

Лабораторная работа № 1. Элементы комбинаторики

Теоретическая часть

Комбинаторика играет особую роль в классической теории вероятностей, являясь мощным инструментом для подсчёта количества различных исходов испытаний.



















К различным соединениям, которые изучает комбинаторика, относятся **перестановки, сочетания, и размещения.**

Пусть заданы n различных элементов x_1, x_2, \dots, x_n .



Перестановками называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающихся только **порядком** их расположения. Число всевозможных перестановок из n различных элементов обозначается P_n , и оно равно $P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Для удобства принято $0! = 1! = 1$.

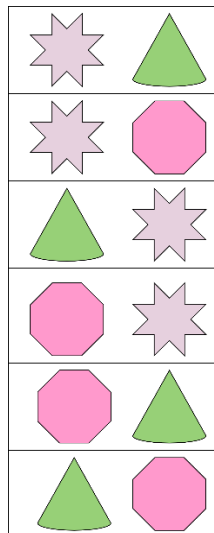
		
		
		
		
		
		

Перестановка с повторением. Пусть элемент x_j повторяется n_j раз. Причем, число различных элементов k и $\sum_{j=1}^k n_j = n$. Тогда число всевозможных перестановок с повторением равно:

$$P_n(n_1 n_2 \dots n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}, \text{ где } n = \sum_{j=1}^k n_j = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

Размещениями называют комбинации, состоящие из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо **составом** элементов, либо их **порядком**. Число всевозможных размещений из n элементов по m обозначается A_n^m , и оно равно

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \dots [n-(m-1)] = \frac{n!}{(n-m)!}$$

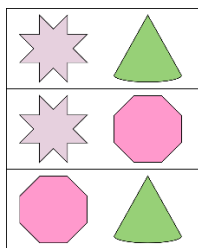


Размещения с повторением вычисляются по формуле:

$$\tilde{A}_n^m = n^m$$

Сочетаниями называют комбинации, состоящие из n различных элементов по m элементов, которые отличаются **хотя бы одним** элементом. Число всевозможных сочетаний из n элементов по m обозначается C_n^m , и оно равно

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



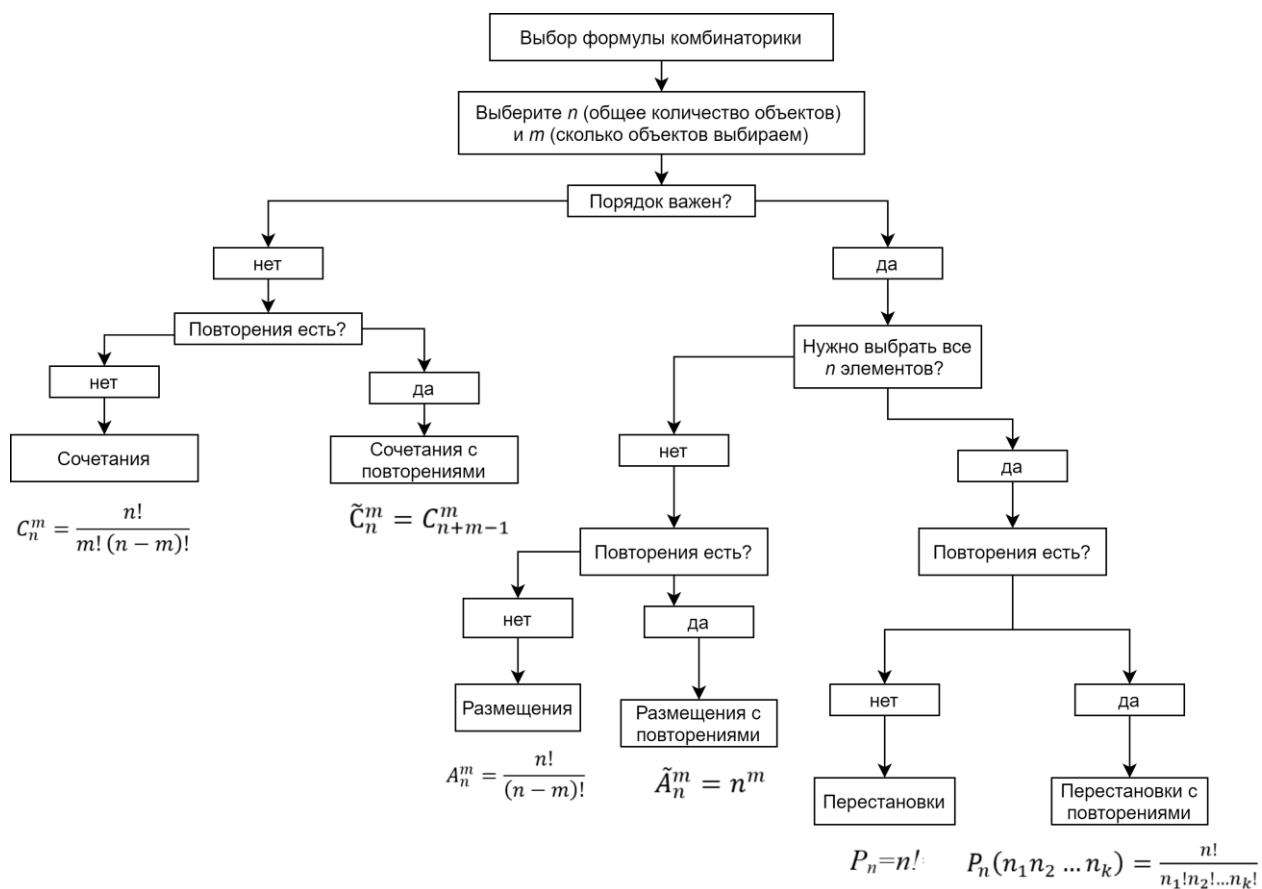
Сочетания с повторением вычисляются по формуле:

