城市公交系统查询最佳线路模型

摘要

本文讨论了公交线路查询系统的线路选择的模型与算法。

针对问题一，我们将查询系统抽象为一个最优化的线路问题。考虑到查询者的三种不同需求，包括换乘次数、出行费用、出行时间等因素，提出了四种最优线路的评价准则作为目标函数，约束条件为系统的数据库信息，包括邻接关系矩阵、邻接站点距离矩阵和公交线路集合。考虑到前三种准则不需要搜索出所有的可行线路，我们提出了基于邻接关系矩阵的换乘搜索算法。该算法的核心思想是以转乘次数确定不同的搜索阶段，通过邻接关系矩阵推导出起始站点和目的站点线路间的中转站点，进而由线路信息得到可达路径，根据评价准则找到最优线路即停止搜索。而准则四需要综合考虑查询者的需求，在分析三种不同需求的内部关系的基础上，我们定义满意度函数来评价线路优劣。由于需要搜索出所有可行线路，我们提出了基于广度优先的公交换乘搜索算法。该算法能搜索出给定两站点间的所有线路，然后通过满意度函数选取出最优路线。

针对问题二，我们建立了两个模型。可以把地铁线路看成是新增的公交线路，只需要考虑换乘时的换乘方式及代价的问题。因此我们对广度优先的公交换乘搜索算法进行改进，以出行时间最小为目标，选择最优线路。另外，我们把站点看成节点，线路看成边，提出了节点带权的网络模型。由于没有可实现的搜索算法，在采用“节点分裂”的方法处理带权的节点后，就可转化成求赋权有向网络的最短路问题，然后用 Dijstra 算法进行求解。

针对问题三，由于可将步行线路看成是新增线路，路线的权重由站点间的步行时间决定，这样就可得到一个新的网络。根据线路编号对网络的边设定不同的标识，我们可以获得可行线路序列的转乘耗时，结合边权（即站点间的行驶时间）进而确定出以出行时间最短为目标的函数，该函数的参数为可行的线路序列。由于新网络的复杂度极大，很难根据前面的算法求解出结果。

关键字：邻接关系矩阵　满意度函数　节点带权网络

目　　录

1 问题重述

我国人民翘首企盼的第 29 届奥运会明年 8 月将在北京举行，届时有大量观众到现场观看奥运比赛，其中大部分人将会乘坐公共交通工具（简称公交，包括公汽、地铁等）出行。这些年来，城市的公交系统有了很大发展，北京市的公交线路已达 800 条以上，使得公众的出行更加通畅、便利，但同时也面临多条线路的选择问题。针对市场需求，某公司准备研制开发一个解决公交线路选择问题的自主查询计算机系统。

为了设计这样一个系统，其核心是线路选择的模型与算法，应该从实际情况出发考虑，满足查询者的各种不同需求。请你们解决如下问题：

1、仅考虑公汽线路，给出任意两公汽站点之间线路选择问题的一般数学模型与算法。并根据附录数据，利用你们的模型与算法，求出以下 6 对起始站→终到站之间的最佳路线（要有清晰的评价说明）。

(1)、S3359→S1828　　(2)、S1557→S0481　　(3)、S0971→S0485

(4)、S0008→S0073　　(5)、S0148→S0485　　(6)、S0087→S3676

2、同时考虑公汽与地铁线路，解决以上问题。

3、假设又知道所有站点之间的步行时间，请你给出任意两站点之间线路选择问题的数学模型。

2 问题分析

2.1 问题一的分析

➢ **最佳路径的选取原则**

关于最佳路径，我们可以只要关注以下三个方面，换乘次数最少、耗时最短、花费最少。对公交乘客出行心理的调查研究表明，出行者选用“换乘次数最少”作为首要优化目标，而以“出行耗时最少”为第二重要因素，以“出行费用最小”为第三重要因素。以上结论是对普通市民的出行进行调查得到的结果，是一般出行者对公交网络性能信息掌握不全面情况下而做出的择路要素排序。但针对个人的具体情况不同评价指标也所不同，有些人为了避免换乘的麻烦，认为能直达的路线就是最佳路径；对于某些赶时间的人来说，追求乘车耗时最小。对于一些时间较充裕的人群来说，追求乘车费用最小，更多的人会综合衡量这三个方面。

➢ **基于最少换乘次数的搜索思想**

根据人们的出行习惯，在选择从 A 站到 B 站的行车线路时，首先会先看经过 A 站的车是否有直接到 B 站的，如果有马上会选择直达车，如果存在不止一条的直达线路，再考虑所走路线的远近及路线的花费，选择距离最近的乘车方案。如果没有直达车．就会考虑换一次车的方案；如果没有换一次车的方案．则又要考虑换两次车到达 B 的乘车方案；如果没有，则需要转乘两次或两次以上才可到达目的地。一般情况下，换乘两次以内还在人们的接受范围内，如果需要换乘两次以上，就会招来人们的抱怨。这种算法的核心思想是：先搜索直达线路，再根据换乘次数的增加依次搜索下去。

➢ **解决思路**

此问题实际上是一个最优化的问题，约束条件是公交系统的拓扑结构及换乘时间花费，目标函数由乘客的不同类型决定。我们需要根据约束条件设计搜索算法查找出可行线路。问题的关键是搜索可行线路的搜索和目标函数的确定。

2.2 问题二的分析

随着城市人口的不断增加，交通也变得越来越拥挤，修建地铁成为缓解公汽交通巨大压力的有效手段。与公交系统相比，地铁的优势是：

a） 速度更快，节省出行时间；

b） 换乘方便，换乘时间较短；

c） 票价统一，换乘免费；

虽然乘地铁可能会有更多的花费，但是在通常情况下，人们对公汽与地铁的票价差异并不敏感。根据人们的一般习惯和出于对现实交通状况的考虑，乘客会以出行时间作为选择线路的标准，所以在同时考虑地铁与公汽线路时以出行时间作为目标函数。我们可以在问题一模型的基础上进行求解。

2.3 问题三的分析

在实际的公交或地铁线路系统中，有时可能没有直接的换乘车站。根据人们的出行习惯，选择步行一段距离到另外一站去乘车。我们可以将步行看成一种同公汽、地铁等价的交通方式，将站点间的步行时间转化成为该路线下的代价，在与乘坐其他交通工具综合考虑求出目标函数下的最优路线。

3 模型假设

3.1 问题一的假设

1） 假设城市公交系统的线路信息都是已知的，即如果将每个站抽象为一个点，那么整个城市公交网络的拓扑结构是已知的；
2） 考虑到时间和距离的相关性，在仅知道相邻公汽，地铁站的平均行驶时间的情况下，我们用平均行驶时间来度量站点间距离。
3） 不考虑从出发地点步行到达起始公车站点所花费的时间、以及乘客在目的地汽车站下车后步行到目的地所用的时间；
4） 我们认为换乘时耗包括步行时间和等下路车的时间，不考虑下车时间；
5） 假设必须在两条公交线路的交叉站点才能换乘；
6） 假设换乘次数最多为 2 次。一般情况下，乘客能够容忍的换车次数不会超过 2 次，超过 2 次的换乘的情况不予考虑。
7） 假设换乘所需的时间为 5 分钟（包括步行时间 2 分钟）。

