TOURE
WILLIAM

DEVOIR d'Intégrale généralisée - Série

<u>*Niveau*</u> : ***MIAGE-GI***

Durée : 2H00

<u>Exercice</u> 1 :

Soit f une fonction continue bornée sur $[0, +\infty[$.

1. Démontrer que les intégrales $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{f(x)}{1+x^2}dx$ et $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{f(1/x)}{1+x^2}dx$ sont convergentes. ✓
2. Démontrer qu'elles sont égales. ✓
3. Application : pour $n \geq 0$, calculer $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+x^n)}$ et $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^n}{(1+x^2)(1+x^n)}dx$. ✓

<u>Exercice</u> 2 :

Nature de la série de terme général

1) $u_n = \ln\left(\dfrac{2}{\pi} Arctan\left(\dfrac{n^2+1}{n}\right)\right)$ ✓

2) $v_n = \dfrac{2^n}{n^{\alpha+\frac{\beta}{n}}}$ (où $\alpha \in \mathbb{R}^*$ et $\beta \in \mathbb{R}$). ✓

<u>Exercice</u> 3 :

Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit $f_n : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $f_n(x) = \dfrac{x^n e^{-x}}{n!}$. ✓

1. Déterminer la limite simple ; f, de la suite de fonctions $(f_n)_n$. ✓
2. Montrer qu'il y a convergence uniforme. ✓

Établissement :
UFR Maths-Info

Année
2018-2019

EXAMEN
d'Intégrales généralisées - Séries
Première Session
Niveau : ***MIAGE-GI***
*Durée : **3H00***

Exercice 1 :

1. Déterminer pour quelles les valeurs du couple $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$, l'intégrale : $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{(1+t)^\alpha - t^\alpha}{t^\beta} dt$ converge.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{nt}}{(1+e^t)^{n+1}} dt$.
   (a) Justifier l'existence de I_n
   (b) Établir une relation de recurrence entre les I_n.
   (c) En déduire $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} (I_n)$.

Exercice 2 :
On considère la suite $(u_n)_n$ définie par : $0 < u_0 < 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} = u_n - u_n^2$.

1. Montrer que la suite $(u_n)_n$ converge. Quelle est sa limite ?
2. Montrer que la série de terme général u_n^2 converge.
3. Montrer que les séries de termes généraux $\ln\left(\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right)$ et u_n divergent.
4. Montrer que $u_n < \dfrac{1}{n+1}$ et que la suite $(nu_n)_n$ est croissante. On note ℓ sa limite.
5. On pose $u_n = \dfrac{\ell - v_n}{n}$. Montrer que la série de terme général $v_{n+1} - v_n$ converge.
6. En déduire que u_n est équivalent à $\dfrac{1}{n}$.

Exercice 3 :

1. Déterminer le rayon et le domaine $\mathcal{D}$ de convergence de la série entière $\displaystyle\sum_{n \geq 0} n^2 z^n$.
2. Déterminer la somme $S(z)$ de cette série sur $\mathcal{D}$.
3. Montrer qu'au voisinage de $z = \dfrac{-1}{2}$, on a : $\displaystyle\sum_{n \geq 0} z^n = \frac{2}{3} \frac{1}{1 - \frac{2}{3}(z + \frac{1}{2})}$.
4. En déduire que $S(z) = \displaystyle\sum_{n \geq 0} (4n^2 - 6n - 1)\left(z + \frac{1}{2}\right)^n \frac{2^{n+1}}{3^{n+3}}$. Evaluer alors $f^{(n)}(\frac{-1}{2})$.

Exercice 4 :
Développer en série de Fourier la fonction paire et π-périodique suivante : $f(t) = t$ si $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$. On prendra soin de justifier que f est développable en série de Fourier avant de se lancer dans les calculs.

Miage-Licence 2 — Février 2019

LOGIQUE-PROLOG – (Devoir : 2 heures)

Exercice 1 (4 pts) On considère la fbf G : $(P\wedge S \rightarrow R) \vee (\rceil R \rightarrow Q\wedge \rceil S)$.

1. Lister les littéraux que comporte G?
2. Donner la valeur de G dans l'interprétation dans laquelle seuls les atomes P et Q sont falsifiés (prennent la valeur F(aux)).
3. Donner l'ensemble des clauses de G.

Exercice 2 (3 pts) On considère les fbf suivantes :

F1 : $\rceil Q \rightarrow \rceil P$

F2 : $\rceil Q$

G : $\rceil P$

Montrer, **par calcul**, que G est une conséquence logique de F1 et F2.

Exercice 3 (5 pts) Donner une formule bien formée dans chaque cas.

1. Si les plants fleurissent et que les oiseaux des champs foisonnent, alors c'est le printemps ; ce qui réjouira les populations des pays des environs sauf ceux sous embargo.
2. Les plus beaux animaux sont parmi les colibris et les dauphins, cependant les colibris sont petits et plus vifs que les dauphins.
3. Tout philosophe cite quelque philosophe qui n'a rien écrit.

Exercice 4 (3 pts) Donner une forme standard de SKOLEM ainsi que l'ensemble des clauses de

la fbf G : $(\forall x)(\forall y)\ ((\exists z)P(x, y, z) \wedge ((\exists x)\rceil Q(x, x) \rightarrow (\exists z)Q(y, z)))$

Exercice 5 (3 pts) Ecrire un programme prolog qui effectue la lecture de trois nombres réels, calcule et affiche leur moyenne.

