

基于系统分析的人口等级结构模型

摘要

本文从中国人口发展的实际情况出发，建立了基于系统分析的人口等级结构模型。通过划分不同的系统和等级，对中国人口的增长进行了中短期和长期预测，有侧重地研究了我国近年人口发展的新特点、发展中可能出现的社会问题和解决方案。

中短期预测中将城、镇、乡分别看作三个不同的人口系统，相同年龄为一等级，分析了系统内部不同年龄等级间的转化、不同系统间人口的转移（即乡村人口的城镇化）以及系统与外部的交流包括调入和退出（即系统的新生人口和死亡人口），重点研究乡村人口城镇化的问题。我们认为，影响我国乡村人口城镇化的因素主要包括乡村地域城镇化和乡村劳动力流动，引入迁移函数 $v(t) = \alpha(t) + \beta(t)$ 表示乡村人口的城镇化率，其中

$\alpha(t)$ 反映乡村地域城镇化建设的进程； $\beta(t)$ 反映乡村劳动人口流入城镇的比例，与年龄有关。通过对 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 的灵敏度分析，研究了国家的宏观调控对人口发展的影响。

长期预测模型中将总体人口作为一个系统，每五岁为一个等级，重点分析出生性别比、出生率、死亡率随时间的动态变化对我国人口总数、老龄化、男女比例、抚养比和劳动人口数的发展趋势的影响。综合研究人口和国家发展的关系，分析了人口的长期发展可能引发的社会问题，结合国情，提出了自己的建议和解决方案。

考虑到抽样调查的局限性和我国人口统计的特殊性（全国超生人口普遍存在），根据所查阅的相关资料，我们在统计分析所给数据后进行了必要的修正，并补充了可靠的新数据以保证预测的可信度。

最后，我们对模型的优缺点进行了具体分析。

关键词：系统等级结构模型；乡村人口城镇化；迁移函数；出生性别比



问题重述

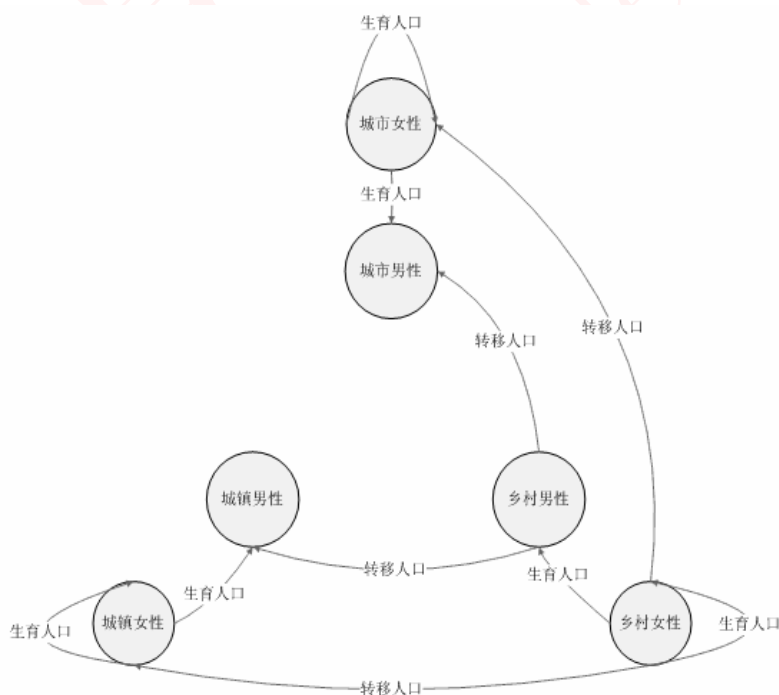
中国是一个人口大国，人口问题始终是制约我国发展的关键因素之一。近年来中国的人口发展出现了一些新的特点，例如，老龄化进程加速、出生人口性别比持续升高，以及乡村人口城镇化等因素，这些都影响着中国人口的增长。

关于中国人口问题已有多方面的研究，并积累了大量数据资料。参考 2007 年初发布的《国家人口发展战略研究报告》对近年来中国人口发展新特点的分析，结合附录 2 中的相关数据（或搜索相关文献和补充新的数据），从中国的实际情况和人口增长的上述特点出发，建立中国人口增长的数学模型，并由此对中国人口增长的中短期和长期趋势做出预测；特别要指出模型中的优点与不足。

问题分析

本题是一个中国人口发展趋势的预测问题。由于人口问题的重要性，长期以来人们已经建立了各种模型来分析预测人口的增长，如传统的指数增长模型、Logistic 模型以及自回归分布滞后模型、考虑年龄结构的连续和离散模型。针对所给的数据特点，考虑到中国近年来人口发展的新特点，我们考虑建立基于系统分析的等级结构模型。通过对系统和等级的不同划分，对中国人口的增长分别进行了中短期和长期预测。

中短期预测时，将城、镇、乡分别看作三个不同的人口系统，相同年龄为一等级，考虑系统内部等级间的转化、系统之间的转移（包括迁入、迁出）、系统内外的交流（即出生和死亡）。每个系统，定义从 t 年到 $t+1$ 年等级转移的矩阵；引入退出向量，表示该系统内人口的死亡和迁出量；用调入向量代表系统新生人口和迁入量。由于男女死亡率等因素的差异，我们将同一系统中的男、女分别计算。



图一

中短期预测可以重点研究乡村人口城镇化的问题即系统之间的转移。通过查阅相关资料，我们认为，影响我国乡村人口城镇化发展的因素主要包括乡村地域城镇化和乡村人口劳动力流入城镇。我们可以对两个因素分别进行量化，并讨论它们对人口发展趋势的影响。

长期预测将总体作为一个系统，不考虑迁入迁出，由于出生性别比、出生率、死亡率随时间变化，我们可以根据已有数据预测它们的变化趋势，并分别就每个因素对长期人口总数、老龄化等人口参数的发展趋势的影响进行分析。根据预测分析结果，结合国



家长期经济、社会发展战略，可以进一步研究中国人口长期发展可能遇到的问题，分析国家应采取的政策措施。

通过对数据的统计分析，参考所查阅的相关资料，我们发现所给数据存在一定误差。考虑到我国人口调查的特殊性（人口多抽样误差大以及超生人口难以统计等），我们对数据进行了合理的调整，更准确地预测了我国人口的增长趋势。如 2003 年的生育率明显偏低，整体放大十倍后与实际接近。

模型假设

1. 短期预测时各年龄阶段的出生率和死亡率为定值，男女的出生性别比保持不变；
2. 短期预测时，各个系统育龄期内各年龄段的妇女的生育率保持不变；
3. 不考虑迁入迁出人口的生育率对相应地区当年新生儿数的影响；
4. 城镇只考虑人口迁入，乡村只考虑人口迁出；
5. 长期预测中不考虑人口城镇化的影响；
6. 不考虑生存空间等自然资源的制约，不考虑意外灾难等因素对人口变化的影响

