

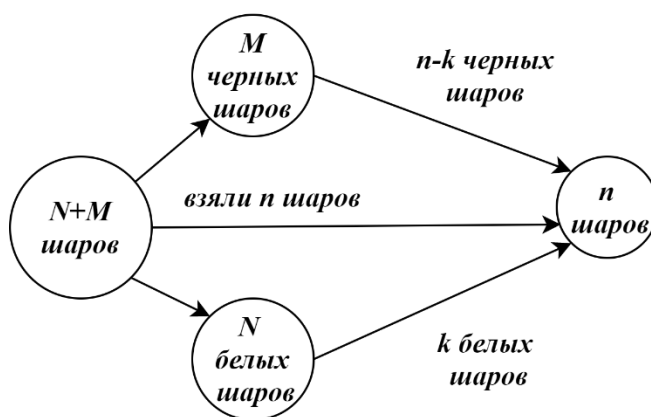
## Лабораторная работа № 2. Непосредственное вычисление вероятностей

### Теоретическая часть

**Урновая схема.** В урне  $N$  белых и  $M$  шаров черных. Из урны взяли  $n$  шаров. Найти вероятность того, что  $k$  шаров ( $0 \leq k \leq n$ ) из взятых  $n$  шаров белые.

Данную задачу схематично можно изобразить следующим образом:

*Событие  $A$  -  $k$  из  $n$  взятых шаров белые*



Урновая схема

**Решение.** Пусть  $A$  – событие, состоящее в том, что  $k$  шаров из взятых  $n$  шаров - белые. Число исходов опыта равно  $C_{N+M}^n$ . Так как  $k$  шаров из  $N$  шаров можно взять  $C_N^k$ , а  $n-k$  шаров из  $M$  шаров можно взять  $C_M^{n-k}$  способами, то по правилу произведения число элементарных исходов опыта, благоприятствующих событию  $A$ , равно:  $C_N^k C_M^{n-k}$ . Тогда, по определению

$$P(A) = \frac{C_N^k C_M^{n-k}}{C_{N+M}^n}$$

В частности, если  $N=5$ ,  $M=8$ ,  $n=6$ ,  $k=3$ , получим

$$P(A) = \frac{C_5^3 C_8^3}{C_{13}^6} = \frac{560}{1716} = \frac{140}{429}$$

Урновую схему можно обобщить, когда в урне содержатся шары с произвольным числом различных цветов.

Рассматриваться могут любые предметы, выбираемые наудачу.

## Задания

2.1. Напишите функцию, позволяющую решать задачи, относящиеся к урновой схеме, для объектов 2-х типов.

(Вводится общее количество объектов, количество объектов 1-го типа, общее количество выбираемых объектов, сколько из выбираемых объектов должно быть 1-го типа).

2.2. Используя примеры решения задач, приведенные в приложении 2.1, решите задачи, представленные ниже.

Ответы на задачи внесите в протокол в формульном и числовом виде. Для задач с вычислением геометрической вероятности, необходимо привести подробное решение.

## Задачи для решения

**Задача 1.** Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число; б) случайно названное двузначное число, цифры которого различны.

**Задача 2.** Брошены две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) сумма выпавших очков равна семи; б) сумма выпавших очков равна восьми, а разность – четырем; в) сумма – выпавших очков равна пяти, а произведение – четырем.

**Указание.** Для решения данной задачи рекомендуется использовать *таблицу выпадения очков (приведена в примерах решения и может быть реализована в Excel)*.

**Задача 3.** Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.

**Задача 4.** Монета брошена два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится «герб».

**Задача 5.** В коробке шесть одинаковых пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.

**Задача 6.** В пачке 20 произвольно расположенных карточек, помеченных номерами 101, 102, ..., 120 и. Найти вероятность того, что две извлеченные наудачу карточки будут иметь номера 101 и 120.

**Задача 7.** В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

**Задача 8.** В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

**Задача 9.** В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.

**Задача 10.** Устройство состоит из пяти элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся не изношенные элементы.

**Задача 11.** В цехе работают шесть мужчин и четыре женщины. По табельным номерам наудачу отобраны семь человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.

**Задача 12.** На складе имеется 15 телевизоров, причем 10 из них фирмы Samsung. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу мониторов три из них окажутся фирмы Samsung.

**Задача 13.** В группе 12 студентов, среди которых восемь отличников. По списку наудачу отобраны девять студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.

**Задача 14.** В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажутся: а) одно окрашенное изделие; б) два окрашенных изделия.

**Задача 15.** В «секретном» замке на общей оси четыре диска, каждый из которых разделен на пять секторов, на которых написаны различные цифры. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что цифры на них составляют определенное четырехзначное число. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок будет открыт.

**Задача 16.** По цели произведено 20 выстрелов, причем зарегистрировано 18 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.

**Задача 17.** При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

Отв. 102 попадания.

**Задача 18.** При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов.

**Задача 19.** Из букв алфавита а, б, к, о, м, написанных на отдельных карточках, поочередно случайно выбирается по одной. Буква запоминается и возвращается обратно, карточки тщательно перемешиваются. Определить вероятность того, что в порядке поступления букв получится слово «мама».

(теорема умножения)

**Задача 20.** В коробке шесть одинаковых пронумерованных шаров. Наудачу по одному извлекаются все шары. Найти вероятность того, что номера извлеченных шаров появляются в возрастающем порядке. (условная вероятность)

**Задача 21.** Из колоды в 36 карт наудачу вынимают три карты. Найдите вероятность того, что среди них окажется два туза.

**Задача 22.** Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и набрал их наудачу. Найти вероятность того, что были набраны нужные цифры.

**Задача 23.** Участники жеребьевки тянут жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

**Задача 24.** Брошены три игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) на каждой из выпавших граней появится пять очков; б) на всех выпавших гранях появится одинаковое число очков.

**Задача 25.** В ящике 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает четыре детали. Найти вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.

**Задача 26.** Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

**Задача 27.** На отрезке  $L$  длины 20 см помещен меньший отрезок  $l$  длины 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

**Задача 28.** На отрезок  $OA$  длины  $L$  числовой оси  $Ox$  наудачу поставлена точка  $B(x)$ . Найти вероятность того, что меньший из отрезков  $OB$  и  $BA$  имеет длину, меньшую, чем  $L/3$ . Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.

**Задача 29.** В круг радиуса  $R$  помещен меньший круг радиуса  $r$ . Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в большой круг, попадет также и в малый круг. Предполагается, что вероятность попадания точки в круг пропорциональна площади круга и не зависит от его расположения.

*Для решения следующих задач решения задач, ознакомьтесь с решением примера 17, приведенного в приложении 2.1*

**Задача 30.** В квадрат с вершинами в точках  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,1)$ ,  $(1,0)$  наудачу брошена точка  $(x, y)$ . Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству  $y < 2x$ .

**Задача 31.** Задача о встрече. Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Пришедший первым ждет второго в течение  $1/4$  часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода в промежутке от 12 до 13 часов).

Указание. Ввести в рассмотрение прямоугольную систему координат  $xOy$  и принять для простоты, что встреча должна состояться между 0 и 1 часами.

**Задача 32.** Два теплохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих теплоходов равномерно в течение данных суток. Найдите вероятность того, что одному из теплоходов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого теплохода 1 ч, а второго - 2 ч.