courbe de l'équation du temps.

L'équation du temps permet la correction de l'heure GMT due aux irrégularités du mouvement de la terre qui varie entre +14 min et –16 min par an. Le graphique ci-dessous montre différentes courbes des corrections en minutes en fonction des jours de l'année.

– La courbe rouge, représentant la fonction f, est l'obliquité due à l'inclinaison de l'axe de la terre.
– la courbe bleue, représentant la fonction g, est l'ellipticité due à l'excentricité de l'orbite de la terre.
– la courbe verte, représentant la fonction h, est l'équation du temps, somme de l'obliquité et de l'ellipticité.



1. Ouvrir le fichier « temps » pour afficher les 3 courbes et résoudre l'équation $h(x) = 0$. En déduire le jour de l'année où il n'est pas nécessaire de faire de correction pour connaître l'heure solaire vraie.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-temps

2. Résoudre $f(x) = g(x)$. En déduire le jour de l'année où les corrections des courbes rouge et bleue sont identiques.

Méthode p. 51

12 Nombre de repas ✪ ✪ ✪

Rachid a ouvert un restaurant depuis peu de temps.
Il veut connaître le nombre de repas qu'il doit servir pour que son établissement soit rentable.
Le montant des charges journalières par repas (salaires, électricité…) est donné par la fonction f telle que :

$$f(x) = \frac{558}{x} \text{ sur l'intervalle } [7 ; 90].$$

x représente le nombre de repas.

Le prix de vente d'un repas est modélisé par la fonction g telle que : $g(x) = -0{,}4x + 40$ sur l'intervalle [7 ; 90].

1. Donner le sens de variation de la fonction f. Justifier.

2. Donner le sens de variation de la fonction g. Justifier.

3. Tracer la représentation graphique des fonctions f et g à la calculatrice en utilisant le menu GRAPH.

4. Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = g(x)$.

5. Résoudre graphiquement $f(x) < g(x)$.

6. Indiquer combien de repas le restaurateur doit servir par jour pour que le restaurant soit rentable.

7. La différence $g(x) - f(x)$ représente le bénéfice du restaurant. Recopier et compléter le tableau suivant.

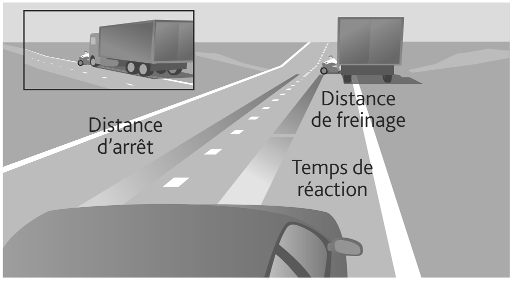
x	7	10	20	40	60	90
$g(x) - f(x)$						

8. Déterminer le nombre de repas permettant d'obtenir le bénéfice maximum.

TUTO
Résoudre $f(x) = g(x)$ à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto7

13 Distance d'arrêt d'un véhicule ✪✪

Morgane passe son permis et apprend le code de la route. Elle compare le calcul de la distance d'arrêt indiquée dans le manuel de code avec un exercice que son professeur de mathématiques a demandé de faire.



1re méthode

Elle figure dans le manuel de code. La distance est approximativement obtenue en multipliant, par lui-même, le chiffre des dizaines de la vitesse.
Par exemple, sur sol sec, dans des conditions normales à 90 km/h la distance d'arrêt est d'environ 9 × 9 soit 81 mètres.

1. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la distance d'arrêt D en fonction de la vitesse v.

v (km/h)	0	30	60	90	120	130
D (m)						

2. On note $f(x)$ la distance en mètres et x la vitesse en kilomètres par heure, en déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

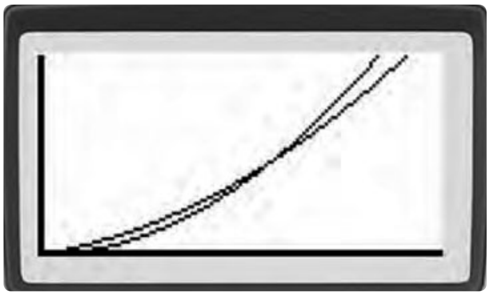
2e méthode

C'est une méthode scientifique qui modélise la distance d'arrêt en mètres par la fonction g telle que :
$g(x) = 0{,}006x^2 + 0{,}3x$. x est la vitesse en km/h.
À partir du MENU TABLE de la calculatrice, recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	30	60	90	120	130
$g(x)$						

Comparaison des deux méthodes

3. Utiliser le MENU GRAPH de la calculatrice et entrer les expressions $f(x)$ et $g(x)$.
Choisir la fenêtre d'affichage pour obtenir le graphique suivant.



4. Pour quelles valeurs de la vitesse, les deux méthodes donnent-elles la même distance d'arrêt ?

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto4

5. Entrer l'expression $g(x) - f(x)$ et tracer sa représentation graphique en utilisant comme fenêtre d'affichage :
Xmin = 0 ; Xmax = 130 ; Ymin = 0 ; Ymax = 20.

6. Pour quelle vitesse y a-t-il le plus grand écart entre les deux méthodes ?

14 Rentabilité d'une production ✪✪

Une entreprise fabrique des canapés. Son coût de production f est donné par la relation :

$$f(x) = 2x^2 - 40x + 500$$

Le prix de vente g de ces canapés est donné par la relation :

$$g(x) = 10x + 300$$

x représente le nombre de canapés vendus.

1. Tracer à la calculatrice les courbes représentatives de ces deux fonctions en utilisant la fenêtre ci-dessous.
($x_{min} = 0$ $x_{max} = 30$ $y_{min} = 0$ $y_{max} = 1\,000$)

2. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

3. En déduire pour quels nombres de canapés vendus la production est rentable.

> **!** *La production est rentable si le coût de production est inférieur au prix de vente*

15 Coût de la maintenance ✪✪

Le service maintenance d'une chaîne de production de bouteilles en plastique étudie le coût de défaillance du fonctionnement de cette chaîne.
Le service compare, en fonction du nombre x d'heures de maintenance journalière, le coût d'arrêt de la production avec le coût des opérations de maintenance.
Le coût d'arrêt de production est modélisé par la fonction f, exprimée par :

$$f(x) = \frac{2\,500}{x} \text{ sur l'intervalle } [1\,;\,10].$$

Le coût des opérations de maintenance est modélisé par la fonction g, exprimée par :

$$g(x) = 200x + 100 \text{ sur l'intervalle } [1\,;\,10].$$

1. Utiliser la calculatrice pour tracer ces deux fonctions en utilisant le menu GRAPH.

2. Résoudre avec la calculatrice $f(x) = g(x)$.

3. Pour quel temps de maintenance le coût d'arrêt est-il supérieur au coût de maintenance, ce qui correspond à $f(x) > g(x)$?

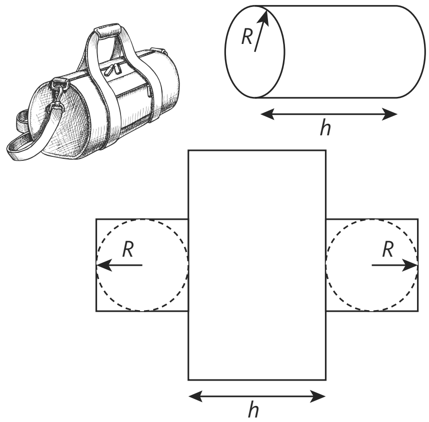
4. Le coût total de la maintenance correspond à la somme $f(x) + g(x)$. Tracer cette somme à la calculatrice.

5. Établir le tableau de variations de la fonction $f + g$.

6. En déduire le nombre d'heures de maintenance correspondant au minimum du coût total de la maintenance.

16 Fabrication d'un sac ✪

Un maroquinier souhaite réaliser un sac. Le bureau d'études s'intéresse à la surface de cuir utilisée pour sa fabrication.



Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-sac

Le sac est assimilé à un cylindre de 30 cm de hauteur. Le maroquinier voudrait que l'aire totale de cuir utilisé ne dépasse pas 3 000 cm^2.
Cette aire est donnée par la relation $S = 8R^2 + 2\pi Rh$.
Montrer que, pour une aire de 3 000 cm^2, la relation précédente peut s'écrire sous la forme :
$8x^2 = -188{,}4x + 3\,000$ avec $\pi = 3{,}14$ et x le rayon du sac.

1. Ouvrir le fichier GeoGebra « sac » et écrire dans Saisie $f(x) = 8x^2$ puis $g(x) = -188{,}4x + 3\,000$.

2. En utilisant l'outil Intersection résoudre $f(x) = g(x)$

3. En déduire le rayon du sac arrondi au cm.

TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto5

17 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Gestion des stocks

Pour le stockage de ses céréales, Léo, jeune agriculteur, compare les devis de deux coopératives agricoles. Les coopératives lui communiquent le coût mensuel de stockage C en euros en fonction du nombre de tonnes x de céréales stockées.

1. Stockage des céréales

2. Coopérative « céréale stock »

Capital social : 30 k€
Coût mensuel de stockage :
$C_A(x) = 0{,}02x^2 + 500$

3. Coopérative « les silos »

Capital social : 23 k€
Coût mensuel de stockage :
$C_B(x) = 0{,}03x^2 + 200$

Selon les années, la production de céréales de Léo varie entre 100 et 300 tonnes.

4. Production de Léo

De combien de jours dispose l'usine avant de renouveler son stock ?

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Résoudre à l'aide d'un outil numérique des équations de la forme $f(x) = g(x)$ Résoudre à l'aide d'un outil numérique des inéquations de la forme $f(x) > g(x)$		
Connaissances	Résolution graphique d'inéquations de la forme $f(x) > g(x)$.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Analyser, Raisonner	4 ; 5	
	Réaliser	2 ; 3	
	Communiquer	6	
			/10

Situation

Le responsable d'une petite entreprise propose à ses deux employés Maeva et Erwan une augmentation de salaire net suivant deux modes de calcul.

- **Option A** : une augmentation de 3 % au 1er janvier de chaque année correspondant au tableau suivant.

Nombre d'années depuis le 1er janvier 2020	0	2	6	10	12	16
Salaire en centaine d'euros	11,50	12,20	13,73	15,45	16,39	18,45

- **Option B** : une augmentation fixe de 43 € chaque 1er janvier.

Au 1er janvier 2020, le salaire net de Maeva et d'Erwan est de 1 150 €. Maeva choisit l'option A et Erwan choisit l'option B.

Maeva et Erwan veulent savoir qui aura le salaire le plus élevé dans les années à venir.

1. Le salaire d'Erwan est modélisé par la fonction f. Montrer que l'expression de f peut s'écrire $f(x) = 11{,}5 + 0{,}43\,x$ avec $f(x)$ en centaines d'euros et x en années.

Le salaire en 2020 est de 1 150 € avec une augmentation de 43 € par an.

En centaines d'euros, on divise par 100 : $f(x) = 11{,}5 + 0{,}43\,x$

2. Ouvrir le fichier « tab-salaires » pour afficher le tableau ci-contre.

a. Pour l'option A, sélectionner les valeurs du tableau et créer une liste de points. Saisir AjustPoly[liste1,2] puis faire Entrer.

b. Pour l'option B, tracer la droite d'équation $y = 11{,}5 + 0{,}43x$.

3. Déterminer graphiquement, en utilisant l'icône Intersection les coordonnées des points d'intersection des représentations des deux options.

(0 ; 11,50) et (15,38 ; 18,11).

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-tab-salaires

4. En déduire l'année où le salaire de Maeva sera égal à celui d'Erwan.

Les salaires sont égaux en 2020 et 2036

5. En déduire les années où Erwan a un salaire supérieur à celui de Maeva.

Erwan a un salaire supérieur à Maeva pour les années allant de 2020 à 2036.

6. Quelle est la formule la plus intéressante à long terme ?

À long terme, la formule A est la plus intéressante, c'est Maeva qui aura le salaire le plus élevé mais il faut attendre 16 ans.

Chapitre 5

Fonctions polynômes de degré 2

Vous allez apprendre à…

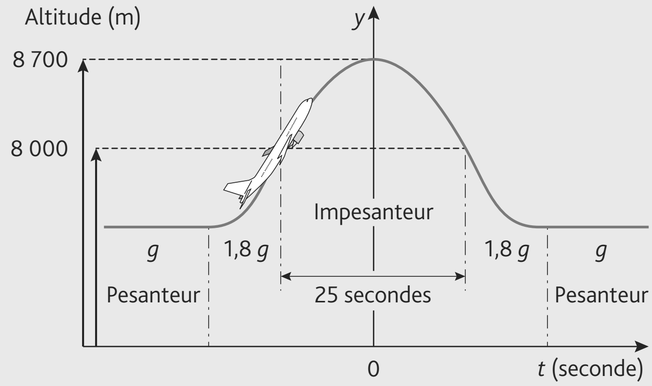
- ✔ Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$ où f est une fonction polynôme de degré 2.
- ✔ Factoriser un polynôme de degré 2.
- ✔ Donner l'allure de la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 donnée sous forme factorisée.
- ✔ Déterminer les racines et le signe d'un polynôme de degré 2.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

INVESTIGATION Vol parabolique

Marty souhaite réaliser un vol parabolique à bord d'un Airbus A300 ZERO-G.
Il voudrait connaître la trajectoire que suit l'avion durant la phase d'impesanteur.

L'**Airbus A300 ZERO-G** (pour gravité zéro) du CNES est un avion aménagé pour effectuer des vols paraboliques. L'avion impose à ses occupants des séquences répétées : d'hypergravité, de microgravité et de gravité normale.



2. Données sur le site Internet « Airzerog »

1. Vol en impesanteur

La parabole représentant le vol a pour équation $y = at^2 + b$

4. Donnée mathématique

Pendant la phase de microgravité, l'avion effectue un vol parabolique.
La parabole représentant l'altitude en fonction du temps passe par les points :
A (0 ; 8 700), B (– 12,5 ; 8 000), C (12,5 ; 8 000).

3. Caractéristiques du vol en impesanteur

Par quelle fonction Marty peut-il modéliser la parabole décrite par l'avion ?

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

La représentation graphique de la forme parabolique $f(t) = at^2 + b$ passe par les points dont les coordonnées sont dans le tableau ci-contre :

t	– 12,5	0	12,5
$f(t)$	8 000	8 700	8 000

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

- La fonction est de type : $f(t) = at^2 + b$
- La valeur du coefficient b de $f(t)$ $\quad f(0) = 8\,700 = b \quad b = 8\,700$
- La valeur du coefficient a $\quad 156{,}25a + 8\,700 = 8\,000 \quad 156{,}25a = -700 \quad a = -4{,}48$

3 Rédiger la solution

La fonction modélisant la forme parabolique du vol a pour expression : $f(t) = -4{,}48\,t^2 + 8\,700$

1 Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Activité 1 **Quelle inclinaison pour des panneaux solaires ?**

Pour l'arrosage d'une partie de son exploitation agricole, Sylvain utilise l'eau de son puits, captée par une pompe hydraulique. Cette pompe est alimentée en énergie grâce à des panneaux solaires et consomme 2 000 kWh par an. La quantité d'énergie, E en kWh, reçue annuellement par les capteurs solaires installés sur le site du puits est donnée par la relation : $E = -0{,}2x^2 + 16x + 1\,860$ où x désigne l'inclinaison en degrés par rapport à l'horizontale. On souhaite déterminer les inclinaisons qui permettent de recevoir une quantité d'énergie égale à 2 000 kWh.

S'approprier

1. Calculer, en kWh, la quantité d'énergie reçue pour une inclinaison de 45°.

$E = -0{,}2 \times 45^2 + 16 \times 45 + 1\,860$

$E = 2\,175$ kWh

> **!** *Une fonction polynôme f de degré 2 a pour expression développée $f(x) = ax^2 + bx + c$.*

Analyser Raisonner

2. Montrer que trouver l'inclinaison qui permet de recevoir 2 000 kWh revient à résoudre l'équation : $-0{,}2x^2 + 16x - 140 = 0$.

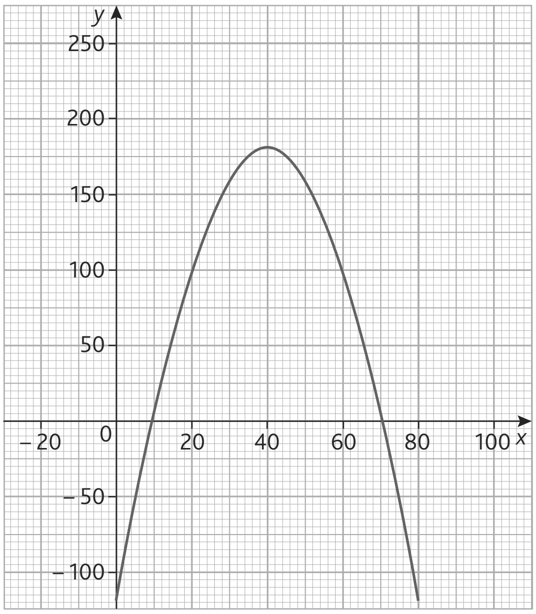
$-0{,}2x^2 + 16x + 1\,860 = 2\,000$

$-0{,}2x^2 + 16x + 1\,860 - 2\,000 = 0$

$-0{,}2x^2 + 16x - 140 = 0$

Réaliser

3. La représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = -0{,}2x^2 + 16x - 140$ est donnée ci-dessous.



MÉTHODE

Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$

- *Tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$*
- *Lire les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe horizontal (suivant le nombre de points d'intersection, l'équation peut avoir : 2, 1 ou 0 solutions)*

> **!** *La courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 est une parabole.*

En suivant la méthode ci-dessus, déterminer les solutions de l'équation : $-0{,}2x^2 + 16x - 140 = 0$

$x_1 = 10 \quad x_2 = 70$

Communiquer

4. En déduire les inclinaisons qui permettent aux capteurs de recevoir 2 000 kWh par an.

Les inclinaisons qui permettent d'avoir 2 000 kWh sont 10° ou 70°.

L'équation $f(x) = 0$ où f est une fonction polynôme de degré 2 est appelée équation du second degré.

2 Factoriser un polynôme de degré 2

Activité 2 Quel est le bénéfice réalisé ?

Léon est un artisan verrier. Il réalise des pièces de collection en verre soufflé et vend toute sa collection en ligne. En analysant le coût de production et le chiffre d'affaires, le comptable détermine le bénéfice obtenu par la vente de x pièces par la relation suivante :
$B(x) = -0,7x^2 + 60,9x - 392$.
$B(x)$ est en euros et $0 \leqslant x \leqslant 80$.

Réaliser

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 80] par :
$f(x) = -0,7x^2 + 60,9x - 392$.
Compléter le tableau suivant :

x	0	10	20	40	80
$f(x)$	– 392	147	546	924	0

Les racines du polynôme de degré 2 $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

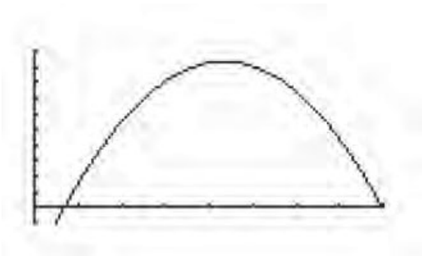
2. Utiliser votre calculatrice pour résoudre $f(x) = 0$.
Deux solutions : $x_1 = 7$ et $x_2 = 80$

TUTO
Résoudre une équation du second degré à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto8

3. À partir de quel nombre de pièces le bénéfice est-il positif ?
À partir de 8 articles

4. En suivant la méthode ci-dessous, factoriser $f(x)$.
$f(x) = -0,7(x-7)(x-80)$

5. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la fonction f.



MÉTHODE
Factoriser un polynôme de degré 2
- *Lire le coefficient a de l'expression développée $f(x) = ax^2 + bx + c$.*
- *Déterminer, si elles existent, les racines x_1 et x_2 de f.*
- *Écrire l'expression factorisée : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$*

Analyser Raisonner

6. Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole obtenue.
$S(43,5 ; 932,6)$

7. Montrer que la fonction f passe par un maximum pour $x_0 = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$.
Le sommet de la parabole correspond au maximum. Le maximum est obtenu pour $x_0 = 43,5$
$\dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{7 + 80}{2} = 43,5$

Communiquer

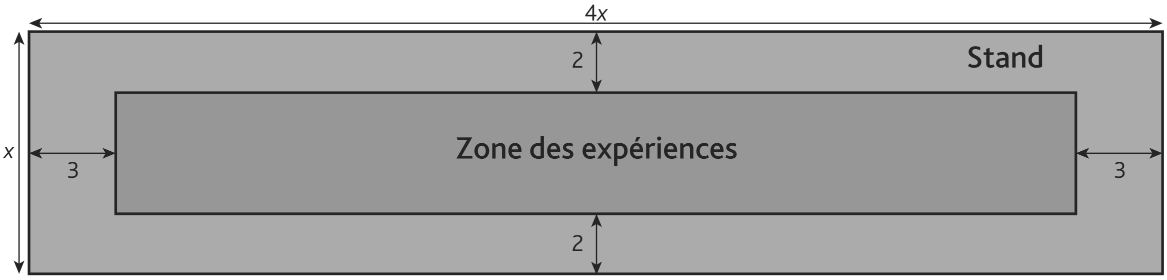
8. En déduire le nombre de pièces à réaliser pour obtenir un bénéfice maximum.
Léon doit réaliser 43 ou 44 pièces pour un bénéfice maximum.

Un polynôme de degré 2 peut s'écrire sous la forme factorisée $a(x - x_1)(x - x_2)$.

3 Donner l'allure de la représentation graphique

Activité 3 **Pourra-t-on circuler autour du stand ?**

Pour leur participation à la fête de la science, les élèves d'une classe de bac pro, en collaboration avec la municipalité de la ville, ont obtenu une place dans un local prêté pour cette manifestation. Les élèves ont besoin d'un emplacement avec une zone « expériences » de 120 m² et d'une zone de circulation pour les visiteurs comme indiqué sur le schéma ci-dessous. La mairie leur demande de respecter la proportion : longueur = quatre fois la largeur.



Les cotes sont en mètres

Les élèves cherchent à déterminer la surface du stand qu'ils doivent demander à la mairie.

S'approprier

1. La longueur de la zone des expériences peut s'exprimer en fonction de x par la relation : $L = 4x - 6$.
Montrer que l'expression $A(x)$ de l'aire de la zone des expériences peut s'écrire :
$A(x) = (4x - 6)(x - 4)$.

La largeur de la zone des expériences en fonction de x : $l = x - 4$ donc $A(x) = (4x - 6)(x - 4)$

Réaliser

2. Ouvrir le fichier « fete ». Sur la feuille de calcul figurent en ligne 1 différentes valeurs de x.
Dans la cellule B2 saisir l'expression =(4*B1-6)*(B1-4) et compléter le tableau de valeurs suivant :

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-fete

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(x)$	24	6	– 4	– 6	0	14	36	66	104	150	204

3. Sélectionner les lignes 1 et 2 du tableur et représenter graphiquement A en fonction de x.

4. Déterminer graphiquement la valeur de x telle que l'aire $A(x)$ de la zone des expériences soit égale à 120 m².

$x = 8{,}35$ m

! *Les racines x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersection de la parabole avec l'axe horizontal. L'axe de symétrie de la parabole a pour équation $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$*

Communiquer

5. En déduire les dimensions nécessaires de la surface du stand.

Longueur du stand = 33,4 m largeur du stand = 8,35 m

6. a. Lire les racines du polynôme $A(x)$.

Deux racines $x_1 = 1{,}5$ et $x_2 = 4$

b. En déduire l'axe de symétrie de la parabole.

L'axe de symétrie a pour équation $x = 2{,}75$

➔ La représentation graphique d'une fonction du second degré est une parabole.

4 Déterminer les racines et le signe d'un polynôme

Activité 4 À quelles heures la concentration en ozone est-elle maximale ?

Des études ont montré qu'au cours d'une journée, entre 9 h et 21 h la concentration en ozone au centre d'une ville peut être modélisée par la relation $f(x) = -0{,}7x^2 + 21x - 86{,}2$ où x représente l'heure, et $f(x)$ la concentration en µg/m³.
L'UE impose comme seuil de protection une concentration en ozone inférieure à 65 µg/m³.
Lors de son stage dans une association qui s'occupe de la qualité de l'air de la ville, Isabelle cherche à déterminer la plage horaire pour laquelle le seuil de protection est dépassé.

S'approprier

A. Étude graphique

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [9 ; 21] par $f(x) = -0{,}7x^2 + 21x - 86{,}2$.
Utiliser GeoGebra pour tracer la représentation graphique de la fonction f.
Dans la partie Saisie, entrer l'expression de la fonction :
y=- 0.7x²+21x–86.2.

2. Saisir de la même manière : y = 65.

3. Déterminer la plage horaire pour laquelle le seuil de protection est dépassé.

Le seuil de protection est dépassé lorsque $f(x) > 65$.

$f(x) > 65$ pour x appartenant à l'intervalle [12 ; 18] soit entre 12 h et 18 h.

Réaliser

B. Étude algébrique

1. Montrer que l'équation $f(x) = 65$ peut s'écrire $-0{,}7x^2 + 21x - 151{,}2 = 0$.

$-0{,}7x^2 + 21x - 86{,}2 = 65$

$-0{,}7x^2 + 21x - 151{,}2 = 0$.

> **!** *Les racines d'un polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ sont les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.*

2. Vérifier que l'expression $-0{,}7x^2 + 21x - 151{,}2$ est la forme développée du polynôme $P(x) = -0{,}7(x - 12)(x - 18)$.

Par développement : $P(x) = -0{,}7(x^2 - 12x - 18x + 216) = -0{,}7x^2 + 21x - 151{,}2$

Communiquer

3. En déduire les heures où la concentration en ozone est égale à 65 µg/m³ (arrondir à l'unité).

La concentration en ozone atteint 65 µg/m³ à 12 h et à 18 h.

4. Soit $P(x)$ le polynôme défini par $P(x) = -0{,}7(x - 12)(x - 18)$. En utilisant les résultats de l'étude graphique, compléter le tableau de signes suivant.

x	9		12		18		21
Signe de $P(x)$		–	0	+	0	–	

5. En déduire entre quelles heures de la journée la concentration d'ozone dépasse le seuil de protection.

Entre 12 h et 18 h.

Le polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ est du signe de $(-a)$ entre les racines.

A. Fonction polynôme de degré 2

• Une fonction polynôme f de degré 2 est définie par :
• $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels avec $a \neq 0$. Il s'agit de la forme développée de f.
• Si f admet deux racines x_1 et x_2 (distinctes ou confondues) alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Il s'agit de la forme factorisée de f.

> **_Vocabulaire logique_**
> *La proposition $f(x) = ax^2 + bx + c$ **et** f admet deux racines x_1 et x_2 **implique** que $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.*

B. Représentation graphique et racines de *f*

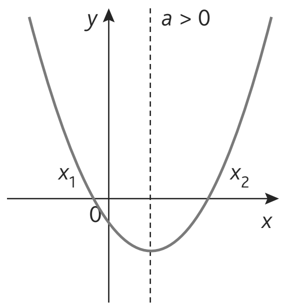
• Suivant le signe du coefficient a, le tableau de variations et la représentation graphique de la fonction f ont l'allure suivante :

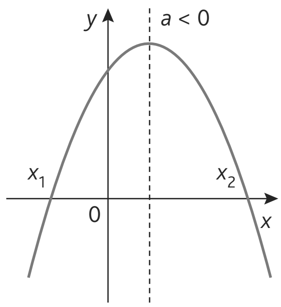
$a > 0$

x		x_0	
f	↘	minimum	↗

$a < 0$

x		x_0	
f	↗	maximum	↘





• Les racines x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe horizontal.

• La courbe est une parabole. L'abscisse du sommet est $x_0 = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ ou $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$.

C. Signe et racines du polynôme

• Le polynôme sous forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ a deux racines x_1 et x_2.
• Le polynôme est du signe de $(-a)$ pour les valeurs de x comprises entre les deux racines.

x		x_1		x_2	
Signe de $f(x)$	Signe de a	0	Signe de $(-a)$	0	Signe de a

MÉTHODE

➔ Exercices 9, 10 et 15

Déterminer le signe d'un polynôme

Établir le tableau de signes de la fonction f définie par $f(x) = 2(x + 1)(x - 3)$ sur $[-5 ; 5]$.

Démarche

• Connaître les racines du polynôme
• Déterminer le signe du coefficient a
• Établir un tableau de signes

Solution

• Les racines de $f(x)$ sont : $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.
• Le coefficient a est positif.
• D'où le tableau de signes suivant :

x	-5		-1		3		5
$f(x)$		+	0	−	0	+	

Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Déterminer les racines d'un polynôme de degré 2

On considère les fonctions f et g telles que :
$f(x) = 3(x-2)(x+1)$ $g(x) = -2(x-1)^2$

a. Déterminer les racines de $f(x)$.
☑ -1 ❑ 1 ☑ 2

b. Déterminer les racines de $g(x)$.
❑ -2 ❑ 3 ☑ 1

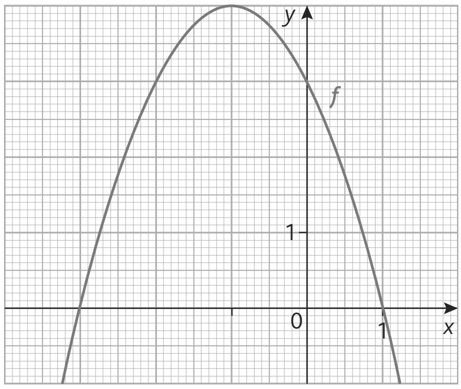
2 Factoriser un polynôme de degré 2

a. Soit le polynôme $P(x) = 2x^2 + 4x - 6$. L'équation $2x^2 + 4x - 6 = 0$ admet deux solutions : (-3) et 1.
Donner la forme factorisée de $P(x)$.
❑ $(x-1)(x+3)$ ❑ $-2(x+3)(x+1)$ ☑ $2(x-1)(x+3)$

b. Le polynôme $Q(x) = -3x^2 + 12x + 15$ admet deux racines -1 et 5. Factoriser $Q(x)$.
❑ $3(x+5)(x-1)$ ☑ $-3(x-5)(x+1)$ ❑ $5(x-1)(x+3)$

3 Déterminer graphiquement les racines d'un polynôme de degré 2

La fonction f définie par $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ est représentée par la parabole ci-contre.



a. Déterminer les racines de f.
☑ -3 ❑ 0 ☑ 1

b. Combien de solutions admet l'équation : $-x^2 - 2x + 3 = 5$?
❑ 1 ❑ 0 ☑ aucune

c. Utiliser le graphique ci-contre pour résoudre l'équation $f(x) = 3$.
☑ -2 ❑ -1 ☑ 0

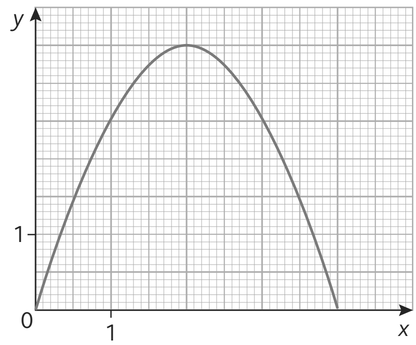
Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM5

4 Déterminer graphiquement le tableau de variations d'une fonction

Fiche méthode p. 138

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par la courbe représentative ci-contre.



x	0	2	4
$f(x)$	0 ↗	3,5	↘ 0

5 Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

Fiche méthode p. 138

Utiliser la courbe représentative de la fonction f ci-dessus pour résoudre les équations :
$f(x) = 0$: $x =$ 0 ou 4 $f(x) = 3,5$: $x =$ 2 $f(x) = 5$: Pas de solution

6 Factoriser ou développer une expression littérale

Fiche méthode p. 139

Factoriser les expressions suivantes :
$A(x) = -2x^2 + 3x$ $A(x) = x(-2x+3)$
$B(x) = x^2 - 49$ $B(x) = (x-7)(x+7)$
$C(x) = 4x^2 - 1$ $C(x) = (2x-1)(2x+1)$

7 La fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 3]$ par $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

1. En utilisant la calculatrice compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	12	6	2	0	0	2

2. Afficher sur l'écran la représentation graphique de f.

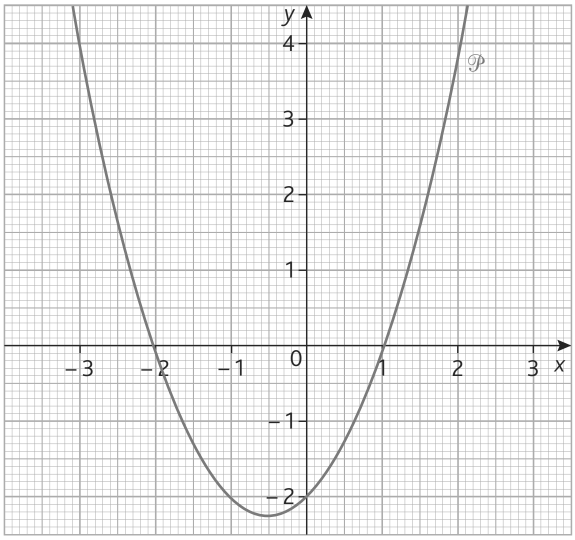
3. Résoudre $f(x) = 0$. $x_1 = 1$ $x_2 = 2$

4. Donner la forme factorisée de $f(x)$. $f(x) = (x-1)(x-2)$

5. Déterminer le minimum de la fonction f. La fonction f admet comme minimum $-0{,}25$ pour $x = 1{,}5$

6. Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$.

x	-2		$1{,}5$		3
$f(x)$	12	↘	$-0{,}25$	↗	2



8 La fonction f définie par $f(x) = x^2 + x - 2$ est représentée par la parabole $\mathscr{P}$ ci-contre.

1. En utilisant le graphique, résoudre les équations suivantes :

a. $f(x) = 0$
$x_1 = -2$ $x_2 = 1$

b. $f(x) = 4$
$x_1 = -3$ $x_2 = 2$

2. Donner la forme factorisée de $f(x)$.
$f(x) = (x-1)(x+2)$

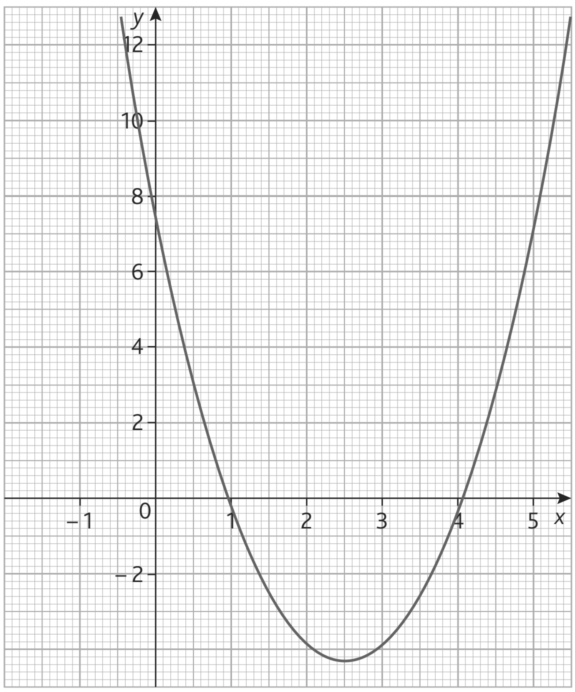
9 On considère l'équation : $2x^2 - 10x + 8 = 0$.

1. Parmi les nombres 0 ; 1 ; 2 et 4, quels sont ceux qui sont solutions de cette équation ?
Les nombres 1 et 4 sont les solutions de l'équation.

2. Factoriser l'expression $P(x) = 2x^2 - 10\,x + 8$.
$P(x) = 2(x-1)(x-4)$

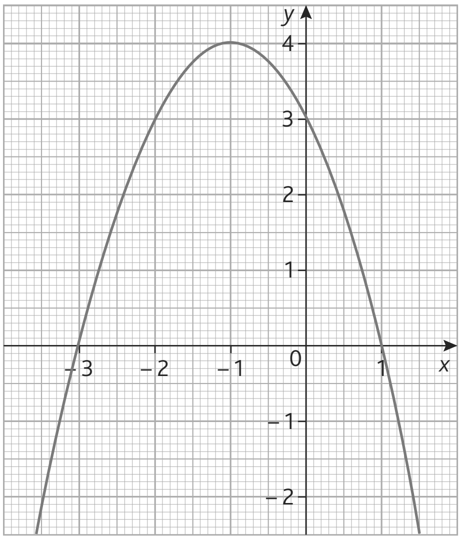
3. La fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 6]$ par $f(x) = 2(x-1)(x-4)$

a. Tracer dans le repère ci-contre la représentation graphique de f.



b. Compléter le tableau de signes suivant :

x		1		4	
signe de $f(x)$	+	0	–	0	+



10 La fonction du second degré f est définie par $f(x) = -x^2 - 2x + 3$.
La courbe représentative de f est donnée ci-contre.

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$

$x_1 = -3 \quad x_2 = 1$

2. Factoriser l'expression : $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

$f(x) = -(x+3)(x-1)$

3. Compléter le tableau de signes de f.

x		-3		1	
signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

11 Compléter le tableau en donnant les valeurs de a, b et c de l'expression $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Fonction	a	b	c
$f(x) = 2x^2 + 7x - 5$	2	7	-5
$f(x) = -3x^2 + x + 4$	-3	1	4
$f(x) = -x^2 - 11x$	-1	-11	0
$f(x) = 6x^2 - 2$	6	0	-2
$f(x) = 8x^2$	8	0	0

12 La fonction f est définie sur l'intervalle $[-2 ; 5]$ par $f(x) = -2x^2 + 6x + 8$.

1. Vérifier que $f(-1) = 0$ et $f(4) = 0$.

$f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + 8 = 0 \quad f(4) = -2 \times (4)^2 + 6 \times (4) + 8 = 0$

2. En déduire les racines de f.

$x_1 = -1 \quad x_2 = 4$

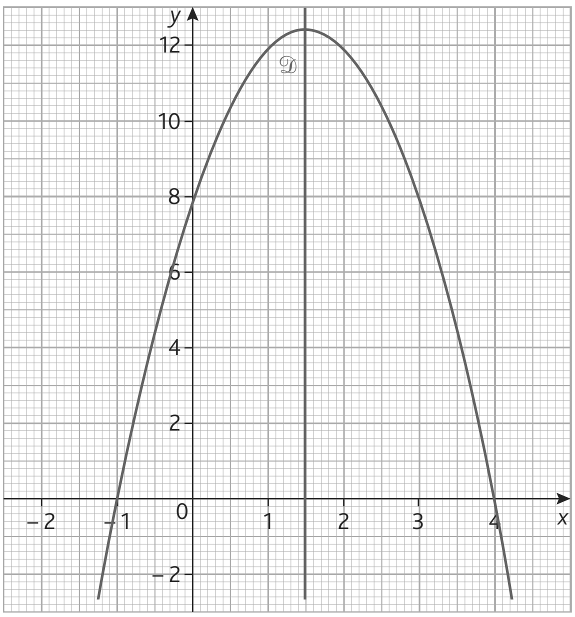
3. Donner la forme factorisée de f.

$f(x) = -2(x+1)(x-4)$

4. Déterminer les coordonnées du sommet S de f.

$x_0 = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = 1{,}5 \quad y_0 = f(1{,}5) = 12{,}5 \quad S(1{,}5 ; 12{,}5)$

5. Tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-contre :



> **!** *Soit f une fonction du second degré : $f(x) = ax^2 + bx + c$. Si f a deux racines x_1 et x_2 alors : $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$*

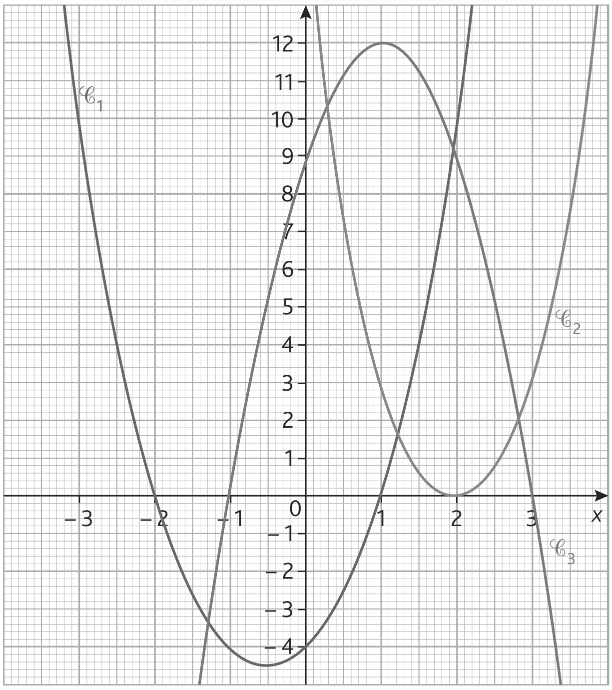
13 La fonction f est définie sur l'intervalle [– 6 ; 6] par $f(x) = x^2 + 3x - 10$.