符号约定

$\vec{n}_s^k(t)$ 系统 k 中性别为 s 的人口在 t 年按年龄分级的分布向量

（ $k = 1, 2, 3$ 分别表示城镇乡系统， $s = 0$ 表示男性， $s = 1$ 表示女性）；

$n_{si}^k(t)$ 系统 k 中第 t 年第 i 年龄段的性别 s 的人口数（ $i = 0, 1, \dots, m$ ）；

$N^k(t)$ 系统 k 在 t 年的人口总数；

$\vec{a}_s^k(t)$ 系统 k 中性别为 s 的人口在 t 年按年龄分级的比例分布向量；

$a_{si}^k(t)$ 系统 k 在 t 年第 i 年龄段的性别 s 的人口比例；

p_{sij}^k 系统 k 中每年从年龄等级 i 到 j 的性别 s 的人口占该性别人口总数的比例，即为 i 年龄段的性别 s 的存活率；

$w_{si}^k(t)$ 系统 k 每年从年龄等级 i 退出的性别 s 的人数分别占等级 i 性别 s 的总人数的比例，包括死亡和迁出两部分。

d_{si}^k 系统 k 每年因死亡从年龄等级 i 退出的性别 s 的人数占等级 i 性别 s 的总人数的比例，即为 i 年龄段的性别 s 的死亡率；

$v_{si}^k(t)$ 系统 k 在 t 年因迁出而从年龄等级 i 退出的性别 s 的人数占等级 i 性别 s 总人数的比例，即为 i 年龄段的性别 s 的迁出率；

$r_{si}^k(t)$ 系统 k 在 t 年因迁入（ $i \neq 0$ ）或出生（ $i = 0$ ）而调入年龄等级 i 的性别 s 的人数；



$\alpha(t)$ t 年由于农村地域城镇化引起的乡村人口城镇化率；

$\beta_i(t)$ t 年由于农村劳动力流入城镇引起的 i 年龄段乡村人口城镇化率；

$\lambda^k(t)$ 系统 k 第 t 年出生婴儿的男女性别比；

b_i^k 系统 k 第 i 年龄段生育子女的妇女占 i 年龄段总妇女数的比例；

中短期预测模型

模型分析

将全国的人口按城乡镇分成三个系统，将各个系统分为 $m+1$ 个年龄阶段^[1]，年龄不小于 m 的为最高级，其余每个年龄为一级。考虑系统内部等级间的转化、系统之间的转移（包括迁入、迁出）、系统内外的交流（即出生和死亡）。每个系统，定义从 t 年到 $t+1$ 年等级转移的矩阵；引入退出向量，表示该系统内人口的死亡和迁出量；用调入向量代表系统新生人口和迁入量。由于男女死亡率等因素的差异，我们将同一系统中的男、女分别计算。

模型建立

1. 系统成员按年龄等级的分布向量：

$$\vec{n}_s^k(t) = (n_{s0}^k(t), n_{s1}^k(t), \dots, n_{sm}^k(t))$$

系统 k 第 t 年的人口总数：

$$N^k(t) = \sum_{i=0}^m \sum_{s=0}^1 n_{si}^k(t),$$

2. 成员按年龄分等级的比例分布（即等级结构）：

$$\vec{a}_s^k(t) = (a_{s0}^k(t), a_{s1}^k(t), \dots, a_{sm}^k(t)) \quad \text{其中} \quad a_{si}^k(t) = \frac{n_{si}^k(t)}{N^k(t)}, \quad \sum_{i=0}^m \sum_{s=0}^1 a_{si}^k(t) = 1$$

3. 转移矩阵：

$$p_{sij}^k = \begin{cases} 1 - d_{si}^k & (i \neq m \text{ and } j = i + 1) \\ 1 - d_{sm}^k & (i = j = m) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\vec{P}_s^k = \begin{bmatrix} 0 & 1 - d_{s0}^k & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 - d_{s1}^k & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 - d_{s(m-1)}^k \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 - d_{sm}^k \end{bmatrix}$$



4. 人口退出比例向量:

$$\vec{w}_s^k = (w_{s0}^k, w_{s1}^k, \dots, w_{sm}^k), \quad w_{si}^k(t) = d_{si}^k + v_{si}^k(t)$$

$$v_{si}^k(t) = \begin{cases} 0 & (k=1 \text{ or } k=2) \\ \alpha(t) + \beta_i(t) & (k=3) \end{cases}$$

5. t 年退出系统 k 的总人数:

$$W^k(t) = \sum_{i=0}^m \sum_{s=0}^1 w_{si}^k \times n_{si}^k$$

6. 人口调入向量:

$$\vec{r}_s^k(t) = (r_{s0}^k(t), r_{s1}^k(t), \dots, r_{sm}^k(t)),$$

$$\text{其中 } r_{si}^k(t) = \begin{cases} [\eta_1^k \alpha(t) + \eta_2^k \beta_i(t)] \times n_{si}^3(t) & (k=1 \text{ or } 2 \text{ and } i \neq 0) \\ 0 & (k=3 \text{ and } i \neq 0) \end{cases}$$

$$r_{s0}^k(t) = [\sum_{i=15}^{49} n_{2i}^k(t) \times b_i^k] \varepsilon_s^k(t), \quad \sum_{k=1}^2 \eta_1^k = 1, \quad \sum_{k=1}^2 \eta_2^k = 1$$

($\varepsilon_s^k(t)$ 表示系统 k 在 t 年新生儿中 s 性别所占的比例;

$$\varepsilon_1^k(t) = \frac{\lambda^k(t)}{\lambda^k(t) + 100}, \quad \varepsilon_2^k(t) = \frac{100}{\lambda^k(t) + 100};$$

η_1^k 表示由地域城镇化而迁入系统 k 人口占该因素引起的所有城镇化人口的比例;

η_2^k 表示由劳动力流动而迁入系统 k 人口占该因素引起的所有城镇化人口的比例 ;)

7. t 年迁入系统 k 的总人数为 $R^k(t) = \sum_{i=0}^m \sum_{s=0}^1 r_{si}^k(t)$

基本方程

a) k 系统总人数变化方程: $N^k(t+1) = N^k(t) + R^k(t) - W^k(t)$

b) k 系统每个等级人数的转移方程: $n_{sj}^k(t+1) = \sum_{i=0}^m p_{sij}^k n_{si}^k(t) + r_{sj}^k(t)$

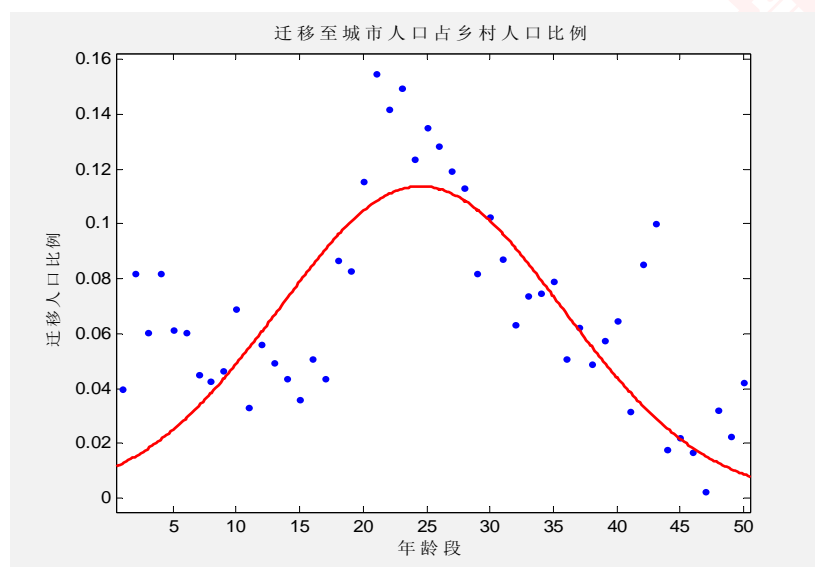
表示系统 k 中第 $t+1$ 年第 j 年龄段的性别 s 的人口数为该性别人口 t 年 $j-1$ 年龄段存活数和从其它系统迁入的该年龄人口之和;

c) 用向量与矩阵形式表示上式为: $\vec{n}_s^k(t+1) = \vec{n}_s^k(t) \times \vec{P}_s^k + \vec{r}_s^k(t)$



