Homework 1 Odd–Even Sort Report

B114062508 張熯尹

Implementation

資料分配策略

在平行程式中，我先把 N 筆資料平均切給 P 個 process，餘數則分給前幾個 process，確保負載最平均。若 process 數大於資料量，就用 MPI_Comm_split 把沒有資料的 process 剔除，避免浪費資源。每個 process 再透過計算 offset，用 MPI_File_read_at 直接讀取自己負責的區段，最後用 MPI_File_write_at 寫回，省去集中到 rank 0 分發的低效做法，大幅提升 I/O 效率。

```
long long base = (N > 0 ? N / size : 0);
long long rem  = (N > 0 ? N % size : 0);
long long local_n = base + (rank < rem ? 1 : 0);
```

```
long long offset;
if (rank < rem) {
  offset = rank * (base + 1);
} else {
  offset = rem * (base + 1) + (rank - rem) * base;
}
```

平行 I/O

在輸入與輸出階段，我使用了 **MPI-IO 的平行存取機制**，讓每個 process 可以直接讀取與寫入自己負責的資料區段。透過 MPI_File_read_at，每個 process 能根據計算好的 offset 精準讀取屬於自己的片段，而在排序完成後，再利用 MPI_File_write_at 將結果寫回到正確的位置。

I/O 緩衝配置

在讀檔時，我原本使用 std::vector data(local_n) 配合 MPI_File_read_at。這種做法會先把整段記憶體清成 0，再被檔案資料覆蓋，等於多了一次不必要的初始化。

後來改成先用 malloc 分配未初始化的緩衝，直接讓 MPI_File_read_at 寫入，再用 data.assign 複製到 vector。

```
// 原本：初始化 + 覆寫（兩次寫）
std::vector<float> data(local_n);
MPI_File_read_at(..., data.data(), ...);

// 改良後：只寫一次
float* temp = (float*)malloc(local_n * sizeof(float));
MPI_File_read_at(..., temp, ...);
data.assign(temp, temp + local_n);
free(temp);
```

雖然 malloc 在 I/O 階段比 vector 更快，但我沒有把整個程式都改成 malloc。原因是 vector 自動管理記憶體還是比較方便。

Local Sort

每個 process 在獲得自己的區段資料之後，首先會進行本地排序。在這裡，我測試了多種排序方式。最初使用的是 std::sort，它在大部分情況下表現不錯。但後來我發現，Boost 提供的 spreadsort 對於浮點數排序特別高效，因此我將其作為預設選項。從效能

實驗來看，spreadsort 在大資料下比 std::sort 或 std::stable_sort 快了許多，這個優勢在平行化後仍然相當明顯。

Odd–Even Sort

每一輪排序分為兩個相位：**Even phase** 與 **Odd phase**。在 Even phase 裡，所有偶數編號的 process 會與右邊的鄰居交換資料；而在 Odd phase 裡，則輪到奇數編號的 process 與右鄰交換。這樣交錯執行，就能確保整個排序過程持續推進。

為了降低不必要的通訊開銷，我在每個相位開始前，並不會直接整段交換資料，而是先交換彼此的邊界值（最小值與最大值），來去判斷是否有重疊或是 合併的需求。如果邊界比較後發現彼此的資料範圍已經完全分開，那麼這一輪的兩個 process 就不需要傳輸完整的資料，能省下大量的時間。

當確定需要合併時，才進行完整的交換。合併的方式並不是直接整合，而是透過rank 較小的 process 保留「較小的一半」元素，rank 較大的 process 保留「較大的一半」。這樣做能保證合併後兩個分段仍然保持排序正確，並且符合全域的順序要求。

每一輪相位結束後，所有 process 會透過一次 MPI_Allreduce 確認這一輪是否有發生交換。如果整輪都沒有任何資料被合併或修改，就代表整個全域的資料已經完全有序，可以提前結束迴圈。這個 early-stop 機制讓程式能夠在資料分布已經有序的情況下快速收斂，而不必硬跑滿所有迴圈次數。

Experiment & Analysis

Methodology

System Spec

- **環境**：NTHU Apollo HPC (Intel Xeon, 256 GB RAM, Lustre FS, InfiniBand)。
- **測資**：第 35 筆 testcase (536,869,888 筆浮點數)，確保運行時間足夠觀察 scalability。