3.2 问题二的假设

1） 同问题一的假设；
2） 假设所有站点的不同换乘方式耗时相同；即对于任意一个站点，公汽换乘公汽、地铁换乘地铁、地铁换乘公汽、公汽换乘地铁的时间分别 5 分钟、4 分钟、7 分钟、6 分钟；
3） 同一地铁站对应的任意两个公汽站的换乘耗时是 11 分钟，此换乘过程可以分解为先从公汽站步行到地铁站（花费 4 分钟），再从地铁换乘公汽（花费 7 分钟）。

3.3 问题三的假设

1） 同问题二的假设；
2） 假设所有的步行线路都是同一编号的线路，对于“步行换乘步行”的情况，不

考虑换乘的耗时；

3） 仅考虑地铁和公汽的换乘时间，其他方式如：步行换乘、步行换乘地铁等所花费的时间忽略不计；

4 名词解释和符号说明

4.1 名词解释

名词	解释
换乘次数	乘客在一次出行中所换公交车的次数
邻接关系矩阵	反映相邻站点间是否有公交线路连接
邻接站点距离矩阵	表示邻接站点间平均行驶时间的矩阵
可达关系矩阵	反映站点间的可达关系
可达站点距离矩阵	表示可达站点间的平均行驶时间的矩阵
线路集合	集合元素为所有公交线路
线路序列矩阵	反映站点间经过的所有线路序列

4.2 符号说明

n 公交线路站点总数；

K 起点到终点的转乘次数；

C 起点到终点的出行费用；

T 起点到终点的出行距离；

$D_{n\times n}$ 公交网络的邻接站点距离矩阵；

$D^{(0)}{}_{n\times n}$ 可直达的站点距离矩阵，即站点 i 和 j 间有直达线路时 d_{ij}^{0} 为从 i 到 j 的行驶时间，否则 $d_{ij}^{0}=\infty$；

$D^{(K)}{}_{n\times n}$ 经 k 次转乘后的可达站点距离矩阵，$D^{(K)}{}_{n\times n}=(d_{ij}^{(K)})_{n\times n}$；

$S_{n\times n}$ 公交网络的邻接关系矩阵；

$S^{(0)}{}_{n\times n}$ 可直达关系矩阵，$s_{ij}^{(0)}=1$ 表示站点 i 和 j 间有直达线路，$s_{ij}^{(0)}=0$ 表示站点 i 和 j 间无直达线路；

$S^{(K)}{}_{n\times n}$ 经 k 次转乘后的可达关系矩阵，$S^{(K)}{}_{n\times n}=(s_{ij}^{(K)})_{n\times n}$；

$L_{n\times n}$ 公交网络的线路集合；

$L^{(0)}{}_{n\times n}$ 可直达站点的线路序列矩阵，即站点 i 和 j 间有直达线路时，$l_{ij}^{(0)}$ 为经过 i、j 的线路序号，否则 $l_{ij}^{(0)}=0$；

$L^{(K)}{}_{n\times n}$ 经 k 次转乘后的线路序列矩阵 $L^{(K)}{}_{n\times n}=(l_{ij}^{(K)})_{n\times n}$；

5 问题一的求解

5.1 模型一的建立

本问题实际上是一个最优化的线路问题。最优化路线的选取与乘客的出行心理直接相关，乘客的不同着眼点会导致不同的线路选择。我们必须通过对乘客出行心理、行为的研究来确定模型的优化目标和约束条件。根据杨新苗[1]等对公交乘客出行心理的调查研究，四个因素将决定公交线路的选择，分别是：换乘次数、出行费用、出行距离、出行耗时。由于本问题中出行距离和出行耗时是正相关的，我们将优化目标确定为：换乘次数 K、出行费用 C、出行距离 T。

➢ **先考虑目标函数：**

乘客出行时会选择最舒适的出行路线，换乘次数越小、出行费用越少、出行距离越短，乘客出行的满意度，舒适度就越高。选则路线的指标为：

1）换乘次数指标：$\min K$；为了避免换乘的麻烦，部分乘客（如新的外来移民）会将换乘次数最少作为选择线路的标准。

2）出行费用指标：$\min C$；对于时间比较充裕或收入不高的乘客，则会选择出行费用少的线路。

3）出行距离指标：$\min T$；有些乘客赶时间，不会考虑换乘次数和费用的多少，将会追求耗时最短即距离最短的线路。

➢ **再考虑约束条件：**

1）邻接关系矩阵 S

邻接关系矩阵 $S=(s_{ij})_{n\times n}$ 可以由网络的拓扑结构确定，即：

$$s_{ij}=\begin{cases}1 & \text{站点}i\text{和}j\text{相邻接}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

2）邻接站点距离矩阵 D

根据假设2，我们用两站之间的平均行驶时间来衡量站点距离，则：

$$d_{ij}=\begin{cases}3\min & \text{当两站为邻接的公交站点}\\ 2.5\min & \text{当两站为邻接的地铁站点}\end{cases}$$

3）公交网络线路集合 L

该城市共有520条公汽线路（包括上下行和环形）和2条地铁线路（环形），无论上下行线路站点是否完全相同，我们都将下行线路看作是一条新线路。而对于环形线，可以理解为起点和终点是同一个站点的上下行线路。因此，集合 L 的所有元素都为有向线路。

对于固定的城市，以上都是城市公交系统设计的结果参数，是整个系统数据库的组成部分，因此我们认为上述三个条件都是已知的。

4）换乘的充要条件

站点 i 经 k 次换乘可以到达 j 站点的充分必要条件是

$$s_{ij}^{(k+1)} > 0(s_{ij}^{(k+1)} = \sum_{h=1}^{n} s_{ih}^{(k)} \cdot s_{hj}^{(0)})$$

$s_{ij}^{(k+1)}$ 的意义是站点 i 经 k 次换乘到达 j 站点的换乘方式有 $s_{ij}^{(k+1)}$ 种，我们只需选择满足最优目标的一种换乘方式即可。

5.2 模型求解

不同乘客对上述三个指标的心理定位不同，导致选择的出行线路也不同。吴稼豪[2]据此将乘客分为四类：

乘客类型	选择最优路线的优先级	对应准则
Ⅰ	换乘次数 $K\to$ 出行费用 $C\to$ 出行距离 T	准则1
Ⅱ	出行费用 $C\to$ 换乘次数 $K\to$ 出行距离 T	准则2
Ⅲ	出行距离 $T\to$ 换乘次数 $K\to$ 出行费用 C	准则3
Ⅳ	综合考虑 K， C， T	准则4

说明：“换乘次数 $K\to$ 出行费用 $C\to$ 出行距离 T ”表示乘客首先选取 K 最小的线路，如果不止一条，则选择 C 最少的线路，仍然不止一条则选择 T 最短的线路。其他与此类似。

