

2017年全国大学生数学建模竞赛赛题讲评与经验交流会

“拍照赚钱”的任务定价

邓明华

北京大学数学科学学院

2017年11月25日，昆明

提纲

- 题目和命题背景
- 评阅要点
- 解题基本思路
- 评阅中发现的问题
- 优秀论文亮点介绍

题目

- “拍照赚钱”是移动互联网下的一种自助式服务模式。用户下载APP，注册成为APP的会员，然后从APP上领取需要拍照的任务（比如上超市去检查某种商品的上架情况），赚取APP对任务所标定的酬金。这种基于移动互联网的自助式劳务众包平台，为企业提供各种商业检查和信息搜集，相比传统的市场调查方式可以大大节省调查成本，而且有效地保证了调查数据的真实性，缩短了调查的周期。因此APP成为该平台运行的核心，而APP中的任务定价又是其核心要素。如果定价不合理，有的任务就会无人问津，而导致商品检查的失败。

题目（数据说明）

- 附件一是一个已结束项目的任务数据，包含了每个任务的位置、定价和完成情况（“1”表示完成，“0”表示未完成）；附件二是会员信息数据，包含了会员的位置、信誉值、参考其信誉给出的任务开始预订时间和预订限额，原则上会员信誉越高，越优先开始挑选任务，其配额也就越大（任务分配时实际上是根据预订限额所占比例进行配发）；附件三是一个新的检查项目任务数据，只有任务的位置信息。

已结束任务数据

	A	B	C	D	E	F
1	任务号码	任务gps经	任务gps经	任务标价	任务执行情况	
2	A0001	22.56614	113.9808	66	0	
3	A0002	22.68621	113.9405	65.5	0	
4	A0003	22.57651	113.9572	65.5	1	
5	A0004	22.56484	114.2446	75	0	
6	A0005	22.55889	113.9507	65.5	0	
7	A0006	22.559	114.2413	75	0	
8	A0007	22.549	113.9723	65.5	1	
9	A0008	22.56277	113.9566	65.5	0	
10	A0009	22.50001	113.8957	66	0	
11	A0010	22.54379	113.924	66	1	
12	A0011	22.52486	113.9309	65.5	0	
13	A0012	22.51909	113.9358	65.5	0	
14	A0013	22.54797	113.9779	65.5	1	
15	A0014	22.50617	113.9314	66	1	
16	A0015	22.49963	113.9365	66	1	
17	A0016	22.54032	113.9236	66	1	

会员数据

	A	B	C	D	E	
1	用户编号	用户位置(GPS)	预订任务限额	预订任务开始时间	信誉值	
2	B0001	22.947097 113.679983	114	6:30:00	67997.39	
3	B0002	22.577792 113.966524	163	6:30:00	37926.54	
4	B0003	23.192458 113.347272	139	6:30:00	27953.04	
5	B0004	23.255965 113.31875	98	6:30:00	25085.7	
6	B0005	33.65205 116.97047	66	6:30:00	20919.07	
7	B0006	22.262784 112.79768	72	6:30:00	18237.63	
8	B0007	29.560903 106.239083	15	6:30:00	15729.36	
9	B0008	23.143373 113.376315	95	6:42:00	14868.44	
10	B0009	23.28528 113.651842	110	6:36:00	13556.16	
11	B0010	23.099259 113.488909	64	6:36:00	13327.95	
12	B0011	23.192462 113.34726	89	6:42:00	11349.09	
13	B0012	22.548889 113.955368	102	6:33:00	10957.58	
14	B0013	23.178845 113.358177	90	6:45:00	10427.74	

题目（问题）

1. 研究附件一中项目的任务定价规律，分析任务未完成的原因。
2. 为附件一中的项目设计新的任务定价方案，并和原方案进行比较。
3. 实际情况下，多个任务可能因为位置比较集中，导致用户会争相选择，一种考虑是将这些任务联合在一起打包发布。在这种考虑下，如何修改前面的定价模型，对最终的任务完成情况又有什么影响？
4. 对附件三中的新项目给出你的任务定价方案，并评价该方案的实施效果。

命题背景

- 移动互联网商业检查工具
- 借助移动互联网技术，发动全国各地真实顾客，在指定的地理位置，用多媒体方式反馈企业所需要的最真实渠道信息



<http://www.retailstore.ai/>

企业关心的商业检查问题

- 在各类终端渠道，有没有我们的产品陈列？
- 终端陈列了多少个SKU？具体的SKU结构如何？本品在终端同类商品SKU总数的占比多少？
- 产品陈列在什么位置？在终端同类商品总体陈列牌面的占比多少？
- 产品售价多少？
- 终端有哪些营销物料陈列/呈现？(海报、POP广告、异形堆头/TG等)
- 有什么促销活动正在进行？（特价、买赠、试吃等）
- 是否配有促销人员？促销人员的服务是否规范？

逐渐落后的商业检查方式

- 目前渠道商业检查的操作方式依然以传统方式为主，企业通常将全国性调查委托给一个全国总包商，总包商再把任务分包给几十个区域性执行公司，每个区域性执行公司再把任务分配给全职或者兼职访问员，访问员再以纸问卷，数码相机，针孔相机等方式，进行数据记录，整理等工作。

传统商业检查方式面临的四大问题

- 终端渠道数量太多，企业没有足够人手
- 外包调查成本太高，沟通成本高
- 需要大量的整理录入，时效性差
- 对数据质量缺乏信心，数据常常受到挑战

优势

- **真实顾客**：在移动互联网时代，聚集人的力量，让广大的真实消费者成为企业的“临时工”
- **反馈多媒体信息**：抛弃传统纸质问卷，不仅可以进行文字记录，更可以拍照、录像，真实记录所见场景
- **最真实的渠道信息**：所采集信息均带有“时间”+“地点”+“图像”信息，真实可靠，降低质量隐患

拍拍赚的工作流程



拍拍赚关于数模竞赛的问与答(1)

- **Q:** 拍拍赚是如何定价的，影响定价的因素有哪些？
- **A:** 拍拍赚的定价优化目标是基于任务完成进度与完成时间而设定的。主要会参考二个核心因素：会员（包括位置分布，信誉、活跃度及行动路径等）；任务（包括位置分布、难易程度，竞争价格等）涉及的因素比较多，大家可以多想想，还有一些过程指标，比如完成率，进度，打包，预定等。

http://www.retailstore.ai/h-nd-11.html#_np=104_314

拍拍赚关于数模竞赛的问与答(2)

- Q: 拍拍赚目前定价采用了哪种算法?
- A: 类似于贪心算法和动态规划, 但具体基于什么算法, 我这个做PR的也不太清楚, 也不要局限于具体算法, 最终的目的是最优化定价, 以最优的价格, 又快又好的完成任务。

http://www.retailstore.ai/h-nd-11.html#_np=104_314

拍拍赚关于数模竞赛的问与答(3)

- **Q:** 任务完成情况与价格的关系
- **A:** 理论上讲完成越快的任务价格越低，但这要考虑到很多因素，但为了达到完成率，任务涨价或降价对会员的积极性都会有影响，需要找到一个价格的平衡点。
- **Q:** 关于成本和支付
- **A:** 目前考题里没有成本与费用数据，无关定价。

http://www.retailstore.ai/h-nd-11.html#_np=104_314

拍拍赚关于数模竞赛的问与答(4)

- **Q:** 为什么信誉高的会员可预定的数量少可预定时间又晚?
- **A:** 实际项目的情况与题目条件是不相同的，会考虑的因素也更多，会员信誉主要会参考会员完成任务的质量等原因和题目条件不同，大家还是要放开想象力从题面出发。
- **Q:** 为什么会员密集的地方，任务的失败率会那么高
- **A:** 很多原因，价格低、店铺拒访，道路施工，天气不好（广州、深圳台风一个接一个的），会员家里有事、假期等，请同学们命题范围内思考问题。

http://www.retailstore.ai/h-nd-11.html#_np=104_314

评阅要点（综述）

- 本题来源于实际问题，要求对“拍照赚钱”项目中的任务进行定价，使得任务对会员有吸引力而不至于被会员所放弃，特别是那些处在比较偏远位置的任务。

评阅要点（问题1）

- 问题1：在已经结束的项目中研究任务定价规律，分析任务未完成的原因。理论上任务定价跟所有会员的限额、会员与任务之间距离有关，在已知的定价数据上，这是一个高维数据函数的拟合问题，需要一定的降维处理。这里所谓的降维是一个广义的概念，既可以是统计上的降维方法，也可以是会员密度，任务密度，或者是任务距离城市中心距离这样的变量；同样，任务是是否完成也跟所有会员的限额、会员与任务之间距离有关，在已知任务完成与否的情况下，这是一个高维数据分类问题。

评阅要点（问题1）

- 注意
 - 重点在变量的选择上
 - 需要有定量分析，而不是泛泛而谈；
 - 在建立因变量和自变量的关系中，回归（**Logistic**回归）、神经网络等方法可视为等同的模型；在模型拟合程度的度量上，应注意拟合度和模型复杂度的均衡.

评阅要点（问题2）

- 问题2：问题2要求对已结束项目中的任务设计新的定价方案。不同的原则可能对应于不同的定价，一个好的定价方案应该考虑到以下几点：
 1. 任务定价的主要目的是在不提高平台的运行成本的前提下，尽量提高任务的完成率。
 2. 定价方案应该对所有会员都有一定的吸引力，均衡性是一种可能的方案；
 3. 定价方案需要照顾到优质会员的利益，也要对新会员保留一定的机会；
- 对定价方案的评价可以模拟会员抢单，统计任务完成率进行评价。

评阅要点（问题3）

- 问题3是考虑任务打包问题，按照一定的原则打包（比如就近打包和远近搭配打包等方式），在保证任务完成率的情况下节省成本也可以作为一个评价定价方案的新维度。

评阅要点（问题4）

- 问题4就是将前面问题2和问题3的方案应用到实际任务之中，需要通过模拟用户抢单，统计任务完成率来对方案进行评价。

定价问题分析

- 任务定价包含两部分：
 - 其一是拍照的报酬，由商场规模决定，这里就简单认为：在商场内拍照的工作量都基本相同，作为基本价格，可不妨设这个基本价格为零。
 - 其二是距离远近导致的任务差异，这是我们最需要解决的部分。
- 对会员来说，距离远、价格又不够高显然他就不去做。

认知价值定价法

- 百度百科：认知价值定价法（Perceived-Value Pricing），又叫觉察价值定价法，也称“感受价值定价法”、“理解价值定价法”。是根据消费者所理解的某种商品的价值，或者说是消费者对产品价值的认识程度来确定产品价格的一种定价方法。
- 当产品的价格水平与消费者对产品价值的理解和认识程度大体一致或者低于时，消费者就很容易接受这种产品；

<https://baike.baidu.com/item/认知价值定价法>

认知价值定价法

- 会员对任务执行的价值期望与任务跟会员的距离密切相关，设其为 $f(r)$
- 因此，理论上任务定价

$$\text{Price}_i = G(t_1, \omega_1, f(r_{i1}); \cdots ; t_m, \omega_m, f(r_{im}))$$