Performance Metrics

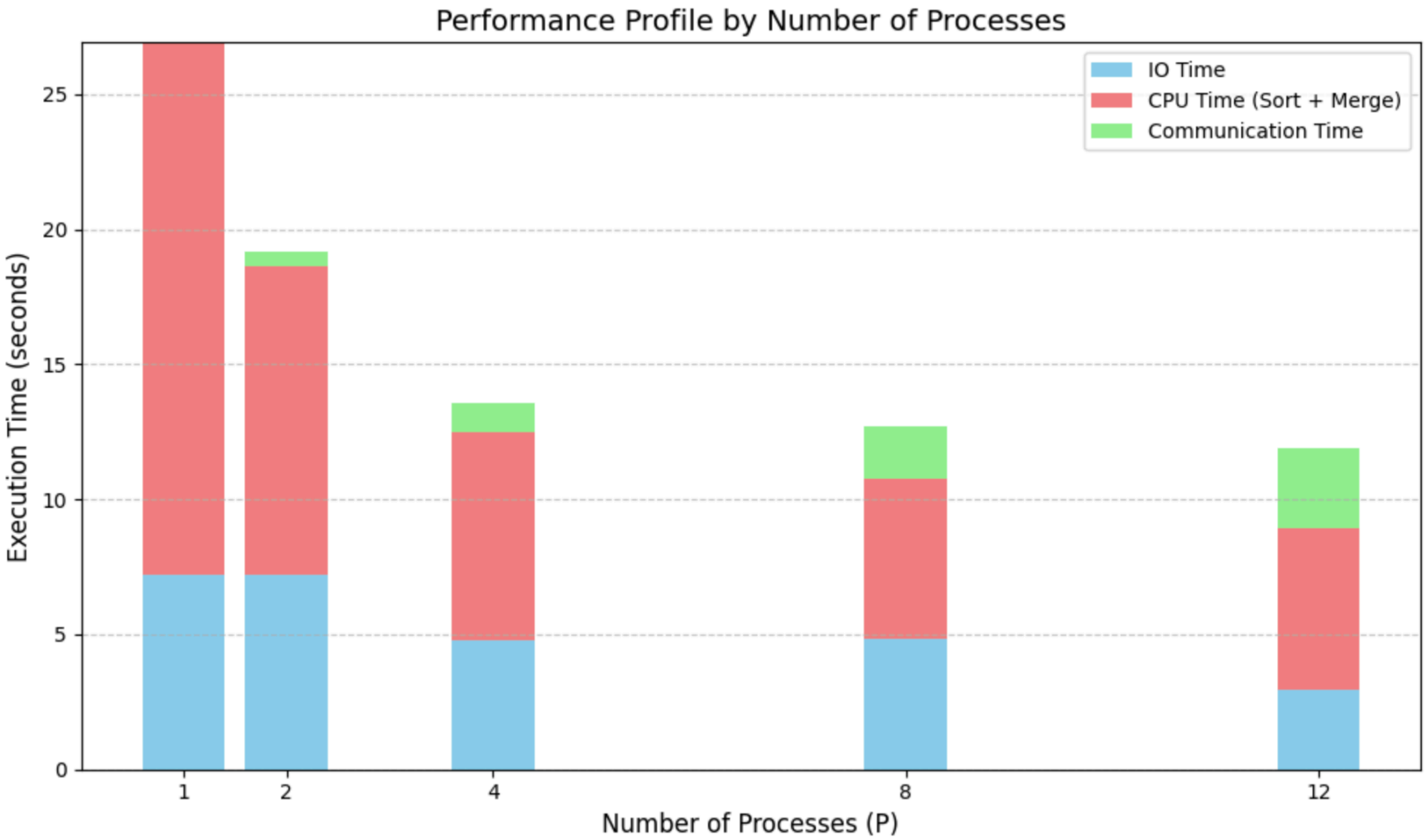
我透過 `MPI_Wtime()` 量測各區段的時間，並在 root (rank 0) 使用 `MPI_Reduce(..., MPI_MAX, ...)` 取每個區段的最大值，反映整體執行時間 (makespan)，因為最慢的 process 會決定程式完成時間。具體定義如下：