1. Donner la valeur des coefficients a, b et c de l'expression $f(x) = ax^2 + bx + c$.
$a =$ 1 $b =$ 3 $c =$ – 10

2. Vérifier que $x_1 = -5$ est solution de l'équation $f(x) = 0$.
$f(-5) = (-5)^2 + 3 \times (-5) - 10 = 0$

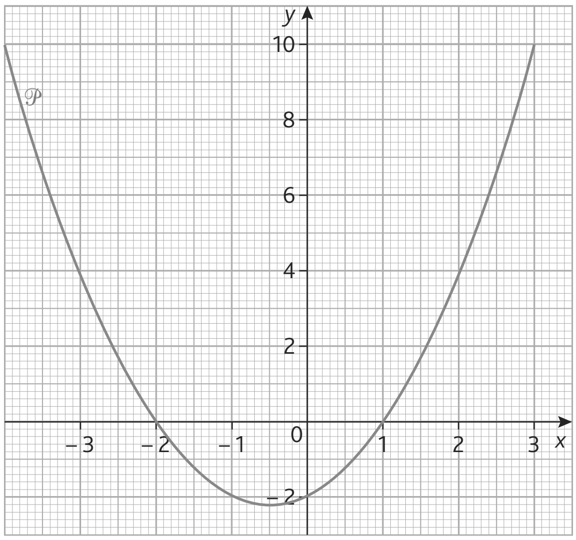
3. Retrouver la valeur de la 2ᵉ solution de l'équation $f(x) = 0$.
$x_1 + x_2 = -b/a$ $-5 + x_2 = -3$ $x_2 = 2$ $f(2) = 0$

4. Déterminer la forme factorisée de f.
$f(x) = (x+5)(x-2)$



14 Associer chaque polynôme à une des représentations graphiques ci-contre.
$f(x) = 2(x-1)(x+2)$: $\mathscr{C}_1$
$g(x) = -3(x+1)(x-3)$: $\mathscr{C}_3$
$h(x) = 4(x-2)^2$: $\mathscr{C}_2$

15 La fonction f définie sur l'intervalle [– 4 ; 3] est représentée par la courbe $\mathscr{P}$ dans le repère ci-contre.



1. Montrer que la forme factorisée de f est : $f(x) = (x+2)(x-1)$
Les racines de f sont – 2 et 1 $f(x) = a(x+2)(x-1)$
$f(0) = -2a = -2$ $a = 1$

2. Dresser le tableau de signes de f.

x		– 2		1	
signe de $f(x)$	+	0	–	0	+

Utiliser l'algorithmique et la programmation

16 Dans l'activité 4 page 63 nous avons utilisé la calculatrice pour résoudre l'équation $-0{,}7x^2 + 21x - 151{,}2 = 0$.
Nous allons utiliser un algorithme Python pour résoudre cette équation.

1. Ouvrir le fichier « equation» pour afficher le script ci-contre.

2. Exécuter le programme et donner les deux solutions de l'équation $-0{,}7x^2 + 21x - 151{,}2 = 0$.
$x_1 = 12$ $x_2 = 18$

3. Modifier le programme pour résoudre l'équation de l'activité 1 page 60.
soit $-0{,}2x^2 + 16x - 140 = 0$
$x_1 = 10$ $x_2 = 70$

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-equation

```
def f(x) :
 y= -0.7*x**2+21*x-151.2
 return y
x1=11
while f(x1) < 0:
    x1=x1+0.001
print(x1)
x2=17
while f(x2) > 0:
    x2=x2+0.001
print(x2)
```

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

17 Salon de l'électronique ✪

L'équipe Electro-Enova réalise une étude sur le nombre de visiteurs de son stand pendant sa présence au salon de l'électronique pour exposer son modèle de « Top-drone ».

Les résultats obtenus par l'étude sont modélisés par la fonction f définie par :
$f(x) = -2(x - 26)(x + 18)$ dans l'intervalle $[1 ; 7]$ où x représente le jour de participation et $f(x)$ le nombre de visiteurs sur le stand ce jour-là.

1. À partir de l'expression de la fonction, montrer que f admet un maximum.

2. Compléter le tableau de valeurs de f ci-dessous :

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$							

3. Compléter le tableau de variations de la fonction f :

x	1	……..	7
$f(x)$	……..	……..	……..

4. En utilisant les résultats précédents, déterminer quel est le jour de la plus grande affluence sur le stand.

18 Le grand huit ✪

La vitesse, en km/h, du train du grand huit pour une portion de circuit, est donnée par la relation :
$v(t) = -3{,}5(t - 13)(t + 1)$
pour t compris entre 0 et 13 secondes.

1. Calculer v pour $t = 5$ s et $t = 10$ s.

2. On s'intéresse à la valeur de la vitesse du train en fonction du temps.
On modélise cette situation par la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 13]$ par :

$$f(x) = -3{,}5(x - 13)(x + 1)$$

En utilisant la calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	1	4	8	10	12	13
$f(x)$	……….	……….	……….	……….	……….	……….

3. Compléter le tableau de signes de f sur l'intervalle $[1 ; 13]$.

x	1		13
Signe de $f(x)$	…….	…….	…….

4. Dresser le tableau de variations de f sur $[1 ; 13]$.

5. En déduire la vitesse maximale atteinte par le train sur cette portion du circuit.

➔ Méthode p. 64

19 Vitesse et consommation ✪

La consommation C (en L/100 km) d'un modèle de voiture peut se calculer avec la relation :
$C(v) = 0{,}001\,v^2 - 0{,}16\,v + 11{,}4$.
v désigne la vitesse exprimée en km/h.

1. Utiliser le logiciel GeoGebra pour représenter la consommation C en fonction de la vitesse v.

2. À quelle vitesse la consommation est-elle minimale ? Quelle est alors cette consommation ?

3. À quelle(s) vitesse(s) ce véhicule doit-il rouler pour consommer 7 litres aux 100 km ?

TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto5

20 Distance de freinage ✪✪

La distance de freinage d d'un véhicule qui roule sur une route sèche à une vitesse v est donnée par la relation :
$d = 0{,}007v \times (v + 29)$
où d est la distance en mètres et v est la vitesse en km/h.

1. Trouver la distance de freinage pour 40 km/h. Arrondir le résultat au mètre.

2. Calculer la distance de freinage à 90 km/h. Arrondir le résultat au mètre.

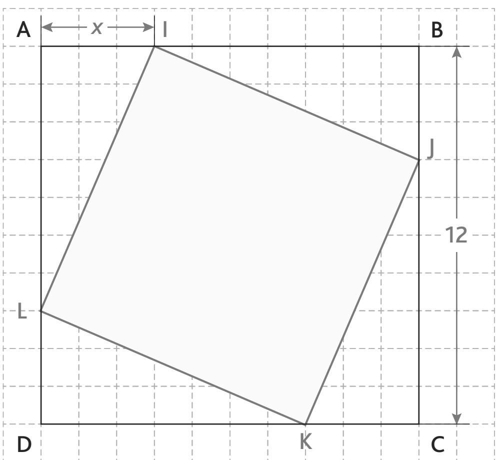
3. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 40] par : $f(x) = 0{,}007x\,(x + 29)$.

a. Utiliser un logiciel pour représenter la fonction f.

b. Déterminer graphiquement la vitesse v en km/h, correspondant à une distance de freinage de 25 m.

21 Découpe d'un carré ✪✪

Pour réaliser un logo, Léa, employée de l'entreprise Mapub, réalise une découpe dans un carré ABCD de 12 cm de côté.



Elle veut que les longueurs AI, BJ, CK et DL soient égales. Elle note x cette longueur (x est en cm).

1. Exprimer AL en fonction de x.

2. Exprimer l'aire du triangle rectangle AIL en fonction de x.

3. Calculer l'aire du carré ABCD.

4. Montrer que l'aire du carré IJKL peut s'écrire : $144 - (2x \times (12 - x))$

5. Utiliser un logiciel pour représenter la fonction f telle que $f(x) = 144 - 2x \times (12 - x)$.

6. a. Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 104$.

b. En déduire les mesures de AI telles que le carré IJKL ait une aire de 104 cm^2.

22 Cinématique ✪✪

Un projectile est lancé à l'instant $t = 0$.
À l'instant t, exprimé en secondes, sa hauteur h, exprimée en mètres, à compter du sol est :
$h(t) = -5t^2 + 19{,}5t + 2$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

t	0	1	2	3
$h(t)$				

2. Montrer que $h(t)$ peut s'écrire sous la forme : $h(t) = -5(x + 0{,}1)(x - 4)$.

3 En déduire que la valeur de h passe par un maximum. Préciser pour quelle valeur de t ce maximum est atteint.

4. Le projectile doit atteindre une cible située à une hauteur de 17 m. Montrer que l'instant t où le projectile atteindra une hauteur de 17 m est solution de l'équation $-5t^2 + 19{,}5t - 15 = 0$.

5. Utiliser la calculatrice pour résoudre l'équation.

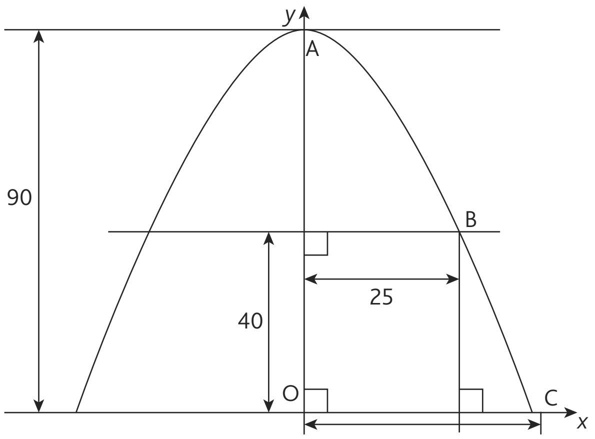
6. En déduire l'instant où le projectile atteindra une hauteur de 17 m.

TUTO
Résoudre une équation du second degré à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto8

23 Usinage d'une pièce ✪

Marc souhaite usiner à l'aide d'un tour à commande numérique, une pièce cylindrique de hauteur 90 mm et de diamètre 70 m.

La figure ci-dessous donne une représentation de la section verticale de la pièce dans un repère d'origine O et d'axes (Ox) et (Oy).



L'axe (Oy) est un axe de symétrie.
L'arc AB est un arc de parabole d'équation $y = ax^2 + b$.

1. a. Déterminer la valeur de b sachant que cet arc de parabole passe par le point A.

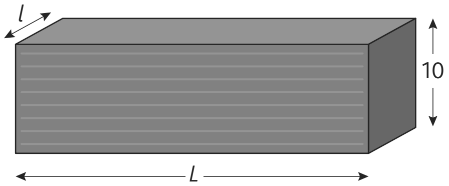
b. Calculer a sachant que cet arc de parabole passe par le point B.

c. En déduire l'équation de l'arc AB.

2. Déterminer la forme factorisée de y.

24 Entrepôt de marchandises ✪ ✪

Une entreprise souhaite construire un entrepôt. Celui-ci, de forme parallélépipédique, a une hauteur égale à 10 m.



Sa longueur L et sa largeur l sont en mètres. Elles s'expriment en fonction d'un nombre x de la façon suivante :
$L = 2x + 5$ et $l = x + 12$.

1. Exprimer, en fonction de x, le volume V de l'entrepôt.

2. Utiliser le logiciel GeoGebra pour afficher la représentation graphique du volume V en fonction de x.

3. Déterminer la valeur de x pour que le volume de l'entrepôt soit égal à 5 000 m^3.

4. En déduire les dimensions de l'entrepôt.

TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto5

25 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Coût de fabrication d'une lunette de réalité virtuelle

Alicia travaille dans l'entreprise Numeriqua 3D qui fabrique des lunettes de réalité virtuelle.
Elle doit ajuster la production pour obtenir un coût unitaire de fabrication de 250 €.

1. Lunette RV

Le coût de fabrication unitaire, C en euros, dépend de la quantité q de lunettes fabriquées.
Il peut se calculer par la relation :

$$C = 0{,}2q^2 - 6q + 50.$$

2. Données du service comptabilité

Le bureau d'études IHS *Markit* estime que :
les consommateurs achèteront pour 7,9 milliards de dollars de lunettes de réalité virtuelle et pour 3,3 milliards de divertissement en réalité virtuelle dans les deux années à venir.

3. Prévision de ventes

Combien de lunettes doit fabriquer l'entreprise pour obtenir le coût demandé ?

Évaluation

Nom : ....

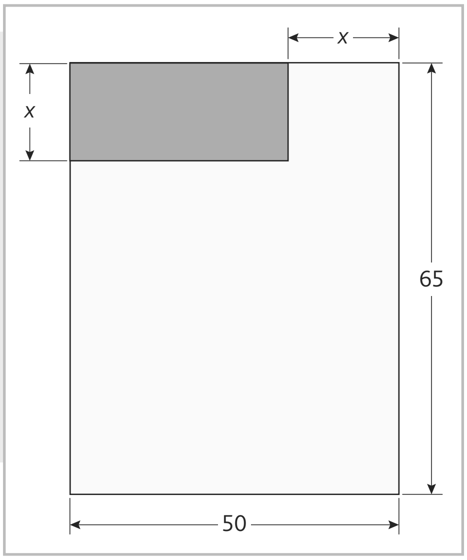
Prénom : ....

30 min

Capacités	Donner l'allure de la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 donnée sous forme factorisée. Déterminer les racines d'un polynôme de degré 2.		
Connaissances	Visualiser les solutions de l'équation $f(x) = 0$ où f est une fonction polynôme de degré 2		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	2 ; 3 ; 5 ; 6	
	Analyser, Raisonner	4	
	Communiquer	7	
			/10

Situation

Florian, élève en Bac Pro, est en stage dans une entreprise de constructions métalliques. Son tuteur lui demande de réaliser un cache à partir d'une plaque rectangulaire. Pour cela, Florian doit enlever une partie rectangulaire dont l'aire est de 456 cm² en suivant les cotes indiquées en cm sur la figure ci-contre.
La cote notée x a été oubliée sur le plan.
Florian doit retrouver cette cote.



1. Calculer l'aire de la plaque rectangulaire.

3 250 cm²

2. Exprimer en fonction de x l'aire de la partie verte du plan.

$x \times (50 - x)$

3. On appelle A l'aire de la partie colorée en jaune.
Montrer que A peut s'exprimer par la relation : $A = 3\,250 - x \times (50 - x)$

$A = 65 \times 50 - x \times (50 - x)$

4. La partie verte a une aire égale à 456 cm². En déduire l'aire de la partie jaune.

$A = 65 \times 50 - 456 = 2\,794$ cm²

5. Tracer, avec un logiciel, la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 50] par $f(x) = x \times (50 - x)$.

6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 456$ sur l'intervalle [0 ; 50].

$x_1 = 12 \quad x_2 = 38$

7. D'après la figure représentant la découpe à effectuer, donner la valeur de la cote notée x.

$x = 12$ cm

Chapitre 6

Fonction dérivée – Fonction inverse

Vous allez apprendre à…

✔ Construire la tangente à la courbe représentative d'une fonction f.
✔ Déterminer le nombre dérivé d'une fonction f.
✔ Écrire l'équation réduite de la tangente à une courbe.
✔ Utiliser les formules et les règles de dérivation.
✔ Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction. Dresser son tableau de variations.
✔ Étudier la fonction inverse.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

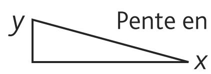
INVESTIGATION Tremplin de ski

En vacances à la montagne, Boris veut essayer le saut à ski. Bon skieur, il utilise fréquemment les pistes noires. Il se demande si la pente du tremplin est comparable à celle d'une piste noire.

Quelle est la pente exprimée en pourcentage de la partie la plus pentue (au point A) du tremplin olympique ?

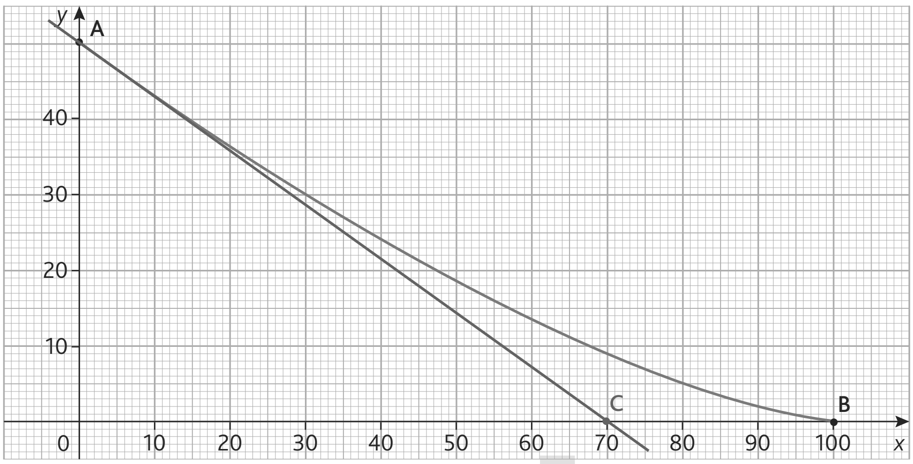
1. Tremplin olympique

Couleurs	Pente
	Inférieure à 16 %
	Inférieure à 27 %
	Inférieure à 47 %
	Jusqu'à 57 %



Pente en % $= \dfrac{y}{x} \times 100$

2. Difficultés des pistes



3. Profil du tremplin olympique

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Il faut utiliser le graphique et tracer la droite tangente à la courbe en A.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Relever les coordonnées du point A et les coordonnées d'un autre point de la tangente.

A (0 ; 50) et C (70 ; 0) puis calculer $\dfrac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \dfrac{0-50}{70-0} = -0{,}71$.

3 Rédiger la solution

La pente au début du tremplin est de 71 %, c'est plus important que les pistes noires.

1 Construire une tangente

Activité 1 **Quelle est la vitesse de la télécabine ?**

Pour accéder aux pistes de ski, Boris utilise une télécabine. Il se demande comment augmente la vitesse pendant la phase de démarrage.
Le technicien sur place lui dit que l'accélération de la cabine est de 1,6 m/s².
La distance *d* (en m) parcourue en fonction du temps *t* (en s) est donnée par la relation :

$$d = \frac{a}{2}t^2 \text{ soit } d = 0{,}8\,t^2.$$

Pour connaître à chaque instant la position et la vitesse de la cabine, on trace la représentation graphique de $d = f(t)$.

S'approprier

A. Tracé de la représentation graphique

- Ouvrir le logiciel GeoGebra. Dans la partie Saisie, écrire l'équation : y = 0.8x².

Quel type de courbe obtient-on ?
La représentation graphique est une parabole.

La tangente en un point d'une courbe est la position limite des sécantes passant par ce point.

Réaliser

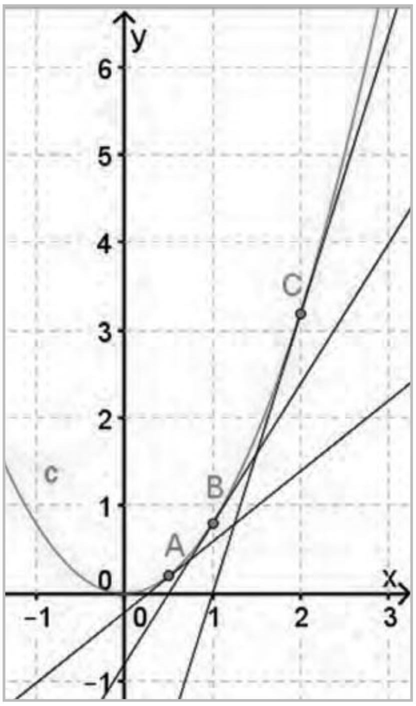
B. Tracé de la tangente

1. Placer le point A d'abscisse $x = 0{,}5$ sur la courbe. Tracer des droites sécantes à la courbe passant par le point A qui approchent au mieux la courbe.

Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe au point A d'abscisse x_A est le nombre dérivé noté $f'(x_A)$

2. Écrire dans la partie Saisie : Tangente [A,c]. Que constatez-vous ?
La droite qui approche le mieux la courbe est la tangente,
les autres droites sont des sécantes.

3. Placer les points B et C d'abscisses respectives $x = 1$ et $x = 2$ puis tracer les droites tangentes en ces points en utilisant : Tangente [B,b] et Tangente [C,c].



Communiquer

4. Lire dans la partie Algèbre les coefficients directeurs des tangentes dont les équations sont sous la forme $y = ax + b$ et compléter le tableau suivant.

Points	A	B	C
Abscisse	0,5	1	2
Coefficient directeur	0,8	1,6	3,2

C. Détermination de la vitesse

Utiliser les coefficients directeurs obtenus pour déterminer la vitesse de la télécabine pendant la phase de démarrage.

Au bout de 0,5 s : la vitesse est de 0,8 m/s.

Au bout de 1 s : la vitesse est de 1,6 m/s.

Au bout de 2 s : la vitesse est de 3,2 m/s.

La vitesse de la cabine est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $d = f(t)$.

Au voisinage d'un point, la tangente est appelée meilleure approximation affine de la courbe.

2 Déterminer graphiquement un nombre dérivé

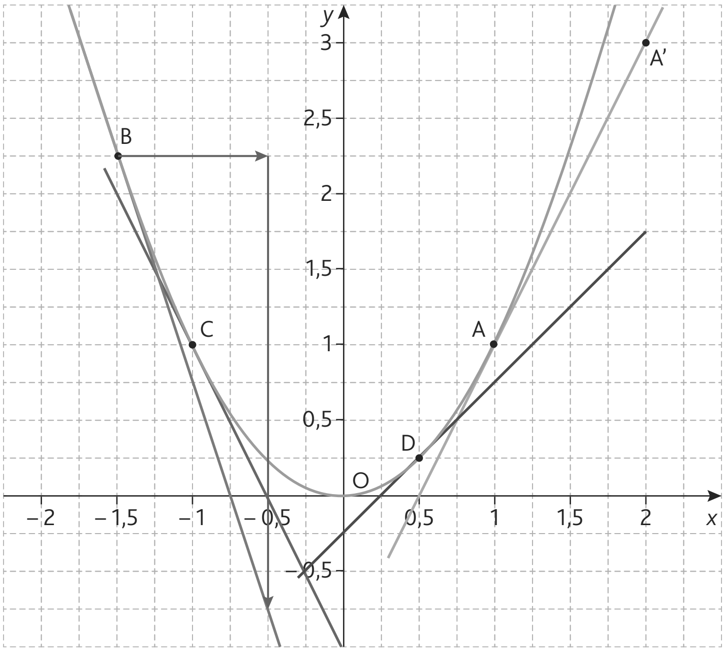
Activité 2 **Comment est formée la surface réfléchissante d'un spot ?**

Jean installe des spots lumineux chez lui. Il remarque que la partie réfléchissante est en forme de parabole. Cette surface réfléchissante n'est pas lisse, elle est obtenue par une succession de petites surfaces planes. La forme du spot vue en coupe peut se modéliser par la fonction f définie par $f(x) = x^2$ dont la représentation graphique est une parabole. Les petites surfaces lisses correspondent à des portions de tangentes à la courbe. Sur le graphique ci-dessous sont tracées les représentations graphiques de f et ses tangentes aux points A, B, C et D.


Vue en coupe du spot

S'approprier

A. Détermination du nombre dérivé en $x = 1$ à partir des coordonnées de deux points



1. Lire sur le graphique ci-contre les coordonnées des points A et A' appartenant à la tangente à la courbe en A.

A(1 ; 1) A'(2 ; 3)

Réaliser

2. Noter le nombre d'unités qui séparent les deux points horizontalement et verticalement.

Horizontalement : 1 unité

Verticalement : 2 unités

3. Déterminer le nombre dérivé au point A en utilisant :

$$f'(x_A) = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

$f'(1) = \frac{2}{1} = 2$

Analyser Raisonner

B. Détermination du nombre dérivé par lecture directe

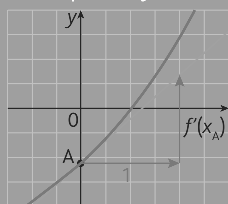
Déterminer graphiquement les nombres dérivés de la fonction f aux points B, C et D en utilisant la méthode ci-contre et en complétant le tableau ci-dessous.

Points	Nombre dérivé
B	$f'(-1{,}5) = -3$
C	$f'(-1) = -2$
D	$f'(0{,}5) = 1$

MÉTHODE

Lire graphiquement le nombre dérivé

- *Tracer la tangente au point considéré.*
- *Se déplacer horizontalement d'une unité vers la droite à partir du point considéré.*
- *Puis se déplacer verticalement vers le haut ou vers le bas en comptant le nombre d'unités pour rejoindre la tangente.*
- *Le nombre d'unités verticales est le nombre dérivé.*
- *Si le déplacement est vers le bas, le nombre dérivé est négatif.*

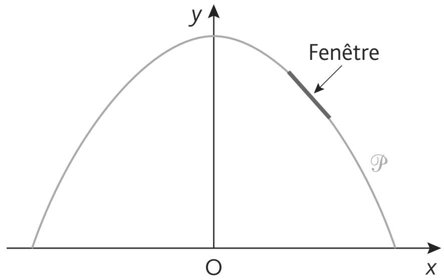


Le coefficient directeur de la droite tangente à la courbe en un point A d'abscisse x_A est le nombre dérivé noté $f'(x_A)$.

3 Écrire l'équation de la tangente

Activité 3 Où placer les fenêtres sur la façade ?

Le volume de la maison est engendré par la rotation de la courbe $\mathcal{P}$ autour de son axe de symétrie [Oy). Les dimensions sont en mètres. La courbe $\mathcal{P}$ est définie par la fonction f telle que $f(x) = -0{,}5x^2 + 5$ sur l'intervalle [– 3,16 ; 3,16].
Dans la partie supérieure du dôme sont placées deux fenêtres. Elles sont tangentes au dôme. On veut connaître l'équation des tangentes correspondant à ces fenêtres.



Réaliser

A. Utilisation du graphique

La fonction f est représentée sur le graphique ci-dessous.
Une fenêtre est placée au point A d'abscisse $x = -2$

1. En utilisant la méthode de l'activité 2, déterminer le nombre dérivé au point A.

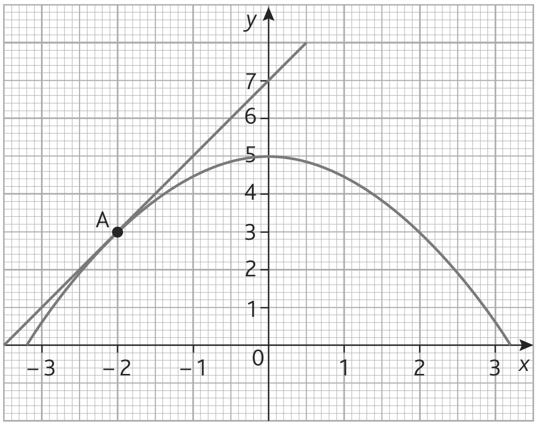
Le nombre dérivé est $f'(-2) = 2$

2. Écrire l'équation de la tangente $y = f'(x_A)x + b$ en remplaçant $f'(x_A)$ par sa valeur.

$y = 2x + b$

3. Calculer b en utilisant les coordonnées du point A.

$3 = 2 \times (-2) + b$ donc $b = 3 + 4 = 7$



! *La tangente à la courbe C représentative d'une fonction f au point A d'abscisse x_A a pour équation :*
$y = f'(x_A)x + b$

Communiquer

4. Écrire l'équation de la tangente à la courbe en $x = -2$.

$y = 2x + 7$

Réaliser

B. Utilisation de la calculatrice

Une autre fenêtre est placée au point d'abscisse $x = 1$.

1. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f en $x = 1$ en utilisant la méthode ci-dessous.

TUTO
Afficher l'équation de la tangente à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto9

MÉTHODE

Déterminer l'équation de la tangente à une courbe à la calculatrice

Suite d'opérations	CASIO	TEXAS
• Entrer l'expression de la fonction.	MENU GRAPH EXE Taper l'expression sur la ligne Y1=.................... puis EXE	$f(x)$ Taper l'expression sur la ligne Y1=....................
• Tracer le graphique.	F6 (DRAW)	graphe
• Tracer la tangente. • Lire l'équation de la tangente	SHIFT MENU SETUP Sélectionner (Derivative) F1 (On) EXE EXE F4 F2 (Tang) 1 EXE EXE	2nde Prgm DESSIN sélectionner 5 : Tangente (1 entrer

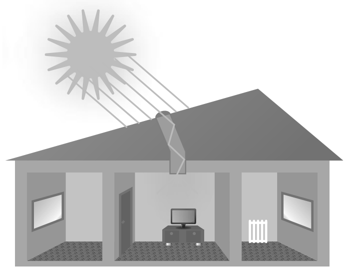
2. Écrire l'équation de la tangente à la courbe en $x = 1$ $y = -x + 5{,}5$

L'équation de la tangente en A à la courbe représentative de la fonction f est de la forme $y = ax + b$ avec $a = f'(x_A)$

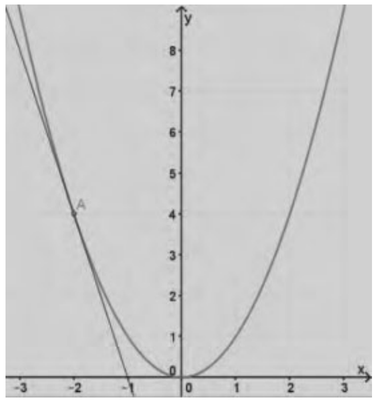
4 Déterminer la dérivée de la fonction carré

Activité 4 **Quel est l'éclairement produit par le puits de lumière ?**

Yannis veut éclairer le salon de sa maison avec la lumière naturelle du soleil. Il cherche donc à installer un puits de lumière. L'éclairement conseillé pour un salon est de 200 lux. Yannis veut étudier les variations de cet éclairement. L'éclairement E (en lux) fourni par ce dispositif est donné en fonction du diamètre x (en cm) par la relation : $E = 0{,}08x^2$.



Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-puits-lumiere



Réaliser

A. Détermination de la dérivée de la fonction f telle que $f(x) = x^2$

1. Ouvrir le fichier « puits-lumiere » pour afficher la représentation graphique de la fonction f.

Placer le point A d'abscisse $x = -2$.
Dans la zone de saisie, écrire : Tangente[A,c].

2. Déplacer le point A le long de la courbe.

Compléter le tableau ci-dessous en lisant dans la partie **Algèbre** le coefficient directeur des tangentes à la parabole en différents points A d'abscisse x_A.

x_A : abscisse du point A	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x_A)$: coefficient directeur	-6	-4	-2	0	2	4	6

Analyser Raisonner

3. Parmi les propositions suivantes, quelle est l'expression de la fonction dérivée de $f(x) = x^2$?

❑ $f'(x) = x + 2$ ☑ $f'(x) = 2x$ ❑ $f'(x) = x^2$

! *La fonction dérivée, notée f' associe à tout nombre x, le nombre dérivé $f'(x)$.*

Réaliser

B. Détermination de la fonction dérivée de $f = k \times u$

L'expression $f(x) = 0{,}08x^2$ est de la forme $f(x) = k \times u(x)$ avec $k = 0{,}08$ et $u(x) = x^2$.

1. Utiliser la méthode ci-dessous pour calculer les nombres dérivés de la fonction f et compléter le tableau.

MÉTHODE

➔ Déterminer un nombre dérivé avec une calculatrice

Démarche	CASIO	TEXAS
Placer la calculatrice en mode RUN.	MENU, RUN, EXE	
Afficher le calcul des dérivées.	OPTN, CALC, **d/dx(**	math, **nbreDérivé(**, entrer
Entrer l'expression de la fonction et la valeur de x.	$0.08x^2$, -3, EXE	$0.08x^2$, $\times$, -3, entrer
Lire la valeur du nombre dérivé.	$f'(-3) = \ldots$	$f'(-3) = \ldots$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	$-0{,}48$	$-0{,}32$	$-0{,}16$	0	0,16	0,32	0,48

Analyser Raisonner

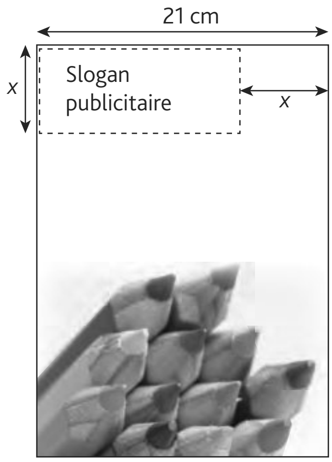
2. Parmi les propositions suivantes, quelle est l'expression de la dérivée de la fonction f : $f(x) = 0{,}08x^2$?

❑ $f'(x) = 0{,}08x$ ❑ $f'(x) = 0{,}08x^2$ ☑ $f'(x) = 0{,}16x$

➔ *La dérivée de la fonction carré définie par $f(x) = x^2$ est $f'(x) = 2x$.*

5 Déterminer la dérivée d'une fonction polynôme

Activité 5 **Comment répartir l'espace sur une affiche publicitaire ?**



Marvin, étudiant en école de communication, doit réaliser une page de publicité à partir d'une feuille A4. L'aire de la partie consacrée à l'image s'exprime (en cm²) par la relation :

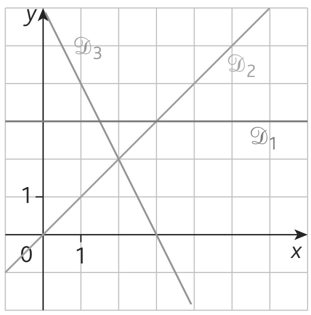
$$f(x) = x^2 - 21x + 623{,}7.$$

Marvin remarque que cette expression représente la somme de la fonction « carré » (x^2) et d'une fonction affine ($-21x + 623{,}7$). Il voudrait déterminer la dérivée de cette somme de fonctions.

S'approprier

A. Détermination de la dérivée d'une fonction affine

Afin de déterminer la dérivée de la fonction définie par l'expression ($-21x + 623{,}7$), Marvin commence par déterminer la dérivée de fonctions affines simples. Les droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ du graphique ci-dessous représentent respectivement les fonctions affines f_1, f_2 et f_3.



1. Déterminer le coefficient directeur de chacune des droites.

$a_1 =$ 0 ; $a_2 =$ 1 ; $a_3 =$ – 2 .

2. Écrire les expressions des fonctions :

- $f_1(x) =$ 3
- $f_2(x) =$ x
- $f_3(x) =$ $-2x + 6$

Analyser Raisonner

3. Les droites et leurs tangentes sont confondues en tous points. En déduire les expressions des fonctions dérivées.

$f'_1(x) =$ 0 ; $f'_2(x) =$ 1 ; $f'_3(x) =$ – 2 .

4. En déduire l'expression générale de la fonction dérivée d'une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.

$f'(x) =$ a

5. En déduire l'expression de la fonction dérivée de la fonction v telle que $v(x) = -21x + 623{,}7$.

$v'(x) =$ – 21

> **!** *La dérivée de la fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$ est $f'(x) = a$*

Réaliser

B. Détermination de la dérivée d'une fonction polynôme

L'expression $f(x) = x^2 - 21x + 623{,}7$ est de la forme $f(x) = u(x) + v(x)$ avec :

$$u(x) = x^2 \text{ et } v(x) = -21x + 623{,}7.$$

1. Avec la calculatrice, déterminer les nombres dérivés de la fonction f et compléter le tableau suivant.

x	0	4	6	10	14	18	21
$f'(x)$	– 21	– 13	– 9	– 1	7	15	21

Analyser Raisonner

2. Parmi les propositions suivantes, choisir l'expression de la fonction dérivée de la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 - 21x + 623{,}7.$$

☐ $f'(x) = 2x^2 - 21$ ☑ $f'(x) = 2x - 21$ ☐ $f'(x) = x - 21$

3. Exprimer la fonction dérivée de $f = u + v$ en fonction de u' et de v'.

$f'(x) =$ $u'(x) + v'(x)$

➔ ***La dérivée de la somme $u(x) + v(x)$ a pour expression $u'(x) + v'(x)$.***

6 Déterminer le signe de la dérivée et le sens de variation

Activité 6 **Quelle altitude atteint la fusée ?**

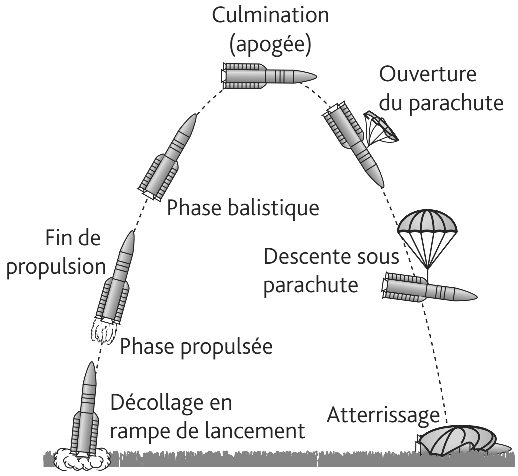
Kadour se passionne pour l'astromodélisme. Avec ses amis, il fabrique un modèle réduit de fusée. Le vol de cette maquette dure à peu près 20 s. Kadour se demande quelle altitude maximale elle peut atteindre avant de redescendre. Pour cela, il exprime l'altitude h (en mètres) atteinte en fonction du temps t (en secondes) par la relation :

$$h(t) = -2{,}5t^2 + 50t.$$

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 20] par :

$$f(x) = -2{,}5x^2 + 50x.$$

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto4



A. Utilisation de la calculatrice

Réaliser

1. Avec la calculatrice, tracer la représentation graphique de la fonction f.

2. Utiliser cette représentation graphique pour compléter le tableau de variations de la fonction f.

x	0		10		20
$f(x)$	0	↗	250	↘	0

Communiquer

3. Quelle est la valeur du maximum de la fonction ?
$f(10) = 250$

Réaliser

B. Utilisation de la dérivée

> **!** *Si la fonction f présente un maximum pour la valeur x_0 alors $f'(x_0) = 0$*

1. Exprimer la fonction dérivée f' de la fonction f.
$f'(x) = -2{,}5 \times 2x + 50 = -5x + 50$

2. Afficher sur l'écran de la calculatrice la représentation graphique de la fonction f'.

3. Compléter le tableau de signes de $f'(x)$ ci-contre.

x	0		10		20
Signe de $f'(x)$		+	0	–	

Analyser Raisonner

4. Déterminer sur l'intervalle [0 ; 10[:
a. le signe de $f'(x)$. Positif
b. le sens de variation de la fonction f. Croissant

> **!** *Une fonction est positive lorsque sa représentation graphique est au-dessus de l'axe horizontal (Ox).*

5. Déterminer sur l'intervalle]10 ; 20].
a. le signe de $f'(x)$. Négatif
b. le sens de variation de la fonction f. Décroissant

Communiquer

6. Quelle est la particularité de la fonction f pour $x = 10$? La fonction passe par un maximum.

7. En déduire l'altitude maximale atteinte par la fusée. 250 m

➔ ***Sur un intervalle donné :***
- ***si la fonction dérivée f' est positive, alors la fonction f est croissante ;***
- ***si la fonction dérivée f' est négative, alors la fonction f est décroissante.***

7 Étudier la fonction inverse

Activité 7

Comment varie la pression de l'air ?

Youri fait un stage de plongée sous-marine. Le moniteur lui dit qu'il faut souffler de l'air en remontant. Youri veut connaître comment évolue le volume d'air dans les poumons pendant la plongée. La capacité totale des poumons est d'environ 6 litres d'air. Le volume d'air dans les poumons, exprimé en litres, varie en fonction de la pression x, exprimée en bars, suivant la relation $v(x)=\frac{6}{x}$

Réaliser

A. Détermination de la fonction dérivée de la fonction f telle que $f(x)=\frac{1}{x}$.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-plongee

1. Ouvrir le fichier « plongee » pour afficher la représentation graphique de la fonction f. Placer le point A d'abscisse $x_A = 1$ et le point B d'abscisse $x_B = -1$, dans la zone de Saisie écrire : Tangente[A,f] puis Tangente[B,f].

2. Déplacer le point A et B le long de la courbe et compléter le tableau suivant :

x	– 2	– 1	– 0,5
$f'(x_B)$	– 0,25	– 1	– 4

x	0,5	1	2
$f'(x_A)$	– 4	– 1	– 4

Analyser Raisonner

3. Choisir l'expression de la fonction dérivée de la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{x}$.

❑ $f'(x)=x+2$ ❑ $f'(x)=-\frac{x^2}{4}$ ☑ $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

B. Étude de la fonction V telle que $V(x)=\frac{6}{x}$ sur l'intervalle [1 , 4]

Réaliser

1. Déduire de la question précédente la dérivée de la fonction V.

$V(x)=6\times\frac{1}{x}$ donc $V'(x)=6\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)=-\frac{6}{x^2}$

! *La fonction inverse est la fonction f définie pour tout nombre x différent de zéro par $f(x)=\frac{1}{x}$*

2. Déterminer le signe de $V'(x)$:

Sur l'intervalle [1 , 4], x est positif donc $V'(x)$ est négatif.

Analyser Raisonner

3. Compléter le tableau de variations ci-contre.

x	1		4
Signe de $V'(x)$		–	
Variation de $V(x)$	6	↘	1,5

4. Comment évolue le volume d'air dans les poumons en fonction de la pression ?

Le volume diminue lorsque la pression augmente.

Communiquer

C. Interprétation des résultats

1. Lorsque le plongeur remonte à la surface, la pression diminue. Comment évolue le volume d'air contenu dans les poumons ?

Le volume d'air augmente.

2. À 30 m, Youri remplit ses poumons avec de l'air à une pression de 4 bar. Que va-t-il se passer si Youri bloque sa respiration en remontant à la surface ?

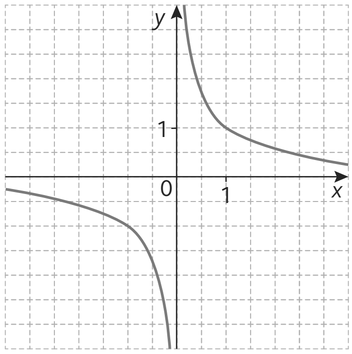
L'air continue à se dilater jusqu'à atteindre la limite d'élasticité des poumons.

Il est donc dangereux de bloquer sa respiration lors de la remontée.

➔ ***La fonction dérivée de la fonction inverse a pour expression $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$.***

Bilan

A. Fonction inverse



- La fonction inverse f telle que $f(x) = \dfrac{1}{x}$ n'est pas définie pour $x = 0$.
- La fonction inverse est décroissante et représentée par une courbe appelée hyperbole.

B. Dérivée d'une fonction

Fonction f	Dérivée f'
$ax + b$	a
x^2	$2x$
$\dfrac{1}{x}$ avec $x \neq 0$	$-\dfrac{1}{x^2}$ avec $x \neq 0$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a \times u(x)$	$a \times u'(x)$

- La courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction f sur un intervalle I admet une seule tangente en un point A. Cette tangente est la meilleure approximation de la courbe par une droite.
- Le nombre dérivé de la fonction f est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse x_A. Il est noté $f'(x_A)$.
- La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse x_A a pour équation : $y = f'(x_A) \times x + b$
- La fonction dérivée, notée f', associe à tout nombre x appartenant à l'intervalle I, le nombre dérivé $f'(x)$.
- Le tableau ci-contre donne les fonctions dérivées associées aux fonctions de références, ainsi que les opérations sur ces fonctions dérivables.

