物理学实验绪论

Why Experiments?

Aim of Physics: Describe *how* Nature works

Roles of Experiments:

Test the *known* theory

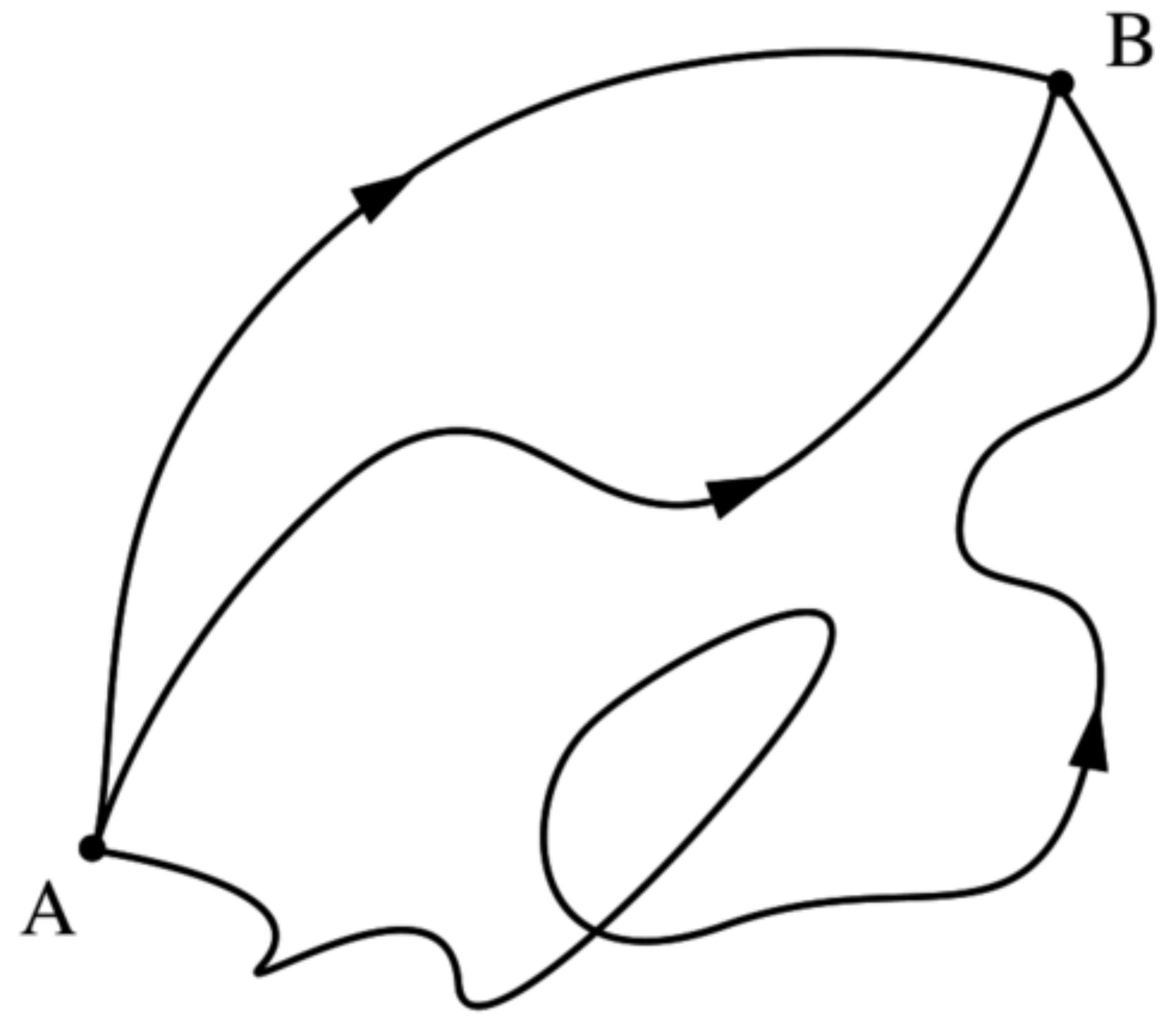
Discover *new* phenomena

Collect data for new theory

