

# 关于中国人口增长的预测

## 【摘要】

本文主要基于改进的灰色预测模型、人口动态转移模型分别对我国的人口增长做了定量分析。模型一中改进的灰色预测模型精确度较高，预测出我国总人口数持续增长并稳定在最终 15 亿左右的水平，但是由于灰色预测模型自身的局限性，进行长期预测时误差较大，因此此模型只适用于中短期人口预测；模型二中人口动态转移模型充分考虑了影响人口增长的各个因素，并基于相邻年份的总人口数之间较大的相关性，较准确的预测出了未来 100 年我国人口的增长趋势与《国家人口发展战略研究报告》大体一致，在 2026 年左右出现了人口的一个高峰期，并逐渐递减，总人口数最终在 2105 年稳定在 10 亿水平左右。本论文中对这两个模型进行了较全面地分析和评价，并基于此对我国的经济发展及人口问题决策提出了建议。最后利用 Bertalanffy 模型预测了我国的人口增长的总趋势，并结合以上两个模型所得到的数据提出了人口问题的两点疑问。

【关键字】人口预测、改进的灰色预测模型、人口动态转移模型、Bertalanffy 模型



## 【问题重述】

中国是一个人口大国，人口问题始终是制约我国发展的关键因素之一。近年来，中国的人口发展出现了一些新的特点，例如，老龄化进程加快，出生人口性别比持续升高，以及乡村人口城镇化等。试从中国的实际国情和这些人口增长的新特点出发，结合一定的数据，建立本国的人口增长模型，并由此对中国人口增长的中短期和长期趋势做出预测，并指出模型的适用范围和优缺点。

## 【模型一：改进的灰色预测模型】

### 一、模型分析与建立

一个国家人口的增长受到多方面因素的影响，除人口结构的自身特点，如：男女性别比例、出生率和死亡率等，环境、经济、国家政策等外界因素对人口的影响也不可忽略。特别是我国是一个大人口基数的国家，这些影响也就更加突出了。要对所有的影响人口的因素都进行定量的分析，从而讨论人口的发展趋势，是一件极其困难的事情。因此，我们首先基于灰色预测系统全因素非线性拟合外推的“灰”特征，利用灰色模型 GM(1,1)，对总人口增长进行预测。

设我国年人口总数向量为：

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$$

$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$  为  $X^{(0)}$  的 1—AGO 序列，即：

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n))$  为  $X^{(1)}$  的紧邻均值 (MEAN) 生成序列，即：

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

则 GM(1, 1) 的灰微分方程模型为：

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$

白化方程即为：

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b$$

基于最小二乘法的思想，求出  $a$ 、 $b$  的估计值为：

$$(a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$$



$$\text{其中 } B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

令初始值为

$$x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$$

可求得这个微分方程的时间序列响为：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

最后代入求还原值：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$$

即可得到预测值。

## 二、模型的求解与改进

灰色预测的建模数据序列应当由最新的数据及其相邻数据构成。2000 年我国进行了一次人口普查，其数据比较准确，可以先令  $x^{(0)}(n)$  为  $(2005+n-1)$  年的总人口数，

$(n=1, 2, \dots, 7)$  由此构造  $X^{(0)}$  为我们预测的初始序列。而当预测出一个新的数据时，又可以去掉前一序列中最老的一个数据，补上新预测出来的数据，形成与原序列维数相等的新序列，再重新估计参数，以此类推。用 MATLAB 将此程序实现，参照下表<sup>[1]</sup>进行各项的检验：

残差 $\bar{\Phi}$	关联度 $r$	方差比 $C$	小残差概率 $p$	模型精度
<0.01	>0.90	<0.35	>0.95	优
<0.05	>0.80	<0.5	>0.80	合格
<0.10	>0.70	<0.65	>0.70	勉强合格
>0.10	<0.70	>0.65	<0.70	不合格

（我们在算关联度  $r$  时，由于用到的  $\lambda=0.5$ ，所以只要  $r>0.6$  即可满足合格的要求）

分析检验结果发现：模型预测的残差开始时就已不稳定，部分数据达到了 0.07~0.08，方差比也偏大，部分数据达到了 0.5~0.9，不满足一个理想灰色模型预测的条件。为此我们做以下两点改进：

1、考虑到我国人口基数较大的特点，重新建立预测人口的净增长序列的 GM(1, 1)模型，

我们引进净增长序列  $X'^{(0)} = (x'^{(0)}(1), x'^{(0)}(2), \dots, x'^{(0)}(n-1))$ ，即

$$x'^{(0)}(i) = x^{(0)}(i+1) - x^{(0)}(i) \quad (i=1, 2, \dots, n-1)$$

（预测序列的维数减少了一维）；

2.考虑到上式解微分方程时，利用了初值  $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ ，这是一个最旧的数据，而且反