针对上述四种乘客，我们确定出四种相应的最优化准则，以此作为目标函数。前三种准则不需要搜索出所有的可行线路，第四种需要在所有可行路线的基础上，选择满意度最优的线路。考虑到公交网络的规模及搜索算法的复杂度，我们将这两种情况分开处理，设计不同算法求解。

5.2.1 基于邻接矩阵的换乘搜索算法------准则 1，2，3 的求解

此算法以矩阵为基本数据结构。在邻接关系矩阵 S 、邻接站点距离矩阵 D 和线路集合 L 的基础上，搜索出 $S^{(0)}$ 、 $L^{(0)}$ 、 $D^{(0)}$，根据三者的联系和换乘次数搜索并递推出 $S^{(K)}$ 、 $L^{(K)}$ 、 $D^{(K)}$ 。算法的核心是根据 $S^{(K)}$ 推导出起始站点和目的站点线路间的转乘次数和中转站点。我们以**准则1**为例，算法具体步骤如下：

$Step1$:根据题目所给数据并分析网络的拓扑结构，初始化 S 、 L 和 D 。初始化 $K=0$，

设定换乘次数 K 的上界 $\sup\{K|K为整数\}=\overline{K}$ 。设起始站为 A，终点站为 B 。

$Step2$:查询公交网络的 S 、 L 和 D 矩阵，计算出可直达关系矩阵 $S^{(0)}$ 、可直达的站点距离矩阵 $D^{(0)}$ 和可直达站点的线路序列矩阵 $L^{(0)}$ 。若 $s_{AB}^{(0)}=1$

说明站点 A,B 间有直达线路，存入可行线路集合 Z ， $K=K+1$；转到 $Step5$ 。

$Step3$:判断 $K<\overline{K}$ ，如果不满足，转到 $Step5$ 。计算 $S^{'}=S^{(0)}*S^{(0)}$， $s_{ij}^{'}$ 表示站点 i和j 在

直达和转乘一次的情况下的可达关系，剔除直达的情况，经一次转乘的可达关系矩阵为：

$$S^{(1)}=\begin{cases} S^{(0)} * S^{(0)} & if\ s_{ij}^{(0)}=0 \\ 0 & if\ s_{ij}^{(0)}=0 \end{cases}$$

若 $s_{AB}^{(1)} \ge 1$ 则站点 A,B 间经一次转乘有可达线路，根据 $s_{AB}^{(1)}=\sum_{h=1}^{n} s_{Ah}^{(0)} \cdot s_{hB}^{(0)}$，找到满足 $s_{Ah}^{(0)} \cdot s_{hB}^{(0)} \ne 0$ 的中转站点 h，搜索集合 L 将得到的可行线路存入可行线路集合 Z，$K=K+1$；转到 $Step5$。

$Step4$: 判断 $K<\overline{K}$，如果不满足，转到 $Step5$。按照 $Step3$ 的方法，搜索转乘 K 次的可达线路，如果有可达线路，存入 Z，转到 $Step5$，否则转到 $Step4$。

$Step5$: 根据票价信息，计算 Z 中各条线路的费用 C，C 最小的为最优线路，如果满足 C 最小的线路不止一条，则选取线路距离 T 最短为最优线路。算法结束。

根据所给数据，应用上述算法编程，考虑到算法的复杂性和实际的公交状况，我们设定转乘次数的上界 $\overline{K}=2$， **准则** 2，3 的搜索算法与此类似，最后运行的结果为：

(1) S3359→S1828

	最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
准则1	S3359 $\xrightarrow{L436下}$ S1784 $\xrightarrow{L217下}$ S1828	1	104	3
准则2	S3359 $\xrightarrow{L436下}$ S1784 $\xrightarrow{L167下}$ S1828	1	104	3
准则3	S3359 $\xrightarrow{L436下}$ S1784 $\xrightarrow{L167下}$ S1828	1	104	3

(2) S1557→S0481

	最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
准则1	S1557 $\xrightarrow{L084下}$ S1919 $\xrightarrow{L189下}$ S3186 $\xrightarrow{L460下}$ S0481 S1557 $\xrightarrow{L363下}$ S1919 $\xrightarrow{L189下}$ S3186 $\xrightarrow{L460下}$ S0481	2	109	3
准则2	S1557 $\xrightarrow{L084下}$ S1919 $\xrightarrow{L189下}$ S3186 $\xrightarrow{L460下}$ S0481	2	109	3
准则3	S1557 $\xrightarrow{L363下}$ S1919 $\xrightarrow{L189下}$ S3186 $\xrightarrow{L460下}$ S0481	2	109	3

(3) S0971→S0485

	最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
准则1	S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3
准则2	S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3
准则3	S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3

(4) S0008→S0073

	最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
准则1	S0008 $\xrightarrow{L159\text{ 下}}$ S $\xrightarrow{L474\text{ 上}}$ S0073 S 可以为 S0400， S2633， S3053	1	86	2
准则2	S0008 $\xrightarrow{L355\text{ 下}}$ S $\xrightarrow{L058\text{ 上}}$ S0073 S 可以为 S2683 ， S0291 ， S3614 ， S0491	1	86	2
准则3	S0008 $\xrightarrow{L355\text{ 下}}$ S $\xrightarrow{L345\text{ 上}}$ S0073 S 为 S2263， S3917， S2303	1	83	2

(5) S0148→S0485

	最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
准则1	S0148 $\xrightarrow{L308\text{上}}$ S0036 $\xrightarrow{L156\text{上}}$ S $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485 S可以为S2210 S3332,S3351	2	106	3
准则2	S0148 $\xrightarrow{L308\text{上}}$ S0036 $\xrightarrow{L156\text{上}}$ S $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485 S可以为S2210 S3332,S3351	2	106	3
准则3	S0148 $\xrightarrow{L308\text{上}}$ S0036 $\xrightarrow{L156\text{上}}$ S $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485 S可以为S2210 S3332,S3351	2	106	3

(6) S0087→S3676

	最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
准则1	S0087 $\xrightarrow{L454\text{上}}$ S3496 $\xrightarrow{L209\text{上}}$ S3676	1	65	2
准则2	S0087 $\xrightarrow{L454\text{上}}$ S3496 $\xrightarrow{L209\text{上}}$ S3676	1	65	2
准则3	S0087 $\xrightarrow{L454\text{上}}$ S3496 $\xrightarrow{L209\text{上}}$ S3676	1	65	2