模型求解

- 首先我们不考虑乡村人口城镇化的影响，即视 $\alpha(t) \beta_i(t)$ 为 0，根据附件二中五年的人口数据预测分析城、镇、乡的人口数的变化，对比实际值与预测值发现如下规律：
 - 市、镇人口预测数偏小，乡人口预测数偏大。
 - 市人口的误差大小与年龄分布的相关性较大，镇人口的误差大小在不同年龄段的分布基本均匀；
 下面定量分析乡村市化人口、镇化人口占乡村总人口比例与年龄分布关系，如图



图二

市化人口占乡人口的比例与年龄的关系我们通过函数拟合得到：

$$\eta_1^1 \alpha(t) + \eta_2^1 \beta_i(t) = \begin{cases} 0.1061 * e^{-\frac{(i-24.43)^2}{19.53}} & (0 \leq i \leq 50) \\ 0 & (i \geq 50) \end{cases} \quad (1)$$

由拟和曲线图知，拟合得到的函数能基本反映数据的整体趋势。镇化人口占乡人口的比例与年龄相关性小，我们作如下近似：

$$\eta_1^2 \alpha(t) + \eta_2^2 \beta_i(t) = 0.01 \quad (2)$$

$\alpha(t)$ ：与 i 无关，其物理意义是代表了国家加快农村城镇化建设的力度；

$\beta_i(t)$ ： i 的函数，其物理意义是代表了农村剩余劳动力外流的程度；

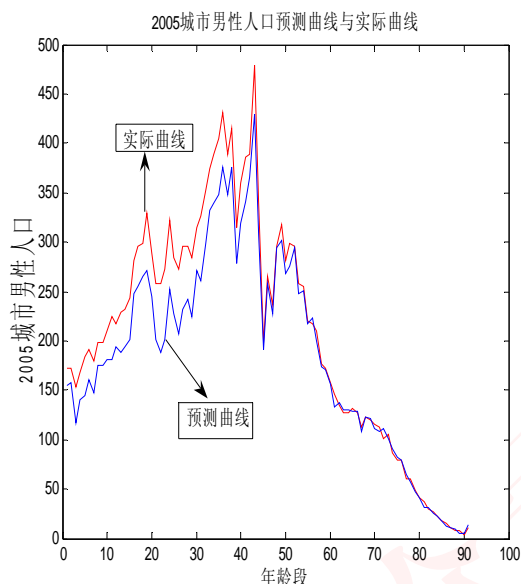
对比(1)、(2)式可得 $\eta_1^1 = 0, \eta_2^1 = 1$ ， $\eta_1^2 = 1, \eta_2^2 = 0$ 。

上述近似可以简单描述为：乡总城镇化人口率 $[\alpha(t) + \beta_i(t)]$ 中，地域城镇化引

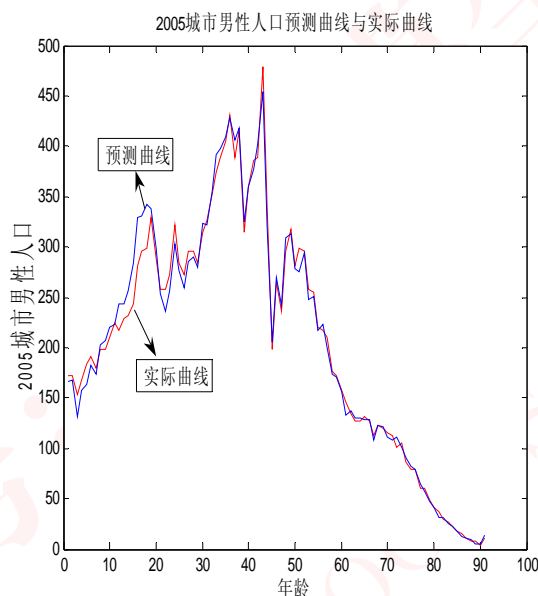


起的城镇化乡村人口几乎全部进入镇，劳动力流动引起的城镇化乡村人口几乎全部进入市。即对城市来说，人口城镇化的两个因素中可以近似的只考虑劳动力流动 $\beta_i(t)$ 的影响；对镇来说，可以近似的只考虑 $\alpha(t)$ 乡村地域城镇化的影响。

- 下面检验上述假设的合理性：根据 2004 年的数据得到 2005 年城市男性各年龄段人口曲线：



图三



图四

对比两图发现引入乡村人口市化率 $\beta_i(t) = \begin{cases} 0.1061 * e^{-\frac{(i-24.43)^2}{19.53}} & (0 \leq i \leq 50) \\ 0 & (i \geq 50) \end{cases}$ 的影响

后，预测结果得到很大改善。由此验证如下结论：人口城镇化对城市人口数的影响不容忽视；人口城镇化的两个因素中劳动力流动 $\beta_i(t)$ 对城市人口的影响较大；流动的劳动力主要集中在 50 岁以前，且 18 到 35 岁居多，说明乡村人口流入城市主要是青壮年（或带其幼儿）到城市工作，而短期内乡村地域的城市化影响可以忽略，与客观实际较为吻合。

同样分析镇女性人口的预测值，考虑乡村人口镇化率 $\alpha(t)=0.01$ 影响后，预测结果得到改善。由此验证了如下结论：人口城镇化对镇人口数的影响不容忽视；对镇来说，人口城镇化的两个因素中地域城镇化对镇人口的影响较大。

- 联系实际情况，我国城市化进程一般经历乡-镇-市的变化，而与年龄有关的迁移劳动力的流动方向主要是向就业机会多、发展前景好的城市，因此上述结果符合我国人口发展的基本特点。



4. 根据以上模型，利用 2004 年数据预测 2005 年，并与实际数据对比，如下表：

表一

	总人口	劳动人口	城镇化	老龄化	抚养比
05 实际	13.0726	9.3281	0.43	0.9047	0.4031
05 预测	13.0802	9.4302	0.4322	0.9055	0.387

可以看出，预测结果与实际值基本一致，验证了模型的正确性。

5. 下面利用模型预测未来十五年人口总数、城镇化、老龄化等参数的发展趋势

a) 参数的确定：

由假设 1 和 2，各系统中每个年龄阶段男女人口死亡率、新生婴儿的性别比、育龄妇女的生育率均可用五年内的平均值表示；
基于上面的模型验证与分析，且考虑到所给数据的局限性，短期预测中我们可将乡村人口城镇化率作适当的简化处理，向镇的迁移率视为 $\alpha(t)=0.01$ ，向市的迁