映不出 1—AGO 序列的叠加性，与未来的关系不密切，所以我们改变初值的选法：从 2,3,...,n-1 中选取一个值  $m$ ，令  $\hat{x}^{(1)}(m) = x^{(1)}(m)$  作为微分方程求解时的初始值；

则改进后的微分方程的时间序列解为：

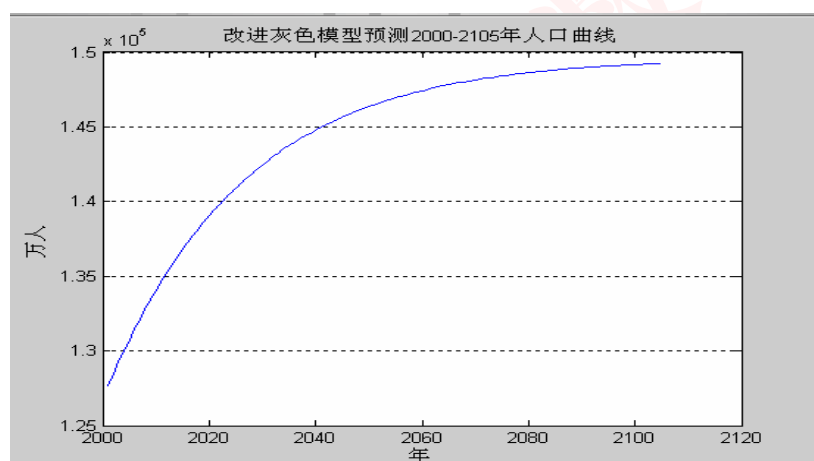
$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(1)}(m) - \frac{b}{a}]e^{-a(k-m+1)} + \frac{b}{a}$$

最后代入求还原值：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$$

即可得到预测值。

模型的实现中，可以发现  $m=2$  时，能使模型的检验值基本上都达到最优值（详见附录 1）。根据所得的数据，拟合总人口数随时间变化曲线如图所示：



(图 1)

### 三、模型的分析与评价

**优点：**由于改进后的模型的合理性，预测出的相邻年份总人口数的关联度一般都较大，一定程度上体现了总人口数量这个对象的记忆特征；又因为其模型精度较高，并且对所有  $a$  值（详见附录 1），均有  $a \in (-2,2)$  且  $a > -0.3$ ，所以其能在短期和中期内做出较为准确的预测。

**缺点：**由图 1 可以看到，模型预测出我国人口曲线将永久呈增长率下降的增长变化趋势，这种预测结果是由模型的特点决定的。在我们给定的初始序列  $X^{(0)}$  中，每相邻两年之间的数据变化就是如此，那么灰色模型必定带着这种变化继续预测下去。但是，在 20 世纪 90 年代的中后期，我国的妇女总和生育率就已经达到 1.8，并将持续地稳定在这个水平左右，而且由于出生人口性别比例持续的高增长、老龄化的趋势，长远来看，虽然在一定的时间内会有人口的持续增长，但最终将会下降并稳定于一个值。所以在长期的预测中，采用灰色模型会带来很大的误差。



## 【模型二：人口动态转移模型】

### 一、模型的分析与建立

#### 模型分析

一个国家每年的总人口数量总要受到上一年的人口总数、性别比例、年龄比例、生育率以及死亡率的影响，是一个有记忆性的研究对象。于是为了更精确地描述每年总人口的数量，把这种关联度更加细化，结合动态系统的记忆转移特性，构造下述人口动态转移模型。

#### 符号假设与模型建立：

$x_i^{(n)}$ ：年龄为 $i$ 的人在第 $n$ 年的人口总数，假设 2005 年为预测的初始年，即 2005 年为第 0 年；

$p_{ki}^{(n)}$ ：第 $n$ 年 $i$ 岁人口中的城市（第 1 居住区）人口，镇（第 2 居住区）人口，乡村（第 3 居住区）人口占 $i$ 岁总人口的比例，其中 $k = 1, 2, 3$ ；

$q_{ki}^{(n)}$ ：第 $n$ 年城市（第 1 居住区）人口、镇（第 2 居住区）人口、乡村（第 3 居住区）人口中 $i$ 岁男性人口占各个地区的 $i$ 岁人口的比例，其中 $k = 1, 2, 3$ ；