其中 t_j 是第j个会员开始下单时间， ω_j 是第j个会员的配额占比， r_{ij} 是第j个会员到该任务的距离。

吸引力

- 可以用实际任务定价和会员对执行该任务的价值认定之比值来刻画
- 对于第*i*个任务，其对第*j*个会员的吸引力就是

$$\frac{\alpha_i}{Cf(r_{ij})}$$

其中*c*是一个归一化单位

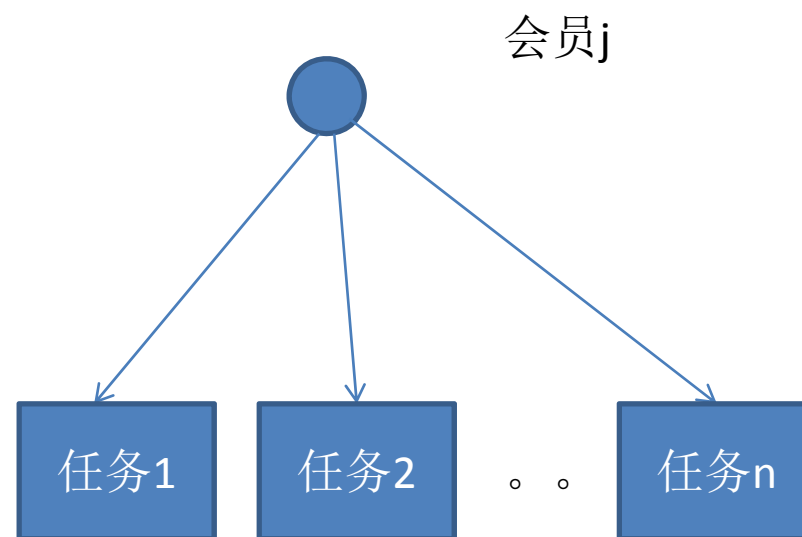
吸引力均衡

- 对第 j 个会员来说，第 i 个任务对他的吸引力占比

$$\frac{\frac{\alpha_i}{Cf(r_{ij})}}{\sum_{k=1}^n \frac{\alpha_k}{Cf(r_{kj})}}$$

- 均衡性要求就是使之接近均匀

$$\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)$$



吸引力均衡

- 设第j个会员配额比为 ω_j
- 于是可以有如下的目标函数

$$(\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_n) = \underset{\alpha_1, \dots, \alpha_n}{\operatorname{Argmin}} \sum_{j=1}^m \omega_j \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{\alpha_i}{f(r_{ij})}}{\sum_k \frac{\alpha_k}{f(r_{kj})}} - \frac{1}{n} \right)^2 \right\}$$

定价模型A

- 模型A

$$f(r) = r$$

- 理解：交通补贴
- 优化模型

$$(\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_n) = \underset{\alpha_1, \dots, \alpha_n}{\operatorname{Argmin}} \sum_{j=1}^m \omega_j \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{\alpha_i}{r_{ij}}}{\sum_k \frac{\alpha_k}{r_{kj}}} - \frac{1}{n} \right)^2 \right\}$$

定价模型B

- 模型B

$$f(r) = r^2$$

- 理解：借鉴物理中的万有引力
- 优化模型

$$(\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_n) = \underset{\alpha_1, \dots, \alpha_n}{\operatorname{Argmin}} \sum_{j=1}^m \omega_j \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{\alpha_i}{r_{ij}^2}}{\sum_k \frac{\alpha_k}{r_{kj}^2}} - \frac{1}{n} \right)^2 \right\}$$

任务分配——平台端

- 按照附件2中的时间放单，先到先得；
- 在同一个时间窗口下：按照各个会员权重
随机派发

任务分配——会员端

- 在平台允许的时间内第一时间上线；
- 对线上任务按照吸引力排序，如果吸引力超过阈值 T_0 则对该任务下单；如果没有任务的吸引力超过阈值 T_0 不下单；

任务完成情况评价

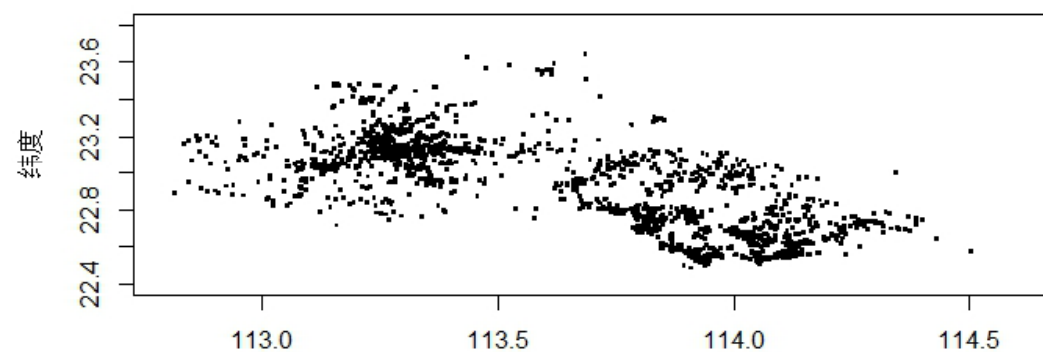
- 随机模拟：模拟用户对任务的选择，同时模拟后台任务分配，最后给出任务完成率
- 会员抢单：按照附件2中的时间顺序会员上线下单；
- 会员总是选择从剩下的任务中选择最有吸引力的几个，但如果任务吸引力低于一定阈值是他不会再下单；
- 会员能下单的数目不超过 $N\omega_j$

解题思路(任务打包)

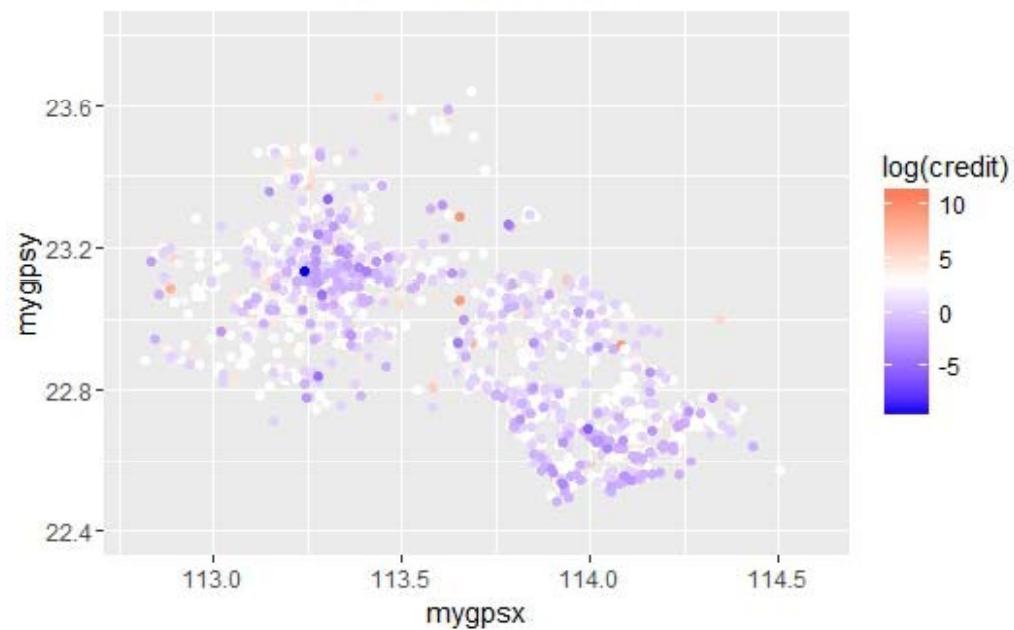
- 对任务进行聚类。可以考虑用 K-Means 聚类算法或者模糊k-Means算法, 但 k 的确定需要讨论;
- 打包后价格确定时, 多个任务合并定价时可以打折, 其折扣率可以讨论;

数据统计(1)

会员地点分布图

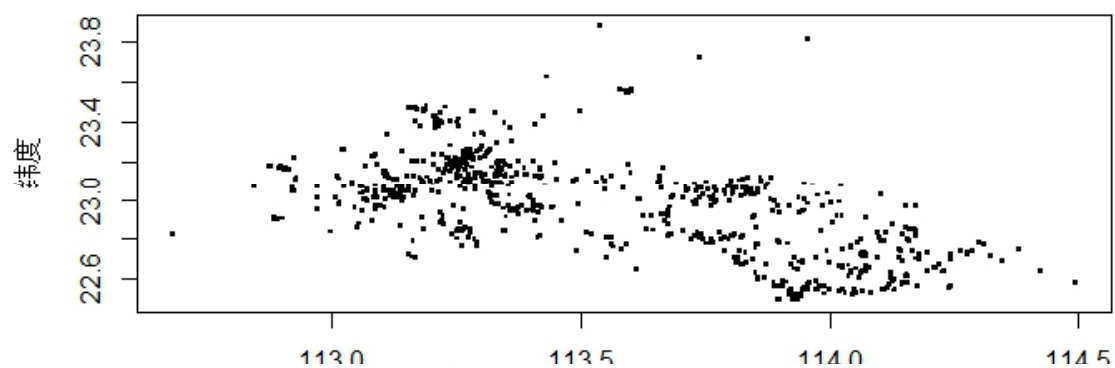


用户信用分布情况

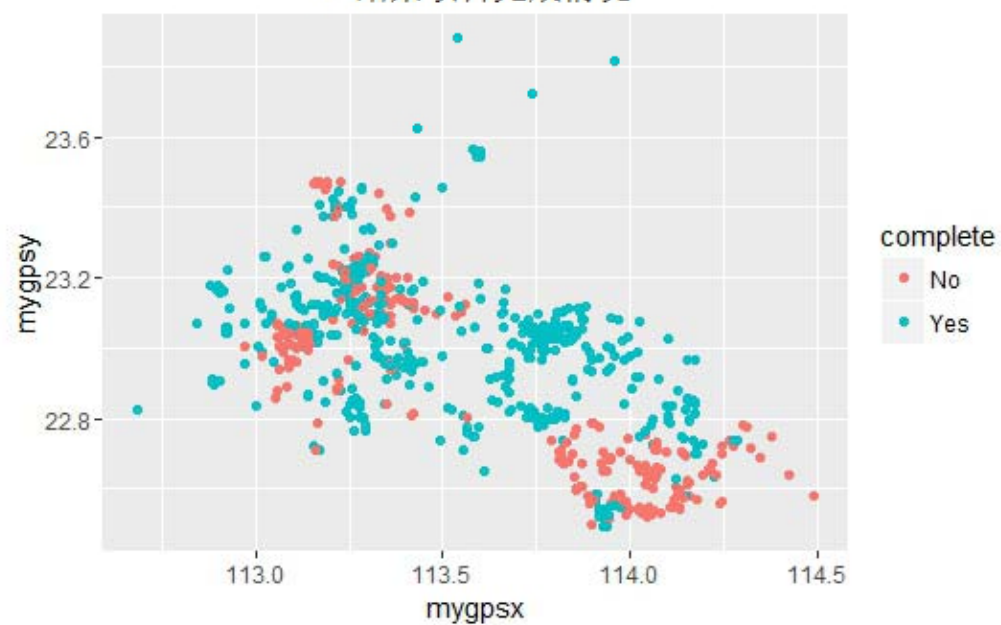


数据统计(2)