Aim for application

……

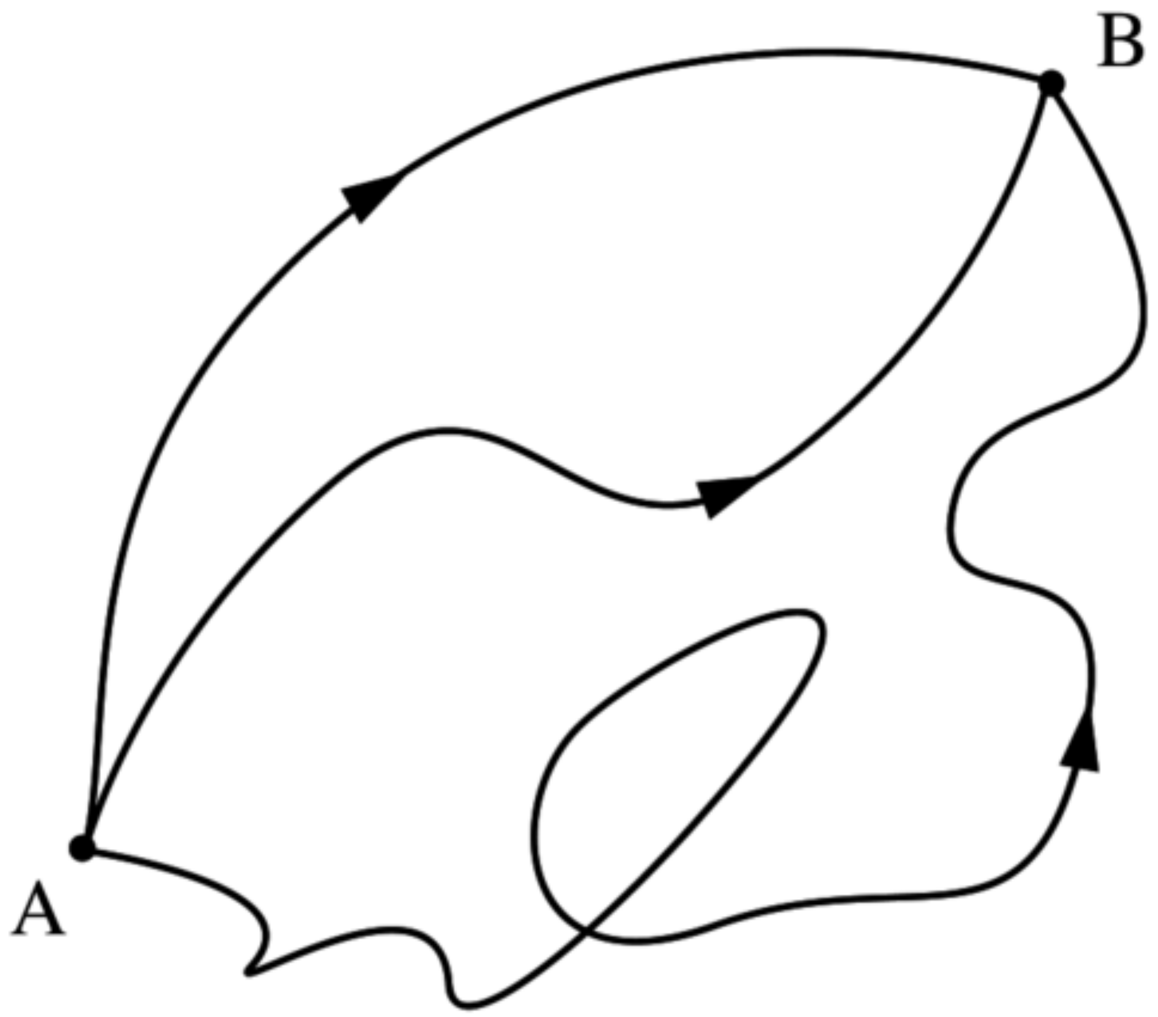
Why Quantum?



Probabilistic

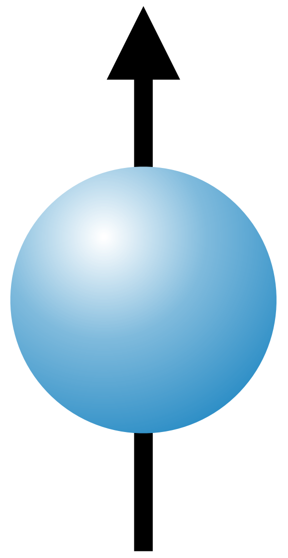
Not understandable

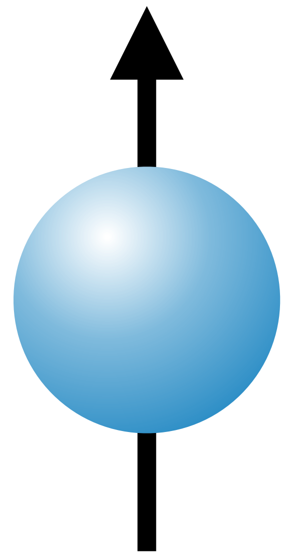
Why Quantum?



