

绝对误差 = 测量值 - 真值

2. **相对误差**：表示误差的严重程度，是一个无符号、无单位的量，通常用分数或百分数表示。计算公式为：

相对误差 =  $\left(\frac{|\text{测量值} - \text{真值}|}{\text{真值}}\right) \times 100\%$

3. **标准误差**（也称为标准差或均方根差，在实验教学中指有限次测量）：是一种衡量数据分散程度的统计量，用于评估测量结果的可靠性。计算公式为：

标准误差 =  $\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n |\text{绝对误差}|^2}$

其中  $n$  是测量次数， $\sum$  表示求和。

3. 误差的来源与分类：

| 名称             | 主要来源  | 特点  | 处理         | 举例             |
|----------------|-------|---|------------|----------------|
| 系统误差<br>(装置误差) | 装置本身  | 可预知， <u>可避免</u>                                   | 见下表        | 见下表            |
| 随机误差<br>(偶然误差) | 环境偶然性 | 是无规则涨落， <u>不可避免</u> 。存在一定的统计规律（一般服从 <u>正态分布</u> ） | 可通过多次测量来减小 | 测一本书的厚度（涨落）。   |
| 粗大误差<br>(过失误差) | 粗心大意  | <u>可避免</u>  | 避免         | 电表没调零就用/读错写错数据 |

| 系统误差   | 定义  | 处理                                  | 举例                        |
|--------|---|-------------------------------------|---------------------------|
| 已定系统误差 | 在同条件下，对同一个待测量进行多次测量，测量值和真值的偏离总是相同的那部分误差分量 | 可通过实验方法或引入修正值方法进行修正，也 <u>必须修正</u> 。 | 电表、读数显微镜的零位误差（调不好的，仪器本身的） |
| 未定系统误差 | 已知存在于某个范围，而不知具体数值的系统误差                    | 后面B类不确定度计算会提到。                      | 仪器的允差（示值误差）               |

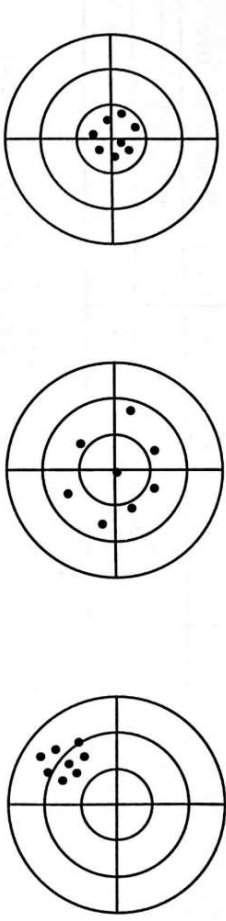
# 大物实验

## I. 绪论部分

From [b站链接](#) 和 [复习sheet](#)

### 1. 测量相关概念

- 1. **测量的四要素**：包括被测对象、测量程序、测量准确度和计量单位。这些要素是进行任何测量活动时需要考虑的基本方面。
- 2. **直接测量量**：指的是可以直接测量得到的量，不需要通过任何函数关系计算。
- 3. **间接测量量**：需要通过 **已知的函数关系**，将直接测量的量经过计算来得到想要测量的量。【算出来的】
- 4. **测量的精密度**：指多次重复测量得到的值相互接近的程度，反映了测量结果的一致性。
- 5. **测量的准确度**：指测量数据的平均值与**真实值接近**的程度，反映了测量结果的准确性。
- 6. **测量的正确度**：指测量数据集中于真实值附近的程度，这涉及到测量结果的系统误差。



pic1: 精密，不准确  
pic2: 不精密，但更准确  
pic3: 精密且准确

### 2. 误差

- 1. 误差特点：
  - 1. 普遍存在
  - 2. 误差是小量
  - 3. 无法得到误差值
- 2. 按误差定义分类：
  - 1. **绝对误差**：指的是测量结果与被测量的真实值之间的差异，它表示误差的大小，并且是一个有符号、有单位的量。计算公式为：

## (2) 正态分布 (高斯分布)

测量值的均值看做真值 (无穷次测量)