$d_{1i}^{(n)\text{男}}$ ：城市人口中年龄为 $i$ 的男性在第 $n$ 年的人口死亡率；

$d_{2i}^{(n)\text{男}}$ ：镇人口中年龄为 $i$ 的男性在第 $n$ 年的人口死亡率；

$d_{3i}^{(n)\text{男}}$ ：乡村人口中年龄为 $i$ 的男性在第 $n$ 年的人口死亡率；

$d_{1i}^{(n)\text{女}}$ ：城市人口中年龄为 $i$ 的女性在第 $n$ 年的人口死亡率；

$d_{2i}^{(n)\text{女}}$ ：镇人口中年龄为 $i$ 的女性在第 $n$ 年的人口死亡率；

$d_{3i}^{(n)\text{女}}$ ：乡村人口中年龄为 $i$ 的女性在第 $n$ 年的人口死亡率；

$b_{1i}^{(n)}$ ：城市妇女年龄为 $i$ 的人在第 $n$ 年的妇女生育率；

$b_{2i}^{(n)}$ ：镇妇女年龄为 $i$ 的人在第 $n$ 年的妇女生育率；

$b_{3i}^{(n)}$ ：村妇女年龄为 $i$ 的人在第 $n$ 年的妇女生育率；

（ $i = 0, 1, 2, \dots, 90$ ；其中 90 岁及 90 岁以上的视为一个年龄段）；

$z_i^{(n)}$ ：第 $n$ 年 $i$ 岁人口的总死亡率；

$s_i^{(n)}$ ：第 $n$ 年 $i$ 岁人口的总有效出生率；



$$z_i^{(n)} = \sum_{k=1}^3 p_{k,i-1}^{(n-1)} \times [q_{k,i-1}^{(n-1)} \times d_{ki}^{(n)\text{男}} + (1 - q_{k,i-1}^{(n-1)}) \times d_{ki}^{(n)\text{女}}] \quad (i = 1, 2, \dots, 90) \quad (1)$$

$$s_i^{(n)} = \sum_{k=1}^3 p_{k,i-1}^{(n-1)} (1 - q_{k,i-1}^{(n-1)}) b_{ki}^{(n)} (q_{k,0}^{(n)} \times d_{k,0}^{(n)\text{男}} + (1 - q_{k,0}^{(n)}) \times d_{k,0}^{(n)\text{女}}) \quad (i = 0, 1, \dots, 90) \quad (2)$$

(1) 式的意义为:

$z_i^{(n)}$  = 第  $n$  年  $i$  岁人口的总死亡率 =  $\sum_{k=1}^3$  { 第  $(n-1)$  年第  $k$  区  $(i-1)$  岁的人口在  $(i-1)$  岁总

人口中的比例  $\times$  [ 第  $(n-1)$  年第  $k$  区  $(i-1)$  岁中的男性人口比例  $\times$  第  $n$  年第  $k$  区  $i$  岁的男性人口死亡率 + 第  $(n-1)$  年第  $k$  区  $(i-1)$  岁的女性人口比例  $\times$  第  $n$  年第  $k$  区  $i$  岁的女性人口死亡率 ] }

(2) 式的意义为:

$s_i^{(n)}$  = 第  $n$  年  $i$  岁人口的总有效出生率 =  $\sum_{k=1}^3$  [ 第  $(n-1)$  年第  $k$  区人口在  $(i-1)$  岁的人口

比例  $\times$  (1 - 第  $(n-1)$  年第  $k$  区  $(i-1)$  岁的男性比例)  $\times$  第  $n$  年第  $k$  区  $i$  岁妇女的生育率  $\times$  [ 第  $n$  年第  $k$  区男性婴儿在婴儿中的人口比例  $\times$  (1 - 第  $n$  年第  $k$  区男性婴儿死亡率) + 第  $n$  年第  $k$  区女性婴儿在婴儿中的人口比例  $\times$  (1 - 第  $n$  年第  $k$  区女性婴儿死亡率) ] }

则关于此系统的动态转移方程为:

$$x_i^{(n)} = x_{i-1}^{(n-1)} \times (1 - z_i^{(n)}) \quad (i = 1, 2, \dots, 90)$$

$$x_0^{(n)} = \sum_{i=0}^{90} x_i^{(n-1)} \times s_i^{(n)}$$

设  $X^{(n)} = (x_0^{(n)}, x_1^{(n)}, \dots, x_{90}^{(n)})$

则可得到下述的分年龄的人口数动态转移矩阵  $A$ :



$$\begin{pmatrix} s_0^{(n)} & 1-z_0^{(n)} & 0 & 0 \\ s_1^{(n)} & 0 & 1-z_1^{(n)} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1-z_{89}^{(n)} \\ s_{90}^{(n)} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