C. Signe de la dérivée et sens de variation

La fonction f est dérivable sur un intervalle I.

- Si la dérivée f' est positive sur I, alors la fonction f est croissante sur I.
- Si la dérivée f' est négative sur I, alors la fonction f est décroissante sur I.
- Si la fonction f présente un maximum ou un minimum pour la valeur x_0 alors $f'(x_0) = 0$

MÉTHODE Exercices 11 et 13

Établir le tableau de variations d'une fonction

Construire le tableau de variations de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 5x + 4$ sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

Démarche

- Exprimer la fonction dérivée f' de la fonction f.
- Déterminer l'abscisse du point maximum ou minimum en résolvant l'équation $f'(x) = 0$.
- Déterminer le signe de la fonction dérivée et en déduire le sens de variation.
- Construire le tableau de variations en ajoutant désormais la ligne du signe de $f'(x)$ et en la complétant.

Solution

- L'expression de la dérivée f' est : $f'(x) = 2x - 5$
- $2x - 5 = 0$ donc $x = 2,5$ lorsque $f'(x) = 0$
- $f'(x)$ est négative sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.
- f est décroissante sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.

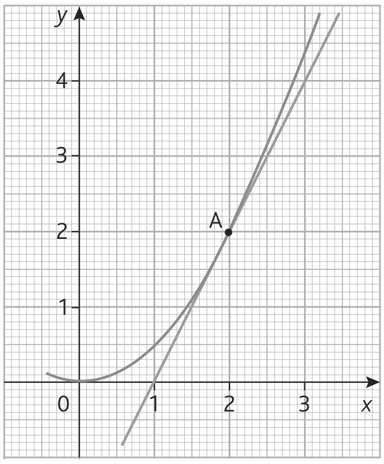
x	0		2,5		5
Signe de $f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	4	↘	– 2,25	↗	4

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Déterminer un nombre dérivé

La fonction f est définie par sa représentation graphique ci-contre.



a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point A.

❑ 1 ☑ 2 ❑ 3

b. La fonction f a pour expression $f(x) = 0{,}5x^2$.
Déterminer, en utilisant la calculatrice, le nombre dérivé en $x = 0{,}5$.

☑ 0,5 ❑ 1 ❑ 2

2 Déterminer la dérivée d'une fonction

a. Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g définie sur l'intervalle $[-5\,;5]$ par $g(x) = 3x + 5$.

❑ $g'(x) = x$ ☑ $g'(x) = 3$ ❑ $g'(x) = 3 + 5$

b. Déterminer la fonction dérivée h' de la fonction h définie sur l'intervalle $[-5\,;5]$ par $h(x) = 0{,}5x^2 - 4x$.

❑ $h'(x) = x$ ☑ $h'(x) = x - 4$ ❑ $h'(x) = 2x - 4$

c. Déterminer la fonction dérivée i' de la fonction i définie sur l'intervalle $[1, 5]$ par $i(x) = x + \dfrac{1}{x}$.

❑ $i'(x) = x + 1$ ❑ $i'(x) = 1 + \dfrac{1}{x^2}$ ☑ $i'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2}$.

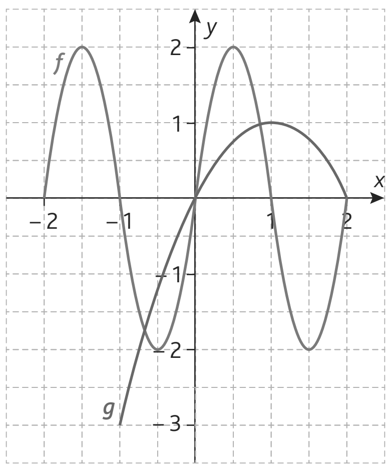
Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM6

3 Déterminer graphiquement le tableau de variations d'une fonction

➔ Fiche méthode p. 138

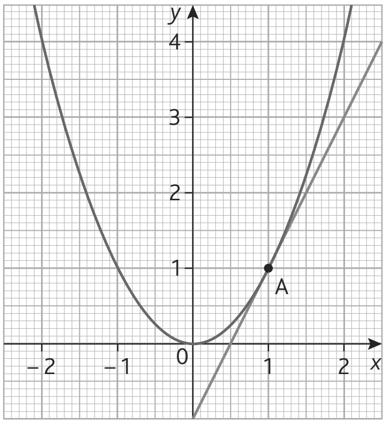
Compléter les tableaux de variations des fonctions f et g représentées sur le graphique ci-contre.



x	-2	$-1{,}5$	$-0{,}5$	$0{,}5$	$1{,}5$	2
Variation de $f(x)$	0 ↗	2 ↘	-2 ↗	2 ↘	-2 ↗	0

x	-1	1	2
Variation de $g(x)$	-3 ↗	1 ↘	0

4 La représentation graphique de la fonction carré définie par $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$ est donnée ci-contre avec sa tangente au point A.



a. Déterminer graphiquement le nombre dérivé de la fonction f au point A d'abscisse $x = 1$:

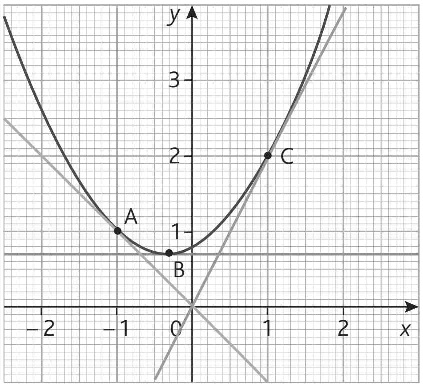
$f'(1) = 2$

b. Écrire l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f, sachant que l'équation est de la forme :
$y = f'(x_A) \times x + b$

$y = f'(x_A) \times x + b$ donc $1 = 2 \times 1 + b$

d'où $b = -1$ donc $y = 2x - 1$

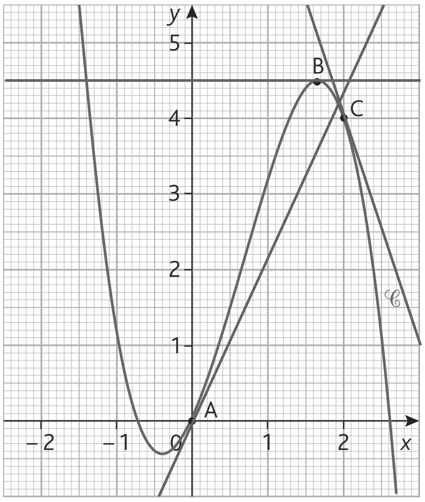
5 Associer chaque nombre dérivé à sa valeur lue sur le graphique ci-dessous.



$f'(-1)$ ☐	☐ 0
$f'(1)$ ☐	☐ -1
$f'(-0{,}3)$ ☐	☐ 2

6 Soit la courbe ci-contre représentative d'une fonction f.
Construire sur le graphique ci-contre les tangentes à la courbe passant par les points A, B et C sachant que les nombres dérivés en ces points sont :

$$f'(0) = 2{,}2$$
$$f'(1{,}65) = 0$$
$$f'(2) = -3$$



7 Compléter le tableau suivant en calculant les nombres dérivés à la calculatrice.

Fonction	$f(x) = x^2 + 2x + 4$	$f(x) = -\dfrac{2}{x}$	$f(x) = 3x + \sqrt{x}$	$f(x) = x^3 - 5$
x_A	-1	2	1	0,5
$f'(x_A)$	0	0,5	3,5	0,75

8 La fonction f est définie sur l'intervalle $[1\ ;\ 5]$ par $f(x) = \dfrac{-2}{x}$

1. Compléter le tableau de valeurs suivant en utilisant la calculatrice.

x	1	2	4	5
$f(x)$	-2	-1	$-0{,}5$	$-0{,}4$

2 Afficher la courbe de la fonction f à la calculatrice.

3. En déduire les variations de la fonction f en complétant le tableau de variations suivant :

x	1		5
$f(x)$	-2	↗	$-0{,}4$

9 Une fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 50] par $f(x) = 0{,}1x^2 - 3x + 100$.

1. Déterminer la fonction dérivée f'.

$f'(x) = 0{,}2x - 3$

2. Résoudre $f'(x) = 0$.

$0{,}2x - 3 = 0$ soit $0{,}2x = 3$

d'où $x = 15$

3. Déterminer le minimum de la fonction f.

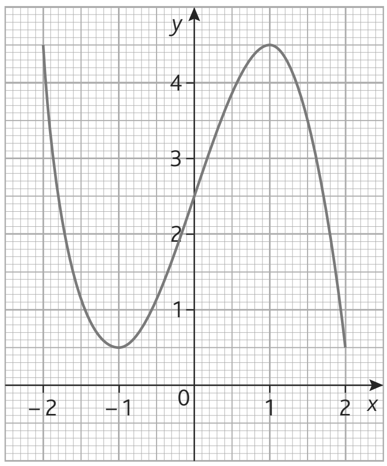
Le minimum est $f(15) = 77{,}5$

10 Associer par une flèche chaque fonction dérivée f' à la fonction f correspondante.

$f'(x) = 4x$ ❑	❑ $f(x) = x^2 + 4x - 3$
	❑ $f(x) = 2x^2 + 6$
$f'(x) = \dfrac{-5}{x^2}$ ❑	❑ $f(x) = x^2 + 4x + 5$
	❑ $f(x) = \dfrac{5}{x} + 7$
$f'(x) = 2x + 4$ ❑	❑ $f(x) = 2x^2 - 10$

11 f est une fonction définie sur l'intervalle [– 2 ; 2], la courbe représentant f est la suivante :
Compléter à partir de la représentation graphique de la fonction f
le tableau de variations suivant :

x	-2		-1		1		2
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	4,5	↘	0,5	↗	4,5	↘	0,5



12 Exprimer les fonctions dérivées des fonctions suivantes définies sur l'intervalle [1 ; 5].

Fonction f	$2x - 5$	$5x^2$	$\dfrac{20}{x}$	$-3x^2 + 5x + 2$	$4{,}5x^2 + 8$
Fonction dérivée f'	2	$10x$	$-\dfrac{20}{x^2}$	$-6x + 5$	$9x$

13 La fonction f est définie sur l’intervalle $[-1\ ;\ 2]$ par $f(x) = -3x^2 + 3x + 1$.

1. Exprimer la fonction dérivée f' : .

$f'(x) = -6x + 3$

2. Résoudre $f'(x) = 0$.

$-6x + 3 = 0$ donc $x = 0{,}5$

3. Étudier le signe de $f'(x)$.

$f'(-1) = 9$ donc la fonction f' est positive pour $-1 < x < 0{,}5$ et négative pour $0{,}5 < x < 2$

4. Compléter le tableau de variations suivant :

x	-1		$0{,}5$		2
signe de $f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	-5	↗	$1{,}75$	↘	-5

14 La fonction f est définie sur l’intervalle $[1\ ;\ 4]$ par $f(x) = \dfrac{3}{x}$.

1. Exprimer la fonction dérivée f' :

$f'(x) = \dfrac{-3}{x^2}$

2. Étudier le signe de $f'(x)$.

x^2 est positif donc $f'(x)$ est négatif.

3. Compléter le tableau de variations suivant.

x	1		4
signe de $f'(x)$		-	
$f(x)$	3	↘	$0{,}75$

Utiliser l’algorithmique et la programmation

15 La fonction f est définie par $f(x) = x^2 + x + 1$ sur l’intervalle $[-2\ ;\ 2]$. Romain écrit un programme Python qu’il appelle « variations ». Ce programme permet de trouver la valeur de x pour laquelle la fonction f admet un minimum.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-variations

1. Calculer la fonction dérivée de la fonction f.

$f'(x) = 2x + 1$

2. Le script du programme est donné ci-contre. Indiquer le rôle de l’instruction « `if` » qu’il contient.

C’est une instruction conditionnelle. Si la condition est vérifiée, alors le traitement est effectué

```
def dérivée(x):
    y=2*x+1
    return y
x=-2
while x<2:
    if -0.001<dérivée(x)<0.001:
        print("f a un extremum pour x=",x)
    x=x+0.1
```

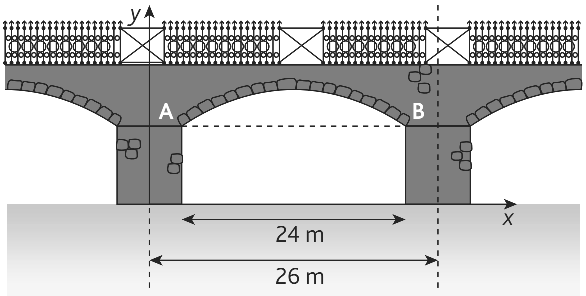
3. Ouvrir le fichier « variations » et exécuter le programme.

4. Donner la valeur de x correspondant à son extremum.

La fonction admet un minimum pour $x = -0{,}5$

16 Passage sous un pont ✪

Quentin, marinier sur la Seine, fait franchir un pont à sa péniche. Par mesure de sécurité, il faut qu'il y ait un mètre d'écart entre le haut de la péniche et le dessous de la voûte du pont.



La hauteur sous l'arche du pont est modélisée par une fonction f définie par $f(x) = -0{,}05x^2 + 1{,}3x + 3{,}6$.

1. Recopier et compléter à l'aide de la calculatrice le tableau suivant.

x	0	10	20	26
$f(x)$				

2. Exprimer la fonction dérivée f'.

3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

4. Tracer le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 26]$.

5. Quelle est la valeur de x correspondant à la hauteur maximale de la voûte ?

6. En déduire cette hauteur maximale.

7. La péniche est haute de 11,50 m au-dessus du niveau de l'eau. Peut-elle passer en toute sécurité ?

➜ Méthode p. 81

17 Consommation de carburant ✪

La distance parcourue par une voiture, réservoir plein, en fonction de sa consommation de carburant, est donnée par la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{4\,250}{x}$.

x est la consommation en L pour 100 km.

1. Recopier et compléter à l'aide de la calculatrice le tableau de valeurs suivant.

x	5	7	9	12
$f(x)$				

2. Exprimer la fonction dérivée f'.

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

3. Déterminer le signe de la fonction dérivée sur l'intervalle $[5 ; 12]$.

4. Recopier et compléter le tableau de variations de la fonction f.

x	5 12
$f'(x)$	
$f(x)$	

5. Comment évolue la distance parcourue avec un plein en conduite sportive, lorsque la consommation augmente ?

18 Fonctionnement d'un camping ✪✪

Cet été, Alicia fait son stage dans un camping. Le responsable lui demande d'étudier la rentabilité de l'entreprise.
Le coût de fonctionnement mensuel $C(n)$, en euros, d'un camping pour n nuitées est donné par la relation :

$$C(n) = 0{,}0002n^2 + 6n + 5\,000.$$

On admet que le chiffre d'affaires mensuel $C_A(n)$, en euros, est donné par la relation $C_A(n) = 10n$.
On note $R(n)$ le résultat d'exploitation, c'est-à-dire la différence entre le chiffre d'affaires mensuel et le coût de fonctionnement mensuel.

1. Montrer que le résultat s'écrit par la relation :

$$R(n) = -0{,}0002n^2 + 4n - 5000.$$

2. On définit la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 15\,000]$ par $f(x) = -0{,}0002x^2 + 4x - 5\,000$.

a. Exprimer $f'(x)$.

b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Déterminer le nombre mensuel de nuitées permettant de réaliser un résultat d'exploitation maximal.

19 Capteur de température ✪✪

Régis est technicien de maintenance dans une entreprise agro-alimentaire et doit vérifier la température dans les installations.
Un capteur est utilisé pour réguler la température d'une enceinte thermostatée.
Il est constitué par une résistance dont la valeur R, en ohms, dépend de la température T en kelvin.
Le fabricant donne pour relation :

$$\ln(R) = -9{,}7 + \frac{7\,200}{T}$$

pour T compris entre 300 K et 700 K.
On définit la fonction f par :

$f(x) = -9{,}7 + \dfrac{7\,200}{x}$ sur l'intervalle $[300 ; 700]$.

1. Ouvrir le fichier « capteur » et compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-capteur

2. Afficher la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f.

3. On donne $f'(600) = -0{,}02$.
Que représente ce nombre pour la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = 600$?

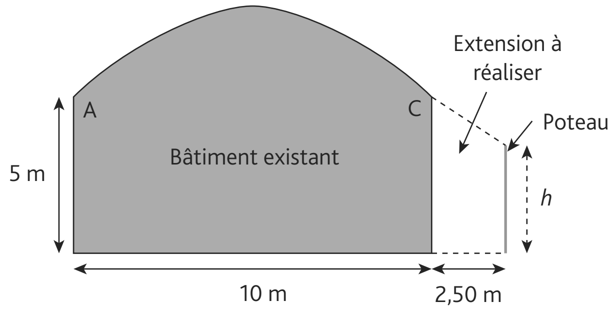
4. Parmi les équations de droites suivantes, déterminer celle qui correspond à la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 600 :
$y = -0{,}01x + 8{,}3$;
$y = -0{,}02x + 14{,}3$;
$y = -0{,}02x + 10$.

TUTO
Tracer une courbe avec un tableur
→ lienmini.fr/10491-tuto6

5. Tracer cette tangente sur le graphique de la feuille de calcul.

20 Extension d'un bâtiment ✪✪✪

Salim, jeune architecte fraîchement diplômé, étudie les plans pour réaliser une extension à un bâtiment existant. Le schéma ci-dessous représente une vue en coupe du bâtiment.



Les toitures de l'extension et du bâtiment existant doivent se raccorder harmonieusement. Les poteaux soutenant la toiture se situent à 2,50 m du mur existant.
La partie (AC) de la toiture du bâtiment existant peut être modélisée par la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = -0{,}1x^2 + x + 5.$$

A. Étude du profil du bâtiment existant

1. Exprimer la dérivée f' de la fonction f.

2. En déduire la valeur de x pour laquelle la fonction f est maximale.

3. Calculer la valeur de ce maximum.

4. Quelle est la hauteur maximale du bâtiment existant ?

B. Prolongement parabolique de la toiture

1. Calculer $f(12{,}5)$.

2. En déduire la hauteur h d'un poteau.

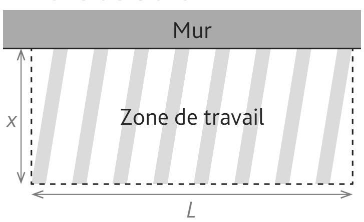
21 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Zones de travail

Pour protéger une zone de travail dans un bureau, Alexis la délimite avec un ruban pour en interdire l'accès.
Il dispose d'un ruban de 8 m de long. Il place ce ruban selon les pointillés du schéma ci-dessus.

1. Zone de travail



2. Formules d'aire

Aire d'un rectangle $= l \times L$
Aire d'un disque $= \pi R^2$

3. Le bureau

Surface : 350 m².
Occupants : 10.

4. Consignes de sécurité

Quelle doit être la largeur de la zone de travail pour que son aire soit maximale ?

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

30 min

Capacités	Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction. Étudier les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variation. Déterminer un extremum d'une fonction.		
Connaissances	Dérivée du produit d'une fonction par une constante, de la somme de deux fonctions.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1	
	Réaliser	2 ; 3	
	Communiquer	4 ; 5	
			/10

Situation

Walid, jeune citadin ayant des problèmes respiratoires, se renseigne sur le phénomène de la pollution à l'ozone dans les grandes villes. Dans certaines conditions météorologiques (chaleur, absence de vent ou encore circulation routière intense), ce gaz se retrouve en excès à basse altitude et peut s'avérer néfaste pour la santé et l'environnement.
Soit C la concentration en ozone (en µg/m^3) au centre de la ville de Walid. On peut modéliser la concentration en ozone $C(t)$ en fonction du temps t (en heures) avec la relation $C(t) = -0{,}6t^2 + 18t - 50$.
Walid veut savoir à quelle heure de la journée la pollution à l'ozone en centre-ville sera maximale.

L'ozone troposphérique ou « mauvais ozone » est engendré par la pollution près de la surface de la terre. Il est formé à partir de dioxyde d'azote NO_2 émis par les échappements des véhicules, des cheminées, incinérateurs et incendies de forêts.

1. Exprimer la dérivée C' de la fonction C. $C'(t) = -0{,}6 \times 2t + 18 = -1{,}2t + 18$

2. Résoudre l'équation $C'(t) = 0$ sur l'intervalle [8 ; 22].
$C'(t) = 0$; $-1{,}2t + 18 = 0$
donc $t = \dfrac{18}{1{,}2} = 15$.

3. Déterminer le signe de C'.
Pour $8 < t < 15$, C' est positif.
Pour $15 < t < 22$, C' est négatif.

Tableau des dérivées

Fonction f	*Dérivée f'*
$ax + b$	a
x^2	$2x$
$a \times u(x)$	$a \times u'(x)$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$

4. Compléter le tableau de variations de la fonction C.

t	8		15		22
Signe de $C'(t)$		+	0	–	
$C(t)$	55,6	↗	85	↘	55,6

5. Déterminer l'heure pour laquelle la pollution est maximale. Préciser la concentration en ozone correspondante à ce moment.
À 15 h, la pollution sera la plus importante. On aura une concentration en ozone égale à 85 µg/m^3.

7 Chapitre

Géométrie dans l'espace

Vous allez apprendre à…

- ✔ Représenter un solide usuel à l'aide d'un logiciel de géométrie.
- ✔ Exploiter une représentation d'un solide usuel ou d'un solide constitué d'un assemblage de solides usuels.
- ✔ Réaliser la section d'un solide usuel par un plan.
- ✔ Construire la section plane d'un solide passant par des points donnés.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

INVESTIGATION Un siège en boule

Amalia travaille dans une entreprise spécialisée dans la fabrication de meubles au design rétro et vintage. Au catalogue, est prévu, pour la saison prochaine, un fauteuil boule, en forme de sphère tronquée. Lors de la finalisation du prototype, Amalia tient à s'assurer que l'ouverture sera suffisante pour s'y asseoir facilement.

Comment Amalia peut-elle déterminer le diamètre de l'ouverture de ce fauteuil ?

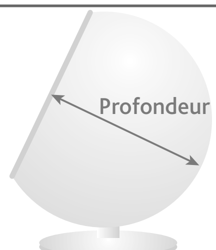
1. Fauteuil boule

Invitez l'art dans votre salon avec ce fauteuil boule, symbole intemporel de confort !
Une de ses caractéristiques est l'insonorisation ambiante lorsque l'on est assis à l'intérieur : une véritable bulle de sérénité ! (…) Le fauteuil peut passer à travers une porte de 72 cm de largeur.

2. Description du siège (extrait du catalogue à venir)

3. Fiche technique

Matériaux employés
Coque en fibre de verre.
4 couleurs au choix.
Remplissage en velours.
Dimensions
Diamètre : 100 cm.
Profondeur : 70 cm.



1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Diamètre de la sphère : 100 cm ; profondeur : 70 cm.

L'ouverture est un cercle.

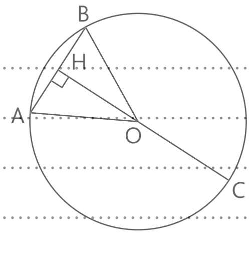
2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Faire un schéma en coupe du siège.

Diamètre de l'ouverture : AB ; rayon : OA = OC = 50 cm ;

profondeur CH = 70 cm. Utiliser la relation de Pythagore

dans le triangle OAH.



3 Rédiger la solution

OA = 50 cm ; OH = 20 cm ; AH = $\sqrt{OA^2 - OH^2}$ = 45,8 cm.

L'ouverture du siège a un diamètre de 91,6 cm.

1 Représenter un solide

Activité 1 Comment réaliser un siège design ?

Amalia travaille dans un magasin de mobilier design. L'enseigne propose différents types de poufs. Amalia doit présenter les caractéristiques des poufs sur le catalogue.

Modèles de poufs


Pouf n° 1


Pouf n° 2


Pouf n° 3


Pouf n° 4


Pouf n° 5

S'approprier

1. Modélisation des poufs

a. Associer à chaque modèle de pouf le solide qui le modélise, parmi les solides suivants :

cylindre ; sphère ; cube ; prisme ; tronc de cône.

b. Déterminer la figure plane qui constitue la base, pour chaque modèle de pouf.

c. Compter le nombre de faces planes de chaque modèle de pouf.

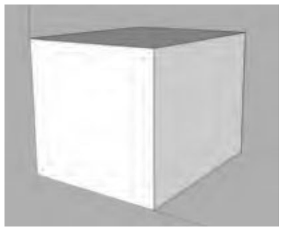
Reporter les réponses aux questions dans le tableau suivant.

N°	Nom du solide	Figure de base	Nombre de faces planes
1	Cube	Carré	6
2	Cylindre	Cercle	2
3	Prisme	Pentagone	7
4	Tronc de cône	Cercle	2
5	Sphère	Point	0

Réaliser

2. Représentation des modèles de poufs

Pour pouvoir visualiser les poufs sous différents angles, Amalia les modélise en utilisant un logiciel.
Pour modéliser le pouf n° 1, ouvrir le logiciel Google Sketchup :



a. Sous l'onglet Dessiner, choisir Rectangle.
– Positionner le premier sommet à l'origine du repère et tirer le rectangle.
– Saisir, au clavier, les dimensions : **0,4 ; 0,4** puis Entrée.

b. Sous l'onglet Outils, choisir Pousser-Tirer.
– Cliquer sur le carré de base et tirer vers le haut.
– Saisir au clavier la hauteur : **0,4** puis Entrée.
– Sous l'onglet Caméra, choisir Zoom étendu pour agrandir et centrer la figure (l'agrandir ou la réduire avec la molette de la souris).

c. Visualiser le cube sous ses différentes faces en cliquant sur l'onglet Caméra, puis Orbite.

d. Modéliser de la même manière les autres modèles de poufs en utilisant les dimensions ci-contre.

> ***Dimensions des poufs :***
> *n° 1 : 40 cm d'arête.*
> *n° 2 et 3 : 40 cm de diamètre de base, 40 cm de hauteur.*
> *n° 4 : 40 cm de base, 30 cm d'assise, 40 cm de hauteur.*
> *n° 5 : 40 cm de diamètre.*

TUTO
Dessiner un solide avec Google Sketchup
→ lienmini.fr/10491-tuto10

Communiquer

3. Aire de l'assise

Amalia veut indiquer sur le catalogue l'aire de l'assise de chaque type de pouf.
En utilisant l'outil surface du logiciel, donner les aires des différentes assises.

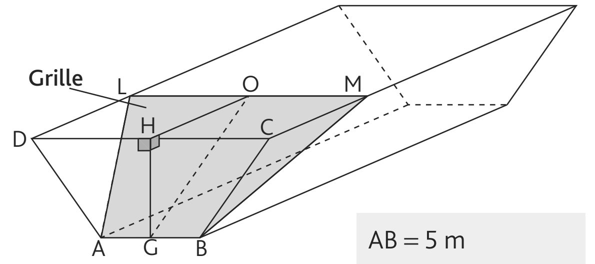
n° 1 : $0{,}16\ m^2$ n° 2 : $0{,}12\ m^2$ n° 3 : $0{,}1\ m^2$ n° 4 : $0{,}07\ m^2$

Un solide peut être défini par plusieurs surfaces planes.

2 Exploiter une représentation d'un solide usuel

Activité 2 **Quel est le volume d'eau d'un canal d'irrigation ?**

Dans le sud de la France, Sullivan participe à la réalisation d'un canal d'adduction d'eau destiné à l'irrigation des cultures.
Le canal a la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle ABCD. Les dimensions en mètres sont données sur le schéma ci-contre.
À l'entrée du canal est placée une grille de filtration placée en oblique, représentée par le quadrilatère ABML.
Sullivan voudrait pouvoir déterminer le volume d'eau que peut contenir ce canal et l'aire de la grille de filtration, afin de s'assurer que le projet convienne aux cultures environnantes.



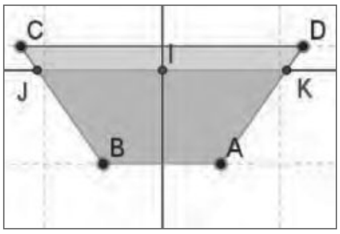
AB = 5 m
CD = 12 m
GH = 5 m
DL = HO = 4 m

S'approprier

A. **Remplissage du canal**

En fonctionnement normal, la hauteur de l'eau dans le canal est de 4 mètres.

1. Ouvrir le fichier « canal » : il s'agit d'une représentation d'une partie du canal. Cliquer sur la face ABCD, puis cliquer sur Créer une vue en 2D.
Ensuite, placer le point I (0 ; 0 ; 4), puis tracer le segment [JK] représentant le niveau d'eau dans le canal.



Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-canal

Analyser
Raisonner

2. Par lecture graphique, relever la longueur JK = 10,6 m.

3. Par lecture graphique ou par calcul, donner l'aire du trapèze ABJK.

Par calcul : aire = $\dfrac{(5 + 10{,}6) \times 4}{2} = 31{,}2 \text{ m}^2$.

4. En déduire le volume d'eau contenu dans une portion du canal d'un kilomètre de long.

$V = 31{,}2 \times 1\,000 = 31\,200 \text{ m}^3$

Réaliser

B. **Aire de la grille de filtration**

1. Sur la feuille de traçage du fichier « canal », placer d'abord le point L sur l'arête [DP], tel que DL = 4. Puis, tracer une parallèle à l'arête [CD] passant par L. Ensuite, placer le point M, intersection de cette parallèle avec l'arète [CR]. Enfin, tracer le polygone ABML représentant la grille de filtration.

2. Indiquer la nature du quadrilatère ABML.

ABML est un trapèze isocèle.

Communiquer

3. Par lecture graphique ou par calcul, donner la mesure de la hauteur du quadrilatère ABML.

$h = \sqrt{5^2 + 4^2} = 6{,}4 \text{ m}$

! *Aire du trapèze :* $A = \dfrac{(B + b) \times h}{2}$.

4. Par lecture graphique ou par calcul, donner l'aire de la grille.

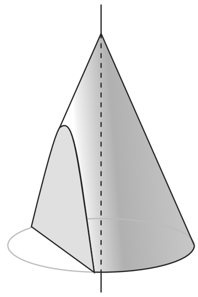
Aire = $\dfrac{(5 + 12) \times 6{,}4}{2} = 54{,}4 \text{ m}^2$

➔ *La section d'un solide définit une figure plane.*

3 Réaliser la section d'un solide usuel par un plan

Activité 3 **Où placer l'ouverture du siège suspendu ?**

Pour diversifier l'offre de son entreprise, Amalia imagine un siège à suspendre. Elle modélise sa forme par un cône dont la base a un diamètre de un mètre pour une hauteur de 1,50 m. L'ouverture doit faire au moins 90 cm pour une hauteur de 1 m. Amalia se demande où placer l'ouverture par rapport à l'axe du cône pour respecter ces dimensions.



S'approprier

A. Représentation du cône et du plan de coupe

1. Ouvrir le fichier « siege ». Sur la feuille de traçage sont placés les points A (0 ; 0 ; 0), centre de la base et B (0 ; 0 ; 1,5), sommet du cône. Tracer un cône centré sur l'axe vertical. Pour cela, utiliser l'outil Cône, sélectionner les points A et B, puis entrer le rayon : 0.5.

2. Placer un point C sur l'axe (Ox), puis tracer un plan perpendiculaire à l'axe (Ox) passant par ce point C.

Pour cela, utiliser l'outil Point sur objet pour placer C sur l'axe (Ox), puis l'outil Plan perpendiculaire et, enfin, sélectionner le point C et l'axe (Ox) pour tracer le plan de coupe.

> **!** *Dans l'espace, un point est repéré par trois coordonnées (x ; y ; z) avec :*
> *x : abscisse ;*
> *y : ordonnée ;*
> *z : cote.*

Réaliser

B. Détermination de l'ouverture

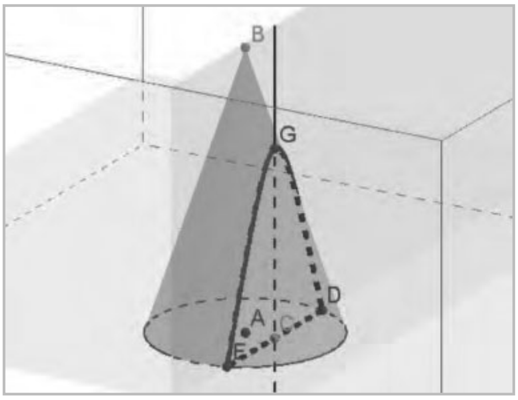
1. Déplacer le point C sur l'axe (Ox) afin qu'il ait pour coordonnées (0,2 ; 0 ; 0).

2. Déterminer l'intersection entre le plan et le cône. Pour cela, utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, puis sélectionner le plan et le cône pour tracer la section plane.

> **Fichier à télécharger**
> → lienmini.fr/10491-siege

C. Dimensions de l'ouverture

1. Afficher la section plane obtenue. Pour cela, sélectionner l'intersection plan-cône, puis utiliser l'outil Créer une vue en 2D.



2. a. Tracer le segment [DE], base de la section plane.
b. Noter sa longueur DE = 0,92 m

3. a. Tracer la hauteur [CG] de la section plane.
b. Noter sa longueur CG = 0,90 m

Communiquer

D. Position de l'ouverture

Le segment [DE] représente l'ouverture de l'assise du siège et [CG] sa hauteur.

1. Déplacer le point C sur l'axe (Ox) pour obtenir une hauteur de 1 m.

> TUTO
> **Construire une figure dans l'espace avec GeoGebra**
> → lienmini.fr/10491-tuto11

2. a. Par lecture graphique, donner les coordonnées du point C : (0,17 ; 0 ; 0).
b. Par lecture graphique, relever la largeur DE de l'ouverture : 0,94 m

3. Indiquer à Amalia si la largeur de l'ouverture est conforme au cahier des charges.
Oui, elle est conforme, car supérieure à 90 cm.

4. En déduire à quelle distance de l'axe du cône doit se trouver l'ouverture pour respecter les dimensions préconisées dans le cahier des charges.
L'ouverture doit se trouver à 0,17 m de l'axe du cône.

→ ***Une section plane est l'intersection d'un solide avec un plan.***

4 Construire la section plane d'un solide

Activité 4 **Comment déterminer la pente d'une piscine ?**

Arthur est chargé des plans d'une piscine dont la forme est celle d'un parallélépipède rectangle. Les dimensions du bassin sont : 40 m de longueur, 20 m de largeur et de 2 m de profondeur. Pour des mesures de sécurité, le fond doit présenter une pente depuis le bord jusqu'au milieu de la piscine. Cette pente commence à 1 m de profondeur avec un angle qui ne dépasse pas 4° par rapport à l'horizontale.

Réaliser

A. Représentation du parallélépipède rectangle et du plan de coupe

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-piscine

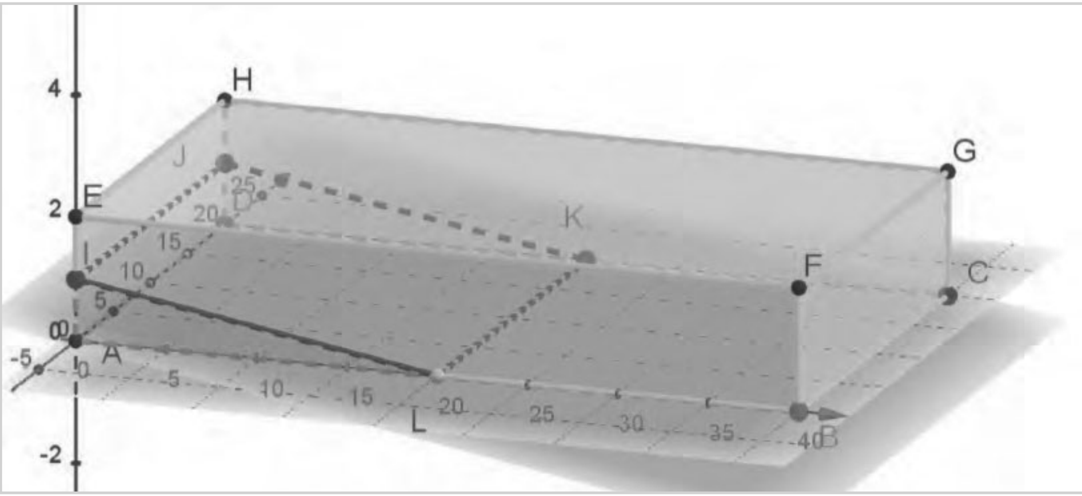
1. Ouvrir le fichier « piscine ». Sur la feuille sont placés les points A (0 ; 0 ; 0), B (40 ; 0 ; 0), C (40 ; 20 ; 0) et D (0 ; 20 ; 0). Utiliser l'outil Polygone et sélectionner successivement les points A, B, C, D et A. Utiliser l'outil Extrusion Prisme, sélectionner le polygone ABCD puis entrer la hauteur : 2

2. Écrire dans la zone Saisie : I=(0,0,1) , J=(0,20,1) et K=(20,20,0). Utiliser l'outil Plan passant par trois points, puis sélectionner les points I, J et K pour faire apparaître le plan de coupe.

B. Détermination de la section plane

TUTO
Construire une figure dans l'espace avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto11

1. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, puis sélectionner le plan et le parallélépipède rectangle et faire un clic droit pour sélectionner Créer une vue en 2D.



Communiquer

2. Utiliser l'outil Distance et mesurer la longueur des côtés de la figure plane avec un arrondi à trois décimales. Quelle est la figure plane obtenue ?

Un rectangle

Réaliser

3. Utiliser l'outil Angle puis sélectionner les points I, L et A. Donner la valeur de l'angle de la pente de la piscine.

L'angle est de 2,9°

Valider

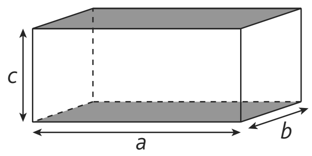
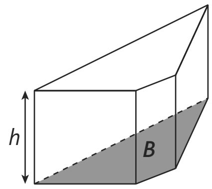
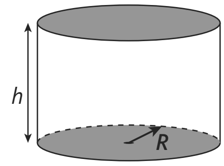
4. La valeur de la pente de la piscine est-elle en accord avec les mesures de sécurité ?

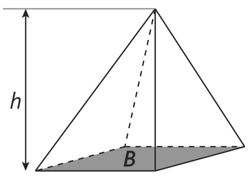
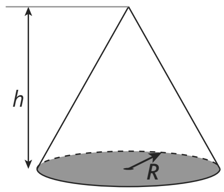
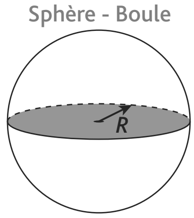
Oui car 2,9° < 4°

➔ *Un solide est défini par un ou plusieurs solides usuels.*

Bilan

A. Solides usuels

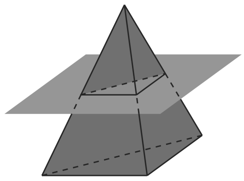
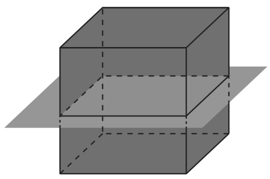
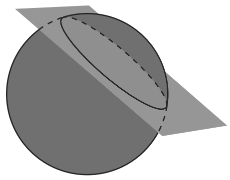
Parallélépipède rectangle	Prisme droit	Cylindre
		
$V = a \times b \times c$	$V = B \times h$	$V = \pi \times R^2 \times h$

Pyramide régulière	Cône de révolution	Sphère - Boule
		
$V = \frac{1}{3} \times B \times h$	$V = \frac{1}{3} \pi \times R^2 \times h$	$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

B. Section plane d'un solide

Une section plane d'un solide est la figure formée par l'intersection du solide avec un plan.

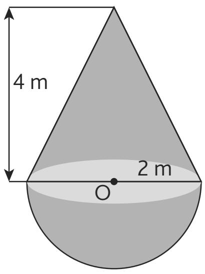
> ***Vocabulaire logique***
> *Les formules de calcul de volumes sont assimilables à des identités. Leur écriture est toujours vraie.*

Triangle	Carré	Cercle
		
La section d'un tétraèdre par un plan parallèle à sa base est un triangle.	La section d'un cube par un plan parallèle à sa base est un carré.	La section d'une sphère par un plan quelconque est un cercle.

MÉTHODE Exercices 12, 14, 15 et 16

Calculer le volume d'un solide

Une bouée d'amarrage de bateaux est représentée ci-contre.
Calculer le volume de cette bouée.



Démarche	Solution
• Repérer les solides usuels constituant l'objet.	• La bouée est composée d'une demi-sphère et d'un cône.
• Noter les dimensions.	• Le rayon est égal à 2 m. La hauteur du cône est 4 m.
• Calculer le volume des solides usuels.	• Volume de la demi-sphère : $V_S = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 2^3$; $V_S = 16{,}755\ \text{m}^3$. • Volume du cône : $V_C = \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 4$; $V_C = 16{,}755\ \text{m}^3$.
• Faire la somme des volumes.	• Le volume total est alors : $V = 33{,}51\ \text{m}^3$.

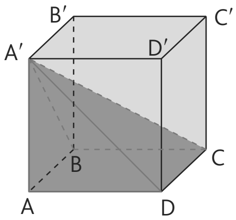
Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Identifier un solide

Le cube représenté ci-dessous a pour arête 8 cm. On considère le solide A′ABCD.



a. Donner la nature de ce solide.

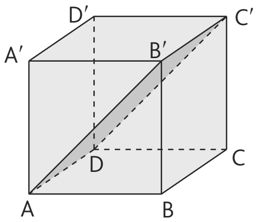
☐ Prisme ☑ Pyramide ☐ Parallélépipède

b. Calculer la longueur de l'arête [A′D].

