



算法设计与分析

作业（八）

姓 名	熊恪峥
学 号	22920202204622
日 期	2022年4月20日
学 院	信息学院
课程名称	算法设计与分析

作业（八）

目录

1	题9.2	1
2	题9.5	1
3	题9.7	1
4	题9.18	1
5	题9.18	1
6	题9.18	1
7	实现匈牙利算法	1

1 题9.2

源点：教授家

汇点：学校

顶点：街道拐角

边：若 u 和 v 之间有街道，连一权值为1的边

则若存在一条权值 ≥ 2 的流，就可以上同一所学校。

2 题9.5

证明： $c_f(u, v) + c_f(v, u) = c(u, v) + c(v, u)$. 由对称性 $f(u, v) = f(v, u)$

$$\begin{aligned} c_f(u, v) + c_f(v, u) &= c(u, v) - f(u, v) + c(v, u) - f(v, u) \\ &= c(u, v) - f(u, v) + c(v, u) - f(u, v) \\ &= c(u, v) + c(v, u) \end{aligned}$$

□

3 题9.7

Proof. 原命题等价于若一个网络中所有的容量之都不同，则存在一个唯一的最大流

则最大流 $|f|$ 有

$$\begin{aligned} |f| &= \max \sum_{v \in V} f(s, v) \\ &= f(s, v_1) + f(s, v_2) + \cdots + f(s, v_k) + \cdots + f(s, v_n) \end{aligned}$$

存在 $v_k \in V$ 使得 $f(s, v_k) = c(s, v_k)$

若有两个最大流，设 $f(s, v_k) = c(s, v_k) < f'(s, v'_k) = c'(s, v'_k)$ 则在 f 中用 (s, v'_k) 替代 (s, v_k) 可以使得 $|f|$ 更大，且 $|f'| = |f|$ 则存在一个唯一的最大流。由最大流最小割定理得有唯一的最小割。 □

4 题9.8

5 题9.9

6 题9.18

将信 i 与除 j 之外剩余的 $n - 1$ 个信封连边构成二分图，求该二分图的最大匹配，就能尽可能多地正确装入信封中

7 实现匈牙利算法