可得  $X^{(n)} = X^{(n-1)} \cdot A$ 。

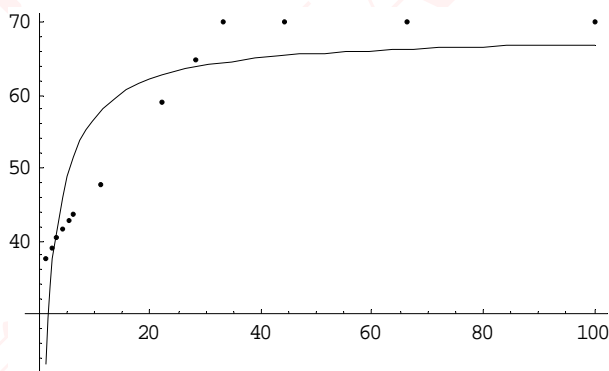
## 二、模型求解

由于这是一个多因素的转移模型，有些数据我们根本很难得到确切值，而且没有太大的实际意义，所以为了简化模型的求解做以下假设与处理：

1. 假设同一年内每一个年龄段的人口中各居住区所占的比例不因年龄的差异而不同，均等于本年各区人口的在总人口中的比例；在中国国家统计局网上我们可以查到 2001~2006 年的城镇人口百分比：

年份	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2011	2022	2033	2044
城镇人口百分比	37.7	39.1	40.53	41.8	43	43.9	47.7	59.1	70.53	70

由于我国现今的城镇化比较快，大概以每 10 年增长 10 个百分点的速度增长，一旦达到城镇人口为国家总人口数的 70% 时，由于城镇与农村环境已经基本上无太大差异，故以后城镇人口变化平缓，几乎不再增大。我们据此给出了 2011、2022、2033、2044 的数据如上表所示，用 Mathematica 软件做数据拟合，得到大体上的城镇人口百分比变化曲线为：



(图 2)

拟合函数  $x(t) = 68.2756t / (1.97433 + t)$

两个参数置信区间分别为  $[59.8819, 76.8499]$ 、 $[0.7978, 3.1748]$

以后我们就用此函数的函数值估算城镇人口占全国总人口数的百分比。

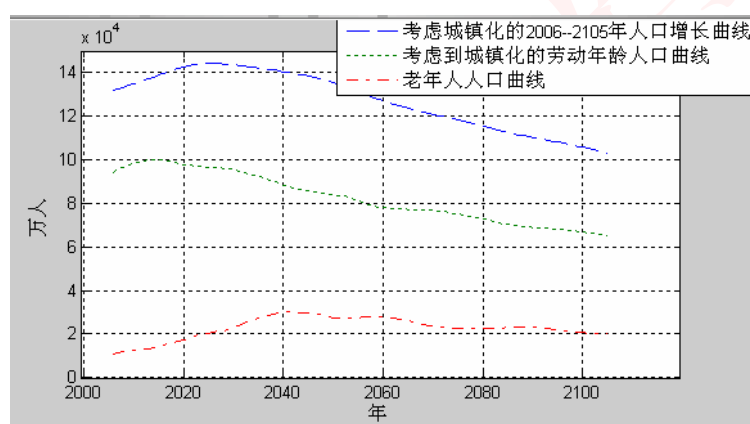




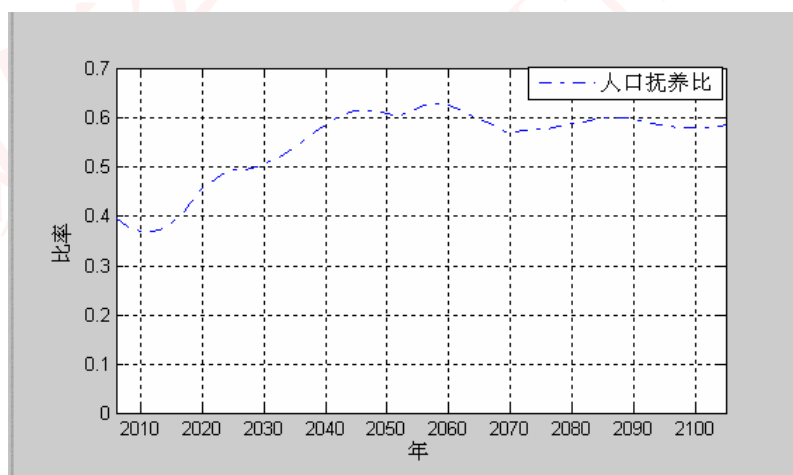
2. 由于出生性别比例只有在累积效果很明显的时候才会影响到总人口性别比例，而国家定会对出生人口性别比的持续高增长采取一定政策，所以可以忽略不计出生性别比例对总人口性别比例的影响，即男女性别比例只与所在地区有关；
3. 每个年龄段的死亡率，妇女出生率只与地区（其为城市居民，或镇居民，或乡居民）和性别有关，与时间无关；在求解的过程中，我们对五年的数据取其平均值，并固定用到每年的求解中；
4. 基于参考文献[2]，我们对题目中所给的数据做出修改：
  - (1) 妇女生育率按总和生育率为 1.8 做适当调整；
  - (2) 由于婴儿的漏报情况比较严重，所以婴儿（0 ~ 1 岁）在全国的人口比重稍微做出适当的提高。