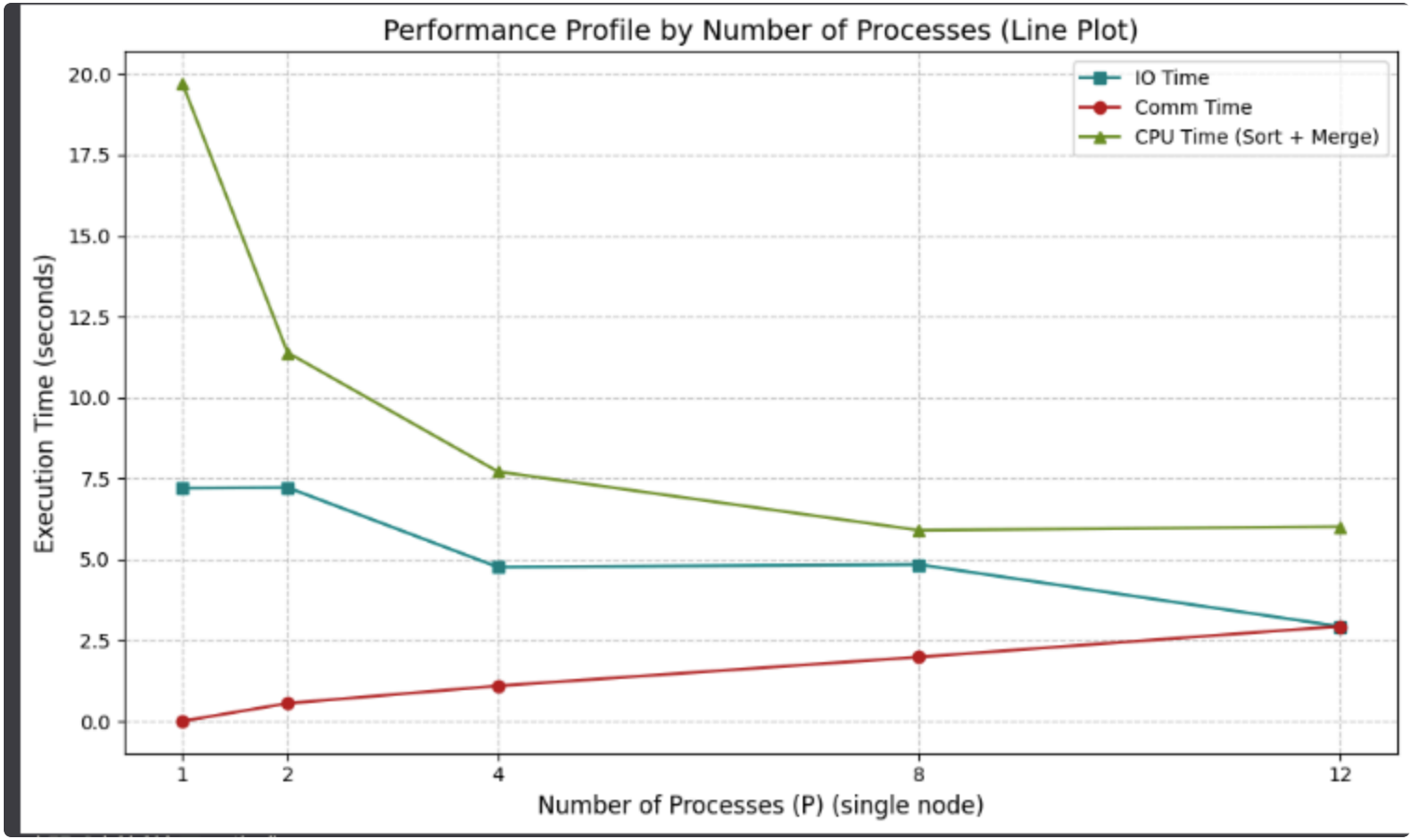
- **I/O**
  - `max_read`：每個 process 讀取自己區段資料 (`MPI_File_read_at`) 的耗時。
  - `max_write`：每個 process 寫回輸出 (`MPI_File_write_at`) 的耗時。
  - `IO = max_read + max_write`。
- **CPU**
  - `max_sort`：本地排序 spreadsort::spreadsort 的時間。
  - `max_merge`：Odd-Even Sort 階段進行跨 rank 合併的時間。
  - `CPU = max_sort + max_merge`。
- **Communication**
  - `max_comm_p`：交換邊界值 (min/max) 進行探測 (probe) 的時間。
  - `max_comm_d`：確定需要交換後，進行整段資料傳輸的時間。
  - `Comm = max_comm_p + max_comm_d`。
- **Total**
  - 整體程式執行時間：`max_total`。

Plots: Speedup Factor & Profile

Time Profile

Single Node


Performance Profile by Number of Processes
IO Time
CPU Time (Sort + Merge)
Communication Time
Execution Time (seconds)
0
5
10
15
20
25
1
2
4
8
12
Number of Processes (P)