☐ 8 cm ☐ 10,6 cm ☑ 11,3 cm

2 Isoler une figure plane

Soit la section plane AB′C′D du cube représenté ci-dessous (arête : 5 cm).



a. Donner la nature cette section plane.

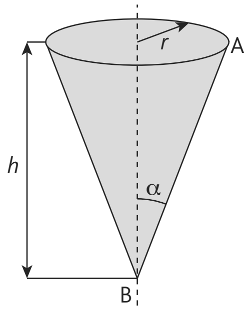
☐ Carré ☑ Rectangle ☐ Parallélogramme

b. Calculer la longueur AB′.

☐ 5 cm ☑ 7 cm ☐ 10 cm

3 Étudier un solide

Soit le cône ci-contre.
On donne :
$r = 15$ cm ; $h = 20$ cm.



a. Déterminer l'angle α.

☑ 37° ☐ 45° ☐ 53°

b. Calculer la longueur AB.

☐ 36 cm ☑ 25 cm ☐ 50 cm

c. Calculer le volume du cône (en cm^3).

☐ 14 137 ☐ 31 400 ☑ 4 712

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM7

4 Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme.

Fiche méthode p. 139

a. Calculer le volume d'un cube de 5 cm de côté. $V = 5^3 = 125$ cm^3

b. Calculer le volume d'un pavé droit de longueur 20 cm, de largeur 10 cm et de hauteur 5 cm.
$V = 20 \times 10 \times 5 = 1\,000$ cm^3

c. Calculer le volume d'un prisme dont la base est un triangle rectangle équilatéral de 10 cm de côté et de hauteur 10 cm. $V = 10 \times (10/2) \times 10 = 500$ cm^3

5 Reconnaître une situation de proportionnalité.

Fiche méthode p. 137

Le plan d'un monument est établi à l'échelle 1/200^e. Calculer :

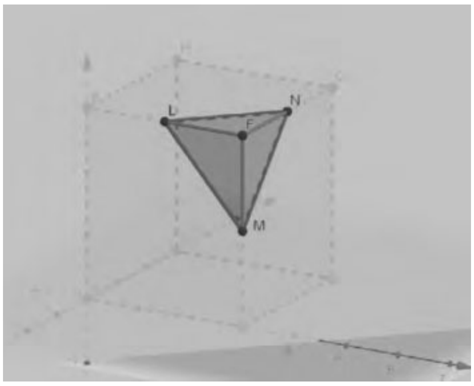
a. La longueur sur le plan correspondant à une longueur réelle de 25 m.
Longueur sur plan = 25/200 = 0,125 m soit 12,5 cm.

b. La longueur réelle correspondant à une longueur sur le plan de 5 cm.
Longueur réelle = $5 \times 200 = 1\,000$ cm soit 10 m.

6 Section d'un cube par un plan

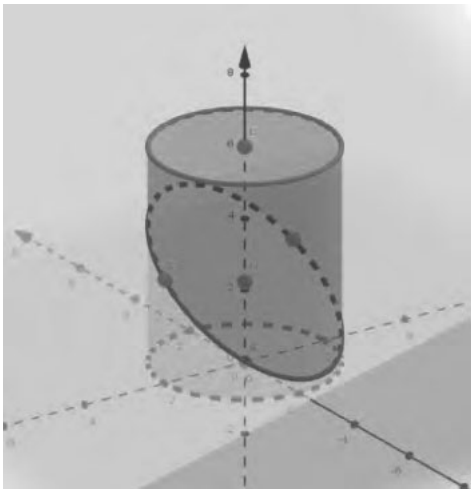
TUTO
Construire une figure dans l'espace avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto11

1. Ouvrir GeoGebra. Placer un point au centre du repère et l'autre sur l'axe [Ox). Utiliser l'outil Cube puis sélectionner les deux points.
2. Sélectionner l'outil Milieu ou centre et placer trois points au milieu de trois arêtes concourantes comme indiqué ci-contre.
3. Utiliser l'outil Plan passant par trois points, puis sélectionner les trois points précédents.
4. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, puis sélectionner l'intersection entre le plan et le cube et faire un clic droit pour sélectionner Créer une vue en 2D.
5. Quelle est la figure plane obtenue ?
C'est un triangle équilatéral.



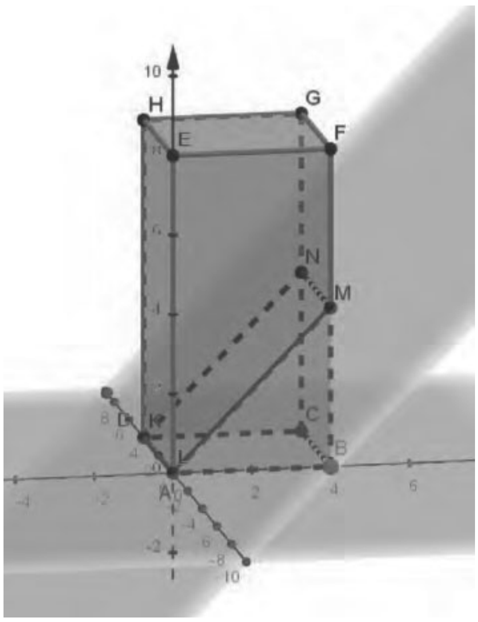
7 Section d'un cylindre par un plan

1. Ouvrir GeoGebra et placer un point sur le centre du repère et un autre sur l'axe [Oz) puis sélectionner l'outil Cylindre. Sélectionner les deux points et donner une valeur au rayon.
2. Placer trois points, un sur l'axe du cylindre et deux sur la surface latérale comme indiqué ci-contre.
3. Utiliser l'outil Plan passant par trois points, puis sélectionner les trois points précédents.
4. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, sélectionner l'intersection entre le plan et le cylindre puis faire un clic droit pour sélectionner Créer une vue en 2D.
5. Quelle est la figure plane ainsi obtenue ?
C'est une ellipse.



8 Section d'un pavé droit par un plan

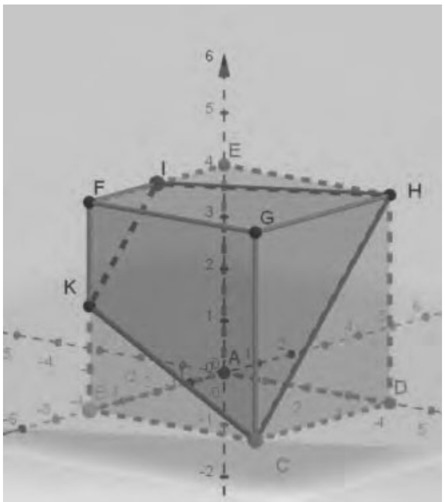
1. Ouvrir GeoGebra, utiliser l'outil Polygone régulier. Placer un point au centre du repère et l'autre sur l'axe [Ox). Indiquer que le polygone possède quatre points. Utiliser l'outil Extrusion Prisme et donner une hauteur.
2. Placer deux points sur deux arêtes parallèles utilisant l'outil Milieu ou centre comme indiqué ci-contre.
3. Utiliser l'outil Plan passant par trois points, puis sélectionner les deux points précédents et l'origine du repère.
4. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, sélectionner l'intersection entre le plan et le pavé droit puis faire un clic droit pour sélectionner Créer une vue en 2D.
5. Quelle est la figure plane ainsi obtenue ?
C'est un rectangle.



9 On considère un cube de 4 cm de côté.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-cube

1. Pour construire le cube, ouvrir le fichier « cube ». Sur la feuille sont placés les points A (0 ; 0 ; 0), B(0 ; – 4 ; 0). Utiliser l'outil Cube puis sélectionner les points A et B. Le cube ABCDEFGH est ainsi formé.



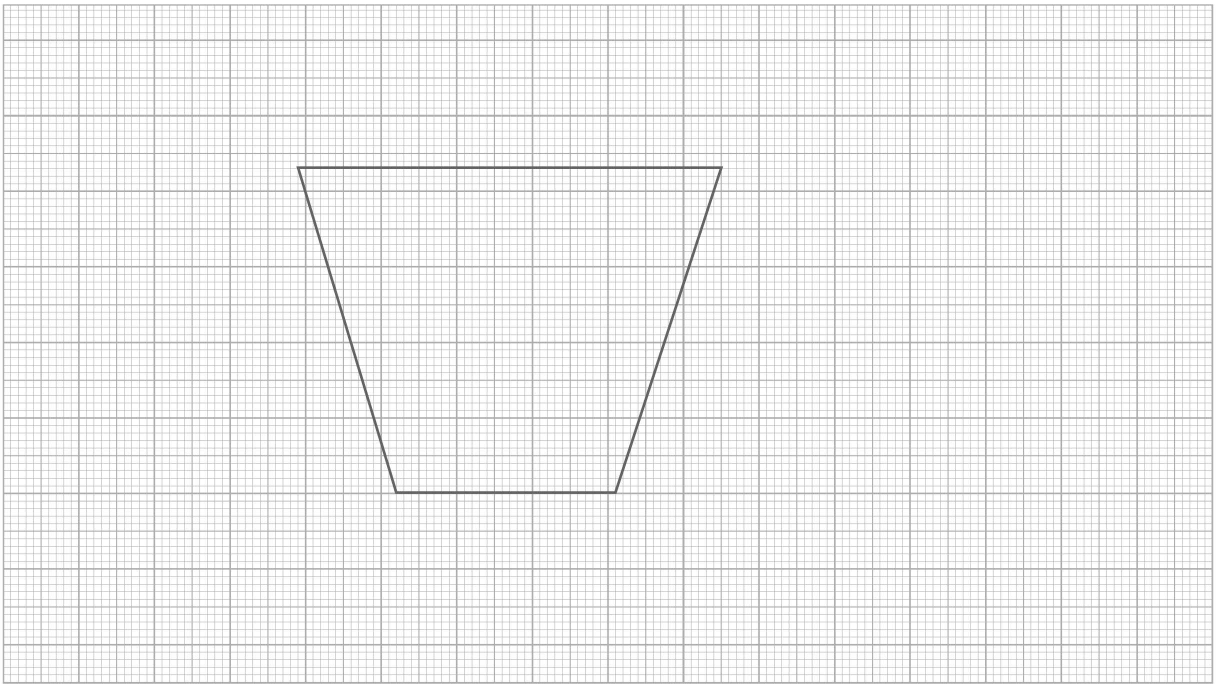
2. Écrire dans la zone Saisie I=(0,-2,4).
Utiliser l'outil Plan passant par trois points, puis sélectionner les points I, H et C pour faire apparaître le plan.

3. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, puis sélectionner le plan et le cube et faire un clic droit pour sélectionner Créer une vue en 2D.

4. En utilisant le schéma ci-contre, quelle est la nature du quadrilatère IHCK ?

C'est un trapèze.

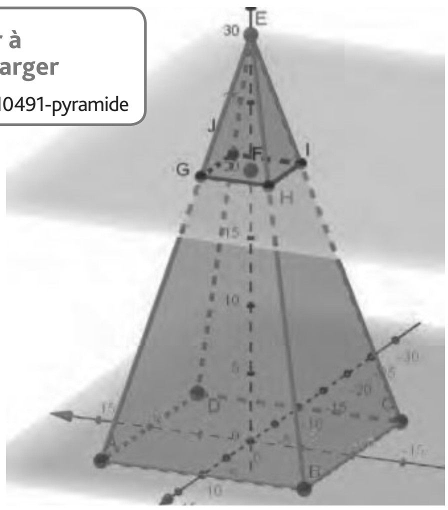
5. Tracer ci-dessous le quadrilatère en vraie grandeur.



10 Soit une pyramide de base carrée de côté 20 cm et de hauteur 30 cm.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-pyramide

1. Ouvrir le fichier « pyramide » où figure la pyramide de base ABCD et de hauteur OE.



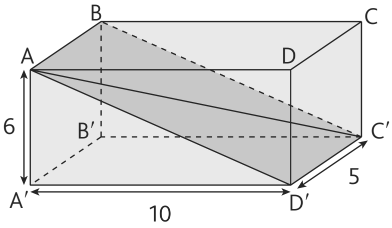
2. Écrire dans la zone Saisie F=(0,0,20). Utiliser l'outil Plan perpendiculaire puis sélectionner le point F et l'axe [Oz).

3. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces, puis sélectionner l'intersection entre le plan et la pyramide. Faire un clic droit pour sélectionner Créer une vue en 2D.

4. Quelle est la figure plane ainsi obtenue ?

Un carré.

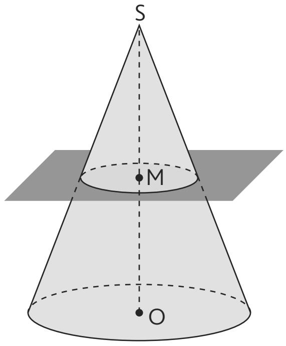
11 Utiliser la section plane ABC′D′ pour calculer la diagonale AC′ du parallélépipède rectangle représenté ci-contre (les cotes sont données en mm).



AD′ = $\sqrt{6^2 + 10^2} = 11{,}7$ mm

AC′ = $\sqrt{5^2 + 136} = 12{,}7$ mm

12 Un cône a pour rayon de base $R = 8$ cm et pour hauteur $h = 15$ cm.



1. Calculer son volume arrondi au cm^3.

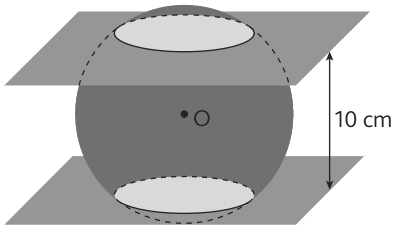
$V = \frac{1}{3}\pi \times 8^2 \times 15 = 1\,005$ cm^3

2. Ce cône est coupé par un plan parallèle à la base passant par le milieu M de la hauteur [SO]. Calculer le volume du cône obtenu dont la base a pour centre M.

$V = \frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 7{,}5 = 126$ cm^3

ou $V = \frac{1005}{8}$

13 Une sphère de rayon $R = 8$ cm est coupée par deux plans parallèles équidistants de son centre O.



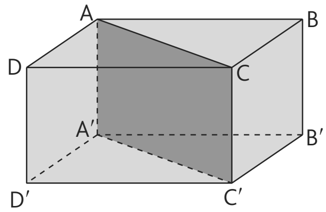
1. Calculer la distance de chaque plan de coupe au centre O.

Distance $= \frac{10}{2} = 5$ cm.

2. Calculer le rayon des deux sections planes.

Rayon $= \sqrt{8^2 - 5^2} = 6{,}2$ cm.

14 On considère le parallélépipède rectangle représenté par la figure ci-contre.



AA′ = 4 cm ; AB = 8 cm ;
BC = 6 cm

1. Calculer la longueur AC.

AC $= \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$ cm.

2. Calculer l’aire de la section plane ACC′A′.

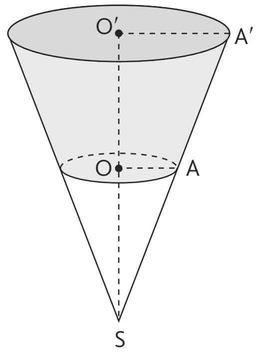
Aire de base : AA′ × AC = 40 cm^2.

3. Calculer le volume du prisme ABCA′B′C′.

Aire de base : $B = (8 \times 6) \div 2 = 24$ cm^2

Volume : $V = B \times h = 24 \times 4 = 96$ cm^2.

15 On considère un réservoir en forme de tronc de cône, représenté sur la figure ci-contre.



SO = OO′ = 4 m ;
OA = 2 m

1. Calculer O′A′. O′A′ = 4 m

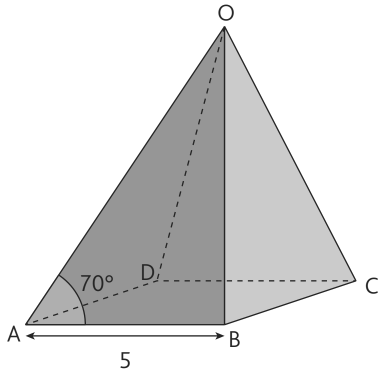
2. Déterminer le volume des cônes de sommet S et de rayons de base [OA] et [O′A′].

$V_1 = \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 4 = 16{,}75$ m^3

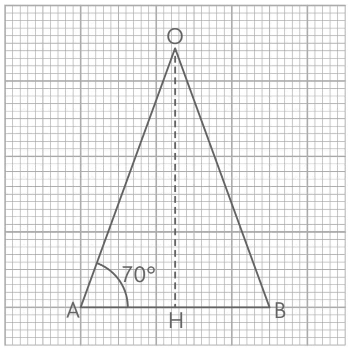
$V_2 = 8 \times V_1 = 134$ m^3

3. En déduire le volume du réservoir. $V = V_2 - V_1 = 117{,}25$ m^3.

16 La pyramide régulière représentée par la figure ci-contre a pour base un carré ABCD de côté 5 cm. Ses angles à la base ont pour mesure 70°.



1. Représenter ci-dessous le triangle OAB à l'échelle 1/2.



2. Calculer les longueurs des côtés [OA], [OB] et de sa hauteur [OH].

OA = $\dfrac{AH}{\cos\widehat{A}} = 7{,}3$ cm OB = OA = 7,3 cm

OH = $AH \times \tan\widehat{A} = 6{,}87$ cm

3. En déduire l'aire latérale de la pyramide arrondie au cm².

Aire OAB = $(5 \times 6{,}87) \div 2 = 17$ cm². Aire pyramide = 68 cm².

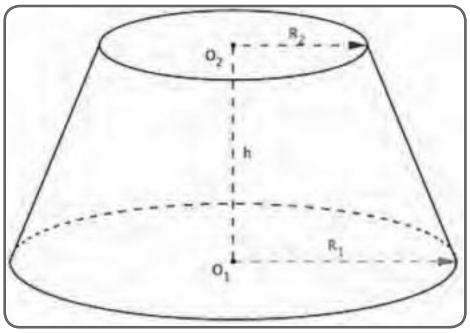
4. La pyramide est coupée par un plan vertical passant par O et définissant le triangle OHK. Utiliser ce triangle pour calculer la hauteur de la pyramide. Hauteur = $\sqrt{OH^2 - HK^2} = 6{,}4$ cm.

5. En déduire le volume de la pyramide arrondi au cm³. $V = \dfrac{1}{3}B.\ h = \dfrac{1}{3} \times 5^2 \times 6{,}4 = 53$ cm³

Utiliser l'algorithmique et la programmation

17 Les barba-pots sont des pots costumisés en personnages. Aurélie désire connaître le volume de ces pots. Elle utilise la formule suivante :

$$V = \pi \times \frac{h}{3} \times (R_1^2 + R_2^2 + R_1 \times R_2)$$



1. Compléter le programme ci-dessous qui permet de calculer le volume d'un pot connaissant ses dimensions intérieures.

```
from math import *
R1=float(input(« grand rayon »))
R2=float(input(« petit rayon »))
h=float(input(« hauteur »))
V= pi*h/3*(R1**2+R2**2+R1*R2)
print(«le volume du pot est», V  )
```

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

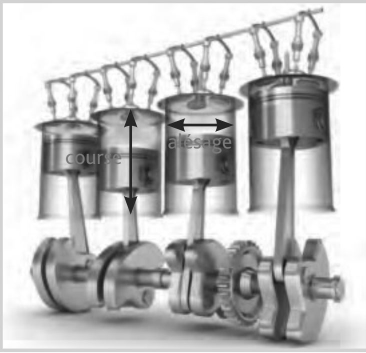
2. Saisir et exécuter le programme pour $R_1 = 10$ cm, $R_2 = 5$ cm et $h = 15$ cm.

Le volume est 2 748,9 cm³.

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

18 Cylindrée d'un moteur ✪✪

La cylindrée d'un moteur est le volume total de tous les cylindres du moteur. Elle est calculée à partir du diamètre d'un cylindre, l'alésage, et à partir de la distance maximum parcourue par un piston dans le cylindre, la course.



Le constructeur affiche une cylindrée de 1 400 cm^3 pour une voiture dont le moteur comporte 4 cylindres. L'alésage mesure 76 mm, la course 77 mm.
Simon, élève en bac pro maintenance des véhicules, veut vérifier l'information donnée par le constructeur.

A. Détermination du volume par le calcul

1. Calculer le volume d'un cylindre du moteur en utilisant la formule :

$V = \pi \times R^2 \times h$ avec $R = \dfrac{\text{Alésage}}{2}$

$h = \text{course}$

2. En déduire la cylindrée de la voiture.

B. Détermination du volume en utilisant un logiciel 3D

1. Ouvrir le ficher « cylindree » où sont représentés un cylindre et deux curseurs, un pour la valeur de l'alésage en cm et l'autre pour la valeur de la course en cm.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-cylindree

2. Faire varier les curseurs pour obtenir un alésage de 7,6 et une course de 7,7.

3. Déterminer le volume du cylindre en utilisant l'outil Volume.

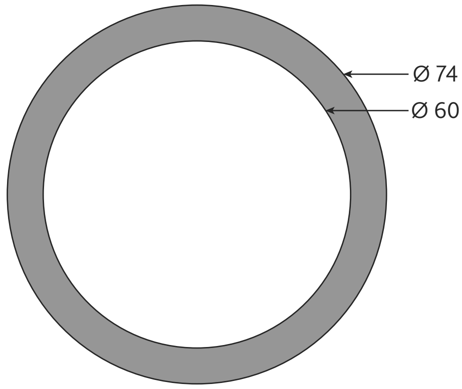
4. En déduire la cylindrée du moteur.

C. Validation
La cylindrée calculée et celle établie par le logiciel correspondent-elles à celle annoncée par le constructeur ?

D. Cylindrée d'une moto
Déterminer la cylindrée d'une moto bicylindre en V à 90°, alésage de 81 mm, course de 62,2 mm, en utilisant le logiciel.

19 Boules de pétanque ✪

L'entreprise Boulissimo fabrique des boules creuses en acier de diamètre extérieur 74 mm et de diamètre intérieur 60 mm.



1. Calculer le volume d'acier utilisé.

2. La masse volumique de l'acier est 7 600 kg/m^3.
Calculer la masse d'une boule.

3. Les boules sont commercialisées par trois dans une boîte en carton.
a. Calculer les dimensions intérieures de cette boîte pour qu'elle s'adapte parfaitement à la taille des boules.
b. En déduire le volume de la place perdue dans l'emballage.

Méthode p. 94

20 Plot anti-stationnement ✪

Une entreprise fabrique des plots pour empêcher les véhicules de stationner sur les trottoirs. Les plots ont une hauteur totale de 1 m et un diamètre de 10 cm.

1. Donner le nom des deux solides constituant le plot.

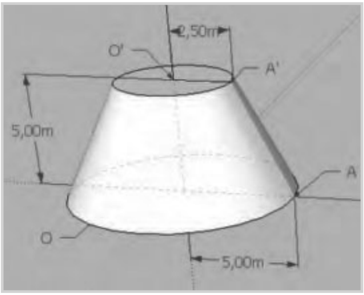
2. Donner le nom des figures planes obtenues lorsque l'on coupe le plot par un plan vertical passant par le centre de cette base.

3. Calculer le volume total du plot.

Méthode p. 94

21 Construction d'un réservoir ✪ ✪

Le service technique de la mairie veut un réservoir pour stocker le compost résultant de la collecte de déchets verts. Une entreprise propose de réaliser un réservoir comme indiqué ci-dessous.



TUTO
Dessiner un solide avec Google Sketchup
→ lienmini.fr/10491-tuto10

Avant de prendre sa décision, la responsable du service voudrait visualiser ce réservoir sous différents angles.

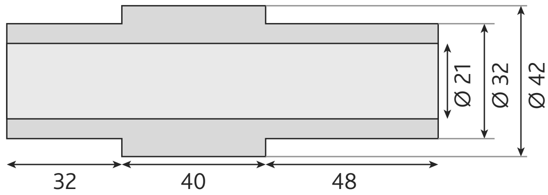
1. À quel solide ce réservoir correspond-il ?

2. Ouvrir le logiciel Google Sketchup, tracer un cercle de 5 m de diamètre centré sur l'origine du repère. Tracer le trapèze OAA'O' comme indiqué ci-dessus, puis sélectionner le trapèze et utiliser l'outil Suivez-moi.

3. En faisant pivoter la figure déterminer :
a. L'aire de la surface de la base.
b. L'aire latérale du réservoir.

22 Arbre de machine ✪ ✪

Une opération de maintenance nécessite l'usinage d'un nouvel arbre de sortie d'une machine-outil.
Le schéma ci-dessous indique ce qu'il faut obtenir après usinage.



Avant usinage, on dispose d'un cylindre creux en acier :
– son diamètre extérieur est de 42 mm ;
– son diamètre intérieur est de 21 mm ;
– sa longueur est de 120 mm.

1. Calculer le volume d'acier V_1 de la pièce avant usinage. Donner le résultat arrondi au mm^3.

2. Calculer le volume V_2 de la pièce après usinage. Donner le résultat arrondi au mm^3.

3. Calculer la masse m de la pièce usinée sachant que la masse volumique de l'acier est $\rho = 7\,600$ kg/m^3.

Méthode p. 94

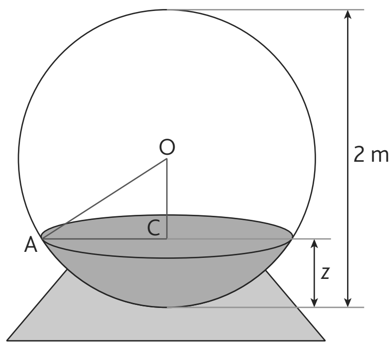
23 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Réservoir sphérique

Axel étudie les plans d'un réservoir en forme de sphère de centre O, schématisé ci-contre.
Le réservoir doit contenir un liquide dont la surface libre est située à la hauteur z dans le réservoir. La surface libre du liquide est le disque de centre C et de rayon CA.

1. Schéma du réservoir



2. Caractéristiques techniques

Diamètre du réservoir : 2 m.
Volume total : 4,2 m^3.
Hauteur du liquide dans le réservoir : 0,80 m.

3. Formulaire

Volume de la sphère : $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$
Aire du disque : $A = \pi R^2$

Comment Axel peut-il déterminer l'aire de la surface libre du liquide dans le réservoir ?

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

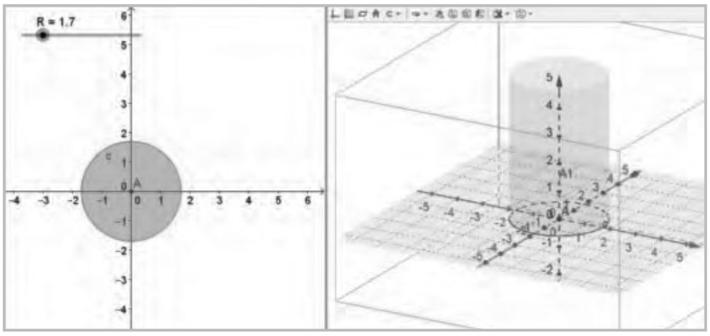
30 min

Capacités	Représenter un solide usuel à l'aide d'un logiciel Exploiter une représentation d'un solide usuel.		
Connaissances	Solides usuels : cylindre.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approprier	1 ; 2	
	Réaliser	3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7	
	Analyser, Raisonner	8	
	Communiquer	9	
			/10

Situation

Steven est en stage dans une entreprise réalisant des boîtes métalliques pour la conservation des aliments. Son tuteur lui demande de rechercher les dimensions optimales pour une boîte cylindrique de 425 cm^3 de volume. La surface du métal utilisé pour la fabrication de la boîte est égale à la somme de l'aire latérale et des bases du cylindre.

Steven doit trouver le diamètre de base et la hauteur de la boîte qui nécessite le minimum de métal pour un volume égal à 425 cm^3.



1. Ouvrir le fichier « boite », pour obtenir le tracé de la base du cylindre modélisant la boîte comme le représente la figure ci-contre. Le rayon du cercle de base peut varier entre 1 et 5 cm avec le curseur *R*.
2. Montrer que la hauteur du cylindre peut s'écrire : $h = \dfrac{425}{\pi R^2}$.

Volume du cylindre : $V = \pi R^2 h = 425$ cm^3 soit $h = \dfrac{425}{\pi R^2}$.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-boite

3. Dans la zone de saisie, définir la hauteur **h=425/(pi*R²)**.
4. Tracer le cylindre sur le graphique 3D avec l'outil Extrudez en prisme ou en cylindre (sélectionner le cercle de base et entrer la hauteur *h*).
5. Nommer A1 la surface latérale du cylindre et A2 la surface du disque de base. Dans la zone de saisie, définir la surface totale : **S=A1+2*A2**.
6. Fixer un rayon de 1 cm. Relever et noter :

a. la hauteur h = 135 cm b. la surface S = 856 cm^2

7. Fixer un rayon de 5 cm. Relever et noter :

a. la hauteur h = 5,41 cm b. la surface S = 327 cm^2

8. Faire varier le curseur pour obtenir la plus petite valeur possible de *S*. Relever et noter :

a. les valeurs : S = 312,94 cm^2 b. R = 4,1 cm c. h = 8,05 cm

9. D'après les résultats précédents, indiquer à Steven le diamètre de base et la hauteur de la boîte qui nécessitent le minimum de métal, au cm près.

La boîte a un diamètre de 8 cm et une hauteur de 8 cm.

8 Chapitre

Vecteurs du plan

Vous allez apprendre à…

✔ Reconnaître graphiquement des vecteurs.
✔ Construire la somme de deux vecteurs.
✔ Construire le produit d'un vecteur par un nombre.
✔ Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur.
✔ Calculer les coordonnées et la norme d'un vecteur.
✔ Reconnaître des vecteurs égaux ou colinéaires.

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

INVESTIGATION Cap sur le port

Skipper sur un voilier, Kamel rentre au port en suivant un cap plein Nord à la vitesse de 5 nœuds.
Un courant de vitesse 2 nœuds, dirigé vers l'Est, le dévie de sa route.

Comment Kamel peut-il connaître le cap réel suivi par son bateau ?

Le cap est la direction suivie par un bateau compte-tenu des diverses influences. La vitesse d'un bateau s'exprime en nœuds (nd) avec 1 nd = 1,852 km/h.

1. Vocabulaire maritime

2. Rentrée au port

Les différents caps **3.**

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Bateau : vitesse = 5 nd, direction : Nord (N). Courant : vitesse = 2 nd, direction : Est (E).

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Représenter la vitesse du bateau par un vecteur vers le haut de 5 cm (1 cm pour 1 nd).
Représenter la vitesse du courant par un vecteur perpendiculaire de 2 cm.
Additionner les deux vecteurs.
Mesurer l'angle entre le Nord et le vecteur obtenu.

3 Rédiger la solution

Le graphique peut être réalisé avec GeoGebra (fichier « C8_investigation_correction »).
Le voilier suit un cap de 22° par rapport au Nord.

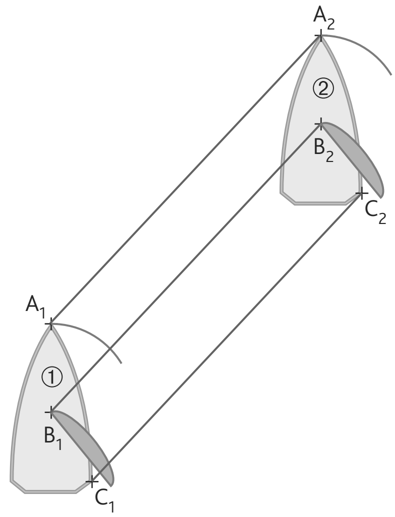
1 Reconnaître graphiquement des vecteurs

Activité 1 Comment se déplace le bateau ?

Réaliser

A. Relation entre des segments

La figure ci-contre représente deux positions du voilier de Kamel lors de sa navigation.



1. Tracer les segments $[A_1A_2]$, $[B_1B_2]$, $[C_1C_2]$.

2. Mesurer leurs longueurs.

$A_1A_2 =$ 5,3 cm $B_1B_2 =$ 5,3 cm $C_1C_2 =$ 5,3 cm

Comparer les valeurs obtenues.

Elles sont égales.

Analyser Raisonner

3. Comparer les directions des droites (A_1A_2), (B_1B_2) et (C_1C_2).

Elles sont parallèles.

4. Donner la nature du quadrilatère $A_1A_2B_2B_1$.

Un parallélogramme.

S'approprier

B. Construction avec GeoGebra

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-bateau

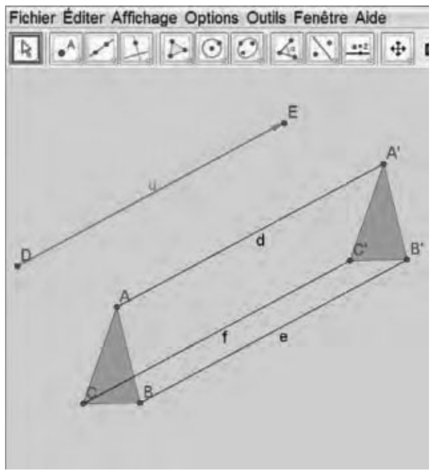
Pour vérifier les résultats précédents, Kamel réalise la figure en utilisant un logiciel de géométrie, le bateau étant représenté par un triangle.

1. Ouvrir le fichier « bateau » où figurent 5 points.
Tracer le triangle ABC représentant le bateau : outil polygone.

2. Définir un vecteur $\vec{u}$ à partir des points D et E. $\vec{u} = \overrightarrow{DE}$: outil vecteur.

Réaliser

3. Appliquer une translation de vecteur $\vec{u}$ au triangle ABC : outil translation.



4. Tracer les segments [AA′], [BB′], [CC′].

5. Mesurer leurs longueurs.

AA′ = 7,5 cm BB′ = 7,5 cm

CC' = 7,5 cm selon tracé

Comparer les valeurs obtenues.

Elles sont égales.

Analyser Raisonner

6. Donner la nature du quadrilatère AA'B'B.

Un parallélogramme.

Communiquer

7. Modifier le vecteur $\vec{u}$ en déplaçant le point E (cocher la bonne réponse).

a. La forme du triangle A′B′C′ est-elle modifiée ? ☐ Oui ☑ Non

b. Les longueurs AA′, BB', et CC′ changent-elles ? ☑ Oui ☐ Non

c. A-t-on encore AA′ = BB′ = CC′ ? ☑ Oui ☐ Non

d. La direction des droites (AA′), (BB′), (CC′) change-t-elle ? ☑ Oui ☐ Non

e. A-t-on encore (AA′) // (BB′) // (CC′) ? ☑ Oui ☐ Non

➔ *Un vecteur définit une direction, un sens et une longueur.*

2 Construire la somme de deux vecteurs

Activité 2 **Pourquoi incliner sa moto dans un virage ?**

Pendant le « Bol d'Or », Franck observe les motards.

Il se demande pourquoi ils doivent incliner leurs motos lors des virages.

Un technicien lui explique que la moto est soumise à son poids, soit une force verticale, dirigée vers le bas de 5 000 N.

En virage s'ajoute une force centrifuge, horizontale, dirigée vers l'extérieur du virage, ici vers la gauche qui dépend de la vitesse de la moto.

Analyser
Raisonner

A. Lorsque la vitesse augmente, la moto doit-elle être plus ou moins inclinée qu'à basse vitesse ? Proposer une réponse en la justifiant.

La moto doit être plus inclinée pour compenser la force centrifuge qui augmente.

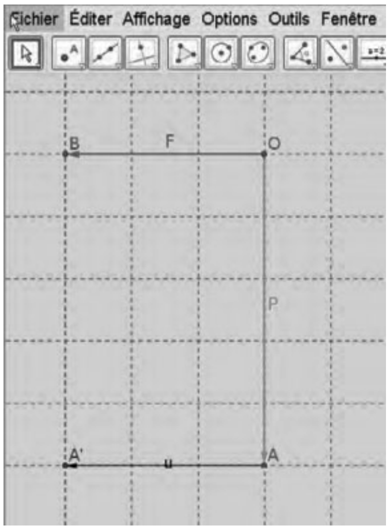
S'approprier

B. Pour déterminer l'inclinaison de la moto, Franck utilise un logiciel de géométrie.

1. Ouvrir le logiciel GeoGebra. Sur la grille repère, placer un point O.

TUTO
Tracer un vecteur avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto12

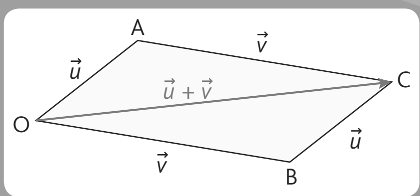
2. À partir de O et avec l'outil vecteur :
– tracer un vecteur vertical, vers le bas, de 5 unités. Le renommer $\vec{P}$;
– tracer un vecteur horizontal, vers la gauche de 3 unités. Le renommer $\vec{F}$.



MÉTHODE

Construire la somme de deux vecteurs

- *Soit à additionner les vecteurs : $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$.*
- *Tracer $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et ainsi $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC}$.*



- *La somme des deux vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ est définie par la diagonale du parallélogramme OACB.*

Réaliser

3. Appliquer la méthode ci-dessus pour construire la somme $\vec{P} + \vec{F}$.

a. Déplacer le vecteur $\vec{F}$ à l'extrémité du vecteur $\vec{P}$: outil représentant.

b. Tracer le vecteur $\vec{P} + \vec{F}$.

Valider

C. Une augmentation de la vitesse augmente la force centrifuge.

1. Déplacer l'extrémité du vecteur $\vec{F}$. En déduire la variation d'inclinaison de la moto lorsque sa vitesse augmente (cocher la bonne réponse) :

☑ L'inclinaison augmente ☐ L'inclinaison diminue.

2. La réponse à la question A est-elle confirmée ? Oui, le vecteur $\vec{P} + \vec{F}$ est plus incliné.

La règle du parallélogramme permet d'additionner deux vecteurs.

3 Construire le produit d'un vecteur par un nombre

Activité 3a Quel est le code pour repérer ses amis ?

Avec les réseaux sociaux, Florent qui habite Nantes, a des amis dans toute la France : Kevin à Poitiers, Véronique au Mans, Zaïa à Montargis et Malik à Nice.
En regardant la carte de France ci-contre, Florent décide de coder par le vecteur $\vec{u}$ la distance qui le sépare de Kevin.

S'approprier

1. Un nouvel ami, Omar, leur dit qu'il habite à $3\vec{u}$ de Florent et $2\vec{u}$ de Kevin.
Dans quelle ville habite Omar ?
Marseille.

2. Vanessa est à $-\vec{u}$ de Zaïa. Dans quelle ville habite-t-elle ?
Le Havre.

Réaliser

3. Comparer les directions des droites (Nantes, Poitiers) et (Le Mans, Nice).
Parallèles.

4. Coder avec le vecteur $\vec{u}$ la distance entre Malik et Véronique.
$-3\vec{u}$.

➔ ***Les vecteurs $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont la même direction.***

Activité 3b Comment effectuer le produit d'un vecteur par un nombre ?

S'approprier

1. Ouvrir le fichier « produit » où sont placés les points A et B sur une feuille de traçage.
Tracer le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-produit

Réaliser

2. Construire le vecteur $\vec{v} = 3\vec{u}$. Noter ce vecteur $\overrightarrow{CD}$.
Dans la partie Saisie, écrire : vecteur[3u].

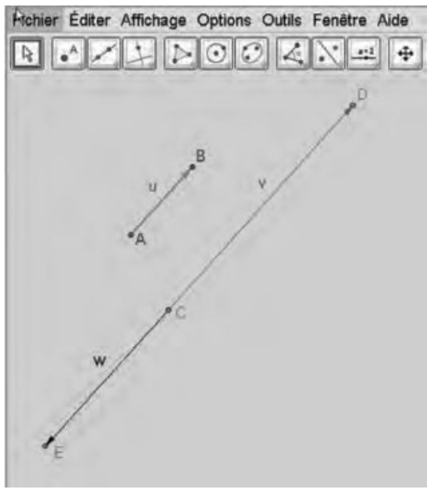
a. Mesurer la longueur CD = 7,35 cm.

Analyser Raisonner

b. Comparer les longueurs CD et AB. CD = 3AB.

c. Comparer les directions des droites (AB) et (CD). Parallèles.

d. Comparer les sens des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Même sens.



Réaliser

3. Construire le vecteur $\vec{w} = -2\vec{u}$. Noter ce vecteur $\overrightarrow{CE}$.
Dans la partie Saisie, écrire : vecteur[–2u].

a. Mesurer la longueur CE = 4,9 cm.

Analyser Raisonner

b. Comparer les longueurs CE et AB. CE = 2AB.

c. Comparer les directions des droites (AB) et (CE). Parallèles.

d. Comparer les sens des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$. Sens inverses.

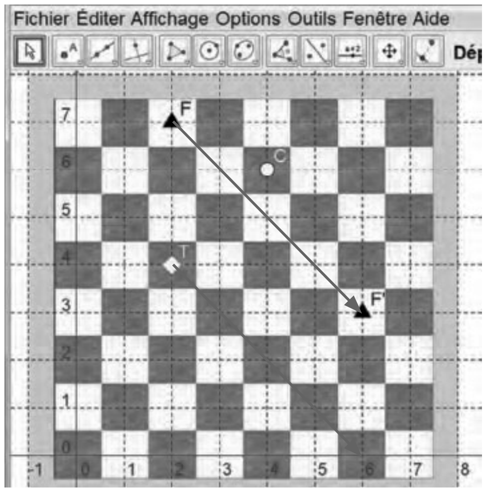
! *Des vecteurs de même direction sont colinéaires.*

➔ ***Les vecteurs $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ ont le même sens si k est positif.***

4 Déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur

Activité 4 **Comment repérer les déplacements des pièces d'un jeu d'échec ?**

Pour repérer les déplacements des pièces du jeu d'échec, Vanessa a représenté l'échiquier sur une feuille de traçage du logiciel GeoGebra. La position de chaque pièce est ainsi représentée par deux nombres.



S'approprier

1. Ouvrir le fichier « echecs » où est représenté l'échiquier. Le cavalier blanc se trouve au point C.
Lire les coordonnées du point C : (4 ; 6).

