Лабораторная работа № 4. Повторение испытаний

Теоретическая часть

Схема Бернулли

Напомним, что если производится несколько испытаний, причем вероятность события A в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называют независимыми *относительно события A*.

В разных независимых испытаниях событие A может иметь либо различные вероятности, либо одну и ту же вероятность. Будем далее рассматривать лишь такие независимые испытания, в которых событие A имеет одну и ту же вероятность.

Ниже воспользуемся понятием *сложного события*, понимая под ним совмещение нескольких отдельных событий, которые называют *простыми*.

Пусть производится n независимых испытаний, в каждом из которых событие A может появиться либо не появиться. Условимся считать, что вероятность события A в каждом испытании одна и та же, а именно равна p. Следовательно, вероятность того, что событие A в каждом испытании не наступило, также постоянна и равна $q = 1 - p$.

Такая последовательность независимых испытаний называется схемой Бернулли.

Итак, схема Бернулли подразумевает выполнение четырех основных условий: а) количество повторных испытаний конечно, б) они являются независимыми; в) исходом каждого испытания является либо «успех», либо «неудача»; г) в каждом испытании вероятность «успеха» постоянна.

Формулы Бернулли

Поставим перед собой задачу вычислить вероятность того, что при n испытаниях событие A осуществится ровно k раз и, следовательно, не осуществится n-k раз. Важно подчеркнуть, что не требуется, чтобы событие A повторилось ровно k раз в определенной последовательности. Например, если речь идет о появлении события A три раза в четырех испытаниях, то возможны следующие сложные события: $AAA\bar{A}$, $AA\bar{A}A$, $A\bar{A}AA$, $\bar{A}AAA$. Запись $AAA\bar{A}$ означает, что в первом, втором и третьем испытаниях событие A наступило, а в четвертом испытании оно не появилось, т.е. наступило противоположное событие $\bar{A}$, соответственный смысл имеют и другие записи.

Искомую вероятность обозначим $P_n(k)$ Например, символ $P_5(3)$ означает вероятность того, что в пяти испытаниях событие появится ровно 3 раза и, следовательно, не наступит 2 раза.

Поставленную задачу можно решить с помощью так называемой формулы Бернулли.

Вероятность появления k раз события A в n испытаниях:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} \qquad (1)$$

или

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Применяя теорему сложения вероятностей несовместных событий, можно получить формулу для вероятности появления события A не менее k_1 раз и не более k_2 в серии из n опытов по схеме Бернулли

$$P_n(k_1, k_2) = \sum_{k=k_1}^{k_2} P_n(k). \qquad (2)$$

Локальная теорема Лапласа

При достаточно большом $n\,(n \geq 20)$ формула Бернулли дает громоздкие вычисления. Поэтому в таких случаях применяют локальную теорему Лапласа.

Локальная теорема Лапласа. *Если вероятность* p *появления события* A *в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность* $P_n(k)$ *того, что событие* A *появится в* n *испытаниях ровно* k *раз, вычисляется (чем больше* n*, тем точнее) по следующей приближенной формуле*:

$$P_n(k) \approx \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}} \qquad (3)$$

где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ — нормированная функция Гаусса; $x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$; $q = (1-p)$.

Формула (3) называется локальной формулой Муавра - Лапласа

Формула Пуассона

Итак, вероятность появления события A в n независимых испытаниях ровно k раз можно найти по формуле Бернулли. При достаточно большом n используют локальную теорему Лапласа. Однако, она непригодна, когда вероятность появления события в каждом испытании мала или близка к 1. В таких случаях пользуются теоремой Пуассона.

Теорема Пуассона. *Если вероятность* p *наступления события* A *в каждом испытании постоянна и близка к* 0 *или* 1*, а число испытаний достаточно велико, то вероятность того, что в* n *независимых испытаниях событие* A *появится ровно* k *раз находится по формуле*:

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, (k = 0, 1, \dots), \qquad (4)$$

где $\lambda = np$ — параметр закона Пуассона.

Интегральная теорема Лапласа

При достаточно большом $n\,(n \geq 20)$ вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A появится не менее k_1 раз и не более k_2 раз вычисляется по интегральной теореме Лапласа.