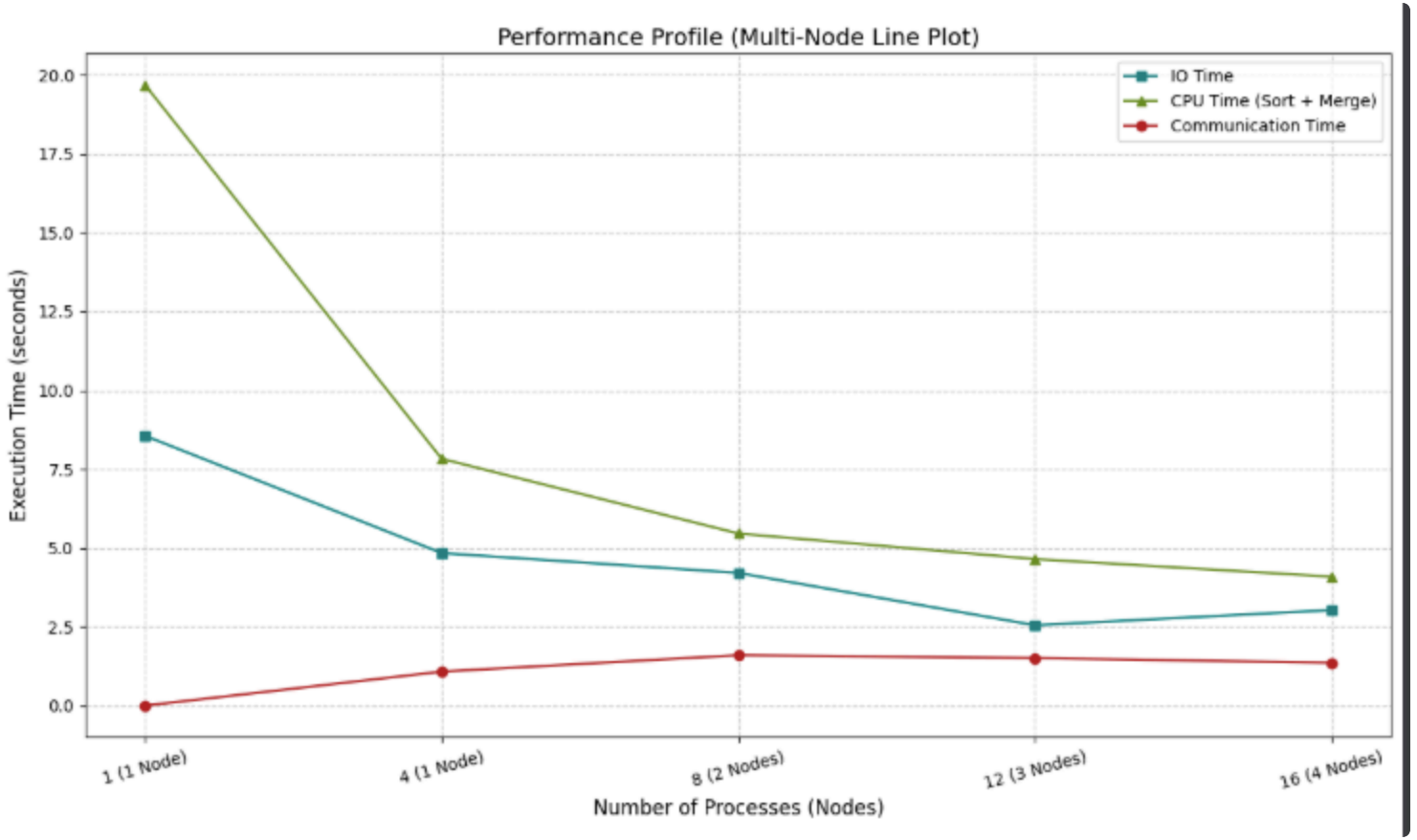


所有實驗皆在單節點環境執行，並逐次增加 process 數量（1、2、4、8、12）。在單節點下，CPU 時間隨著 processes 增加快速下降，因為隨著 process 數目增加每個 process 所 需處理的資料量就成反比的減少，因此可以減少 CPU time。IO time 也有隨著 process 數量變多而遞減，原因是 process 可以平行 的做 IO 所以使得 IO time 減少。Communication time 一開始會隨著 processes 數增加而成長，並且在實驗中呈現持續上升的趨勢。這是因為 odd-even sort 本質上需要鄰居間的頻繁交換，當 processes 越多，整體需要的交換次數也隨之增加，即使每次交換的資料量不大，通訊延遲與同步

開銷仍會累積成為主要的瓶頸。這也是為什麼在 8 與 12 個 processes 的情況下，雖然 CPU 計算時間已經接近極小值，但總執行時間的改善幅度有限。

Multi Node


Performance Profile (Multi-Node)
IO Time
CPU Time (Sort + Merge)
Communication Time
Execution Time (seconds)
0
5
10
15
20
25
1 (1 Node)
4 (1 Node)
8 (2 Nodes)
12 (3 Nodes)
16 (4 Nodes)
Number of Processes (Nodes)