已结束任务地点分布图

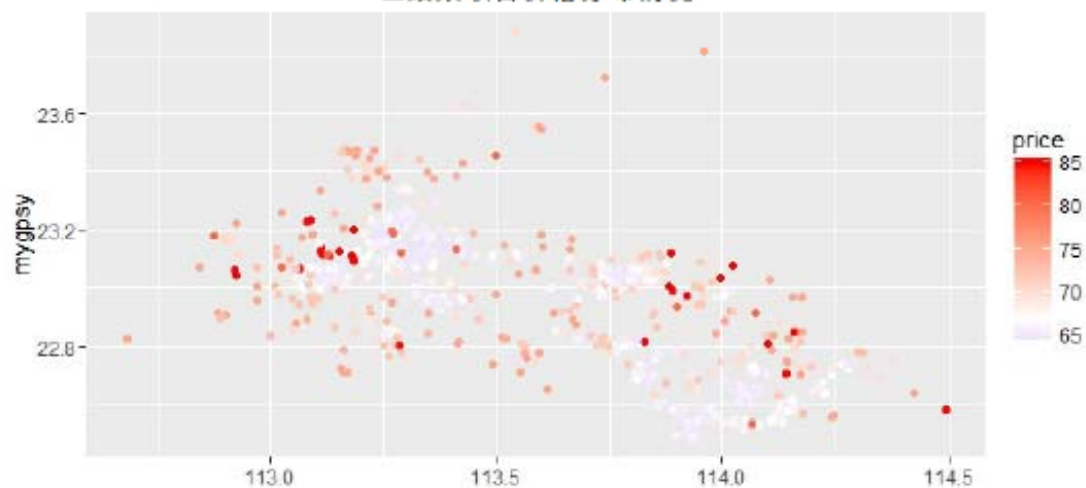


已结束项目完成情况

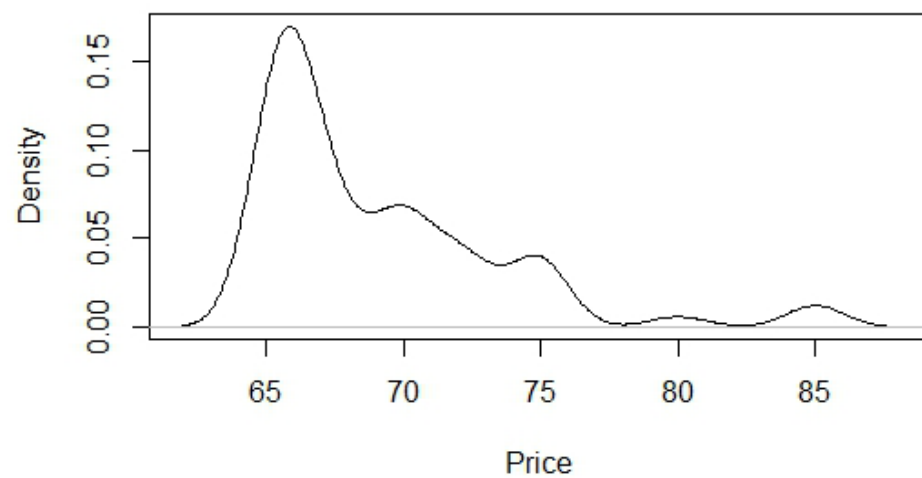


旧项目价格分布

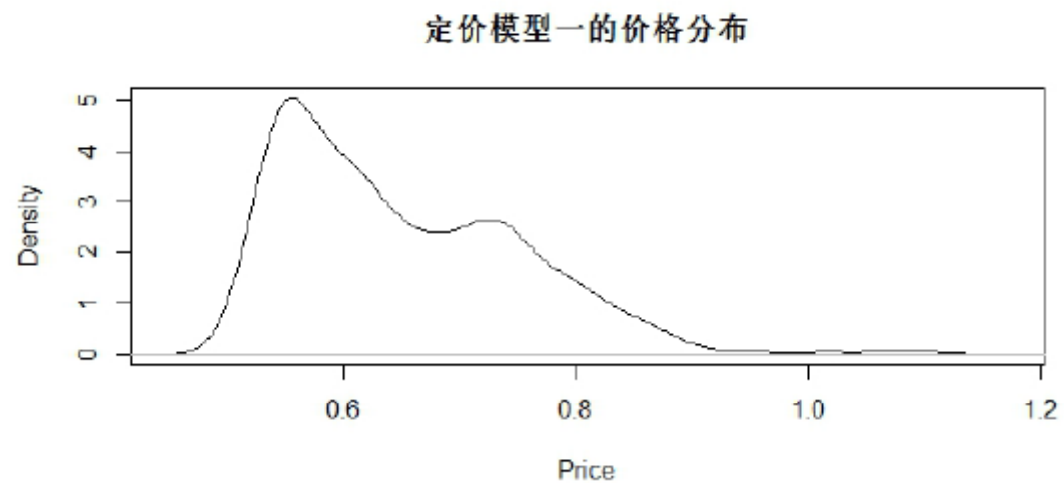
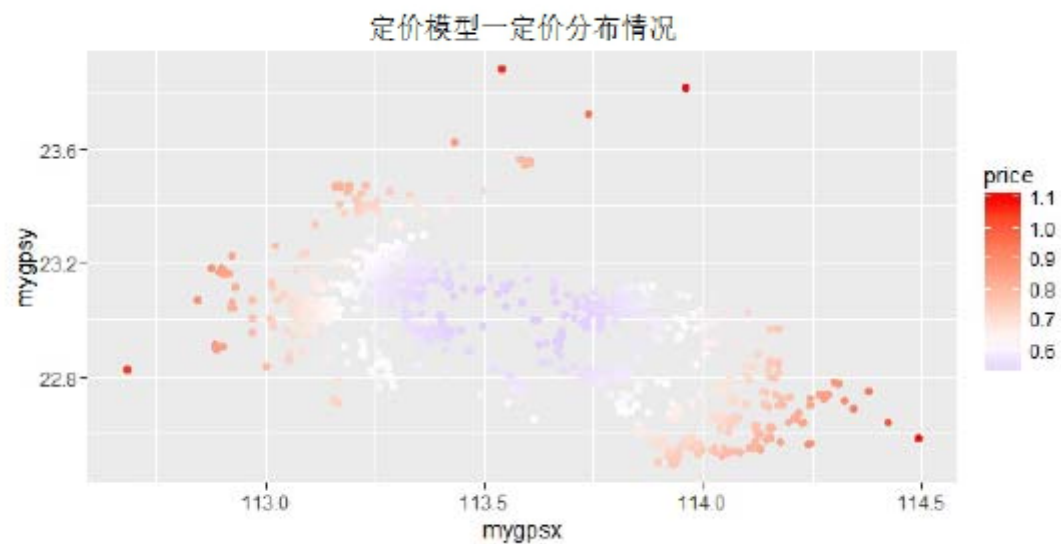
已结束项目价格分布情况