说明：时间和费用的单位分别为: min 和 yuan， 后面不再提及。

5.2.2 基于广度优先的公交换乘搜索算法------准则 4 的求解

➢ 目标函数的构成

用 $U(K,i_K)(K=0,1,....\sup\{K|K\text{为整数}\}，i_K\text{为整数})$ 表示第 K 次换乘的 i_K 条可行线路的集合。当综合考虑这三个指标时，面对 $\sum_{K=0} i_K$ 可行路线，乘客会在满足约束条件下尽量实现最小化的原则上选择最优。我们定义"满意度"作为目标函数，很明显满意度 F 是指标 C、T 、K 的函数，即：

$$F=\Phi(C,T,K)$$

但是由于不同指标的性质不同、量纲不同，之间不具有可比性和可加性。为了得到一个更实用的目标函数，我们先将各指标抽象成同质的统一标准化指标。

1） 出行费用指标标准化

根据初始模型，出行费用指标是越小目标越优，应用模糊数学[3]中隶属度的定义，取方案集中最差特征值的相对隶属度为 1，最优的特征值相对隶属度为 0，构成极差标准化公式：

$$C_{i_K}^{'}=\frac{\max(C_{i_K})-C_{i_K}}{\max(C_{i_K})-\min(C_{i_K})}$$

2） 出行距离指标标准化

同样出行距离也是越短越好，采用极差标准化公式：

$$T_{i_K}^{'}=\frac{\max(T_{i_K})-T_{i_K}}{\max(T_{i_K})-\min(T_{i_K})}$$

由于 K 与 C、T 存在相关性，不需要标准化换乘次数 K 。考虑到目标函数必须是 K 增函数及 K 的影响，选取：

$$F=(w_1C+w_2T)^{-\frac{1}{K+1}}$$

其中 w_1和w_2 表征在相同换乘次数下，出行费用和距离在乘客心目中的地位权重，满足 $w_1+w_2=1$。为了避免出现 K 对满意度 F 过分敏感的情况，我们让 K 出现在幂次的分母上。

➢ 基于广度优先的公交换乘搜索算法

为了评价各条线路的优劣，我们必须搜索出所有可行线路，算法步骤如下：

$Step1$：输入起始和目的站点 A,B，设定 K 的上界 $\sup\{K|K\text{为整数}\}=\overline{\mathrm{K}}$ 。

$Step2$：查询公交网络的邻接关系矩阵 S，邻接站点距离矩阵 D，线路集合 L，经过起始站点 A 的公交线路存为 $X(i)(i=1,2,3,......a，a\text{为整数})$，经过目的站点 B 的公交线路存 $Y(j)(j=1,2,3,......b,b\text{为整数})$。

$Step3$：判断是否有 $x(i)=y(j)$，将满足条件的存入直达线路集合 Z_0。若 $|Z_0|\geq 1$，则公交线路 $X(i)$ 即 $Y(j)$ 为从站点A到站点B的直达线路，如图1所示；$K=K+1$。

$Step4$：判断 $K\leq \overline{K}$，如果不成立，停止；否则查询 S,D,L，将公交线路 $X(i)$ 所包含的公交站点存为公交换乘矩阵 $O(i,u)(u=1,2,3,......e,e$为整数)，公交线路 $Y(j)$ 所包含的站点存为公交换乘矩阵 $P(j,v)(v=1,2,3,.....$

f,f为整数)。

$Step5$：搜索 $O(i,u)$ 和 $P(j,v)$，判断是否有 $o(i,u)=p(j,v)$，将满足条件的存入一次转乘线路集合 Z_1，若 $|Z_1|\geq 1$，则站点 $o(i,u)$ 即 $p(j,v)$ 为从站点A到站点B的一次换乘站点，公交线路 $X(i),Y(j)$ 为换乘一次的最优路线，如图2所示；$K=K+1$。

$Step6$：判断 $K\leq \sup\{K|K$为整数$\}$，如果不成立，停止；否则搜索 S,L,D 矩阵，将经过站点 $o(i,u)$ 的公交线路存为 $R(k)(k=1,2,3,\ g$为整数)，公交线路 $R(k)$ 所包含的站点 $G(k,h)(h=1,2,3,......h,h$为整数) 扩充到公交换乘矩阵 $O(i,u)$ 中。

$Step7$：判断是否有 $p(j,v)=g(k,h)$，将满足条件的存入二次转乘线路集合 Z_2，若 $|Z_2|\geq 1$，则站点 $g(k,h)$ 即 $p(j,v)$ 为从站点A到站点B的二次换乘站点，公交线路 $X(i),R(k),Y(j)$ 为换乘二次的最优路线，如图3所示；$K=K+1$。

$Step8$：判断 $K\leq \overline{K}$，如果不成立，停止；否则按照上述步骤继续搜索。

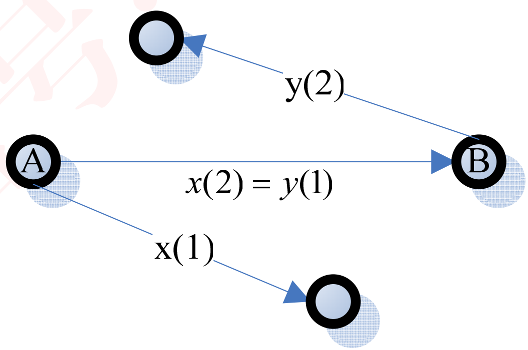

图1. 站点A,B直达的搜索线路

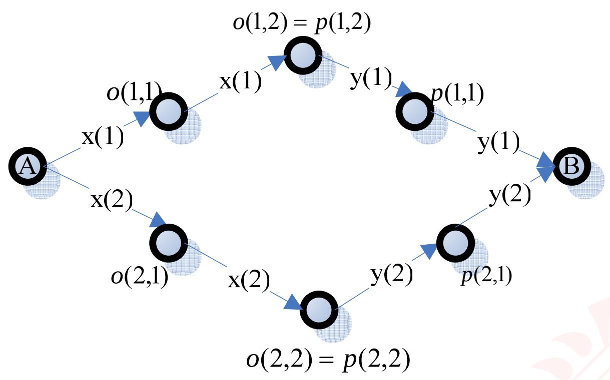

图2. 换乘1次时站点A, B的搜索线路

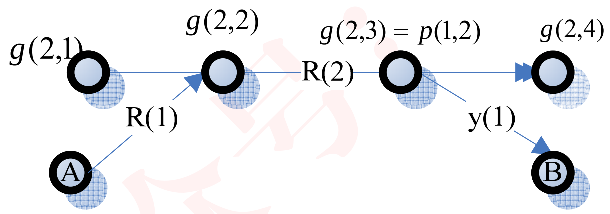

图3. 换乘2次时站点A, B的搜索线路

该算法能够搜索出连接起始和目的站点的所有线路，根据线路序列我们可以计算出各条线路的换乘次数 K，出行费用 C 和出行距离 T。我们设定转乘次数的上界 $\overline{K}=2$，应用“满意度”的目标函数，选择最优线路。利用MATLAB软件编程运行上述算法，求解结果如下：

(1) S3359→S1828

	乘车路线	换乘次数	时间	费用
W1 = 0.5 W2 = 0.5	$S3359 \xrightarrow{L436下} S1784 \xrightarrow{L167下} S1828$	1	104	3
W1 = 0.4 W2 = 0.6	$S3359 \xrightarrow{L436下} S1784 \xrightarrow{L167下} S1828$	1	104	3
W1 = 0.6 W2 = 0.4	$S3359 \xrightarrow{L436下} S1784 \xrightarrow{L167下} S1828$	1	104	3