Probabilistic

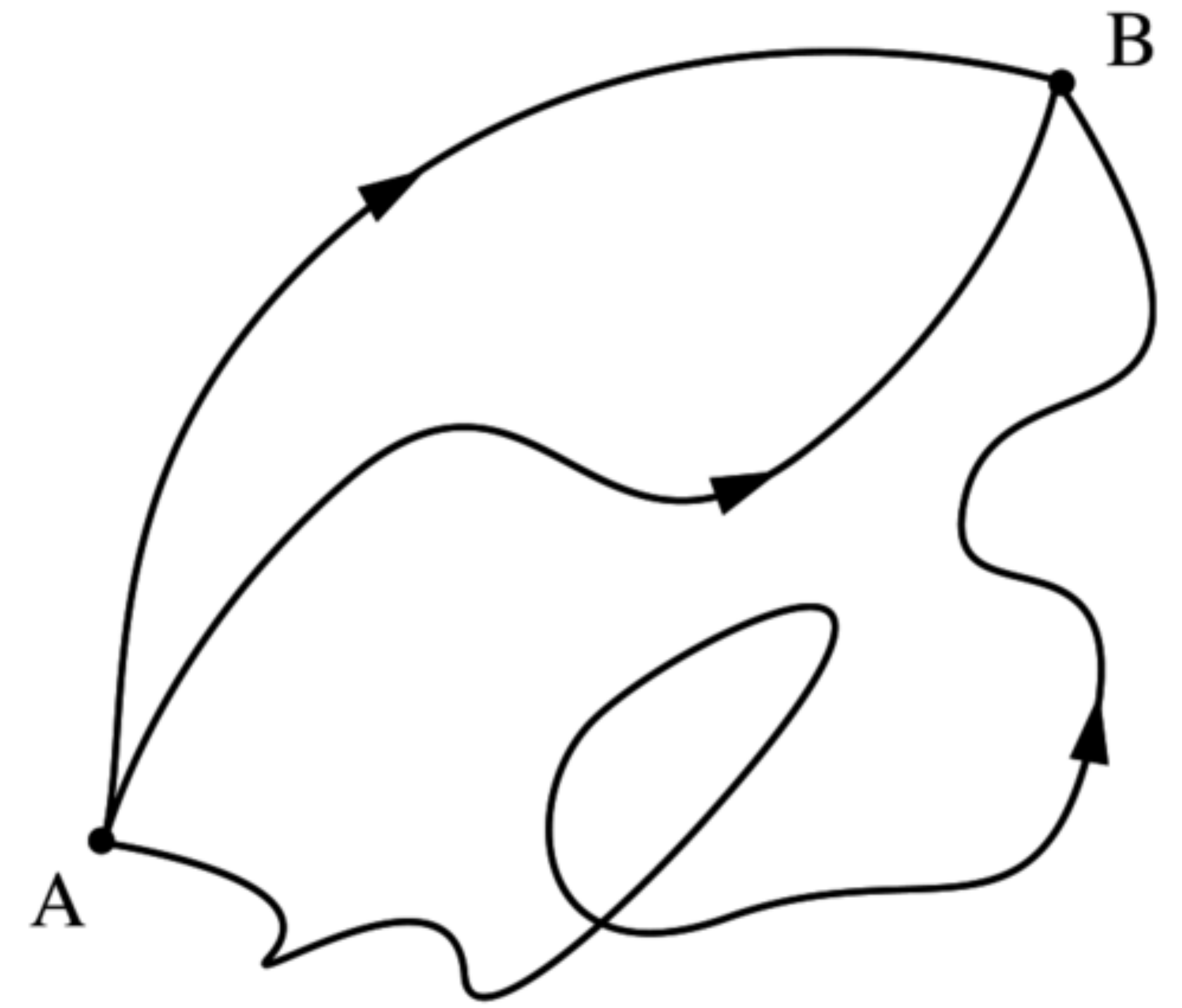
Not understandable





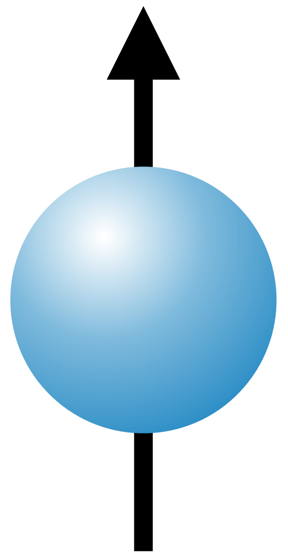
Why TRUST it?

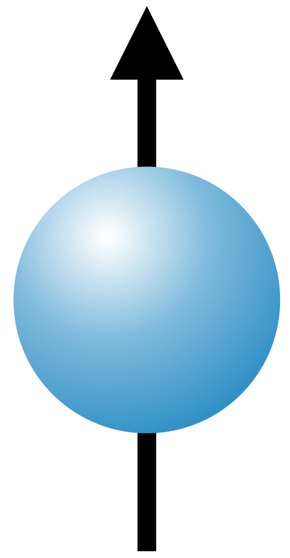
Why Quantum?



Probabilistic

Not understandable





Why TRUST it? 

Most accurate constant in physics

Theory: $$\frac{\alpha_e}{2\pi} = 0.001\,159\,652\,181\,643(764)$$

Experiment: $$\frac{\alpha_e}{2\pi} = 0.001\,159\,652\,180\,73(28)$$

物理实验

设计实验

搭建实验装置

具体实验操作、测量

分析处理数据

……

+ Debug 

物理实验

设计实验

搭建实验装置

具体实验操作、测量

分析处理数据

物理实验课程

……

+ Debug

物理实验

设计实验

搭建实验装置

具体实验操作、测量

分析处理数据

……

+ Debug 

物理实验课程

最最最…最基本的要求

!!! 不要伪造数据 !!!

物理实验

设计实验

搭建实验装置

具体实验操作、测量

分析处理数据

……

+ Debug

绪论课

主要内容

测量、误差与不确定度

测量与误差

任何的实验测量都存在误差

Naively, 误差可以理解为 测量值-真实值

?