已结束项目的价格分布

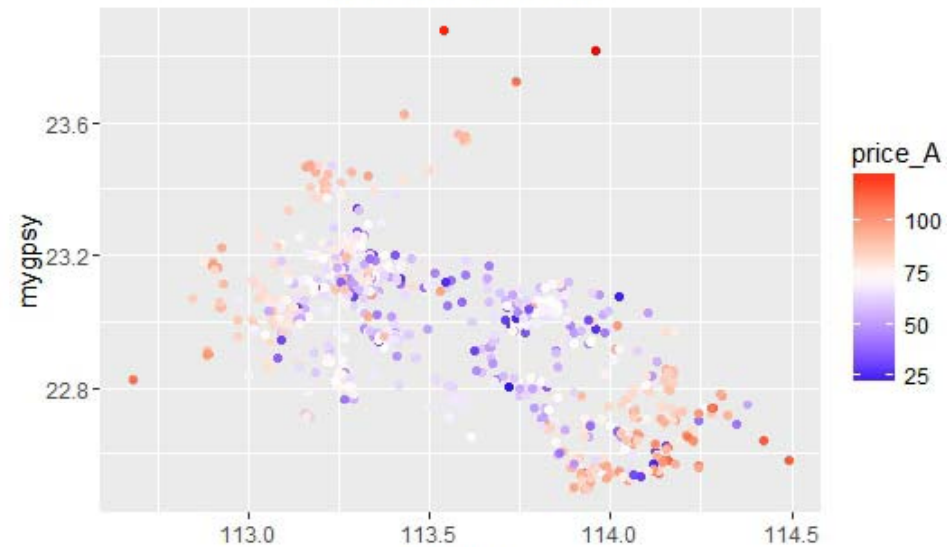


旧项目的价格分布

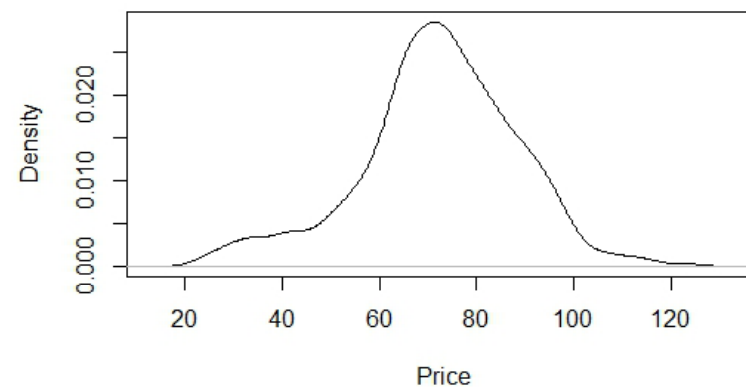


模型A运算结果——定价

模型A定价分布情况

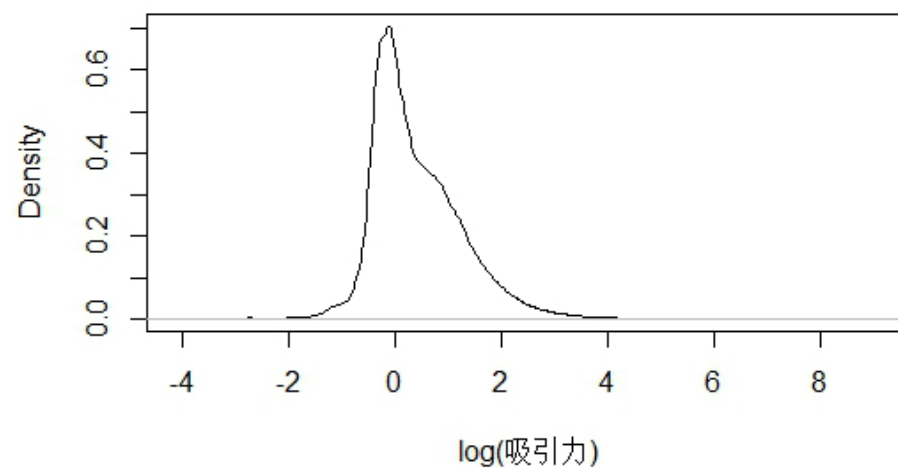


模型A的价格分布

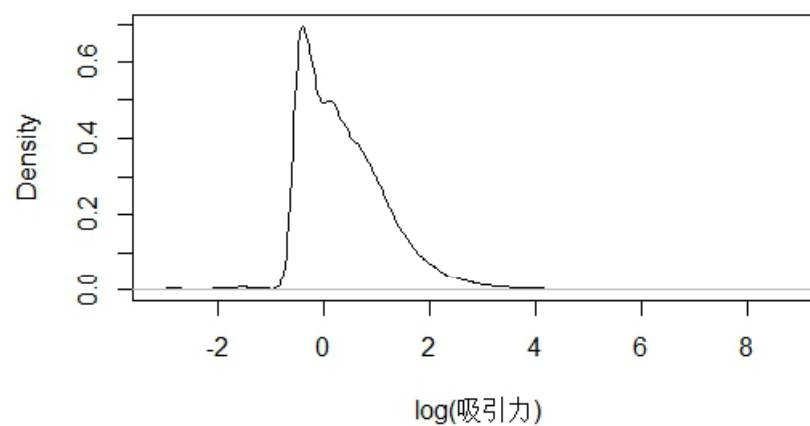


模型A运算结果——吸引力

模型A定价下吸引力分布

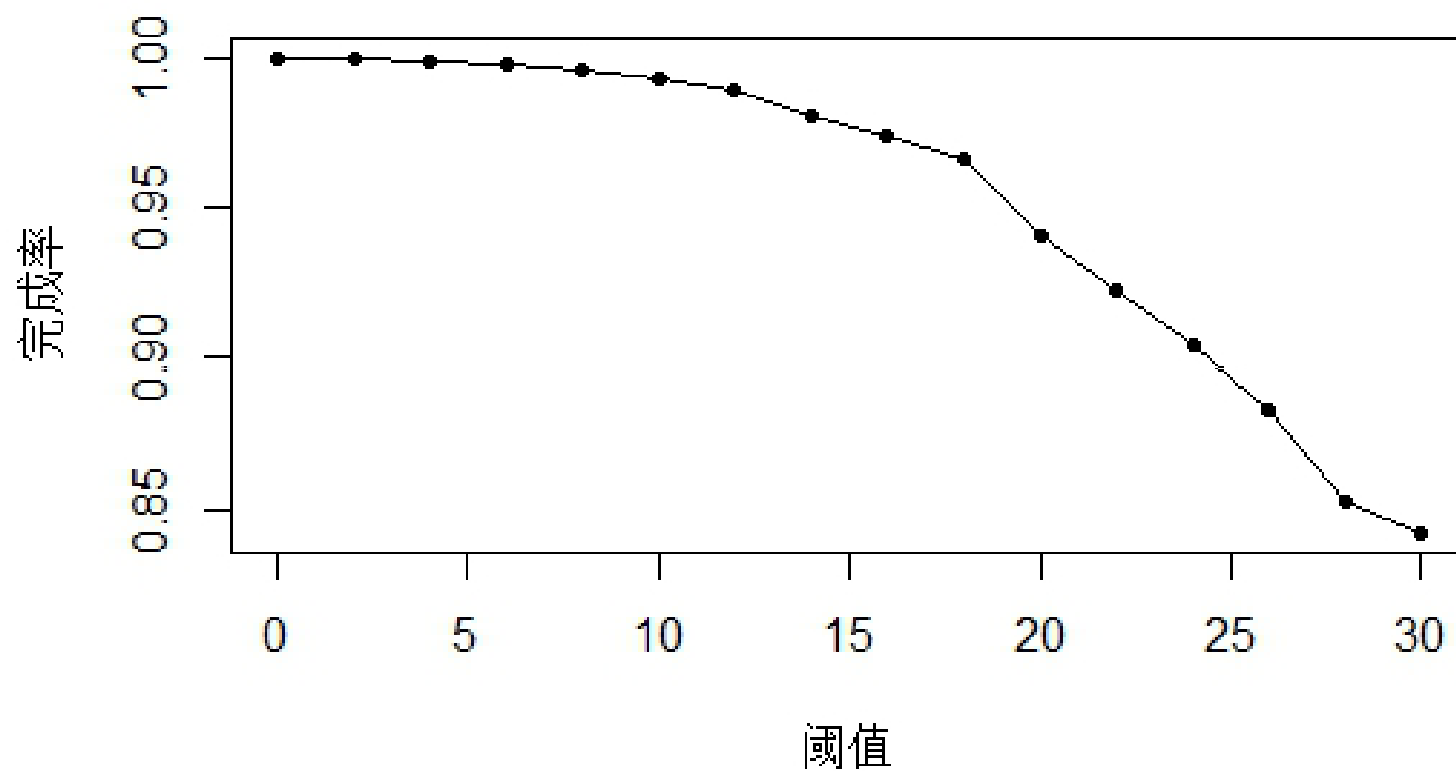


原始价格下吸引力分布（模型A）



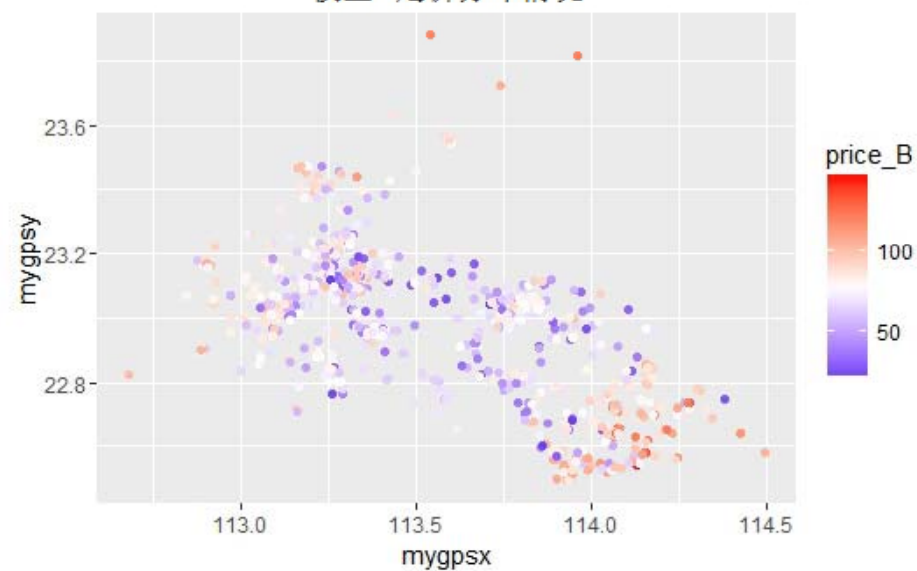
模型A运算结果——完成率

模型A完成率随阈值变换图

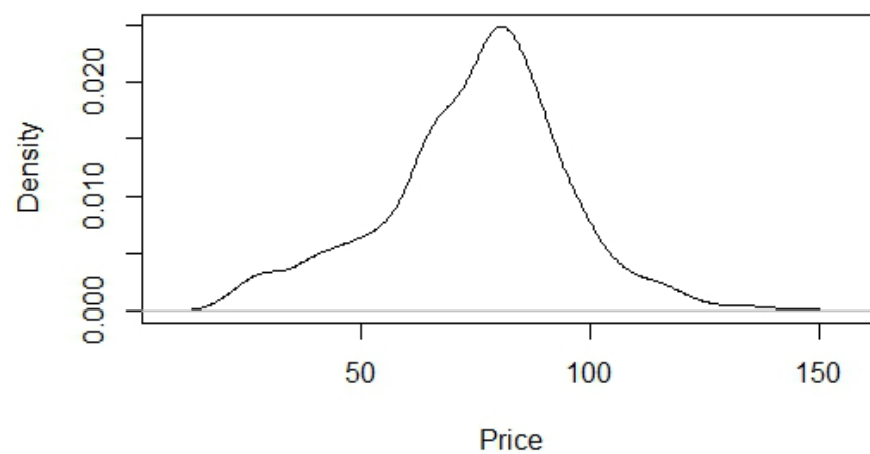