Интегральная теорема Лапласа. *Если вероятность p наступления события A в каждом испытании постоянна и отлична от нуля и единицы, то вероятность $P_n(k_1, k_2)$ того, что событие A появится в n испытаниях от k_1 до k_2 раз, вычисляется по следующей приближенной формуле:*

$$P_n(k_1, k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right). \qquad (5)$$

где $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx$ — функция Лапласа.

Формула (5) называется интегральной формулой Муавра - Лапласа.

Замечания о применении формул

Выбор формул (1) - (5) осуществляется исходя из количества испытаний n и вероятности наступления события в каждом испытании p. Используемые понятия «мало» и «достаточно велико» являются относительными, и могут признаваться таковыми в зависимости от конкретных условий задачи. Как правило, если $n \geq 20$, то можно говорить, что n – достаточно велико; если $np < 10$, то можно говорить, что p – мало. Дополнительно можно оценивать число слагаемых в формуле (2). Будем считать, что если $(k_2 - k_1) < 20$, то оно мало.

Приведем рекомендации по применению формул.

1. *Если необходимо вычислить $P_n(k)$ (вероятность появления события k раз), то*:

1.1. *в случае если число независимых испытаний n* ***мало*** $(\boldsymbol{n < 20})$, *следует использовать формулу Бернулли* (1) (в этом случае не возникает вычислительных трудностей для подсчета вероятности $P_n(k)$);

1.2. *в случае если число независимых испытаний n* ***достаточно велико*** $(\boldsymbol{n \geq 20})$, *а вероятность появления события в каждом испытании* ***отличная от*** $\mathbf{0}$ ***и*** $\mathbf{1}$ ***и не очень мала*** **(np** $\geq$ **10)**, *следует использовать локальную формулу Муавра-Лапласа* (3);

1.3. *в случае если число независимых испытаний n* ***достаточно велико*** $(\boldsymbol{n \geq 20})$, *а вероятность появления события в каждом испытании* ***отличная от*** $\mathbf{0}$ ***и*** $\mathbf{1}$ ***и мала*** **(np** < **10)**, *следует использовать формулу Пуассона (4).*

2. *Если необходимо вычислить* $P_n(k_1, k_2))$ *(вероятность появления события от k_1 до k_2 раз), то:*

2.1. *в случае если число независимых испытаний n* ***мало*** $(\boldsymbol{n < 20})$, *следует применяют формулу* (2), *а для вычисления вероятностей, входящих в каждое слагаемое формулы* (2), *формулу Бернулли* (1);

2.2. *в случае если число независимых испытаний n* ***достаточно велико*** $(\boldsymbol{n \geq 20})$, *число слагаемых в сумме* $\sum_{k=k_1}^{k_2} P_n(k)$ *формулы* (2) ***мало*** $(\boldsymbol{(k_2 - k_1) < 20})$, *и вероятность появления события в каждом испытании* ***отличная от*** $\mathbf{0}$ ***и*** $\mathbf{1}$ ***и не очень мала*** **(np** $\geq$ **10)**, *следует использовать формулу* (2), *а для вычисления вероятностей, входящих в каждое слагаемое формулы* (2), *формулу Муавра – Лапласа* (3);

2.3. *в случае если число независимых испытаний n* ***достаточно велико*** $(\boldsymbol{n \geq 20})$, *число слагаемых в сумме* $\sum_{k=k_1}^{k_2} P_n(k)$ *формулы* (2) ***мало*** $(\boldsymbol{(k_2 - k_1) < 20})$, *и вероятность появления события в каждом испытании* ***отличная от*** $\mathbf{0}$ ***и*** $\mathbf{1}$ ***и очень мала*** **(np** < **10)**, *следует использовать формулу* (2), *а для вычисления вероятностей, входящих в каждое слагаемое формулы* (2), *формулу Пуассона* (4);

2.4. *в случае если число независимых испытаний n* ***достаточно велико (n ≥ 20)***, *число слагаемых в сумме* $\sum_{k=k_1}^{k_2} P_n(k)$ *формулы* (2) ***достаточно велико*** $(\boldsymbol{(k_2 - k_1) \geq 20})$, *и вероятность появления события в каждом испытании* ***отличная от*** $\mathbf{0}$ ***и*** $\mathbf{1}$ ***и не очень мала (np*** $\geq$ **10*)***, *следует использовать интегральную формулу Муавра – Лапласа* (5).

