

# Relatório de ALGAV

ANÁLISE DE COMPLEXIDADE, SPRINT B

JOÃO RODRIGUES (1210817) GABRIEL SILVA (1210808)  
MATEUS FERNANDES (1210821) RICARDO VENÂNCIO  
(1210828))

## Índice de Conteúdos

Índice de Figuras .....	3
Notas .....	4
Caso de estudo 1 .....	4
Tamanho, nós e arestas .....	4
Algoritmo DFS .....	4
Algoritmo BFS .....	5
Algoritmo A-Star .....	5
Conclusão .....	6
Caso de estudo 2 .....	8
Tamanho, nós e arestas .....	8
Algoritmo BFS .....	8
Algoritmo DFS .....	9
Conclusão .....	9
Caso de estudo 3 .....	11
Tamanho, nós e arestas .....	11
Algoritmo BFS .....	11
Algoritmo DFS .....	12
Conclusão .....	12
Caso de Estudo 4 .....	14
Tamanhos, nós e arestas .....	14
Algoritmo BFS .....	14
Algoritmo DFS .....	15
Algoritmo A-Star .....	15
Conclusão .....	16
Conclusão .....	16

Caso de estudo 5.....	17
Tamanho, nós e arestas.....	17
Algoritmo BFS.....	17
Algoritmos DFS (melhor solução).....	17
Conclusão .....	17

## Índice de Figuras

Figura 1 - Tamanho, nós e arestas do Caso de Estudo 1. ....	4
Figura 2 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 1. ....	4
Figura 3 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 1. ....	5
Figura 4 - Algoritmo A-Star do caso de Estudo 1.....	5
Figura 5 - Custo vs. Tempo DFS .....	6
Figura 6 - Custo vs. Tempo BFS.....	6
Figura 7 - Custo vs. Tempo A-Star.....	7
Figura 8 - Tamanho, nós e arestas do Caso de Estudo 2. ....	8
Figura 9 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 2. ....	8
Figura 10 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 2. ....	9
Figura 11 - Custo vs Tempo DFS do Caso de Estudo 2.....	9
Figura 12 - Custo vs Tempo BFS do Caso de Estudo 2. ....	9
Figura 13 - Custo vs Tempo A-Star do Caso de Estudo 2. ....	10
Figura 14 - Tamanho, nós e arestas do Caso de Estudo 3. ....	11
Figura 15 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 3. ....	11
Figura 16 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 3. ....	12
Figura 17 - Custo vs Tempo DFS do Caso de Estudo 3.....	12
Figura 18 - Custo vs Tempo BFS do Caso de Estudo 3. ....	12
Figura 19 - Custo vs Tempo A-Star do Caso de Estudo 3. ....	13
Figura 20 - Tamanho, nós e arestas do caso de estudo 4.....	14
Figura 21 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 4. ....	14
Figura 22 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 4. ....	15
Figura 23 - Algoritmo A-Star do Caso de Estudo 4. ....	15
Figura 24 -Custo vs Tempo DFS do Caso de Estudo 4.....	16
Figura 25 - Custo vs Tempo BFS do Caso de Estudo 4. ....	16
Figura 26 - Custo vs Tempo A-Star do Caso de Estudo 4. ....	16

## Notas

É de notar que o tamanho de uma diagonal é de, aproximadamente, 1,4 unidades e o de um movimento vertical/horizontal é 1 unidade.

## Caso de estudo 1

Neste caso, a matriz vai ser repleta de zeros (pior caso), a origem vai ser constante, o índice zero (0, 0) e o destino vai ser dinâmico, o último nó ( $N^{\circ}$  nós - 1).

Tamanho, nós e arestas

Tamanho	Nº nós	Nº arestas
4x4	16	84
5x5	20	144
6x6	36	220
7x7	49	312
8x8	64	420
9x9	81	544
10x10	100	684
11x11	122	840
12X12	144	1012
13X13	169	1200
14X14	196	1404
15x15	225	1624

Figura 1 - Tamanho, nós e arestas do Caso de Estudo 1.