模型B运算结果——定价

模型B定价分布情况

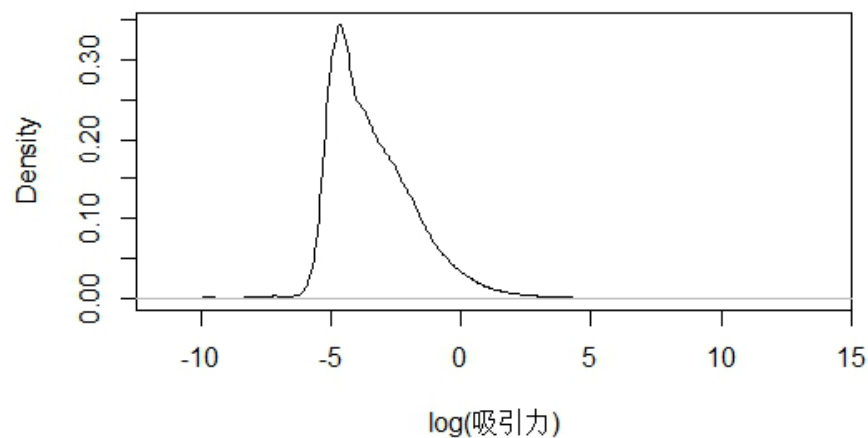


模型B的价格分布

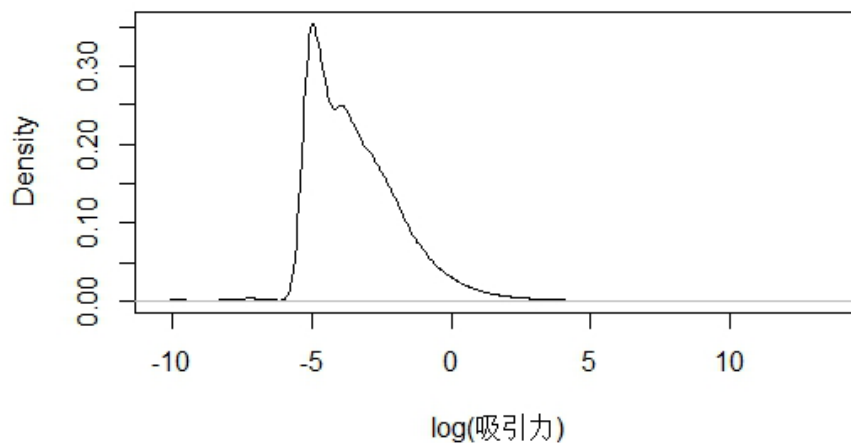


模型B定价结果——吸引力

模型B定价下吸引力分布

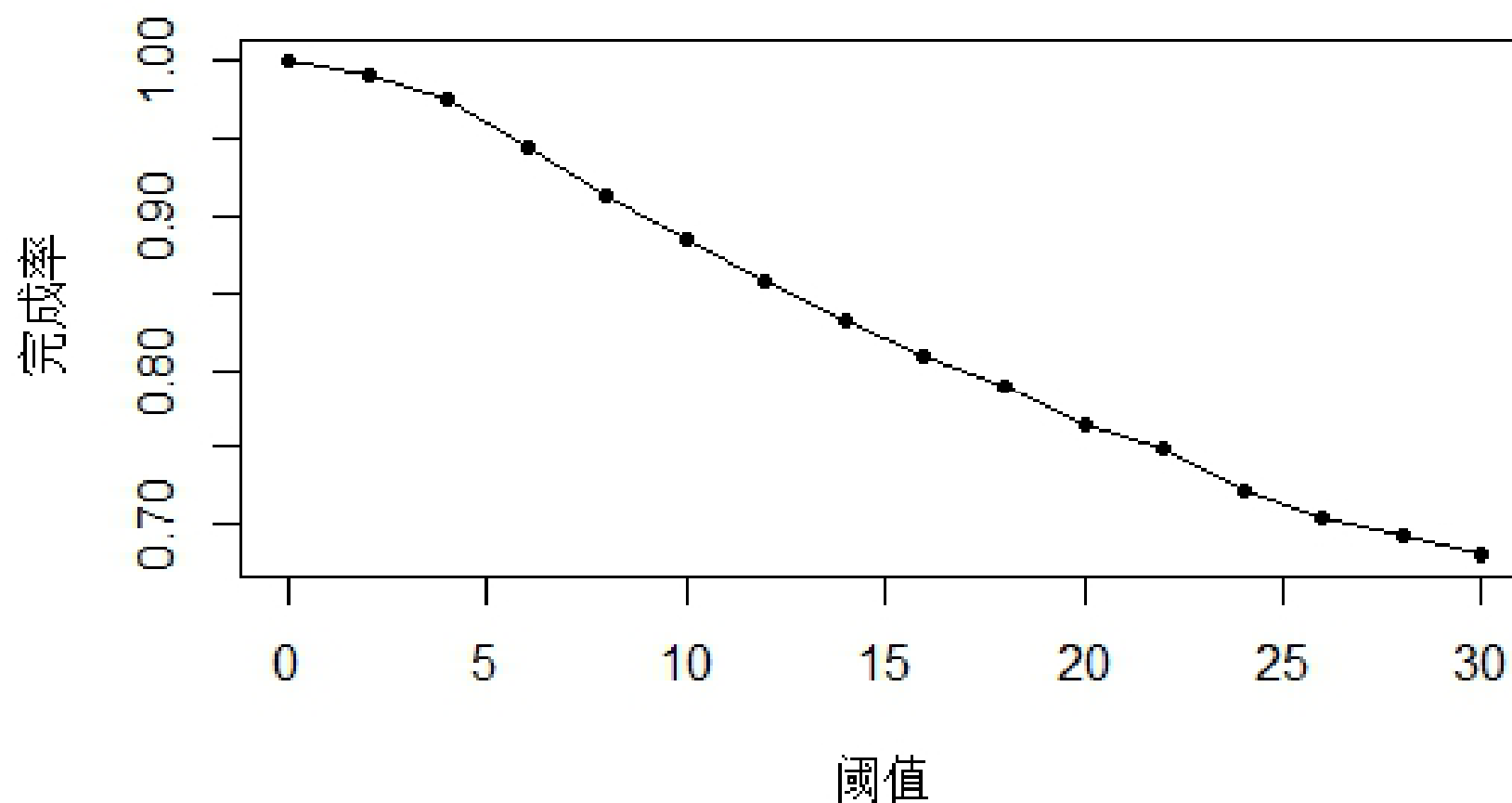


原始价格下吸引力分布（模型B）



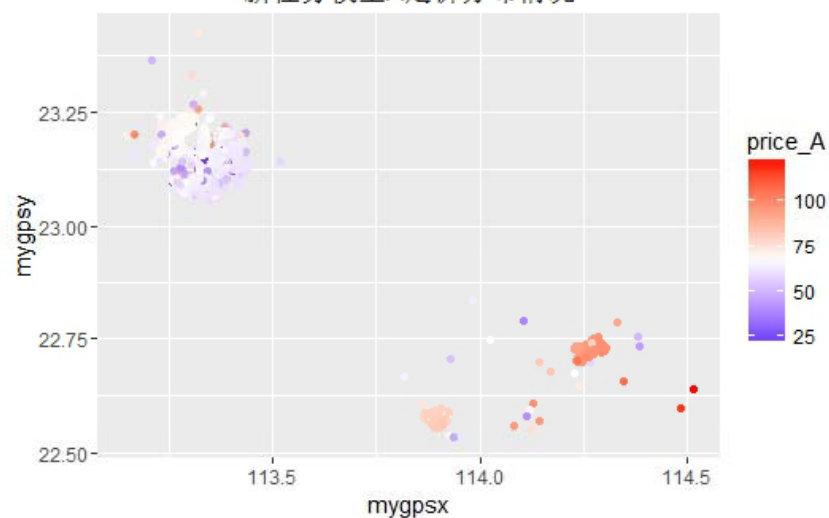
模型B定价结果——完成率

新任务模型B完成率随阈值变换图

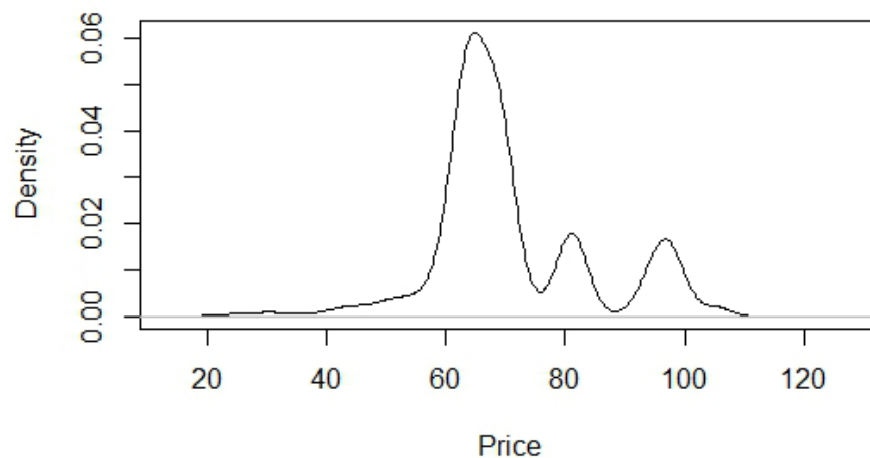


新任务运算结果——模型A定价

新任务模型A定价分布情况

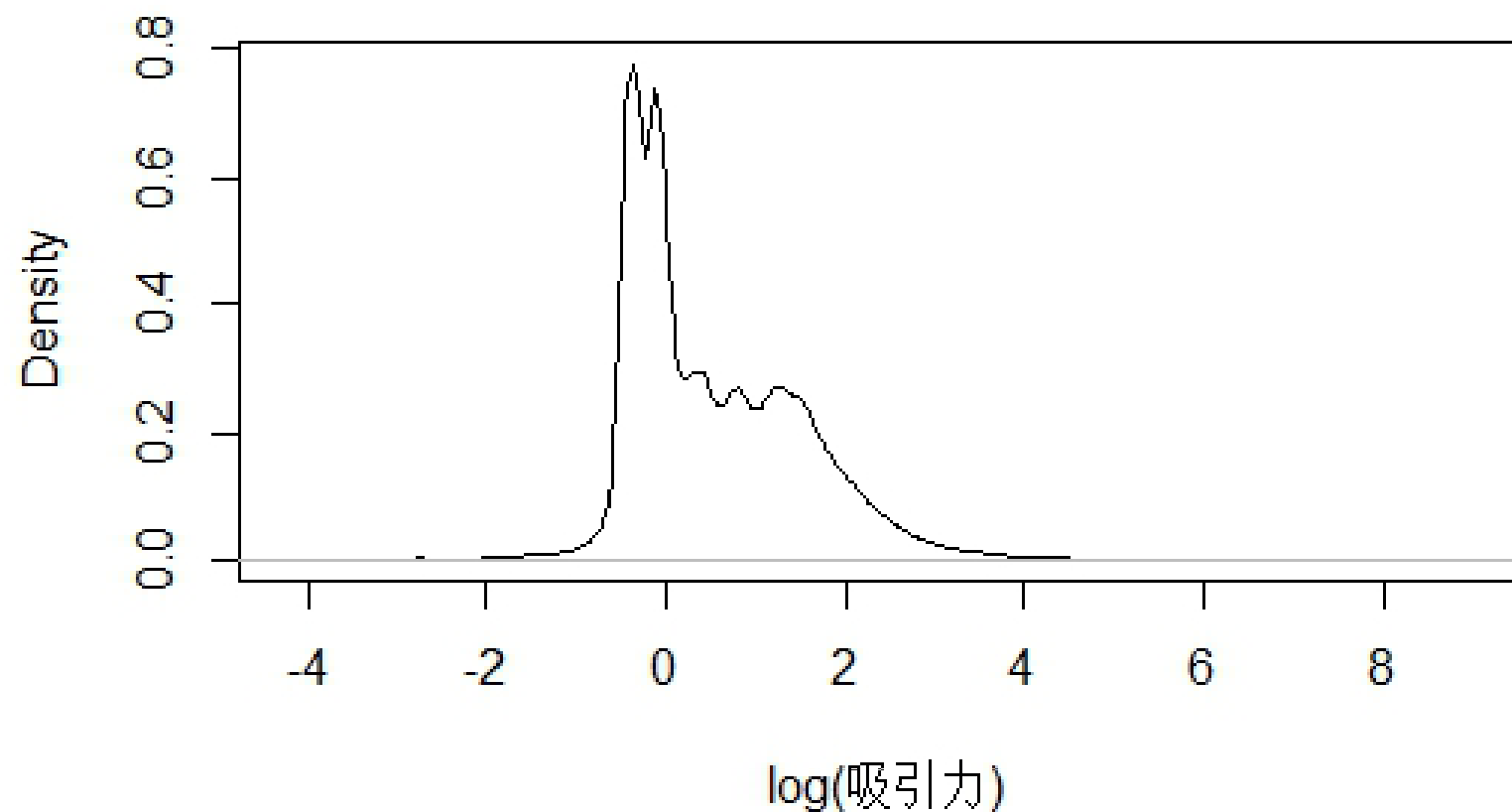