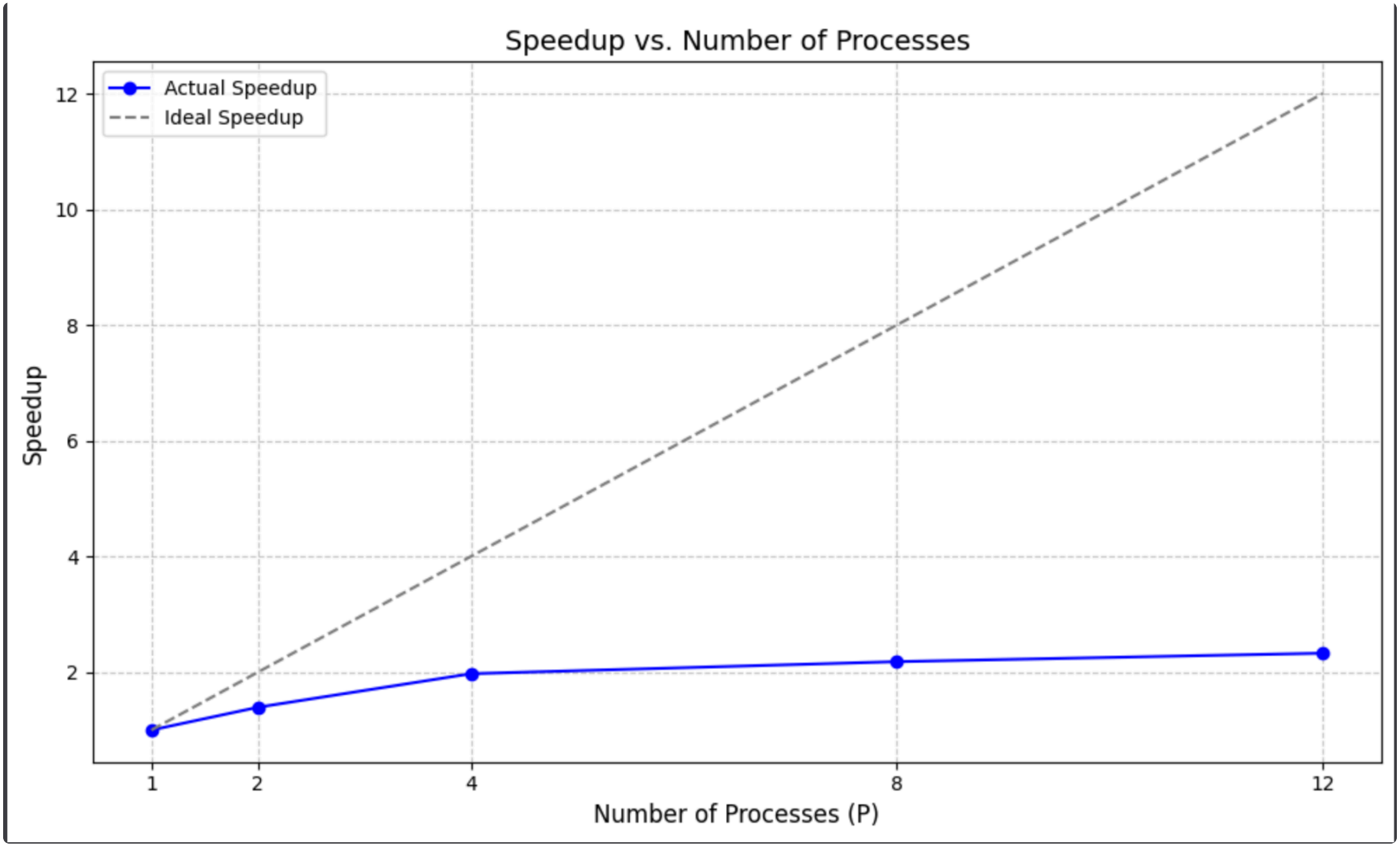
在多節點環境下，我的實驗分別使用了 1、4、8、12、16 個 processes，並固定每個節點配置 4 個 processes（即 –mincpus=4）。這樣的設計可以逐步增加節點數量，從單節點一路擴展到四個節點，藉此觀察跨節點後效能變化的趨勢。