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-echecs

Réaliser

2. Le fou noir se déplace de F en F'.

a. Lire les coordonnées des points :
F (2 ; 7) F′ (6 ; 3)

b. Tracer le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{FF'}$.
Lire ses coordonnées : $\vec{u}$: (4 ; – 4).

c. Retrouver ces coordonnées par un calcul à partir des coordonnées des points F et F'.
Abscisse de $\vec{u}$ = 6 – 2 = 4
Ordonnée de $\vec{u}$: 3 – 7 = – 4

> **!** *L'abscisse x du vecteur $\overrightarrow{AB}$ mesure le déplacement horizontal du point A au point B.*
> *L'ordonnée y du vecteur $\overrightarrow{AB}$ mesure le déplacement vertical du point A au point B.*

3. La tour blanche est au point T.

a. Représenter le vecteur $\overrightarrow{TT'} = \overrightarrow{FF'}$.

b. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{TT'}$
(4 ; – 4).

TUTO
Tracer un vecteur avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto12

c. Comparer ces coordonnées avec celles du vecteur $\vec{u}$.
Elles sont égales.

d. La tour ne se déplace que horizontalement ou verticalement.
Représenter les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{z}$ en modélisant les déplacements nécessaires pour aller de T à T′.

e. Donner les coordonnées des vecteurs.
$\vec{w}$ (4 ; 0) $\vec{z}$ (0 ; – 4)

→ ***Un vecteur est défini par ses coordonnées.***

5 Calculer les coordonnées et la norme d'un vecteur

Activité 5 **Où se trouve le trésor ?**

Ali organise une course d'orientation. Il code les endroits où doivent se rendre les concurrents par des coordonnées dans un repère où une unité représente 100 m.
Les concurrents partent de l'origine O du repère et doivent se rendre aux points A et B pour obtenir des renseignements sur la position du trésor au point T.

! *Un repère est orthonormal lorsque les vecteurs unitaires sont perpendiculaires et ont la même norme.*

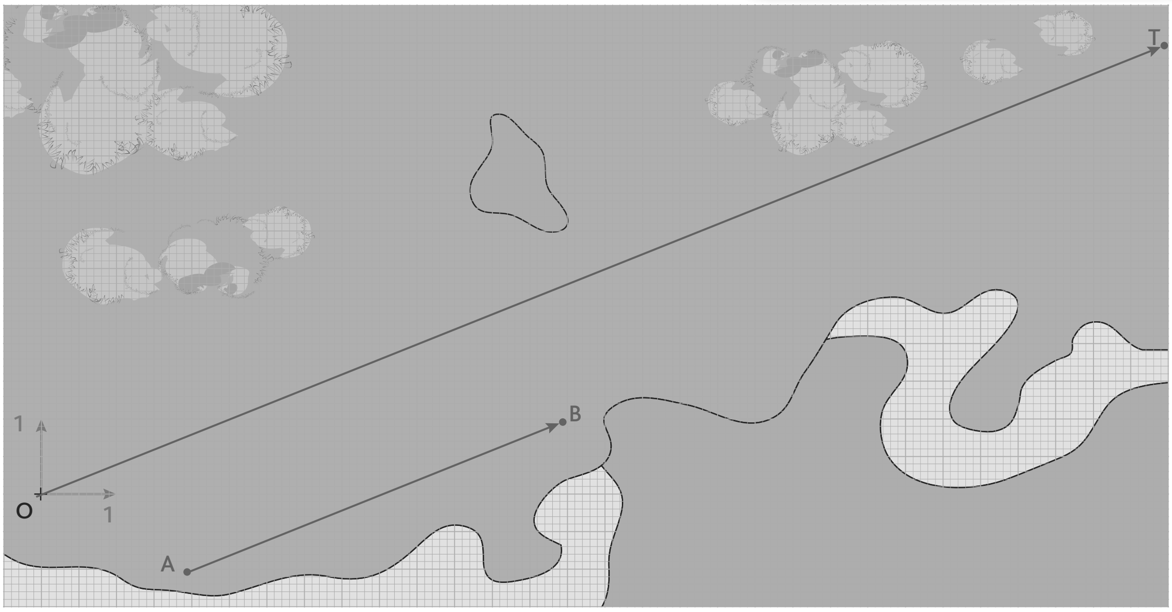
Réaliser

1. Les points A et B ont pour coordonnées : A (2 ; – 1) ; B (7 ; 1).

a. Placer les points A et B dans le repère ci-dessous.

b. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$x =$ 7 – 2 = 5. $y =$ 1 – (– 1) = 2.



Analyser
Raisonner

2. Au point A, on découvre le renseignement suivant :

« Le trésor est au point T tel que : $\|\overrightarrow{OT}\| = 3\|\overrightarrow{AB}\|$ ».

a. Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{5^2 + 2^2} \approx 5{,}4.$

b. En déduire la norme du vecteur $\overrightarrow{OT}$.

$\|\overrightarrow{OT}\| =$ 16,2.

c. Ce renseignement permet-il de connaître la position du trésor T ?

Non, les points sont sur un cercle de centre O de rayon 16,2 soit à 1 620 m de O.

MÉTHODE

➔ Calculer les coordonnées d'un vecteur

- *Connaître les coordonnées des points A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$.*
- *Calculer $x = x_B - x_A$ et $y = y_B - y_A$.*

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x ; y)$.

La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à :

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Communiquer

3. Au point B, on découvre le renseignement suivant : « le point T est tel que : $\overrightarrow{OT} = 3\overrightarrow{AB}$ ».

a. Déduire de ce renseignement les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OT}$.

$x =$ $3 \times 5 = 15$. $y =$ $3 \times 2 = 6$.

b. Placer le point T sur le repère précédent.

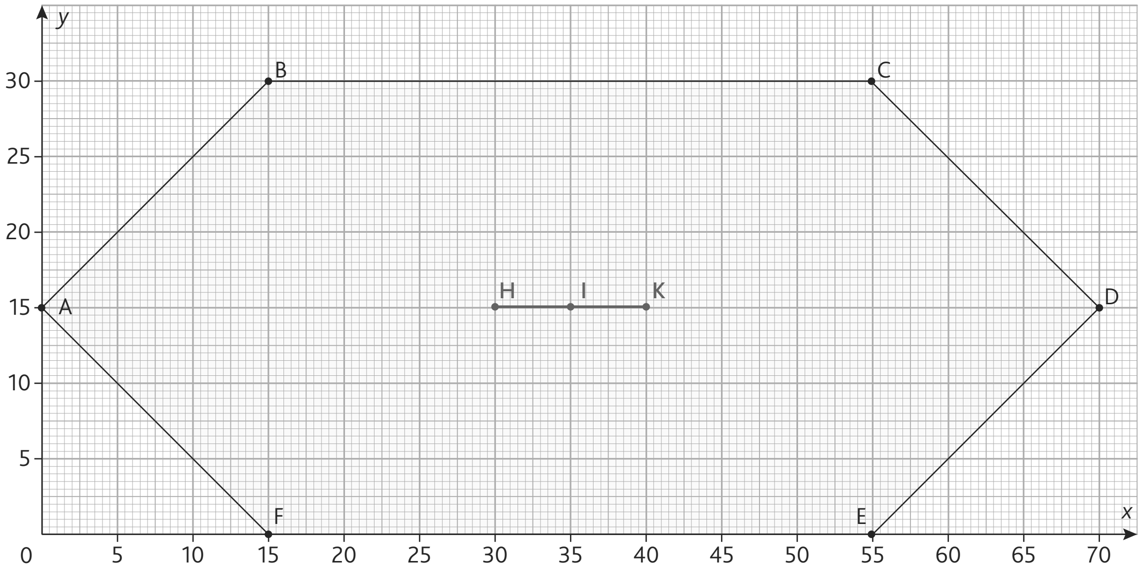
➔ *La norme d'un vecteur se calcule à partir de ses coordonnées.*

6 Reconnaître des vecteurs égaux ou colinéaires

Activité 6 **Comment réaliser le support du téléviseur ?**

Un atelier d'usinage doit réaliser pour des téléviseurs, des supports en aluminium de forme hexagonale.
Michel, stagiaire dans cet atelier doit positionner des points caractéristiques de la pièce pour programmer la machine à commande numérique.

Pour cela, il représente la pièce, vue de dessus, dans le repère suivant où une unité représente 1 cm.



Réaliser

A. Positionnement des sommets

1. Lire les coordonnées des points.

A (0 ; 15) B (15 ; 30) C (55 ; 30)

D (70 ; 15) E (55 ; 0) F (15 ; 0)

2. Calculer les coordonnées des vecteurs.

$\overrightarrow{AD}$ (70 ; 0) $\overrightarrow{BC}$ (40 ; 0) $\overrightarrow{EF}$ (– 40 ; 0)

Analyser
Raisonner

3. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$. Ils sont opposés : $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{BC}$.

4. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$. Ils sont colinéaires $\overrightarrow{AD} = 1{,}75\overrightarrow{BC}$.

Réaliser

B. Positionnement du centre

1. Déterminer les coordonnées du point I, milieu de [AD] : I (35 ; 15).

2. Calculer les coordonnées du milieu de [BE] : (35 ; 15) ;

du milieu de [CF] : (35 ; 15).

3. Comparer la position du milieu de ces trois diagonales : Les diagonales ont le même milieu.

Communiquer

C. Perçage des trous de fixation

Le plan prévoit deux trous de fixation aux points H et K de part et d'autre du milieu I.

1. Positionner le point H tel que $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

2. Positionner le point K tel que $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

Les vecteurs $\vec{u}$ (x ; y) et $\vec{v}$ (x' ; y') sont colinéaires si x' = k x et y' = ky.

A. Éléments caractéristiques d'un vecteur

Deux points distincts A et B du plan sont associés au vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ dont les éléments sont :

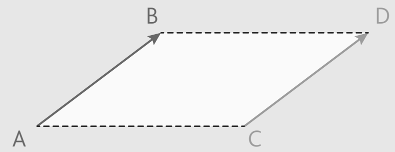
- la direction, celle de la droite (AB) ;
- le sens, de A vers B ;
- la norme notée $\|\overrightarrow{AB}\|$, mesure de la longueur AB.

Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est l'opposé de $\overrightarrow{AB}$.

On note : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

Lorsque les points A et B sont confondus, le vecteur est nul. Il est noté $\vec{0}$.

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes éléments.



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que ABDC est un parallélogramme.

Vocabulaire logique

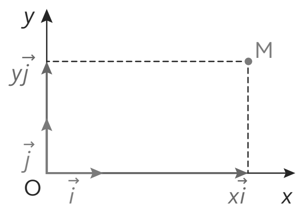
La réciproque de la relation ci-dessus s'écrit :
ABDC est un parallélogramme $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

B. Coordonnées de points et de vecteurs

Dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ le point M a pour coordonnées $(x\,;y)$: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

x est l'abscisse de M ; y est l'ordonnée de M.

Les vecteurs $\vec{i}, \vec{j}$, de norme 1 sont les vecteurs unitaires.



Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ par les points A de coordonnées $(x_A\,;y_A)$ et B de coordonnées $(x_B\,;y_B)$.

Les coordonnées $(x\,;y)$ du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : $x = x_B - x_A$; $y = y_B - y_A$.

La norme d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ en repère orthonormal est égale à $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

MÉTHODE Exercice 13

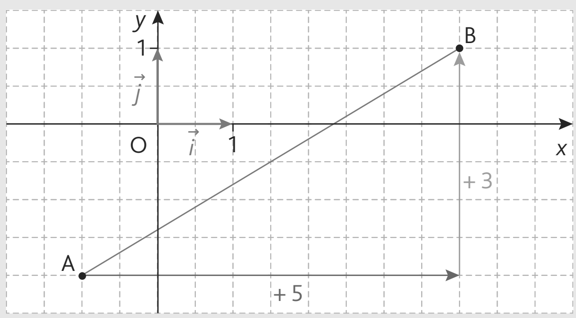
Représenter un vecteur de coordonnées connues

Le point A (– 1 ; – 2) est donné. Tracer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées (5 ; 3).

Démarche

- Placer le point A, « origine » du vecteur à reporter.
- Positionner le point B à partir de A par un déplacement :
  – horizontal égal à l'abscisse ;
  – vertical égal à l'ordonnée.

Solution



C. Opérations sur les vecteurs

Dans un repère du plan, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs de coordonnées $(x\,;y)$ et $(x'\,;y')$. Le nombre k est réel.

– le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $(x + x'\,;y + y')$.

– le vecteur $k\,\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx\,;ky)$.

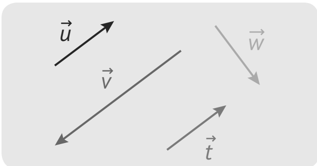
Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Reconnaître les éléments d'un vecteur

Soient les vecteurs suivants :



Indiquer les vecteurs ayant :

a. La même direction que $\vec{u}$.

☑ $\vec{t}$ ☑ $\vec{v}$ ☐ $\vec{w}$

b. Le même sens que $\vec{u}$.

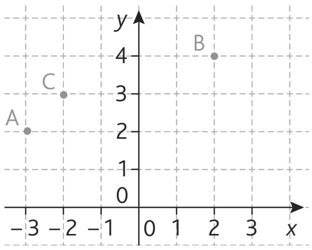
☑ $\vec{t}$ ☐ $\vec{v}$ ☐ $\vec{w}$

c. La même norme que $\vec{u}$.

☑ $\vec{t}$ ☐ $\vec{v}$ ☑ $\vec{w}$

2 Écrire les coordonnées d'un vecteur

On donne les points : A (– 3 ; 2) ; B (2 ; 4) et C (– 2 ; 3).



a. Écrire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

☐ (2 ; 5) ☑ (5 ; 2) ☐ (– 5 ; – 2)

b. Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

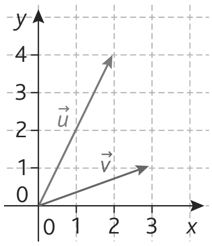
☐ (2,6) ☑ (5,4) ☐ (29)

c. Le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées (3 ; – 2). Calculer les coordonnées du point D.

☑ (1 ; 1) ☐ (1 ; 5) ☐ (5 ; 5)

3 Déterminer les coordonnées d'un vecteur

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées :
$\vec{u}$ (2 ; 4)
$\vec{v}$ (3 ; 1)



Déterminer les coordonnées des vecteurs égaux à :

a. $0{,}5\,\vec{u}$

☐ (0 ; 7) ☑ (1 ; 2) ☐ (2 ; 11)

b. $\vec{u} + \vec{v}$

☑ (5 ; 5) ☐ (1 ; – 3) ☐ (6 ; 4)

c. $2\,\vec{u} + \vec{v}$

☐ (1 ; 7) ☐ (6 ; 4) ☑ (7 ; 9)

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM8

4 Reconnaître et utiliser une relation de proportionnalité

Fiche méthode p. 137

1. Le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées (3 ; 5). Le vecteur $\vec{v}$ est tel que $\vec{v} = 0{,}5\,\vec{u}$.

a. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{v}$. (1,5 ; 2,5)

b. Montrer que les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont proportionnelles.

Le rapport de leurs coordonnées est égal à 2.

2. Les vecteurs $\vec{u}$ (2 ; -1) et $\vec{v}$ (x ; 5) sont colinéaires. Déterminer la valeur de x.

$x = -10$

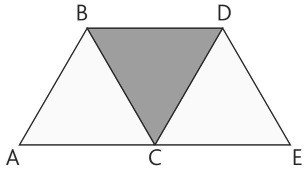
5 Calculer l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque

Fiche méthode p. 139

Dans un repère orthonormal d'unité 1 cm, les points A(1 ; 1), B(1 ; 5), C(3 ; 5) et D (3 ; 1) définissent un rectangle. Calculer l'aire du rectangle ABCD.

AB = 4, BC = 2, Aire = 8 cm^2

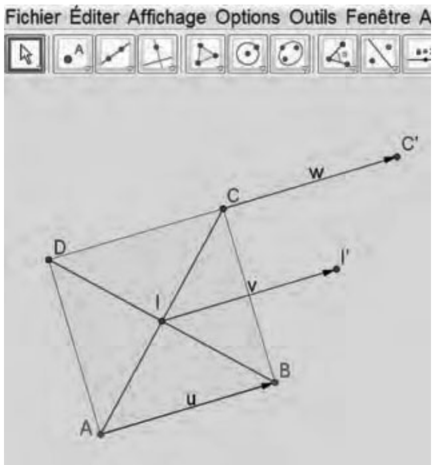
6 La figure ci-contre est formée de trois triangles équilatéraux ABC, CDE et BCD. Déterminer un vecteur égal à :



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ $\quad$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ $\quad$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$ $\quad$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB} = \vec{0}$ $\quad$ $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BE}$

7 Ouvrir une feuille de traçage GeoGebra. Construire un carré ABCD et nommer I le milieu de ses diagonales.



1. Tracer $\overrightarrow{II'} = \overrightarrow{AB}$.
Donner la nature du quadrilatère BICI'.
Un carré.

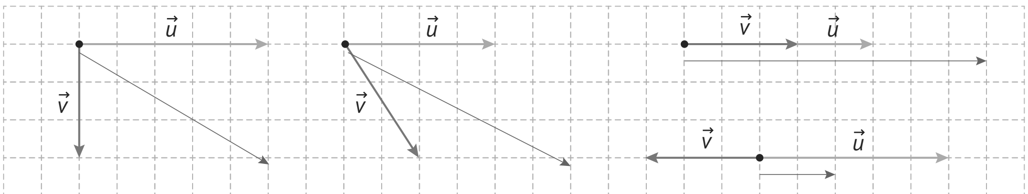
2. Tracer $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$. Nommer en utilisant les lettres de la figure un vecteur égal à la somme $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{AC'}$

8 Simplifier l'écriture des vecteurs suivants.

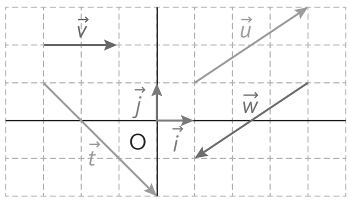
1. $\vec{u} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

2. $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

9 Représenter la somme $\vec{u} + \vec{v}$ sur le schéma ci-dessous.



10 Lire les coordonnées des vecteurs représentés sur la figure ci-contre.



$\vec{t}$ (3 ; −3) $\qquad$ $\vec{u}$ (3 ; 2)

$\vec{v}$ (2 ; 0) $\qquad$ $\vec{w}$ (−3 ; −2)

11 Soit les points A (– 1 ; – 2) ; B (1 ; 2) ; C (5 ; 0) placés dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs.

$\overrightarrow{AB}$ (2 ; 4) $\qquad$ $\overrightarrow{AC}$ (6 ; 2) $\qquad$ $\overrightarrow{BC}$ (4 ; −2)

2. En déduire leurs longueurs.

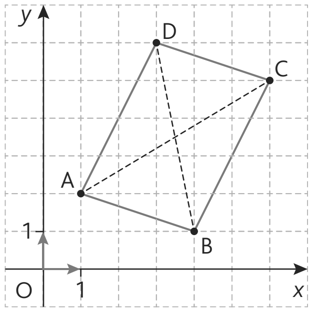
AB = 4,47 cm. $\qquad$ AC = 6,32 cm. $\qquad$ BC = 4,47 cm.

3. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

> *Les côtés d'un triangle rectangle vérifient le théorème de Pythagore.*

12 La figure ci-contre définit le quadrilatère ABCD.



1. Donner les coordonnées des points.

A (1 ; 2)   B (4 ; 1)
C (6 ; 5)   D (3 ; 6)

2. Donner les coordonnées des vecteurs.

$\overrightarrow{AB}$ (3 ; – 1) $\overrightarrow{DC}$ (3 ; – 1)

3. En déduire que ABCD est un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ soit (AB) // (DC) et AB = DC

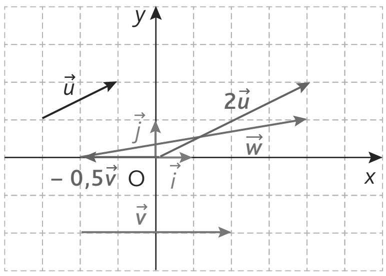
4. Calculer les coordonnées des milieux des diagonales :
– milieu de [AC] : (3,5 ; 3,5) ;
– milieu de [BD] : (3,5 ; 3,5).

5. Retrouver une propriété caractéristique d'un parallélogramme.

Les diagonales se coupent en leur milieu.

> **+** La somme de deux vecteurs définit un parallélogramme.

13 **1.** D'après le graphique ci-contre, déterminer les coordonnées des vecteurs.



$\vec{u}$ (2 ; 1) $\vec{v}$ (4 ; 0)
$\vec{w}$ (6 ; 1)

2. En déduire les coordonnées des vecteurs.

$2\vec{u}$ (4 ; 2) $-0,5\vec{v}$ (– 2 ; 0)

3. Tracer les représentants des vecteurs $2\vec{u}$ et $-0,5\vec{v}$ avec le point O pour origine.

4. Montrer que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$.

Les coordonnées de $\vec{w}$ sont la somme des coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Utiliser l'algorithmique et la programmation

14 Romain veut calculer les coordonnées et la norme d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ à partir des coordonnées des points A et B. Pour cela, il écrit l'algorithme ci-contre.

Variables
x_A, y_A : coordonnées du point A,
x_B, y_B : coordonnées du point B,
X et Y coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
N : norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Traitement
Saisir les valeurs de x_A, y_A, x_B, y_B.
$X \leftarrow (x_B - x_A)$.
$Y \leftarrow (y_B - y_A)$.
$N \leftarrow \sqrt{X^2 + Y^2}$.
Afficher (X ; Y) et N.

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme.

2. Exécuter le programme avec les points de coordonnées suivantes :
– A(1 ; 3) et B(2 ; 5) :
(X ; Y) = (1 ; 2)   Norme = 2,24
– A(5 ; 3) et B(3 ; – 1) :
(X ; Y) = (– 2 ; – 4)   Norme = 4,47

> **!** *L'instruction* `sqrt()` *calcule la racine carrée de l'expression entre parenthèses. Pour l'exécuter, il faut importer le module* `math` *par l'instruction :*
> `from math import*`

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

15 Vente de ballons ✪✪✪

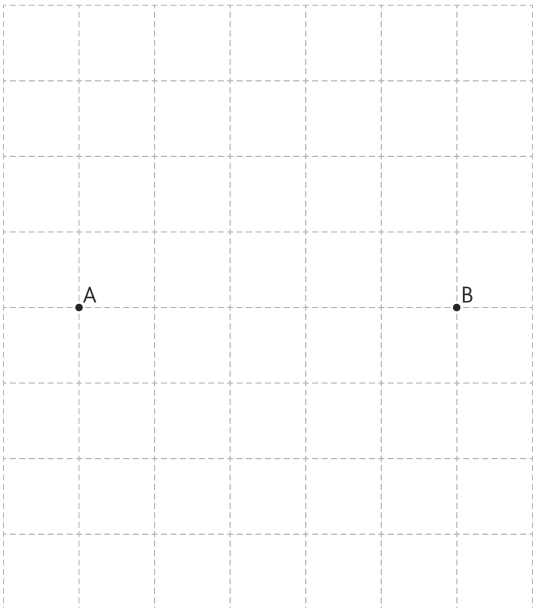
Mickaël vend des ballons pendant un job d'été.

1. Si un ballon est gonflé avec de l'air, son poids est de 0,4 N et la poussée d'Archimède qu'il subit est de 0,3 N.

a. Représenter sur le graphique ci-dessous, à partir du point A, le poids du ballon par un vecteur vertical $\vec{P}$:
– dirigé vers le bas ;
– de norme 0,4 (en N).
Échelle : 1 carreau pour 0,1 N.

b. Avec la même origine A, représenter la poussée d'Archimède par un vecteur vertical $\vec{F}$, dirigé vers le haut, de norme 0,3 (en N).

c. Effectuer la somme $\vec{P}+\vec{F}$. Donner son sens et sa norme.



2. Si le ballon est gonflé à l'hélium, la poussée d'Archimède est la même mais son poids est de 0,2 N.

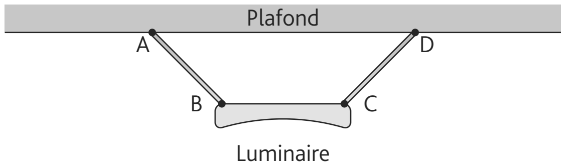
a. Représenter, à partir du point B, les vecteurs $\vec{P}'$ et $\vec{F}'$ modélisant le poids et la poussée d'Archimède dans ces conditions.

b. Effectuer la somme $\vec{P}'+\vec{F}'$. Donner son sens et sa norme.

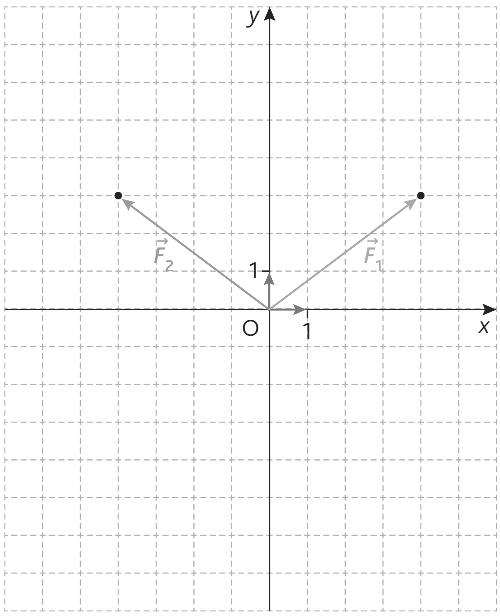
3. Pour rendre ses ballons plus attractifs, Mickaël doit-il les remplir avec de l'air ou de l'hélium ? Justifier la réponse par une phrase. ➔ Méthode p. 105

16 Suspension de luminaire ✪✪

En stage dans une entreprise d'installation électrique, Oscar s'occupe de l'éclairage d'un parking souterrain. Les luminaires sont suspendus au plafond par deux câbles AB et CD comme l'indique la figure ci-dessous. Chaque câble peut supporter une tension de 100 N.
Oscar veut déterminer le poids que peut supporter cette suspension.



Il modélise par deux vecteurs $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$, sur le graphique ci-dessous, les forces supportées par les câbles (1 unité représente 20 N).



1. Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$.

2. Vérifier que les normes de ces vecteurs correspondent bien à une tension de 100 N.

3. Construire la somme $\vec{S}=\vec{F_1}+\vec{F_2}$. Donner ses coordonnées et sa norme.

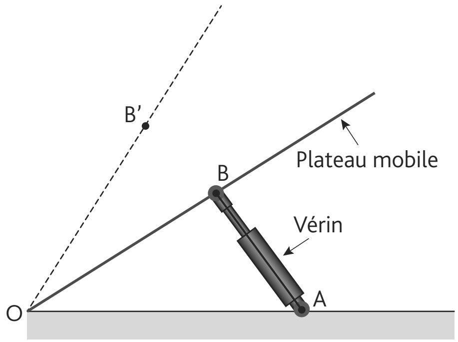
4. Le poids de la lanterne est représenté par le vecteur $\vec{P}=-\vec{S}$. Représenter $\vec{P}$ sur le graphique précédent.

5. En déduire le poids maximal, en newtons, du luminaire à suspendre.

Le poids d'un objet est dirigé verticalement, vers le bas.

17 Plateau mobile ✪

L'inclinaison d'un plateau mobile autour d'un axe O est réglée par un vérin.
Pour déterminer la longueur du vérin à utiliser, les positions extrêmes du plateau sont repérées par les points A, B et B' de fixation du vérin.

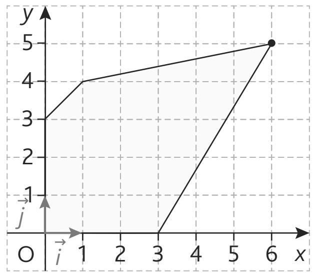


1. Ouvrir une feuille de traçage GeoGebra (l'unité du dessin est le mètre).
2. Placer les points A (1,6 ; 0), B (1,1 ; 0,7) et B' (0,7 ; 1,1).
3. Calculer les coordonnés du vecteur $\overrightarrow{AB}$, en déduire sa norme.
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB'}$, en déduire sa norme.
5. D'après les résultats précédents, indiquer les longueurs minimale et maximale du vérin.

TUTO
Tracer un vecteur avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto12

18 Perçage de pièces ✪ ✪

Pascal doit programmer des coordonnées pour effectuer des perçages sur la pièce représentée ci-dessous dans un repère orthonormal où une unité représente 10 mm.



Les perçages sont centrés sur les points :
A (1,05 ; 1,25) ; B (1,80 ; 2,50) ; C (2,55 ; 3,75).

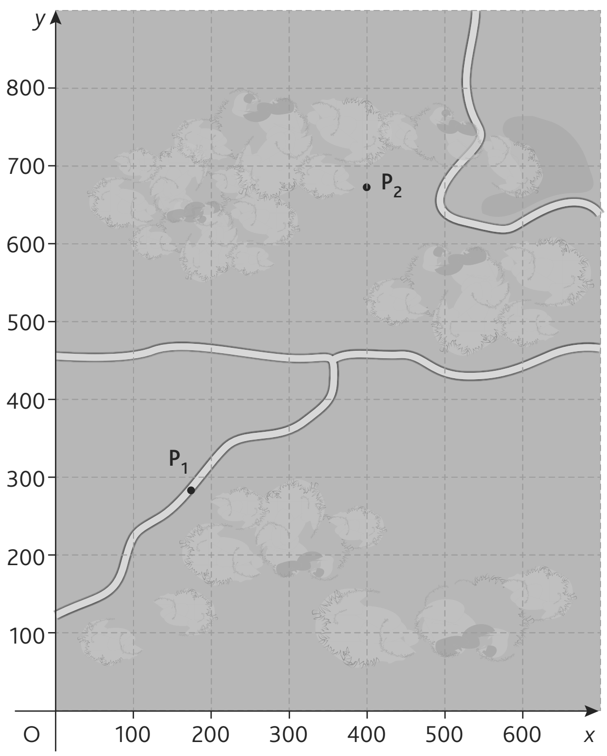
1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ puis calculer leurs normes.
2. Vérifier que les points A, B et C sont alignés.
3. Montrer que la droite (AB) est parallèle à une des arêtes de la pièce. Préciser laquelle. Méthode p. 108

19 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Distance à parcourir

Lily et Yassine participent à une course d'orientation. Pendant la course, ils doivent aller du point P_1 au point P_2 en passant par les points A et B de coordonnées :
A(440 ; 440), B(330 ; 540).



1. Le plan de la course

- Un carreau sur la carte représente 100 m sur le terrain.
- Coordonnées des points de départ et d'arrivée :
  $P_1(170 ; 290)$; $P_2(400 ; 680)$.
- Nombre de participants : 20.

2. Renseignements sur la course

Quelle distance devront-ils parcourir ?

Évaluation

Nom : ....

Prénom : ....

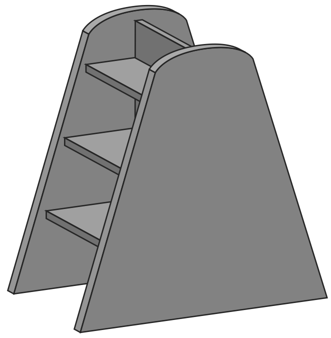
30 min

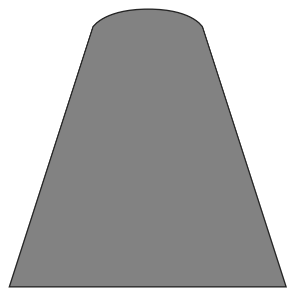
<table>
<tr><td>Capacités</td><td colspan="3">Lire ou calculer les coordonnées d'un vecteur.
Calculer la norme d'un vecteur.
Reconnaître à l'aide de leurs coordonnées des vecteurs colinéaires.</td></tr>
<tr><td>Connaissances</td><td colspan="3">Coordonnées d'un vecteur.
Norme d'un vecteur.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Compétences</td><td></td><td>Questions</td><td>Appréciation du niveau d'acquisition</td></tr>
<tr><td>Réaliser</td><td>A1 ; A2 ; B ; C1 ; C2</td><td></td></tr>
<tr><td>Analyser, Raisonner</td><td>A3 ; C3</td><td></td></tr>
<tr><td>Communiquer</td><td>D</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td>/10</td></tr>
</table>

Situation

Un atelier de menuiserie réalise des présentoirs pour un magasin. Les pièces sont découpées par une machine à commande numérique. Pierre est chargé de la découpe des côtés du présentoir.

Après avoir programmé les coordonnées des points caractéristiques, il veut vérifier si la pièce sera bien symétrique.





Vue de côté

Ouvrir le fichier « presentoir » pour afficher la pièce à découper sur la grille repère.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-presentoir

A. Vérification du parallélisme

1. Lire les coordonnées des points : A (50 ; 0) ; B (35 ; 70) ; C (15 ; 70).

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ (50 ; 0) ; $\overrightarrow{BC}$ (– 20 ; 0).

3. Que peut-on en déduire pour les droites (OA) et (BC) ?

Elles sont parallèles, $\overrightarrow{BC} = -0{,}4\ \overrightarrow{OA}$.

B. Vérification des cotes

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OC}$ (15 ; 70) ; $\overrightarrow{AB}$ (– 15 ; 70).

2. Comparer les longueurs OC et AB. OC = AB.

C. Positionnement des milieux

1. Déterminer les coordonnées : – du milieu de [OA] : I (25 ; 0) ;
   – du milieu de [BC] : J (25 ; 70).

2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{IJ}$ (0 ; 70).

3. Montrer que la droite (IJ) est verticale. L'abscisse du vecteur $\overrightarrow{IJ}$ est nulle.

D. Indiquer à Pierre si la pièce est bien symétrique par rapport à une droite perpendiculaire au milieu de sa base.

Oui, la droite (IJ) est perpendiculaire aux côtés [OA] et [BC].

Chapitre 9 Trigonométrie

Vous allez apprendre à…

- ✔ Placer sur le cercle trigonométrique le point M image d'un réel x
- ✔ Effectuer des conversions de degrés en radians, de radians en degrés
- ✔ Déterminer graphiquement le sinus et le cosinus d'un nombre réel
- ✔ Utiliser le cercle trigonométrique
- ✔ Construire la représentation graphique des fonctions sinus et cosinus

Pour l'enseignant
→ Diaporama personnalisable sur editions-delagrave.fr/site/104911

INVESTIGATION Sur la grande roue

**Lors d'une fête foraine, Mathis aperçoit son amie Sohanne qui lui fait signe depuis la grande roue.
Sa nacelle est juste à mi-chemin entre le point d'embarcation et le sommet de la roue. D'après sa position, si elle tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, la roue semble avoir fait un quart de tour. Elle a aussi pu effectuer un tour un quart, ou deux tours un quart.
Si la roue tourne en sens inverse, elle aura alors effectué trois quarts de tour.**

Comment Mathis pourrait-il modéliser les différentes rotations de la roue avec des angles exprimés en radians ?

1. Grande roue

La Grande Roue de Paris mesure 100 m de hauteur. Actuellement, la grande roue la plus haute du monde se situe à Singapour et mesure 165 m de hauteur.

2. Dimensions des roues

En mathématiques, le sens positif de rotation, appelé sens trigonométrique, est le sens inverse des aiguilles d'une montre.

3. Sens trigonométrique

Le radian est une unité d'angle.
Un angle de 180 degrés a pour mesure π radians.

4. Radian

1 Rechercher, extraire et organiser les informations

Rotations : dans le sens des aiguilles d'une montre : ¼ tour ; 1 tour ¼ ; 2 tours ¼.

En sens inverse : ¾ de tour.

$180° = \pi$ rad ; sens positif = sens inverse des aiguilles d'une montre.

2 Choisir et exécuter une méthode de résolution

Transformer les tours de rotation en radians : 1 tour = 360° = 2π rad.

¼ tour = $\frac{\pi}{2}$ rad ; 1 tour ¼ = $\frac{5\pi}{2}$ rad, 2 tours ¼ = $\frac{9\pi}{2}$ rad ; ¾ de tour = $\frac{3\pi}{2}$ rad.

Affecter un signe selon le sens de rotation : + sens inverse des aiguilles d'une montre.

3 Rédiger la solution

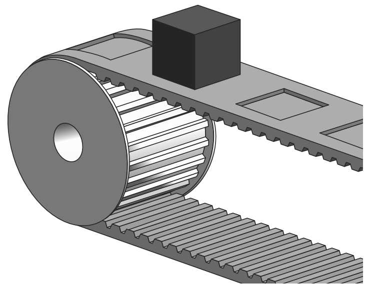
Dans le sens des aiguilles d'une montre : $-\frac{\pi}{2}$ rad ; $-\frac{5\pi}{2}$ rad ; $-\frac{9\pi}{2}$ rad.

En sens inverse : $+\frac{3\pi}{2}$ rad.

1 Effectuer des conversions degrés-radians

Activité 1 **Comment prévoir le déplacement du colis ?**

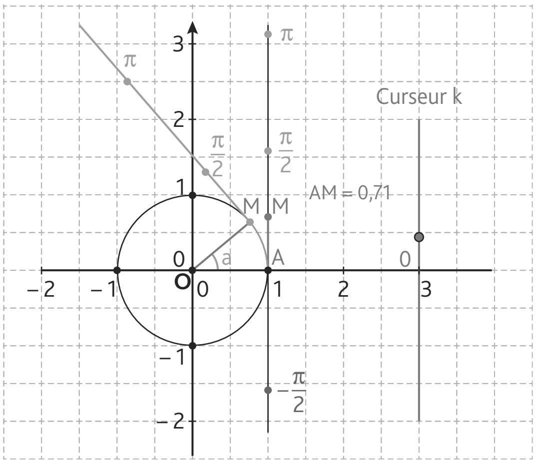
Louane effectue son stage dans une entreprise de vente en ligne. Elle assure la maintenance du convoyeur à bandes qui achemine les colis. Le tambour d'entraînement de la bande, schématisé ci-contre, a un rayon de 10 cm.
Louane voudrait vérifier le déplacement des colis en fonction de la rotation du tambour d'entraînement.



S'approprier

1. Ouvrir le fichier « convoyeur » qui représente le tambour par un cercle de rayon 1 décimètre. Afficher la mesure de l'angle *a* en degré.
Déplacer le curseur *k* pour simuler le déplacement du colis représenté par le point M et l'enroulement de la bande sur le tambour.
Compléter le tableau de correspondance ci-dessous avec les valeurs suivantes : $0, \pi, -\pi, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-convoyeur



a en degrés	0	90	180	– 90	– 180
AM en radians	0	π/2	π	– π/2	– π

! *Un cercle trigonométrique a pour rayon une unité.*
Chaque point M du cercle trigonométrique est l'image d'un réel x, mesure en radians de l'angle $\widehat{AOM}$.

Réaliser

2. Montrer que les mesures en degrés et en radians sont proportionnelles.
La mesure en radians double lorsque celle en degrés double.

3. En utilisant la proportionnalité, compléter le tableau suivant.

÷ 6 × 5

Mesure en radians	π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	π/3	4π/3
Mesure en degrés	180°	30	150	60	240

÷ 3 × 4

Communiquer

4. Le tambour d'entraînement fait un tour complet.
Quel angle, exprimé en radians, correspond à cette rotation ? $a = 2\pi$ rad
Sur quelle distance se déplace le colis posé sur la bande ?
AM = 2 × 3,14 = 6,28 dm soit 62,8 cm.

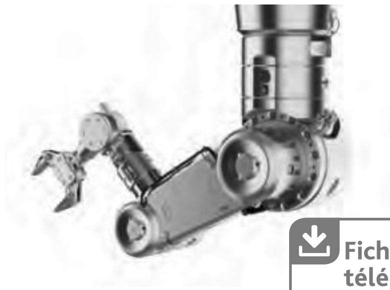
5. Exprimer l'angle de rotation en radians correspondant à un déplacement du colis de 1 dm.
$a = 1$ rad.

➔ ***La mesure de l'angle qui intercepte le cercle entier est 2π radians.***

2 Placer un point sur le cercle trigonométrique

Activité 2 **Comment définir la rotation d'un bras robotisé ?**

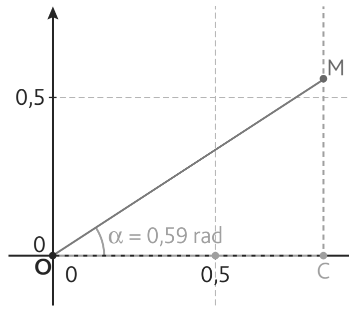
Karim étudie le fonctionnement d'un bras robotisé. Pour son rapport de stage, il doit définir la position de l'extrémité de ce bras lorsque celui-ci est en rotation. Il modélise le bras du robot par un segment [OM] de longueur 1 m tournant autour du point O.



Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-robot

S'approprier

1. Ouvrir le fichier « robot » pour afficher le segment [OM] sur la grille repère. Le triangle OMC est rectangle en C, on note α l'angle $\widehat{COM}$.



a. Repérer dans ce triangle :

– l'hypoténuse : OM

– le côté opposé à l'angle α : CM

– le côté adjacent à l'angle α : OC

b. Écrire le rapport définissant :

$$\cos \alpha = \frac{OC}{OM} = \frac{OC}{1} = OC$$

$$\sin \alpha = \frac{CM}{OM} = \frac{CM}{1} = CM$$

> **!** *Le sens trigonométrique de rotation est en sens inverse de celui des aiguilles d'une montre.*

Réaliser

2. Déplacer le point M (faire un clic droit sur le point et valider l'option trace activée).

Quelle figure géométrique est décrite par le point M ? Le point M décrit un cercle.

