Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

Оптический транспорт

Выполнил:
студент 1 курса ЛФИ Б02-211
Сливка Глеб

Содержание

1 Чувствительность пучка к перемещению линзы **2**

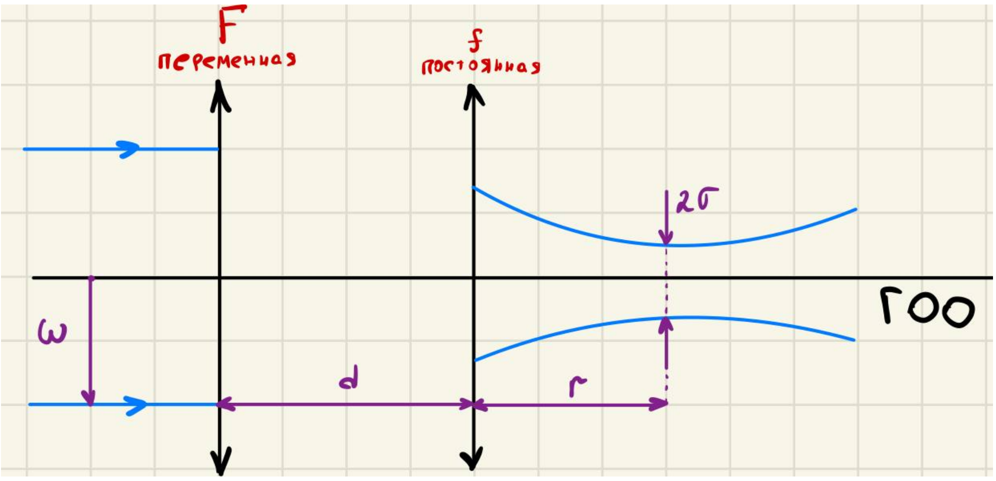
1.1 Идеальный случай **d=f** 3

1.2 Малые смещения 3

2 Перемещение атомов **4**

1 Чувствительность пучка к перемещению линзы

Рассмотрим схему, с помощью которой мы будем менять положения перетяжки с атомами тулия: коллимированный гауссов луч с радиусом ω по e^{-1} падает на линзу с переменным фокусным расстоянием F. Линза находиться на расстоянии d от собирающей линзы с фокусным расстоянием f.



Рассчитаем, Расстояние r на котором формируется перетяжка от F и размер перетяжки σ по e^{-1} от F.

Тогда матрица переменной линзы будет выглядеть так:

$$P_F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{pmatrix},$$

матрица распространения в пространстве между линзами (показатель преломления воздуха считаем равным 1, то есть $d/n = d$):

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

матрица преломления второй линзы:

$$P_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix},$$

матрица распространения от второй линзы до перетяжки:

$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & r \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

. Тогда матрица-ABCD будет рассчитываться по следующей формуле:

$$K = T_2 \cdot P_f \cdot T_1 \cdot P_F = \begin{pmatrix} 1 & r \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{pmatrix}.$$

По правилу ABCD для гауссого пучка получим параметр q из выражения для гауссого пучка:

$$q = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D},$$

где

$$\frac{1}{q_0} = i\frac{\lambda}{\pi\omega^2}.$$

В месте перетяжки радиус кривизны равен ∞ и $1/q$ имеет только мнимую часть, то есть для получения зависимости $r(1/F)$ достаточно решить уравнение

$$Re\left(\frac{1}{q}\right) = 0 \tag{1}$$

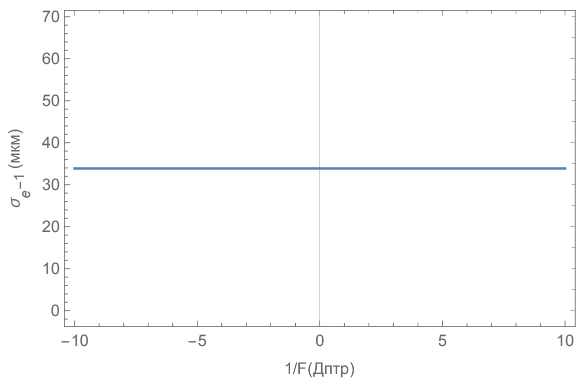
. Зависимость $\sigma(1/F)$ выражается по следующей формуле:

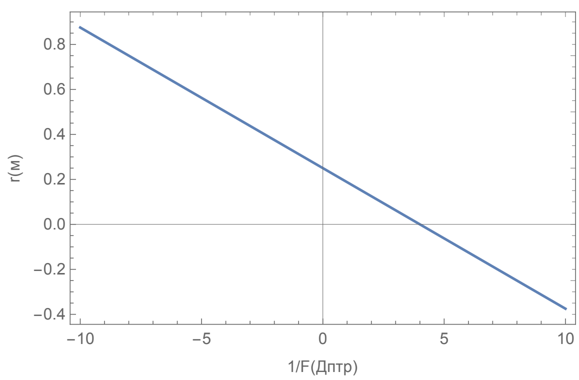
$$\sigma(d) = \sqrt{\frac{-\lambda}{\pi \cdot Im(1/q)}}. \tag{2}$$

Используя значения нашей установки: $\lambda = 1064$ нм, $w_0 = 2.5 \cdot 10^{-3}$ мм, $f = 40$ см. И решая уравнения (1), (2) получим зависимости $r(1/F)$ и $\sigma(1/F)$.

1.1 Идеальный случай d=f

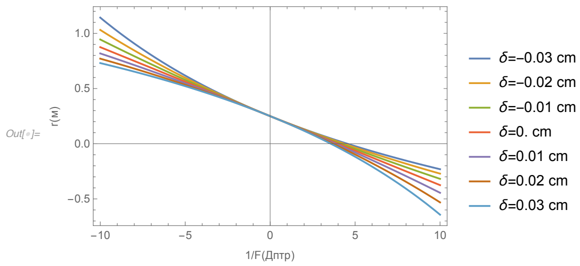
Рассмотрим идеальный случай, когда $d = f$. Тогда графики выглядят так, как на рисунке.

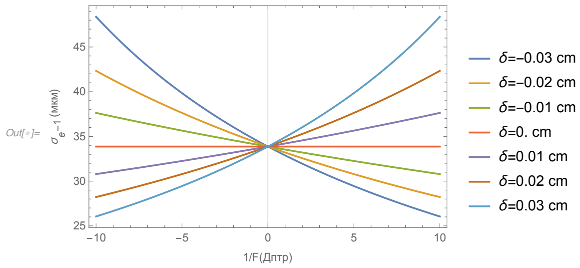




1.2 Малые смещения

В силу конечной точности измерений мы всегда будем иметь погрешность определения d. Рассмотрим, как будут выглядеть зависимости при малых отклонения $d = f \pm \delta,\ \delta \in [-0.03\ cm, +0.03\ cm]$.

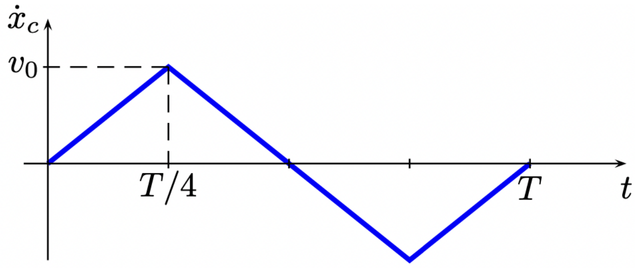




Из графиков видно, что при малом смещении δ, σ меняется не больше чем на 1.5 мкм, что не значительно для дальнейших измерений.

2 Перемещение атомов

Нам надо осуществить перемещение атомов так, чтобы после прекращения перемещения их осцилляции были минимальны. Для этого будем перемещать атомы как в статье [1], то есть график график скорости перетяжки от времени выглядит как на рисунке ниже.



T — время, которое мы можем подобрать. То есть зависимость ускорения от времени можно записать следующим образом:

$$a(t) = \begin{cases} a_0 & t < T/4 \\ -a_0 & T/4 \leqslant t \leqslant 3T/4 \\ a_0 & 3T/4 \leqslant t \leqslant T \end{cases}.$$

Пусть нам надо переместить атомы на расстояние d, тогда из графика $v(t)$ получаем:

$$2d = \frac{a_0 T^2}{8}.$$

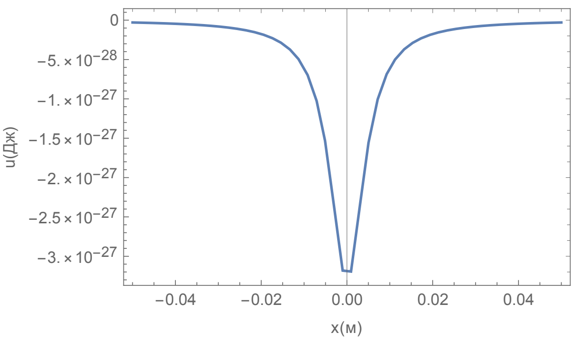
Чтобы получить зависимость $x(t)$ достаточно решить дифференциальное уравнение:

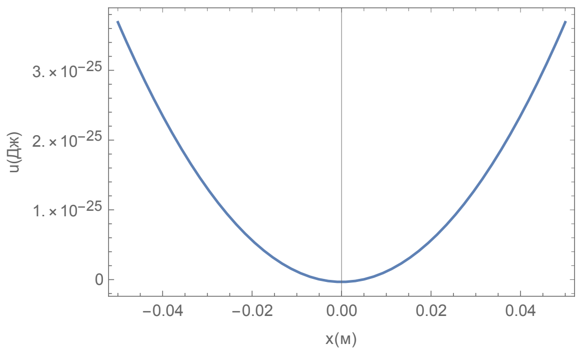
$$\ddot{x}(t) = a(t).$$

Зависимость потенциальной энергии от координаты до центра потенциальной ямы, которую создаёт гауссов луч выглядит следующи образом:

$$u(x) = -\frac{2\alpha P}{\pi} \cdot \frac{1}{\omega_0^2\,(1 + x^2/r^2)} \approx -\frac{2\alpha P}{\pi\omega_0^2} \cdot (1 - x^2/r^2).$$

Замети, что если пользоваться разложением Тейлора, то потенциальная яма будет иметь бесконечную глубину, что не соответствует действительности. Графики зависимости потенциальной энергии от расстояния до центра ямы с без приближения и с приближением изображены ниже.





Записав второй закон Ньютона для частицы получим уравнение гармонических колебаний с периодом:

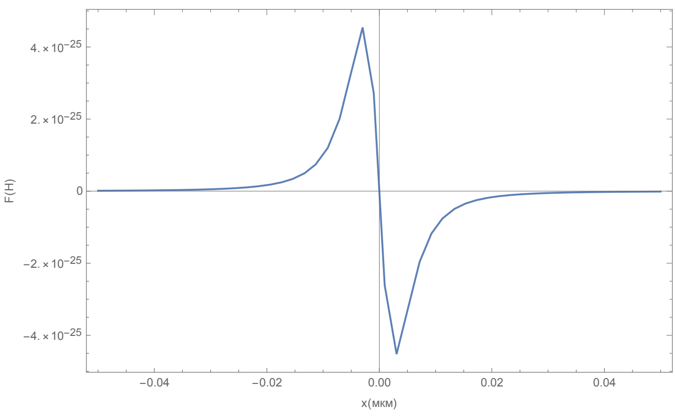
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\pi m r^2 \omega_0^2}{4\alpha P}},$$

где m — масса атомов тулия в облаке. Для значений на нашей установке получается, что $T_0 \approx 0.2\ s$. Будем подбирать значение T в районе T_0.

Силу, которая действует на частицы можем записать так:

$$F(x) = -\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{2\alpha P}{\pi} \cdot \frac{1}{\omega_0^2\,(1 + x^2/r^2)}\right),$$

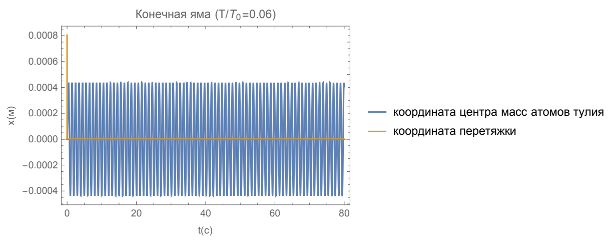
где α — поляризуемость, P — мощность лазера, r — длина Рэлея, ω_0 — радиус перетяжки, x — расстояние от координаты «нижней» точки потенциальной ямы до центра масс атомов тулия. График зависимости $F(x)$ изображён ниже.

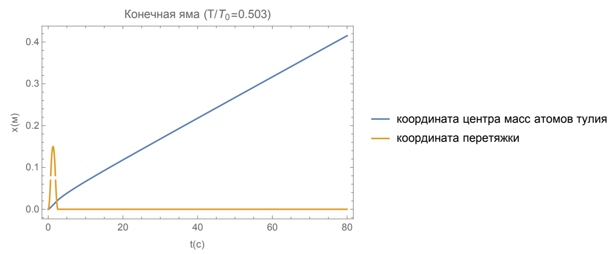


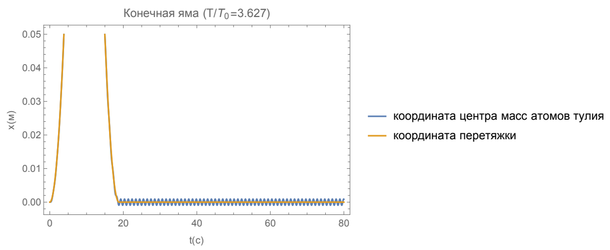
Второй закон Ньютона для атомов тулия будет выглядеть так:

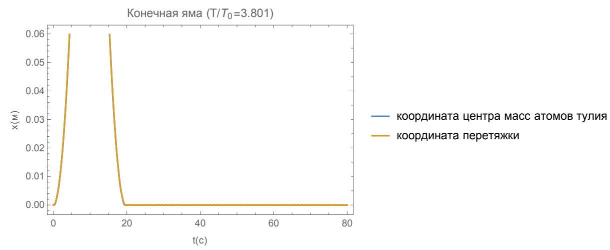
$$F(x_{at}(t) - x_{ray}(t)) = m\ddot{x}_{at}(t).$$

Решив это уравнение получаем, что, если в системе нет потерь энергии, то атомы тулия либо вылетают из ловушки, либо начинают колебаться вокруг положения равновесия с некоторой амплитудой A. Ниже представлены характерные графики зависимости координат перетяжки: большое ускорение — атомы колеблются вокруг положения равновесия, при уменьшении ускорения атомы вылетают из ямы, при маленьких ускорениях атомы снова колеблются, но их амплитуда уменьшается и иногда обращается в 0.

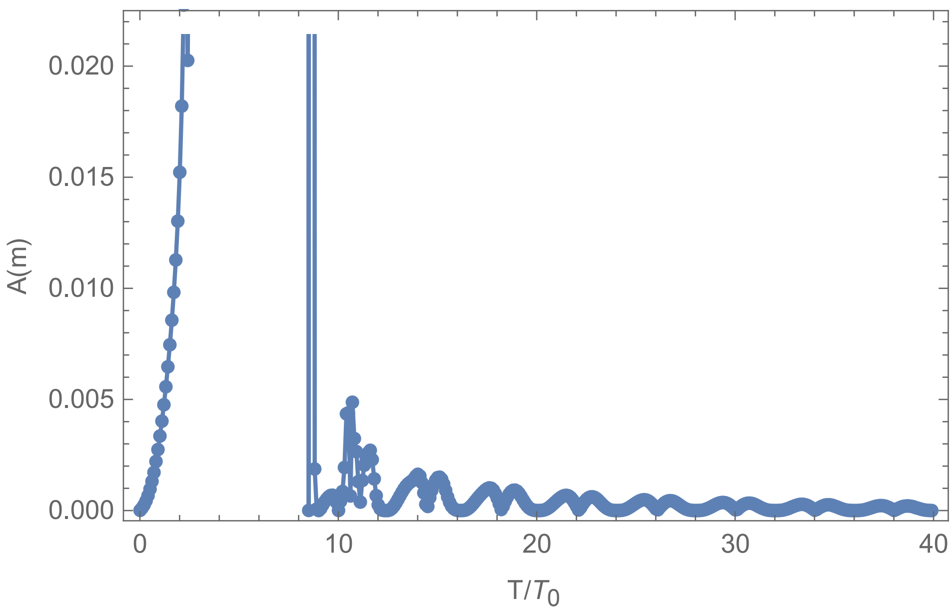






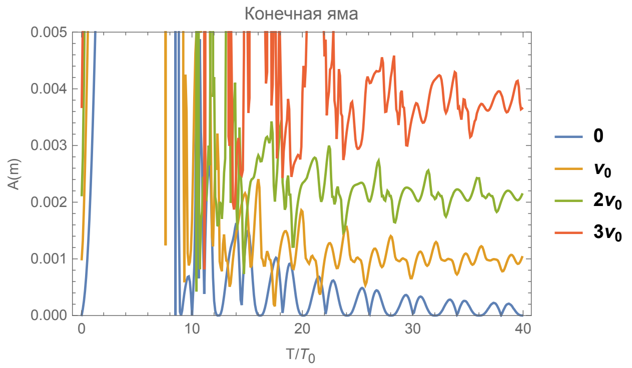


После того, как процесс перемещения перетяжки завершится, атомы тулия начнут колебаться вокруг положения равновесия. Построим график зависимости амплитуды колебаний атомов тулия от времени T/T_0 для конечного потенциала.