TOURE WILLIAM

UFRMI L2 Miage

Janvier 2018

Logique Prolog (durée 2h)

Exercice 1 (5 pts) - On considère la fbf $G : (P \vee S) \rightarrow (R \vee \neg S) \wedge Q$.

1. Lister les littéraux que comporte G?
2. Préciser l'unique interprétation dans laquelle seuls les atomes P et R sont satisfaits (c'est-à-dire prennent la valeur V(rai)), puis la valeur de G dans celle-ci.
3. Donner une forme normale disjonctive de G
4. Donner une forme normale conjonctive de G.
5. Donner l'ensemble des clauses associées (c'est-à-dire l'ensemble des disjonctions qui composent la forme normale conjonctive trouvée au 4.).

Exercice 2 (3 pts) - On considère les fbf suivantes :

$F1 : P \vee R$, $F2 : P \rightarrow R$, $F3 : \neg R$, $G : R$

Montrer, **par calcul**, que G est une conséquence logique de F1, F2 et F3.

Exercice 3 (4 pts) - Donner une formule bien formée dans chaque cas.

1. Paul excelle en maths et en informatique et Anne excelle en maths, mais Anne n'excelle pas à la fois en maths et en informatique.
2. Si l'entraîneur de l'équipe se montre courageux et astucieux dans ses choix de joueurs, alors il aura un excellent résultat, ce qui fera de lui un VIP dans le pays.
3. S'il y a plus de pigeons que de nids, alors au moins deux pigeons habitent le même nid.

Exercice 4 (2 pts) - Donner l'ensemble des variables liées et l'ensemble des variables libres de chacune des formules bien formées (fbf) suivantes :

$E1 : (\forall x)((\exists y)P(x,y) \wedge Q(x,z)) \wedge R(x)$ et $E2 : (\forall x)(P(x,y) \vee (\exists z)(\forall y)(Q(z) \rightarrow R(y,z))$

Exercice 3 (6 pts) - Donner dans chaque cas une forme standard de skolem, les fonctions de Skolem et l'ensemble des clauses.

1. $(\forall x)P(x, x, e) \rightarrow ((\forall x)(\forall v)(\forall w)(P(x, v, w) \rightarrow P(v, x, w)))$
2. $((\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)R(x) \vee (\forall y)P(y)) \wedge (\forall x)(\exists y)(R(y) \rightarrow P(x))$

Licence 2 MIAGE 2018 - 2019

Examen Programmation Langage C

Semestre 1 Session 1 durée 2h 00

Exercice 1 : Culture

√**1.** Après avoir reproduit le tableau ci-dessous, le remplir

Donner une signification à chacune des instructions C suivantes :

Instructions C	Signification	Instructions C	Signification	Instructions C	Signification
\n		struct but{ } ;		scanf(''%s\n'', rep)	
sizeof(int)		(A!=0)||(B&&C)		#include<stdlib.h>	

2. Ecrire un code C permettant de compter le nombre de voyelles dans un SMS de taille maximum 160. Pourra utiliser l'allocation dynamique.
3. Ecrire un code C permettant d'enregistrer un SMS dans un fichier
4. Un **nombre** égal à la somme de ses diviseurs propres est **parfait.** Écrire une fonction en Langage C qui décide si un entier positif n passé en paramètre est un nombre parfait
5. Ecrire un programme C qui permet de calculer le montant des heures supplémentaires d'un employé, sachant le prix unitaire d'une heure selon le barème suivant : les 39 premières heures sans supplément, de la 40ième à la 44ième heure sont majorées de 50%, de la 45ième à la 49ième heure sont majorées de 75%, de la 50ième heure ou plus, sont majorées de 100%.

Exercice 2 : fonctions, boucles, récursivité

```
fonction mythe (n : Entier) : Entier
s : entier
debut
si(n<1)
Alors s← 0
sinonSi (n=1)
Alors s← 1
sinon
 debut
    s← 0
    pour  i← 1 jusqua  n faire
     s← s+ i
finSi
renvoyer(s)
fin
```

2.1. Que fait la fonction ci-contre

2.2. Tracer cette fonction pour n= 8

3.3. Traduire fonction ci-contre en C

3.4. utiliser code C de la question 4.3 et transfomer la boucle for par while

3.5. Nous savons que $\Sigma n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = n(n+1)/2$ donc nous n'avons pas besoin de faire une boucle. Ecrire une fonction somme_entiers en utilisant cette formule

3.6. Donner une version récursive de la fonction somme_entiers

3.7. traduire cette version récursive en C

Exercice 3 : tableaux et tris

```
algorithme : TriBulle(T)
Données : Un tableau T de nombres
Résultat : Le tableau T trié en ordre croissant
pour i=longueur(T)-1 à 1 decroissant faire
   pour j=0 à i-1 faire
       si T[j] >T [j+1] alors
           Echange(T,j,j+1);
```