单峰性: 你的测量值和相差越小的值出现的概率越大。

对称性: 大小相等的正负误差等机会出现在真值两侧。

有界性: 非常大的误差出现概率几乎为 0。

抵偿性: 测量次数非常多时候, 正负误差几乎抵消为 0, 所以看做真值。

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

单次测量标准差

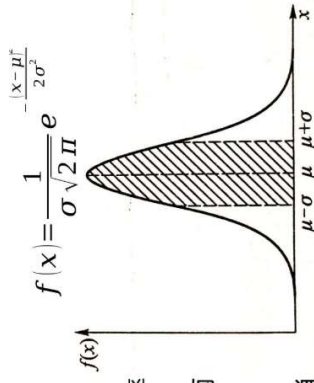
$$S(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

平均值标准差

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x_i)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

## 3. 不确定度

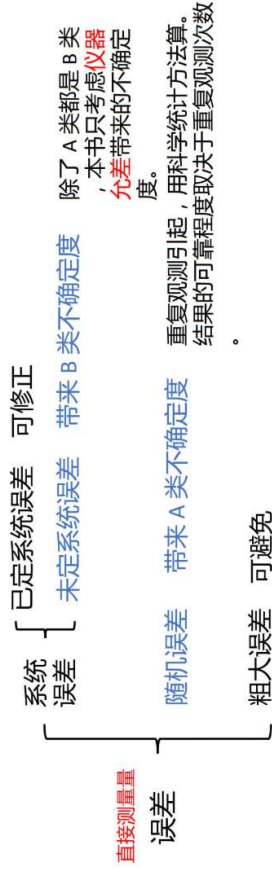
一个数/不为零的正数



意义: 真值的最佳估计值。做为我们的测量结果使用。

意义: 中随便某一次结果相对于偏离程度。

意义: 因重复测量导致的测量结果的分散程度, 即分散性, 即与真值的偏离程度, 评估着我们算出来的到底好不好。



直接测量的标准不确定度

间接测量的合成标准不确定度

扩展不确定度

### 3.1 不确定度计算:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow u(A) \approx S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\Delta_{\text{仪}} \Rightarrow u_B(X) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}}$$

(事实上,  $\Delta_{\text{仪}} = ku_B$ ) 只是默认取了  $\sqrt{3}$

$$u(X) = \sqrt{u_A(X)^2 + u_B(X)^2}$$

间接测量:

(2) 间接测量  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N)$  的合成标准不确定度  $u_c(Y)$

$$u_c(Y) = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_k} u(X_k) \right)^2} \quad Y \rightarrow u_c(Y) = Y \sqrt{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial \ln f}{\partial X_k} u(X_k) \right)^2}$$

f 是和差形式  
f 是积商形式

计算的时候, 先分别计算, 再用间接测量公式

• 以  $E = \frac{8DmgL}{\pi d^3bs}$  为例, 先算  $u(m), u(L), u(D), u(d), u(b), u(\delta s)$

$f$  是积商形式,  $\ln f = \ln 8g + \ln m + \ln L + \ln D - \ln \pi - 2 \ln d - \ln b - \ln \delta s$   
 $\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^5 E_i}{5} \rightarrow u_c(E) = \bar{E} \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{2u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u(\delta)}{\delta s}\right)^2}$   
 $= 1.92 \times 10^{11} \text{Pa} = 0.3 \times 10^{11} \text{Pa}$

## 4. 有效数字

- 位数问题 (高中学很多了...)
- 科学计数法:  $1.5\text{kg} \rightarrow 1500\text{g} (\times) \rightarrow 1.5 \times 10^3\text{g}$

### 4.1 单位换算:

➤ 十进制单位变换: 不影响有效数字位数

正:  $1200\text{ g} \rightarrow 1.200\text{ kg}$   
 误:  $1200\text{ g} \rightarrow 1.2\text{ kg}$

➤ 非十进制单位变换: 保持误差所在位在单位变换后还是有效数字末位

如:  $\bar{\theta} = 93.5^\circ$   
 误差为  $0.1^\circ$ , 先进行误差换算,  $0.1^\circ \rightarrow \frac{\pi}{180} \times 0.1\text{ rad} \approx 0.002\text{ rad}$   
 换算:  $\bar{\theta} = 93.5^\circ \rightarrow \bar{\theta} = \frac{\pi}{180} \times 93.5\text{ rad} = 1.632\text{ rad}$

