Examen Parcia Resolucion #1

Sliven Macario Antonio Carranza Briones
20181393

1 Pregunta #1 (20%)

El famoso matematico Euler hizo la siguiente pregunta: Es posible curzar todos los puentes de Königsberg sin pasar dos veces por el mismo puente? A continuación se muestra un mapa de los puentes de Königsberg:

- Definir el conjunto de nodos

  $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\rangle$

- Definir el conjunto de vertices

$$Vertices = \begin{bmatrix} \langle 1,5\rangle & \langle 5,6\rangle & \langle 1,2\rangle & \langle 1,4\rangle & \langle 1,3\rangle \\ \langle 1,6\rangle & \langle 2,3\rangle & \langle 2,5\rangle & \langle 2,4\rangle & \langle 2,6\rangle \\ \langle 3,6\rangle & \langle 3,4\rangle & \langle 3,7\rangle & \langle 5,7\rangle & \langle 6,7\rangle \\ \langle 7,4\rangle & \langle 3,5\rangle & & & \end{bmatrix}$$

Pregunta #2 (20%)

Demostrar utilizando inducción que la formula de Gauss para sumatorias es correcta:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde $\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \ldots \ + n$.

Para esta demostración, su caso base debe ser $n = 1$ en vez de $n = 0$. Sin embargo, la demostración del caso inductivo procede de la misma forma que se ha estudiado en clase.

Demostracion:

- Caso Base n=1

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$1 = \frac{1(2)}{2}$$

$$1 = \frac{(2)}{2}$$

$$1 = 1$$

- Caso inductivo n+1

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = \frac{(n+1)(n+1+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Esto es igual a:

$$\frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$\frac{n^2 + n + 2n + 2}{2} = \frac{n^2 + 2n + n + 2}{2}$$

$$\frac{n^2 + 3n + 2}{2} = \frac{n^2 + 3n + 2}{2}$$

Pregunta #3 (20%)

Definir inductivamente la funcion $\sum(n)$ para numeros naturales unarios la cual tiene el efecto de calcular la suma de 1 hasta n. En otras palabras:

$$\sum(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \dots \ + n$$

Puede apoyarse de la suma $\oplus$ de numeros naturales unarios para su definición:

$$a \oplus b = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ s(i \oplus b) & \text{si } a = s(i) \end{cases}$$

Demostracion: i= 1 , n=2

$$\sum(n) = (s(i) + i)$$
$$2 = (1 + 1)$$
$$2 = (2)$$

Respuesta:

$$\sum(n) = (s(i) + i)$$

Pregutna # 4 (20%)

Demostrar por medio de inducción la comutatividad de la suma de numeros naturales unarios: $a \oplus b = b \oplus a$

Demostracion

a = s(0)
b =s(s(0))
$a \oplus b = b \oplus a$
$s(0) \oplus s(s(0)) = s(s(0)) \oplus s(0),$
$s(s(0)) \oplus s(0) = s(ss(0)) \oplus 0,$
$s(ss(0)) \oplus 0 = s(ss(0))$
$s(ss(0)) = s(ss(0))$

Pregunta #5 (20%)

Dada la función $a \geq b$ para numeros naturales unarios:

$$a \geq b = \begin{cases} s(o) & \text{si } b = o \\ o & \text{si } a = o \\ i \geq j & \text{si } a = s(i) \ \& \ b = s(j) \end{cases}$$

Demostrar utilizando inducción que $((n \oplus n) \geq n) = s(o)$. Puede hacer uso de la asociatividad y comutabilidad de la suma de numeros unarios para su demostración.

Demostracion
Caso Base: n=0
$((n \oplus n) \geq n) = s(o)$
$((0 \oplus 0) \geq 0) = 0$
$((0 \oplus 0) \geq 0) = 0$
$(0) = 0$

Caso Inductivo
$((n \oplus n) \geq n) = s(0)$
$((i \oplus j) \geq s(j)) = s(0)$
$((n \oplus n) \geq s(i)) = s(0)$
$(0) \geq s(i)) = s(0)$
$(0) \geq s(i)) = s(0)$
Dado las desigualdades de los numeros unarios: $s(0) = s(0)$