误差的来源：

系统误差（实验设计问题、仪器本身问题…）

反正不是我的锅

随机误差（这个估读的数该取啥好呢…） 多测几次总能平均掉的

过失误差（手滑了、脑子进水了…）

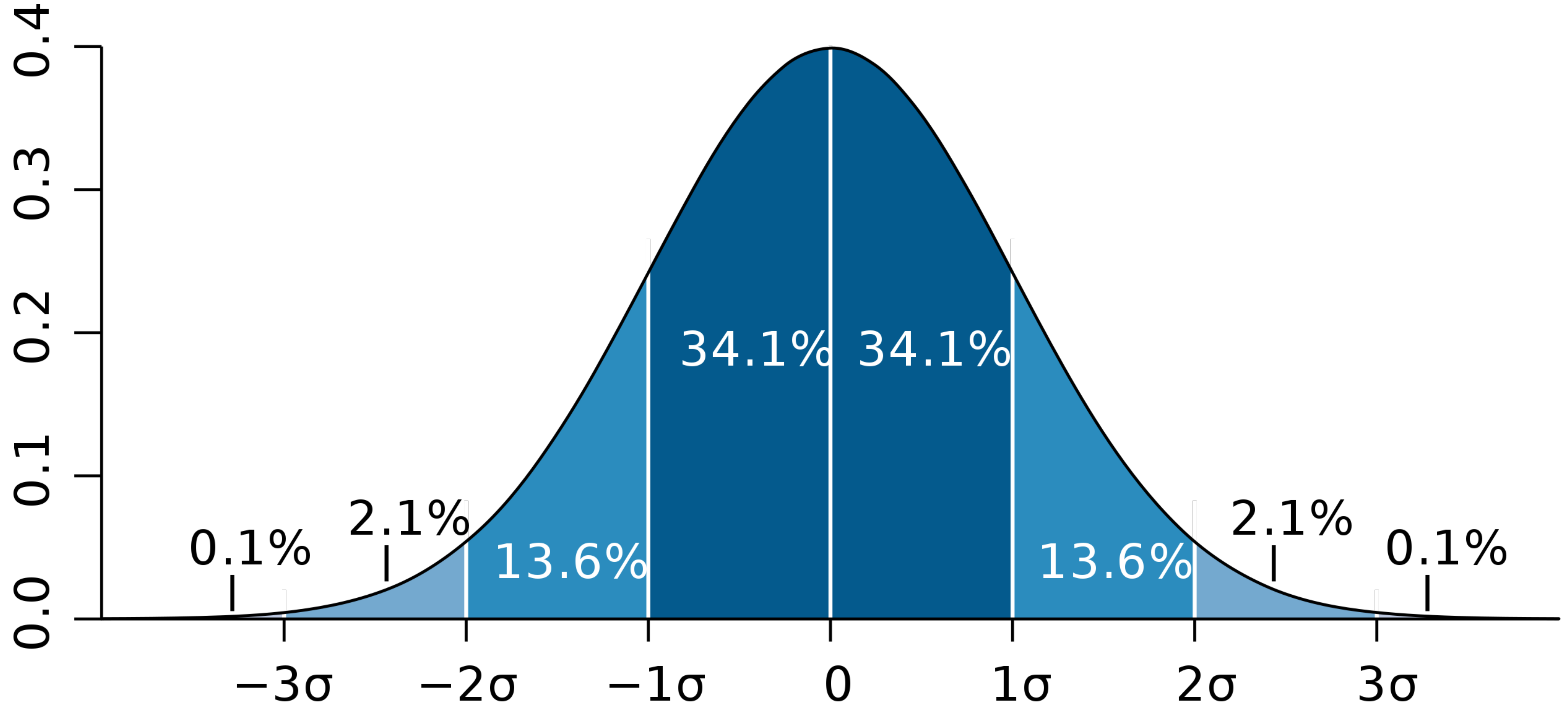
测量结果的表达格式：

$$X = \bar{X} \pm u \text{ (单位)}$$

测量值 不确定度

例子：$E = (1.89 \pm 0.08) \times 10^{11}\ (\mathrm{N/m^2})$

随机变量的统计规律



我们可以假设随机误差导致物理量X的测量数据近似服从高斯分布

理想上，如果我们可以测量无穷多次

平均值的极限 $\mu = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ 称为数学期望 $\langle X \rangle$ 或 $E(X)$

$\sigma = \lim_{n\to\infty} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ 称为标准差，体现了随机变量的涨落大小

方差的平方根

不依赖于高斯分布的假设

随机误差估计

但现实中我们能做的只能对物理量 X 有限次的测量 $\{x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_n\}$

对于 X 的数学期望 $\langle X\rangle$ 能做的最好的估计就是这组数据的平均值 $\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i}$ **测量值**

Q: 如何确定误差 (<u>方差</u>、标准差) 的大小?

随机误差估计

但现实中我们能做的只能对物理量 X 有限次的测量 $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

对于 X 的数学期望 $\langle X \rangle$ 能做的最好的估计就是这组数据的平均值 $\boxed{\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$ 测量值

Q: 如何确定误差 (方差、标准差) 的大小?

P1: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \langle X \rangle)^2$ 我们想要的，但多数情况下不知道$\langle X \rangle$的值