### 4.2 运算法则:

- 加减: 结果可以数字位置与参与运算诸数可疑数字最大的位置一致。  
如:  $12.4 + 0.571 = 12.971 = 13.0$
- 乘除: 结果有效数字位数与参与运算诸数有效数字位数最少者相同。  
( $\pi$ 、 $g$ , 不参与其中)  
如:  $3600 \times 8.0 = 2.9 \times 10^4$

#### 【例 15】

$$\begin{array}{r}
 12.34 \\
 + \quad 2.3574 \\
 \hline
 14.6974 = 14.70
 \end{array}$$

#### 【例 16】

$$\begin{array}{r}
 2.3574 \\
 \times 12.3 \\
 \hline
 70722 \\
 47148 \\
 + 23574 \\
 \hline
 28.99602 = 29.0
 \end{array}$$

## 函数

➤ 三角函数的计算结果有效数字与角度的有效数字位数相同。

如:  $\sin(30.2) = 0.503019 = 0.503$

➤ 对数运算其尾数与真数的有效数字位数相同。

如:  $\lg 3.27 = 0.514$

➤ 其他函数: 自变量可疑位上下变动一个单位, 观察函数结果在那一位上变动, 结果的可疑位就取在该位。如: p19 【例9】

➤ 通过函数计算确定 (误差传递公式)。如: p21 【例17】

(1) 三角函数值的有效位数表示法

三角函数计算结果的有效数字与角度的有效数字位数相同。

【例 7】  $\sin(30.2) = 0.503019 = 0.503$

(2) 对数的有效位数表示法

对数运算结果的有效数字位数, 其尾数与真数的有效数字位数相同。

【例 8】  $\lg 3.27 = 0.514$

(3) 其他函数的有效位数表示法

下面给出一种简单直观的方法, 即将自变量可疑位上下变动一个单位, 观察函数结果在哪一位上变动, 结果的可疑位就取在该位上。

【例 9】 求  $\sqrt[20]{3.25}$ 。

因为

$$\begin{array}{l}
 \sqrt[20]{3.24} = 1.0605405 \\
 \sqrt[20]{3.25} = 1.0607039 \\
 \sqrt[20]{3.26} = 1.0608669 \\
 \sqrt[20]{3.25} = 1.0607
 \end{array}$$

所以

4.3 不确定度传递公式表：

5.8 常用函数的不确定度传递公式(见表 1-5-1)

表 1-5-1

| 函数式                     | 不确定度传递公式   |
|-------------------------|--|
| $y = x_1 + x_2$         | $u_y = \sqrt{u_{x_1}^2 + u_{x_2}^2}$   |
| $y = x_1 - x_2$         | $u_y = \sqrt{u_{x_1}^2 + u_{x_2}^2}$   |
| $y = ax_1 + bx_2$       | $u_y = \sqrt{a^2 u_{x_1}^2 + b^2 u_{x_2}^2}$   |
| $y = x_1 \cdot x_2$     | $u_y = y \sqrt{\left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2}$         |
| $y = x_1 / x_2$         | $u_y = y \sqrt{\left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2}$         |
| $y = x_1^m \cdot x_2^n$ | $u_y = y \sqrt{m^2 \left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + n^2 \left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2}$ |
| $y = kx$                | $u_y = ku_x$   |
| $y = \ln x$             | $u_y = \frac{u_x}{x}$  |
| $y = \sin x$            | $u_y =  \cos x  u_x$   |

4.4 有效数字的修约法则：

- 四舍六入五凑偶
- 不可连续修约！

正：15.455 → 15  
误：15.455 → 15.46 → 15.5 → 16

4.5 不确定度的保留位数！

- 不确定度保留位数
- 当不确定度第1位有效数字是1或2时，可取两位，3以上只可有1位有效数字。
- 不确定度修约法则
- 欲保留的最低位后的这1位数不为零则进位，为零则舍去。（因为要知最大误差限）

$u(s) = 0.0311 \dots \text{cm}^2 \rightarrow 0.04 \dots \text{cm}^2$

$u(s) = 0.0211 \dots \text{cm}^2 \rightarrow 0.022 \dots \text{cm}^2$

5. 测量结果的表达

最终结果的有效数字位数是由合成不确定度确定！

- 先保留不确定度的位数：1或2位有效数字，如果数字不为0则进位。
- 再保留均值的位数：均值的最后一位应与不确定度的最后一位对齐。
- 当结果较大或较小时，应注意使用科学计数法和进行单位换算。