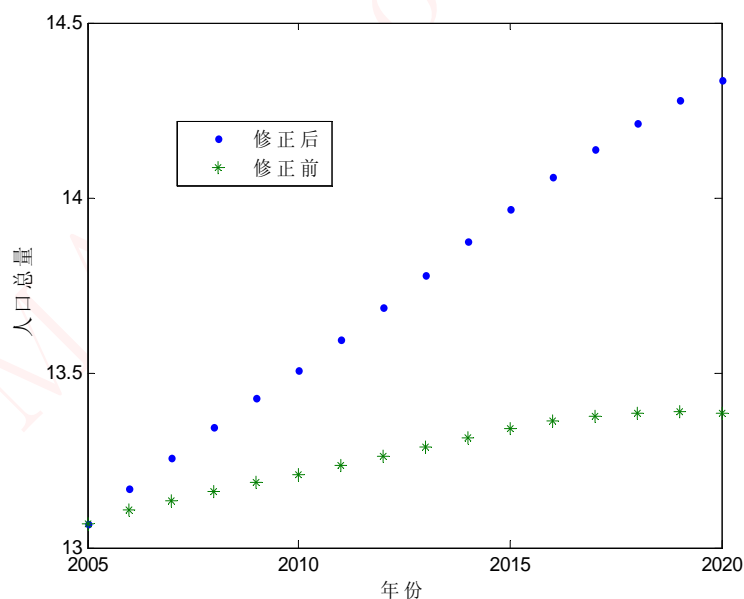
$$\text{移率视为 } \beta_i(t) = \begin{cases} 0.1061 * e^{-\frac{(i-24.43)^2}{19.53}} & (0 \leq i \leq 50) \\ 0 & (i \geq 50) \end{cases}$$

b) 求解结果：

预测人口总数比附件给出的预测结果偏小，分析所给调查数据，发现城、镇、乡育龄妇女的生育率分别约为 1.0, 1.3, 1.6，按城镇乡人口比例进行加权后得到的总和生育率约为 1.4，比附录一给出的总和生育率 1.8-2.0 偏小。因此我们对原始数据中育龄妇女各年龄段的生育率乘以修正因子 γ 进行修正，

取

$$\gamma = \frac{\text{实际的总和生育率}}{\text{原始数据的加权总和生育率}}$$



图五

得到新的预测结果，修正前后的预测结果对比如图五。修正后人口总数 2010 年接近 13.5 亿，2020 年接近 14.4 亿，与附录一给出的预测结果较好的吻合。

用修正后的生育率预测未来十五年人口参数的发展趋势：



表二：人口参数的短期预测结果

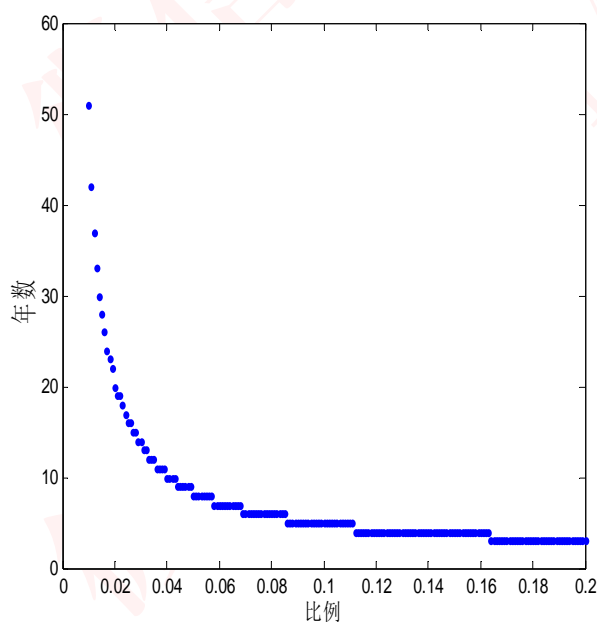
年份	总人口（万人）	劳动人口（万人）	城镇化率	老龄化率	抚养比
2005	130695.7	93149.28	0.4286	0.0907	0.4031
2006	131675.9	94284.22	0.4345	0.0930	0.3966
2007	132579.1	95226.99	0.4404	0.0949	0.3922
2008	133431.9	96075.75	0.4462	0.0968	0.3888
2009	134262.4	96645.75	0.4518	0.0990	0.3892
2010	135099.2	97221.11	0.4572	0.1015	0.3896
2011	135970.7	97553.24	0.4624	0.1039	0.3938
2012	136888.5	97723.02	0.4673	0.1068	0.4008
2013	137842.2	97854.17	0.4719	0.1094	0.4086
2014	138809	97618.67	0.4764	0.1132	0.4220
2015	139755.9	97367.28	0.4806	0.1171	0.4353

分析上表可得到如下结论：

1. 短期内，我国人口总量持续上涨；城镇化率稳步上升；人口的老龄化率逐步升高；
2. 劳动人口总量在 2013 年左右上涨至高峰，随后出现下跌；抚养比在 2013 年左右出现下跌，随后上涨。由抚养比与劳动人口数的关系知该变化趋势合理。又根据我国计划生育的发展历程，发现 20 世纪 60 年代我国计划生育工作开展出现停滞现象，到 70 年代计划生育工作全面开展。70 年代前后生育高峰的年龄推移引起了 21 世纪初劳动人口总量的上涨。计划生育政策的加强引起的生育率下降经年龄推移使劳动人口数在达到峰值后下降。

参数灵敏度分析

1. 国家调控地域城镇化的力度 $\alpha(t)$

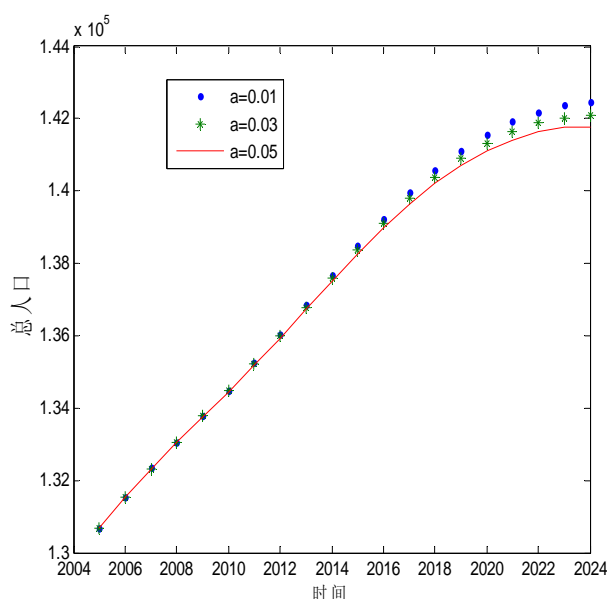


图六

$\alpha(t)$ 的大小直接决定了我国人口城镇化的进度。我们取 $\alpha(t)$ 的初值为零，以 0.001 为步长，考虑 $\alpha(t)$ 的变化对全国人口的总城镇化率达到 60% 所需要年数的影响，如图六；分析国家调控地域城镇化力度参数 $\alpha(t)$ 的影响可以看出，