基于上述的处理和假设，我们算出每年各个年龄阶段的人口数（见附录 2）

做出基于此模型的总人口数、劳动年龄、老龄化人口、人口抚养比随时间的变化曲线为：



(图 3)



(图 4)

### 三、模型的分析与评价

#### 模型的分析

由图 3、图 4 可以看出：

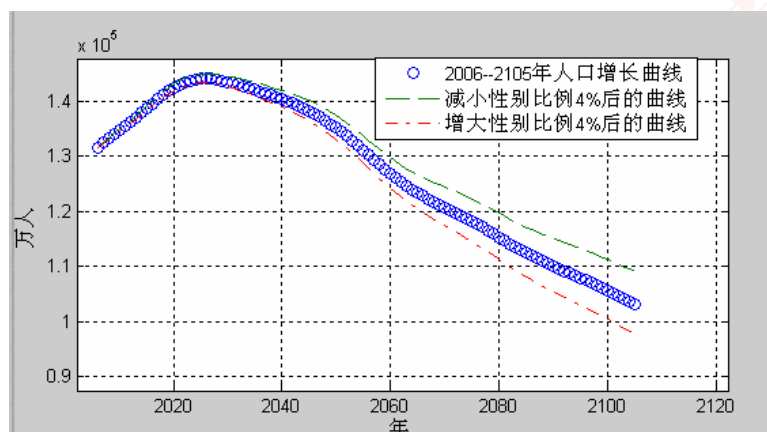
1. 总人口数在稳定总和生育率为 1.8 的情况下，在约 2025 年达到了峰值约 14.5 亿，此后随着时间推移，总人口数下降，并且下降的速率越来越小，最后大概在 22





世纪初稳定在 10 亿水平左右；

2. 劳动人口的总数随着人口总数的变化趋势而变化，只是在 2020~2040 年，人口较多，增长较快的时候，劳动人口的人数反而下降，这是由于当时增长的人口主要是婴幼儿的缘故，不在劳动人口的范围之内，所以这段时间内我国的经济负担比较严重，应予以重视；
3. 老龄化人口随着时间的推移也不断地高增长持续上升，我国将长期处在一个老龄化社会，这是值得一个长期研究的问题；
4. 我们对性别比例稍微做了调整，得到调整后的人口总数变化为：



(图 5)

所以短期之内，性别比的过大或过小不会影响人口的增长，但是为了避免其累积的效应，国家在政策的制定方面一定的对这种现象予以控制。

#### 优点：

该模型考虑综合考虑了城镇化、老龄化、出生率、死亡率、男女性别比例对人口的动态模型的影响，是一个比较精确的模型，对我国的人口政策的制定和评价人口对经济的影响有一定的借鉴意义，是一个适用于短中长期人口预测的模型。

#### 缺点：

该模型由于有些数据得到比较困难，故在求解之前做了一定的简化，比如固定了死亡率，总和生育率等，特别是固定了总和生育率使得模型的延伸应用不高。另外，在预测城镇人口占全国人口比例随时间变化的时候，拟合的数据误差较大。

### 【总结】

现在我们提出在预测中对一些问题的思考：

我们借助 Logistic 推广的模型——Bertalanffy

$$x(t) = \frac{L}{[1 + \mu e^{-bt}]^{\frac{1}{\varphi}}}, (\mu = (\frac{L}{x_0})^{\varphi} - 1)$$

分析此模型的特性可知，令  $\frac{dx^2(t)}{dt^2} = 0$  时，拐点处相应变量  $x_k$  应满足：



$$\frac{b}{\varphi} \frac{dx(t)}{dt} [1 - (1 + \varphi) \left(\frac{x(t)}{L}\right)^\varphi] = 0,$$

即可得到

$$x_k = \left(\frac{1}{1 + \varphi}\right)^{\frac{1}{\varphi}} L$$

可以看出，当  $\varphi > 1$  时，Bertalanffy 曲线的拐点要比 Logistic 曲线的拐点“滞后”一些 ( $x_k > \frac{L}{2}$ )；而当  $0 < \varphi < 1$  时前者的拐点值要比后者“提前”一些 ( $x_k < \frac{L}{2}$ )，可以更灵活地

描述增长过程的变化。

首先利用 MATLAB 计算 Bertalanffy 模型的各项参数值如表 1，然后结合 1961-2002 年的官方公布的我国实际总人口数<sup>[7]</sup>，预测 2003-2006 年各年的总人口数，从而验证了 Bertalanffy 模型的预测准确度，实际与预测结果的对比如表 2。