6. 数据处理方法

6.1 逐差法



为发挥多次测量的优越性，将数据分成前后两组：

$A_1、A_2、A_3、A_4、A_5$ 为一组，  
 $A_6、A_7、A_8、A_9、A_{10}$ 为另一组；

将这两组对应相减，得出5组，且每一组相减间距是原来临近间距的5倍，这样有：

$$\Delta A = \frac{(A_6 - A_1) + (A_7 - A_2) + (A_8 - A_3) + (A_9 - A_4) + (A_{10} - A_5)}{5 \times 5}$$

这种处理数据的方法称为**逐差法**。此法的优点是充分利用所测的数据，有利于减少测量的随机误差和仪器带来的误差。

**条件：线性，等间距**

### 6.2 最小二乘法：

$n$ 组实验数据： $(x_i, y_i)$ ，若理论上满足直线方程： $y = bx + a$   
各测量沿垂直于 $x$ 轴的方向到直线的距离的平方和为：

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n [y_i - (bx_i + a)]^2$$

要使  $\epsilon$  最小、 $b$  和  $a$  取值为：

$$\begin{cases} \frac{\partial \epsilon}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n(\bar{x})^2} \\ a = \bar{y} - b \bar{x} \end{cases}$$

### 6.3 列表法

### 6.4 作图法

## 7. 绪论细节/错题

1. [23-24秋冬]

| 测量仪器        | 读出数值        | 有效数字                       |
|-------------|-------------|----------------------------|
| 最小分度 1mm 米尺 | 0.1mm 整数倍   | 可靠位 1mm 位 存疑位 0.1mm 位      |
| 50 分度游标卡尺   | 0.02mm 整数倍  | 可靠位 0.02mm 位 无存疑位，因为不估读    |
| 螺旋测微器       | 0.001mm 整数倍 | 可靠位 0.01mm 位 存疑位 0.001mm 位 |

2. **测量的四要素**：包括被测对象、测量程序、测量准确度和计量单位
3. 随机误差正态分布的行致：单峰性、对称性、有界性、抵偿性
4. 仪表七等级：0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 5.0, 数字越小准确度越高，  
 $k = \frac{\text{示值误差}}{\text{量程}} \times 100$
- 例题：电压表20mV，准确度等级1级，测得值5.6mV，求相对误差
  - $k = 0.1 \rightarrow$  示值误差  $20 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-5} = 0.02mV$
  - 相对误差  $\frac{0.02}{5.6} = 4\%$

系统误差的原因？

1. 仪器准确度不够（最小刻度、老化等问题）
2. 实验方案依据的理论公式不完善
3. 环境温度、湿度和条件变化
4. 测量者心理、习惯和人为因素

6. 如何减小、消除系统误差？

1. 仪器调整、标定
  2. 实验设计（例如分光计读数时使用双视窗，消除偏心差）
  3. 同一个人操作，避免读书差异
7. 误差的有效位数与修约法则和不确定度一样

## II. 分光计

1. 分光计调整的三个目的
2. 【粗调】
3. 【望远镜调焦无穷远】-- 自准直法 -- 示意图
  1. 平面反射镜放载物台，反光面正对望远镜
  2. 调目镜滚轮直到找到叉丝
  3. 调望远镜倾斜螺钉，同时微微左右移动，直到找到叉丝
  4. 调调焦螺钉直至清晰
  5. 调倾斜螺钉，亮十字与叉丝上刻线重合
4. 【望远镜光轴、载物台平面和分光计中心转轴垂直】
  - 放置：反射镜面⊥①②，望远镜正对反射面 / 转180°
  - 太偏上：调望远镜倾斜脚