$\alpha(t) \in (0, 0.04)$ 时，最终所需年数对其灵敏度较高。为缩短我国人口城镇化率达到 60% 所需年限，国家需加快城镇化建设的力度，如加快西部经济发展，扩大城市建设规模等。





图七

2. 乡村劳动力外流程度 $\beta_i(t)$:

$\alpha(t)$, $\beta_i(t)$ 均影响我国人口城镇化率, 由上文对 $\alpha(t)$ 的分析可知 $\beta_i(t)$ 的增大同样能加快我国人口城镇化率的进程。但是考虑到市、镇对流动劳动力人口的容量有限, $\beta_i(t)$ 的值最终会随着市、镇劳动力市场的饱和以及城乡差异的缩小而呈下降趋势。因此影响人口城镇化率的长远发展主要因素为 $\alpha(t)$ 。

长期预测模型

模型分析

将全国的总人口看作一个系统进行整体分析, 按年龄大小每五岁为一个等级, 将男女分别分为 19 个年龄等级 (最后一个等级由 90 和所有更大岁数的人组成), 同时以五年为一个时段, 考虑出生性别比随时间的变化, 分别对男女人数进行分析预测, 进而对总人口的发展趋势做出较为长期的预测。

对于此时的系统, 退出数即为死亡数, 调入数即为新生婴儿数。

基本方程

$$\begin{cases} N(t+1) = N(t) + R(t) - W(t) & N(t) = \sum_{i=0}^{19} \sum_{s=0}^1 n_{si}(t) & R(t) = [\sum_{i=4}^{10} n_{2i}(t)] \times \hat{b}(t) \\ \vec{n}_{sj}(t+1) = \sum_{i=0}^{19} p_{sij} n_{si}(t) + r_{sj}(t) & \vec{r}_s(t) = (r_{s0}(t), 0, \dots, 0) & r_{s0}(t) = [\sum_{i=4}^{10} n_{2i}(t)] \times \hat{b}(t) \varepsilon_s(t) \\ \vec{n}_s(t+1) = \vec{n}_s(t) \times \vec{P}_s + \vec{r}_s(t) & W(t) = \sum_{i=0}^{19} \sum_{s=0}^1 w_{si} n_{si}(t) & (w_{si} = \hat{d}_{si}(t)) \end{cases}$$

$\hat{b}(t)$ 表示第 t 年全国育龄妇女的平均生育率; $\hat{d}_{si}(t)$ 表示等级 i 中性别 s 的平均死亡率

$\alpha(t)$ 的大小影响乡村与城镇人口的分布, 从人口增长的长期趋势考虑也会影响人口总数。如图七, $\alpha(t)$ 分别取 0.05, 0.03, 0.02, 比较各曲线发现 $\alpha(t)$ 越大, 总人口数越小, 且随着时间的增加人口总数的差别越来越大。比较乡村与城镇各人口参数的不同, 由于城镇的出生率较乡村低, 因此城镇化率的加快在一定时期内能引起总人口数的下降, 但下降水平有限。



模型参数分析及确定

- 1) $\hat{b}(t)$ 分析附录二中 1995 至 2005 年的市镇乡育龄妇女生育率的千分比，按市镇乡育龄妇女总人数对它们求加权平均值，得到各年的平均生育率。由于前几年存在异常点，而且市镇乡人数比未知，故只取 2001 至 2005 年的数据进行计算。由已得到的 5 年的数值，拟合得到 $\hat{b}(t)'$ 的函数表达式 $\hat{b}(t)' = a \times e^{bt} + c$ ，同时引入短期预测的修正因子 γ 得到 $\hat{b}(t) = (a \times e^{bt} + c) \times \gamma$ 。考虑到生育率不可能无限制下降，拟合时加入常数项 c 保证最低生育率。（ $\gamma = 1.6$ 为生育率修正因子； c 取不同数值时，可以拟合得到不同的函数表达式）
- 2) $\lambda(t)$ 按上面 1) 中的处理方法可得 1994 至 2005 各年的出生人口平均性别比，结合附录一可知近年来出生性别比持续升高。分别取 $\lambda(t)$ 为不同的函数，观察比较性别比的动态变化对男女比例和总人数的影响。

$$\varepsilon_0(t) = \frac{\lambda(t)}{\lambda(t) + 100} \quad \varepsilon_1(t) = 1 - \varepsilon_0(t)$$

$\varepsilon_0(t)$ 表示 t 年新生人口中男性的比例； $\varepsilon_1(t)$ 表示 t 年新生人口中女性的比例

- 3) $\hat{d}_{si}(t)$ 2001 至 2005 五年同一等级 i 的死亡率无显著变化趋势，为简化计算我们取五年的均值 \bar{d}_{si} 。考虑到未来国家医疗卫生事业的发展对死亡率的影响，为简化计算我们取 $\hat{d}_{si}(t) = \bar{d}_{si} \times \zeta^t$ 。（ $\zeta < 1$ ，其物理意义是反映死亡率每年的下降程度）

求解结果与分析

取 $c = 30$ ， $\lambda(t) = 118.6$ ， $\zeta = 0.98$ 预测未来 50 年总人数、老龄化、的变化趋势图

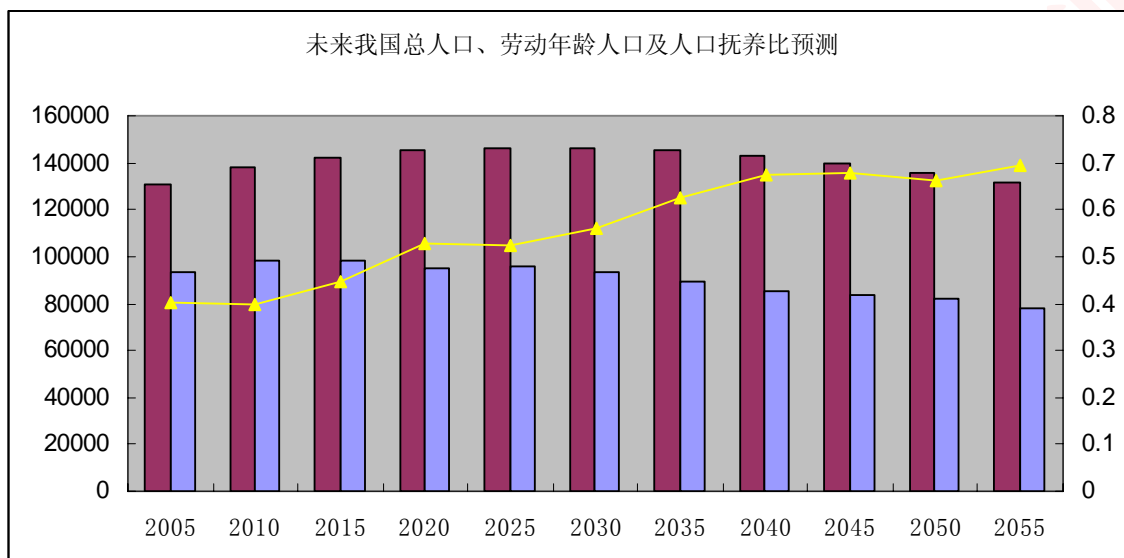
如下：（ $\lambda(t) = 118.6$ 为附录一中 2005 年的出生性别比）