3. Placer le point M afin d'obtenir $\alpha = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}52$ rad.

a. Lire, dans la partie algèbre, les coordonnées du point M :
– abscisse : $x_M =$ 0,87
– ordonnée : $y_M =$ 0,5

> **!** *Relations trigonométriques dans un triangle rectangle :*
>
> $sinus = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ $cosinus = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

b. Utiliser la calculatrice en mode RADIAN pour déterminer :

sin 0,52 rad = 0,5 et cos 0,52 rad = 0,87

4. Sur l'ordinateur, déplacer le point M et compléter le tableau suivant :

α	x_M	y_M	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\frac{5\pi}{6} \approx 2{,}62$ rad	– 0,87	0,5	0,5	– 0,87
$\frac{4\pi}{3} \approx 4{,}19$ rad	– 0,5	– 0,87	– 0,87	– 0,5

Analyser Raisonner

5. Comparer les coordonnées du point M avec sin α et cos α.

Que remarquez-vous ? $x_M = \cos \alpha$; $y_M = \sin \alpha$

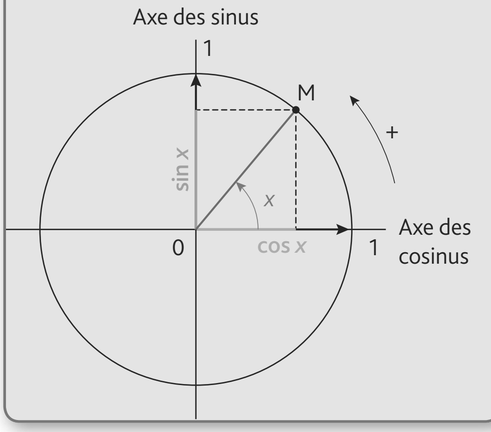
➔ ***L'axe des abscisses est l'axe des cosinus, l'axe des ordonnées est celui des sinus.***

3 Déterminer graphiquement sinus et cosinus

Activité 3 **Peut-on se passer de calculatrice ?**

Malon doit donner les valeurs du sinus et du cosinus de certains angles mais il a oublié sa calculatrice. Il sait que le cercle trigonométrique permet de retrouver ces valeurs.

Le cercle trigonométrique est un cercle, de rayon égal à une unité, centré sur l'origine d'un repère orthonormal.



S'approprier

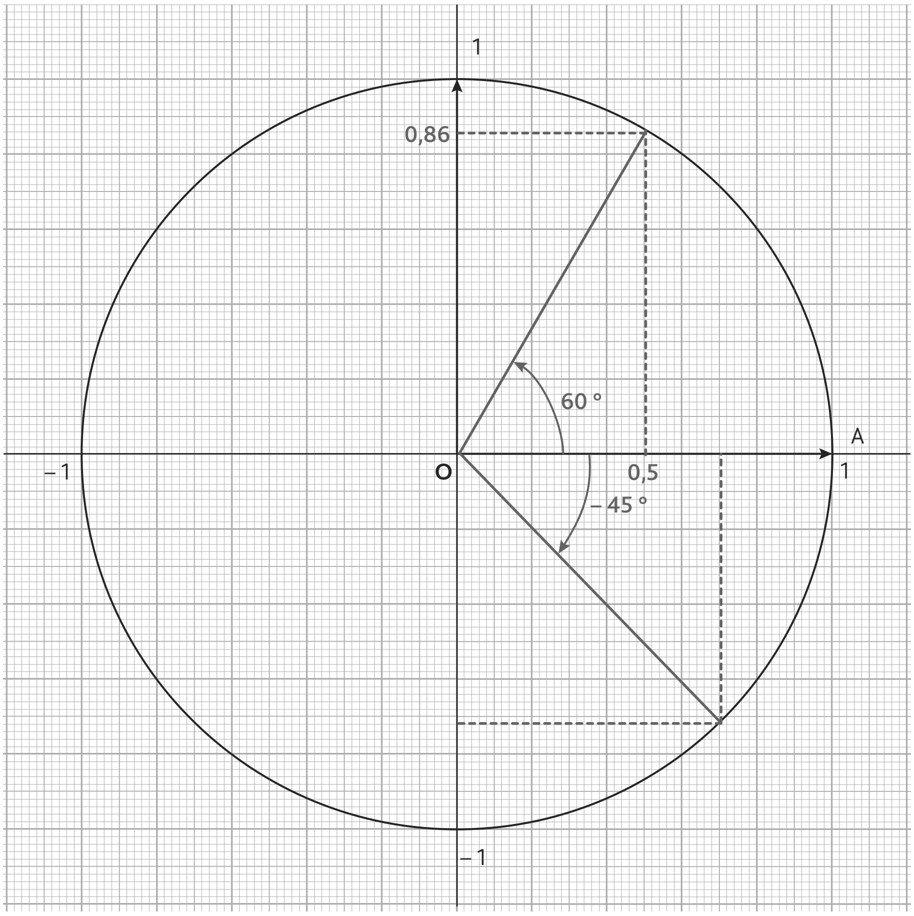
1. Pour déterminer la valeur de $\sin \frac{\pi}{3}$, Malon utilise le cercle ci-dessous centré sur un repère d'unité graphique 5 cm.

a. Convertir la valeur $x = \frac{\pi}{3}$ rad en degrés : $x =$ 60°.

b. En utilisant un rapporteur, placer sur le cercle le point M tel que $\widehat{AOM} = x$.

c. Lire l'ordonnée du point M : $y_M =$ 0,86

d. En déduire la valeur : $\sin \frac{\pi}{3} =$ 0,86



Réaliser

2. En utilisant la même méthode, compléter le tableau suivant.

x (radians)	x (degrés)	$\sin x$	$\cos x$
$\frac{\pi}{3}$	60	0,86	0,5
$-\frac{\pi}{4}$	– 45	– 0,71	0,71

➔ ***L'abscisse d'un point du cercle est le cosinus de l'angle.***

4 Utiliser le cercle trigonométrique

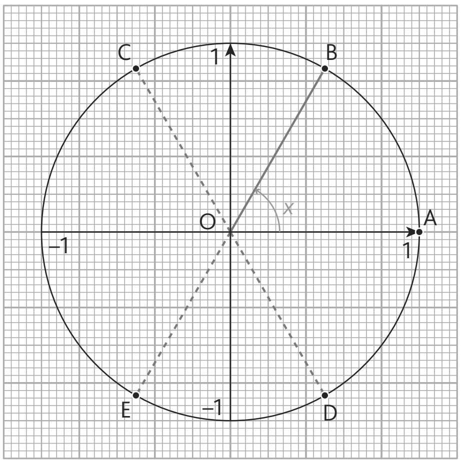
Activité 4 **Comment associer des angles ?**

Le cercle trigonométrique permet la lecture du sinus et du cosinus du nombre *x*.
Élie veut, à partir de cette lecture, déterminer le sinus et le cosinus des angles associés à *x*.

> **!** *Deux **angles** dont les mesures sont x et (– x) sont **opposés**.*
> *Deux **angles** dont les mesures sont x et (π – x) sont **supplémentaires**.*

S'approprier

1. Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, le point B correspond à la valeur *x*.
Associer les points C, D et E aux valeurs suivantes :
- angle opposé (–*x*) : D
- angle supplémentaire (π – *x*) : C
- angle de mesure (π + *x*) : E



> **!** *Un **angle plat** a pour mesure π rad.*

> **!** *Deux **angles** dont la somme des mesures est égale à π sont **supplémentaires**.*

Réaliser

2. Lire les coordonnées du point B. En déduire les valeurs :

sin *x* = 0,86 cos *x* = 0,5

3. Lire les coordonnées des points C, D et E. En déduire les valeurs :

sin (– *x*) = – 0,86	cos (– *x*) = 0,5
sin (π – *x*) = 0,86	cos (π – *x*) = – 0,5
sin (π + *x*) = – 0,86	cos (π + *x*) = – 0,5

Analyser
Raisonner

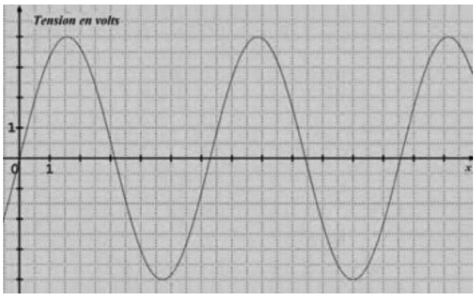
4. Compléter les égalités suivantes avec les termes : sin *x*, cos *x*, – sin *x* ou – cos *x*.

cos (– *x*) = cos *x*	sin (– *x*) = – sin *x*
cos (π – *x*) = – cos *x*	sin (π – *x*) = sin *x*
cos (π + *x*) = – cos *x*	sin (π + *x*) = – sin *x*

➔ ***Les angles opposés et supplémentaires sont des angles associés.***

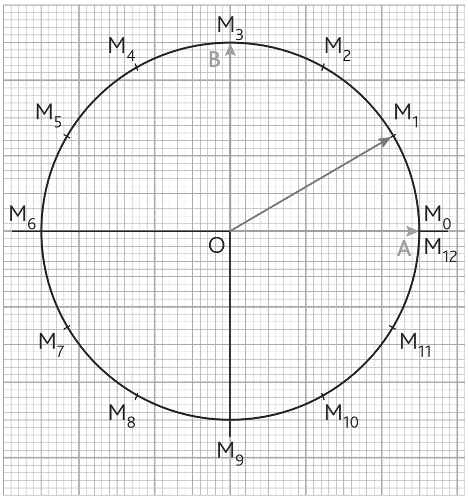
5 Construire la représentation graphique de la fonction sinus

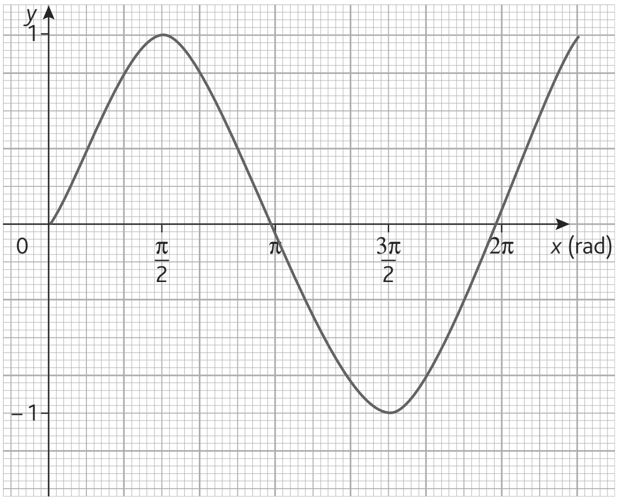
Activité 5 **Pourquoi la courbe s'appelle-t-elle sinusoïde ?**



Sonia enregistre la tension de sortie d'un transformateur sur l'écran de son ordinateur et obtient la courbe ci-contre. Pour comprendre le terme « sinusoïde » appliqué à la tension de sortie, elle cherche à reconstruire la courbe à partir des sinus d'angles.

Pour cela, elle utilise le cercle trigonométrique ci-dessous sur lequel elle place 12 points régulièrement répartis.





S'approprier

1. Mesurer les angles suivants et donner leur valeur en radians.

$\widehat{AOM_1} = 30° = \frac{\pi}{6}$ rad $\widehat{AOM_2} = 60° = \frac{\pi}{3}$ rad $\widehat{AOM_3} = 90° = \frac{\pi}{2}$ rad

$\widehat{AOM_4} = 120° = \frac{2\pi}{3}$ rad $\widehat{AOM_5} = 150° = \frac{5\pi}{6}$ rad $\widehat{AOM_6} = 180° = \pi$ rad

$\widehat{AOM_7} = 210° = \frac{7\pi}{6}$ rad $\widehat{AOM_8} = 240° = \frac{4\pi}{3}$ rad $\widehat{AOM_9} = 270° = \frac{3\pi}{2}$ rad

$\widehat{AOM_{10}} = 300° = \frac{5\pi}{3}$ rad $\widehat{AOM_{11}} = 330° = \frac{11\pi}{6}$ rad $\widehat{AOM_{12}} = 360° = 2\pi$ rad

Réaliser

2. Sur le repère orthogonal, voisin du cercle trigonométrique, placer les points ayant :
– pour abscisse : la mesure de l'angle $\widehat{AOM}$;
– pour ordonnée : l'ordonnée des différents points M.
Joindre les points obtenus en une courbe continue.

Analyser Raisonner

3. Comparer la courbe obtenue avec la tension de sortie du transformateur.

Les deux courbes ont la même allure, la valeur maximale est différente.

4. À partir de quelle valeur x d'angle, la représentation graphique va-t-elle se répéter ?

$x = 2\pi$

! *L'angle $\widehat{AOM}$ a pour mesure x radians. L'ordonnée du point M est le sinus de x, noté sin x.*

5. En déduire la période P de la fonction.

$P = 2\pi$

➔ ***La fonction sinus a pour période 2π.***

6 Construire la courbe représentative de la fonction cosinus

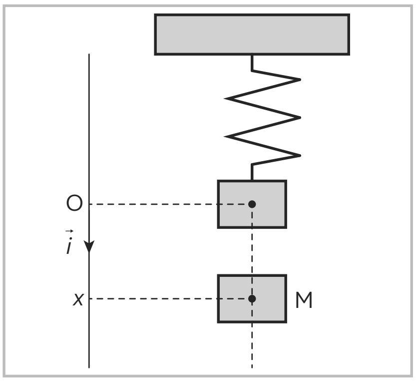
Activité 6 **Quelle suspension pour un véhicule ?**

Simon a étudié une suspension de voiture en technologie. En cours de Sciences, il expérimente pour comprendre la fonction du ressort de la suspension.

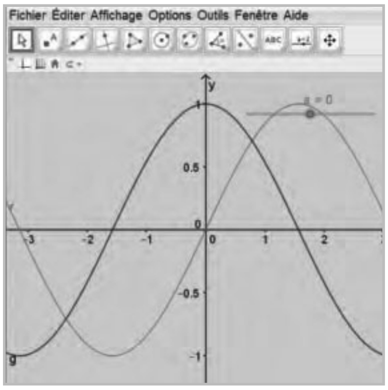
Pour cela, il suspend une masse à l'extrémité d'un ressort et la laisse osciller de part et d'autre de sa position d'équilibre O.

S'il n'y a pas d'amortissement, la position du centre de la masse peut être modélisée, en fonction du temps t, par la relation $x(t) = \cos t$ avec x en cm, t en s.

Simon veut savoir si ces oscillations ont un rapport avec la fonction sinus.



Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-amortisseur



S'approprier

1. Ouvrir le fichier « amortisseur » pour afficher la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \sin(x + a)$ (a est un curseur dont la valeur peut être ajustée entre $(-\pi)$ et π).

Réaliser

2. Dans la fenêtre de saisie, écrire l'expression : $\boxed{g(x) = \cos(x)}$.

3. Un utilisant la courbe obtenue, construire le tableau de variations de la fonction $\cos x$ sur l'intervalle $[0 ; 2\pi]$.

x	0		π		2π
$\cos(x)$	1	↘	-1	↗	1

Analyser Raisonner

4. Modifier la valeur du curseur a. Décrire son influence sur la représentation graphique de f.

La courbe se déplace horizontalement lorsque a varie

5. Faire coïncider les courbes représentatives des fonctions f et g.

Noter la valeur correspondante de a : 1,57

Comparer cette valeur avec $\frac{\pi}{2}$: Les valeurs sont les mêmes : $a = \frac{\pi}{2}$

6. Compléter la relation : $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Valider

7. Vérifier cette relation en déterminant à la calculatrice les valeurs de :

$\cos \frac{\pi}{3} = 0{,}5$ $\quad$ $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}5$

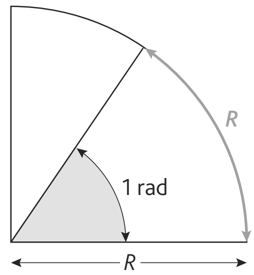
$\cos \frac{5\pi}{6} = -0{,}866$ $\quad$ $\sin\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = -0{,}866$

! *La fonction cosinus a pour période 2π.*

➜ ***Les fonctions sinus et cosinus sont liées par la relation $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.***

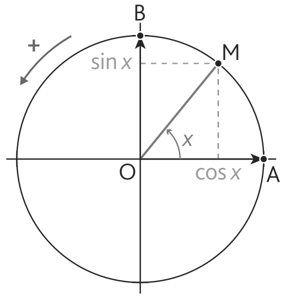
A. Mesure d'angle en radians

Un angle de mesure un radian intercepte un arc de longueur égale au rayon du cercle.
Les mesures en degrés et en radians sont proportionnelles.
Un angle plat a pour mesure π radians : $180° = \pi$ rad



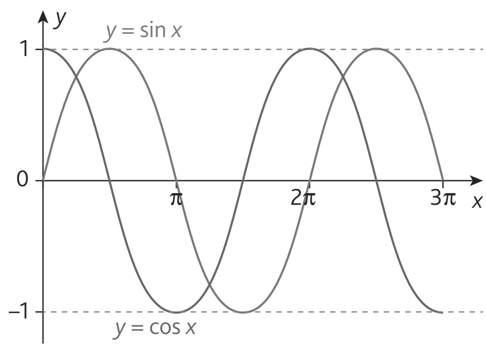
B. Cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est un cercle centré sur l'origine d'un repère et de rayon une unité.
Le sens positif de rotation est le sens inverse des aiguilles d'une montre.
L'angle de mesure x repère la position du point M du cercle.
Le cosinus de x, noté $\cos x$, est l'abscisse de M.
Le sinus de x, noté $\sin x$, est l'ordonnée de M.



C. Fonctions sinus et cosinus

La fonction sinus est définie par $f(x) = \sin x$.
La fonction sinus est périodique de période 2π.
La courbe d'équation $y = \sin x$ est une sinusoïde.
La fonction cosinus est telle que $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



MÉTHODE Exercices 9

Déterminer graphiquement les valeurs de sinus et cosinus

Déterminer $\sin\frac{2\pi}{3}$; $\cos\frac{2\pi}{3}$ et $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

Démarche

- Construire un cercle trigonométrique.
- Placer le point du cercle correspondant à la mesure de l'angle.
- Lire les coordonnées de ce point avec la précision que permet le graphique.

Solution

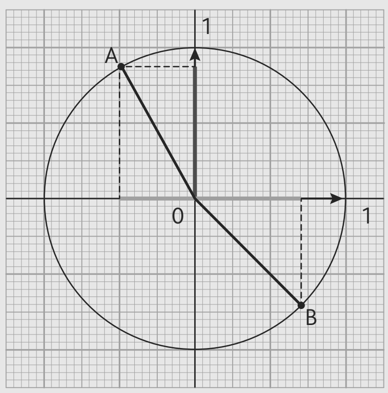
A : $\frac{2\pi}{3}$ rad $= 120°$;

B : $-\frac{\pi}{4}$ rad $= -45°$

$\sin\frac{2\pi}{3} \approx 0{,}86$;

$\cos\frac{2\pi}{3} = -0{,}5$;

$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \approx 0{,}7$.



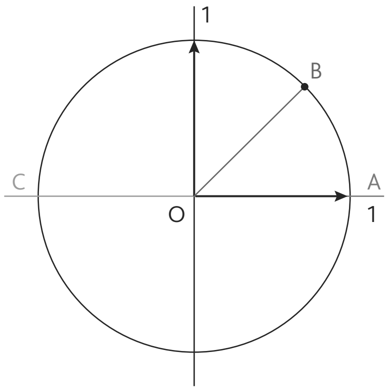
Exercices & Problèmes

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Utiliser le cercle trigonométrique

Sur le cercle trigonométrique ci-dessous sont placés les points A, B et C.



a. Quel point est l'origine du cercle trigonométrique ?

☑ A ❑ B ❑ C

b. Quel nombre est associé au point B ?

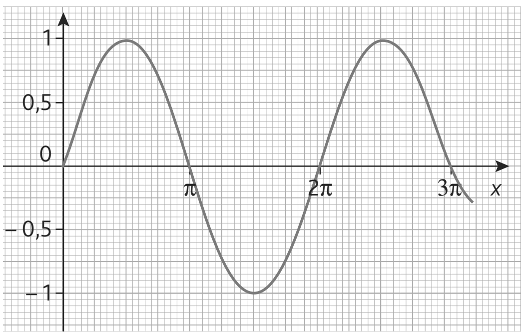
☑ $\frac{\pi}{4}$ ❑ $\frac{\pi}{2}$ ❑ π

c. Quel point est associé au nombre π ?

❑ A ❑ B ☑ C

2 Utiliser la fonction sinus

La fonction sinus est représentée ci-dessous sur l'intervalle $[0 ; 3\pi]$.



a. Donner la période de la fonction sinus :

❑ π ☑ 2π ❑ 3π

b. Pour quelles valeurs de x la fonction est-elle maximum sur l'intervalle $[0 ; 2\pi]$.

❑ 0 ☑ $\frac{\pi}{2}$ ❑ π

c. Sur quels intervalles la fonction représentée ci-contre est-elle croissante ?

☑ $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ ❑ $[\frac{\pi}{2} ; \pi]$ ❑ $[0 ; \pi]$

Acquérir des automatismes

+ d'automatismes en ligne
→ lienmini.fr/10491-QCM9

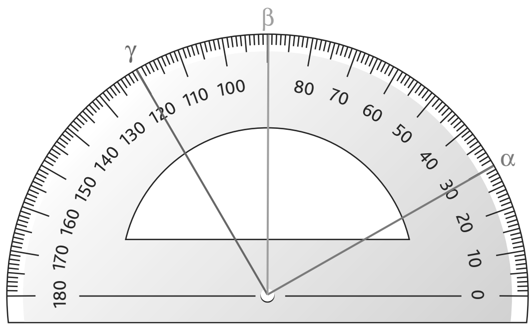
3 Reconnaître et utiliser une relation de proportionnalité

Fiche méthode p. 137

Donner la mesure en radians des angles mesurés par le rapporteur ci-contre.

$\alpha =$ $\frac{\pi}{6}$ rad .... $\beta =$ $\frac{\pi}{2}$ rad ....

$\gamma =$ $\frac{2\pi}{3}$ rad ....



4 Déterminer graphiquement le tableau de variations d'une fonction

Fiche méthode p. 138

En utilisant la courbe représentative de la fonction sinus de la page 124, compléter son tableau de variations.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$\sin(x)$		↗	1	↘		↗	0
	0				-1		

5 Compléter le tableau avec les valeurs suivantes : $-\frac{\pi}{6}$ rad ; $\frac{\pi}{4}$ rad ; $\frac{\pi}{3}$ rad ; 2π rad.

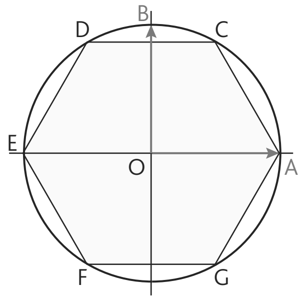
Mesure en degrés	45	60	360	– 30
Mesure en radians	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	2π	$-\frac{\pi}{6}$

6 Ouvrir le fichier « degre-radian » pour afficher un cercle trigonométrique. Déplacer le curseur k pour afficher différentes valeurs de l'angle α et compléter le tableau ci-dessous.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-degre-radian

Valeur de k	1	2	3	4	5	6
Mesure en degrés	180	90	60	45	36	30
Mesure en radians	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{6}$

7 L'hexagone régulier ACDEFG, représenté ci-contre, est inscrit dans le cercle trigonométrique.
Donner la mesure en degrés, puis en radians, des angles :



$\widehat{AOC}$: 60° ou $\frac{\pi}{3}$ rad.

$\widehat{AOD}$: 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ rad.

$\widehat{GOD}$: 180° ou π rad.

$\widehat{EOG}$: 120° ou $\frac{2\pi}{3}$ rad.

8 Utiliser la calculatrice pour donner la valeur des cosinus et sinus suivants :

$\cos 2\pi =$ 1 $\quad \cos \pi =$ – 1 $\quad \cos \frac{\pi}{2} =$ 0 $\quad \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$ 0

$\sin \frac{3\pi}{2} =$ – 1 $\quad \sin \frac{9\pi}{4} =$ 0,7 $\quad \sin \frac{5\pi}{4} =$ – 0,7 $\quad \sin 5\pi =$ 0

9 Sur le cercle trigonométrique ci-contre :

a. Placer les points M et N tels que :

$\widehat{AOM} = \frac{3\pi}{4}$; $\widehat{AON} = -\frac{\pi}{3}$

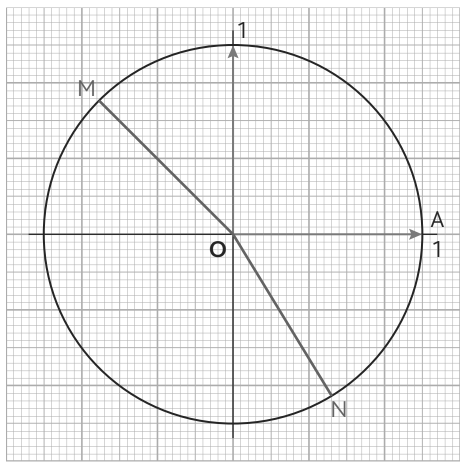
b. Déterminer graphiquement :

$\sin \frac{3\pi}{4} =$ 0,7

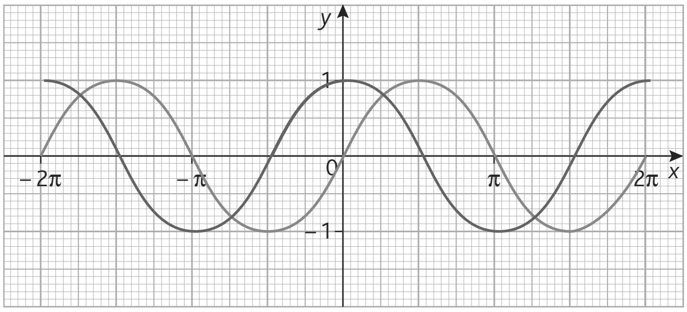
$\cos \frac{3\pi}{4} =$ – 0,7

$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$ – 0,86

$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$ 0,5



10 La fonction sinus est représentée sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$ par la courbe ci-contre.



1. Comment s'appelle cette courbe ?
Une sinusoïde.

2. Combien de périodes comportent cette courbe ?
2 périodes.

3. Construire, point par point, sur le même repère, la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \cos x$ sur $[-2\pi ; 2\pi]$.

11 Compléter le tableau de variations de la fonction cosinus sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.

x	$-\pi$		0		π
$\cos x$	-1	↗	1	↘	-1

12 La fonction f est définie par $f(x) = 4 \sin x$ sur l'intervalle $[0 ; 2\pi]$.

1. Utiliser un logiciel de géométrie pour tracer la courbe d'équation $y = 4 \sin x$.

2. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 2\pi]$.

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
$4 \sin x$	0	↗	4	↘	-4	↗	0

Utiliser l'algorithmique et la programmation

13 Pour convertir des degrés en radians, Romain a écrit l'algorithme ci-contre.

1. Écrire le programme Python correspondant à cet algorithme.

2. Exécuter le programme pour compléter le tableau suivant.

Mesure en degrés	180	40	270	– 50
Mesure en radians	3,14	0,698	4,71	– 0,87

Variables
x : mesure en degrés,
y : mesure en radians

Traitement
Saisir la valeur de x
$y \leftarrow \dfrac{\pi \times x}{180}$
Afficher y

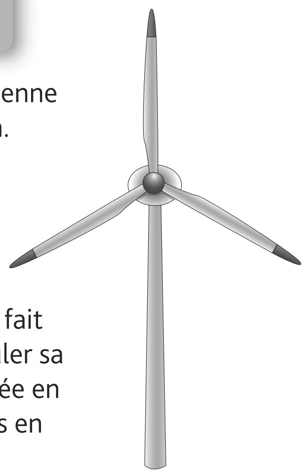
TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

! *Le module* **math** *est nécessaire pour utiliser le nombre π (***pi***).*

Pour l'enseignant
→ Retrouvez les corrigés sur editions-delagrave.fr/site/104911

14 Éolienne ✪

Malik observe la nouvelle éolienne installée dans le champ voisin.

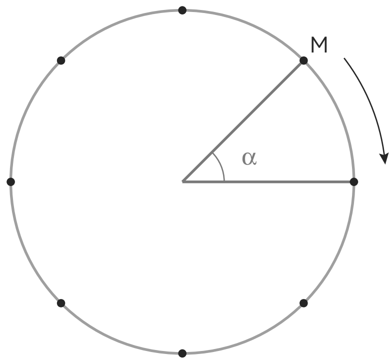


1. Déterminer l'angle entre les pales de l'hélice de l'éolienne. Exprimer cet angle en radians.

2. Malik constate que l'hélice fait 10 tours en 8 secondes. Calculer sa fréquence de rotation exprimée en tours par minute (tr/min) puis en radians par seconde (rad/s).

15 Mouvement circulaire ✪

En travaux pratiques de sciences, Marine étudie le relevé du mouvement circulaire d'un solide animé.
La position du point M, centre du solide, est relevée toutes les 200 ms sur la figure ci-après.

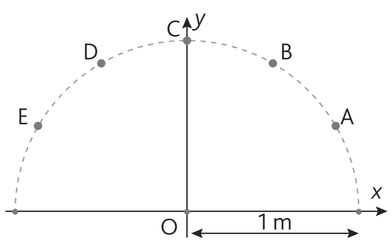


1. Mesurer l'angle α. Donner sa mesure en radians.

2. En déduire la vitesse angulaire, en radians par seconde, du point M.

16 Enclos ✪ ✪

Adam réalise un enclos semi-circulaire accolé au mur de sa propriété.
Pour cela, il fixe un grillage au mur et 5 poteaux A, B, C, D et E régulièrement répartis sur un demi-cercle de rayon 1 m selon le schéma ci-dessous.

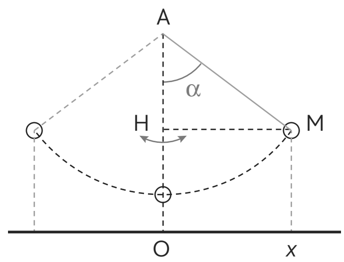


1. Donner les coordonnées des points A, B, C, D et E dans le repère (xOy) d'unité graphique 1 m.

2. Déterminer la longueur de grillage à utiliser.

17 Horloge ✪

Le balancier d'une horloge se déplace de part et d'autre de sa position d'équilibre.
Pour étudier son mouvement, Amine repère sa position par l'abscisse x de son centre sur un axe horizontal dont l'unité graphique est le mètre.



1. Le balancier a une longueur AM = 1 m.
En utilisant le triangle rectangle AMH, montrer que $x = \sin \alpha$.

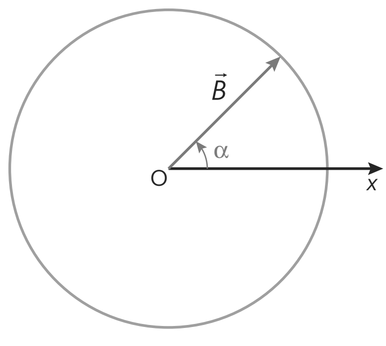
2. Afficher sur l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la fonction sinus définie sur $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$.

3. Utiliser cette courbe pour déterminer l'angle α tel que $x = 0{,}5$.

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto4

18 Alternateur ✪ ✪

Dans un alternateur, le rotor produit un champ magnétique $\vec{B}$ tournant autour du centre O.
La tension fournie U, exprimée en volts, est proportionnelle au sinus de l'angle α :
$U = 320 \sin \alpha$.



1. Afficher sur l'écran de la calculatrice la courbe représentative de la tension U pour $\alpha \in [0 ; 2\pi]$.

2. Déterminer graphiquement les valeurs de α telles que $U = 160$ V.

19 Générateur de fréquences ✪ ✪

Yann peut régler la tension de sortie de son générateur de fréquences au moyen de deux boutons : « niveau » et « offset ».

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-generateur

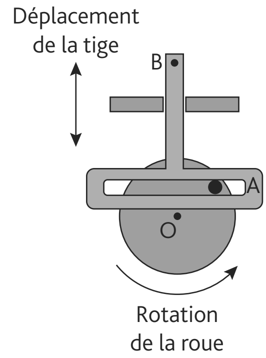
1. Ouvrir le fichier « generateur » pour afficher la forme de la tension de sortie. Le curseur *a* correspond au bouton « niveau », le curseur *b*, au bouton « offset ».

2. Fixer $b = 0$ pour afficher la courbe $y = a \sin x$. Modifier la valeur de *a*.
Quelle est l'influence du coefficient *a* ?

3. Fixer $a = 1$ pour afficher la courbe $y = \sin x + b$. Modifier la valeur de *b*.
Quelle est l'influence du coefficient *b* ?

20 Transmission de mouvement

En cours de mécanique, Christopher étudie un dispositif de transmission de mouvement. Ce mécanisme, schématisé ci-contre, est constitué par une roue munie d'un ergot A.



Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-mouvement

Il entraîne une pièce mécanique comportant une glissière horizontale. Cette pièce est solidaire de la tige B qui monte et descend régulièrement lors de la rotation de la roue.

1. Ouvrir le fichier « mouvement » pour visualiser le déplacement de l'extrémité B de la tige lors de la rotation de la roue.
L'angle entre le rayon [OA] et l'horizontale est noté a.

a. Fixer $a = \frac{\pi}{2}$ et relever les coordonnées du point B.

b. Fixer $a = \frac{3\pi}{2}$ et relever les coordonnées du point B.

2. Placer sur le repère le point M de coordonnées $(a\ ;\ y(\mathrm{B}))$.
Activer la trace du point M et déplacer le point A sur la roue.
Quel type de courbe parcourt le point M lors de la rotation du point A ?

TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto5

21 INVESTIGATION

Pour l'enseignant
→ Retrouvez le corrigé sur editions-delagrave.fr/site/104911

Les rails du train

Julien est passionné de trains électriques. Il réalise, pour son petit frère, un circuit circulaire de 1,70 m de diamètre.
Pour cela, il utilise uniquement des rails courbes et espère ne pas devoir en acheter d'autres.

1. Circuit du train

30 rails droits de 200 mm ;
10 rails courbes de 170 mm.

2. Stock de rails de Julien

3. Données mathématiques

Un angle de 1 radian intercepte un arc de longueur égale au rayon (R) du cercle.
Périmètre du cercle : $p = 2 \times \pi \times R$.
Aire du disque : $A = \pi \times R^2$.

Comment déterminer l'angle du circuit que vont couvrir les rails du stock de Julien ?

Combien de rails seront nécessaires pour réaliser le circuit complet ?

Évaluation

Nom : ....

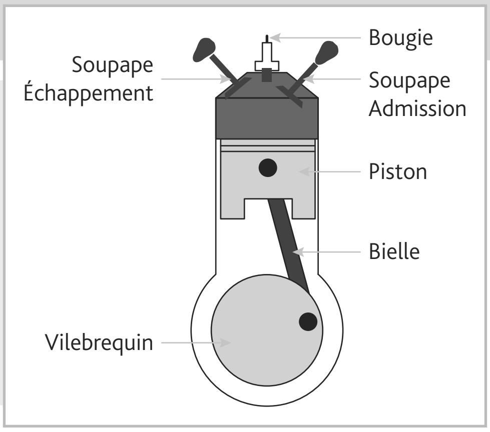
Prénom : ....

30 min

Capacités	Placer un point sur le cercle trigonométrique. Déterminer graphiquement le cosinus et le sinus d'un nombre.		
Connaissances	Cercle trigonométrique. Cosinus et sinus d'un nombre réel. Théorème de Pythagore.		
Compétences		Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
	S'approcher	1	
	Réaliser	2	
	Valider	3	
			/10

Situation

Joana étudie le fonctionnement d'un moteur thermique.
Dans ce type de moteur, le piston a un mouvement rectiligne alternatif dans le cylindre. Ce mouvement est transformé en rotation par l'intermédiaire d'une bielle reliant le piston au vilebrequin.
Joana modélise l'ensemble bielle-vilebrequin par le schéma ci-dessous. Le vilebrequin OM a une longueur de 10 mm, la bielle PM de 30 mm.
Elle voudrait déterminer, dans ces conditions, la course du piston c'est-à-dire la longueur du segment parcouru par le point P.



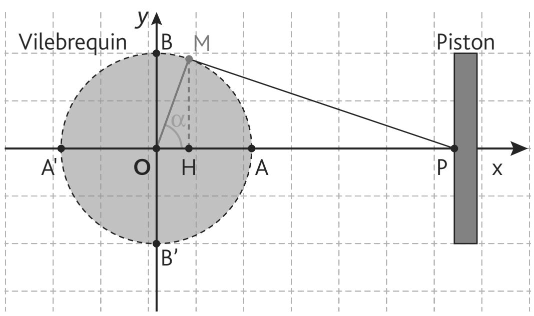
1. Déterminer la longueur OP :

a. lorsque le point M est en A : OP = 40 mm

b. lorsque le point M est en A' : OP = 20 mm

En déduire le chemin parcouru par le point P soit la course du piston :

La course du piston est de 20 mm.



2. Le point M est tel que $\alpha = \frac{3\pi}{10}$.

a. Donner les coordonnées du point M dans le repère xOy d'unité graphique 1 cm.

$x_M =$ $\cos \alpha = 0{,}588$. $y_M =$ $\sin \alpha = 0{,}809$.

b. Dans le triangle PMH, exprimer en millimètres les longueurs :

PM = 30 mm MH = 8,09 mm.

c. Calculer la longueur PH : $PH^2 = PM^2 - MH^2$ soit PH ≈ 28,89 mm.

d. En déduire la longueur OP : OP = PH + OH = 28,89 + 0,588 = 29,47 mm.

3. Ouvrir le fichier « bielle » pour visualiser le mouvement du piston.
Déplacer le point M et visualiser les positions extrêmes du point P.

En déduire la course du piston : La course du piston est de 2 cm soit 20 mm.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-bielle

Comparer le résultat obtenu avec la réponse à la question **1**.

Les résultats sont identiques.

A. Listes

Une liste est une suite de plusieurs éléments placés entre crochets et séparés par une virgule. Les éléments d'une liste peuvent être des nombres ou du texte.
Le premier élément de la liste L est $L[0]$, le deuxième $L[1]$, etc.
L'instruction **`L.append`** ***(nouvel élément)*** permet d'ajouter un élément à la fin de la liste L.

> **!** *L'instruction* **`range`** *génère une suite de nombres entiers. Son résultat est converti en liste avec l'instruction* **`list()`**
>
> **`list(range(n))`** *: liste des entiers de 0 à (n – 1).*
>
> **`list(range(a,b))`** *: liste des entiers de l'intervalle [a ; b[;*
>
> **`list(range(a,b,p))`** *: liste des entiers de l'intervalle [a ; b[avec un pas p.*

MÉTHODE

➔ Exercices 6 et 9

Utiliser une liste pour compléter le tableau de valeurs de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 1$

x	– 2	0	1	3
$f(x)$				

Algorithme	Programme Python	Remarques

Variables :
$L1$: liste des antécédents x
$L2$: liste des images $f(x)$
Traitement :
$L1 \leftarrow [-2 ; 0 ; 1 ; 3]$
$L2 \leftarrow [x^2+1$ pour chaque élément de la liste $L1]$
Afficher la liste $L1$.
Afficher la liste $L2$.
	`L1=[-2,0,1,3]`
	`L2=[x**2+1 for x in L1]`
	`print("x=",L1)`
	`print("f(x)=",L2)`
		L'instruction **`for`**…**`in`**… permet de parcourir les éléments d'une liste.

B. Fonctions

Comme en mathématiques, une fonction Python porte sur une ou plusieurs variables appelées arguments.
Elle est définie par un nom et prend une ou plusieurs valeurs après une suite d'instructions. Ces valeurs peuvent être utilisées dans la suite du programme.

> **!** ***Algorithme***
>
> *Fonction : nom, arguments*
> *Traitement*
> *Résultat*
>
> ***Langage Python***
>
> **`def`***.nom de fonction(arguments) :*
> *Traitement*
> **`Return`** *valeur*

MÉTHODE

➔ Exercices 10 et 11

Utiliser une fonction pour calculer la moyenne d'une série de notes.
Exemple de série de notes : 5, 8, 11, 13, 9, 7.

Algorithme	Programme Python	Remarques

Variables :
X : Liste des notes
Traitement :
Fonction moyenne (X)
$s \leftarrow$ somme des notes
$n \leftarrow$ nombre des notes
$m \leftarrow s/n$
Résultat m
$X \leftarrow [5, 8, 11, 13, 9, 7]$
Afficher la moyenne m
	`def moyenne(X):`
	`s=sum(X)`
	`n=len(X)`
	`m=s/n`
	`return m`
	`X=[5,8,11,13,9,7]`
	`print("moyenne=", moyenne(X))`
		L'instruction **`sum(L)`** retourne la somme de tous les éléments de la liste L.
		L'instruction **`len(L)`** retourne le nombre d'éléments de la liste L.

Tester sa compréhension

Cocher les bonnes réponses.

1 Définir les éléments d'une liste

Soit le script du programme Python suivant :

```
1 L=['one','two','three','four']
2 print(L[2])
```

a. À quel type de variable correspondent les éléments de la liste *L* ?

☐ nombre entier ☐ nombre décimal
☑ chaîne de caractères

b. Quel est le résultat affiché par l'instruction de la ligne 2 ?

☐ `L(2)` ☐ `two` ☑ `three`

2 Utiliser une liste

Le script d'un programme Python est donné ci-dessous.

```
1 L=[2,4,6,8,10]
2 print(len(L))
3 print(sum(L))
```

a. Quel est le résultat affiché par l'instruction de la ligne 2 ?

☑ 5 ☐ 10 ☐ 30

b. Quel est le résultat affiché par l'instruction de la ligne 3 ?

☐ 5 ☐ 10 ☑ 30

3 Utiliser une liste prédéfinie

Soit le script Python suivant :

```
1 print(list(range(4)))
2 print(list(range(1,4)))
3 print(list(range(1,4,2)))
```

a. Quels éléments affiche la ligne 1 ?

☑ [0,1,2,3] ☐ [0,1,2,3,4] ☐ [1,2,3,4]

b. Quels éléments affiche la ligne 2 ?

☐ [1,2,3,4] ☑ [1,2,3] ☐ [1,4]

c. Quels éléments affiche la ligne 3 ?

