

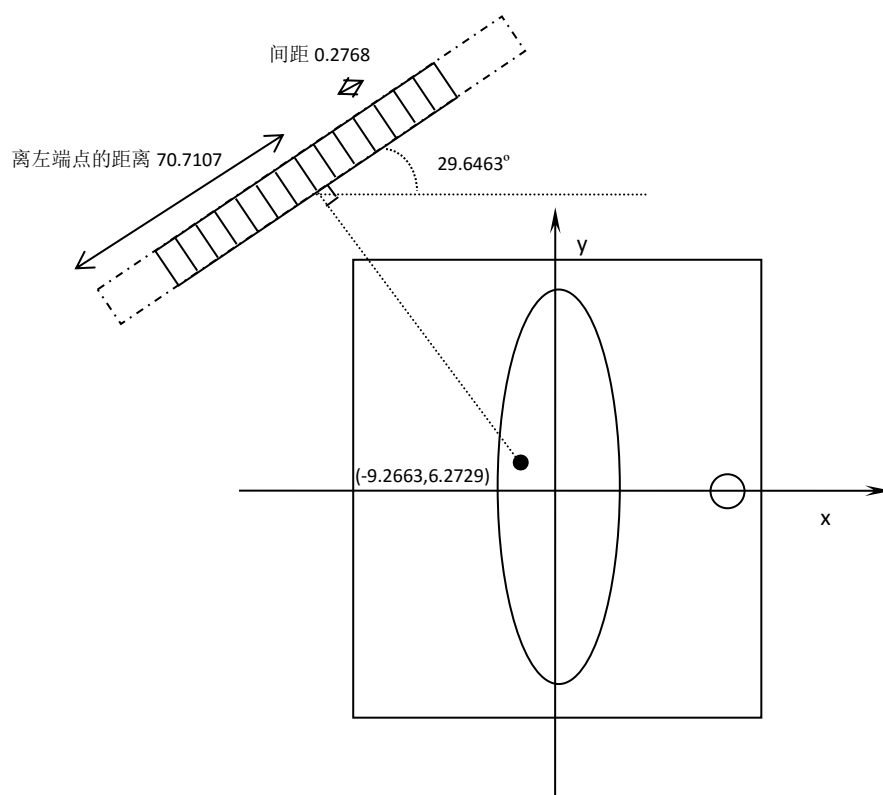
# 2017 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题评阅要点

[说明]本要点仅供参考,各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答,自主地进行评阅。

## CT 系统参数标定及成像

根据图 1 所示的二维平行光 CT 系统成像过程和模板（附件 1）及其接收数据（附件 2），建立数学模型标定 CT 系统的各个参数。进一步根据标定的系统参数，对附件 3 和附件 4 进行成像。

**问题 1** 建立基于正方形托盘下待重建物体与接收信息之间关系的数学模型，并分析在所给模板下接收数据关于系统参数的变化规律。接收信息与  $x$  射线经过介质的长度成正比，根据附件 1 中模板介质的吸收率为 1，可以得到系统的放大增益。若仅仅采用 CT 相关参考文献给出的通用性的线积分模型，不根据所给模板给出具体的数学模型，仅仅用非线性优化方法对所有参数一起求解，一般不可能得到系统参数中旋转角度的精准标定。



上图给出了所建立的坐标系和第一个旋转角度的示意图。旋转中心为  $(-9.2663, 6.2729)$ ，旋转中心到探测器的垂足离探测器左端点的距离为 70.7107，探测器单元的间距为 0.2768，增益（即信号的放大倍数）为 1.7725。前几个旋转角度分别为  $29.6463^\circ$ ； $30.9999^\circ$ ； $31.5553^\circ$ ； $32.6447^\circ$ ； $33.6770^\circ$ ； $34.6463^\circ$ ； $35.6463^\circ$ ；第 16 个旋转角度为  $44.7967^\circ$ ；第 32 个旋转角度为  $60.5453^\circ$ ；第 89 个旋转角度为  $117.4437^\circ$ ；最后两个旋转角度为  $207.6463^\circ$ ； $208.6358^\circ$ 。