Примеры расчетов, связанных с повторными независимыми испытаниями.

Пример 1. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень равна 0.8. Стрелок произвел 7 выстрелов. Найти вероятность того, что стрелок попал в мишень:

а) точно 5 раз;

б) не меньше, чем 5 и не больше, чем 3раза;

в) больше, чем 5 раз.

Решение.

а) Дано: n = 7, p = 0.8, k = 5. Найти вероятность $P_7(5)$.

Так как количество испытаний n = 7 < 20 – мало, то, следуя замечанию 1.1, воспользуемся локальной формулой Бернулли (1)

$$P_7(5) \ = \frac{7!}{5!\,2!} 0{,}8^5 0{,}2^2 \approx 0.27525$$

б) Дано: n = 7, p = 0.8, k_1 = 3 и k_2 = 5. Найти вероятность $P_7(3, 5)$.

Число испытаний мало, поэтому воспользуемся формулой (2), а для вычисления вероятностей, входящих в каждое слагаемое формулы (2), используем формулу Бернулли (1)

$$P_7(3, 5) = P_7(3) + P_7(4) + P_7(5) \approx 0.4186$$

в) Дано: n = 7, p = 0.8, k_1 = 3 и k_2 = 5. Найти вероятность $P_7(k > 5)$.

Данное условие эквивалентно тому, что нам нужно найти вероятность того, что стрелок попал в мишень не менее 7-ми и не более 6-ти раз, т.е. $P_7(6, 7)$.

Число испытаний мало, поэтому вновь воспользуемся формулой (2), а для вычисления вероятностей, входящих в каждого из слагаемых формулы (2), вновь используем формулу Бернулли (1)

$$P_7(6, 7) = P_7(6) + P_7(7) \approx 0.5767168$$

Пример 2. В каждом из 700 независимых испытаний событие *A* происходит с постоянной вероятностью 0.35. Найти вероятность того, что событие *A* происходит:

а) точно 270 раз;

б) меньше, чем 270 и больше, чем 230 раз;

в) больше, чем 270 раз.

Решение.

а) Дано: n = 700, p = 0.35, k = 270. Найти вероятность $P_{700}(270)$.

Так как количество испытаний n = 700 > 20 – достаточно велико, а np = 245 (следовательно вероятность не очень мала), то, следуя замечанию 1.2, воспользуемся локальной формулой Муавра – Лапласа (3)

$$P_n(k) \approx \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$$

Подставляя исходные данные, получим

$$P_{700}(270) \approx 0.00444267$$

б) Дано: n = 700, p = 0.35, k_1 = 230 и k_2 = 270. Найти вероятность $P_{700}(230 < m < 270)$. Для нахождения указанной вероятности можно было бы воспользоваться формулой (2), но так как количество испытаний n = 700 > 20– достаточно велико и число слагаемых в формуле (2) так же достаточно велико (38 слагаемых), а np = 245 (следовательно вероятность не очень мала), то согласно замечанию 2.4, для нахождения искомой вероятности

$$P_{700}(230 < k < 270) = P_{700}(231 \le k \le 269)$$

воспользуемся интегральной формулой Муавра – Лапласа (4)

$$P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right).$$

Подставляя исходные данные, найдем

$$P_{700}(230 < k < 270) \approx 0.8378.$$

в) Дано: n = 700, p = 0.35. Найти вероятность $P_{700}(k > 270)$.

Так как количество испытаний n = 700 – достаточно велико, а np = 245 (следовательно вероятность не очень мала), то согласно замечанию 2.4, для нахождения искомой вероятности

$$P_{700}(k > 270) = P_{700}(271 \leq k \leq 700)$$

воспользуемся интегральной формулой Муавра – Лапласа (4)

Подставляя исходные данные, найдем

$$P_{700}(m > 270) \approx 0.0197.$$

Пример 3. Телефонный коммутатор обслуживает 2000 абонентов. Для каждого абонента вероятность позвонить в течение часа равна 0.0025. Найти вероятность того, что в течение часа на коммутатор позвонят три абонента.