(2) S1557→S0481

	乘车路线	换乘次数	时间	费用
W1 = 0.5 W2 = 0.5	S1557 $\xrightarrow{L084\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481 S1557 $\xrightarrow{L363\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481	2	109	3
W1 = 0.4 W2 = 0.6	S1557 $\xrightarrow{L084\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481 S1557 $\xrightarrow{L363\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481	2	109	3
W1 = 0.6 W2 = 0.4	S1557 $\xrightarrow{L084\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481 S1557 $\xrightarrow{L363\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481	1	86	2

(3) S0971→S0485

	乘车路线	换乘次数	时间	费用
W1 = 0.5 W2 = 0.5	S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3
W1 = 0.4 W2 = 0.6	S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3
W1 = 0.6 W2 = 0.4	S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3

(4) S0008→S0073

	乘车路线	换乘次数	时间	费用
W1 = 0.5 W2 = 0.5	S0008 $\xrightarrow{L159\ \text{下}}$ S $\xrightarrow{L474\ \text{上}}$ S0073 S 可以为 S0400 ， S2633 ， S3053	1	86	2
W1 = 0.4 W2 = 0.6	S0008 $\xrightarrow{L159\ \text{下}}$ S $\xrightarrow{L474\ \text{上}}$ S0073 S 可以为 S0400 ， S2633 ， S3053	1	86	2
W1 = 0.6 W2 = 0.4	S0008 $\xrightarrow{L159\ \text{下}}$ S $\xrightarrow{L474\ \text{上}}$ S0073 S 可以为 S0400 ， S2633 ， S3053	1	86	2

(5) S0148→S0485

	乘车路线	换乘次数	时间	费用
W1 = 0.5 W2 = 0.5	S0148 $\xrightarrow{L308上}$ S0036 $\xrightarrow{L156上}$ S $\xrightarrow{L417下}$ S0485 S可以为S2210 S3332,S3351	2	106	3
W1 = 0.4 W2 = 0.6	S0148 $\xrightarrow{L308上}$ S0036 $\xrightarrow{L156上}$ S $\xrightarrow{L417下}$ S0485 S可以为S2210 S3332,S3351	2	106	3
W1 = 0.6 W2 = 0.4	S0148 $\xrightarrow{L308上}$ S0036 $\xrightarrow{L156上}$ S $\xrightarrow{L417下}$ S0485 S可以为S2210 S3332,S3351	2	106	3

(6) S0087→S3676

	乘车路线	换乘次数	时间	费用
W1 = 0.5 W2 = 0.5	S0087 $\xrightarrow{L454上}$ S3496 $\xrightarrow{L209上}$ S3676	1	65	2
W1 = 0.4 W2 = 0.6	S0087 $\xrightarrow{L454上}$ S3496 $\xrightarrow{L209上}$ S3676	1	65	2
W1 = 0.6 W2 = 0.4	S0087 $\xrightarrow{L454上}$ S3496 $\xrightarrow{L209上}$ S3676	1	65	2

5.3 结果分析

从上述结果看来，题目中所给的六个需求，都不存在坐一次公共汽车便直达的情况。其中S3359→S1828、S0971→S0485、S0008→S0073、S0087→S3676至少需要经过一次转乘才能到达目的地;而S1557→S0481 S0148→S0485至少需要经过两次转乘方可到达目的地。行车时间和行车费用二者大概成正相关，即随着行车时间的增加，车费也相应的增加。

6 问题二的求解

一般来讲，许多大中城市的地铁线路都建在市中心。在很多情况下需要地铁和公交线路的相互换乘才能到达目的地。所以在我们的模型中，应该综合考虑。

6.1 对地铁站附近的公汽站的处理

考虑到实际情况，由于地铁站的来往乘客较多，在一个地铁站附近往往有多个公汽站。这些公汽站之间可以通过地铁站转乘。我们认为这种转乘方式为：如图 4 所示，从 A 步行到地铁站站口（耗时 4 分钟）、然后再从地铁站步行到 B 等车（等价于地铁转乘公汽）。所以，A、B 两站点间的转乘时间为 11 分钟。

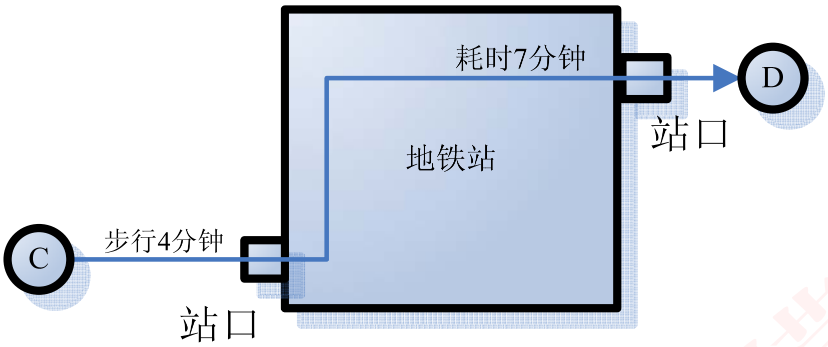

图 4. 同一地铁对应的任意两站点的换乘情况

在这个问题中，在没有地铁与公交之间的换乘时，我们可以把地铁线路看成是新增的公交线路，把地铁站点看成是公交站点。而在出现地铁和公交的换乘时就必须将公交和地铁站点看成是不同的站点，考虑换乘时间。

6.1 模型二：基于出行时间最短的线路搜索模型

在 2.2 问题二的分析的基础上，我们选择出行时间（即出行距离 T ）作为目标函数。

➢ **改进的基于广度优先的公交换乘搜索算法**

设 $Dk(k=1...39)$ 为在地铁站 k 及其附近的所有公交站所组成的集合。算法步骤与问题一中基于广度优先的公交换乘搜索算法大致相同，在此仅列出需要修改的步骤：

$Step1$: 同上。

$Step2$: 搜索地铁换乘公汽信息系统，判断站点 A 是否属于 $Dk(k=1...39)$；若是, 经过 Dk 中任意站点的地铁或公交线路存为 $X(i)(i=1,2,3,......a, a$为整数），判断站点 B 是否属于 $Dm(m=1...39)$；如果是，经过 Dm 中任意站点的公交线路存为 $Y(j)(j=1,2,3,......b, b$为整数）。

$Step3$: 同上。

$Step4$: 同上。

$Step5$: 搜索 $O(i,u)$ 和 $P(j,v)$，判断是否有 $o(i,u)=p(j,v)$，如果存在，则站点 $o(i,u)$ 即 $p(j,v)$ 为从站点A到站点B的一次换乘站点；再判断是否有 $o(i,u)$ 和 $p(j,v)$ 同时属于某个 $Dp(\text{p}=1...39\text{且p}\neq k, p\neq m)$，若有，则地铁站 Dp 为从站点A到站点B的一次换乘站点。公交线路 $X(i), Y(j)$ 为换乘一次的最优路线，将满足条件的线路存