4.1. Traduire l'algorithme ci contre en Langage C

4.2. Donner le code C fonction Echange

MIAGE
Licence2
Année : 2018- 2019

ALGORITHMIQUE AVANCEE
Devoir : durée 1 h 45

Exercice 1 : culture générale

a) Qu'est ce que la complexité d'un algorithme ? citer deux complexités à comparer
b) Un programmeur écrit un algorithme relatif à la fonction fibonacci en trois versions en utilisant le **pour**, le **tant que** et le **répéter.** Réaliser ces trois versions de la fonction **fibonacci**. On rappelle : $U_0= U_1=1$ et $U_n=U_{n-1}+U_{n-2}$
c) Comparer les complexités de ces trois algorithmes en termes d'exécution
d) Réécrire cette fonction fibonacci de façon récursive
e) Comparer les versions récursive et itérative

Exercice 2

Considérer le code C ci-dessous qui

```
i = 0
j = 0
while(i < n) {
   if( i % 2 == 0) {
      j = j + 1
   } else {
      j = j / 2
   }
   i = i + 1
}
```

1. Traduire ce morceua de code en algorithme
2. Tracer cet algorithme pour n=5
3. Calculer le temps d'exécution T(n) de cet algorithme
4. Quelle est la complexité asymptotique de cet algorithme (notation Grand-O) ?

Considérer l'algorithme ci-dessous qui remplit un tableau statique de taille n :

```
var tab : tableau[1..n] de reel;
var i : entier;
debut
i:=0;
tant que i<n-4;
tab[i] := i*i;
i := i + 1;
fin tant que
fin
```

1. Donner la différence entre un tableau dynamique et tableau statique
2. Montrer que le temps d'exécution T(n) de cet algorithme est 3n-11 sachant qu'il contient des affectations et des comparaisons?
3. Quelle est la complexité asymptotique de cet algorithme (notation Grand-O) ?
4. Ecrire un code permettant de trouver le plus petit élément de ce tableau et donner T (n) le temps d'exécution

Exercice 3 :

Déclarer la structure de données adéquate pour créer la pile de taille n.
Dans un algorithme utiliser les fonctions empiler et depiler permettant d'ajouter ou enlever un élément dans la pile.

Abidjan, le 2/14/2019

Licence 2 MIAGE
Examen Algorithmiques Avancés
Semestre 1 Session 1 2h 2018 - 2019

Exercice 1 : culture générale

a) Quelle est la différence entre la complexité d'un algorithme en temps et la complexité en ressources
b) Comparer les complexités $O(n^2)$ et $O(n\log(n))$
c) De plusieurs algorithmes résolvant un même programme, lequel est le plus efficace.
d) Ecrire deux algorithmes l'un itératif et l'autre récursif permettant de calculer x^n.

Exercice 2 : tableau, tri, recherche, complexité

Soit T un tableau de taille n de réels dans lequel on veut rechercher un élément donné.

a) Ecrire un algorithme itératif permettant de rechercher un élément par la méthode de recherche séquentielle (on parcourt le tableau du premier au dernier élément)
b) Ecrire un algorithme itératif permettant de rechercher un élément par la méthode de recherche dichotomique (on procède à un découpage successif du tableau de moitié)
c) Quelle condition le tableau doit vérifier pour admettre la recherche dichotomique
d) Ecrire un algorithme récursif permettant de rechercher un élément par la méthode de recherche dichotomique
e) Comparer les algorithmes itératif et récursif de la recherche dichotomique
f) Tracer l'algorithme de tri bulles en supposant que tableau est chargé de 3.2, 20, -5, 0, 10, -35, 4.2. Donner le nombre de comparaisons.

Exercice 3 :

On veut construire une file d'attente d'étudiants (matricule, montant, date) qui se présentent à la comptabilité pour faire des paiements de leur scolarité.

3.1. Donner la structure de données adéquate pour modéliser un élément de la file.

3.2. Dans un algorithme, simuler cette file en utilisant quatre fonctions de manipulation des files d'attente.

On veut stocker les informations de versements des étudiants dans un fichier nommé **comptabilite.**

3.3 Ecrire un algorithme permettant d'enregistrer un versement et d'afficher la liste de tous les versements.

UNIVERSITE DE COCODY ANNEE 2018-2019
UFRMI L2 FILIERES PROFESSIONNALISEES
L2 MIAGE

DEVOIR D'ALGEBRE BILINEAIRE

Durée: 2 heures

Exercice 1(13pts)

Soit E un espace vectoriel réel de dimension 3 dont une base est $B = (e_1, e_2, e_3)$. On considère la forme quadratique q sur E définie comme suit:

$$x = \sum_{i=1}^{3} x_i e_i \longmapsto q(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + 13x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 10x_2x_3.$$

1° Déterminer la forme polaire β de q et préciser la matrice H de β dans la base B.

2° Préciser la signature et le rang de q. q est-elle dégénérée?

3° Dire pourquoi le noyau $N(q)$ est égal au cône isotrope $C(q)$; le déterminer.

4° Déterminer une base $B' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ orthogonale pour β et préciser l'expression de $q(x)$ dans cette base.

5° Déterminer l'orthogonal du plan P d'équation : $y - z = 0$.

Exercice 2 (7pts)

Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$, on considère l'endomorphisme u dont la matrices dans la base canonique est:

$$U = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} -4 & -8 & -1 \\ 4 & -1 & -8 \\ -7 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Précicer la nature de u et donner ses éléments caractéristiques.

