



算法设计与分析

作业（一）

姓 名	熊恪峥
学 号	22920202204622
日 期	2022年2月24日
学 院	信息学院
课程名称	算法设计与分析

作业（一）

目录

1	题1.2	3
2	题1.5	3
3	题1.6	3
4	题1.7	4
5	题1.8	4
6	题1.9	4
7	题1.10	4
8	题1.11	4
	引用	4

1 题1.2

2 题1.5

$FindMax(A)$ 算法每一行执行的次数如表1

表格 1: 执行一行的次数

花费	次数
c_1	1
c_3	$n-1$
c_4	$\sum_{j=2}^n t_j$
c_5	1

其中 t_j 为

$$t_j = \begin{cases} 1 & \text{当for循环的第j轮中if条件成立} \\ 0 & \text{当for循环的第j轮中if条件不成立} \end{cases}$$

则算法运行所需要的时间为

$$T(n) = c_1 + c_3 \times (n - 1) + c_4 \times \sum_{j=2}^n t_j + c_5 \quad (1)$$

当 A 中的最大值的位置在末尾时，(1)中 t_j 满足

$$t_2 = \dots = t_n = 1$$

此时 $T(n)$ 最大，最大值为

$$\begin{aligned} T(n) &= c_1 + c_3 \times (n - 1) + c_4 \times (n - 2) + c_5 \\ &= c_1 - c_3 - 2 \times c_4 + c_5 + (c_3 + c_4) \times n \end{aligned}$$

则 $FindMax(A)$ 的时间复杂度为

$$O(n)$$

3 题1.6

$FindMax(A)$ 有循环不变量 L_j

L_j : 在for循环的第j个迭代执行前， max 中有 $A[1 \dots j - 1]$ 中的最大值

初始步： 在循环开始前， $max = A[1]$ 是 A 中的最大值， L_1 为真；

归纳步： 如果在循环的第 k 个迭代前 L_{k-1} 为真，则 max 有 $A[1 \dots j - 1]$ 中的最大值，当执行迭代 $j = k$ 时，若 $A[k] > max$ 则令 $max = A[k]$ 。此时 max 有 $A[1 \dots j]$ 中的最大值。在下一迭代开始前， L_k 为真；

终止步： 此时 $j = n + 1$ ，由第二步的保证， L_n 为真，则 max 有 $A[1 \dots n]$ 中的最大值。对于任意输入 A ，

此 $FindMax(A)$ 都有一个正确的输出。因此 $FindMax(A)$ 是正确的。

4 题1.7

Algorithm 1 查找最大值，返回下标

```

1: procedure FINDMAX( $A$ )
2:    $max \leftarrow 1$ 
3:   for  $j \leftarrow 2$  to  $n$  do
4:     if  $A[j] > A[max]$  then
5:        $max \leftarrow j$ 
   return  $max$ 

```

5 题1.8

6 题1.9

7 题1.10

若前者比后者快，则有

$$100n^2 \leq 2^n$$

解得

$$n \geq 14.324727836998200633849297216651$$

则从 $n = 15$ 前者比后者快.

8 题1.11

若插入排序的效率高于归并排序，则有

$$8n^2 \leq 64n \log n$$

解得

$$n \leq 6.5070996729820298949891210615877$$

则当 n 取1, 2, 3, 4, 5, 6时插入排序的效率高于归并排序.

References

- [1] P. Y. Pawar and S. H. Gawande, "A Comparative Study on Different Types of Approaches to Text Categorization," *International Journal of Machine Learning and Computing*, vol. 2, no. 4, pp. 423-426, 2012.