

# 다각형 형태의 필터를 활용한 주파수 영역에서의 영상 분석

김주오, 김지수, 박철형, 이덕우

계명대학교 컴퓨터공학부

e-mail : monkey4650@naver.com, koo5679@gmail.com, parkcheolhyeong@gmail.com, dwoolee@kmu.ac.kr

## Polygon-shaped Filters for Analysis of Images in Frequency Domain

Ju O Kim, Jisu Kim, Cheolhyeong Park, Deokwoo Lee

Department of Computer Engineering

Keimyung University

### Abstract

Filtering of images have been fundamental and crucial in diverse areas of image processing, computer vision, pattern recognition, etc. Ideal filter is modeled as circular-shaped in 2D frequency domain as rectangular function is the ideal one in 1D frequency domain. This paper proposes an approach to modeling practical and efficient image filter in frequency domain. Instead of employing circular-shaped filter, this work proposes polygon-shaped filter inspired by a concept of hexagon cellular system in wireless communication systems.

### I. 서론

영상 및 신호처리 분야에서 필터링은 다양한 용도로 활용되어 왔다. 그 중 특히 특정 주파수 영역의 신호를 제거하거나 취하기 위하여 필터링이 활용되어 왔으며, 이에 대한 연구는 영상 및 신호처리, 그리고 이들과 관련된 모든 분야에서 진행되어 왔다[1, 2, 3]. 필터는 기본적으로 선형 및 비선형 구조의 필터로 구분할 수 있으며, 두가지 방법 모두 필터링이 영상 내에서의

주변 픽셀들을 활용하여 수행되는 원리에 의해 작동한다 [4]. 주파수 영역에서의 필터링은 푸리에 변환(Fourier Transform)을 활용하여 구현할 수 있다. 이 방법은 공간 도메인(Spatial domain)에서 구현하는 것보다 직관적이며, 효율적이며, 필터링의 과정을 확인하기에 더 용이하다. 푸리에 변환을 수행한 후 주파수 영역에서 특정 주파수 영역을 제거하거나 취한 후 역푸리에 변환을 수행하면 필터링이 수행된 결과 영상을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 2차원 영상을 활용하여 다각형 형태의 2차원 필터를 구현하고 그 결과를 확인하고자 한다. 2차원 공간에서의 영상의 푸리에 변환(2-D Discrete Fourier Transform, DFT)은 식(1)과 같이 표현된다.

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi \left( \frac{u}{M}x + \frac{v}{N}y \right)}, \quad (1)$$

$F(u, v)$ 는 2차원 이미지  $f(x, y)$ 의 2D-DFT 결과이고, 영상의 사이즈는  $M \times N$ 이다. 기존에 주로 활용되는 필터는 원 형태의 필터이며 식 (2) 및 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{if } R(u, v) \leq R_0 \\ 0 & \text{if } R(u, v) > R_0 \end{cases}, \quad (2)$$

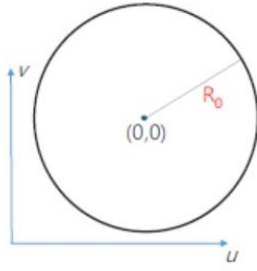


그림 1. 2차원 영상의 주파수 영역에서의 이상적인 필터 형태

본 논문에서는 그림 1에서와 같이 표현되는 이상적인 필터가 아닌 좀더 현실적으로 표현한 다각형 모델의 필터를 제안한다. 다각형 형태의 필터를 적용할 경우, 통과대역(bandpass) 또는 대역저지(bandstop) 필터를 더 효율적으로 구현할 수 있다. 이상적인 필터를 활용한 경우의 주파수 자원의 비효율적인 사용 등의 문제점을 야기할 수 있으며 이것은 그림 2와 표현될 수 있다.