新任务模型A的价格分布



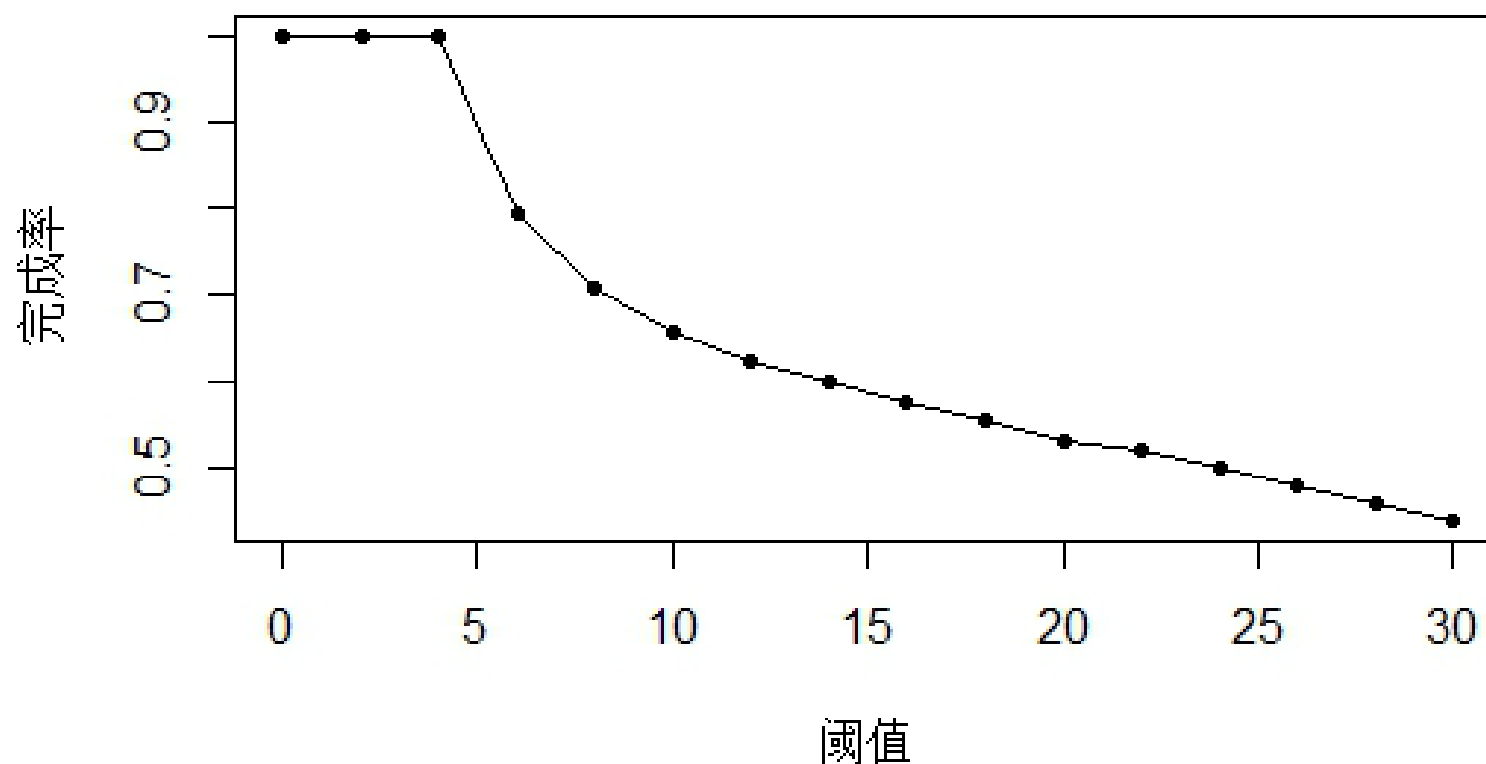
新任务运算结果——模型A吸引力

新任务模型A定价下吸引力分布



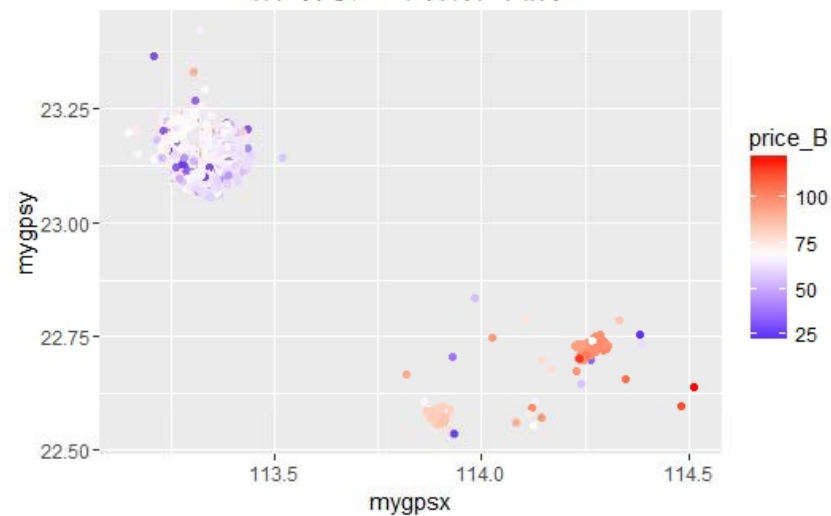
新任务运算结果——模型A完成率

新任务模型A完成率随阈值变换图

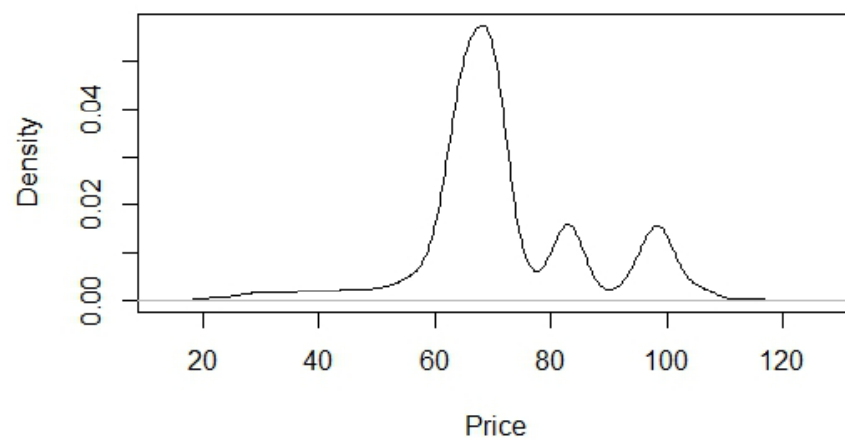


新任务运算结果——模型B定价

新任务模型B定价分布情况

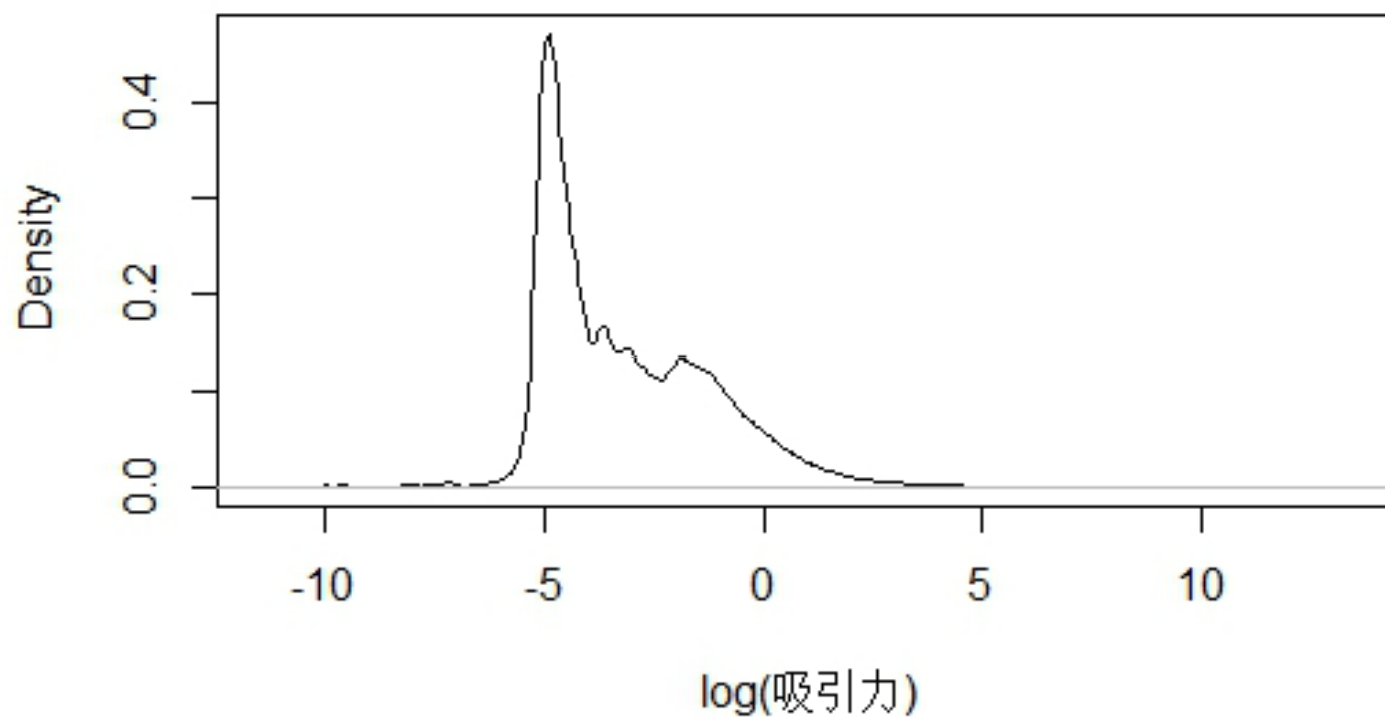


新任务模型B的价格分布



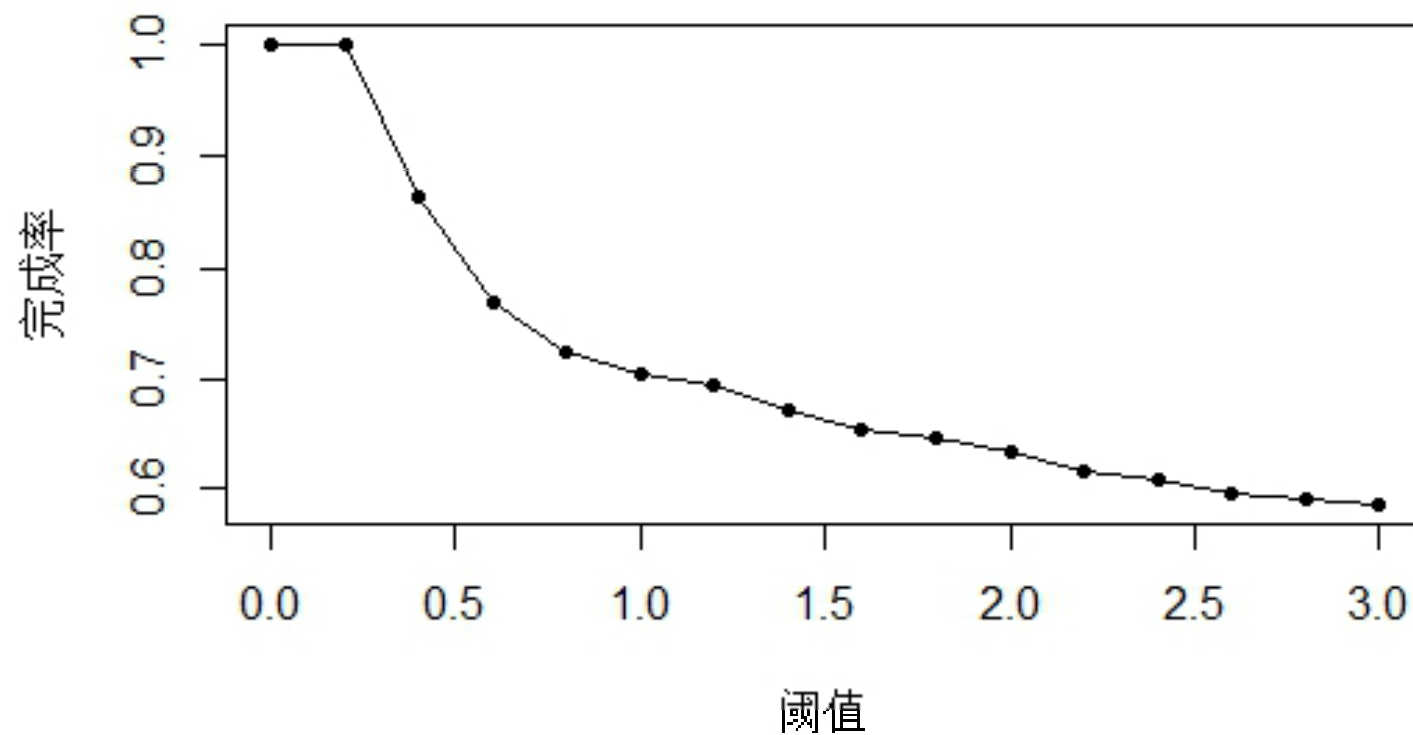
新任务运算结果——模型B吸引力

新任务模型B定价下吸引力分布



新任务运算结果——模型B完成率

新任务模型B完成率随阈值变换图



评阅中发现的问题 (1)