表1 Bertalanffy模型参数估计结果

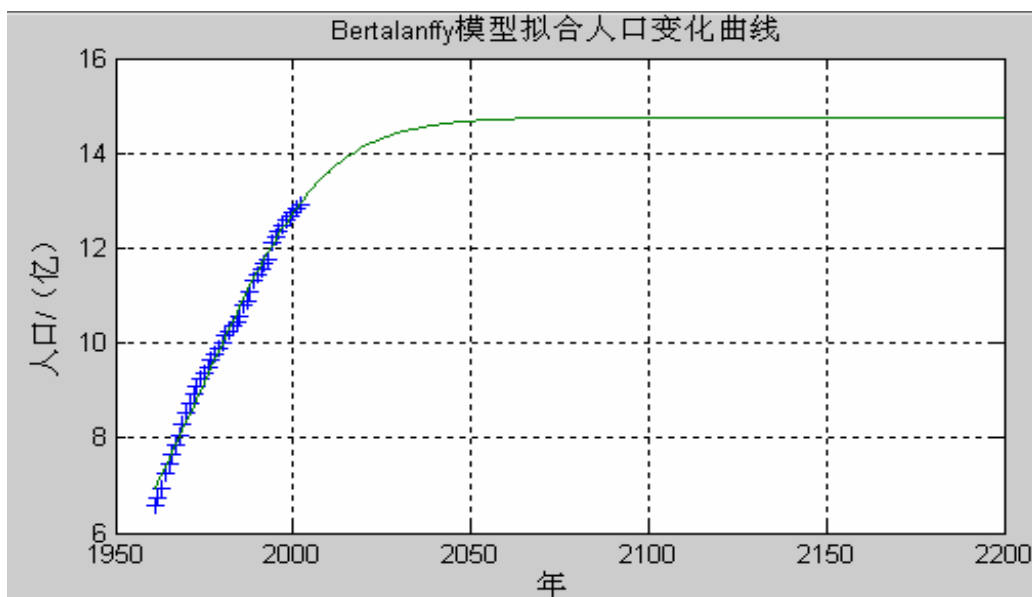
初值	$(L_0, \mu_0, b_0, \varphi_0) = (15.30, 8.73, 0.055, 2.15)$
估值	$(L^*, \mu^*, b^*, \varphi^*) = (14.7610, 7.8571, 0.0685, 2.7984)$
拟合误差	0.0065

表2 事后预测结果

年份	实际人口数（亿）	预测数人口（亿）
2003年	12.9227	12.9771
2004年	12.9988	13.0012
2005年	13.0756	13.0982
2006年	13.1448	13.1969

对未来人口增长进行预测，结果如下图：





由“Bertalanffy模型拟合人口变化曲线”可知，在2050年左右总人口数到达上限14.6749亿，这与我国人口发展战略中的基本判断：人口峰值控制在15亿以内是相符的。由于其基于Logistic长期预测模型，其在到达拐点的前后50年左右的时间里，预测准确度还是很高的。

我们发现这一预测与灰色预测的预测值很相近，这使我们不得不对模型二的预测提出几点疑问：

1. 总和生育率能在低人口数下保持在1.8左右吗？
2. 人口在达到模型二里的稳定水平——10亿左右时，还会不会再一次达到15亿高峰？

## 【附录 1】

Years	净增长人数	c	a	b	$\phi$	$\eta$	P	总人数
2006	685.42816	0.000227	0.035714	865.9606	0.017907	0.676096	1	131453.2
2007	666.04974	0.000288	0.033106	825.9838	0.017628	0.644439	1	132138.6
2008	636.42488	0.000273	0.038198	814.373	0.016627	0.648974	1	132804.6
2009	605.3708	0.000248	0.042395	797.3819	0.01821	0.651436	1	133441.1
2010	593.78873	8.65E-05	0.03351	739.3244	0.011333	0.562842	1	134046.4
2011	567.31941	0.000104	0.038336	726.9005	0.005216	0.610631	1	134640.2
2012	544.57586	9.02E-05	0.039262	702.8339	0.005459	0.69444	1	135207.5
2013	525.73905	8.16E-05	0.037611	671.6429	0.00458	0.677614	1	135752.1
2014	507.67749	8.72E-05	0.036656	644.2091	0.005039	0.679055	1	136277.9
2015	486.22343	4.16E-05	0.039155	626.8231	0.003126	0.495018	1	136785.5
2016	469.09726	2.70E-05	0.037834	600.0592	0.001636	0.710936	1	137271.8
2017	451.99055	2.92E-05	0.037575	577.0054	0.001645	0.690708	1	137740.9
2018	434.68631	3.03E-05	0.038148	556.8944	0.001188	0.653211	1	138192.8
2019	418.1055	2.94E-05	0.038398	536.6172	0.001429	0.598552	1	138627.5
2020	403.03174	1.30E-05	0.037741	515.1175	0.00091	0.564561	1	139045.6
2021	387.68947	1.14E-05	0.038153	496.7285	0.000439	0.628248	1	139448.7