☑ [1,3] ☐ [1,2,3,4] ☐ [1,4,2]

4 Définir une fonction

Le script suivant est utilisé pour calculer le volume d'un solide.

```
from math import*
def volume(R,h):
    V=pi*R**2*h
    return V

print(int(volume(5,2)))
```

a. Quels sont les arguments de la fonction volume ?

☑ *R* ☑ *h* ☐ *V*

b. Quel volume usuel le programme calcule-t-il ?

☐ Cube ☑ Cylindre ☐ Cône

c. Quel résultat s'affiche lorsqu'on exécute ce script ?

☐ (5,2) ☐ Volume (5,2) ☑ 157

5 Utiliser une fonction

Le script suivant permet le calcul de l'image d'un nombre x par une fonction f.

```
def fonction(x):
    f=5*x**2+1
    return f

for x in range(11):
    print("x=",x,"f(x)=",fonction(x))
```

a. Donner l'expression de la fonction f.

☐ $f(x) = 5x + 1$ ☐ $f(x) = 5x \times 2 + 1$ ☑ $f(x) = 5x^2 + 1$

b. Avec quelle valeur de x commence le calcul ?

☐ 11 ☐ 1 ☑ 0

c. De combien augmente la valeur de x à chaque calcul ?

☐ 11 ☑ 1 ☐ 0

d. Combien de valeurs de $f(x)$ sont affichées ?

☐ 1 ☐ 10 ☑ 11

6 Sophie doit appliquer une réduction de 8% sur les prix de la liste suivante :
prix bruts en euros = [25, 38, 45, 95, 125, 250]
Pour cela elle dispose du programme Python incomplet ci-dessous.

```
prix_brut=[25, 38, 45, 95, 125, 250 ]
prix_net=[x* 0.92 for x in prix_brut ]
print("prix net=", prix_net )
```

1. Compléter, saisir et exécuter le programme.
2. Donner la liste des prix nets obtenue : prix net=[23.0, 34.96, 41.4, 87.4, 115.0, 230.0]

7 Julien relève dans le tableau ci-contre la couleur des voitures en réparation dans son atelier de carrosserie.
Pour représenter la répartition des couleurs par un diagramme circulaire, il a commencé à écrire le programme suivant.

Couleur	Noire	Blanche	Grise	Rouge	Bleue
Nombre de voitures	7	5	9	3	1

```
from pylab import*
couleur=["Noire", "Blanche",
 "Grise", "Rouge", "Bleue" ]
nombre=[7, 5, 9, 3, 1 ]
pie(nombre,labels=couleur)
show()
```

> **!** *Le module* **pylab** *permet de réaliser des tracés de courbes et de diagrammes. L'instruction* **pie(nombre,labels=valeurs)** *permet d'obtenir un diagramme circulaire. L'instruction* **show()** *affiche le diagramme.*

1. Compléter le programme, le saisir et l'exécuter.
2. Écrire un programme en Python qui affiche la liste en pourcentages du nombre total de voitures de chaque couleur représentée. Donner la liste obtenue :
[28.0, 20.0, 36.0, 12.0, 4.0]

8 Malik veut simuler le lancer d'une pièce de monnaie avec un programme Python.
Il veut suivre la démarche algorithmique suivante pour simuler 10 lancers et placer les résultats dans une liste. Le nombre 0 correspond à « pile », le nombre 1 à « face ».

Traitement
pièce est une liste vide.

Répéter 10 fois :
 $x \leftarrow$ nombre aléatoire 0 ou 1.
 Ajouter x à la liste *pièce*

Afficher la liste *pièce*

```
from random import*
pièce= []
for i in range (10):
x= randint(0,1)
pièce append(x)
print( pièce )
```

> **!** *Le module* **random** *permet d'importer des nombres aléatoires. L'instruction* **randint(a,b)** *donne un nombre entier aléatoire entre a et b.*

1. Compléter et exécuter le programme ci-dessus.
2. Noter le résultat obtenu.
[0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1] selon simulation.

9 Pour représenter la fonction f définie par $f(x) = 2x + 4$ sur l'intervalle [0,5], Maeva utilise le programme « graphique » dont le script figure ci-contre.

```
from pylab import*
x=[0,1,2,3,4,5]
y=[2*n+4 for n in x]
plot(x,y)
show()
```

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-graphique

1. Ouvrir le fichier « graphique » et exécuter le programme. Quel type de tracé obtient-on ?

❑ Courbe ☑ Droite ❑ Autre

2. Modifier le programme pour obtenir la représentation graphique de la fonction « carré ».

Quel type de tracé obtient-on ?

❑ Courbe ❑ Droite ☑ Autre

! *L'instruction* `plot(x,y)` *place les points de coordonnées (x,y) sur le repère et les joint par des segments de droite.*

10 Pour calculer l'image d'un nombre x par la fonction f, Omar a programmé la fonction $f(x)$ en Python suivant la démarche algorithmique suivante.

Variables
x est la valeur de l'antécédent.
Fonction $f(x)$

Traitement
$y \leftarrow$ expression de la fonction f.
Résultat y

```
def f(x):
    y= x**2+2*x-5
    return y
```

1. Compléter le programme ci-dessus pour la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2x - 5$.

2. Saisir et exécuter ce programme.
Est-ce qu'un résultat s'affiche sur la console ? ❑ oui ☑ non
Pourquoi ? La fonction $f(x)$ ne comporte pas d'instructions d'entrée et de sortie.

3. Dans la console Python saisir **`>>>f(2)`** et noter le résultat : $f(2)=$ 3

11 Pour générer une liste de n nombres aléatoires compris entre 1 et 6, on programme la fonction **`dé(n)`**. Elle permet de simuler les résultats de n lancers successifs d'un dé.

1. Compléter le programme Python suivant la démarche algorithmique ci-dessous.

Variables
n est le nombre de lancers,
Fonction *dé(n)*

Traitement
L est une liste vide.
Répéter n fois :
  $x \leftarrow$ nombre aléatoire entre 1 et 6.
  Ajouter x à la liste L.
Résultat L.

```
from random import*
def dé(n):
    L= []
    for i in range (n): :
        x= randint(1,6)
        L.append( x )
return L
```

2. Saisir et exécuter le programme Python.
Saisir, au niveau de la console **`>>>dé(10)`**. Noter le résultat qui s'affiche.
[4,4,2,3,2,5,2,1,3,6] selon simulation.

3. Compléter le programme par les instructions suivantes.

Saisir le nombre n de lancers du dé
Afficher la liste des résultats.

```
n= int(input("nombre de lancers"))
print (dé(n))
```

4. Exécuter le programme pour $n = 10$, puis $n = 20$ et noter les résultats obtenus.
[2, 5, 2, 1, 4, 1, 3, 6, 6, 1] ; [6, 3, 4, 2, 3, 6, 4, 2, 2, 1, 3, 2, 1, 1, 4, 6, 5, 1, 2, 3] (selon simulation).

Automatismes

Calculer la probabilité d'un événement

MÉTHODE

Pour calculer la probabilité d'un événement A :
• Chercher le nombre de cas possibles.
• Déterminer le nombre de cas favorables parmi ces cas possibles.
• Calculer la valeur de la probabilité p : $p(\mathrm{A}) = \dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$

Applications

On lance un dé à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir le chiffre cinq ?
Le résultat du lancer de dé peut être : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6
Nombre de cas possibles = 6 Nombre de cas favorables = Un seul cas favorable : le résultat 5.
La probabilité d'avoir le chiffre 5 est : $p(5) = \dfrac{1}{6}$ = 0,1667 soit 16,67 %.

Dénombrer des données

MÉTHODE

Un tableau à double entrée permet d'étudier simultanément deux variables.
• Placer les effectifs d'une variable en ligne, ceux de l'autre variable en colonne.
• Utiliser les données pour compléter le tableau.

Applications

Dans la classe, 15 élèves ont un compte Facebook et 18 élèves un compte Twitter.
La classe compte 24 élèves dont 12 possèdent les deux comptes.
Compléter le tableau ci-dessous et en déduire combien d'élèves n'ont ni Facebook, ni Twitter.

	Facebook	pas Facebook	Total
Twitter	12	6	18
pas Twitter	3	3	6
Total	15	9	24

3 élèves n'ont ni Facebook, ni Twitter.

Calculer des indicateurs de position ou de dispersion

MÉTHODE

• Mettre la calculatrice en mode statistiques.
• Entrer les valeurs : Liste 1 : valeurs de la variable, Liste 2 : effectifs.
• Préciser la variable et l'effectif.
• Afficher la moyenne et déplacer le curseur pour afficher la médiane et les quartiles.

! *Lorsque la variable est définie par intervalles, les valeurs à saisir sont les centres des classes :*

$$\frac{\text{limite inférieure} + \text{limite supérieure}}{2}$$

Applications

Les tailles des élèves de la classe figurent dans le tableau ci-dessous.

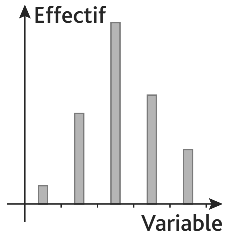
Tailles (cm)	[140 ; 150 [	[150 ; 160 [	[160 ; 170 [	[170 ; 180 [	[180 ; 190 [
Nombres d'élèves	5	9	18	10	8

Déterminer les caractéristiques suivantes :
Moyenne : 166,4 cm ; Médiane : 165 cm ; 1er quartile : 155 cm ; 3^{e} quartile : 175 cm

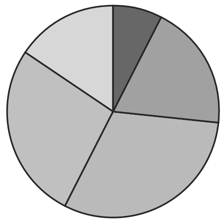
Lire un graphique de données chiffrées

MÉTHODE

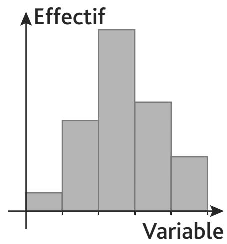
Pour réaliser un diagramme en bâtons :
• Dans un repère, placer sur l'axe des abscisses les valeurs de la variable et, en ordonnées, les effectifs ou les fréquences.
• Tracer, pour chaque valeur de la variable, un segment vertical de longueur proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence.



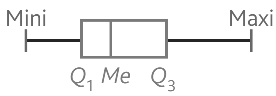
Pour réaliser un diagramme à secteurs :
• Construire un cercle.
• Pour chaque valeur de la variable, tracer un secteur d'angle proportionnel à la fréquence.
La fréquence de 100 % correspond à un angle de 360°.



Pour construire un histogramme :
• Vérifier que les classes ont la même amplitude.
• Placer en abscisses les valeurs de la variable, en ordonnées l'effectif.
• Tracer des rectangles juxtaposés, de même largeur, dont la hauteur correspond à l'effectif de chaque classe.
(*l'aire des rectangles est proportionnelle à l'effectif*).

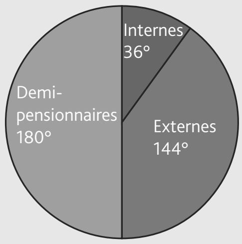


Pour construire un diagramme en boîte :
• Placer les valeurs minimum et maximum, les quartiles (Q_1 et Q_3) et la médiane(M_e) dans un diagramme de la forme ci-contre.

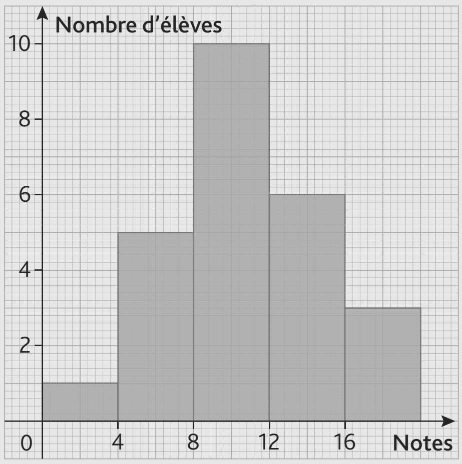


Applications

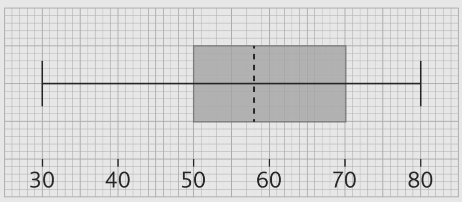
1. La répartition des 500 élèves du lycée selon leur régime est donnée par le graphique circulaire ci-contre. Connaissant les angles de chaque secteur, déterminer :
a. le nombre de demi-pensionnaires : 250 .
b. le nombre d'internes : 50 .
c. le nombre d'externes : 200 .



2. La répartition des notes d'un devoir dans une classe est donnée par l'histogramme ci-contre.
a. Combien d'élèves ont entre 8 et 12 ? 10 .
b. Combien d'élèves ont plus que 12 ? 9 .
c. Quel est l'effectif total de la classe ? 25 .



3. Le diagramme en boîte d'une série de prix d'un article est donné ci-contre.
a. Donner le prix maximum d'un article : 80 € .
b. Donner le prix médian d'un article : 58 € .
c. Dans quel intervalle se situent 50% des prix : [50 ; 70]



Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré

MÉTHODE

Pour résoudre une équation du premier degré :

- Regrouper les termes inconnus dans un membre, les termes connus dans l'autre.
(un terme d'une somme peut être changé de membre à condition de changer son signe).
- Réduire les termes semblables afin d'obtenir une équation de la forme $ax = b$.
- La solution est : $x = \frac{b}{a}$ pour $a \neq 0$.

Pour résoudre une inéquation du premier degré :

- Regrouper les termes inconnus dans un membre, les termes connus dans l'autre.
(un terme d'une somme peut être changé de membre à condition de changer son signe).
- Réduire les termes semblables afin d'obtenir la forme générale de l'inéquation par exemple : $ax \geqslant b$
- Déterminer les solutions suivant le signe de a.

Si $a > 0$ alors $ax \geqslant b$ devient $x \geqslant \frac{b}{a}$. Si $a < 0$ alors $ax \geqslant b$ devient $x \leqslant \frac{b}{a}$ *(diviser par un nombre négatif change le sens de l'inéquation).*

Applications

1. Écrire les équations suivantes sous la forme $ax = b$ puis les résoudre.

$2x + 3 = 1$	$2\ x = -2$	$x = -1$
$0{,}5x - 3 = 2$	$0{,}5\ x = 5$	$x = 10$

2. Écrire les inéquations suivantes sous la forme $ax > b$ puis les résoudre.

$3x - 1 > 2$	$3\ x > 3$	$x > 1$
$-2x + 3 > 2$	$-2\ x > -1$	$x < 0{,}5$

Reconnaître une situation de proportionnalité

Lorsque deux grandeurs A et B sont proportionnelles, les rapports de leurs mesures sont égaux. Deux grandeurs proportionnelles sont liées par une fonction linéaire.

MÉTHODE

- Écrire les rapports des mesures des deux grandeurs. Tous doivent être égaux à un même nombre a, coefficient de proportionnalité. $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = a$.
- La fonction linéaire qui lie les deux grandeurs a pour expression $f(x) = ax$.

Applications

1. Les suites de nombres ci-contre sont-elles proportionnelles ? Justifier la réponse.

x	0,6	3,1	5
y	0,15	0,775	1,25

oui. $\frac{0{,}15}{0{,}6} = \frac{0{,}775}{3{,}1} = \frac{1{,}25}{5} = 0{,}25$

2. Exprimer y en fonction de x. $y = 0{,}25x$.

3. Si $x = 3{,}5$ calculer y. $y = 0{,}875$.

Déterminer graphiquement le tableau de variations d'une fonction

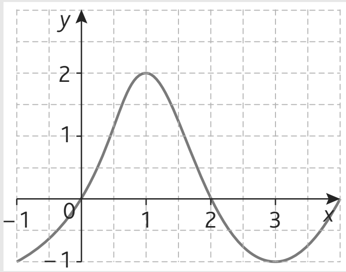
MÉTHODE

- Déterminer les intervalles de valeurs de x sur lesquels la fonction est :
  – croissante : la courbe « monte » ;
  – décroissante : la courbe « descend » ;
  – constante : la courbe est horizontale.
- Placer les bornes de ces intervalles, par ordre croissant, dans la première ligne d'un tableau.
- Indiquer dans la deuxième ligne du tableau, par une flèche le sens de variation

Applications

Dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur [– 1 ; 4] dont la courbe représentative est donnée ci-contre.

x	– 1		1		3		4
$f(x)$	– 1	↗	2	↘	– 1	↗	0



Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

MÉTHODE

- Tracer la courbe d'équation $y = f(x)$ et la droite horizontale $y = k$.
- Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points d'intersection de la droite avec la courbe représentative de f.

Applications

Utiliser la courbe représentative de la fonction f ci-dessus pour résoudre les équations :

$f(x) = 2 : x =$ 1 $\qquad$ $f(x) = 0 : x =$ 0 ; 2 et 4

Calculer l'ordonnée d'un point d'une courbe

MÉTHODE

- La courbe est définie par l'équation $y = f(x)$ sur un intervalle donné.
- Remplacer x par l'abscisse du point considéré dans l'équation $y = f(x)$.

Applications

1. Parmi les points suivants, cocher ceux qui appartiennent à la droite d'équation $y = 3x + 1$.

☐ A(– 1 ; 2) ☑ B(0 ; 1) ☐ C(1,5 ; 6) ☑ D(2 ; 7) ☑ E(3 ; 10)

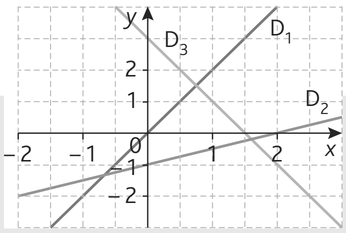
2. Le point (– 1 ; 0) appartient-il à la courbe d'équation $y = x^2 + 2x + 1$?

☑ Oui ☐ Non Justifier : $(-1)^2 + 2 \times (-1) + 1 = 0$

Déterminer graphiquement le coefficient directeur d'une droite

MÉTHODE

Pour déterminer graphiquement le coefficient directeur *a* :
• Repérer les coordonnées de deux points de la droite : A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B).
• Calculer le coefficient directeur par la formule : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.



Applications

Déterminer les coefficients directeurs des droites tracées dans le repère ci-contre.

D_1 : $a = 2$; D_2 : $a = 0{,}5$ D_3 : $a = -2$

Calculer l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un disque

MÉTHODE

• Pour calculer l'aire *A* d'un **triangle**, multiplier la longueur de sa base par sa hauteur et diviser le résultat par 2. $A = \dfrac{B \times h}{2}$.
• Pour calculer l'aire *A* d'un **carré** de côté *c*, élever c au carré. $A = c^2$.
• Pour calculer l'aire *A* d'un **rectangle** de longueur *L* et de largeur *l*, multiplier ses deux dimensions : $A = L \times l$.
• Pour calculer l'aire *A* d'un **disque** de rayon *R*, multiplier le carré du rayon par π. $A = \pi R^2$.

Applications

1. Calculer l'aire d'un triangle ABC, rectangle en A : AB = 3 cm et AC = 4 cm. $A =$ 6 cm²
2. Calculer l'aire d'un rectangle de 5 cm de long et de 20 mm de large. $A =$ 10 cm²
3. Calculer l'aire d'un disque de 5 cm de rayon. $A =$ 78,5 cm²

Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit et d'un cylindre

MÉTHODE

• Pour calculer le volume *V* d'un **cube**, élever la longueur *a* de son arête au cube. $V = a^3$.
• Pour calculer le volume *V* d'un **pavé droit**, multiplier ses 3 dimensions. $V = L \times l \times h$.
• Pour calculer le volume *V* d'un **cylindre**, multiplier l'aire de la base par la hauteur. $V = \pi \times R^2 \times h$.

Applications

Calculer et exprimer en dm³ :
1. le volume d'un cube dont l'arête mesure 10 cm. $V =$ 1 000 cm³ = 1 dm³
2. le volume d'un cylindre de 10 cm de rayon et de 500 mm de hauteur. $V =$ 15 707 cm³ = 15,7 dm³

Factoriser ou développer une expression littérale

MÉTHODE

Factoriser une expression revient à l'écrire sous la forme d'un produit.
Développer un produit revient à l'écrire sous la forme d'une somme.
• $(x^2 - a^2)$ a pour factorisation $(x + a)(x - a)$.
• $a(x + b)$ a pour développement $(ax + ab)$
• $(x + a)(x + b)$ a pour développement $(x^2 + ax + bx + ab)$

Applications

Factoriser les expressions suivantes : $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ $(9x^2 - 4) = (3x + 2)(3x - 2)$
Développer les expressions suivantes :
$3 \times (x + 1) = 3x + 3$ $(x + 1) \times (x + 2) = x^2 + 3x + 2$
$5 \times (x - 1) = 5x - 5$ $(x + 3) \times (x - 1) = x^2 + 2x - 3$

A. Connecteurs « et », « ou »

P et Q sont deux propositions.
La proposition « P et Q » est vraie si les deux propositions sont simultanément vraies.
La proposition « P ou Q » est vraie si au moins une des deux propositions est vraie.

	P_{vrai}	P_{faux}
Q_{vrai}	P et Q	
Q_{faux}		

	P_{vrai}	P_{faux}
Q_{vrai}	P ou Q	
Q_{faux}		

Applications

On considère les propositions : P « le nombre est pair » ; Q « le nombre est multiple de 3 ».
Parmi les nombres {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9} déterminer ceux qui vérifient la proposition :
P et Q : 6 P ou Q : 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9

B. Égalité, identité et équation

L'écriture « $3 + 2 = 5$ » est une égalité. En effectuant le calcul du premier membre, on trouve le nombre du second membre. L'écriture est toujours vraie.
L'écriture « $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ » est une identité. En remplaçant a et b par des nombres quelconques, l'écriture est toujours vraie.
L'écriture « $2x = 10$ » est une équation. Cette écriture n'est vraie que si x est remplacé par 5, solution de cette équation.

Propriétés des égalités ($n \neq 0$)

$A - B = 0 \Leftrightarrow A = B$

$A \times n = B \times n \Leftrightarrow A = B$

$A + n = B + n \Leftrightarrow A = B$

$\frac{A}{n} = \frac{B}{n} \Leftrightarrow A = B$

Applications

Vérifier l'identité : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
avec $a = 3$ et $b = 1$: $(a - b)^2 = 2^2 = 4$; $a^2 - 2ab + b^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 1 + 1^2 = 4$.
L'écriture est vraie.

C. Implication logique et réciproque

P et Q sont deux propositions.
• $P \Rightarrow Q$ (P implique Q) indique que la proposition Q est vraie si la proposition P est vraie.
• $P \Leftrightarrow Q$ (P équivalent logiquement à Q) indique que $P \Rightarrow Q$ et réciproquement que $Q \Rightarrow P$.

« a est un nombre pair » implique que « a est multiple de 2 ». On peut noter :
a est un nombre pair $\Rightarrow$ a est multiple de 2.
La réciproque s'écrit.
a est multiple de 2 $\Rightarrow$ a est un nombre pair

Applications

Écrire les réciproques, si elles existent, des implications suivantes.
1. ABC est un triangle rectangle $\Rightarrow$ Le triangle ABC possède un angle droit.
Le triangle ABC possède un angle droit $\Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle.
2. $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$: pas de réciproque.
3. $3x = 6 \Rightarrow x = 2$: $x = 2 \Rightarrow 3x = 6$.

Évaluation de synthèse 1

Suites numériques
Probabilités

NOM : ....

Prénom : ....

45 min

Situation

Benoît, un exploitant agricole en Picardie, cultive des betteraves sucrières. En plus de son contrat avec une sucrerie de la région, il vend une partie de sa production à une usine qui fabrique du bioéthanol.

La première année, sa production annuelle est de 8 000 tonnes. Il prévoit d'augmenter sa production de 600 tonnes par an. Benoît cherche à déterminer l'évolution de sa production.

A. Production annuelle

On note u_1, u_2 et u_3... u_n, la production de la première année, deuxième année, troisième année et ainsi de suite, avec $u_1 = 8\,000$.

1. Compléter le tableau suivant :

n	1	2	3	4
u_n	8 000	8 600	9 200	9 800

2. a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier votre réponse.

(u_n) est une suite arithmétique.

On passe d'un terme de rang n au terme de rang $n + 1$ en ajoutant 600.

b. Quelle est la raison de cette suite ?

$r = 600$.

c. Dire si la suite est croissante ou décroissante.

La raison r est positive, la suite est croissante.

d. Exprimer d'une manière générale le terme u_n en fonction de n.

$u_n = u_1 + (n - 1)r$.

$u_n = 8\,000 + (n - 1) \times 600$.

$u_n = 7\,400 + 600n$

3. Déterminer l'année à partir de laquelle la production annuelle atteindra les 11 000 tonnes.

$7\,400 + 600n = 11\,000$ $n = 6$.

La production annuelle atteindra les 11 000 tonnes dans six ans.

4. a. Pour visualiser l'évolution de sa production, Benoît utilise un tableur. Ouvrir le fichier « betteraves » pour afficher le tableau ci-contre.

	A	B
1	**Année** ***n***	**Production** ***un***
2	1	8000
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	
8	7	
9	8	
10	9	
11	10	

b. Choisir la formule à saisir dans la cellule B3 pour calculer la production de la 2e année.

❑ =B2+A2 ☑ =B2+600 ❑ =B2*600

c. Saisir cette formule et la recopier jusqu'à la cellule B11.

d. Représenter les termes de cette suite à l'aide de l'assistant graphique du tableur.

Fichier à télécharger
→ lienmini.fr/10491-betteraves

B. Méthanisation

Benoît participe à une formation de la chambre d'Agriculture de sa région sur la méthanisation. Il a 25 ans et voudrait connaître le pourcentage d'agriculteurs de son âge intéressés par la méthanisation.

La chambre d'agriculture a réalisé une étude auprès de 200 exploitants agricoles, à propos de la méthanisation :

- 45% des personnes interrogées déclarent être intéressées par la méthanisation ;
- 40% des personnes interrogées ont moins de 28 ans et, parmi celles-ci, la moitié déclare être intéressée par la méthanisation ;
- 30% des personnes interrogées ont plus de 60 ans et, parmi celles-ci, 80 % ne sont pas intéressées par la méthanisation.

La méthanisation agricole est un processus biologique qui permet de transformer des matières organiques en énergie renouvelable.
Elle permet de valoriser les produits ou sous-produits des installations agricoles.

AGRICULTURES & TERRITOIRES
CHAMBRES D'AGRICULTURE

1. a. Déterminer le nombre de personnes interrogées qui sont intéressées par la méthanisation.

90

b. Déterminer le nombre de personnes interrogées qui ont moins de 28 ans.

80

c. Déterminer le nombre de personnes interrogées qui ont plus de 60 ans.

60

d. En déduire le nombre de personne interrogées qui ont de 28 à 60 ans.

60

2. Compléter le tableau croisé d'effectifs suivant :

	Intéressées par la méthanisation	Non intéressées par la méthanisation	Total
Moins de 28 ans	40	40	80
De 28 à 60 ans	38	22	60
Plus de 60 ans	12	48	60
Total	90	110	**200**

3. Une personne est choisie au hasard parmi les 200 interrogées.
Soient les événements :
A : « la personne interrogée a moins de 28 ans »,
B : « la personne interrogée est intéressée par la méthanisation ».

a. Calculer les probabilités $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$.
$p(\text{A}) = 80/200 = 0{,}4$ $p(\text{B}) = 90/200 = 0{,}45$

b. Définir par une phrase l'événement $\overline{\text{A}}$ puis calculer $p(\overline{\text{A}})$.

$\overline{\text{A}}$: la personne interrogée a 28 ans ou plus

$p(\overline{\text{A}}) = 1 - p(\text{A}) = 0{,}6$

4. a. Définir par une phrase l'événement $\text{A} \cap \text{B}$ puis calculer $p(\text{A} \cap \text{B})$.
« La personne interrogée a moins de 28 ans et est intéressée par la méthanisation ».

$p(\text{A} \cap \text{B}) = 40/200 = 0{,}2$

b. En déduire le pourcentage d'exploitants agricoles de moins de 28 ans intéressés par la méthanisation.
Sur les exploitants agricoles interrogés 20% ont moins de 28 ans et sont intéressés par la méthanisation.

5. On considère les personnes interrogées intéressées par la méthanisation.

a. Parmi ces personnes, combien ont moins de 28 ans ?
40.

b. Déterminer la probabilité conditionnelle $p_{\text{B}}(\text{A})$.
$p_{\text{B}}(\text{A}) = 40/90 = 0{,}44$.

c. En déduire le pourcentage d'exploitants agricoles de moins de 28 ans parmi ceux intéressés par la méthanisation.
Parmi les exploitants agricoles intéressés par la méthanisation, 44% ont moins de 28 ans.

Usine de méthanisation

Évaluation de synthèse I

Suites numériques
Probabilités

NOM : ....

Prénom : ....

1. Capacités, connaissances évaluées

Capacités	• Reconnaître les termes d'une suite arithmétique. • Calculer un terme de rang donné. • Calculer la probabilité d'un événement, de l'intersection de deux événements. • Compléter un tableau croisé d'effectifs. • Calculer une probabilité conditionnelle.
Connaissances	• Suites arithmétiques : – Définition d'un terme. – Expression du terme de rang *n*. • Probabilités : – Probabilité d'un événement. – Réunion et intersections d'événements. – Probabilité conditionnelle.

2. Évaluation

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	A.1 ; B.1	
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures, formuler des hypothèses Proposer une méthode de résolution	A.2 ; B.3	
Réaliser	Utiliser un modèle Calculer Mettre en œuvre les étapes d'une démarche	A.4 ; B.2	
Communiquer	Rendre compte d'un résultat	A.3 ; B.4 ; B.5	
			/ 10

Évaluation de synthèse 2

Fonctions dérivées
Statistique à deux variables

NOM : ....

Prénom : ....

45 min

Situation

Lors de la construction d'une résidence de vacances, les investisseurs pensent que la construction d'une piscine va permettre d'augmenter le taux de remplissage pendant la période estivale. L'espace commun sera donc en partie consacré à la piscine. Les dimensions de l'espace commun sont :

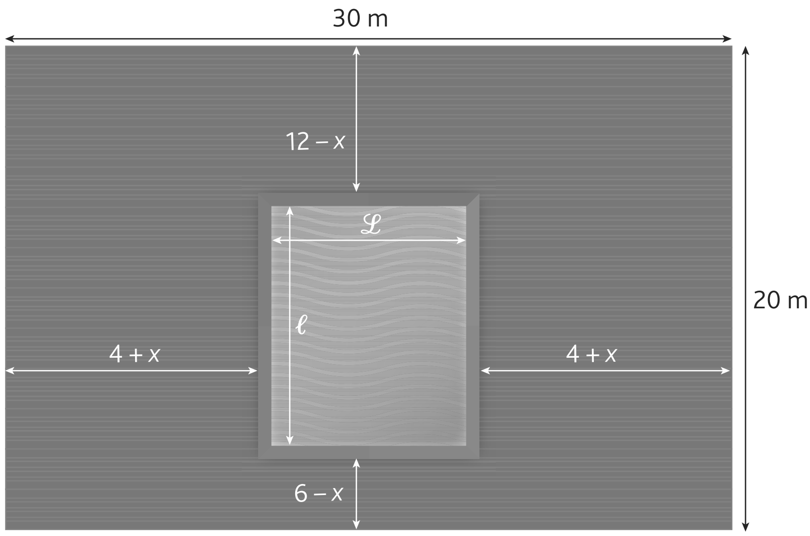
largeur = 20 m et longueur = 30 m.

Un certain nombre de contraintes conduisent à ce que l'implantation de la piscine dans l'espace commun se fasse suivant le plan ci-dessous (voir **partie A**). Les promoteurs désirent que la piscine soit la plus grande possible.

A. Étude des dimensions de la piscine

1. Problématique

Le promoteur veut déterminer la valeur de x qui permet d'avoir l'aire de piscine maximale.



a. Parmi les trois propositions suivantes, choisir, en cochant la case correspondante, celle qui semble conclure correctement ce début de phrase :

L'aire de la piscine…

- ☐ *ne dépend pas de x.*
- ☐ *est égale à 600 m².*
- ☑ *dépend de x.*

b. Proposer deux méthodes permettant de répondre à la problématique.

Méthode ①	Méthode ②
Établir l'expression de l'aire en fonction de x. Puis, tracer la courbe à la calculatrice et lire la valeur de x correspondant au maximum de la courbe.	Établir l'expression de l'aire en fonction de x. Puis, calculer la fonction dérivée et résoudre l'équation $f'(x) = 0$. La valeur de x qui annule la dérivée correspond à la valeur de l'aire maximale.

2. Recherche de l'expression de l'aire en fonction de x

a. Exprimer la largeur ℓ et la longueur $\mathscr{L}$ en fonction de x.

$\ell = 20 - (12 - x) - (6 - x) = 2 + 2x$

$\mathscr{L} = 30 - 2(4 + x) = 22 - 2x$

b. Déterminer l'expression de l'aire $\mathscr{A}$ de la piscine en fonction de x.

$\mathscr{A} = \ell \times \mathscr{L} = (2 + 2x) \times (22 - 2x) = 44 - 4x + 44x - 4x^2 = -4x^2 + 40x + 44$

3. Étude de la fonction exprimant l'aire de la piscine

L'aire de la piscine est donnée par la fonction f définie par $f(x) = -4x^2 + 40x + 44$ sur l'intervalle [0 ; 10].

a. Exprimer la fonction dérivée f'.

$f'(x) = -4 \times 2x + 40 = -8x + 40$

b. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

$-8x + 40 = 0$ donc $x = \dfrac{-40}{-8} = 5$.

c. Compléter le tableau de variations suivant.

x	0		5		10
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	44	↗	144	↘	44

4. Retour à la situation

a. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle maximale ?

Pour $x = 5$ m.

b. Donner les dimensions de la piscine et la valeur de l'aire maximale.

La piscine a pour largeur $2 + 2 \times 5 = 12$ m et pour longueur $22 - 2 \times 5 = 12$ m.

L'aire maximale est de 144 m².

c. Votre réponse à la question **1. a.** est-elle en accord avec vos résultats ?

Oui, l'aire maximale dépend bien de x : elle est atteinte pour $x = 5$ m.

B. Étude du taux de remplissage de la résidence de vacances

Le taux d'occupation du centre de vacances est de 40 % la première année d'ouverture.
L'évolution de ce taux d'occupation sur les quatre premières années est donnée dans le tableau ci-dessous.

Année	2017	2018	2019	2020
Taux d'occupation en %	40	50	55	60

Les investisseurs estiment que le programme est rentable lorsque le taux atteint 80 %.

Problématique

Le promoteur veut déterminer le nombre d'années nécessaires pour que le taux de remplissage de la résidence de vacances atteigne les 80 %.

1. En supposant que le taux d'occupation continue à évoluer de la même façon, proposez une démarche à suivre pour estimer le taux d'occupation en fonction des années.

Utiliser la calculatrice en mode statistique ou l'ordinateur puis tracer le nuage de points et en déduire la courbe de tendance. Afficher l'équation de la courbe pour prévoir le taux d'occupation

2. Avec votre calculatrice

a. Afficher le nuage de points et préciser sa forme.

La forme allongée.

b. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement ainsi que le coefficient de détermination R^2.

$y = 6{,}5x - 13\,069$ avec $R^2 = 0{,}966$

c. L'ajustement affine paraît-il convenir pour ce nuage de points ?

Oui le nuage est allongé et le coefficient est proche de 1.

3. Déterminer le taux d'occupation en 2021.

$y = 6{,}5 \times 2\,021 - 13\,069 = 67{,}5$ taux d'occupation 67,5 %

4. En quelle année le taux d'occupation dépassera-t-il 80 % ?

$80 = 6{,}5x - 13\,069$ donc $x = 2022{,}92$. En 2023 le taux d'occupation dépassera les 80 % dans l'hypothèse où l'évolution du taux d'occupation reste la même.

Évaluation de synthèse 2

Fonctions dérivées
Statistique à deux variables

NOM : ....

Prénom : ....

1. Capacités, connaissances évaluées

Capacités	• Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction. • Étudier les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variations. • Déterminer un extremum d'une fonction. • Représenter un nuage de points. • Réaliser un ajustement affine, à l'aide d'outils numériques.
Connaissances	• Fonction dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle I. • Dérivée du produit d'une fonction par une constante, de la somme de deux fonctions. • Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives. • Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. • Coefficient de détermination R^2.

2. Compétences

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	A.3c ; B.2a	
Analyser Raisonner	Proposer une méthode de résolution.	A.1b ; B1	
Réaliser	Choisir une méthode de résolution. Exécuter une méthode de résolution.	A.2 ; A.3 ; B.2 ; B.3	
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse.	A.4c ; B.2c	
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	A.4a ; A.4b B.4	
			/ 10

Évaluation de synthèse 3

Fonctions et géométrie

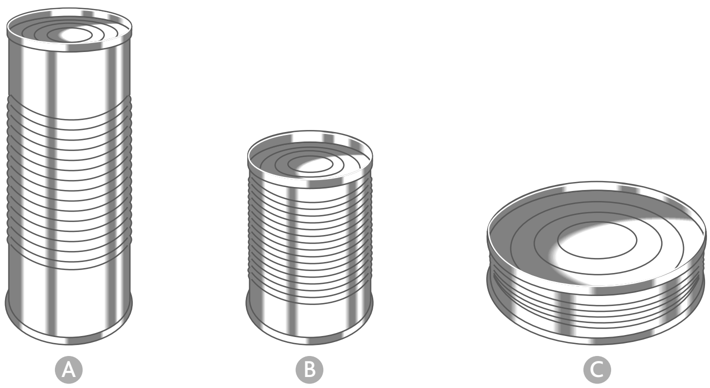
NOM : ....

Prénom : ....

45 min

Situation

Un fabricant d'emballage métallique décide de renouveler sa gamme de boîtes de conserve.
Il étudie différentes formes pour les adapter à de nouveaux produits alimentaires.
Trois modèles de boîtes ont été retenus. Les dimensions sont données dans le tableau ci-dessous.
Le fabricant voudrait déterminer le modèle dont la fabrication nécessite le moins de métal.



Modèle	A	B	C
Rayon (cm)	3	5	7,5
Hauteur (cm)	30	10,8	4,8

N.B. Les boîtes ci-dessus ne sont pas à l'échelle.

A. **Étude du volume des boîtes**

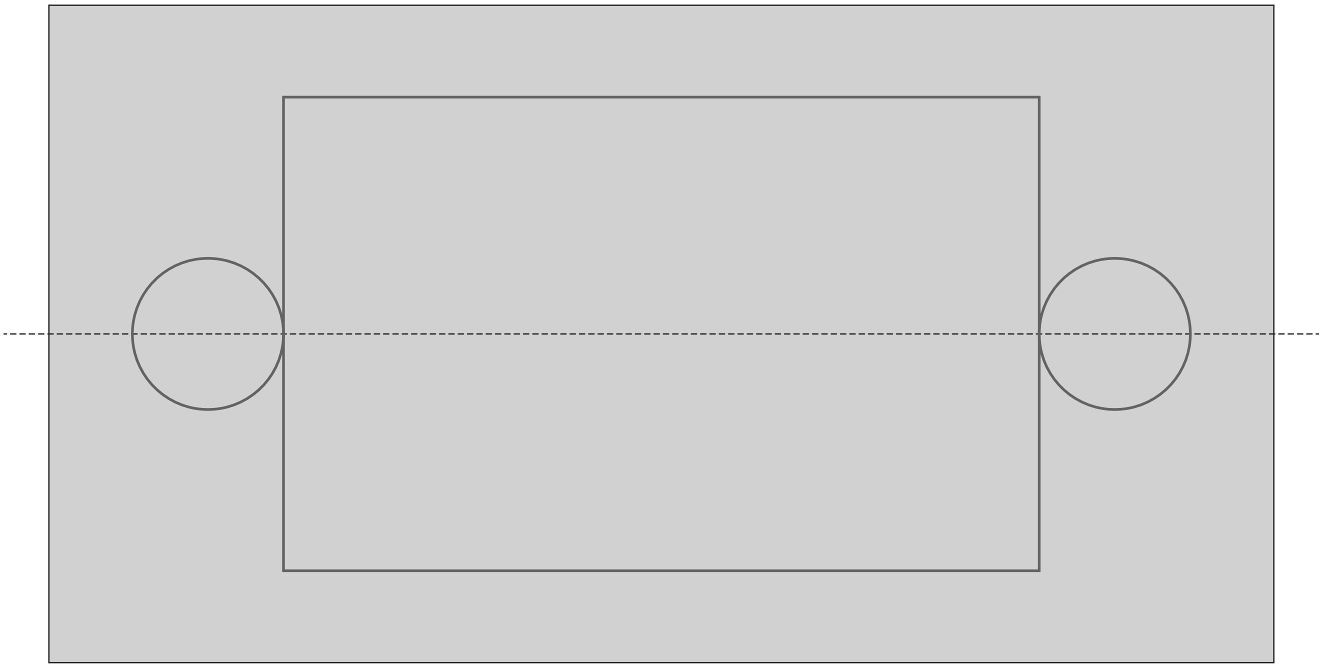
1. Donner le nom du solide correspondant à ces boîtes.

Cylindre.

2. Donner le nom des surfaces planes qui constituent une boîte.

Disque et rectangle.

3. Pour le modèle A, tracer le dessin du patron à l'échelle $\frac{1}{3}$.



4. Calculer le volume de chaque boîte ($V = 3{,}14 \times R^2 \times h$).

Modèle A : $V = 3{,}14 \times R^2 \times h = 3{,}14 \times 3^2 \times 30 = 847{,}8$ cm^3.

Modèle B : $V = 3{,}14 \times R^2 \times h = 3{,}14 \times 5^2 \times 10{,}8 = 847{,}8$ cm^3.

Modèle C : $V = 3{,}14 \times \mathrm{R}^2 \times h = 3{,}14 \times 7{,}5^2 \times 4{,}8 = 847{,}8$ cm^3.

5. Que constatez-vous ?

Le volume est identique pour ces trois boîtes.