## Algoritmo DFS

Tamanho	Nº nós	Nº arestas	DFS	Custo & Tempo
4x4	16	84	Cam = [0,4,8,12,13,9,5,1,2,6,10,14,15]	Custo = 12, Tempo = 5.5e-5
5x5	20	144	5,10,15,20,21,16,11,6,1,2,7,12,17,22,23,18,13,8,3,4,9	Custo = 24, Tempo = 7.7e-5
6x6	36	220	1,30,31,25,19,13,7,1,2,8,14,20,26,32,33,27,21,15,9,3,4	Custo = 30, Tempo = 8.5e-5
7x7	49	312	2,9,16,23,30,37,44,45,38,31,24,17,10,3,4,11,18,25,32,	Custo = 48, Tempo = 0.00016
8x8	64	420	,26,34,42,50,58,59,51,43,35,27,19,11,3,4,12,20,28,36,	Custo = 56, Tempo = 0.00023
9x9	81	544	18,39,30,21,12,3,4,13,22,31,40,49,58,67,76,77,68,59,5	Custo = 80, Tempo = 0.00028
10x10	100	684	43,33,23,13,3,4,14,24,34,44,54,64,74,84,94,95,85,75,6	Custo = 90, Tempo = 0.00035
11x11	122	840	92,103,114,115,104,93,82,71,60,49,38,27,16,5,6,17,28	Custo = 120, Tempo = 0.0006
12X12	144	1012	,136,137,125,113,101,89,77,65,53,41,29,17,5,6,18,30,	Custo = 132, Tempo = 0.00067
13X13	169	1200	8,5,6,19,32,45,58,71,84,97,110,123,136,149,162,163,1	Custo = 168, Tempo = 0.00096
14X14	196	1404	6,20,34,48,62,76,90,104,118,132,146,160,174,188,189	Custo = 182, Tempo = 0.0012
15x15	225	1624	7,202,187,172,157,142,127,112,97,82,67,52,37,22,7,8,	Custo = 224, Tempo = 0.0017

Figura 2 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 1.

## Algoritmo BFS

BFS	Custo & Tempo
Cam = [0,5,10,15],	Custo = 4.242, Tempo = 0.00116
Cam = [0,6,12,18,24]	Custo = 7.071 , Tempo = 0.03328
Cam = [0,7,14,21,28, 35]	Custo = 8.4853, Tempo = 0.51068
Cam = [0,8,16,24,32,40,48]	Custo = 9.8999 , Tempo = 15.2079
Cam =[0,9,18,27,36,45,54,63]	Custo = 11.3137, Tempo = 443.5085
Cam =[0,10,20,30,40, 50, 60, 70, 80]	Custo = 12.7279, Tempo = Demasiado
Cam =[0,11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99]	Custo = 14.1421, Tempo = Demasiado
Cam =[0,12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120]	Custo = 15.5563, Tempo = Demasiado
Cam =[0,13,26,39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143]	Custo = 16.9706, Tempo = Demasiado
Cam = [0,14,28,42,56,70,84,98,112,126,140,154,168]	Custo = 18.3848, Tempo = Demasiado
Cam =[0,15,30,45,60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195]	Custo = 19.7990 , Tempo = Demasiado
Cam =[0,16,32,48,64,80,96,112,128,144,160,176,192, 208, 224]	Custo = 21.2132, Tempo = Demasiado

Figura 3 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 1.

## Algoritmo A-Star

A-Star	Custo & Tempo
Cam = [0,5,10,15],	Custo = 4.242, Tempo = 9.29e-5.
Cam = [0,6,12,18,24]	Custo = 5.6569, Tempo = 0.00602
Cam = [0,7,14,21,28, 35]	Custo = 7.0711, Tempo = 0.00019
Cam = [0,8,16,24,32,40,48]	Custo = 8.4853, Tempo = 0.00049
Cam =[0,9,18,27,36,45,54,63]	Custo = 9.8995, Tempo = 0.00028
Cam =[0,10,20,30,40, 50, 60, 70, 80]	Custo = 11.314, Tempo = 0.000433
Cam =[0,11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99]	Custo = 12.728, Tempo = 0.000711
Cam =[0,12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120]	Custo = 14.1421, Tempo = 0.000552
Cam =[0,13,26,39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143]	Custo = 15.5563, Tempo = 0.000366
Cam =[0,14,28,42,56,70,84,98,112,126,140,154,168]	Custo = 16.9706, Tempo = 0.000517
Cam =[0,15,30,45,60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195]	Custo = 18.3848, Tempo = 0.00115
Cam =[0,16,32,48,64,80,96,112,128,144,160,176,192,208, 224]	Custo = 19.798, Tempo = 0.00066