表三：人口参数的长期预测结果

年份	总人口(万人)	劳动人口(万人)	老龄化	抚养化	男女性别比
2005	130695.7	93149.3	0.0907	0.4031	1.0220
2010	137740.9	98575.1	0.1022	0.3973	1.0214
2015	142522.2	98599.7	0.1215	0.4455	1.0229
2020	145476.1	95139.4	0.1509	0.5291	1.0232
2025	146560.1	96090.1	0.1718	0.5252	1.0226
2030	146434.8	93764.0	0.2032	0.5617	1.0222
2035	145282.1	89444.8	0.2371	0.6243	1.0227



2040	143091.2	85396.1	0.2585	0.6756	1.0252
2045	139743.5	83353.4	0.2609	0.6765	1.0304
2050	135667.7	81678.9	0.2574	0.6610	1.0391
2055	131378.1	77610.9	0.2699	0.6928	1.0510



图八

根据上面的表格和图形，可以清晰地看出各年的数据以及未来 50 年的变化趋势，与附录 1 中的预测图的走势基本一致，有如下结论：

- 在所取的参数下，总人口在 2025 年左右达到最大约为 14.656 亿，之后开始逐步减少；
- 劳动年龄人口（15—64 岁）在 2015 年左右到达峰值约为 9.86 亿；
- 老龄化人口（大于等于 65 岁）的比例逐步上升，到 2055 年已达到 0.2699，直接造成抚养比的上升；
- 抚养比由于劳动人口的长期下降趋势和老龄化的持续上升，也基本是稳定上升，至 2055 年达到 0.6928；
- 男女性别比也存在稳定的上升趋势，且上升速度越来越快，2055 年升到 1.0510。

总体而言，由于 20 世纪 70 年代初以来采取的计划生育政策，使得现阶段整体生育水平较低（总和生育率已经低于 1.8），而且处于下降趋势，长期预测总人口数必然会在达到峰值之后减少。由于人口高峰年龄推移的作用，现阶段处于人口红利期，而且劳动人口数在未来 10 年期间都将基本处于增加的趋势，但之后开始下降，若长期一直保持低生育率水平，必然会使后继劳动力资源不足，可能影响经济持续发展。我国医疗卫生事业的发展，使得死亡率下降，在长期的低生育率、低死亡率和现阶段较大劳动人口数的人口推移作用下，必然会使劳动人口增多，而且老龄化进程加速。在上述劳动人口和老龄化的变化趋势下，导致抚养比持续上升，引起劳动人口的压力越来越大，将严重制约人们生活质量的提高，人们由于压力过大可能产生各种心理问题，影响社会健康。保持现阶段已经严重失调的出生人口性别比例不变的情况下进行长期预测，男女比例逐步攀升，将使婚姻挤压问题凸现，低收入及低素质者结婚难，将成为影响社会稳定的严重隐患。

经上述分析，我们有理由相信，为了保证国家经济的稳定持续发展和社会的和



谐健康，国家必须采取一定的措施保证经济发展所需的劳动人口数、减缓老龄化的进程、严格控制男女比例的失调程度。

灵敏度分析

1) 出生率变化的分析（死亡率和出生性别比一定的情况下）：

取 $\lambda(t) = 118.6$ ， $\zeta = 0.98$ ， $\hat{b}(t) = (a * e^{(-b * x)} + c) \times \gamma$ ，改变 c 的数值，根据 2001 至 2005

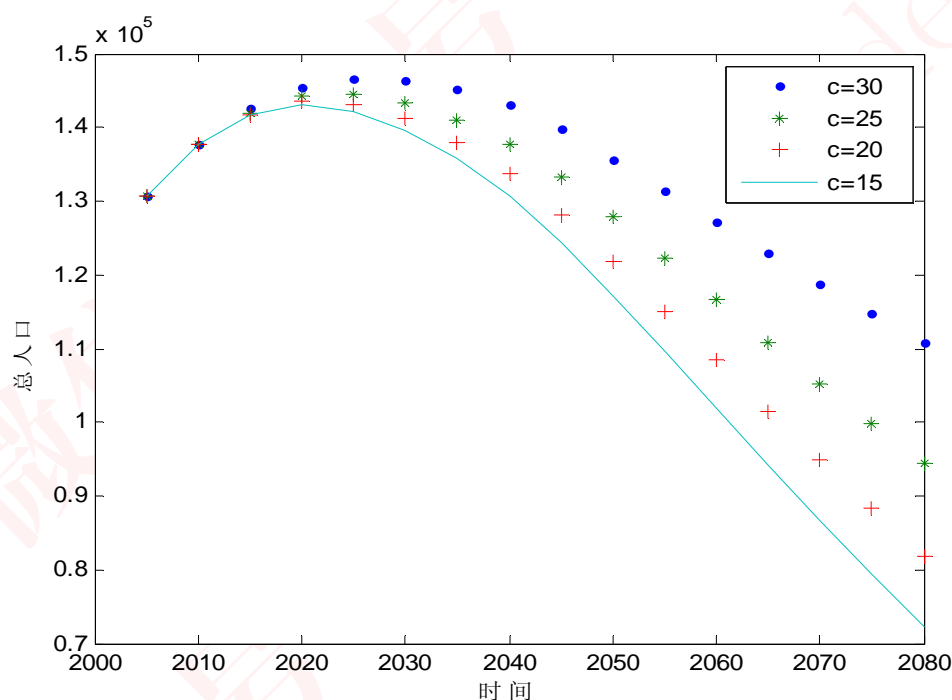
年各年的平均生育率，分别拟合 $\hat{b}(t)$ ，拟合效果分析如下：

表四

c	a	b	R^2	$RMSE$	a 置信区间	b 置信区间
30	13.97	0.1960	0.9668	0.6083	(9.856, 18.09)	(0.03592, 0.1014)
25	18.52	0.1213	0.9743	0.5345	(15.42, 21.63)	(0.05749, 0.1852)
20	23.32	0.0877	0.9765	0.5114	(20.55, 26.09)	(0.05749, 0.1852)
15	28.21	0.0687	0.9774	0.5016	(20.55, 26.09)	(0.04457, 0.1309)