2022	373.04824	8.80E-06	0.038268	478.3746	0.000523	0.654137	1	139836.4
2023	359.16164	9.40E-06	0.038122	460.1531	0.000375	0.829719	1	140209.4
2024	345.74173	1.11E-05	0.038101	442.8745	0.000375	0.642992	1	140568.6
2025	332.61772	5.61E-06	0.038319	426.6553	0.000278	0.623494	1	140914.3
2026	320.16993	3.94E-06	0.038235	410.4913	0.000185	0.773805	1	141246.9
2027	308.1503	5.76E-06	0.038236	395.0719	0.000142	0.750323	1	141567.1
2028	296.51962	3.85E-06	0.038318	380.3559	0.00013	0.839143	1	141875.3
2029	285.33497	3.29E-06	0.038354	366.103	0.000171	0.763908	1	142171.8
2030	274.60822	4.81E-06	0.038329	352.2833	9.61E-05	0.711263	1	142457.1
2031	264.2337	2.44E-06	0.038388	339.0991	0.000107	0.777224	1	142731.7
2032	254.251	1.96E-06	0.038423	326.3652	0.000121	0.789188	1	142995.9
2033	244.65236	2.57E-06	0.038434	314.0675	0.000113	0.738976	1	143250.2
2034	235.40492	2.97E-06	0.03846	302.2456	0.000103	0.802738	1	143494.9
2035	226.49109	6.12E-07	0.038502	290.8804	0.000118	0.901066	1	143730.3
2036	217.91906	1.80E-06	0.038521	279.906	0.000114	0.744439	1	143956.7
2037	209.66398	2.17E-06	0.038546	269.3465	0.000109	0.825533	1	144174.7
2038	201.71262	1.41E-06	0.038579	259.1865	0.000113	0.854363	1	144384.3
2039	194.0588	1.42E-06	0.038607	249.3973	0.000115	0.802576	1	144586
2040	186.69234	2.12E-06	0.03863	239.967	0.000111	0.795628	1	144780.1
2041	179.59808	1.71E-06	0.038661	230.8937	0.000113	0.835034	1	144966.8
2042	172.769	1.64E-06	0.038689	222.1553	0.000114	0.809871	1	145146.4
2043	166.19578	2.01E-06	0.038715	213.7397	0.000113	0.804012	1	145319.2
2044	159.86781	2.09E-06	0.038743	205.6386	0.000113	0.816833	1	145485.4
2045	153.776	1.90E-06	0.038772	197.84	0.000114	0.817395	1	145645.2
2046	147.91275	2.16E-06	0.038799	190.3303	0.000114	0.80641	1	145799
2047	142.26897	2.29E-06	0.038827	183.101	0.000114	0.813351	1	145946.9
2048	136.83648	2.27E-06	0.038856	176.1419	0.000114	0.814936	1	146089.2
2049	131.60783	2.36E-06	0.038883	169.4421	0.000115	0.811004	1	146226
2050	126.57552	2.55E-06	0.038911	162.9925	0.000114	0.810986	1	146357.6
2051	121.73206	2.59E-06	0.03894	156.7844	0.000115	0.81398	1	146484.2
2052	117.07066	2.67E-06	0.038968	150.8083	0.000115	0.811904	1	146605.9
2053	112.58462	2.82E-06	0.038996	145.0559	0.000115	0.811409	1	146723
2054	108.26739	2.93E-06	0.039024	139.5191	0.000115	0.812537	1	146835.6
2055	104.11274	3.02E-06	0.039052	134.1899	0.000115	0.812423	1	146943.9
2056	100.11472	3.17E-06	0.03908	129.0605	0.000115	0.811536	1	147048
2057	96.267477	3.30E-06	0.039109	124.1237	0.000116	0.812089	1	147148.1
2058	92.565437	3.42E-06	0.039137	119.3725	0.000116	0.812174	1	147244.4
2059	89.003234	3.56E-06	0.039165	114.7998	0.000116	0.811786	1	147336.9
2060	85.575682	3.71E-06	0.039194	110.3992	0.000116	0.811785	1	147425.9
2061	82.27777	3.86E-06	0.039222	106.1642	0.000116	0.811981	1	147511.5
2062	79.104694	4.01E-06	0.039251	102.0888	0.000116	0.811768	1	147593.8
2063	76.051816	4.18E-06	0.039279	98.16712	0.000117	0.811695	1	147672.9