UNIVERSITE FHB DE COCODY ANNEE 2018-2019
UFRMI FILIERES PROFESSIONNALISEES
L2 MIAGE

1ère SESSION D'EVALUATION

EPREUVE D'ALGEBRE BILINEAIRE

Durée: 2 heures

Exercice 1 (10*pts*)

Soient $\lambda \in \mathbb{R}$ et q l'application de $E = \mathbb{R}^4$ dans $\mathbb{R}$ définie $\forall v = (x, y, z, t) \in E$ par :

$$q(v) = x^2 + (4+\lambda)\, y^2 + (1+4\lambda)\, z^2 + \lambda t^2 + 4xy + 2xz + 4\,(1-\lambda)\, yz + 2\lambda yt + (1-4\lambda)\, zt$$

1) a) Montrer que q esr une forme quadratique sur E.

b) Donner la matrice de sa forme polaire β dans la base canonique de E.

2) a) Décomposer q en carrés de Gauss.

b) Discuter le rang et la signature de q suivant les valeurs de λ.

Exercice 2 (10*pts*)

1) Donner la définition d'un espace euclidien (E, φ)

2) Soit (E, φ) un espace euclidien

a) Donner la définition d'une isométrie f de (E, φ).

b) Donner la définition d'un projecteur p de E; donner une condition nécessaire et suffisante pour que le projecteur p soit une projection orthogonale de (E, φ).

3) Soit $B = (u, v, w)$ une base orthonormée de l'espace euclidien usuel $(E, <,>)$ avec $E = \mathbb{R}^3$.

$\forall \lambda \in \mathbb{R}^*$, on note f_λ l'endomorphisme de E qui à tout $x \in E$ associe:

$$f_\lambda(x) = x + \lambda < x, w > w$$

a) Donner la matrice A_λ de f_λ dans la base B.

b) Pour quelles valeurs de λ, f_λ est un projecteur? Est-il alors une projection orthogonale?

c) Pour quelles valeurs de λ, f_λ est une isométrie? Donner alors la nature et les caractéristiques de cette isométrie.

UNIVERSITE DE COCODY ANNEE 2018-2019
UFRMI L2 FILIERES PROFESSIONNALISEES
L2 MIAGE

1ère SESSION D'EVALUATION
EPREUVE D'ALGEBRE LINEAIRE
Durée: 2 heures

Exercice 1 (9*pts*)
Soit $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et la matrice par blocs à coefficients réels:

$$M = \begin{pmatrix} 0_2 & J \\ J & 0_2 \end{pmatrix}$$

1° a) Quelle est la nature de la matrice M? ✓
b) Quelle est son format? ✓
c) Dites pourquoi on peut calculer les puissances de M par blocs. ✓
2° Calculer M^2, M^3 et en déduire que M est diagonalisable. ✓
3° Determiner le rang, le polynôme minimal et le polynôme caractéristique de M. ✓

Exercice 2 (11*pts*)
Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & a & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}), \text{ où } a \text{ est un réel donné.}$$

1) Calculer le polynôme caractéristique de A et montrer que A est trigonalisable. ✓
2) Montrer que si $a \neq 0$ et $a \neq 1$, alors A est diagonalisable. ✓
3) Montrer que si $a = 1$ ou $a = 0$, alors A n'est pas diagonalisable. ✓
4) On suppose $a = 0$. Trigonaliser A ✓

TOURE William Licence 2

UNIVERSITE FELIX HOUPHOUËT-BOIGNY DE COCODY-ABIDJAN (UNIV-FHB)

Devoir de SCILAB

Licence 2 ($2^{\text{ième}}$ année)	Durée du sujet : 2 heures
Logiciels SCILAB	Année 2018-2019
MIAGE	Documents autorisés
	Outils informatiques autorisées

Les 3 exercices sont indépendants. Rédiger avec soin.

N.B : La deuxième feuille est à rendre avec les copies d'examen.

Exercice 1 (Sans utliser de boucle)

Donner les codes Scilab qui permettent d'écrire les matrices carrées d'ordre 6 suivantes :

1. *Matrice diagonale, dont la diagonale contient les entiers de 1 à 6.* x
2. *Matrice contenant les entiers de 1 à 36, rangés par lignes.* x
3. *Matrices dont toutes les lignes sont égales au vecteur des entiers de 1 à 6.* x
4. *Matrice diagonale par blocs, contenant un bloc d'ordre 2 et un d'ordre 4. Les 4 coefficients du premier bloc sont égaux à 2. Le deuxième bloc contient les entiers de 1 à 16 rangés sur 4 colonnes.* x
5. *Matrice* $A = (-1)^{i+j}$, $i, j = 1, ..., 6$. ✓
6. *Matrice contenant des "1" sur la diagonale, des "2" au-dessus et au-dessous, puis des "3", jusqu'aux coefficients d'ordre* $(1,6)$ *et* $(6,1)$ *qui valent 6.* ✓

Exercice 2

1. *Construire une fonction SCILAB qui resout le système linéaire* $AX = b$ *où* A *est une matrice triangulaire inférieur ayant des coefficients nulles sur sa diagonale.*
   N.B. : Considerez les cas ou le nombre de lignes de la matrice est différent de la longueur du vecteur b *; et celui ou la matrice n'est pas néssairement carée.*
2. *On se donne* $x = (x_1, ..., x_n)$ *une séquence de longueur* n.
   (a) *Costruire une fonction qui a, pour paramètre d'entrée* x *et retourne le scalaire* x

   $$S_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

   (b) *Construire une fonction qui a pour paramètre d'entrée* x *et retourne le vecteur* $(S_1, S_2, ..., S_n)$ x
3. *Soit* $N = (N_{i,j})$ *une matrice. On note* N_i *la somme des termes de la* $i-$*ième ligne,* N_j *la somme des termes de la* $j-$*ième colonne et* n *la somme des termes de la matrice. Construire une fonction qui retourne la quantité suivante* x

   $$\sum_i \sum_j \frac{\left(N_{i,j} - \frac{N_i N_j}{n}\right)^2}{\frac{N_i N_j}{n}}.$$