Решение. Дано: n = 2000, p = 0.0025, k = 3. Найти вероятность $P_{2000}(3)$.

Так как количество испытаний n = 2000 > 20 – велико, а np = 5 < 10 (следовательно вероятность очень мала), то согласно замечанию 1.3, для нахождения искомой вероятности используем формулу Пуассона $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$.

Подставляя исходные данные, найдем

$$P_{2000}(3) \approx \frac{5^3}{3!}e^{-5} \approx 0.1404.$$

Пример 4. Телефонная станция обслуживает 1000 абонентов. В течение 1 часа любой абонент, независимо от остальных, может сделать вызов с вероятностью 0.005. Найти вероятности следующих событий:

A – на станции сделано в течение 1 часа семь вызовов.

B – на станции сделано в течение 1 часа менее семи вызовов.

C – на станции сделано в течение 1 часа не менее семи вызовов.

Решение. В данной задаче n=1000, p=0.005.

а) Найти вероятность $P(A) = P_{1000}(7)$.

Так как количество испытаний n = 1000 > 20 – велико, а np = 5 < 10 (следовательно вероятность очень мала), то согласно замечанию 1.3, для нахождения искомой вероятности используем формулу Пуассона $P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$.

Подставляя исходные данные, найдем

$$P(A) = P_{1000}(7) \approx \frac{5^7}{7!} e^{-5} \approx 0.104445.$$

б) Найти вероятность события $P(B) = P_{1000}(0 \leq k < 7)$.

$$P(B) = \sum_{k=0}^{6} P_{1000}(k).$$

Так как *число независимых испытаний n* ***достаточно велико*** ($\boldsymbol{n = 1000 > 20}$), *число слагаемых в сумме* $\sum_{k=0}^{6} P_{n1000}(k)$ *формулы* (2) ***мало*** ($\mathbf{7 < 20}$), *и вероятность появления события в каждом испытании* ***отлична от* 0 *и* 1 *и очень мала* (*np*=5 < 10)**, *следует использовать формулу* (2), *а для вычисления вероятностей, входящих в каждое слагаемое формулы* (2), *формулу Пуассона* (4) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, (k = 0, 1, \dots)$, где λ=*np*=5.

$$P(B) = \sum_{k=0}^{6} P_{1000}(k) = \sum_{k=0}^{6} \frac{5^k}{k!} e^{-5} = 0.762183.$$

в) Найти вероятность события $P(C) = P_{1000}(k > 7)$.

$$P(C) = P_{1000}(k > 7) = 1 - P_{1000}(0 \leq k \leq 7) = 1 - \sum_{k=0}^{7} P_{1000}(k) =$$

$$= \sum_{k=0}^{7} \frac{5^k}{k!} e^{-5} = 0.237817.$$

Независимые испытания с несколькими исходами

Рассмотрим теперь ещё один пример.

Пример 5. Игральная кость подбрасывается 15 раз. Найти вероятности следующих событий (оба раза события независимые и оба раза – они сложные):

а) выпадет ровно 10 шестерок; б) выпадет ровно 10 шестерок и три единицы.

На первый из двух очень похожих вопросов можно ответить, пользуясь формулой Бернулли.

а) есть 15 испытаний схемы Бернулли с вероятностью успеха 1/6 (выпадение шестерки). Вероятность десяти успехов в 15 испытаниях равна $P_{15}(10)\ = C_{15}^{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{10}\left(1-\frac{1}{6}\right)^{5}$.

Во втором случае каждое испытание имеет три, а не два исхода: выпадение шестерки, выпадение единицы, выпадение остальных граней, поэтому воспользоваться формулой для числа успехов в схеме Бернулли не удается – перед нами уже не схема Бернулли.

В этом случае будем использовать другую формулу.