- 单纯将其看成是一个统计问题
 - 线性回归或者非线性回归
 - Logistic回归（神经网络预测）
- 用在问题一中可以，但用它来做定价却有风险，特别是用它来衡量完成率有问题
 - 原始数据并不是一个典型的数据，完成率偏低
 - 原始数据给出的是完成与否，和抢单与否是有区别的

评阅中发现的问题 (2)

- 第一问中的求解中有同学只用任务位置经纬度预测价格和预测任务完成与否
- 位置是和定价有一定的关系，但只用位置来预测价格或者只用位置来预测完成率是有问题的；如果是这样，定价与会员无关了，显然不符合常理；

优秀论文介绍（B248）

- 构建了一个双目标优化模型(最小化总价, 最大化完成率)
- 最大的优点是约束的构建充分考虑问题本身的特点
 - 最大吸引原则
 - 竞争原则
 - 分配准则
 - 时间列准则

吸引力度量

- 设第*i*个任务的定价为 p_i , 任务*i*到会员*j*的距离为 l_{ij} , 那么任务*i*对会员*j*的吸引力定义为

$$\omega_{ij} = \sqrt{a \frac{p_i}{l_{ij}^2} + b p_i^2}$$

- 要求 ω_{ij} 介于[0,1]
- 选定典型的点(两个中心任务点以及离之最近的会员点之间的吸引设为0.99)确定常数a和b

吸引度阈值

- 只有任务具备足够的吸引度才被会员领取并完成，设定任务吸引度阈值（这里他们对每一个任务设定一个阈值值得商榷）

$$C_i = \begin{cases} 1 & w_{ij} > w_i, \exists j \\ 0 & w_{ij} < w_i, \forall j \end{cases}$$

- 根据附件一的完成情况确定阈值（这个做法有些问题，新任务就无法确定阈值了，但可以修改为统一阈值，而这个阈值可以通过附件一加以学习）

$$w_i = \begin{cases} \min_j \{\omega_{ij}\} & C_i = 1 \\ \max_j \{\omega_{ij}\} & C_i = 0 \end{cases}$$

竞争和任务分配

- 会员只选择最大的吸引度最大的任务

$$\text{Choice}(j) = k, \quad \omega_{kj} = \max_{i=1}^{835} \omega_{ij}, j = 1, 2, \dots, 1875.$$

- 任务分配：不同的会员在选择同一个任务时，信誉值最大的会员具有最大优先度。如果有n个会员同时预定任务k，任务k最后被这n个会员中信誉值最大的人成功预约

$$\text{belong}(k) = n_j \left| \begin{array}{l} w_{kn_m} = \max \{w_{in_m}\}, (m = 1, 2 \dots n) \\ G(n_j) = \max \{G(n_m)\} (1 \leq j \leq n) \end{array} \right.$$

优化模型

- 目标函数

$$\min \sum_{i=1}^{835} p_i, \max \sum_{j=1}^{835} C_i$$

$$\omega_{ij} = \sqrt{a \frac{p_i}{l_{ij}^2} + b p_i^2} \quad C_i = \begin{cases} 1 & w_{ij} > w_i, \exists j \\ 0 & w_{ij} < w_i, \forall j \end{cases}$$

$$\text{Choice}(j) = k, \quad \omega_{kj} = \max_{i=1}^{835} \omega_{ij}, j = 1, 2, \dots, 1875.$$

$$\text{belong}(k) = n_j \left| \begin{array}{l} w_{kn_m} = \max \{w_{in_m}\}, (m = 1, 2, \dots, n) \\ G(n_j) = \max \{G(n_m)\} (1 \leq j \leq n) \end{array} \right.$$

优秀论文介绍（B264）

- 本文对定价模型中的影响因素考虑较为深入，第二问的定价模型中引入会员满意度刻画了会员关于任务的接受意愿，建立了较为完整的优化定价模型。文中应用启发式算法求复杂优化模型的较优解，不失为一种较合理的选择。
- 亮点：用规划模型给出了完成度的计算

优秀论文介绍（B264）

- 通过分析附件一给出一个定价公式

$$P_i = P_0 + 0.5R_i + S_i - Q_i$$

其中 P_0 为基础定价； R_i 为会员密集程度对应的价格； S_i 为任务难易程度对应的价格； Q_i 为任务密集程度对应的价格

- 亮点：用规划模型给出了完成度的计算

用户满意度

- 会议对任务的性价比用价格除以距离衡量,再考虑到会员信誉度对任务完成的影响(有可能方向有错误)

$$K_i = \max_j \left\{ \frac{P'_i}{cd(i, j)} \left(1 - \frac{Q_j}{\max Q_j} \right) \mid d(i, j) \leq r \right\}$$

- 当任务点的指标 K_i 超过某一阈值时, 存在会员愿意接受该任务;

会员愿意接受任务集合

- 会员 j 愿意接受的任务点集合

$$V_j = \left\{ i \left| \frac{P'_i}{c \cdot d(i, j)} \left(1 - \frac{Q_j}{\max Q_j} \right) \geq \gamma_z, d(i, j) \leq r, y_{iz} = 1 \right. \right\}$$

规划模型

$$\max \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} x_{ij}$$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} P'_i = P_0 + 0.5R'_i + S_i - Q_i + T_i \\ \sum_{i \in A_j} x_{ij} \leq e'_j \\ \sum_{j=1}^{n_2} x_{ij} \leq 1, d(i, j) \leq r \\ x_{ij_1} t_{j_1} \geq x_{ij_2} t_{j_2}, \forall i \in V_{j_1} \cap V_{j_2} \\ A_j \subset V_j \\ \sum_{i=1}^{n_1} P'_i \leq C \\ i \in \{1, 2, \dots, n_1\}, j \in \{1, 2, \dots, n_2\} \end{array} \right.$$

执行能力限制和限额

一个任务最多只被一人完成

起拍时间顺序

任务要有足够的吸引度

总费用受限

优秀论文介绍（B353）

- 该论文构建了任务价格提升比例最小化、任务成功执行数最大化的**双目标优化模型**，构造了二维**多阶段轮盘赌算法**求解优化问题，将会员对任务的选择意愿、平台分配任务的时间和可能性等因素融合到算法之中，契合了实际问题的要求，较好地解决了问题2。

任务匹配规划模型

$$\min \left(\sum_{i=1}^{|B|} \sum_{j=1}^{|A|} z_{ij} \frac{P_{ij}}{P_{Oj}} - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n z_{ij} \right)$$

提价少，完成率高双目标

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{|B|} z_{ij} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, |A|$$

任务至多被一个会员执行

$$\sum_{j=1}^{|A|} z_{ij} \leq c_i^B \quad i = 1, 2, \dots, |B|$$

同一个会议执行的任务数不能超过其限额

$$\Pr(F_j = b_i) \geq \Pr(z_{ij} = 1), \quad i = 1, 2, \dots, |B|, j = 1, 2, \dots, |A|$$

成功匹配不一定被执行

多阶段轮盘赌算法

- 目的：求解任务会员匹配算法
- 原则：
 - 多阶段：不同预订时间属于不同批次
 - 概率：同批次内各会员选中任务概率依预订配额占比决定
- 优点：相比遍历算法，降低计算复杂度
- 评价：不同于简单的指派问题，体现任务对会员的吸引和平台的分配原则；

概率计算

- 会员**b**选中任务 **j** 的概率

$$\Pr(b_{jn}) = \frac{c_{b_{jn}}^B}{\sum_{n=1}^{|G_j|} c_{b_{jn}}^B} \times \frac{P_{pj}}{Po_j}$$

- 在同一批次中，未选中的概率

$$\Delta \Pr(m) = 1 - \sum_{k=1}^{k=m} \sum_{n=1}^{n=|T_m|} \Pr(b_{jn}^k)$$

优秀论文介绍（B104）

- 该论文将不完全信息博弈理论引入到定价问题之中，采用线性价格方法给出了均衡解，并计算出完成概率，较好地解决了**B**题的问题**2**和问题**3**。

博弈模型

- 期望价格可以回归模型给出

$$w = 6.3248z_1 - 0.1395z_2 + 2.3947z_3 + 1.875z_4 + 65$$

- 博弈双方的期望效用最大化

$$\max_{M_L} \left\{ \frac{M_L + E[M_S(V_S) | M_S(V_S) \geq M_L]}{2} - V_L \right\} P\{M_S(V_S) \geq M_L\}$$

$$\max_{M_H} \left\{ V_H - \frac{M_S + E[M_L(V_L) | M_L(V_L) \geq M_S]}{2} \right\} P\{M_S(V_S) \geq M_L\}$$

博弈模型

- 线性价格均衡法（谢老师书上的结论）

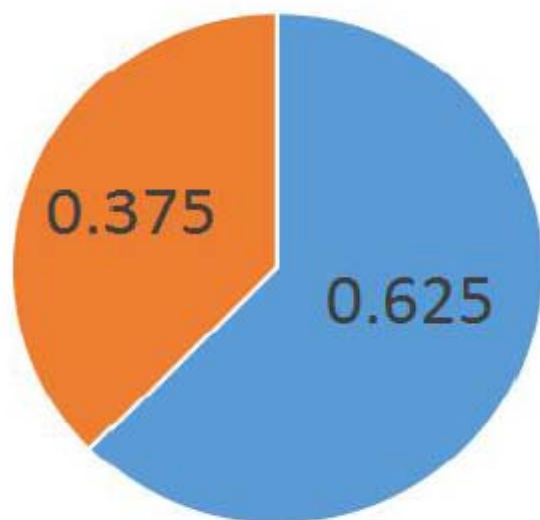
$$M_s(V_S) = \frac{2}{3}V_S + \frac{1}{4}$$
$$M_L(V_L) = \frac{2}{3}V_L + \frac{1}{12}$$