入一次转乘线路集合 Z_1。若存在 $o(i,u)$ 属于某个 $Dk(k=1...39)$，则把 Dk 中的元素添加到 $O(i,u)$ 中；将公交线路 $Y(j)$ 所包含的站点存为公交换乘矩阵 $P(j,v)(v=1,2,3,.......f, f为整数)$，若存在 $p(j,v)$ 属于某个 $Dk(k=1...39)$，则把 Dk 中的元素添加到 $P(j,v)$ 中。$K=K+1$。

$Step6:$ 判断 $K \le \sup\{K|K为整数\}$，如果不成立，停止；否则搜索 S,L,D 矩阵，将经过站点 $o(i,u)$ 的公交线路存为 $R(k)(k=1,2,3,\ g为整数)$，公交线路 $R(k)$ 所包含的站点 $G(k,h)(h=1,2,3,......h,h为整数)$ 扩充到公交换乘矩阵 $O(i,u)$ 中。

$Step7:$ 判断是否有 $p(j,v)=g(k,h)$，如果有满足条件的线路且该线路没有在 Z_1 中出现，则站点 $g(k,h)$ 即 $p(j,v)$ 为从站点A到站点B的二次换乘站点，公交线路 $X(i),R(k),Y(j)$ 为换乘二次的最优路线；再判断是否有一对 $o(i,u)$ 和 $p(j,v)$ 同时属于某个 Dp,Dq 中，如果有满足条件的线路且该线路没有在 Z_1 中出现，，则地铁站 Dp 和 Dq 为从站点A到站点B的二次换乘站点。将所有满足条件的线路存入二次转乘线路集合 Z_2 中，　$K=K+1$。

$Step8:$ 同上。

仅以出行时间（出行距离）目标函数，按照上述算法编程求解，结果如下：

(1) S3359→S1828

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
$S3359 \xrightarrow{L436下} S1784 \xrightarrow{L167下} S1828$ $S3359 \xrightarrow{L436下} S1784 \xrightarrow{L217下} S1828$	1	104	3

(2) S1557→S0481

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
$S1557 \xrightarrow{L084下} S1919 \xrightarrow{L189下} S3186 \xrightarrow{L460下} S0481$ $S1557 \xrightarrow{L363下} S1919 \xrightarrow{L189下} S3186 \xrightarrow{L460下} S0481$	2	109	3

(3) S0971→S0485

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0971 $\xrightarrow{L013下}$ S2184 $\xrightarrow{L417下}$ S0485	1	131	3

(4) S0008→S0073

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0008 $\xrightarrow{L159\ 下}$ S $\xrightarrow{L474\ 上}$ S0073 S 可以为 S0400 ， S2633 ， S3053 S0008 $\xrightarrow{L355\ 下}$ S $\xrightarrow{L058\ 上}$ S0073 S 可以为 S2683 ， S0291 ， S3614 ， S0491 S0008 $\xrightarrow{L355\ 下}$ S $\xrightarrow{L345\ 上}$ S0073 S 为 S2263, S3917, S2303	18	86	2

(5) S0148→S0485

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0148 $\xrightarrow{L024下}$ S1487 D02 $\xrightarrow{T1上}$ D21 S0466 $\xrightarrow{L下}$ S0485 L可以为L51上，L50上行，或者 S0148 $\xrightarrow{L024下}$ S1487 D02 $\xrightarrow{T1上}$ D21 S0464 $\xrightarrow{L下}$ S0485 L可以为L104上，L395 L469上	2	90. 5	5

(6) S0087→S3676

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0087 $\xrightarrow{L21上}$ S630 转地铁 D29 $\xrightarrow{T2}$ D36步行至S3676	1	36	4

6.2 模型三：节点带权的网络模型

6.3.1 模型的建立

城市公共交通网可以抽象成一个连通网络图[4][5] $G(V,E)$，由于每一条公交线路由上下行或环线组成，故$G(V,E)$为有向图。将公交或地铁站点看成网络中的节点，把地铁和其附近的公交站点合并成一个节点，所有节点用集合$V=\{v_1,v_2,...,v_n\}$；

$E=\{(v_i,v_j)|v_i,v_j\in V\}$表示站点$v_i$和$v_j$相邻接。考虑到$v_i$和$v_j$间可能存在两种连接方式：公汽，地铁，如果存在，将其标识为：

$$E=\{(v_i,v_j,k,l)|k=1,2\text{分别表示公交,地铁};l\text{为线路编号}\}$$

相应的边权为$f(v_i,v_j,k)$，可以表示为两顶点间距离，或者途中所经过的时间，或者交通费用，或者自定义的其他一切指标等。

设起始站点为v_S，目地站点为v_T，交通图$G(V,E)$可以抽象为：

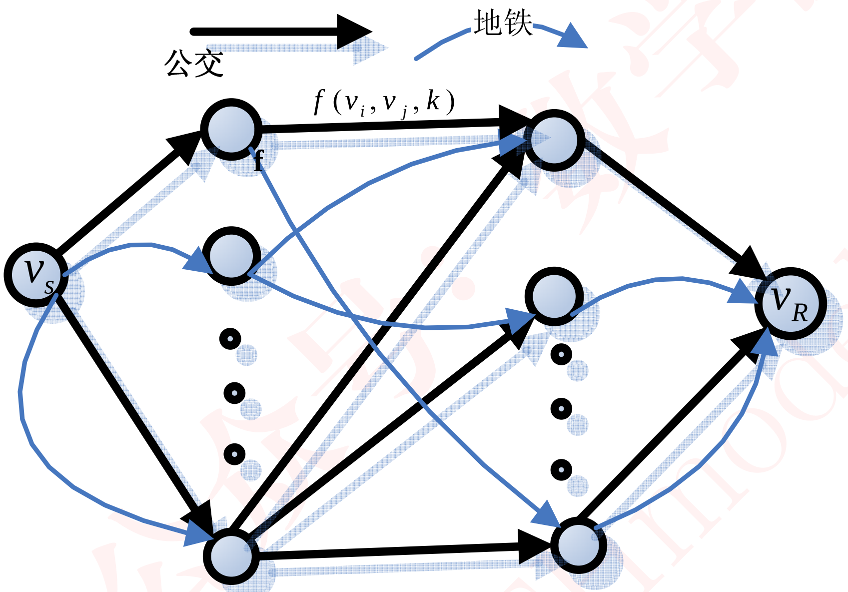

图5. 同时考虑公汽和地铁线路的网络示意图（仅标出单向）

根据实际情况，我们这里以两站间的行使时间作为边权。由题意，我们取相邻汽车站的平均行使时间3min作为任意两公交站间的行驶时间，相邻地铁站的平均行使时间2.5min作为任意两地铁站间的行驶时间：

$$f_1(v_i,v_j,k)=\begin{cases}3\min & if\ k=1\\ 2.5\min & if\ k=2\end{cases}$$

另外，由于考虑到换乘耗时对最佳路线的影响，我们把换乘耗时最为网络节点的自带权重。网络中每个节点的权重都不是确定的，由与该节点相连的入边和出边决定。对于每个节点，权重有以下6种类型：