Пусть в серии, состоящей из n независимых опытов, в результате каждого опыта произойдет **не одно из двух событий**, как это было в схеме Бернулли, **а одно из** $\boldsymbol{m}$ **событий (1, 2, ...,** $\boldsymbol{m}$**) с вероятностями** $\boldsymbol{p_1}$, $\boldsymbol{p_2}$**, ...,** $\boldsymbol{p_m}$, причем $\sum_1^m p_i = 1$.

В этом случае **вероятность того, что со бытие с номером 1 появится** $\boldsymbol{n_1}$ **раз, событие с номером 2 появится** $\boldsymbol{n_2}$ **раз, ..., событие с номером** $\boldsymbol{m}$ **появится** $\boldsymbol{n_m}$ **раз рассчитывается по формуле**

$$P_n(n_1, n_2, \ldots, n_m) = \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot \ldots \cdot n_m!}\cdot p^{n_1}\cdot p^{n_2} \ldots \cdot p^{n_m} \qquad (6)$$

Теперь найдем ответ на вопрос от том, какова вероятность того, что при подбрасывании игральной кости 15 раз, выпадет ровно 10 шестерок и три единицы.

Здесь каждое испытание имеет три, а не два исхода: выпадение шестерки, выпадение единицы, выпадение остальных граней.

Итак, в данной задаче количество исходов в одном опыте $m = 3$, число опытов в серии $n = 15$. Число появления тройки $n_1 = 10$, число появление единицы $n_2 = 3$, число остальных случаев $n_3 = 2$, так, что $n_1 + n_2 + n_3 = n = 15$. Вероятность появления тройки и единицы в одном опыте серии равны, соответственно, $p_1 = p_2 = \frac{1}{6}$, вероятность по явления остальных граней в одном опыте равна $p_3 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Ответ на вопрос о выпадении ровно 10 шестерок и трех единиц, эквивалентен ответу на вопрос о том, какова вероятность выпадении ровно 10 шестерок, трех единиц и двух любых других очков в серии из 15 независимых испытаний по подбрасыванию игральной кости. Тогда искомая вероятность найдется подстановкой в формулу (6) соответствующих значений $\left(n = 15, n_1 = 10, n_2 = 3, n_3 = 2, p_1 = p_2 = \frac{1}{6}, p_3 = \frac{2}{3}\right)$:

$$P_{15}(10, 3, 2) = \frac{15!}{10! \cdot 3! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2}.$$

Аналогичным образом могут быть решены и другие подобные задачи.

Пример 6. В репозитории содержится 10 программных модулей. Один из которых написан на C++, пять на python, два на C#, а остальные на других языках программирования. Система тестирования за один раз выдаёт тестировщику один модуль для тестирования. Какова вероятность того, что:

а) в серии из 9 выдач тестировщик получит один модуль, написанный на C++, один на C# и пять модулей написанных на python?

б) в серии из 10 выдач тестировщик получит один модуль, написанный на C++, один на C# и пять модулей написанных на python?

Решение.

а) Дана серия из 9 независимых испытаний (выдача модуля для тестирования), которая не соответствует схеме Бернулли, так как каждое испытание имеет 4 возможных исхода: 1. модуль написан на C++; 2. модуль написан на python; 3. модуль написан на C#; 4. модуль написан на другом языке программирования.

Вероятность появления каждого из событий:

$$p_1 = 0.1; p_2 = 0.5; p_3 = 0.2; p_4 = 0.2$$

Нам необходимо найти вероятность того, что событие 1 произойдет 1 раз, событие 2 произойдет 5 раз, событие 3 – 1 раз и, соответственно, событие 4 - 2 раза.

Тогда искомая вероятность найдется подстановкой в формулу (6) соответствующих значений:

$$P_9(1,5,1,2) = \frac{9!}{5! \cdot 2!} \cdot 0.1 \cdot 0.5^5 \cdot 0.2 \cdot 0.2^2 \approx 0.0378.$$

б) Дана серия из 10 независимых испытаний (выдача модуля для тестирования), которая не соответствует схеме Бернулли, так как каждое испытание имеет 4 возможных исхода: 1. модуль написан на C++; 2. модуль написан на python; 3. модуль написан на C#; 4. модуль написан на другом языке программирования.