由表可知，拟合效果较好。

根据上述 $\hat{b}(t)$ 的拟合函数，分别预测总人口的变化趋势如下图：



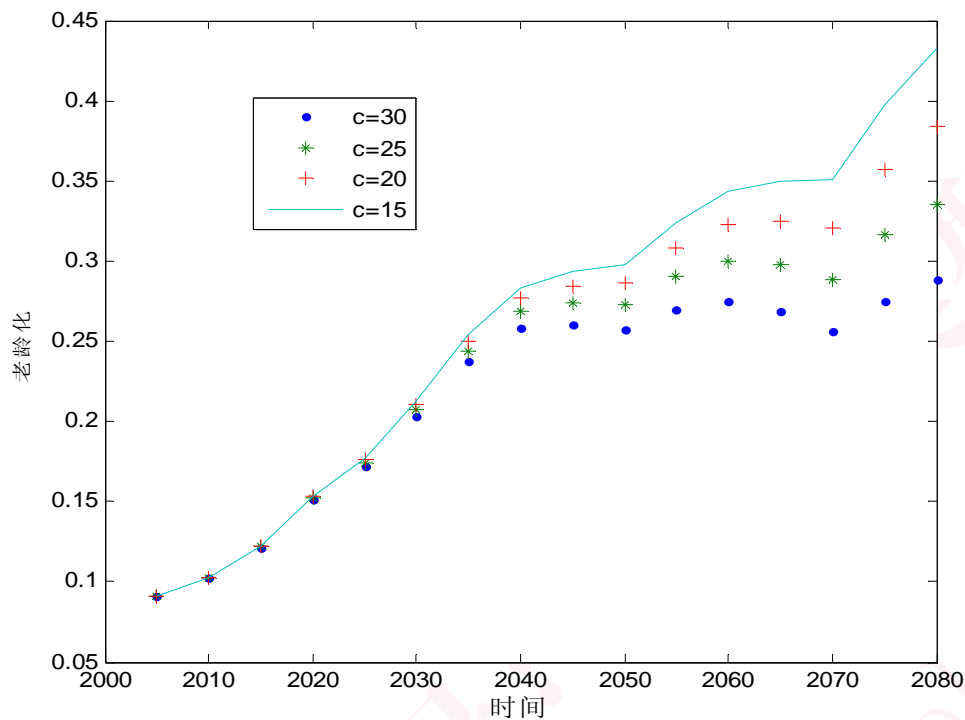
图九

分析上图可知：

出生率对长期人口的变化趋势影响较大。出生率下限 c 越大，增长达到峰值的时间越晚，峰值越大；人口数变化越为缓慢，对下降趋势的影响尤为显著。

根据上述 $\hat{b}(t)$ 的拟合函数，同理预测老龄化的变化趋势如下图：



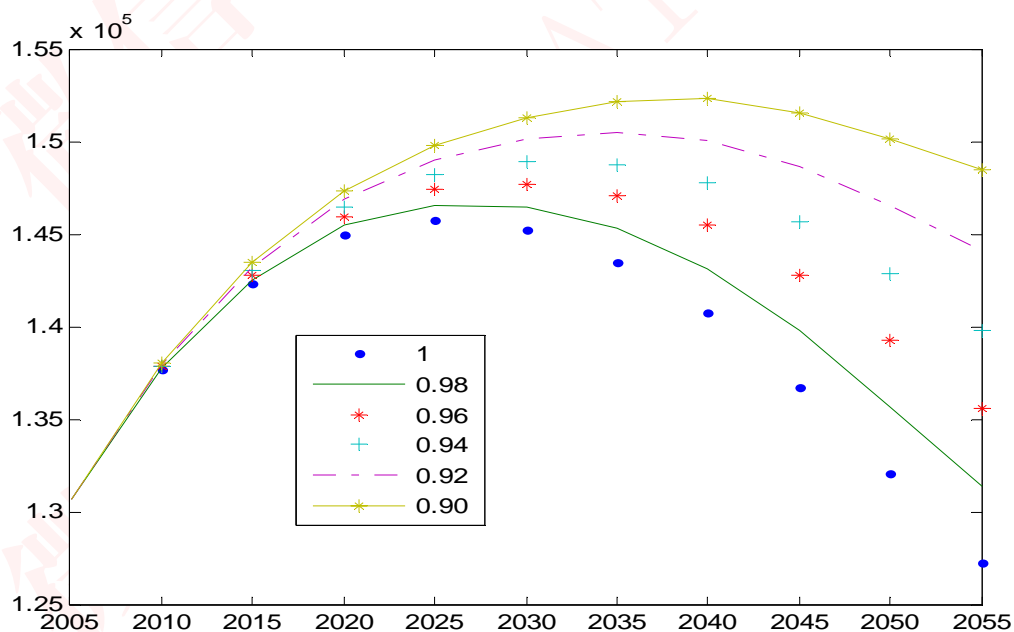


图十

分析图形，在 2035 年以前老龄化对 c 灵敏度较小，几乎不随 c 值变化；2045 年起灵敏度较大， c 值越小老龄化程度越大，且随时间的推移差别递增。

2) 死亡率变化的分析（出生性别比一定的情况下）：

取 $c = 30$ ， $\lambda(t) = 118.6$ ， ζ 从 0.90 以步长 0.02 变化到 1，动态分析总人口的增长变化如图所示：

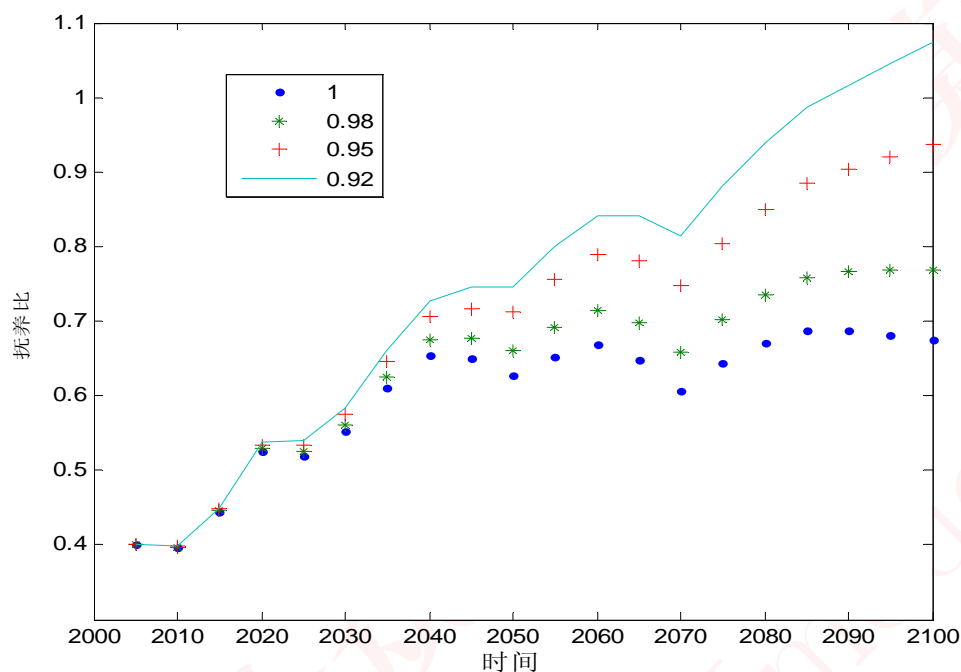


图十一



分析上图可以看出， ζ 值的变化对总人口的长期发展趋势影响较大。 ζ 越小，总人口的峰值越大，达到峰值的所需时间越长；增长和下降的速率越缓慢，对下降趋势的影响尤为显著。

