

K. Normal Distribution

Problem ID: normal-distribution

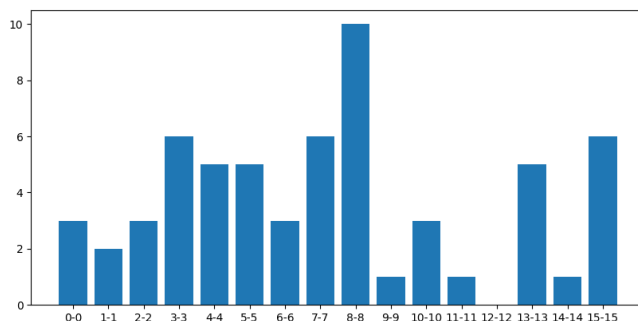


Many people believe that the score distribution of an exam should follow a normal distribution for it to be considered a good exam. Formally, the score distribution of an exam is a function f , where $f(x)$ = the number of people who scored exactly x in the exam. If $f(x)$ “looks like a normal distribution”, then we say it is a good exam. What exactly “looks like a normal distribution” means is a matter worth exploring.

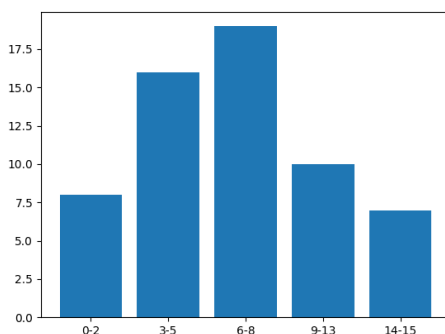
Professor Li has just finished the final exam of his course, and each person’s score is an integer between 0 and N . There are a_i people who scored i . Professor Li realizes that what people actually mean by “looks like a normal distribution” is that the bar chart of scores versus the number of people should present a “high in the middle and low on the sides” shape. That is, there should be a **unique** highest bar, which is neither the leftmost nor the rightmost, and the heights of the other bars should **strictly** decrease on both sides of the highest bar. In this way, people will feel that the score distribution looks like a normal distribution. Note that bars with a height of 0 are still considered bars.

Since there are up to $N + 1$ different scores, drawing a bar for each score would result in too many bars, making it difficult to read. Therefore, Professor Li decides to divide the scores into several intervals, and draw a bar for each interval. The height of the bar represents the number of people whose scores fall within that interval. Formally, Professor Li wants to divide the integers from 0 to N into several intervals. Suppose he wants to divide them into K intervals, and the first score of the i -th interval is p_i . Then, the range of the first score interval is $[p_1, p_2 - 1]$, the second interval is $[p_2, p_3 - 1]$, the third interval is $[p_3, p_4 - 1]$, ..., and the last interval is $[p_K, N]$ (note that p_1 is always 0). The bar chart he draws will have K bars, with the i -th bar from left to right corresponding to the i -th score interval, and the height of the bar will be the number of students whose scores fall within that interval. Because having too few bars would be very odd, K must satisfy $K \geq 3$.

Professor Li finds that using different methods to divide the score intervals results in drastically different bar charts! For example, suppose $N = 15$. The following is a bar chart showing the number of people corresponding to each score:



Even though it doesn't look like a normal distribution at all, by appropriately dividing the score intervals, you can get a bar chart like this:



In this chart, the number of score intervals is 5, and the left boundaries of the 5 score intervals are 0, 3, 6, 9, 14, respectively. The ranges of each interval are written below the bars (including boundaries). This bar chart meets the requirements of “looking like a normal distribution”.

Please help Professor Li decide how to divide the score intervals so that the resulting bar chart looks like a normal distribution.

Input

The first line contains an integer N , representing the highest score in the exam. Note that the lowest score is 0, so there are actually $N + 1$ different scores.

The second line contains $N + 1$ integers a_0, a_1, \dots, a_N , representing the number of students who scored i .



- $2 \leq N \leq 10^5$
- $0 \leq a_i \leq 10^9$

Output

If it is impossible to create a bar chart that looks like a normal distribution, output -1 .
Otherwise, output two lines:

- The first line contains an integer K , representing the number of score intervals.
- The second line contains K integers p_1, p_2, \dots, p_K , as described in the problem statement.