UNIVERSITE FHB DE COCODY ANNEE 2018-2019
UFRMI FILIERES PROFESSIONNALISEES
L2 MIAGE

DEVOIR D'ALGEBRE LINEAIRE

Durée: 2 heures

Exercice 1

1° a) Donner une matrice diagonale par blocs qui n'est pas diagonale;

b) Soit une matrice à coefficients réels A dont le polynôme minimal est:

$$m_A(X) = X(X-1)^2$$

A est-elle inversible? diagonalisable? trigonalisable?

(seules les justifications des réponses aux qustions du b) sont notées)

2° Répondre par vraie (V) ou faux (F) aux assertions suivantes; pour chaque assertion fausse, proposer une formule vraie qui la corrige:

a) Toute matrice à coefficients complexes est diagonalisable;

b) $\forall A \in M_n(\mathbb{R})$, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$, $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$;

c) Toute matrice est produit fini de matrice d'opérations élémentaires.

Exercice 2

1° Donner une forme échelonnée ordinaire, le rang puis la forme ligne canonique de la matrice M suivante:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & -1 & -5 \\ -2 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 7 \end{pmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 & 7 \\ -2 & 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & +3 & 2 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

2° Résoudre le systéme d'équations linéaires:

$$\begin{cases} 3y + 2z - t = -5 \\ -2x + y - z + 3t = 3 \\ x - 2y - z + 2t = 3 \end{cases}$$

Exercice 3

Pour tout nombre réel m, on considère l'endomorphisme f_m de $\mathbb{R}^3$ dont la matrice dans la base canonique est:

$$A_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2-m & m-2 & m \end{pmatrix}$$

1° Déterminer les valeurs propres de f_m et discuter le nombre et les multiplicités suivant les valeurs de m.

2° Pour quelles valeurs de m f_m est-il diagonalisable?

3° Calculer $(A_2)^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

UNIVERSITÉ FÉLIX HOUPHOUËT-BOIGNY (UFHB) d'ABIDJAN-COCODY

Examen de la première session du logiciel R

Licence 2 ($2^{\text{ième}}$ année)	Durée du sujet : 1 heure 30
Logiciel R	Année 2018-2019
Outils informatiques non autorisés	Documents non autorisés

Les 4 exercices sont indépendants. Rédiger avec soin.

EXERCICE 1 *Que font ces lignes de commande ?*

```
> qnorm(0.975) ;
> dnorm(0) ;
> pnorm(1.96) ;
> rnorm(20) ;
> rnorm(10,mean=5,sd=0.5) ;
> x=seq(-3,3,0.1) ; pdf=dnorm(x) ;plot(x,pdf,type="l") ;
> runif(3) ;
```

EXERCICE 2

Écrire un programme prenant en entrée les paramètres a, b et c d'un trinôme aX^2+bX+C *avec* $a \neq 0$, *représenté par le tableau de ses coefficients et affichant ses racines réelles si elles existent, ou "aucune racine réelle" sinon.*

EXERCICE 3

1. *Écrire une fonction R résolvant un système linéaire* $Ax = b$, *ou encore sous la forme*

$$\underbrace{\begin{pmatrix} A(1,1) & A(1,2) & \cdots & \cdots & A(1,n) \\ 0 & A(2,2) & \cdots & \cdots & A(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & & A(n-1,n) \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & A(n,n) \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(n) \end{pmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(n) \end{pmatrix}}_{b}$$

   où A est une matrice carrée triangulaire supérieure. On pourra utiliser l'instruction **dim** *qui permet de récuperer les deux dimensions d'une matrice*
   $---> d = dim(A)$ *ou* $n = dim(A)[1]$ *et* $m = dim(A)[2]$
   Dans cet exercice, on condidère que les deux dimensions sont les mêmes (i.e. $n = m$*) et qu'aucun element de la diagonal de la matrice A est nul.*

2. *Reprendre la question 1. si le système* $Ax = b$ *est de la forme*

$$\underbrace{\begin{pmatrix} A(1,1) & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ A(2,1) & A(2,2) & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ A(n-1,1) & A(n-2,1) & \cdots & & 0 \\ A(n,1) & A(n,2) & \ldots & A(n,n-1) & A(n,n) \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(n) \end{pmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(n) \end{pmatrix}}_{b}$$

   où A est une matrice carrée triangulaire inférieure.

EXERCICE 4

Écrire une fonction "uniforme(n,a,b)" qui donne un vecteur de taille n dont chaque coefficient simule des variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur l'intervalle $[a, b]$. Donner un code R qui permet de visualiser un échantillon de taille 10000 *de loi uniforme sur $[a, b]$ sur l'histogramme.*

TOURE WILLIAM

UNIVERSITE FELIX HOUPHOUET-BOIGNY
UFR DE MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUES
(2018-2019)

Logiciel R
Devoir de 2^e année MIAGE (Durée : 2 heures)

Les exercices sont indépendants. Rediger avec soin et rigueur.