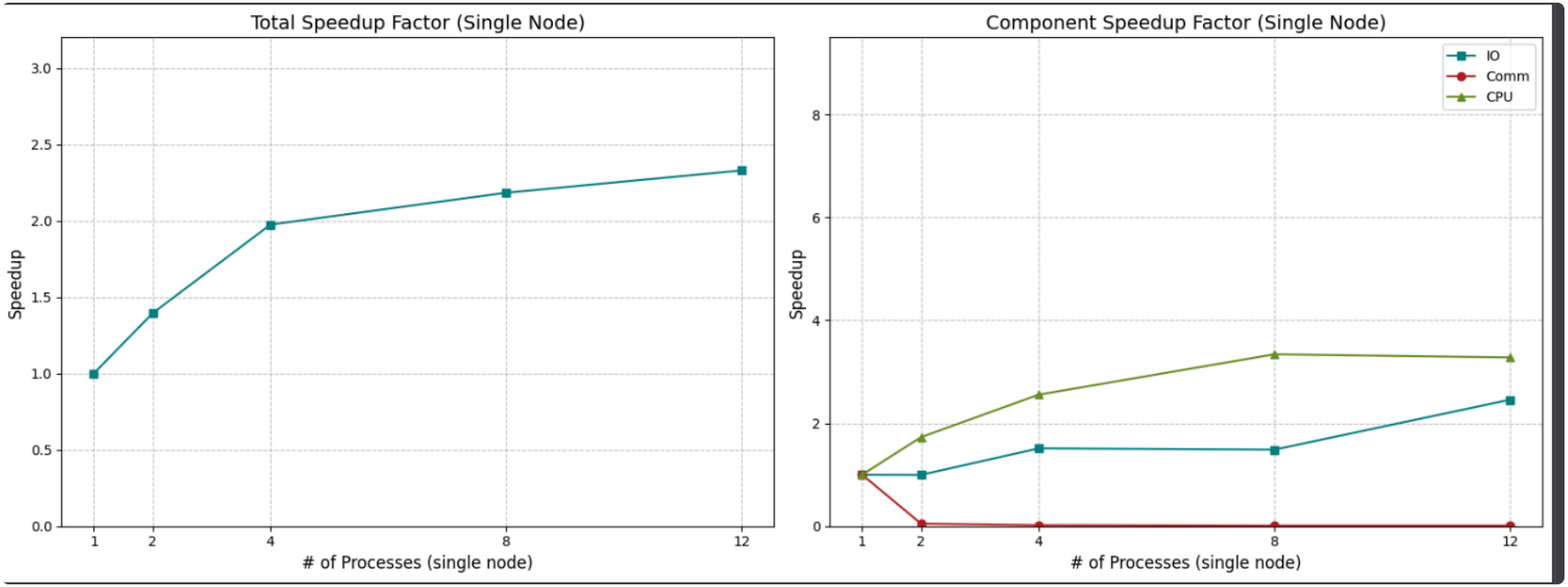
IO 在多 node 下沒有隨著 process 數量持續下降，反而波動，這可能是跨節點並行 I/O 的 overhead。CPU 大幅下降到 16 proc 只剩下 4s。Comm 從 8 procs 開始顯著上升，但 12、16 procs 時有下降趨勢，顯示 MPI Odd-Even Sort 的交換次數上限被碰到

整體來說，Multi-Node 的 scaling 效果仍然存在，但相較於單節點，效能改善幅度受到通訊影響而趨緩。這反映了 Odd-Even Sort 在多節點環境下的結構性限制：它需要頻繁的鄰居交換，而跨節點的交換代價遠高於同一節點內的交換。

