



算法设计与分析

作业（六）

姓 名	熊恪峥
学 号	22920202204622
日 期	2022年3月31日
学 院	信息学院
课程名称	算法设计与分析

作业（六）

目录

1	题7.3	1
2	题7.6	1

1 题7.3

首先，要使用尽可能少的教室来调度所有的活动，等价于求最大兼容子集的个数。所以可以反复调用 $GreedyTaskSelect$ 然后将选出的兼容子集从原集合中减去。直到所有的活动都被减去。如算法1

算法 1 安排教室

Input: 活动集合A

```
1: procedure ASSIGNCLASSROOM(A)
2:    $n \leftarrow 0$ 
3:   while A is not empty do
4:      $S \leftarrow GREEDYTASKSELECT(A)$ 
5:      $A \leftarrow A - S$ 
6:      $n \leftarrow n + 1$ 
7:   return n
```

由于 $GreedyTaskSelect$ 有时间复杂度 $\mathcal{O}(n)$ ，设想一个最坏情况，即每一个活动有相同的开始和结束时间，那么 $AssignClassRoom$ 的时间复杂度就是 $\mathcal{O}(n^2)$ 。因为它调用了 $GreedyTaskSelect$ 共 n 次。

证： $AssignClassRoom$ 有贪心选择性质和最优子结构性质。如果一个教室分配不是最优的，那么存在至少两个教室 C_i 和 C_j ，使得 C_i 和 C_j 的活动集合 A_i 和 A_j 不是最大兼容子集。设 C_i 较最大兼容子集少， C_j 包含缺少的元素，那么将 C_j 的元素加入 C_i ， C_i 就包含最大兼容子集，而教室总数减少1

因此任何一个合法的解都能改造成贪心解，使得教室的分配是最优的。该问题有贪心选择性质。

如果在所有活动中移除一个活动 $\{S - a_i\}$ ，假设这个活动被分配到了 C_i ，那么移除之后 C_i 依然包含一个最大兼容子集可见教室分配的方案依然是每个教室分配一个 $\{S - a_i\}$ 的最大兼容子集的最优解。

因此任何一个解都是由一次贪心选择和一个子问题构成的。该问题有最优子结构性质。

□

2 题7.6