Your output must satisfy the following conditions:

- $K \geq 3$
- $0 = p_1 < p_2 < \dots < p_K \leq N$
- For $1 \leq i \leq K$, let $h_i = \sum_{j=p_i}^{p_{i+1}-1} a_j$, which is the number of students in the i -th score interval.
There must exist $1 < m < K$ such that $h_1 < h_2 < \dots < h_{m-1} < h_m > h_{m+1} > \dots > h_K$

Sample Input 1	Sample Output 1
15 3 2 3 6 5 5 3 6 10 1 3 1 0 5 1 6	5 0 3 6 9 14
Sample Input 2	Sample Output 2
4 0 0 1 1 1	3 0 2 4
Sample Input 3	Sample Output 3
2 1 1 1	-1
Sample Input 4	Sample Output 4
4 0 0 0 0 0	-1



This page is intentionally left blank.

K. 常態分布

Problem ID: normal-distribution

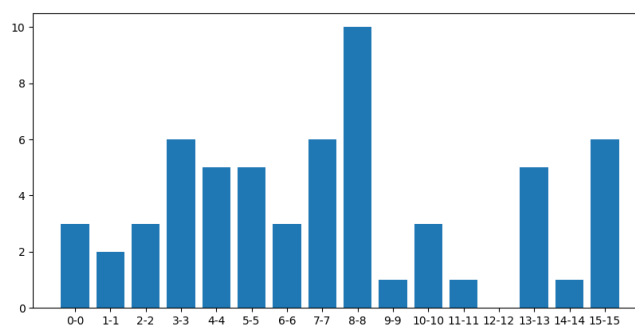


有很多人相信，一個考試的成績分布應該要呈現常態分布，這個考試才是一個好的考試。正式地說，一場考試的成績分布是一個函數 f ， $f(x)$ = 在這場考試中得分恰為 x 的人數，如果 $f(x)$ 「看起來很像常態分布」，那麼我們就說這是一場好的考試。至於什麼是「看起來像常態分布」，就是一個值得探討的問題了。

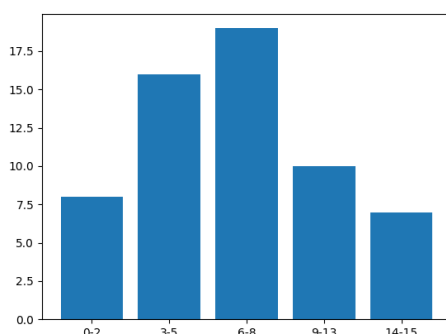
李教授開設的課程剛考完期末考，每個人的分數都是一個 0 到 N 之間的整數，分數為 i 的人有 a_i 個。李教授發現，其實眾人在乎的「看起來像常態分布」，真正的意思是分數對人數的長條圖呈現「中間高兩邊低」的樣貌，也就是存在**唯一**一個最高的長條，這個長條既不是最左邊的也不是最右邊的，並且其他長條的高度往最高長條的兩邊**嚴格**遞減，這樣一來眾人就會覺得成績分布看起來像常態分布。注意高度為 0 的長條也算是一個長條。

由於分數種類數多達 $N + 1$ 種，直接畫成每種分數一個長條的話，會有太多個長條，也不太好閱讀，因此李教授決定把切出一些分數區間，再為每一個分數區間畫一個長條，高度就是分數落在這個區間裡的人數。正式的說，李教授想把 0 到 N 的整數分成若干個區間，假設他想要分成 K 個區間，第 i 個區間的第一個數是 p_i ，那麼第一個分數區間的範圍是 $[p_1, p_2 - 1]$ 、第二個是 $[p_2, p_3 - 1]$ 、第三個是 $[p_3, p_4 - 1]$ 、……、最後一個是 $[p_K, N]$ （注意到 p_1 總是為 0），他繪製的長條圖中會有 K 個長條，由左至右的第 i 個長條對應到第 i 個分數區間，分數在該區間裡的學生人數就是這個長條的高度。由於長條數量太少會很奇怪，所以必須要滿足 $K \geq 3$ 。

李教授發現，使用不同切分數區間的方法時，畫出來的長條圖居然會截然不同！舉例來說，假設 $N = 15$ ，下圖是直接畫出每一種分數對應到的人數的長條圖：



即便它長得一點也不像常態分布，只要適當的切割分數區間，就可以得到像這樣的長條圖：



這張圖中的分數區間數量是 5，5 個分數區間的左界分別是 0, 3, 6, 9, 14，長條下方寫出了每個區間的範圍（包含邊界）。這張長條圖是一張符合「看起來像常態分布」要求的長條圖。