P2: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ 可以计算，但是永远比上面的小

$$\boxed{s = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

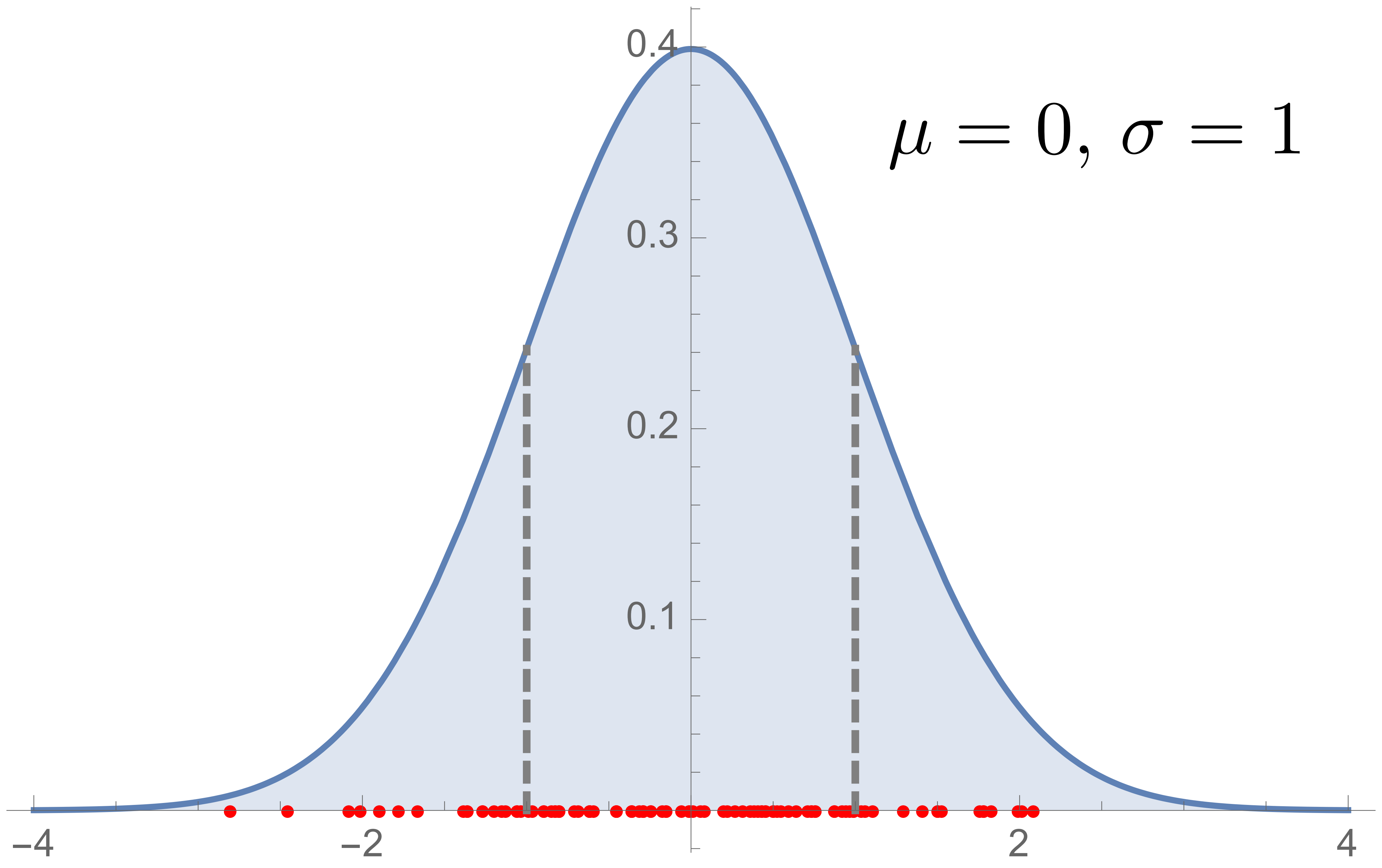
标准差的更好的估计

直观上理解，在不知道期望$\langle X \rangle$的情况下，n个数据值只有相对的涨落是重要的

例子

$\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ 取 $n = 1000$，样本数据由标准正态分布随机产生

分别计算 $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$ 和 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$



n=1000	利用 n-1 计算	利用 n 计算
第一组	-5.13873×10^{-4}	-1.51085×10^{-3}
第二组	-2.5793×10^{-4}	-1.2767×10^{-3}
第三组	2.78191×10^{-4}	-7.07577×10^{-4}
第四组	7.40865×10^{-4}	-3.03112×10^{-4}
第五组	-1.43983×10^{-3}	-2.38916×10^{-3}

数学推导

（不喜欢数学的可以水水手机）

数学期望 $\mu = \langle X \rangle$

方差 $\sigma^2 = \langle (X-\mu)^2 \rangle = \langle X^2 \rangle - 2\mu\langle X \rangle + \mu^2 = \boxed{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$

我们要进行有限的n次测量 $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

每次测量应该是独立的

$\langle (x_i-\mu)(x_j-\mu) \rangle = 0,\ i \neq j$

$\langle x_i x_j \rangle = \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle$

对于每次测量我们期待 $\langle x_i \rangle = \mu$ 和 $\langle x_i^2 \rangle = \sigma^2 + \mu^2$

计算 $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ 的期待值，如果得到 $(n-1)\sigma^2$ 我们就使用 $s = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\right]^{\frac{1}{2}}$ 作为标准差估计

$$\langle (x_i-\bar{x})^2 \rangle = \langle x_i^2 \rangle - 2\langle x_i \bar{x} \rangle + \langle \bar{x}^2 \rangle = \frac{n-1}{n}\sigma^2$$

$$\langle x_i \bar{x} \rangle = \frac{1}{n}\left(\langle x_i^2 \rangle + \sum_{j\neq i}\langle x_i x_j \rangle\right) = \frac{1}{n}\left(\sigma^2 + \mu^2 + (n-1)\mu^2\right)$$

$$\langle \bar{x}^2 \rangle = \frac{1}{n^2}\left(\sum_{j=1}^{n}\langle x_j^2 \rangle + \sum_{j\neq k}\langle x_j x_k \rangle\right) = \frac{1}{n^2}\left(n(\sigma^2+\mu^2) + n(n-1)\mu^2\right)$$

$$\left\langle \sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 \right\rangle = \sum_{i=1}^{n}\langle (x_i-\bar{x})^2 \rangle = (n-1)\sigma^2$$

测量平均值的标准差

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

前面我们得到的标准差估计是指对单次测量的标准差的估计 $\sigma \sim s = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]^{\frac{1}{2}}$

并非我们最后测量平均值 $\bar{x} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i$ 的标准差

测量平均值的标准差

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

前面我们得到的标准差估计是指对单次测量的标准差的估计 $\sigma \sim s = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\right]^{\frac{1}{2}}$

并非我们最后测量平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ 的标准差

最后我们用的测量均值的标准差为

$$\boxed{s(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}} \sim \mathcal{O}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

直觉上，重复测量次数越多，随机误差越小

$$\langle(\bar{x}-\mu)^2\rangle = \langle\bar{x}^2\rangle - \mu^2 = \frac{1}{n}\sigma^2$$

测量平均值的标准差

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

前面我们得到的标准差估计是指对单次测量的标准差的估计 $\sigma \sim s = \left[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\right]^{\frac{1}{2}}$