Figura 4 - Algoritmo A-Star do caso de Estudo 1.

## Conclusão



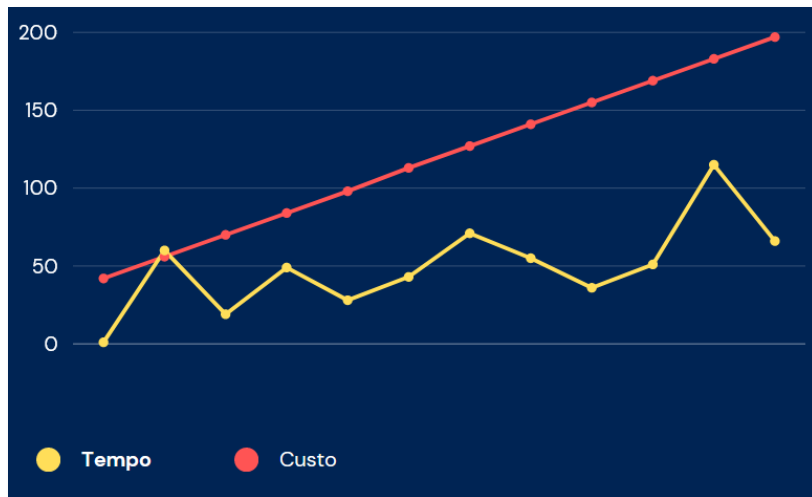
Figura 5 - Custo vs. Tempo DFS

**Nota:** Tempo foi multiplicado por  $10^4$  e o custo foi multiplicado por 10 para poder analisar e estudar melhor os valores.



Figura 6 - Custo vs. Tempo BFS

**Nota:** Tempo foi multiplicado por  $10^4$  e o custo foi multiplicado por 10 para poder analisar e estudar melhor os valores.



*Figura 7 - Custo vs. Tempo A-Star*

**Nota:** Tempo foi multiplicado por  $10^4$  e o custo foi multiplicado por 10 para poder analisar e estudar melhor os valores.

- O caminho é sempre o mais longo e é notório que o algoritmo Primeiro em Profundidade é superior ao Primeiro em Largura, porém com caminhos bastante mais longos;
- O A-Star, como já era de se esperar, teve resultados bastante eficiente e eficazes, pois tanto o custo como o tempo batem qualquer um dos outros algoritmos;
- O algoritmo Primeiro em Largura foi de tal forma ineficiente a partir de matrizes com tamanho 9 por 9 que não foi possível registar valores.



## Caso de estudo 2

Neste caso, a matriz vai ser repleta de zeros e o destino vai ser sempre próximo da origem. Foi definido, mais concretamente, que a origem vai ser sempre zero e o destino vai ser sempre seis, independentemente do tamanho da matriz. Este algoritmo vai permitir que o algoritmo em largura consiga ter mais eficiência que no caso de estudo primeiro.

Tamanho, nós e arestas

Tamanho	Nº nós	Nº arestas
4x4	16	84
5x5	20	144
6x6	36	220
7x7	49	312
8x8	64	420
9x9	81	544
10x10	100	684
11x11	122	840
12X12	144	1012
13X13	169	1200
14X14	196	1404
15x15	225	1624

Figura 8 - Tamanho, nós e arestas do Caso de Estudo 2.