Speed Factor

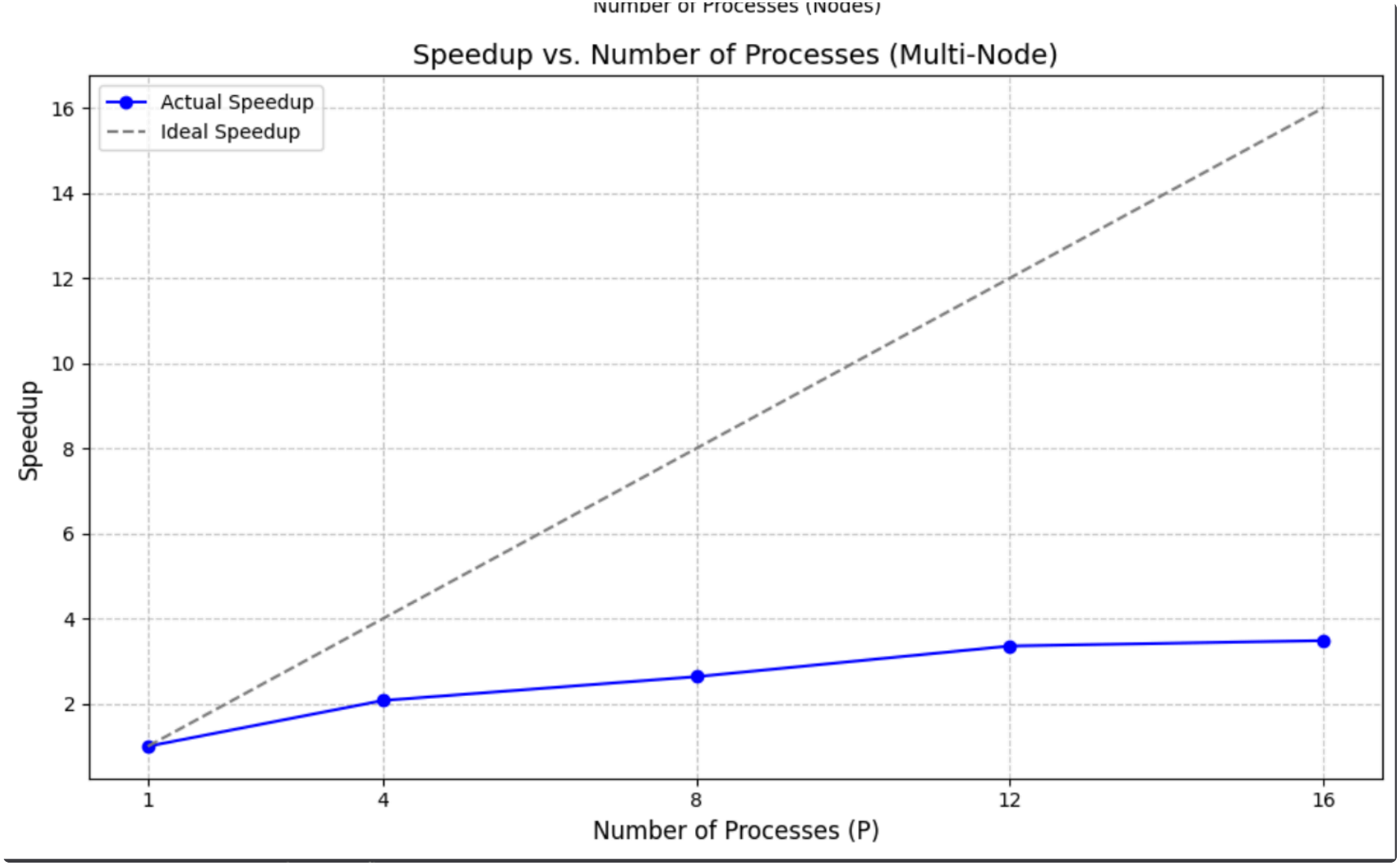
Single Node

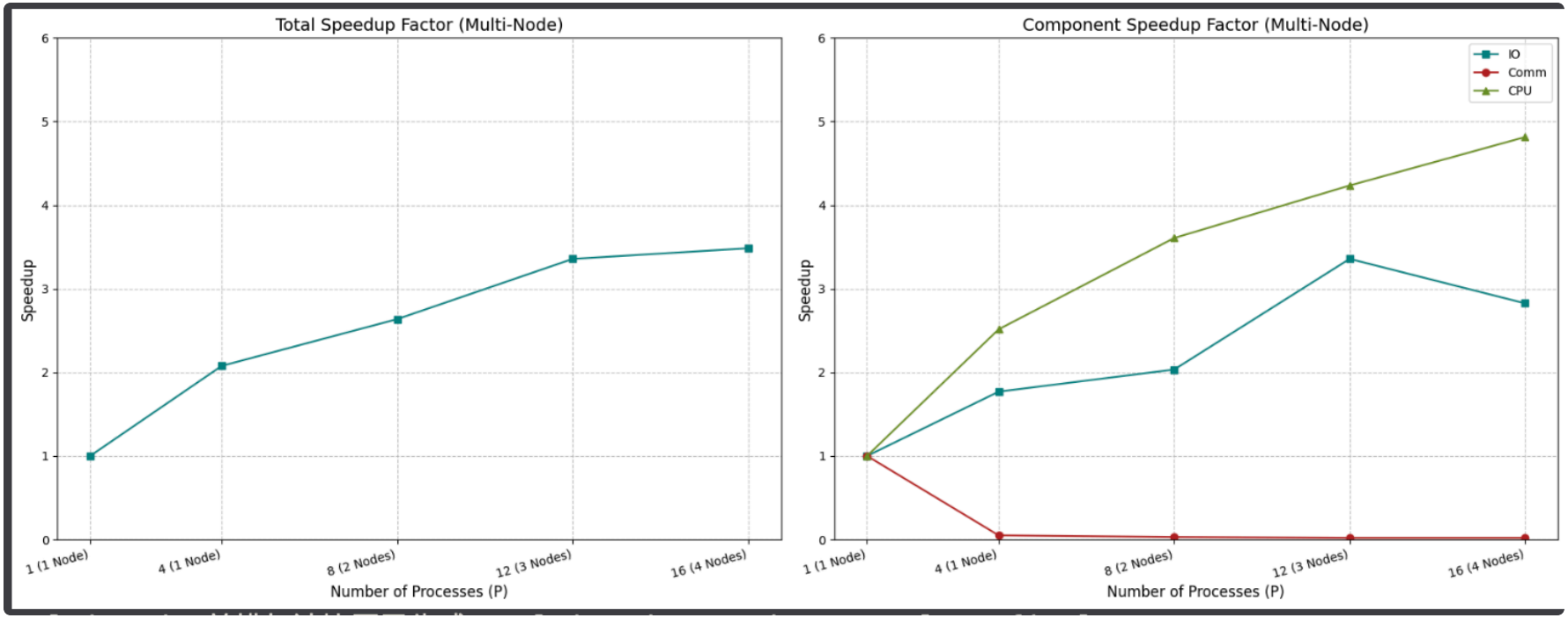

Speedup vs. Number of Processes
Actual Speedup
Ideal Speedup
Speedup
Number of Processes (P)
12
10
8
6
4
2
1
2
4
8
12



在單節點的情況下，隨著 process 數量的增加，程式的加速比呈現正向成長，但成長幅度逐漸趨緩。從 1 process 到 12 processes，speedup 從基準的 1 倍提升到約 2.33 倍，顯示平行化確實能帶來效能改善。不過，實際曲線並未接近理想的線性加速，原因在於 Odd-Even Sort 本質上需要頻繁的鄰居交換，當 process 數增加時，通訊與同步的比例逐漸提高，使得 CPU 計算的下降效益被抵消。這也是為什麼在 8 與 12 processes 的實驗中，雖然 local sort 的時間已經接近最小值，但 speedup 的增幅明顯放緩。

Multinode


Number of Processes (Nodes)
Speedup vs. Number of Processes (Multi-Node)
Actual Speedup
Ideal Speedup
Speedup
16
14
12
10
8
6
4
2
1
4
8
12
16
Number of Processes (P)



在多節點的情況下，加速效果雖然持續存在，但受到網路通訊的限制更為明顯。從 1 process 到 16 processes，總時間從 29 秒降到 8.4 秒左右，加速比約為 3.48。雖然比單節點的 2.33 倍更好，但與理想的 16 倍相差甚遠。這是因為當 process 跨越節點後，每一次交換都必須經過網路堆疊，造成更高的延遲與同步成本。尤其在 Odd-Even Sort 需要頻繁交換的情況下，跨節點的溝通變成主要瓶頸。因此，雖然多節點能持續降低執行時間，但 speedup 曲線在高 process 數量時變得更加平緩