N.B. : Il s'agit de donner dans ces exercices les codes du logiciel R qui permettent de réaliser les tâches démandées. Seule l'utilisation des outils informatiques (i.e. uniquement ordinateurs) sont autorisés au cours de ce devoir. Mais ils ne sont pas necéssaires pour répondre aux différentes questions.

Exercice 1 *Pour* $(n = 100, p = 0.5)$, *puis* $(n = 1000, p = 0.5)$, $(n = 10000, p = 0.5)$, $(n = 1000, p = 0.3)$, $(n = 1000, p = 0.8)$

1. *Donner le code du logiciel R qui simuler un échantillon de* n *variables aléatoires de Bernouilli, de paramètre* p,
   (a) *en utilisant la fonction* **rbinom**
   (b) *en utilisant la fonction* **runif**
   (c) *en utilisant la fonction* **sample**
2. *Comment calculer les fréquences de* 0 *et de* 1 *dans l'échantillon,*
   (a) *en utilisant la fonction* **sum**
   (b) *en utilisant la fonction* **which**
   (c) *en utilisant la fonction* **table**
3. *Donner les codes qui représentent les fréquences de* 0 *et de* 1 *par un diagramme en barres (fonction* **barplot**) *et qui représentent par un double diagramme en barre, les fréquences empiriques de* 0 *et de* 1 *en bleu et les probabiltés théoriques* $(1-p)$ *et* p *en rouge.*
4. *Comment utiliser votre échantillon pour simuler* n *parties d'un jeu de pile et face où la probabilité de gagner* 1 *euro est* p, *la probabilité de perdre* 1 *euro est* $1-p$. *Code R qui calculer les valeurs successives de la fortune d'un joueur dont la fortune initiale est nulle (***fonction cumsum***). Code qui représente graphiquement ces valeurs (fonction* **plot**).
5. *Code R qui calcule les valeurs successives de la moyenne empirique des* i *premières valeurs de l'échantillon initial, pour* i *allant de* 1 *à* n. *Code qui représenter graphiquement ces valeurs en bleu et superposer sur le même graphique la droite horizontale d'ordonnée* p *en rouge (fonction* **abline**).

Exercice 2 1. *Créer une boucle qui affiche l'indice* << i >> *de l'itération en cours (10 itérations). Calculer la somme cumulée « sumCumul» des indices.*

2. *Créer le vecteur «vecPasMultiples» contenant tous les nombres de* 1 *à* 100 *qui ne sont pas des multiples de* 5.
3. *Créer une matrice «A» de dimension* 10 *lignes* ×10 *colonnes telle que :* $A[i,i] = 2$; $A[i,i+1] = 1$; $A[i+1,i] = 1$; *le reste des valeurs est égals à* 0

Exercice 3 Simulations

1. *Écrire une fonction "pileouface(n,p)" qui prend comme entrées un entier n et $0 < p < 1$, et qui donne en sortie un vecteur de taille n dont les coefficients simulent des variables aléatoires indépendantes de Bernoulli de paramètre p.*
   Indication : on utilisera le début suivant :

   $$pileouface = function(n, p)\,\{$$
   $$x = (runif(n) < p)$$
   $$...\}$$

   et la commande "as.numeric" (voir **help()** *à l'aide de la console).*
   Écrire des scrips R qui permet de visualiser les trois fenêtre graphiques différentes, pour $n = 1000$, $p = 0.5$, $p = 0.2$, et $p = 0.8$, un échantillons de taille 1000 de loi Bernouilli sur un diagramme en barre.
2. *Écrire une fonction "uniforme(n,a,b)" qui donne un vecteur de taille n dont chaque coefficient simule des variables aléatoires indépendantes de loi uniforme sur l'intervalle $[a, b]$. Donner un code R qui permet de visualiser un échantillon de taille 10000 de loi uniforme sur $[a, b]$ sur histogramme.*

Bonne chance

Année 2018/2019
UFHB
MIAGE-GI _L2_AUTOMATISME INDUSTRIEL
11-03-19

EXAMEN 1ère SESSION 2019 (3H00)

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE Y COMPRIS TOUT TELEPHONE PORTABLE

0] CULTURE GENERALE

0.1) Quelle(s) différence(s) y a-t-il entre une bascule asynchrone et une bascule synchrone ?
0.2) Enoncez quatre caractéristiques d'un registre à décalage.
0.3) Quel est l'intérêt du GEMMA dans la conception d'un SAP?
0.4) Quel rôle joue un API dans un SAP ? Citez deux langages de programmation des API.

1] EXERCICES

1.1) Complémentez, sans simplifier ni modifier avant ou après, l'expression de la variable de sortie

$A1 = (a\bar{b}c + bc)(\bar{a}dc + a\bar{c}\,\bar{d}) + (\overline{ac}d + \bar{a}\,\bar{c}\,\bar{d})$

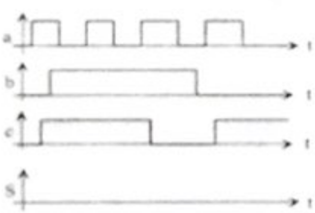
1.2) Simplifiez algébriquement l'expression de la variable de sortie

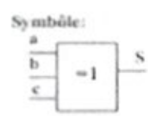
$A2 = (a + b + c)(a + \bar{b} + \bar{c})(a + b + \bar{c})(\bar{a} + b + \bar{c})$