Algoritmo BFS

BFS	Custo & Tempo
[0,1,6]	Custo=3,41, Tempo=7e-5
[0,6]	Custo=1,4, Tempo=5.29e-5
[0,6]	Custo=1,4, Tempo=5.29e-5
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo=7, Tempo=3.22
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo=7, Tempo= 3.59
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo=7, Tempo=3.48
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo=7, Tempo=3.57
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo = 7, Tempo = 4.10
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo = 7, Tempo = 3.46
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo = 7, Tempo = 3.47
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo = 7, Tempo = 3.47
[0,1,2,3,4,5,6]	Custo = 7, Tempo = 3.46

Figura 9 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 2.

## Algoritmo DFS

DFS	Custo & Tempo
[0,4,8,12,13,9,5,1,2,6]	Custo=9, Tempo=3,48e-5
[0,5,10,15,20,21,16,11,6]	Custo=8, Tempo=0,0001
[0,6]	Custo = 1, Tempo = 0.00014
[0,16,23,30,37,44,45,38,31,24,17,10,3]	Custo = 42, Tempo = 0.00037
[0,26,34,42,50,58,59,51,43,35,27,19,1]	Custo = 48, Tempo = 0.00022
[0,9,38,47,56,65,74,75,66,57,48,39,30,2]	Custo=54, Tempo=0,00043
[0,2,52,62,72,82,92,93,83,73,63,53,43,1]	Custo=60, Tempo=0,0018
[0,8,79,90,101,112,113,102,91,80,69,5]	Custo = 66, Tempo = 0.00036
[0,98,110,122,134,135,123,111,99,87,7]	Custo = 72, Tempo = 0.00066
[0,119,132,145,158,159,146,133,120,1]	Custo = 78, Tempo = 0.00092
[0,42,156,170,184,185,171,157,143,12]	Custo = 84, Tempo = 0.00054
[0,167,182,197,212,213,198,183,168,1]	Custo = 90, Tempo = 0.00051

Figura 10 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 2.

## Conclusão

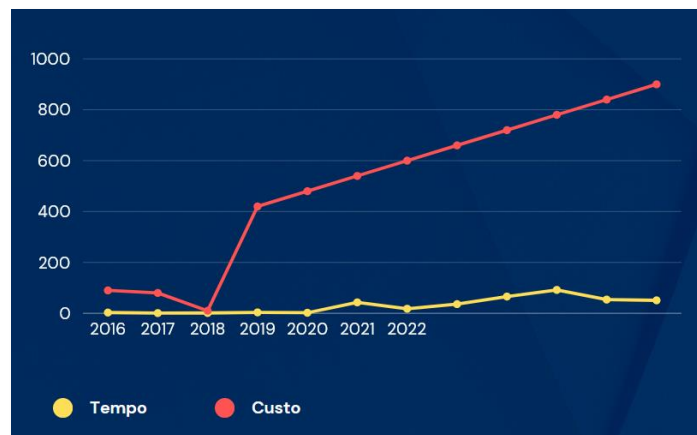


Figura 11 - Custo vs Tempo DFS do Caso de Estudo 2.



Figura 12 - Custo vs Tempo BFS do Caso de Estudo 2.

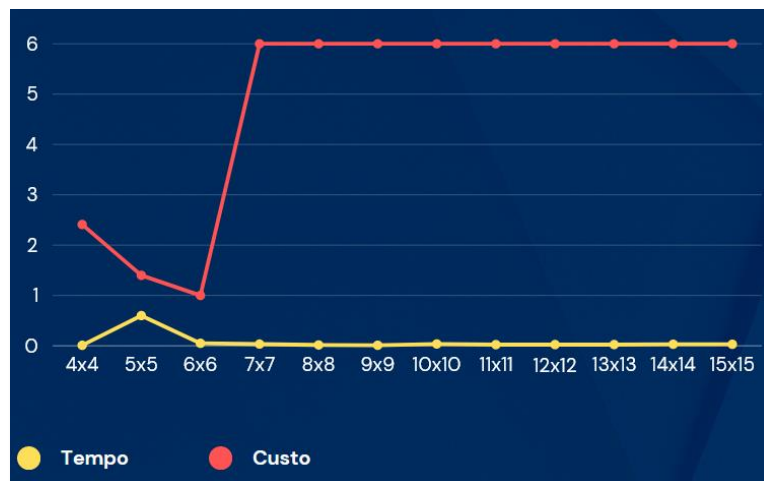


Figura 13 - Custo vs Tempo A-Star do Caso de Estudo 2.