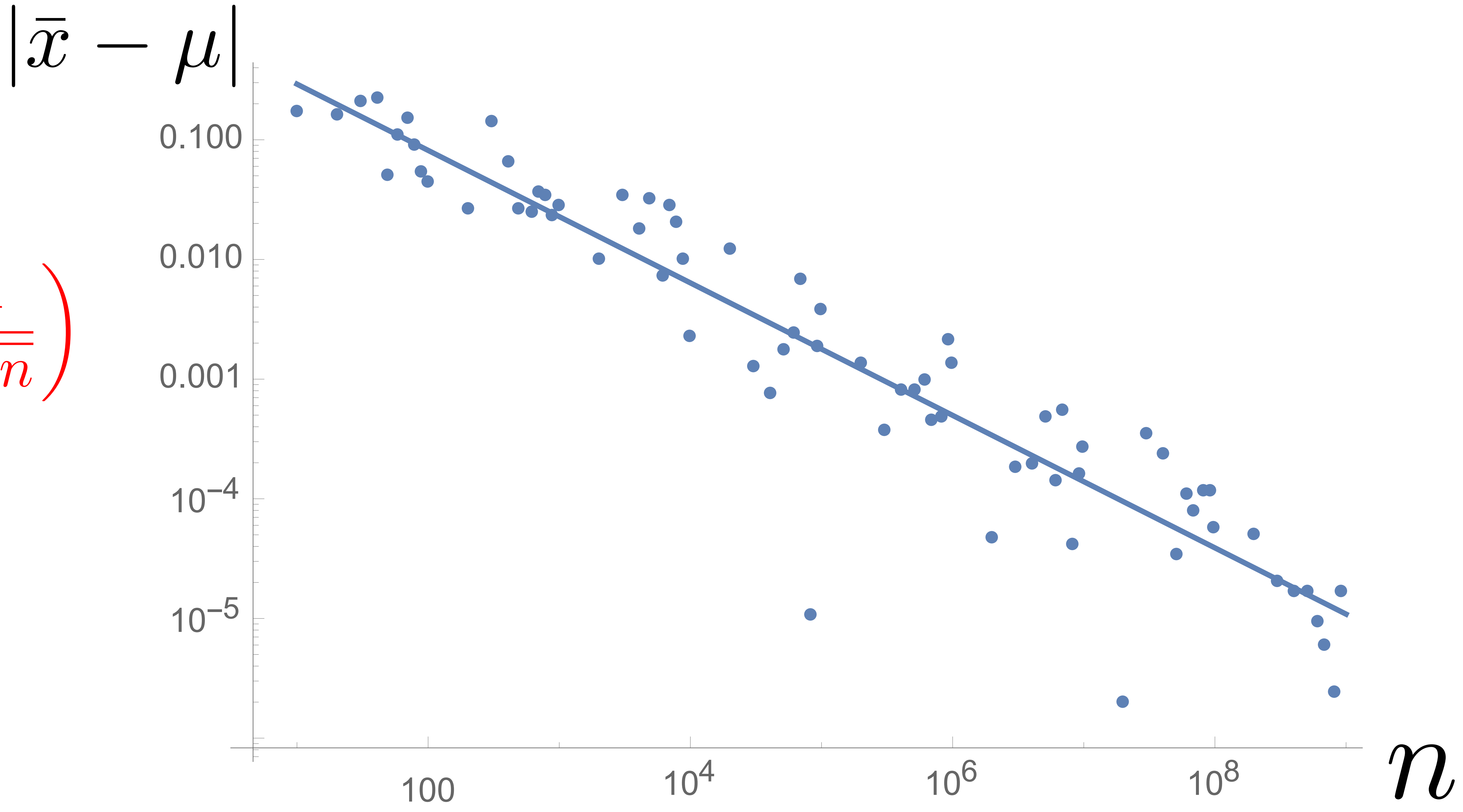
并非我们最后测量平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ 的标准差

最后我们用的测量均值的标准差为

$$\boxed{s(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}} \sim \mathcal{O}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

直觉上，重复测量次数越多，随机误差越小

$$\langle(\bar{x}-\mu)^2\rangle = \langle\bar{x}^2\rangle - \mu^2 = \frac{1}{n}\sigma^2$$



对数坐标图

不确定度

不确定度反映了可能存在的误差分布范围，即随机误差和未定系统误差的联合分布范围

我们将总不确定度分成两类：

A类不确定度u_A：　多次重复测量时 与随机误差有关的分量

B类不确定度u_B：　与未定系统误差有关的分量

合成总不确定度u：$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

(1) 多次测量 (至少6次)，计算平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

(2) 计算A类不确定度

$$u_A = s(\bar{x}) = \left[\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

(3) 取B类不确定度为

$$u_B = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}$$ (具体见书本或仪器)

(4) 计算总不确定度

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

间接测量量的不确定度估算

假设 $X_1, X_2, \ldots, X_j$ 是独立变量

以具体的函数形式依赖于直接观测量 $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_j)$

则间接测量量的不确定度为

$$\boxed{u_y^2 = \sum_{i=1}^{j} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u_{x_i}^2}$$

最简单的例子: **<u>线性函数</u>**

$$\sigma_{aX}^2 = \langle (aX - \langle aX \rangle)^2 \rangle = a^2 \sigma_X^2$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{X+Y}^2 &= \langle (X + Y - \langle X + Y \rangle)^2 \rangle \\
&= \langle (X - \langle X \rangle)^2 \rangle + \underbrace{2\langle (X - \langle X \rangle)(Y - \langle Y \rangle) \rangle}_{0} + \langle (Y - \langle Y \rangle)^2 \rangle \\
&= \sigma_X^2 + \sigma_Y^2
\end{aligned}$$