- 完成概率

$$\eta = \frac{\int_{\frac{1}{4}}^1 \int_0^{V_H - \frac{1}{4}} (V_H - V_L) dV_H dV_L}{\int_0^1 \int_0^{V_b} (V_H - V_L) dV_H dV}$$

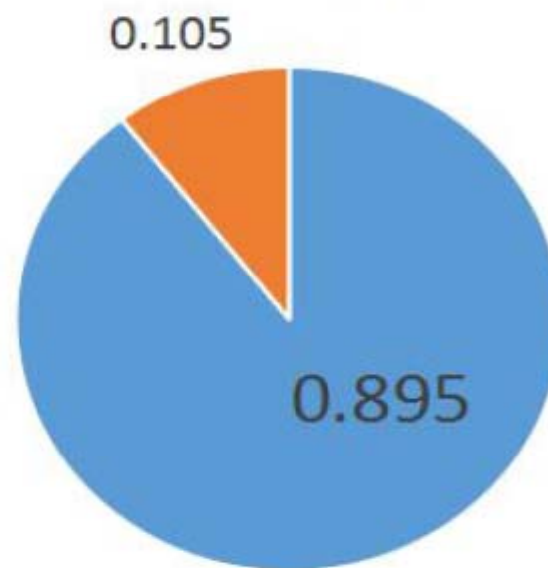
完成情况

原方案任务完成情况



■ 完成 ■ 未完成

新方案任务完成情况



■ 完成 ■ 未完成

优秀论文介绍（B154）

- 该论文在定价模型中引入吸引力和活跃度的概念，由此定义任务被完成的可能性，以收益期望最大化为目标建立优化模型，其思考问题的角度比较新颖；其次是引入行动力效率概念，通过控制行动效率以实现任务的打包，其思路比较独特。

吸引力指标

- 吸引力与 价格 s 正相关，与距离负相关，认为其呈指数形式

$$c_i = f(s, d_i) = m_1 e^{-\frac{m_2 d_i^2}{s}}$$

活跃度

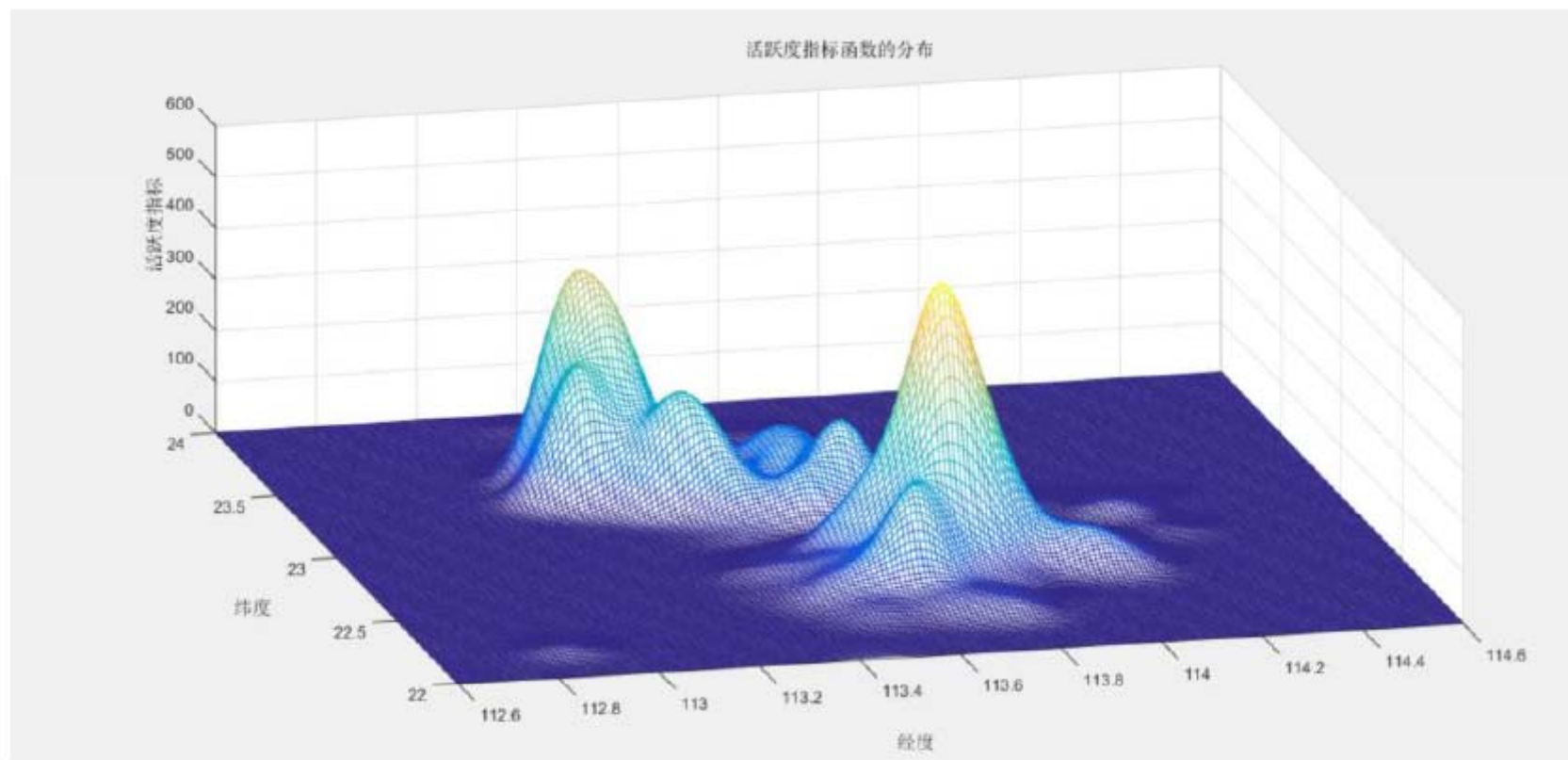
- 会员自身活跃度 k 由其信誉 b 决定

$$k = \ln b$$

- 任何一个坐标点的活跃度由其附近的会员的活跃度影响

$$a = g(x, y) = \sum_{i=1}^n k_i \exp\{m_3[(x - x_i)^2 - (y - y_i)^2]\}$$

活跃度展示



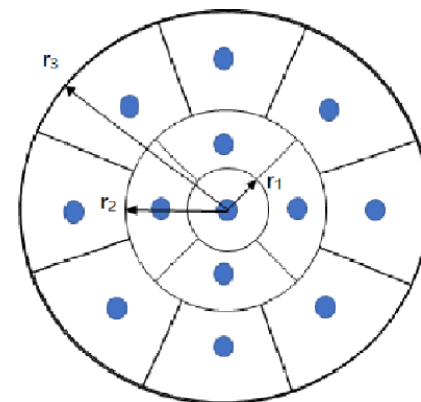
任务被完成的概率

- 任务被完成的可能性大小取决于任务吸引力 c 和任务所在区域活跃度 a ,

$$p_i = \iint c_i a_i dx dy$$

- 离散化成13个区域

$$p = \sum_{i=1}^{13} A_i \tau_i \quad \begin{cases} A_i \sim N(g(x_i, y_i), \sigma_i^2) \\ \tau_i = \iint_{\Omega_i} f(s, d) dx dy \end{cases}$$



- 由 τ 相等可以反解出三个半径值 r_1, r_2, r_3 ;

公司期望收益

- 任务完成的期望收益

$$E(R_i) = p(L - S) + (1 - p) * 0 = p(L - S)$$

- 使期望收益最大的任务定价即定价方案

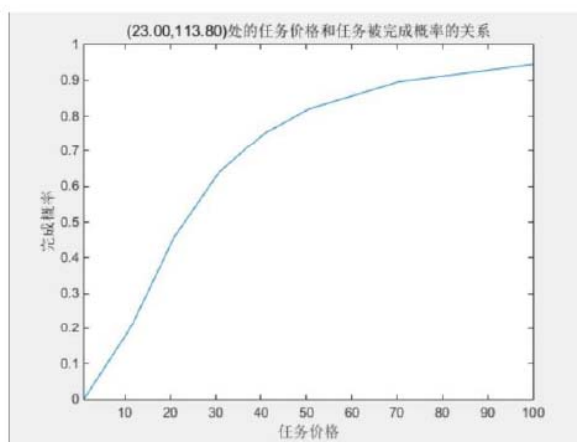


图 12 任务价格与被完成概率的关系

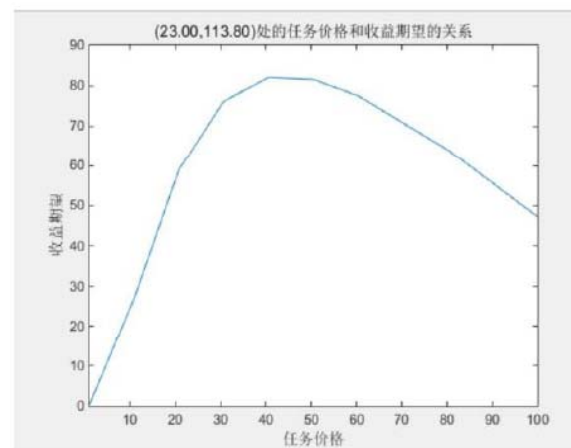


图 13 任务价格与收益期望的关系

优秀论文介绍（B315）

- 本文仿照库仑定律，建立了任务对会员的吸引力因子与任务价格、会员信誉度和会员到任务点距离之间的关系，并定义了任务的完成率，然后通过模拟计算得到了定价模型效果的评价。作者对问题的理解比较到位，抓住了本问题建模的关键因素——任务对会员的吸引力，建模思路有新意。需要指出的是，本文关于任务完成概率的定义有不合理之处，导致按此定义得到的完成率偏低。另外，模拟计算还可以做得更细致一些。

吸引力因子

- 任务i对会员j的吸引（受库仑定律启发）

$$F_{ij} = \frac{K_{ij}P_i\phi(m_j)}{r_{ij}^\alpha}$$

其中 α 为参数， P_i 为任务点i的价格， r_{ij} 为任务点i与会员j之间的距离， k_{ij} 即为刚刚定义的困难因子，对于不同的地区， k_{ij} 可以不是常数，其他影响因素都可以吸收到 k_{ij} 中； m_j 为会员j的信誉值

$$\varphi(m_i)=0.067930997\cdot\log_{10}m_i+0.471723987$$

求解算法（模拟抢单）

- S1: 对所有会员进行预定任务开始时间从早到晚的排序，时间相同者，按照信誉度由高到低排序。
- S2: 开始时间最早的会员中信誉度最高的 x_1 首先挑选出对其吸引力因子最大的 N_1 个任务，其中任务个数 N_1 不超过会员 x_1 预定任务的限额。
- S3: 在所有任务的集合中删除 N_1 个已选任务，避免后面的会员重复选择。
- S4: 排序第二的会员 x_2 挑选 N_2 个任务，其中任务个数 N_2 不超过会员 x_2 预定任务的限额。
- S5: 不断循环往复，直到每个会员都分配到了任务（包括新会员），且任务已经分配完成。

谢谢聆听！