2.3) Simplifiez graphiquement l'expression des variables de sortie

$A3 = ab\bar{c}(\bar{d}e + \bar{d}\,\bar{e}) + ab\bar{c}(d\bar{e} + de) + ab(d\bar{e} + de)$
$+ \bar{a}\,\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}\,\bar{e} + \bar{a}b\bar{c}\,\bar{d} + ab\bar{c}\,\bar{d}\,\bar{e} + a\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}\,\bar{e} + a\bar{b}cde + a\bar{b}\,\bar{c}\,\bar{d}e + a\bar{c}e$

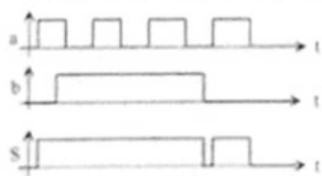
***2.4)* Complétez les chronogrammes de la sortie S en fonction des variables d'entrée et donnez l'expression algébrique associée (*sur votre copie*)**

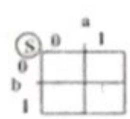




Expression de S:
S=

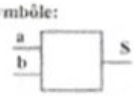
***2.5)* Remplissez le tableau de Karnaugh en vous aidant des chronogrammes et donnez l'expression algébrique ainsi que le symbole ou le logigramme associé (*sur votre copie*).**





Expression de S:
S=

Symbole:

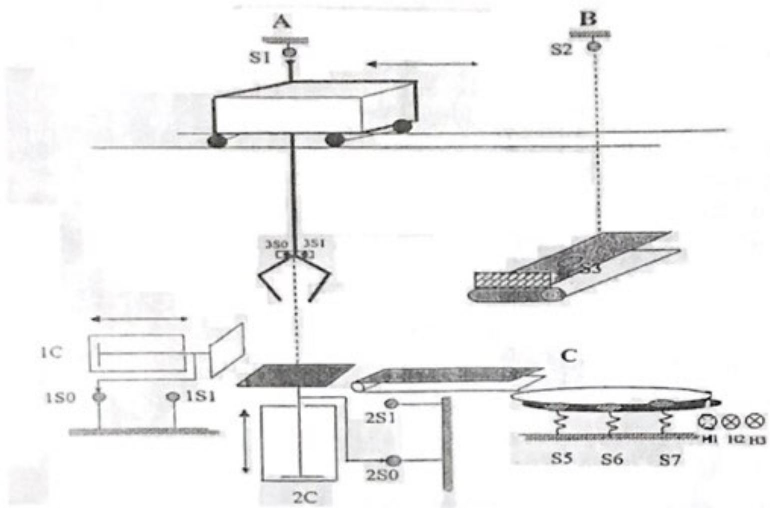


2] PROBLEME: ETUDE D'UNE INSTALLATION DE MANUTENTION ET DE TRI DE PIECES

2.1/ PRESENTATION

L'installation présentée ci-dessous est un équipement de manutention et de tri de pièces. Il permet de transporter des pièces du poste « B » au poste « C » où se fait ce tri.
L'installation comporte principalement :

- Un chariot muni d'une pince entraîné par un moteur électrique MI.
- Un tapis roulant au poste « B » entraîné par un moteur électrique M3.
- Un tapis roulant au poste « C » entraîné par un moteur électrique M2.
- Un plateau de tri de pièces avec trois lampes de signalisation H1, H2 et H3.



2.2 / FONCTIONNEMENT

2.2.1) Manutention des pièces

Le chariot se déplace sur deux rails. Il est muni d'une pince pour la prise des pièces. Cette prise s'obtient par l'ouverture et la fermeture de la pince mue par le vérin 3C dont la tige actionne deux micros contacts 3S0 et 3S1 respectivement pour la détection de l'ouverture et de la fermeture de la pince (ce vérin 3C n'est pas représenté sur le synoptique).

Au repos le chariot est au poste « A », la pince est ouverte et les vérins 1C et 2C sont rentrés.

Dans ces conditions un ordre de départ cycle entraîne le déplacement du chariot au poste « B » s'il y a une pièce sur le tapis de ce poste.

A l'arrivée du chariot au poste « B », la pince prend la pièce puis le chariot retourne au poste «A ». Pendant ce temps le plateau (vérin2C) monte. Lorsque le chariot est au poste « A » et que le plateau (vérin2C) est en haut, la pince dépose la pièce sur le plateau qui reprend sa position basse pendant que le tapis roulant du poste « C » se met en marche. Celui-ci ne s'arrêtera qu'en fin de cycle.

Arrivé en position basse, la pièce qui est sur le plateau est éjectée sur le tapis du poste « C » par le vérin 1C. Le cycle se termine lorsque le vérin 1C reprend sa position initiale.

Remarque:

1. Le tri des pièces n'est pas pris en compte dans le cycle de fonctionnement ci-dessus.
2. Le système d'entraînement du tapis B n'est pas étudié ici.

2.2.2) Tri des pièces

Le plateau du poste « C » est équipé d'un dispositif électronique élémentaire permettant de trier par pesage les pièces de masse m :

- Pièces normales si $3kg<m\leq5kg$
- Pièces légères si $m\leq3kg$
- Pièces lourdes si $m>5kg$

On dispose de trois lampes H1, H2, et H3 qui s'allument respectivement si la pièce est normale, légère ou lourde.
Ce plateau comporte trois contacts S5, S6 et S7 régissant le fonctionnement comme suit :

S5 : se ferme dès qu'une pièce est posée sur le plateau.
S6 : se ferme dès que la masse est supérieure à 3kg.
S7 : se ferme dès que la masse est supérieure à 5kg.