請幫李教授決定好怎麼切分數區間，使得畫出來的長條圖看起來像常態分布。

Input

第一行包含一個整數 N ，代表這個考試的最高分是 N 。注意最低分是 0，因此實際上有 $N + 1$ 種分數。

第二行包含 $N + 1$ 個整數 a_0, a_1, \dots, a_N ，代表獲得的分數為 i 的學生有 a_i 人。

- $2 \leq N \leq 10^5$
- $0 \leq a_i \leq 10^9$

Output

如果無論如何都無法畫出看起來像常態分布的長條圖，輸出 -1 。

否則，輸出兩行：

- 第一行包含一個整數 K ，代表有幾個分數區間。
- 第二行包含 K 個整數 p_1, p_2, \dots, p_K ，意義如題目所述。

你輸出的答案必須滿足以下條件：



- $K \geq 3$
- $0 = p_1 < p_2 < \cdots < p_K \leq N$
- 對於 $1 \leq i \leq K$ ，令 $h_i = \sum_{j=p_i}^{p_{i+1}-1} a_j$ ，也就是分數在第 i 個分數區間中的學生人數，必須滿足存在 $1 < m < K$ ，使得 $h_1 < h_2 < \cdots < h_{m-1} < h_m > h_{m+1} > \cdots > h_K$

Sample Input 1	Sample Output 1
15 3 2 3 6 5 5 3 6 10 1 3 1 0 5 1 6	5 0 3 6 9 14
Sample Input 2	Sample Output 2
4 0 0 1 1 1	3 0 2 4
Sample Input 3	Sample Output 3
2 1 1 1	-1
Sample Input 4	Sample Output 4
4 0 0 0 0 0	-1



This page is intentionally left blank.

K. Taburan Normal

Problem ID: normal-distribution

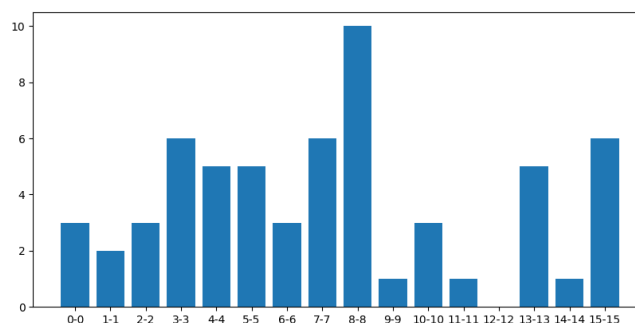


Ramai orang percaya bahawa taburan markah peperiksaan harus mengikuti taburan normal untuk dianggap sebagai peperiksaan yang baik. Secara rasmi, taburan markah peperiksaan adalah fungsi f , di mana $f(x)$ = adalah bilangan orang yang memperoleh markah x dalam peperiksaan. Jika $f(x)$ “kelihatan seperti taburan normal”, maka peperiksaan itu dianggap baik. Apa yang dimaksudkan dengan “kelihatan seperti taburan normal” adalah perkara yang perlu diterokai.

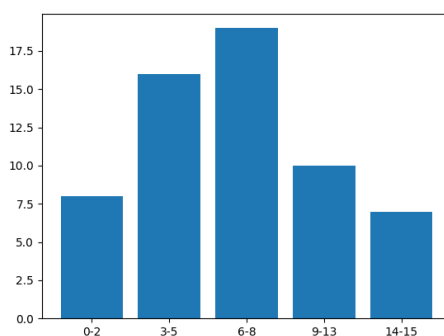
Profesor Li baru sahaja selesai dengan peperiksaan akhir kursusnya, dan markah setiap orang adalah integer antara 0 dan N . Terdapat a_i orang yang memperoleh markah i . Profesor Li menyedari bahawa “kelihatan seperti taburan normal” bermaksud carta bar harus mempunyai bentuk “tinggi di tengah dan rendah di tepi”. Maksudnya, harus ada satu bar tertinggi yang **unik**, dan ketinggian bar-bar lain mesti berkurangan secara **ketat** di kedua-dua sisi bar tertinggi. Dengan cara ini, orang akan merasakan taburan markah kelihatan seperti taburan normal. Bar dengan ketinggian 0 masih dianggap sebagai bar.