- 入边是公汽线路，出边是公汽线路（在同一站换乘）　　5min
- 入边是公汽线路，出边是公汽线路（在地铁站换乘）　　11min
- 入边是地铁线路，出边是地铁线路　　4min
- 入边是地铁线路，出边是公汽线路　　7min
- 入边是公汽线路，出边是地铁线路　　6min
- 入边和出边为同一线路　　0min

所以定义节点的权函数如下：

$$f_2(e_{i\text{入}},\ e_{i\text{出}})=\begin{cases}5\min & e_{i\text{入}}\in\text{公汽线路，}e_{i\text{出}}\text{为公汽线路（在同一公汽车站换乘）}\\ 11\min & e_{i\text{入}}\in\text{公汽线路，}e_{i\text{出}}\text{为公汽线路（在同地铁站换乘）}\\ 4\min & e_{i\text{入}}\in\text{地铁线路，}e_{i\text{出}}\text{为地铁线路}\\ 7\min & e_{i\text{入}}\in\text{地铁线路，}e_{i\text{出}}\text{为公汽线路}\\ 6\min & e_{i\text{入}}\in\text{公汽线路，}e_{i\text{出}}\text{为地铁线路}\\ 0\min & e_{i\text{入}}\text{和}e_{i\text{出}}\text{为同一线路}\end{cases}$$

由于节点带权，所以很难找到一种有效的算法对上面的网络模型进行求解。借鉴蜂窝移动通信中的“小区分裂”思想，我们提出**“节点分裂”**的方法对上述模型进行改进，方法如下：

把在相交线路上的节点分列成 N 个虚拟节点（ N 与相交线路的条数相关），组成一个多边形，并根据节点的带权函数对多边形的各边赋值。图6中与 D 相连的边有6条，所以将 D 点分解成六边形。如图7所示：

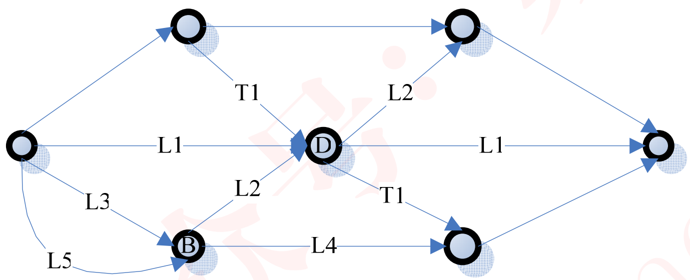

图6. 某节点的连接图

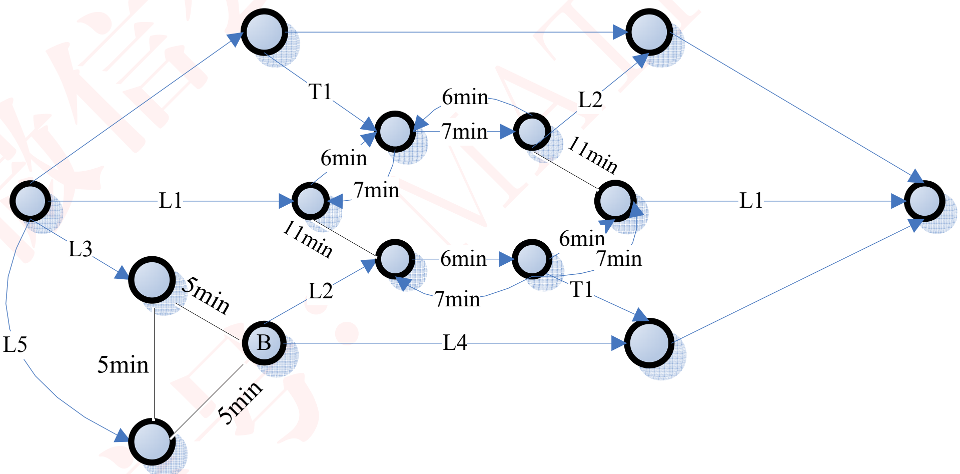

图 7. 节点分裂方法的示意图

图7中当 D 节点分裂成虚拟节点时需要更新各虚拟节点间的连接关系以及边权，边权的更新与节点连接的线路的编号和类型，是此改进方法的关键。 经过这样处理后的网络图就是不包含自带权重节点的赋权有向图。

设起始站点为 v_S， 目地站点为 v_T， 问题可转化成求 v_S 到 v_T 的最短路问题。这样就

构造了一个网络流模型，对于每一种出行路线，对应着一个连接v_S与v_T的边集。我们可以根据每条边，边的类型及其先后顺序计算出该路线的出行时间，费用和换乘次数。我们的目的是求出v_S到v_T之间的最优线路，根据目标函数的定义，所要解决的问题转化为求从v_S到v_T的最短路问题[6]。

6.3.2 模型求解

利用上面的分析，根据网络流的特点通过 Matlab 编程，输入各节点，各条边上的我们可以用 Dijstra 算法[5][7]（或其他算法）进行求解。结果如下：

(1) S3359→S1828

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S3359 $\xrightarrow{L436\text{下}}$ S1784 $\xrightarrow{L167\text{下}}$ S1828	1	104	3

(2) S1557→S0481

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S1557 $\xrightarrow{L084\text{下}}$ S1919 $\xrightarrow{L189\text{下}}$ S3186 $\xrightarrow{L460\text{下}}$ S0481	2	109	3

(3) S0971→S0485

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0971 $\xrightarrow{L013\text{下}}$ S2184 $\xrightarrow{L417\text{下}}$ S0485	1	131	3

(4) S0008→S0073

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0008 $\xrightarrow{L159\text{下}}$ S3053 $\xrightarrow{L474\text{上}}$ S0073	1	86	2

(5) S0148→S0485

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0148 $\xrightarrow{L024\text{下}}$ S1487 转地铁 D02 $\xrightarrow{T1\text{上}}$ D21 转公交 S0466 $\xrightarrow{L\text{下}}$ S0485 L可以为L051上行，L050 上行	2	90.5	5

(6) S0087→S3676

最优乘车路线	换乘次数	时间	费用
S0087 $\xrightarrow{L21上}$ S630 转地铁 D29 $\xrightarrow{T2}$ D36 步行至 S3676	1	36	4

6.3 结果分析

相比较问题一的而言，问题二考虑到了换乘地铁站的情况。这时候搜索出来的所有路径包含着只做公交，只坐地铁，以及公交和地铁换乘的各种情况。在众多路径中，虽然包含地铁的路径会花掉相对较多的车费，但是此时时间为第一考虑准则而车费次之，所以一般都会尽量选择含有地铁的路线。