2.3/ VARIABLES D'ENTREE

REPERE	DESIGNATION	FONCTION
S0	Bouton poussoir	Départ cycle
S1	capteur	Chariot en position A
S2	capteur	Chariot en position B
S3	capteur	Présence de sur le tapis au poste B
3S0	capteur	Pince ouverte
3S1	capteur	Pince fermée
1S0	capteur	Tige rentrée du vérin 1C
1S1	capteur	Tige sortie du vérin 1C
2S0	capteur	Tige rentrée du vérin 2C
2S1	capteur	Tige sortie du vérin 2C
S5	capteur	Présence pièce sur le plateau
S6	capteur	Masse pièce supérieure à 3kg
S7	capteur	Masse pièce supérieure à 5kg

2.4/ VARIABLES DE SORTIE

ACTIONS	PREACTIONNEURS	ACTIONNEURS
Déplacement du chariot en avant	KM0	M1 (moteur asynchrone 3~)
Déplacement du chariot en arrière	KM1	
Rotation du tapis du poste C	KM2	M2 (moteur asynchrone 3~
Poussée pièce sur tapis au poste C	IYV14	1C (vérin simple effet)
Montée plateau	2YV14	2C (vérin double effet)
Descente plateau	2YV12	
Fermeture pince	3YV14	3C (vérin double effet)
Ouverture pince	3YV12	

2.5/ TRAVAIL DEMANDE

2.5.1/ La commande de la signalisation du poste de tri est réalisée en logique combinatoire conformément au fonctionnement ci-dessus

2.5.1.1) Etablissez le tableau de vérité des variables de sortie
2.5.1.2) Déterminez l'expression simplifiée de ces variables de sortie H1 ; H2 et H3 par La méthode graphique
2.5.1.3) Dessinez le logigramme de H1, H2 et H3 avec que des portes NOR à deux entrées

2.5.2/ Conformément au cahier des charges ci-dessus, décrivez le fonctionnement du dispositif de manutention selon:

2.5.2.1) un grafcet du point de vue système
2.5.2.2) un grafcet du point de vue partie opérative
2.5.2.3) un grafcet du point de vue partie commande

UNIVERSITE FELIX HOUPHOUËT-BOIGNY(UNIV-FHB)
UFR MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE

SUJET D'EXAMEN DE LA PREMIÈRE SESSION
LOGICIEL SCILAB

Licence 2 (1ière année)	Durée du sujet : 1heures 30
Logiciels Scientifiques	Année 2018-2019
(Scilab)	Documents non autorisés
MIAGE	Outils informatiques non autorisées

Les 3 exercices sont indépendants. Rédiger avec soin.

Exercice 1

1. *Quel calcul effectue la fonction Scilab ci-dessous qui prend en entré une matrice N donnée.*

```
fonction [S] = Somq(N);
[p,q] = size(N);
n = sum(N);
S = 0;
for i = 1 : p
 N_i = sum(N(i,:));
   for j = 1 : q
     N_j = sum(N(:,j));
     V = (N_i * N_J)/n;
     S = S + (N(i,j) - V)/V;
   end;
end;
endfunction
```

2. *Sans utiliser de boucle for, reprendre la fonction ci-dessous (N.B. : vous pouvez utiliser la boucle* **while***)*

Exercice 2 1. *Il y a combien d'érreur dans la fonction Scilab ci-dessous ; déterminer les et les corriger.*

```
function [X] = resol(A,b)
%%ce programme resourd l'équation    2) // au lieu de %
%%AX = b    3
tol ← 1e − 3;    4
[n,m] ← size(A);    5
```

```
if n = m then
  X(m) ← b(n)/A(n,m);
  for k = m − 1 : −1 : 1
      S ← 0;
      for p = k + 1 : m
        S ← S + A(k,p) * X(p);
      end;
      X(k) ← [b(k) − S] / A(k,k);
  end;
elseif n > m,
      if norm(b(n + 1 : m)) >= tol then
        X ←' pas de solution';
      end;
else
  X ←' pas de solution unique';
end;
endfunction
```

2. *Reprendre la fonction corrigée en remplaçant la boucle interne par une instruction matricielle.*

Exercice 3

1. *Écrire une fonction SCILAB qui prend en entré les 3 coefficients a, b et c d'un polynôme de dégré 2 (i.e $aX^2 + bX + c$) et qui détermine ses racines dans $\mathbb{C}$.*
2. *Construire une fonction SCILAB (en utilisant une seule boucle et non deux) qui resout le système linéaire $AX = b$ où $A = \begin{bmatrix} A(1,1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A(2,1) & A(2,2) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 0 \\ A(n,1) & A(n,2) & \cdots & \cdots & A(n,m) \end{bmatrix}$ est une matrice triangulaire inférieur ayant des coefficients nulles sur sa diagonale et $b = \begin{pmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(p) \end{pmatrix}$ est vecteur de longeur p.*
   N.B. : Considerez les cas ou le nombre de lignes de la matrice est différent de la longueur du vecteur b ; et celui ou la matrice n'est pas néssairement carrée.

Bonne chance