间接测量量的不确定度估算

假设 $X_1, X_2, \ldots, X_j$ 是独立变量

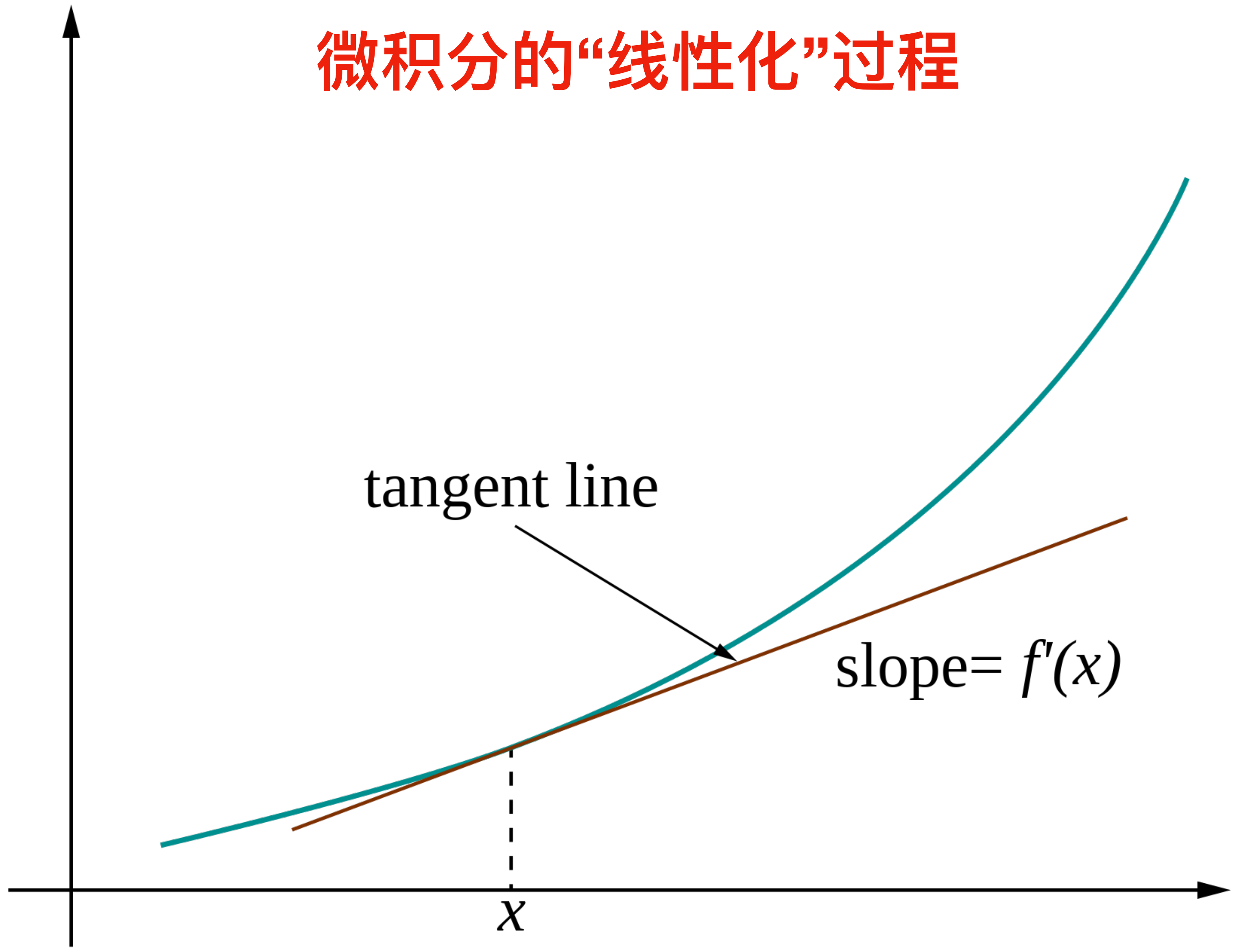
以具体的函数形式依赖于直接观测量 $$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_j)$$

则间接测量量的不确定度为 $$\boxed{u_y^2 = \sum_{i=1}^{j} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u_{x_i}^2}$$

最简单的例子: <u>**线性函数**</u>

$$\sigma^2_{aX} = \langle (aX - \langle aX \rangle)^2 \rangle = a^2 \sigma^2_X$$

$$\begin{aligned} \sigma^2_{X+Y} &= \langle (X + Y - \langle X + Y \rangle)^2 \rangle \\ &= \langle (X - \langle X \rangle)^2 \rangle + \underbrace{2\langle (X - \langle X \rangle)(Y - \langle Y \rangle) \rangle}_{0} + \langle (Y - \langle Y \rangle)^2 \rangle \\ &= \sigma^2_X + \sigma^2_Y \end{aligned}$$



有效数字

要正确地反映出测量值的准确度，不能任意取舍！

有效数字修约原则： <u>四舍六入五凑双</u>

$$2.2499 \longrightarrow 2.2$$
$$2.1501 \longrightarrow 2.2$$
$$2.1500 \longrightarrow 2.2$$
$$2.2500 \longrightarrow 2.2$$

运算过程中有效数字位数的取舍：

加减运算以参与运算的末位最高的数为准；
乘除则以有效数字最少的数为准。

$$12.4 + 0.571 = 13.0$$
$$3600 \times 8.0 = 2.9 \times 10^4$$

对于一般函数的运算，
最简单的方法是在自变量的可疑位上上下变动一个单位

$$\sqrt[20]{3.24} = 1.0605405$$
$$\sqrt[20]{3.25} = 1.0607039 \Rightarrow \sqrt[20]{3.25} = 1.0607$$
$$\sqrt[20]{3.26} = 1.0608669$$