B. Optimisation de la fabrication

1. Entourer parmi ces quatre propositions celle qui vous semble correcte.

La fabrication du modèle A nécessite moins de métal.	La fabrication du modèle B nécessite moins de métal.	La fabrication du modèle C nécessite moins de métal.	Les trois modèles utilisent la même quantité de métal.

2. Comment vérifier que votre affirmation est vraie ? Proposer une méthode permettant de vérifier votre hypothèse.

Écrire l'expression de l'aire des surfaces planes qui constituent la boîte en fonction du rayon x pour un volume de 847,8 cm^3.

Tracer la représentation graphique de l'aire totale des surfaces planes en fonction de x à la calculatrice.

Déterminer graphiquement les coordonnées du point minimum.

L'abscisse du point minimum correspond au rayon de la boîte utilisant le moins de métal.

Vérifier si l'hypothèse est juste.

Ou autre méthode (calcul de l'aire pour chaque boîte, …).

C. Étude mathématique

L'aire A du métal utilisé pour la fabrication d'une de ces boîtes est donnée en fonction du rayon R par la relation :

$A = 6{,}28\,R^2 + \dfrac{1695{,}5}{R}$.

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle [3 ; 10] par $f(x) = 6{,}28\,x^2 + \dfrac{1695{,}5}{x}$.

1. Les fonctions g et h sont définies sur l'intervalle [3 ; 10] par :

$g(x) = 6{,}28\,x^2$ et $h(x) = \dfrac{1695{,}5}{x}$.

Donner le nom des représentations graphiques de g et de h.

La représentation graphique de g est une parabole.

La représentation graphique de h est une hyperbole.

2. Compléter le tableau de variations des fonctions g et h sur l'intervalle [3 ; 10].

x	3		10
$g(x)$	56,5	↗	628

x	3		10
$h(x)$	565,2	↘	169,6

3. Exprimer f en fonction de g et h.

$f = g + h$.

4. En utilisant la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,1 près).

x	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	621,7	524,4	496,1	508,7	549,9	613,9	697,1	797,6

5. En utilisant le menu GRAPH de la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction f.

6. Déterminer les coordonnées du point correspondant au minimum de la fonction f :

$x_{min} = 5{,}1$

$y_{min} = 495{,}8$.

D. Retour à la situation

- Quel est le modèle qui nécessite le moins de métal ? Votre hypothèse est-elle vérifiée ?
Justifiez votre réponse.

C'est le modèle B qui nécessite le moins de métal parmi les trois proposés car il a un rayon de 5 cm qui est très proche du minimum de la fonction correspondant à l'aire de la boîte de conserve.

Évaluation de synthèse 3

Fonctions
Géométrie

NOM : ....

Prénom : ....

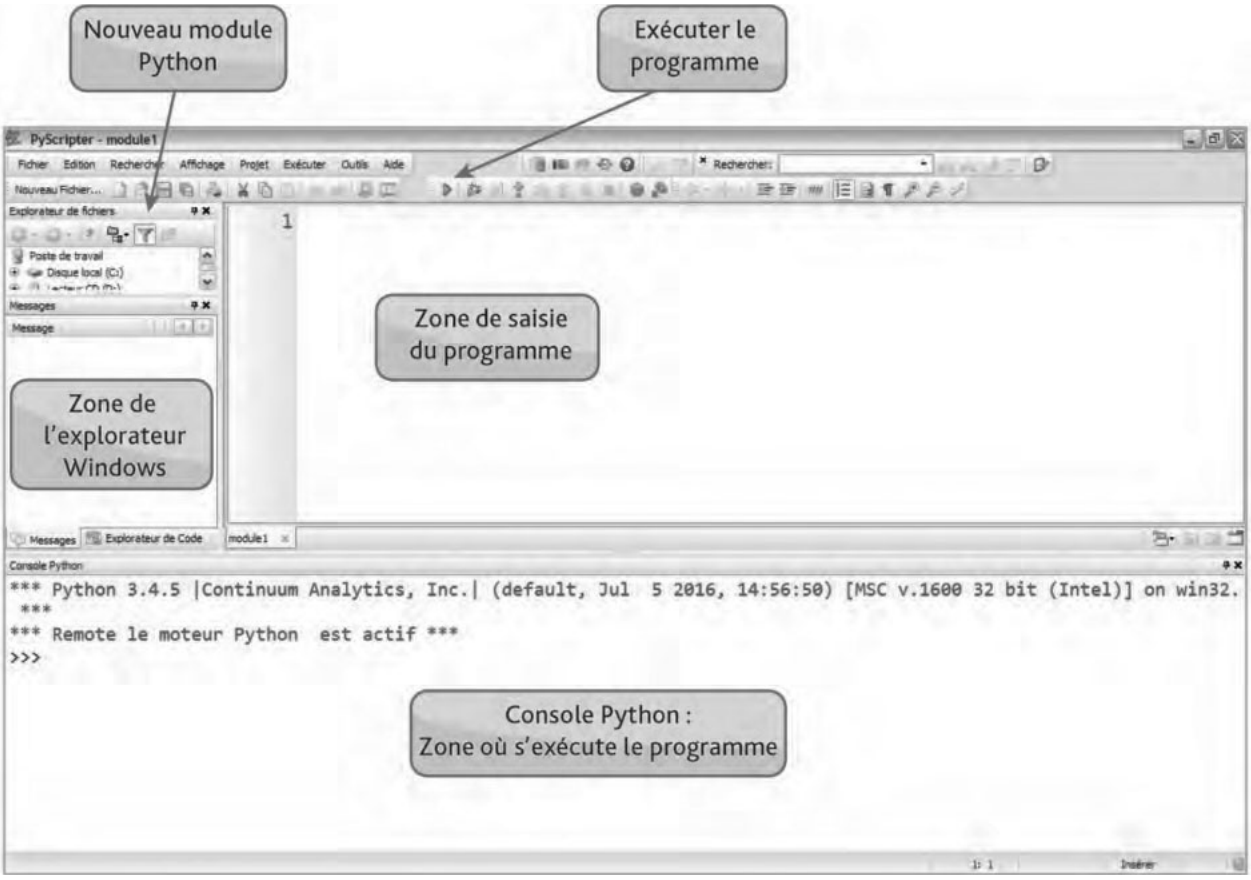
1. Capacités, connaissances évaluées

Capacités	• Exploiter une représentation d'un solide usuel. • Calculer des aires et des volumes. • Étudier les variations et représenter les fonctions de degré 2 et inverse.
Connaissances	• Solides usuels : cube, cylindre droit. • Figures planes usuelles : rectangle, disque. • Sens de variation des fonctions de degré 2 et inverse.

2. Compétences

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.	A.1 ; A.2	
Analyser Raisonner	Émettre des conjectures, formuler des hypothèses. Proposer une méthode de résolution.	B.1 ; B.2	
Réaliser	Utiliser un modèle. Calculer. Mettre en œuvre les étapes d'une démarche.	A.3 ; A.4 ; C.1 ; C.4 ; C.5 ; C.6	
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture. Critiquer un résultat, argumenter.	D	
Communiquer	Rendre compte d'un résultat	A.5 ; C.2 ; C.3	
			/ 10

Python



1. Bibliothèques ou modules Python

Placées en début de programme, elles permettent d'importer :
– des fonctions : **`from math import*`**
– des nombres aléatoires : **`from random import*`**
– des tracés de figures : **`from turtle import*`**
– des tracés de courbes : **`from pylab import*`**
L'onglet nouveau fichier permet de choisir la version du modèle Python.

2. Variables

Une variable appartient à l'un des trois types suivants :
– nombre entier : **`int`**.
– nombre décimal : **`float`**.
– chaîne de caractères : **`str`**.
Une chaîne de caractères est entre guillemets : **`".."`** ou **`'..'`**.

> *La saisie de 12,54 sur la console affiche les résultats suivants selon le type de variable défini.*
> ```
> >>>int(12.54)
> 12
> >>>float(12.54)
> 12.54
> >>>str(12.54)
> '12.54'
> ```

3. Entrées / Sorties

Le signe = affecte une valeur à une variable.
L'instruction **`input(..)`** demande une valeur et stocke la réponse.
Elle attend une chaîne de caractères. Si la valeur est un nombre, utiliser **`int(input(..))`** pour un nombre entier ou **`float(input(..))`** pour un nombre décimal.
L'instruction **`print(..)`** affiche une ou plusieurs valeurs, séparées par une virgule.

4. Opérations

Les opérations de base utilisent les signes :
`+, -, *, /`.
Le calcul de puissance a^n correspond à **`a**n`**.
Pour utiliser certains nombres (π, e, ..) ou des fonctions mathématiques ($\sqrt{\ }$, sin, cos, log,...) il est nécessaire d'importer le module **`math`** en début de programme.

> *Le script suivant demande le rayon d'un disque puis calcule et affiche son aire.*
> ```
> from math import*
> R=float(input("Rayon du disque en cm:"))
> A=pi*R**2
> print("aire du disque=",A,"cm²")
> ```

5. Instructions conditionnelles

L'instruction **`if`** *condition* **:** introduit une condition.
L'instruction **`else:`** peut compléter l'instruction **`if`** *condition* **:** pour exécuter un autre traitement lorsque la condition n'est pas vérifiée.

> **!** *Les comparaisons de valeurs utilisent les signes :*
> **`==`** *: égal à ;* **`!=`** *: différent de ;*
> **`>`** *: supérieur ;* **`>=`** *: supérieur ou égal ;*
> **`<`** *: inférieur ;* **`<=`** *: inférieur ou égal.*
> **`AND`** *: et ;* **`OR`** *: ou ;* **`NOT`** *: non.*

6. Boucles

Une boucle bornée est utilisée pour répéter plusieurs fois la même suite d'instructions.
L'instruction **`for i in range (n) :`** répète *n* fois le traitement qui suit. (la variable *i* prend les valeurs entières de l'intervalle [0 ; *n*-1].

Une boucle non bornée dépend d'une condition.
L'instruction **`while`** *condition* **:** répète le traitement qui suit tant que la condition est vraie. Si la condition est fausse, la boucle est arrêtée.

> **!** *Le script suivant permet de remplir et d'afficher une liste de n nombres à partir d'une boucle bornée*

```
n=int(input("nombre d'éléments de la liste"))
L=[]
for i in range(n):
    x=float(input("élément de la liste :"))
    L.append(x)
print (L)
```

7. Listes

Une liste est une suite de plusieurs éléments placés entre crochets et séparés par une virgule.
Le premier élément de la liste *L* est *L*[0], le deuxième *L*[1], etc.
L'instruction **`L.append`***(nouvel élément)* permet d'ajouter un élément à la fin de la liste *L*.
L'instruction **`sum(L)`** retourne la somme de tous les éléments de la liste *L*.
L'instruction **`len(L)`** retourne le nombre d'éléments de la liste *L*.

8. Fonctions

Une fonction Python porte sur une ou plusieurs variables appelées arguments. Elle est définie par un nom et rend une ou plusieurs valeurs après une suite d'instructions. Ces valeurs peuvent être utilisées dans la suite du programme.
L'instruction **`def`** *nom de fonction(arguments)* **:**
définit la fonction.
L'instruction **`return`** renvoie la valeur calculée par la fonction.

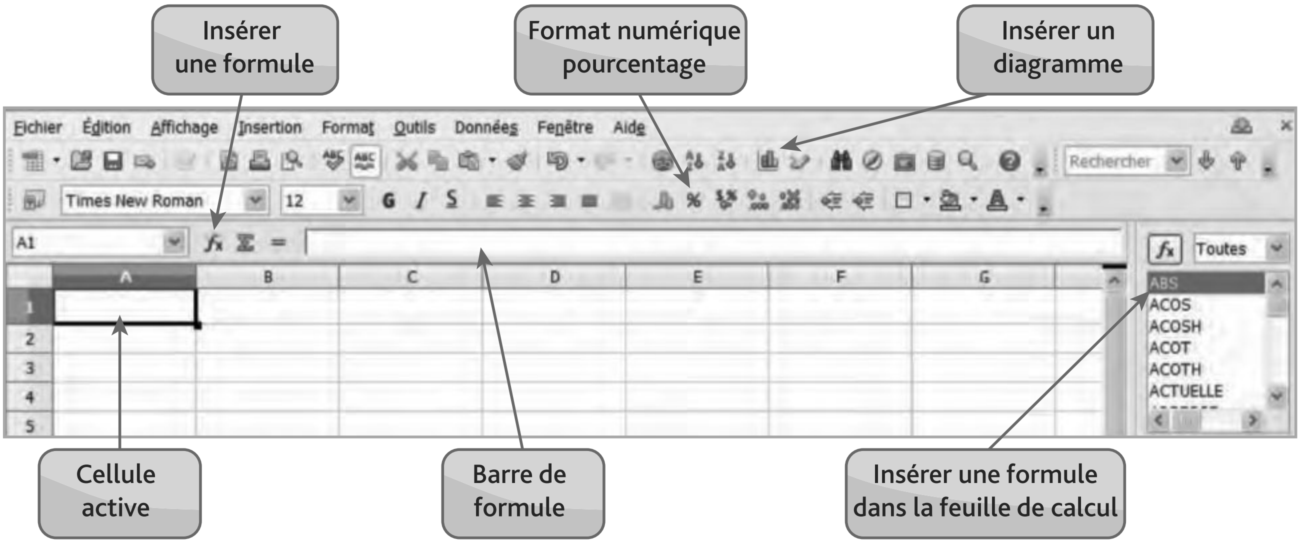
> **!** *Dans le script suivant, la fonction* **`Adisque(R)`** *renvoie la valeur de l'aire d'un disque de rayon R. Elle est ensuite utilisée pour calculer le volume d'un cylindre de hauteur h.*

```
from math import*
def Adisque(R):
    A=pi*R**2
    return A

R=float(input("rayon"))
h=float(input("hauteur"))
V=Adisque(R)*h
print("volume=",V)
```

TUTO
Écrire un programme avec Python
→ lienmini.fr/10491-tuto1

Tableur-grapheur



Série à deux variables

La température atteinte par un four en fonction de la durée de fonctionnement est relevée dans le tableau ci-dessous :

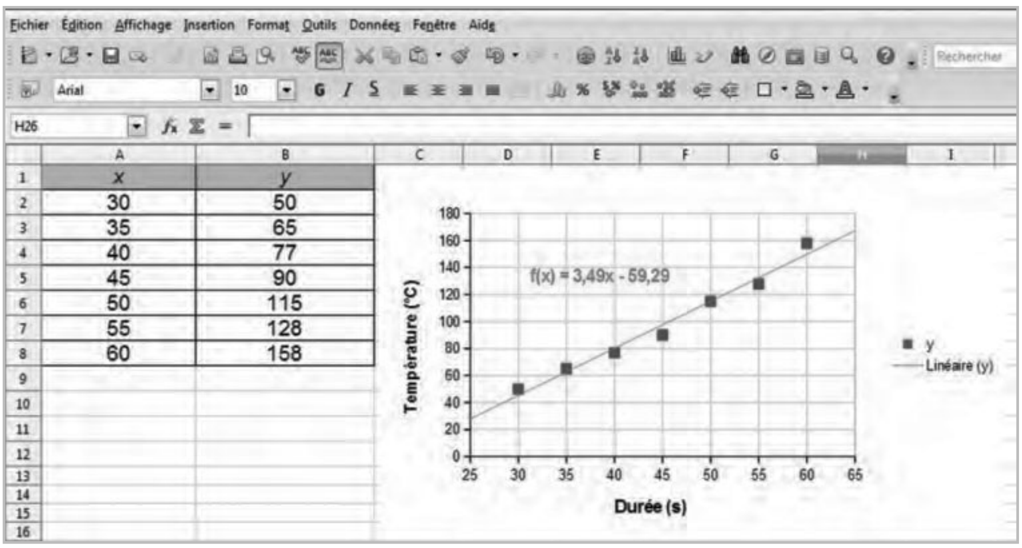
Durée (s) : x_i	30	35	40	45	50	55	60
Température (°C) : y_i	50	65	77	90	115	128	158

Représenter à l'aide d'un tableur-grapheur la droite d'ajustement affine.
Déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine.

a. Saisir :
– en colonne A, les valeurs x_i de la première variable ;
– en colonne B, les valeurs y_i de la seconde variable.

b. Sélectionner les colonnes A et B et représenter le nuage de points.
Utiliser les outils insertion, diagramme XY.

c. Cliquer sur les points obtenus puis sélectionner insérer une courbe de tendance.
Parmi les options proposées :
– choisir une courbe de tendance linéaire ;
– cocher afficher l'équation sur le graphique.



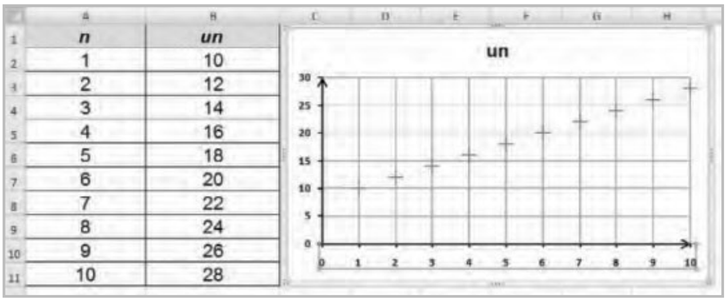
2. Termes d'une suite

Déterminer les 10 premiers termes de la suite (u_n) :
suite arithmétique de premier terme $u_1 = 10$, de raison $r = 2$.

a. Saisir les rangs *n* des termes en colonne A et dans la cellule B2 le premier terme de la suite.

b. Écrire dans la cellule suivante la formule de calcul du deuxième terme.
B3 : = B2 + 2. Recopier cette cellule jusqu'au dernier terme.

c. Utiliser l'outil insertion diagramme pour afficher la représentation graphique de la suite (u_n).



n	un
1	10
2	12
3	14
4	16
5	18
6	20
7	22
8	24
9	26
10	28

3. Tracé de courbe

Représenter graphiquement la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; 4] par l'expression : $f(x) = -x^2 + 4x$.

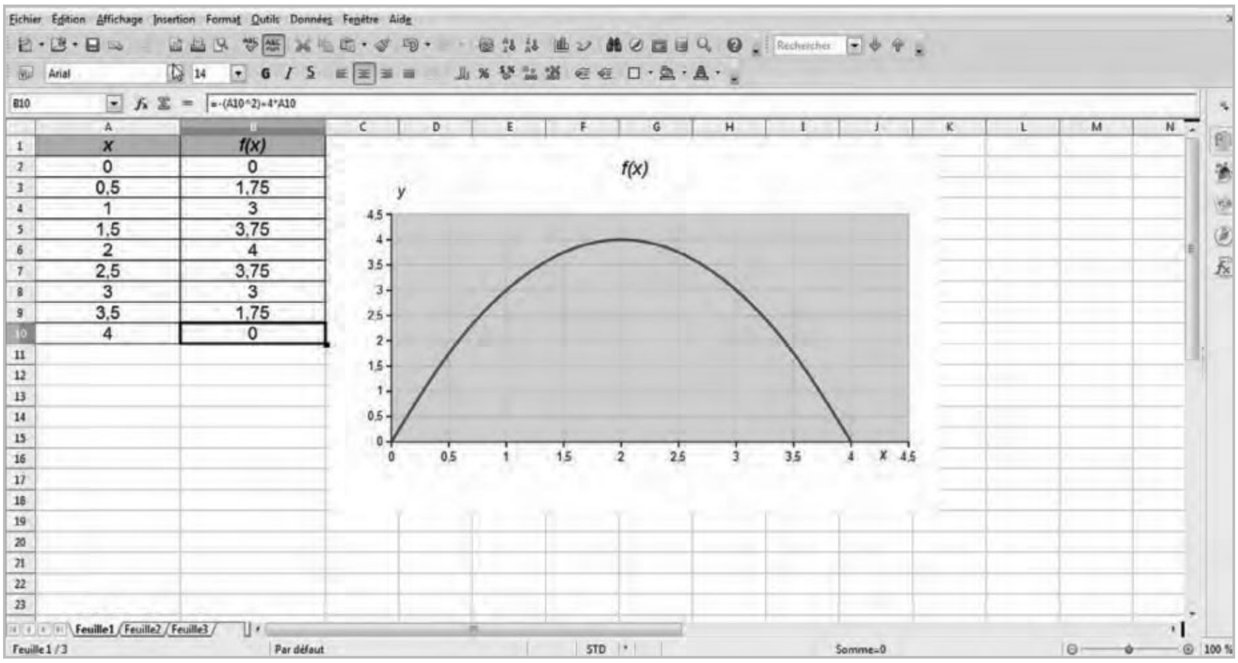
a. Saisir les valeurs de *x* dans la colonne A.
Choisir un pas qui permette d'obtenir une dizaine de valeurs sur l'intervalle de définition.

b. Saisir en cellule B1 la formule de calcul de l'image $f(x)$ en remplaçant la valeur *x* par la cellule A1.

Ainsi $f(x) = -x^2 + 4x$ se saisit en B1 = –(A1^2)+4*A1.
Recopier la cellule jusqu'à la dernière valeur de *x*.

c. Sélectionner les colonnes A et B.
Insérer un diagramme XY en lignes lisses.

d. Mettre en forme le graphique obtenu.



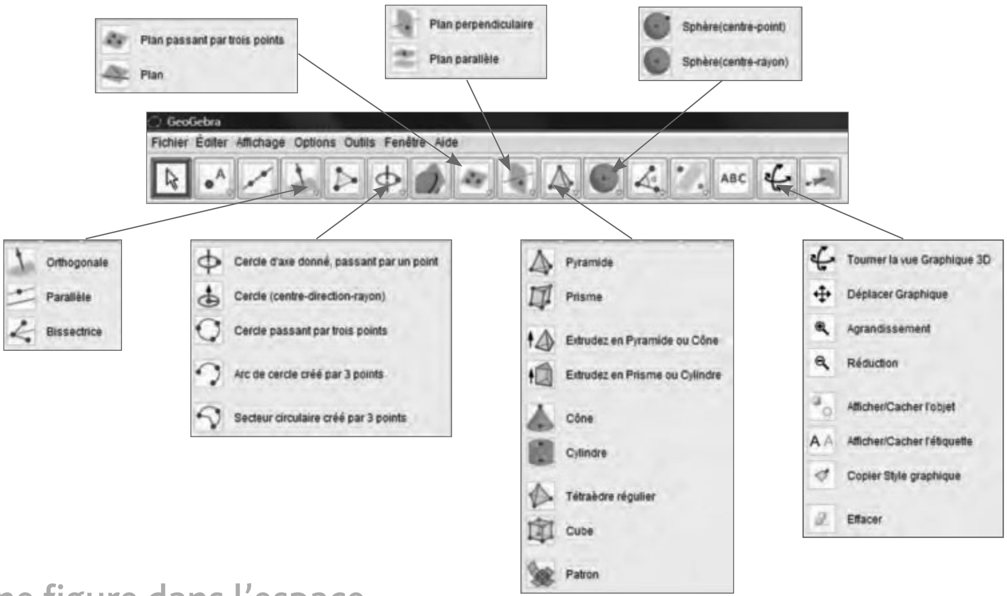
x	f(x)
0	0
0,5	1,75
1	3
1,5	3,75
2	4
2,5	3,75
3	3
3,5	1,75
4	0

TUTO
Programmer une suite arithmétique avec un tableur
→ lienmini.fr/10491-tuto3

TUTO
Tracer une courbe avec un tableur
→ lienmini.fr/10491-tuto6

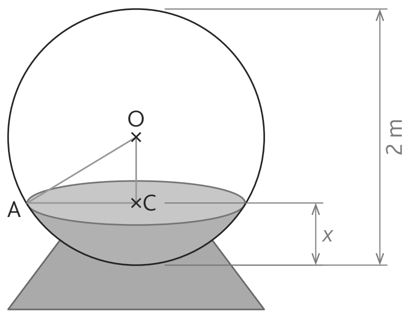
Logiciel GeoGebra

Barre des tâches 3D



Tracé d'une figure dans l'espace

Schématiser le réservoir ci-contre par une sphère de rayon 1 m.
Tracer le cercle de centre C représentant la surface du liquide dans le réservoir.



a. Sélectionner l'affichage du graphique 3D.

b. Placer le centre O de la sphère en écrivant ses coordonnées dans la zone de saisie : O = (0 ,0 ,1).

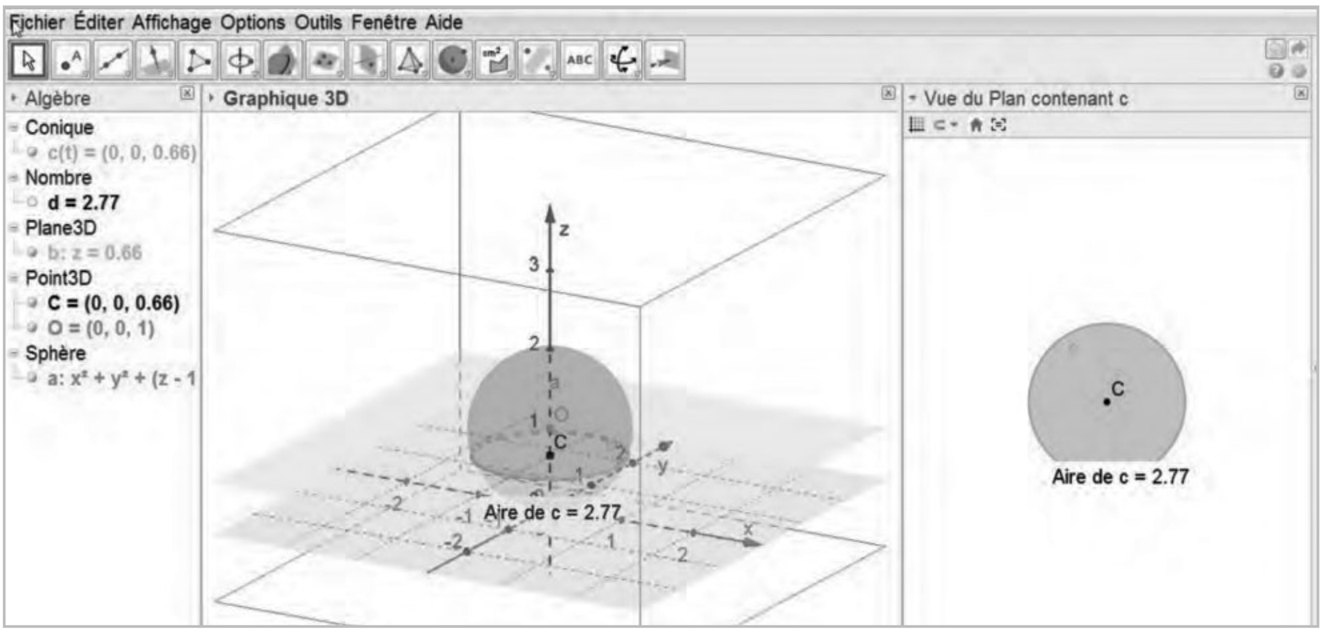
c. Utiliser l'outil Sphère (centre-rayon) pour tracer la sphère de centre O et de rayon 1 m.

d. Placer le point C sur l'axe *z* en utilisant l'outil Point sur Objet.

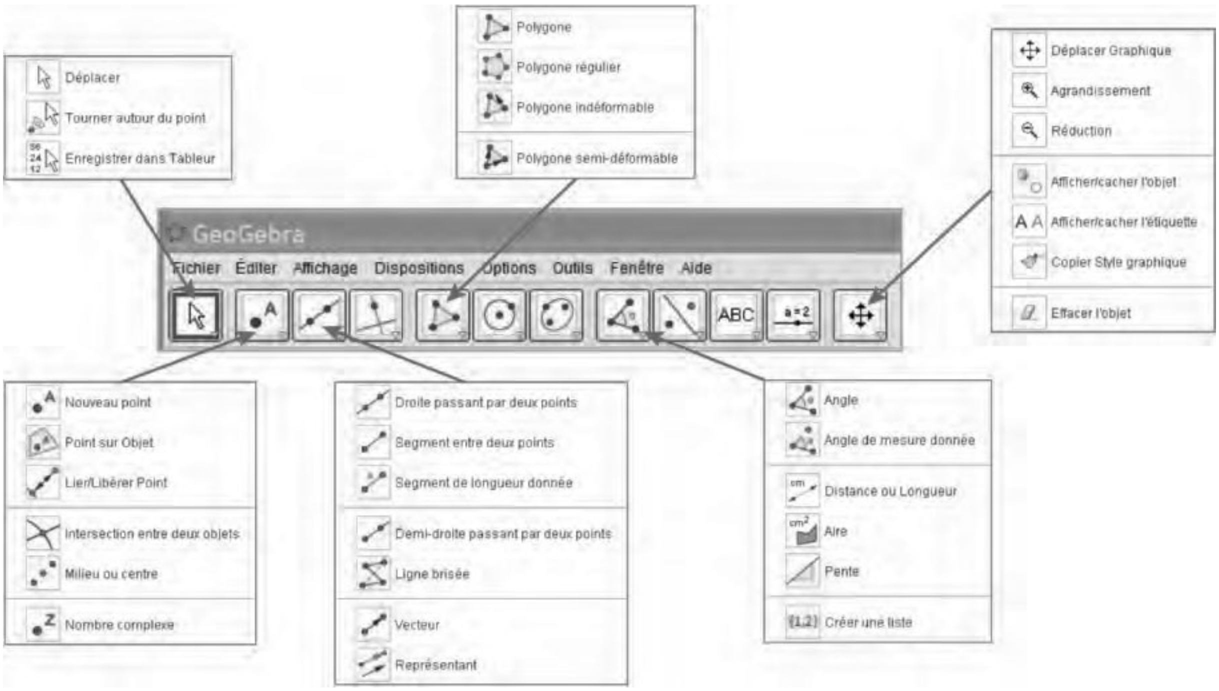
e. Tracer le plan horizontal passant par C avec l'outil Plan parallèle (cliquer sur C puis sur le plan *xOy*).

f. Utiliser l'outil Intersection de deux surfaces  pour afficher le cercle de centre C (cliquer sur le plan puis sur la sphère).

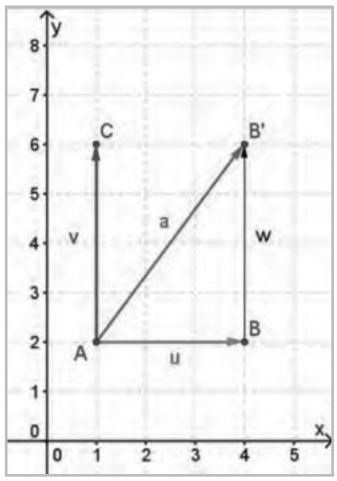
g. Faire un clic droit sur ce cercle puis sélectionner Créer une vue en 2D pour afficher la surface du liquide et définir ses propriétés.



Barre des tâches 2D



Tracé de vecteurs



À partir du point A (1 ; 2), tracer les vecteurs :

$\vec{u}$ (3 ; 0) et $\vec{v}$ (0 ; 4).

Effectuer la somme $\vec{u}+\vec{v}$.

a. Placer le point A en écrivant ses coordonnées dans la partie Saisie : A=(1, 2).

b. À partir du point A utiliser l'outil Vecteur pour tracer :
– un vecteur horizontal $\vec{u}$ de 3 unités vers la droite ;
– un vecteur vertical $\vec{v}$ de 4 unités vers le haut.

c. Utiliser l'outil Représentant pour déplacer le vecteur $\vec{v}$ à l'extrémité du vecteur $\vec{u}$.

d. Tracer le vecteur $\vec{a}=\vec{u}+\vec{v}$.
Les coordonnées du vecteur $\vec{a}$ apparaissent dans la fenêtre algèbre.

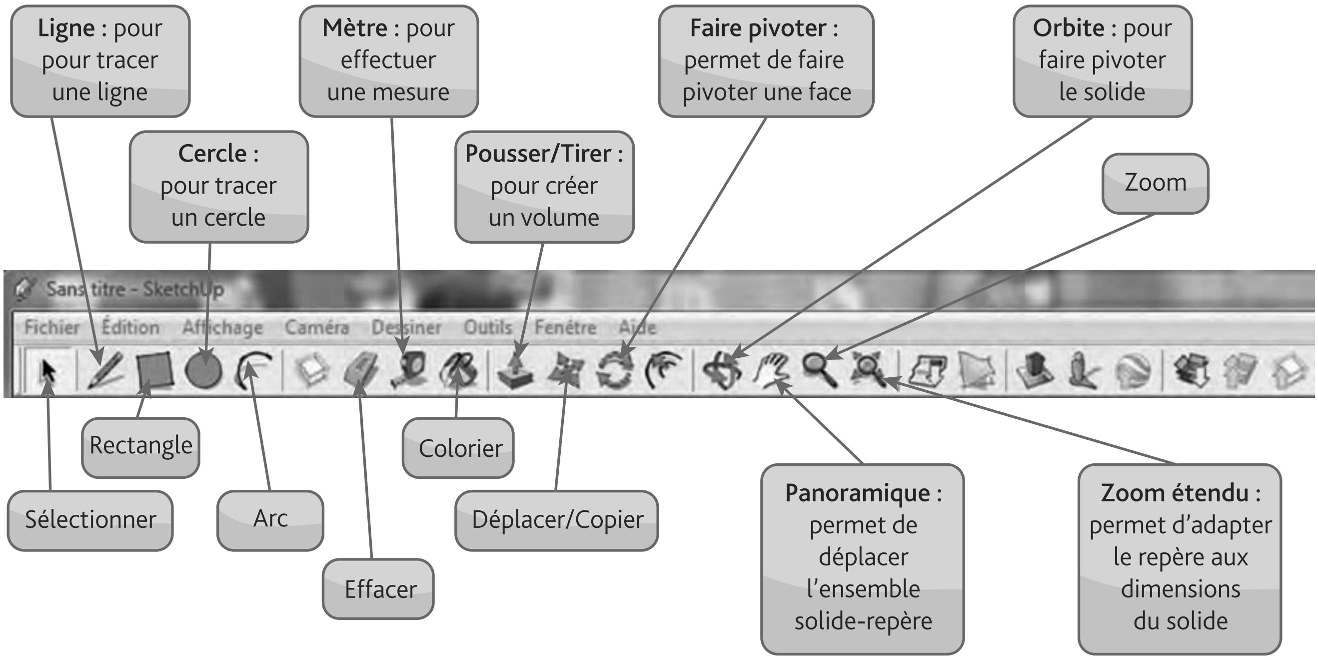
TUTO
Tracer une courbe avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto5

TUTO
Tracer un vecteur avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto12

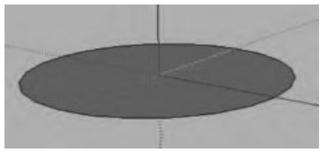
TUTO
Construire une figure dans l'espace avec GeoGebra
→ lienmini.fr/10491-tuto11

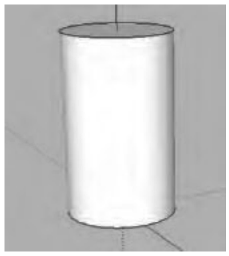
Google Sketchup

Google Sketchup est un logiciel de géométrie dynamique dédié à la modélisation en 3D (téléchargement sur support.google.com/sketchup/?hl=fr).



1. Création d'un cylindre de 3 cm de rayon et de 10 cm de hauteur

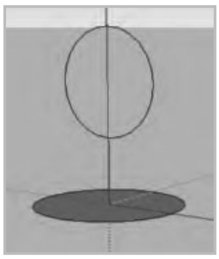


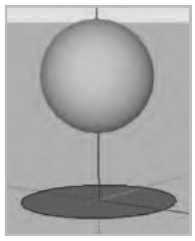


a. Utiliser l'outil Cercle, le placer au centre du repère, taper 0,03 sur le clavier de l'ordinateur, faire Entrer.
Cliquer sur Zoom étendu.

b. Utiliser l'outil Pousser/Tirer, le placer sur le disque, faire un clic-gauche et déplacer cet outil vers le haut.
Relâcher le clic, saisir 0,1 sur le clavier de l'ordinateur puis Entrer. Cliquer sur Zoom étendu. Le cylindre est terminé.

2. Création d'une sphère de 10 cm de rayon





a. Tracer un cercle de rayon quelconque centré sur l'origine.

b. Avec le même outil Cercle, se déplacer verticalement sur l'axe vertical. Quand le curseur change de couleur, dessiner un autre cercle de 10 cm de rayon.

c. Sélectionner le premier cercle puis utiliser l'outil Suivez-moi et cliquer sur le deuxième cercle pour faire apparaître la sphère.
Utiliser l'outil Effacer pour supprimer le premier cercle.

TUTO
Dessiner un solide avec Google Sketchup
→ lienmini.fr/10491-tuto10

Crédits photographiques

Couverture : ph © stock photo

Pages 7, 9, 38, 49, 62, 70 (d.), 129 : ph ©stock photos

Pages 10, 11, 12, 17, 18, 19 (d.), 20, 21, 22, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 37, 43, 44, 45 (h.), 46, 47, 48, 55 (d.), 57, 61, 63, 69, 70 (g.), 71 (d), 73, 74, 75, 78, 80, 86, 88, 89, 93, 102, 103, 105, 108, 109, 114, 117, 119, 123, 125, 141, 145, 149 : ph © Adobe stock

Page 19 (g.) : cheminée © LORFLAM, gros poêle © LORFLAM, petit poêle © DOVRE

Page 45 (b.) : ©sr-tek ltd

Page 55 (g.) : ph © Dreamstime

Page 59 : © Novespace / Air Zero G

Page 60 : Par David66 — Travail personnel, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6816360*

Page 71(g) : ph ©123RF, Timofeev Vladimir

Page 76 : © Domespace International – conception : P. Marsilli – Photo : B. Thoby

Page 99 : © petitecaro.canalblog.com

Page 100 (g) : ph © Shutterstock

Page 100 (d) : sully-sur-loire.eklablog.com/bornes-pieux-piquets-plots-poteaux-et-potelets-a105478370

Page 142 : © Chambre d’agriculture

Page 143 : Par Original téléversé par Vortexrealm sur Wikipédia anglais. — Transféré de en.wikipedia à Commons., CC BY-SA 2.5, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2557196

Les tutoriels sur les calculatrices ont été réalisés par Yvan Monka.

Conception graphique et compogravure : Thierry Decke

Couverture : TC Graphite, Les PAOistes

Achevé d’imprimer en avril 2020 par XXXXXX

N° d'impression : XXXXXX

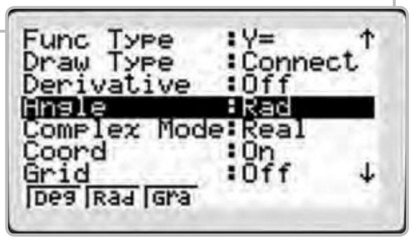
Éditions Magnard-Vuibert-Delagrave – N° d’éditeur : XXXXXX – Dépôt légal : avril 2020

Calculatrice CASIO GRAPH

Choisir l'unité d'angle

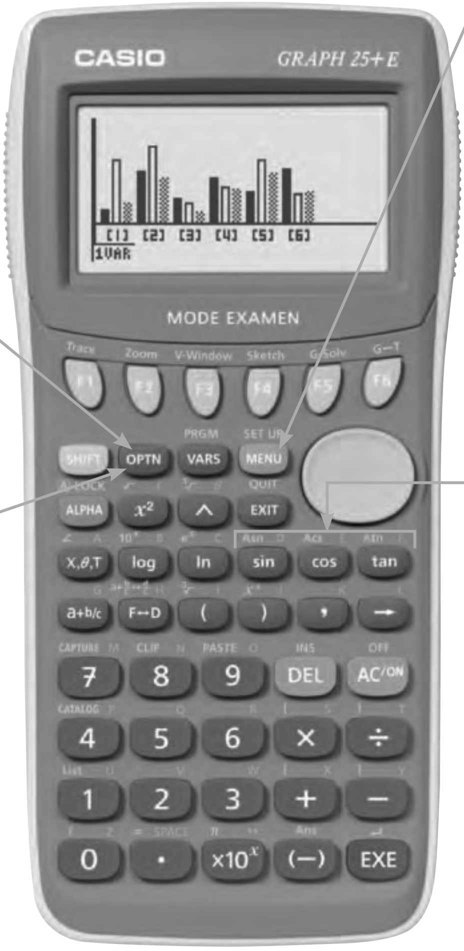
- **Touche** MENU, choisir le mode RUN.
- **Touche** SHIFT SETUP pour choisir la configuration.

Utiliser les touches du pavé directionnel pour sélectionner : Angle.
Les touches F1 à F3 permettent de changer l'unité d'angle.



Déterminer un nombre dérivé

Touche MENU, choisir le mode RUN, puis la touche OPTN et sélectionner calc puis d/dx.



Afficher un nombre aléatoire

Touche MENU, choisir le mode RUN, puis la touche OPTN et sélectionner PROB puis RAND puis Ran#.

Utiliser les fonctions trigonométriques

- **Touches** sin, cos et tan pour calculer le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle.
- **Touches** SHIFT sin Asn ; SHIFT cos Acs ; SHIFT tan Atn pour calculer un angle dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.

Découvrez les tutoriels vidéo pour utiliser la Casio

TUTO
Étudier une série à deux variables à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto2

TUTO
Tracer une courbe à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto4

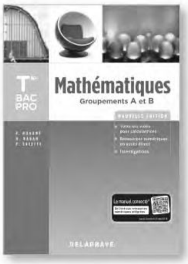
TUTO
Afficher l'équation de la tangente à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto9

TUTO
Résoudre *f(x)* = *g(x)* à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto7

TUTO
Résoudre une équation du second degré à la calculatrice
→ lienmini.fr/10491-tuto8

UNE COLLECTION COMPLÈTE DU CAP AU BAC PRO

▶ Une démarche qui s'appuie sur des investigations et des situations de la vie courante



Un livre aux ressources numériques intégrées

OU
Code à flasher
Flashez moi !

OU
Lien URL à saisir
D www.lienmini.fr

En savoir plus : www.editions-delagrave.fr

ISBN : 978-2-206-10491-1

9 782206 104911

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.

DELAGRAVE
www.editions-delagrave.fr