Вероятность появления каждого из событий:

$$p_1 = 0.1; p_2 = 0.5; p_3 = 0.2; p_4 = 0.2$$

Нам необходимо найти вероятность того, что событие 1 произойдет 1 раз, событие 2 произойдет 5 раз, событие 3 – 1 раз и, соответственно, событие 4 - 3 раза.

Тогда искомая вероятность найдется подстановкой в формулу (6) соответствующих значений:

$$P_9(1,5,1,3) = \frac{10!}{5! \cdot 3!} \cdot 0.1 \cdot 0.5^5 \cdot 0.2 \cdot 0.2^3 \approx 0.02520.$$

Задания

1. Написать функцию, реализующую формулу Бернулли (1)

2. Написать функцию, реализующую формулу (2) для вычисления вероятности появления события A не менее k_1 раз и не более k_2 в серии из n опытов по схеме Бернулли схеме Бернулли

3. Написать функцию, реализующую локальную формулу Муавра - Лапласа (3).

Реализацию нормированной функции Гаусса, входящей в её состав, выполнить отдельно.

4. Написать функцию, реализующую формулу Пуассона (4).

5. Написать функцию, реализующую интегральную формулу Муавра - Лапласа (5).

Реализацию функции Лапласа, входящей в её состав, выполнить отдельно.

При реализации функции Лапласа рекомендуется использовать функцию quad из библиотеки SciPy. (https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/tutorial/integrate.html).

6. Реализовать функцию, которая позволяет решать задачи, соответствующие схеме Бернулли.

При реализации должны быть учтены замечания, приведенные в теоретической части лабораторной работы.

В ходе решения задач должны выводиться пояснения о выборе формул, аналогичные тем, что приведены в примерах 1–4.

Протестируйте работу, написанной Вами функции на расположенных ниже тестовых примерах (каждый тестовый пример необходимо запускать в отдельной ячейке кода).

7. Написать функцию, реализующую расчёт вероятности сложного события для серии независимых испытаний с несколькими исходами, рассчитываемую по формуле (6).

Входом данной функции должны быть: n - число независимых опытов в серии; m - число возможных исходов для испытания, входящего в серию; $p_i, (1 \leq i \leq m)$ - вероятности появления каждого из исходов; $n_i, (1 \leq i \leq m)$ – число появлений каждого из исходов в серии опытов. Выходом - $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_m)$ (вероятность того, что со бытие с номером 1 появится n_1 раз, событие с номером 2 появится n_2 раз, ..., событие с номером m появится n_m раз, вычисленная по формуле (6)).

8. Решите пример 6 для следующих условий:

- в серии из 8 выдач тестировщик получит один модуль, написанный на С++, один на С# и пять модулей написанных на python?

- в серии из 12 выдач тестировщик получит один модуль, написанный на С++, два на С# и пять модулей написанных на python?

Тестовые примеры.

1. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди этих детей: а) два мальчика; б) не более двух мальчиков; в) более двух мальчиков; г) не менее двух и не более трех мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

2. Вероятность рождения мальчика примем равной 0,5. Найдите вероятность того, что среди 200 новорожденных детей будет: а) 100 мальчиков; б) 90 мальчиков; в) 110 мальчиков; г) от 90 до 110 мальчиков.

3. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,85. Найдите вероятность того, что из 500 высеянных семян взойдет: а) 425 семян; б) 400 семян; в) 450 семян; г) от 425 до 450 семян.

4. Вероятность того, что покупателю требуется обувь 41-го размера, равна 0,2. Найдите вероятность того, что среди 100 покупателей потребуют обувь 41-го размера: а) 25 человек; б) от 10 до 30 человек; в) не более 30 человек; г) не менее 35 человек.

5. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,0002. Найдите вероятность того, что среди 5000 изделий в пути будет повреждено: а) ровно три изделия; б) ровно одно изделие; в) не более трех изделий; г) более трех изделий.

6. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найдите вероятность того, что магазин получит разбитых бутылок: а) ровно две; б) не менее двух; в) более двух; г) хотя бы одну.