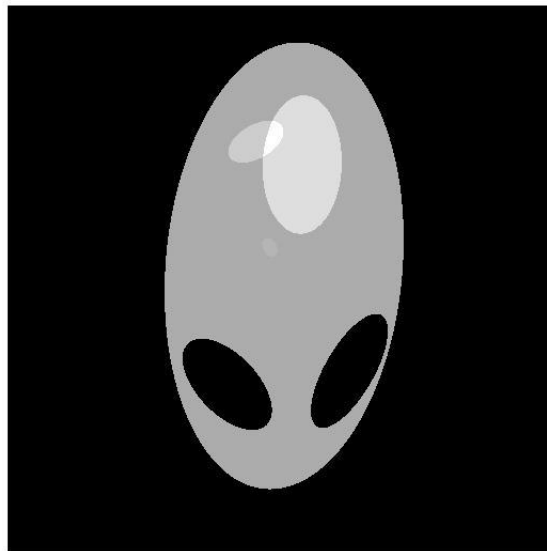
探测器的位置大都是在前一个位置的基础上逆时针旋转  $1^\circ$ 。

**问题 2** 根据问题 1 得到的系统参数，对另外一组接收数据进行重建。

可以采用一般的 CT 重建模型，但应注意 CT 的旋转中心不在正方形托盘的中心，需要进行处理。一般的 CT 重建模型是求解第一类积分方程，属于近似解法，本题需要针对待重建介质几何形状为椭圆且吸收率为分片常数这种特殊性质，对成像模型和算法进行改进。

也可以使用数学软件中的命令来完成，但此时可能会出现重构图像平移和旋转，应说明如何处理。

重构图像为



各椭圆介质的参数见表 1。

表 1

| 椭圆序号 | 中心 x 坐标 | 中心 y 坐标  | 半轴长 1   | 半轴长 2   | 旋转角度     | 吸收率    |
|------|---------|----------|---------|---------|----------|--------|
| 1    | 0.6344  | 2.3916   | 21.6814 | 40.9723 | −4.9976  | 1.0044 |
| 2    | −4.5415 | 25.0857  | 5.5842  | 3.0647  | 30.0052  | 1.1987 |
| 3    | 3.9353  | 20.8946  | 7.2498  | 12.6679 | −1.9964  | 1.2991 |
| 4    | −9.7845 | −19.3076 | 5.4488  | 10.3481 | 43.9985  | 0      |
| 5    | 12.5797 | −16.8375 | 4.469   | 11.7643 | −29.9985 | 0      |
| 6    | −1.9852 | 5.7587   | 1.8224  | 1.2426  | −60.0039 | 1.0616 |

10 个特征点的吸收率见表 2。

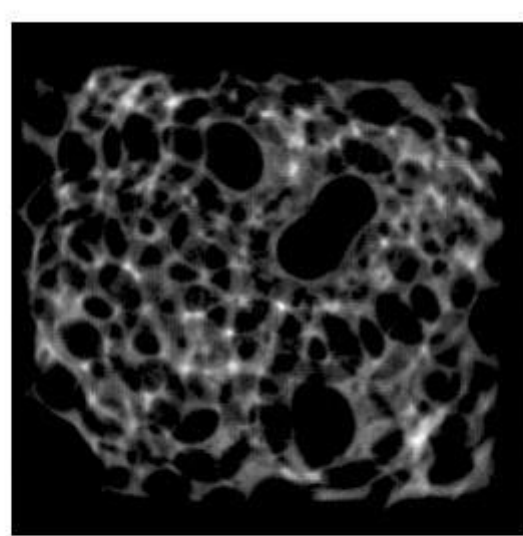
表 2

| 序号  | 1      | 2      | 3 | 4      | 5      |
|-----|--------|--------|---|--------|--------|
| 吸收率 | 0      | 1.0044 | 0 | 1.1987 | 1.0616 |
| 序号  | 6      | 7      | 8 | 9      | 10     |
| 吸收率 | 1.4934 | 1.2991 | 0 | 0      | 0      |

**问题 3** 由于接收数据含有噪声，对在重建的基础上，加上抑制噪声的模型，应给予较好的评价。

介质的吸收率在[1,9]之间，空气部分的吸收率小于 0.1。

重构图像为



10 个特征点的吸收率见表 3。

表 3

|     |        |        |        |        |        |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|
| 序号  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      |
| 吸收率 | 0.0063 | 2.5658 | 6.8698 | 0.0076 | 0.0185 |
| 序号  | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| 吸收率 | 3.3793 | 6.2005 | 0.0025 | 8.259  | 0.0071 |

**问题 4** 这一问题开放的，可以进行多方面的讨论：能够实现标定的条件（例如需要假设模板在各个角度下的投影值探测器都能接收到、所给的模板能够实现标定的原因、一个椭圆为什么不能等）；不同情况下的标定算法性能（最好和最坏的情况分析）；测量数据有噪声时对模型和算法的影响。

对能够自行构造数据进行模型检验的论文，应给予较好的评价。