相对于问题一的结果而言， S3359→S1828、S1557→S0481、S0971→S0485、S0008→S0073 这四个的行车路线没有改变，这可能是因为这几个起始站之间既没有直达的地铁，而且它们均不在地铁站周围，甚至连换乘站也不在地铁站周围。S0148→S0485、S0087→S3676 这两种行车路线都给出了换乘地铁的路径，相对问题一的解来说运行时间大大减低了。其中，S0148→S0485 比问题一中的节少了约１１分钟，这是因为两个换乘车站都在地铁站附近，比如 S1487 毗邻 D02， S0466 挨着 D21。S0087→S3676 少用了将近３０分钟。这是因为 S0087→S3676 之间的中转站以及 S3676 均在地铁站附近。

7 问题三的求解

模型四：改进的网络流模型

模型三的网络模型仅考虑了地铁和公交线路，认为两站点间可能存在的地铁和公汽线路是不同的边，并且具有不同的权值。如果知道所有站点之间的步行时间，在模型三的基础上，我们将步行线路看成是新增的线路，即是在模型三网络的基础上任意两个节点之间都新增一条边，边权由站点间的步行时间决定，这样就构成一个新的网络。新网络的拓扑结构与原网络类似，只是在任意两节点间新增了一条有向边。

新网络图 $G(V,E)$ 的边可表示为 $E=\{(v_i,v_j,k,l)|k=1,2,3分别表示公交,$

$地铁,步行;l为线路标号\}$，相应的边权为 $f(v_i,v_j,k,l)$，由于必须在计算出起始和目的站点间所有可行路线后，才可根据不同公交线路的票价信息及线路衡量出行费用和转乘次数，为了简化，我们仍用时间表示边权 $f(v_i,v_j,k,l)$，则：

$$f(v_i,v_j,k,l)=\begin{cases} t_{公交} & if\ k=1 \\ t_{地铁} & if\ k=2 \\ t_{步行} & if\ k=3 \end{cases}$$

当站点 v_i,v_j 步行时间 $t_{步行}$ 已知，而 $t_{公交}=3\min, t_{地铁}=2.5\min$，则 $f(v_i,v_j,k,l)$ 就是确定的。

另外，根据线路上前后两条边线路标号 $l_{previous}, l_{now}$ 的不同，可以判断是否需要换乘，换乘耗时：

$$t_{换乘}=\begin{cases} 5\min & 当 l_{previous}, l_{now} 为不同公交线路 \\ 4\min & 当 l_{previous}, l_{now} 为不同地铁线路 \\ 7\min & 当 l_{previous}, l_{now} 分别为地铁,公交线路 \\ 6\min & 当 l_{previous}, l_{now} 分别为公交,地铁线路 \end{cases}$$

线路 $L=v_{i_1}v_{i_2}.....v_{i_n}$ 的权为：

$$f(L)=\sum_{k=1}^{n}[f(v_{i_{k-1}}v_{i_k},k,l)+t_{换乘}]$$

最优线路 L^* 满足：

$$\min f(L)=\min\sum_{k=1}^{n}[f(v_{i_{k-1}}v_{i_k},k,l)+t_{换乘}]$$

对于每一种出行路线 L，对应着一个连接 v_S 与 v_T 的边集。我们可以根据每条边，边的类型及其先后顺序计算出该路线的出行时间，费用和换乘次数。该最优化目标的求解可以采用模型一中的**基于广度优先的公交换乘搜索算法**或者采用模型三中的**“节点分裂”**的方法。由于该网络图节点较多，而且节点与节点间的连接情况复杂，边书较多，求解的复杂度极大，我们不提供求解结果。

8 模型评价

8.1 优点

1）问题一中，我们给出了四种最优路径的评价准则，能满足不同人群对查询系统的不同要求。针对四种评价准则的区别及搜索的复杂度，我们设计出了不同的算法。

2）为了综合评价换乘次数、出行时间、出行花费对最优路线的影响，我们提出了顾客满意度函数 F 。我们又提出了基于广度优先的公交换乘搜索算法，该算法可以给出连接起始点和终点的所有可行路线，用满意度函数评价出最优的出行路线。

3）在问题二的求解中，考虑到实际情况，并作了合理假设，以出行时间最短为目标。考虑到地铁线路及地铁站附近的公交站的换乘情况，将问题一中的基于广度优先的公交换乘搜索算法改进，得到了更优的路线。

4）针对问题二，建立了节点带权的网络模型，根据网络节点的入边与出边的类型，计算节点有 6 种不同的权值。然后进一步用“节点分解”的方法将模型转化为一般的网络模型求最短路的问题，然后利用 Dijkstra 算法进行求解。

5）在问题三中，还是以出行时间最少为原则，我们将步行也看成一种交通方式，然后基于问题二的网络模型添加一些带权的路径，然后利用与问题二同样的算法算出最优路径；

8.2 缺点

1）基于广度优先的公交换乘搜索算法，复杂性较大，算法的效率低，转乘次数越多，搜索困难越大。

2）节点带权的网络模型，由于网络节点的权重受到入边和出边的限制，我们没有找到一种有效的解法。通过对模型进行改进，才计算出结果。

3）对于问题三，考虑到任意两点之间都能步行到达，所以向网络中加入很多带权的边，大大增加了网络的复杂性，给我们求解问题带来一定的困难，同时，题目并没有给出所有站点间的步行时间，基于此我们只提供了一种求解问题的思路和方法。

9 算法的稳定性分析

由于公交系统站点较多，连接站点的线路错综复杂，抽象出来的拓扑结构往往比较复杂，一个稳定的搜索最优乘车路线的算法对于本问题的解决至关重要。文中我们提出了算法一（基于邻接关系矩阵的换乘搜索算法）和算法二：（基于广度优先的公交换乘搜索算法），在此仅讨论这两种算法。

从算法的复杂度来说，算法一是淘汰式的搜索，当已经搜索出的路线满足目标准则时即可停止。算法二是广义搜索，需要搜索出所有的可行路线，时间复杂度为 $O(n^K)$（n为站点总数，K为换乘次数），当n,K较大时需要花费很大的时间代价。

从算法的健壮性来讲，算法一明显好于算法二。当网络拓扑结构比较特殊时（不管如何转乘，很难找到可行路径或自闭环时），算法二可能出现死循环或无法停止，而算法一搜索时的淘汰特征可以避免出现这种情况。

综上所述，算法一的稳定性优于算法二。

10 参考文献

[1]. 杨新苗、王炜、马文腾，基于GIS的公交乘客出行路径选择算法【J】，东南大学学报，2000，30(6)：87-91。

[2]. 吴稼豪，国外公交网络优化设计综述【J】，系统工程，1986， 4(3)：22—26。

[3]. 张俊福、邓本让、朱玉仙、刘启千，应用模糊数学，北京：地质出版社，1988.11。

[4]. 严蔚敏、吴伟民，数据结构（C语言版），北京：清华大学出版社，1988.11。

[5]. 姜启源、谢金星、叶俊，数学模型，北京：高等教育出版社，2003.8。

[6]. 王家钦，离散数学结构，北京：清华大学出版社，2004.8。

[7]. Ellis Horowitz,Sartaj Sahni,Sanguthevar Rajasekaran.Computer 等著,计算机算法（C++版），北京：机械工业出版社，2006.1。