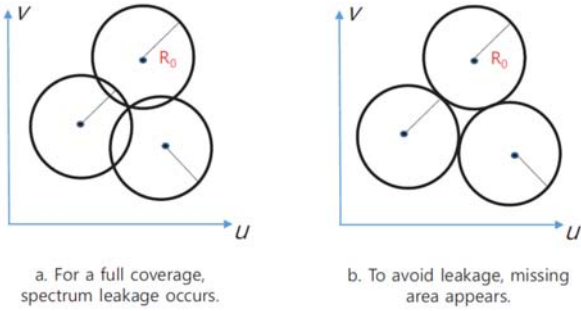


그림 2. 이상적인 원 형태의 필터를 활용한 경우의 예

이러한 한계점을 극복하고자 본 논문에서는 다각형 형태의 필터를 제안한다, 그림 3과 같이 표현될 수 있다.

## II. 본 론

본 논문에서 제시하는 다각형 형태의 필터는 대역 통과 및 대역 저지 필터를 2차원 영상에 적용하기에 적합하며, 스펙트럼 누수의 문제도 해결할 수 있다. 육각형 형태의 필터의 기본적인 형태는 그림 3과 같으며 식 (3)와 같이 표현될 수 있다.

$$H_p(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{if } R_p(u,v) \leq R_0(u,v) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$r \leq R_0(u,v) \leq R$$

$r = R \cos \frac{2\pi}{N}$ ,  $R = \frac{D}{2 \sin(\pi/N)}$  이고,  $D$  는 육각형의 한 변이다.

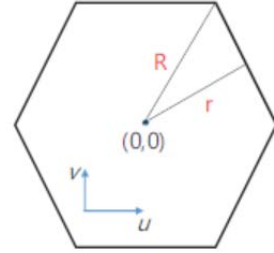


그림 3. 다각형(육각형) 형태의 필터(주파수 영역)

또한 다각형 필터를 활용한 경우 대역통과 및 대역저지 필터는 그림 4와 같이 간단히 구현될 수 있다.

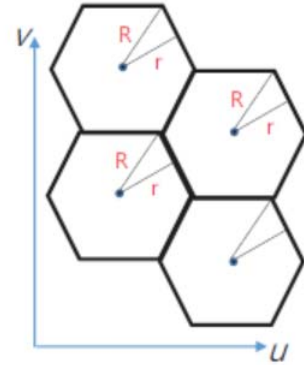


그림 4. 다각형 형태의 필터를 활용한 대역저지 또는 대역통과 필터의 구현

그림 2(왼쪽 그림)와 같은 현상을 통신시스템 분야에서는 스펙트럼 누수(spectral leakage)라고 부르며, 이것을 줄이기 위한 연구는 활발히 진행되어 왔다[5, 6]. 본 논문에서는 다각형 필터 중 육각형 형태의 필터를 구현하여 영상에 적용시키고, 이상적인 원 형태의 필터를 적용한 결과와 비교한 영상을 제시한다.

## III. 실험 결과 분석

본 논문에서는 다각형 중 육각형 형태의 필터를 주파수 영역에서 구현하고, 실제 영상을 이 필터에 적용한다. 그리고 육각 필터와 원형 필터를 활용한 영상 필터링의 결과를 확인한다. 원래의 영상을  $I$ , 육각필터 및 원형필터에 적용한 후의 결과 영상을 각각  $Y_p$ ,  $Y_c$ 로 각각 정의하면 식 (4), (5)과 같이 표현할 수 있다.

$$y_p = I * h_p, \quad (4)$$

$$y_o = I * h, \quad (5)$$

$h_p$ 와  $h$ 는 각각  $H_p$ 와  $H$ 의 역푸리에 변환(inverse Fourier Transform)한 값이다. 주파수 영역에서의 필터 반지름 또는 주파수 대역(bandwidth, 그림 1에서  $R_0$ , 그림3에서  $R$ )을 각각 17과 34로 설정한 후 필터링된 영상의 PSNR(Peak signal-to-noise ratio)를 구한 후 비교한 결과를 표 1에 제시하였다. PSNR의 결과를 비교하여 볼 때, 본 논문에서 제시하는 방법이 이상적인 필터를 적용하였을 때보다 약간 우세하거나 유사한 성능을 가짐을 확인할 수 있다.