2064	73.11466	4.35E-06	0.039308	94.39337	0.000117	0.811758	1	147748.9
2065	70.288921	4.52E-06	0.039336	90.7621	0.000117	0.811702	1	147822
2066	67.570453	4.71E-06	0.039365	87.26804	0.000117	0.811595	1	147892.3
2067	64.955254	4.90E-06	0.039394	83.9061	0.000117	0.811606	1	147959.9
2068	62.439473	5.10E-06	0.039422	80.67138	0.000117	0.811575	1	148024.9
2069	60.019401	5.31E-06	0.039451	77.55913	0.000118	0.811504	1	148087.3
2070	57.691463	5.53E-06	0.03948	74.56482	0.000118	0.811469	1	148147.3
2071	55.452214	5.75E-06	0.039509	71.68406	0.000118	0.811447	1	148205
2072	53.298337	5.99E-06	0.039537	68.91261	0.000118	0.811392	1	148260.5
2073	51.226637	6.23E-06	0.039566	66.24641	0.000118	0.811349	1	148313.8
2074	49.234035	6.49E-06	0.039595	63.68154	0.000118	0.811318	1	148365
2075	47.317566	6.76E-06	0.039624	61.2142	0.000119	0.811275	1	148414.2
2076	45.474375	7.03E-06	0.039653	58.84076	0.000119	0.811229	1	148461.5
2077	43.701709	7.32E-06	0.039682	56.55771	0.000119	0.811193	1	148507
2078	41.99692	7.62E-06	0.039711	54.36168	0.000119	0.811153	1	148550.7
2079	40.357457	7.94E-06	0.03974	52.2494	0.000119	0.811109	1	148592.7
2080	38.78086	8.26E-06	0.039769	50.21773	0.000119	0.811069	1	148633.1
2081	37.264763	8.60E-06	0.039799	48.26367	0.00012	0.81103	1	148671.9
2082	35.806888	8.96E-06	0.039828	46.38429	0.00012	0.810988	1	148709.1
2083	34.405037	9.33E-06	0.039857	44.5768	0.00012	0.810946	1	148744.9
2084	33.057098	9.71E-06	0.039886	42.8385	0.00012	0.810906	1	148779.3
2085	31.761036	1.01E-05	0.039916	41.16677	0.00012	0.810865	1	148812.4
2086	30.514888	1.05E-05	0.039945	39.55914	0.000121	0.810823	1	148844.1
2087	29.316769	1.10E-05	0.039974	38.01316	0.000121	0.810783	1	148874.7
2088	28.16486	1.14E-05	0.040004	36.52654	0.000121	0.810741	1	148904
2089	27.057411	1.19E-05	0.040033	35.09703	0.000121	0.8107	1	148932.1
2090	25.992738	1.24E-05	0.040063	33.72247	0.000121	0.810659	1	148959.2
2091	24.969219	1.29E-05	0.040092	32.40079	0.000121	0.810617	1	148985.2
2092	23.98529	1.34E-05	0.040122	31.13	0.000122	0.810576	1	149010.2
2093	23.03945	1.40E-05	0.040152	29.90816	0.000122	0.810534	1	149034.1
2094	22.130249	1.46E-05	0.040181	28.73344	0.000122	0.810493	1	149057.2
2095	21.256294	1.52E-05	0.040211	27.60404	0.000122	0.810451	1	149079.3
2096	20.416244	1.58E-05	0.040241	26.51825	0.000122	0.81041	1	149100.6
2097	19.608807	1.65E-05	0.04027	25.47441	0.000122	0.810368	1	149121
2098	18.83274	1.72E-05	0.0403	24.47093	0.000123	0.810326	1	149140.6
2099	18.086845	1.79E-05	0.04033	23.50629	0.000123	0.810285	1	149159.4
2100	17.369973	1.86E-05	0.04036	22.579	0.000123	0.810243	1	149177.5
2101	16.681012	1.94E-05	0.04039	21.68764	0.000123	0.810201	1	149194.9
2102	16.018897	2.02E-05	0.04042	20.83085	0.000123	0.810159	1	149211.6
2103	15.3826	2.11E-05	0.04045	20.00731	0.000124	0.810117	1	149227.6
2104	14.771132	2.20E-05	0.04048	19.21576	0.000124	0.810075	1	149243
2105	14.183543	2.29E-05	0.04051	18.45497	0.000124	0.810033	1	149257.7



## 【附录 2】

微信公众号: 数学模型  
微信号: MATHmodels



### 参考文献:

- [1]李华, 预测与决策[M], 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005
- [2]张伟民等, 对中国 2000 年人口普查准确性的估计, 人口研究, Vol27, No.4 July 2003:25-27, 2003.7
- [3]肖树铁, 数学实验(第二版)[M], 北京: 高等教育出版社, 2006.5
- [4]陈杰, MATLAB 宝典[M], 北京: 电子工业出版社, 2007.1
- [5]张大海, 灰色预测公式的理论缺陷及改进, 系统工程理论与实践, Vol.8, 2006.5
- [6]孟亮等, Bertalanffy 模型在人口预测中的应用, 河北省科学院学报, Vol.21, No.3 Sep.2004: 3-7, 2004.9
- [7]中国国家统计局, 统计公告, <http://www.stats.gov.cn>, 2007-9-24