Discussion

在單節點環境中，程式的效能變化可以很明顯地拆解為三個部分。CPU 時間隨著 process 數量增加而快速下降：從單 process 的 19.71 秒一路減少到 8 process 的 5.90 秒，證明了 local sort 的平行化確實有效。但在 12 process 時，CPU 卻微幅上升到 6.01 秒，這代表資料切分過小時，排序與合併的額外開銷開始抵銷效益。I/O 在 1 到 4 個 process 之間下降幅度最大（7.20 → 4.76 秒），但之後幾乎持平，顯示磁碟競爭成為瓶頸。至於通訊，從 2 process 開始就持續增加，在 12 process 時達到 2.93 秒，與 I/O 時間幾乎持平，說明在單節點下的限制來自同步交換的累積成本。這也是為什麼總時間在 8 和 12 process 之間的改善幅度有限。

在多節點實驗中，總時間下降得更明顯：從 1 process 的 29.37 秒降到 16 process 的 8.43 秒。CPU 部分幾乎呈線性下降，從 19.69 秒降到 4.09 秒，這是 speedup 的主要來源。然而，I/O 並不像單節點那樣隨著 process 數穩定下降，反而在 8 到 16 process 間出現震盪（4.21 → 2.55 → 3.03 秒），這與跨節點的 MPI-IO 有關，平行存取帶來了同步與網路干擾，導致效能不穩。通訊時間在 8 process 時達到最高 1.60 秒，但之後反而下降到 1.36 秒，這與 Odd-Even Sort 的演算法特性有關：每個 process 只和鄰居交換，當跨節點 process 數再增加，單次交換的資料量反而更小，抵銷了一部分網路延遲

Experiences / Conclusion

這次作業讓我體會到效能優化的複雜性。有時候小小的改動就能縮短時間，但照理論設計的優化反而會讓程式更慢。我曾嘗試改寫 merge，結果比原本簡單直覺的版本還慢，這讓我意識到最簡單的方法有時就是最好的。

最大的困難是難以理解為什麼別人的程式能比我快一半，但這也提醒我效能優化需要大量實驗與驗證，而不是只靠直覺。透過這次作業，我除了熟悉了平行化設計與 MPI 的使用方式，也學到效能分析與調整的方法。