测量不确定度的有效位数

最多只能取两位有效数字，可以理解为取 1 位和 2 位都可以，2 位以上是不允许的

我们选取的约定是：　最左边的第一位非零有效数字是 1 和 2 时，可取 2 位，
而 3 以上则只可用一位有效数字

修约法则的约定：　欲保留的最低位后的这位数**不为零则进位，为零则舍去**

$$u = 0.12134 \longrightarrow u = 0.13$$

$$u = 0.1201 \longrightarrow u = 0.12$$

$$u = 0.3201 \longrightarrow u = 0.4$$

$$u = 0.3021 \longrightarrow u = 0.3$$

测量结果的有效数字法则

测量结果的有效位数由测量不确定度决定

一旦测量不确定度的有效位数确定了，则应采用它的修约区间来修约测量结果

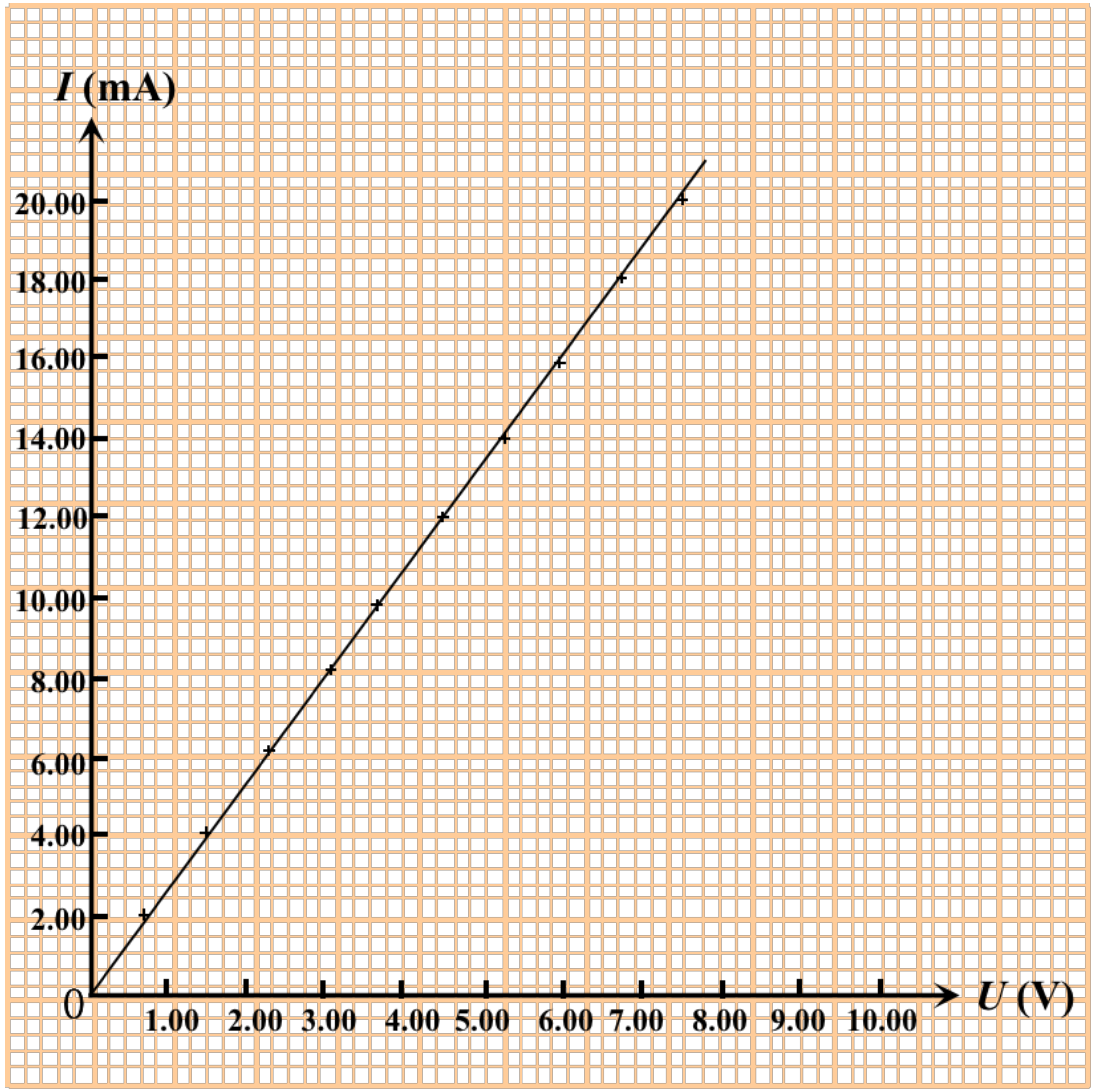
$$S = (2.35 \pm 0.04)\ \mathrm{cm}^2$$

$$S = (2.353 \pm 0.022)\ \mathrm{cm}^2$$

实验数据处理

(计算机)拟合作图

- 标出坐标轴名称、单位以及刻度
- 标出数据点
- 拟合曲线（使用光滑曲线）



- 有时候可以尽可能**<u>利用</u>**直线

比如 $y = Cx^n$ 可以转化成 $\log y = n \log x + b$

课程基本要求

1. **做好预习，写好预习报告**。了解这次实验的目的、原理、操作步骤和注意事项。

预习报告要求：

未写预习报告不能进行实验。

（1）写好实验目的、主要原理、公式（注明式中各量的意义）、电路图或光路图及关键步骤。

（2）在草表一栏画好原始数据表格。

2. 到实验室在动手前先了解仪器的**使用方法**和规则，尤其是**人身和仪器的安全**。实验中要仔细观察和正确记录原始数据。分析实验过程的合理性与规律

不可用铅笔记录数据。

原始数据必须记录在草表内。

数据完整、仪器还原后，经老师签字后方才有效。

不伪造！

不抄袭！

3. 认真写好实验报告。字迹清楚、图表正确，完整、误差分析定量、有效数字正确。

实验报告评分标准

预习报告成绩为30分，
原理20分，内容和其他10分。

1.原理中缺少有关公式和说明扣5分
2.无主要的图示扣5分
3.全文抄袭教材扣5分
4.抄袭别人的内容不给分

实验操作分为20分

1.违反操作规程。损坏仪器以至无法实验者20分不给
2.抄袭和伪造数据20分不给
3.操作中对仪器故障能自己排除，可适当加分
4.对仪器误差或缺陷有自己的见解和提出改进的意见可加分

实验报告分为50分

包括**数据处理和结果**，误差分析，实验心得及思考题解答等
要求学生数据清晰无涂改，误差分析合理，对实验作必要的讨论