算法设计与分析

作业（十）

姓　　名	熊恪峥
学　　号	22920202204622
日　　期	2022年5月25日
学　　院	信息学院
课程名称	算法设计与分析

作业（十）

目录

1 题11.2

Proof. 先证充分性。

若$LongestPathLength$为多项式时间可解的问题，设时间复杂度为$\mathcal{O}(P(n))$，则解决$LongestPath$问题可等价于判定

$$LongestPathLength(G, u, v) \neq \infty$$

这个方法的时间复杂度就是$\mathcal{O}(P(n)+1) = \mathcal{O}(P(n))$，因此$LongestPath$问题多项式时间可解。

再证必要性。

若$LongestPath$为多项式时间可解的问题，设时间复杂度为$\mathcal{O}(P(n))$，则算法1 可以解决$LongestPathLength$问题。

算法 1 解决$LongestPathLength$

procedure LONGESTPATHLENGTH(p, k, n)
  for $i = 1 \to |\mathcal{V}|$ **do**
    if *not* LONGESTPATH(G,u,v,i) **then**
      return $i - 1$

$LongestPathLength$的内层循环次数不超过$|\mathcal{V}|$，它的时间复杂度是$\mathcal{O}(|\mathcal{V}|P(n))$，因此是多项式时间可解的。

□

2 题11.3

假设TSP问题是多项式时间可解的，求出回路的权值只需要在算法给出的顶点序列中累加对应边的权值。如算法2。

算法 2 解决$TSPLength$

procedure TSPLENGTH(G)
  $\mathcal{V} = TSP(G)$
  $len \leftarrow 0$
  for $i = 1 \to |\mathcal{V}|$ **do**
    $len \leftarrow len + w[\mathcal{V}[i], \mathcal{V}[i-1]]$
  $len \leftarrow len + w[\mathcal{V}[|\mathcal{V}|-1], 0]$
  return len

3 题11.4

优化问题：找出一条从u到u的简单回路，使得这条回路的权值和w最大。

判定问题：是否存在一条从u到u的简单回路，这条回路的权值和至少为w。

它的语言如(1)。

$$LongestPath = \{< G, u, w >: G(V,E)\text{是无向图}, u \in V, \text{存在从}u\text{开始的回路，它的权值和不少于}w\} \quad (1)$$