### Conclusões:

- No algoritmo DFS, é possível verificar:
  - Um aumento linear de custo, enquanto o tempo mantém-se sempre baixo;
- No algoritmo BFS é possível verificar que:
  - Apresenta soluções bastantes interessantes, tanto a nível de eficiência como eficácia;
  - O custo, excluindo o início, mantém-se constante e o tempo oscila (e tende a oscilar) entre valores baixos.
- No algoritmo A-Star é possível verificar que:
  - É a melhor solução apresentada (a nível de eficiência vs. eficácia), porém não muito longe da BFS.

### Caso de estudo 3

Neste caso de estudo a origem vai continuar a ser zero e o destino vai ser dinâmico, estando sempre a uma diagonal (inferior direita) de distância da origem. Por exemplo, numa matriz 4x4 o destino será em 5, numa 5x5 será 6.

#### Tamanho, nós e arestas

Tamanho	Nº nós	Nº arestas
4x4	16	84
5x5	20	144
6x6	36	220
7x7	49	312
8x8	64	420
9x9	81	544
10x10	100	684
11x11	122	840
12X12	144	1012
13X13	169	1200
14X14	196	1404
15x15	225	1624

Figura 14 - Tamanho, nós e arestas do Caso de Estudo 3.

#### Algoritmo BFS

BFS	Custo & Tempo
[0,5]	Custo=1,4, Tempo=3,004e-5
[0,6]	Custo=1,4, Tempo=4,88e-6
[0,7]	Custo=1,4, Tempo=6.10e-5
[0,8]	Custo=1,4, Tempo=7.82e-5
[0,9]	Custo=1,4, Tempo=9.29e-5
[0,10]	Custo=1,4, Tempo=9.29e-5
[0,11]	Custo=1,4, Tempo=0.0001
[0,12]	Custo=1,4, Tempo=0.0001
[0,13]	Custo = 2, Tempo = 7.0095e-5
[0,14]	Custo = 2, Tempo = 0.00020
[0,15]	Custo = 2, Tempo = 0.00031
[0,16]	Custo = 2, Tempo = 0.00040

Figura 15 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 3.

## Algoritmo DFS

DFS	Custo & Tempo
[0,4,8,12,13,9,5]	Custo=6, Tempo=3.09e-5
[0,5,10,15,20,21,16,11,6]	Custo=8, Tempo=3.98e-5
[0,6,12,18,24,30,31,25,19,13,7]	Custo=10,Tempo=2.09e-5
[0,7,14,21,28,35,42,43,36,29,22,15,8]	Custo=12, Tempo=8.6e-5
[0,8,16,24,32,40,48,56,57,49,41,33,25,17]	Custo=14, Tempo=0,00017
[0,9,18,27,36,45,54,63,72,73,64,55,46,37,28]	Custio=16, Tempo=0,00011
[0,10,20,30,40,50,60,70,80,90,91,81,71,61,51,41]	Custo=18, Tempo=0.0001
[0,11,22,33,44,55,66,77,88,99,110,111,100,89,78,67]	Custo=20, Tempo=0.0001
[0,12,24,36,48,60,72,84,96,108,120,132,133,121,109,97,8]	Custo=22, Tempo=0.0015
[0,13,26,38,50,62,74,86,98,110,122,134,146,158,170,182,194,206,218,230,242,254,266,278,290,302,314,326,338,350,362,374,386,398,410,422,434,446,458,470,482,494,506,518,530,542,554,566,578,590,602,614,626,638,650,662,674,686,698,710,722,734,746,758,770,782,794,806,818,830,842,854,866,878,890,902,914,926,938,950,962,974,986,998]	Custo=24, Tempo=0.00015
[0,14,28,42,56,70,84,98,112,126,140,154,168,182,196,210,224,238,252,266,280,294,308,322,336,350,364,378,392,406,420,434,448,462,476,490,504,518,532,546,560,574,588,602,616,630,644,658,672,686,700,714,728,742,756,770,784,798,812,826,840,854,868,882,896,910,924,938,952,966,980,994]	Custo=26, Tempo=0.00025
[0,15,30,45,60,75,90,105,120,135,150,165,180,195,210,225,240,255,270,285,300,315,330,345,360,375,390,405,420,435,450,465,480,495,510,525,540,555,570,585,600,615,630,645,660,675,690,705,720,735,750,765,780,795,810,825,840,855,870,885,900,915,930,945,960,975,990]	Custo=28, 0.0004