표 1. 필터 형태에 따른 PSNR 비교

영상	PSNR1	PSNR2
원 형태 필터 적용 영상(기준)	23.1	26.3
육각형 형태 필터 적용 영상	24.0	27.2

$$PSNR = 20 \log_{10} \left( \frac{S_I}{E} \right), \quad (6)$$

$S_I$ 는 영상  $I$ 에 포함된 픽셀중 가장 큰 값을 가지는 픽셀의 값이고,  $E$ 는 원본 영상과 필터 적용된 영상 간의 평균 제곱근 편차 (Mean-Square-Error, MSE)이다. 그림 5에서는 2차원 이미지를 활용하여 육각필터(Hexagonal filter)와 원형 필터(Circular filter or Ideal filter)를 적용한 영상의 결과를 제시하였다. 육안으로 보았을 때에도 큰 차이가 없음을 확인할 수 있다.

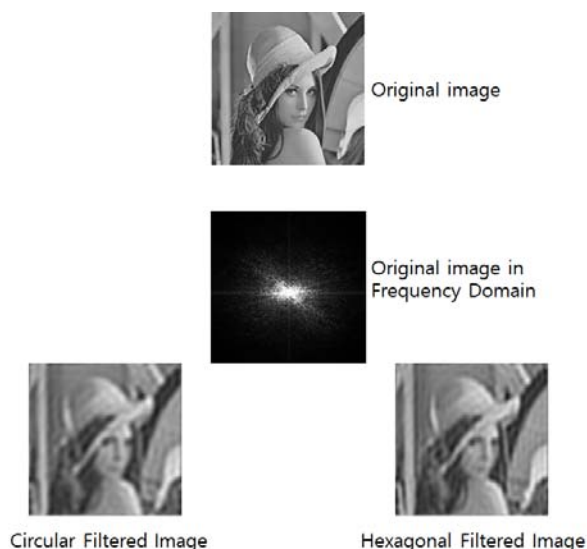


그림 5. 육각 및 원형 필터 적용한 영상의 결과

## V. 결론 및 향후 연구 방향

본 논문에서는 영상처리의 가장 기본적인 영역 중 하나인 필터의 형태에 대한 방법을 제시하였다. 기존에 이론적으로 사용하던 원형 필터는 1차원 신호에서 사각 형태 필터 (Rectangular Filter)에 해당되는 이상적인 형태의 필터이다. 이러한 이상적인 형태의 필터는 실제 환경에서 구현하기 힘들기 때문에 본 논문에서는 변형된 형태인 육각필터를 제안하였다. 제안한 필터를 적용한 결과는 기존 필터 적용 결과 대비 PSNR에서 비교경쟁력을 보이고 있음을 확인하였다. 향후 연구에서는 육각필터에서 좀 더 현실적인 모델을 추가하여 영상의 필터 효과를 확인하고자 한다.

## Acknowledgement

이 논문은 2018년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기술진흥센터의 지원을 받아 수행된 연구임 (2016-0-00564, 사용자의 의도와 맥락을 이해하는 지능형 인터랙션 기술 연구개발)

## 참고문헌

- [1] S. Greenberg, M. Aladjem and D. Kogan, Fingerprint image enhancement using filtering techniques, Proceedings, Real-Time Imaging, Vol. 8, No. 3, pp. 227-236, 2000
- [2] A. Buades, B. Coll and J.-M. Morel, A Non-Local Algorithm for Image Denoising, 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05), 2005
- [3] G-W. Jeung, J-H. Kim, J-W. Lee and K-S. Kim, Edge Detection by Savitzky-Golay 2nd-Order Differential Filter, 대한전자공학회 학술대회, 2016
- [4] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, Digital Image Processing, 3<sup>rd</sup> Edition, PEARSON, 2010
- [5] A. Goldsmith, Wireless Communications, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2005
- [6] K. Chen, J. Jiang and S. Crowsen, Against the Long-Range Spectral Leakage of the Cosine Window Family, Computer Physins Communications, Vol. 180, No. 6, pp. 904-911, 2009