$$\tilde{C}_n^m = C_{n+m-1}^m$$

Очевидно, перестановка, размещение и сочетание связаны соотношением:

$$A_n^m = P_m C_n^m$$

Схема выбора формул комбинаторики приведена ниже



Задания

- 1.1. Напишите на Python функцию для вычисления факториала.
- 1.2. Напишите на языке Python функции, реализующие вычисление перестановок, размещений и сочетаний без повторений с повторениями.
- 1.3. Используя написанные функции, решите, приведенные ниже, задачи.

Ответы на задачи внесите в протокол в формульном и числовом виде.

Задачи

1. Научное общество состоит из 25 человек. Надо выбрать президента общества, вице-президента, ученого секретаря и казначея. Сколькими способами может быть сделан этот выбор, если каждый член общества может занимать лишь один пост?
2. В цехе работают 8 токарей. Сколькими способами можно поручить трем из них изготовление различных видов деталей (по одному виду на каждого).
3. Из 10 книг выбирают 4 для рассылки по разным адресам. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколькими способами можно опустить 5 писем в 11 почтовых ящиков, если в каждый ящик опускают не более одного письма?
5. Студенту необходимо сдать 5 экзаменов в течение 12 дней. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов, если в течение дня он может сдать не более одного экзамена?
6. Сколькими способами можно преподнести 4 различных подарка 6 ученикам таким образом, чтобы каждый ученик получил не более одного подарка?
7. Сколькими способами можно обить 6 стульев тканью, если имеются ткани 6 различных цветов и все стулья должны быть разного цвета.

8. Дачник выделил на своём участке семь грядок для выращивания овощей, т. К. хочет иметь свои помидоры, огурцы, перец, лук, чеснок, салат и кабачки. Каждый вид должен иметь отдельную грядку. Сколькими способами он может расположить грядки для посадки?

9. Пассажирский поезд состоит из трех багажных вагонов и восьми купированных. Сколькими способами можно сформировать состав, если багажные вагоны должны находиться в его начале?

10. Сколькими способами можно выбрать 5 делегатов из состава конференции, на которой присутствуют 15 человек?

11. У одного студента есть 11 книг по математике, а другого – 15 книг. Сколькими способами они могут выбрать по 3 книги для обмена?

12. Сколько прямых провести через 8 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой?

13. Компания из 15 человек разделяется на две группы, одна из которых состоит из 6 человек, а другая – из 9 человек. Сколькими способами это можно сделать?

14. В пространстве даны 7 точек, никакие четыре из которых не лежат в одной плоскости. Сколько различных плоскостей можно провести через эти точки?

15. В урне 6 белых и 8 черных шаров. Из нее одновременно вынимают три шара одного цвета. Сколькими способами это можно сделать?

1.4. Изучите функции, включенные в Python библиотеку `math` (<https://pythonchik.ru/matematika/modul-math-v-python>).

Какие из них соответствуют тем, которые нужно было реализовать в заданиях 1.1 и 1.2?

Внесите названия и описания этих функций в протокол.