Figura 16 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 3.

## Conclusão

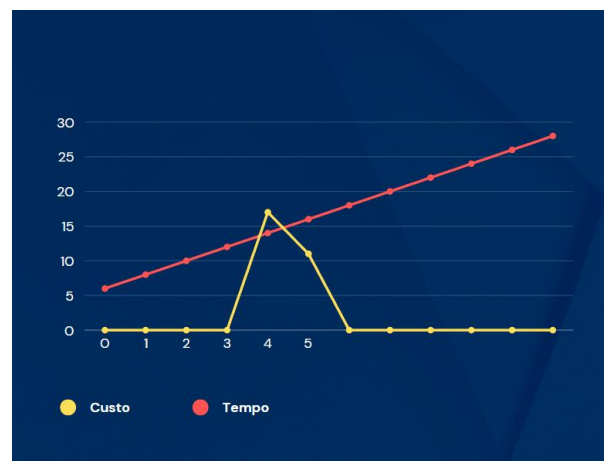


Figura 17 - Custo vs Tempo DFS do Caso de Estudo 3.



Figura 18 - Custo vs Tempo BFS do Caso de Estudo 3.



Figura 19 - Custo vs Tempo A-Star do Caso de Estudo 3.

## Caso de Estudo 4

Neste caso de estudo a origem e o destino são dinâmicas. O destino está sempre três nós à direita do nó origem.

Tamanhos, nós e arestas

Tamanho	Nº nós	Nº arestas
4x4	16	84
5x5	20	144
6x6	36	220
7x7	49	312
8x8	64	420
9x9	81	544
10x10	100	684
11x11	122	840
12X12	144	1012
13X13	169	1200
14X14	196	1404
15x15	225	1624

Figura 20 - Tamanho, nós e arestas do caso de estudo 4.

## Algoritmo BFS

BFS	Custo & Tempo
Cam = [11, 10, 9]	Custo = 3, Tempo = 9.489e-5
Cam = [13,12,11,10]	Custo = 4, Tempo = 0.0129
Cam = [12,13,14,15]	Custo = 4, Tempo = 0.0020
Cam = [14,15,16,17]	Custo = 4, Tempo = 0.0017
Cam = [16,17,18,19]	Custo = 4, Tempo = 0.0014
Cam = [18,19,20,21]	Custo = 4, Tempo = 0.0014
Cam = [20,21,22,23]	Custo = 4, Tempo = 0.0013
Cam = [22,23,24,25]	Custo = 4, Tempo = 0.0012
Cam = [24,25,26,27]	Custo = 4, Tempo = 0.0015
Cam = [26,27,28,29]	Custo = 4, Tempo = 0.0015
Cam = [28,29,30,31]	Custo = 4, Tempo = 0.0012
Cam = [30,31,32,33]	Custo = 4, Tempo = 0.0013

Figura 21 - Algoritmo BFS do Caso de Estudo 4.