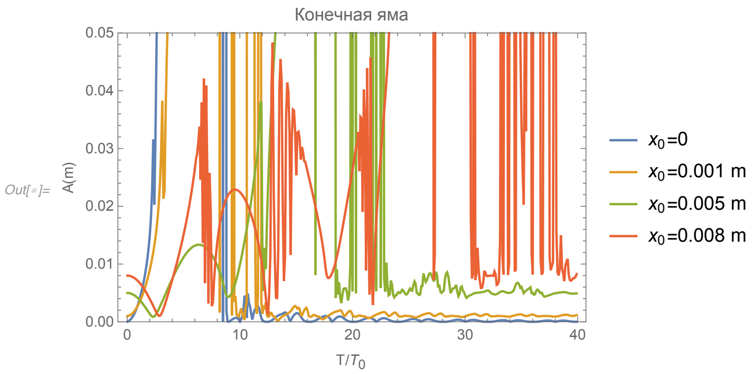


Заметим, что график имеет несколько точек, в которых амплитуда колебаний атомов равна 0, определим эти точки. Они соответствуют временам $T = 9.1T_0$, $T = 12.4T_0$, $T = 16.1T_0$, $18.3T_0$, $t = 20T_0$, $T = 22T_0$, $T = 24T_0$, $T = 26T_0$, $T = 28T_0$, $T = 30T_0$, $T = 32T_0$, где $T_0 = 0.2\ s$ и так далее.

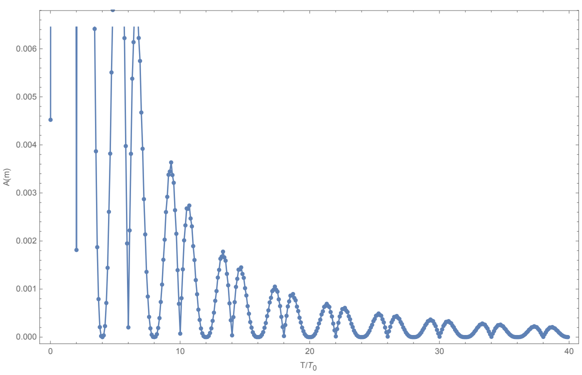
Аналогично построим графики зависимости $A(T/T_0)$ при разных начальных скоростях атомов тулия. Начальная скорость атомов буде по порядку равна $v_0 = \sqrt{kT/m}$, где T — температура атомов, m — масса атомов.

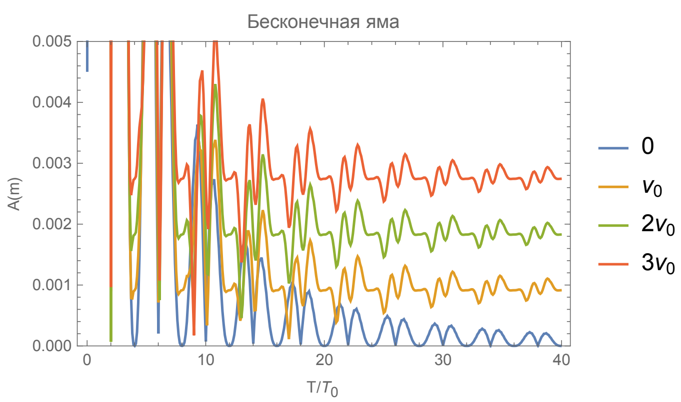


Построим графики зависимости амплитуды от времени T при разных начальных положениях координата центра масс x_0.

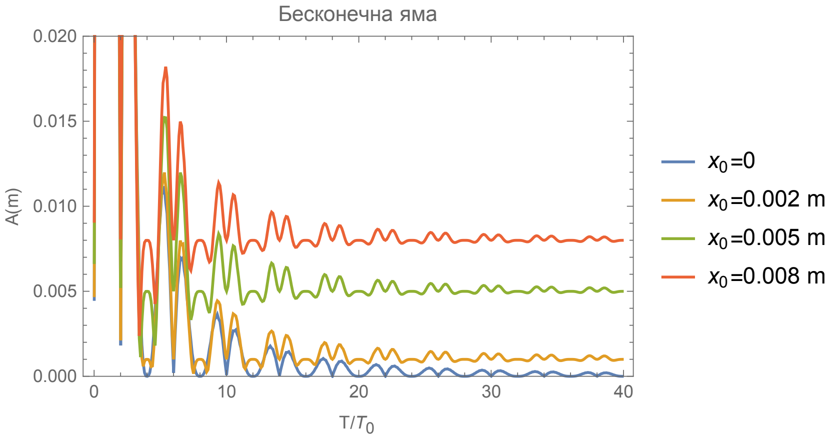


Для бесконечного потенциала аналогичные графики будут выглядеть так, как на рисунках ниже.





Out[∘]=


Безконечна яма
A(m)
0.020
0.015
0.010
0.005
0.000
0
10
20
30
40
T/T_0
x_0=0
x_0=0.002 m
x_0=0.005 m
x_0=0.008 m

Список литературы

[1] Optimal transport of uultracold atoms in the non-adiabatic regime. A. Couvert, T. Kawalec, G. Reinaudi and D. Gue ry-Odelin