ζ 分别取四个不同值，比较抚养比的变化趋势：



图十二

分析上图可知，2020 年以前抚养比基本与 ζ 值无关，2040 年以后抚养比关于 ζ 的灵敏度较大，且 ζ 值越大，抚养比越小。

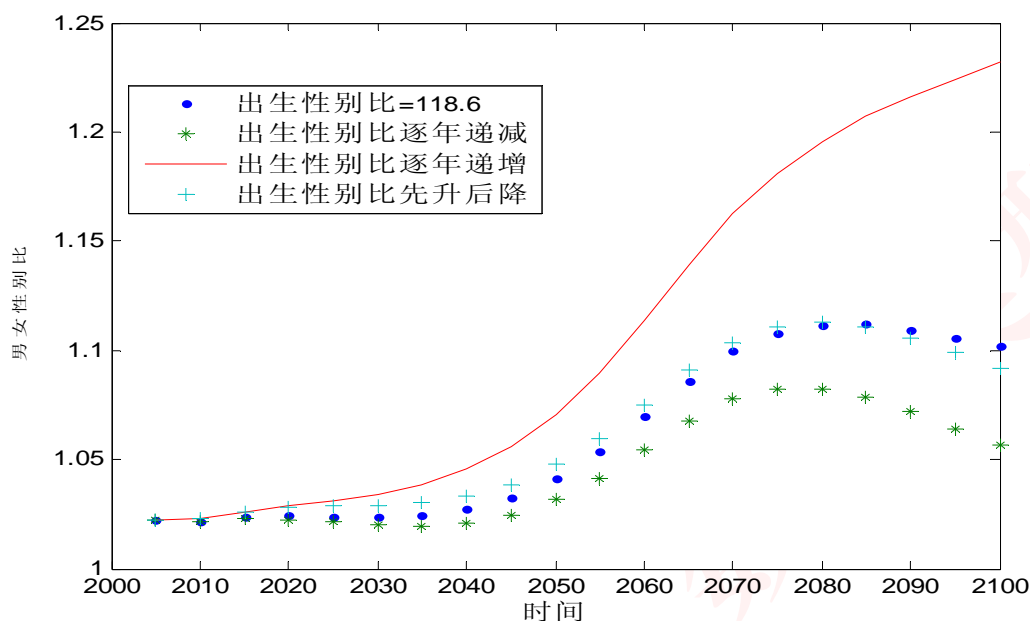
3) 出生性别比变化的分析（死亡率保持不变）：

取 $c = 30$ ， $\zeta = 0.98$ ，出生性别比 $\lambda(t)$ 分别取不同的时间函数： $\lambda_1(t) = 118.6 + 1.5t$ ，

$$\lambda_2(t) = 118.6 - 0.5t, \quad \lambda_3(t) = 118.6, \quad \lambda_4(t) = \begin{cases} 118.6 + 1.5t & (0 \leq t \leq 3) \\ 121.6 - 0.5t & (t \geq 4) \end{cases}.$$

此时男女性别比的长期变化趋势预测图如下：





图十三

分析上图得到结论如下：

- 出生性别比 $\lambda(t)$ 的变化对男女性别比的影响，如果不加控制让我国的出生性别比以 $\lambda(t) = 118.6 + 1.5t$ 来变化，到 2040 年即接近于 1.05，而且 2040 年以后开始加剧上升，到 2100 年将达到 1.23 左右，人口比例必将严重失调；
- 若从 2005 年就开始严格控制，使它以 $\lambda(t) = 118.6 - 0.5t$ 变化，由于男女死亡率的差异（根据所给数据，除 0 岁外，男性的死亡率明显大于女性），一直到 2045 年性别比基本不变且有较小的下降趋势，之后才会缓慢上升 2080 年左右达到最大 1.07，随即开始缓慢下降；
- 若保持 $\lambda(t) = 118.6$ 不变，经缓慢上升后到 2090 年达到峰值 1.11 左右；
- 如果推迟开始控制的时间，先任其增长到 2020 年时开始严格控制即使得

$$\lambda(t) = \begin{cases} 118.6 + 1.5t & (0 \leq t \leq 3) \\ 121.6 - 0.5t & (t \geq 4) \end{cases}$$

，可以看出控制措施还是达到了较好的效果，增长速度明显变缓，在 2080 年达到峰值 1.12 左右且之后下降较快。

- 根据上述灵敏度分析的结果，具体分析上述中国人口长期发展预测时所讨论的问题。为保证人口红利期过后劳动力数量的充足供应，一方面我们可以考虑适当推迟劳动人口的退休时间；另一方面可以在未来出现劳动力饥荒前，适当提高 c 值放宽对生育率的限制。为防止男女比例过度失调，国家需要及时地采取措施，有效地降低出生性别比，如禁止医院进行与治病无关的 B 超婴儿性别鉴定。为有效解决人口老龄化进程带来的社会问题，需要国家完善养老保障制度，缓解劳动人口的抚养压力。



模型优缺点分析

中短期预测模型评价

1. 合理性：该模型将城镇乡分为三个系统，综合考虑了我国城镇乡人口出生率，死亡率，出生性别比等差异，符合我国人口的区域性特点；通过系统间人员的调入调出反映乡村人口城镇化的特点；按年龄分等级，将人口的存活率视为两相邻等级间的转化率，符合各年人口结构相互依赖和制约的特点。另外将乡村人口城镇化的原因分为地域城镇化与劳动力流动两方面原因并分别用 $\alpha(t)$ $\beta_i(t)$ 衡量，突出了后者与年龄相关的特点，符合我国发展中国家的基本国情。
2. 实用性：短期内出生死亡率等人口参数变化不大，可以得到较好的预测效果；对于不考虑人口区域性差异或城镇化的国家进行人口数短期预测仍然适用，此时可将整个国家的人口当作一个系统。
3. 模型缺陷：此模型将实际问题简单化，存在不合理的地方；对短期预测效果较好，但不能用来做长期的预测。
 - a) 地域城镇化与劳动人口流动对市、镇人口均有影响，且人口城镇化率随年份变化。在模型求解中，为简化计算 $\alpha(t), \beta_i(t)$ 我们均取与时间无关的定值，且对市来说，只考虑劳动力流动 $\beta_i(t)$ 的影响；对镇来说，只考虑地域城镇化 $\alpha(t)$ 的影响。
 - b) 没有考虑出生率，死亡率，出生性别比及生育率随时间的变化对人口预测的影响；
 - c) 等级模型预测未来人口数时对原始数据的依赖性较大，对历史数据的准确性要求较高。

长期预测模型的分析

1. 合理性：该模型将总体作为一个系统，每五年为一个时段进行分析，与年龄等级的划分一致。分析时考虑了生育率、死亡率和出生性别比随时间的变化对人口发展的影响，并且分别进行了灵敏度分析，得到了合理的数据和结论。
2. 模型缺陷：由于数据较少，无法精确模拟出生育率、死亡率和出生性别比随时间的变化函数，使得模型存在一定的误差；没有考虑人口的城镇化影响，无法反映系统内部的人口迁移。

参考文献

- [1] 姜启源等，数学模型（第三版），北京：高等教育出版社，2003
- [2] 苏向东，农村剩余劳动力微观调查，
http://www.china.com.cn/aboutchina/zhuanti/rkyld/2007-08/02/content_8620961_2.htm， 2007-9-23