## Algoritmo DFS

DFS	Custo & Tempo
Cam = [11,7,3,2,6,10,14,13,9]	Custo = 8, Tempo = 7.10487e-5
Cam = [13,8,3,2,7,12,17,22,21,16,11,6,1,0,5,10]	Custo = 15, Tempo = 0.00014
Cam = [12,6,0,1,7,13,19,25,31,32,26,20,14,8,2,3,9,1]	Custo = 17, Tempo = 0.00012
Cam = [14,7,0,1,8,15,22,29,36,43,44,37,30,23,16,9,2,3,1]	Custo = 19, Tempo = 8.702e-5
Cam = [6,8,0,1,9,17,25,33,41,49,57,58,50,42,34,26,18,10,2]	Custo = 21, Tempo = 0.00015
Cam = [0,1,10,19,28,37,46,55,64,73,74,65,56,47,38,29,20,]	Custo = 23, Tempo = 0.00046
Cam = [11,21,31,41,51,61,71,81,91,92,82,72,62,52,42,32]	Custo = 25, Tempo = 0.00026
Cam = [3,34,45,56,67,78,89,100,111,112,101,90,79,68,57,]	Custo = 27, Tempo = 0.00030
Cam = [49,61,73,85,97,109,121,133,134,122,110,98,86,74]	Custo = 29, Tempo = 0.00077
Cam = [79,92,105,118,131,144,157,158,145,132,119,106]	Custo = 31, Tempo = 0.00023
Cam = [9,113,127,141,155,169,183,184,170,156,142,128,]	Custo = 33, Tempo = 0.00025
Cam = [21,136,151,166,181,196,211,212,197,182,167,152]	Custo = 35, Tempo = 0.00055

Figura 22 - Algoritmo DFS do Caso de Estudo 4.

## Algoritmo A-Star

A-Star	Custo & Tempo
Cam = [11, 10, 9]	Custo = 2, Tempo = 0.00015
Cam = [13,12,11,10]	Custo = 3, Tempo = 0.00022
Cam = [12,13,14,15]	Custo = 3, Tempo = 0.00064
Cam = [14,15,16,17]	Custo = 3, Tempo = 0.00023
Cam = [16,17,18,19]	Custo = 3, Tempo = 0.00011
Cam = [18,19,20,21]	Custo = 3, Tempo = 0.00011
Cam = [20,21,22,23]	Custo = 3, Tempo = 0.00018
Cam = [22,23,24,25]	Custo = 3, Tempo = 0.00018
Cam = [24,25,26,27]	Custo = 3, Tempo = 0.00010
Cam = [26,27,28,29]	Custo = 3, Tempo = 0.00019
Cam = [28,29,30,31]	Custo = 3, Tempo = 0.00023
Cam = [30,31,32,33]	Custo = 3, Tempo = 0.00011

Figura 23 - Algoritmo A-Star do Caso de Estudo 4.



Conclusão



Figura 24 -Custo vs Tempo DFS do Caso de Estudo 4.



Figura 25 - Custo vs Tempo BFS do Caso de Estudo 4.



Figura 26 - Custo vs Tempo A-Star do Caso de Estudo 4.

Conclusão

Todos os algoritmos demonstraram uma boa eficiência, porém o primeiro em profundidade apresentou menos eficácia.

## Caso de estudo 5

Neste caso de estudo vai ser uma discussão direta entre o BFS e a melhor solução do DFS.

Nota: Não foram utilizadas mais devido à alta ineficiência do DFS (melhor solução).

### Tamanho, nós e arestas

Foram utilizadas apenas duas matrizes, uma 4x4 e outra 5x5.

### Algoritmo BFS

Para a matriz de tamanho:

- 4x4: Foi apresentado um custo de 4,24 unidades e um tempo de 3,59s;
- 5x5: Foi apresentado um custo de 5.65 unidades e um tempo de 100,32s.

### Algoritmos DFS (melhor solução)

Para a matriz de tamanho:

- 4x4: Foi apresentado um custo de 4,24 unidades e um tempo de 0,0008s;
- 5x5: Foi apresentado um custo de 5.65 unidades e um tempo de 0,021s.

### Conclusão

É possível concluir que o algoritmo BFS é igualmente eficaz ao DFS (melhor solução), porém existe uma grande disparidade a nível de eficiência. Em tese, o BFS é mais aplicável para obter a melhor solução (com mais tempo) e o DFS para obter uma solução rápida (com mais custo).