- 太偏下：调载物平台下倾斜螺钉①②
- 第二步，反射镜改放①②连线平行的平台面的直径上，调节螺丝③重合，不能再动望远镜和①②了

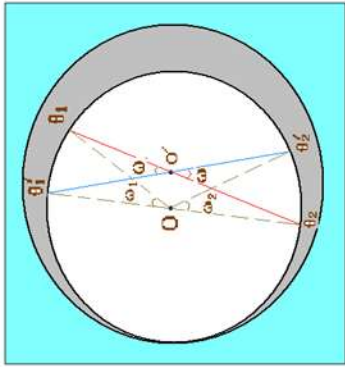
5. 分光光度计的组成：望远镜/平行光管/载物平台/读数装置

6. 三棱镜顶角为什么应接近平台中心偏上一点点的位置？

7. 【分光计左右窗读数的原理】：仪器偏心差

$$\omega = (\omega_1 + \omega_2) / 2;$$

$$\omega = [(\theta_1 - \theta_1) + (\theta_2 - \theta_2)] / 2$$



### III. 示波器

1. 李萨如：  $f_y : f_x = N_x : N_y$

2. 一些调节方法：

3:校正电压输出及接地。其中 CAL 连接器可连接输出校正电压信号 (1 kHz, 0.6  $U_m$ ) ,用于仪器的操作检测和探头波形的调整。⊥ 接地可用于接地测量。

4:垂直调节部分:CH1、CH2 接口用于输入信号的连接;EXT 指触发源连接接口;VOLTS/DIV 指偏转因数选择;POSITION 为垂直位移调节;CH1、CH2 按钮用于通道显示选择;GND 指接地选择;DC/AC 指交直流耦合选择;ADD 指 CH1、CH2 两信号叠加;INV 指倒相选择。

5:水平调节部分:POSITION 为水平位移调节;TIME/DIV 指扫描速率和幅度选择;FINE 指水平位移微调;MAG  $\times 10$  指光标在水平方向扫描速度扩大 10 倍;ALT 指交替显示模式;CHOP 指断续显示模式。

6:触发部分:TRIG LEVEL 指调节触发电平幅值;SLOPE 指触发斜率选择;SOURCE 指触发源选择;COUPL 指触发耦合模式选择。

7:HORIZ DISPLAY 水平显示模式;A 指单踪或双踪显示选择,X - Y 指李萨如图等闭合曲线显示选择。

8:SWEEP MODE 扫描模式选择:AUTO, NORM, SCL/RST。

9:FUNCTION:光标测量。

3. 仪器：示波管、放大器(X轴放大,Y轴放大)、扫描和触发

4. 用比较法验证  $f_y = n f_x$ ,  $f_y$  是信号频率,  $f_x$  是扫描频率;  $T_y > T_x$  右移,  $T_y < T_x$  左移

5. 电压测量:

- 直接测量法:  $U_{P-P} = D \cdot h$ , VOLTS/DIV 选择偏转因数
- 光标测量法:  $\Delta U - \Delta t - OFF$  选择  $\Delta U$ , TCK/C2 选择光标

6. 频率测量:

- 直接测量法,  $T_x = Q \cdot x$
- 光标测量法

7. 二极管正向导通电压测量:

电路图:

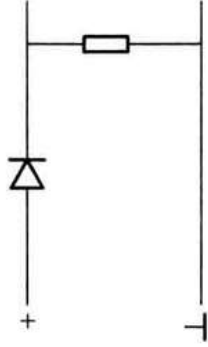


图 4 - 1 - 8

计算公式:  $(\frac{U_{P-P}}{2} - U_{2p})$  是导通电压

8. 相位差测量:

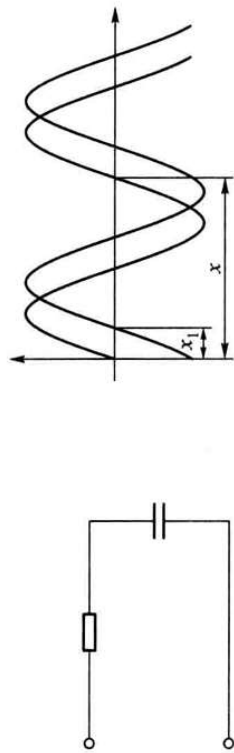


图 4 - 1 - 9

图 4 - 1 - 10

$$\text{相位差 } \Delta\phi = \frac{X \text{ 方向上两个波形起点间距离 } x_1 (\text{cm})}{X \text{ 方向上一个周期所占的距离 } x (\text{cm})} \times 360^\circ$$

9. 左移/右移: 调整TRIG LEVEL