ЗАДАНИЕ
на лабораторную работу №5

Тема: Исследование математической модели на основе технологии вычислительного эксперимента.

Цель работы. Получение навыков проведения исследований компьютерной математической модели, построенной на квазилинейном уравнении параболического типа.

Исследование проводится с помощью программы, созданной в лабораторной **работе №4**.

Исходные данные.

1. Значения параметров (все размерности согласованы)

$k(T) = a_1(b_1 + c_1 T^{m_1})$, Вт/см К,

$c(T) = a_2 + b_2 T^{m_2} - \dfrac{c_2}{T^2}$, Дж/см^{3}К.

Порядки величин (как в лаб. работе №4):

a_1=0.0134, b_1=1, c_1=4.35 10^{-4}, m_1=1,

a_2=2.049, b_2=0.563 10^{-3}, c_2=0.528 10^5, m_2=1.

$\alpha(x) = \dfrac{c}{x-d}$.

Порядки величин (как в лаб. работе №4):

$\alpha_0 = 0.05$ Вт/см^2 К,

$\alpha_N = 0.01$ Вт/см^2 К,

$l =$ 10 см,

$T_0 = 300$К,

$R = 0.5$ см,

2. Поток тепла $F(t)$ при $x = 0$

$F(t) = \dfrac{F_{\max}}{t_{\max}} t \exp(-(t/t_{\max} - 1))$, где $F_{\max}, t_{\max}$ - амплитуда импульса потока и время её достижения (Вт/см^2 и с).

Результаты работы.

1. Провести исследование по выбору оптимальных шагов по времени τ и пространству h. Шаги должны быть максимально большими при сохранении устойчивости разностной схемы и заданной точности расчета.

Рассмотреть влияние на получаемые результаты амплитуды импульса $F_{\max}$ и времени $t_{\max}$ (определяют крутизну фронтов и длительность импульса).

Точность расчета можно оценить разными способами.

1) Уменьшая шаги и наблюдая сходимость решений, как это делалось в лаб. работе №1.

2) Проверяя, соблюдается ли при выбранных h, τ баланс мощности после выхода на стационарное распределение температуры (в установившемся режиме), реализующееся при $F(t)$=const, т.е. в этом режиме должно выполняться условие: подводимая мощность равна отводимой. Имеем

$$\pi R^2 (F_0 - F_N) = 2\pi R \int_0^l \alpha [T(x,t_M) - T_0] dx,$$

окончательно

$$\left| \frac{F_0 - F_N}{\frac{2}{R} \int_0^l \alpha [T(x,t_M) - T_0] dx} - 1 \right| \le \varepsilon .$$

Задать точность ε примерно 10^{-2}. Здесь t_M - время выхода на стационарный режим, т.е. когда температура перестает меняться с заданной точностью (см. лаб. работу №4).

Замечание. Варьируя параметры задачи, следует иметь ввиду, что решения, в которых температура превышает значения примерно 2000К, физического смысла не имеют и практического интереса не представляют.

2. График зависимости температуры $T(0,t)$ при 3-4 значениях параметров a_2 и/или b_2 теплоемкости.

Справка. С ростом теплоемкости темп нарастания температуры снижается.

3. График зависимости температуры $T(0,t)$ (т.е. при $x = 0$) в частотном режиме теплового нагружения. Импульсы следуют один за другим с заданной частотой ν (частота определяется количеством импульсов в 1 секунду).

Показать, что при большом количестве импульсов температурное поле начинает в точности воспроизводиться от импульса к импульсу.

Продемонстрировать, как по мере роста частоты импульсов размах колебаний температуры уменьшается (вплоть до нуля), т.е. реализуется квазистационарный режим, при котором в торец поступает постоянный поток $F_c = \nu \int_0^{t_u} F(t)\,dt$. Здесь t_u - длительность импульса, определяемая как момент времени, когда $\frac{F(t_u)}{F_{\max}} \approx 0.05$.Если взять прямоугольные импульсы длительностью t_u , т.е. $F(t)$=const=F_0, то $F_c = \nu\, F_0\, t_u$.

Справка. Полученное температурное поле должно совпасть с результатом расчета $T(x)$ по программе лаб. работы №3 при $F_0 = F_c$, разумеется при всех одинаковых параметрах модели, в частности, вместо $k(T)$ надо использовать $k(x)$ из лаб. работы №3.

Методика оценки работы.

Модуль 3, срок - 17-я неделя.

1. Выполнены некоторые пункты Задания, обнаружено понимание технологии исследования в математическом моделировании - 9 баллов (минимум).
2. Проведено детальное исследование по пунктам задания и любых других вопросов, сформулированных автором Отчета в инициативном порядке по теме работы в различных компонентах вычислительного эксперимента: модель, алгоритм, программа, исследование предметной области - 15 баллов (максимум).
3. В дополнение к п.1 представлены удовлетворительные результаты по отдельным вопросам - 10-14 баллов.