Oleh kerana terdapat sehingga $N + 1$ markah yang berbeza, melukis bar untuk setiap markah akan menghasilkan terlalu banyak bar. Oleh itu, Profesor Li memutuskan untuk membahagikan markah kepada beberapa julat dan melukis satu bar untuk setiap julat. Ketinggian bar tersebut mewakili bilangan orang yang markahnya jatuh dalam julat tersebut. Secara rasmi, Profesor Li mahu membahagikan integer dari 0 hingga N kepada beberapa julat. Katakan dia mahu membahagikannya kepada K julat, dan markah pertama bagi julat ke- i adalah p_i . Maka, julat markah pertama adalah $[p_1, p_2 - 1]$, julat kedua adalah $[p_2, p_3 - 1]$, julat ketiga adalah $[p_3, p_4 - 1]$, dan seterusnya sehingga julat terakhir $[p_K, N]$ (perhatikan bahawa p_1 sentiasa 0). Carta bar akan mempunyai K bar, dengan bar ke- i dari kiri ke kanan yang bersesuaian dengan julat markah ke- i , dan ketinggian bar tersebut akan menjadi bilangan pelajar yang markahnya jatuh dalam julat tersebut. Oleh kerana mempunyai terlalu sedikit bar akan kelihatan sangat ganjil, K mesti memenuhi syarat $K \geq 3$.

Profesor Li mendapati bahawa cara membahagikan julat markah boleh menghasilkan carta bar yang sangat berbeza! Contohnya, katakan $N = 15$. Berikut adalah carta bar yang menunjukkan bilangan orang yang bersesuaian dengan setiap markah:



Walaupun carta ini tidak kelihatan seperti taburan norma, tetapi dengan membahagikan julat markah dengan betul, anda boleh mendapatkan carta bar seperti ini:



Dalam carta ini, bilangan julat markah adalah 5, dan sempadan kiri bagi 5 julat markah adalah 0, 3, 6, 9, 14, masing-masing. Julat setiap interval ditulis di bawah bar (termasuk sempadan). Carta bar ini memenuhi syarat “kelihatan seperti taburan normal”.

Sila bantu Profesor Li menentukan cara membahagikan julat markah supaya carta bar yang dihasilkan kelihatan seperti taburan normal.

Input

Baris pertama mengandungi satu integer N yang mewakili markah tertinggi dalam peperiksaan. Perlu diingat bahawa markah terendah adalah 0, jadi terdapat sebenarnya $N + 1$ markah yang berbeza. Baris kedua mengandungi $N + 1$ integer a_0, a_1, \dots, a_N yang mewakili bilangan pelajar yang memperoleh markah i .



- $2 \leq N \leq 10^5$
- $0 \leq a_i \leq 10^9$

Output

Jika tidak mungkin membuat carta bar yang kelihatan seperti taburan normal, output -1 .

Jika boleh membuat carta bar yang kelihatan seperti taburan normal, output dua baris:

- Baris pertama mengandungi integer K , mewakili bilangan julat markah.
- Baris kedua mengandungi K integer p_1, p_2, \dots, p_K , seperti yang diterangkan dalam pernyataan masalah.

Keluaran anda mesti memenuhi syarat berikut:

- $K \geq 3$
- $0 = p_1 < p_2 < \dots < p_K \leq N$
- Untuk $1 \leq i \leq K$, biarkan $h_i = \sum_{j=p_i}^{p_{i+1}-1} a_j$, yang merupakan bilangan pelajar dalam julat markah ke- i . Mesti ada $1 < m < K$ sedemikian sehingga $h_1 < h_2 < \dots < h_{m-1} < h_m > h_{m+1} > \dots > h_K$

Sample Input 1

15	5
3 2 3 6 5 5 3 6 10 1 3 1 0 5 1 6	0 3 6 9 14

Sample Output 1

Sample Input 2

4	3
0 0 1 1 1	0 2 4

Sample Output 2

Sample Input 3

2	-1
1 1 1	

Sample Output 3

Sample Input 4	Sample Output 4
4 0 0 0 0 0	-1

