Экзамен
по теории вероятностей

Гасанзаде Мухаммидам Аминазим оглы
Группа ИУ7-66б
29.04.2020 г.

Общее количество листов в работе: 7

БИЛЕТ №10

по курсу "Теория вероятностей" за 5-й семестр.

Аттестуемый студент: **Гасанзаде Мухаммедали Алиназим оглы**, группа **ИУ7-66Б**

Экзаменационная часть

1. Найти: а) вероятность события $P(A_1A_2)$, если $P(\overline{A}_2|A_1) = 0.1$, $P(\overline{A}_1) = 0.4$ и б) вероятность события $A = A_1 + A_2$, если $P(A_1) = 0.4$, $P(\overline{A}_2) = 0.6$, $P(A_1A_2) = 0.2$.

2. В урне 5 белых, 10 черных и 15 красных шаров. Извлекаются наугад один за другим 3 шара. Пусть A – событие, состоящее в том, что все три шара белые, а B – событие, состоящее в том, что все три шара имеют разные цвета. Найти $P(A)$ и $P(B)$, если в процессе извлечения а) шары возвращали в урну; б) шары не возвращали в урну.

3. Два стрелка производят по одному выстрелу по общей мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0.8, для второго – 0.7. Постройте ряд распределения случайной величины $Z = X - Y$ и найдите её математическое ожидание и дисперсию, если X – число попаданий первого стрелка, Y – число попаданий второго.

4. Найдите ковариацию случайных величин $Y = X - 1$ и $Z = 4X + 3$, если $\mathrm{D}X = 6$.

5. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[1, 2]$. Найти закон распределения случайной величины $Y = 7 - X^2$.

Долг: **РК1**

6. В повторном интеграле

$$\int_{-2}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{-x}} f(x, y)\, dy$$

изменить порядок интегрирования, перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования по новым переменным.

Долг: **РК3 теория и практика**

7. Пусть ξ – количество выпадений герба после подбрасывания трех симметричных монет. Для случайной величины ξ найти а) ряд распределения; б) функцию распределения; в) математическое ожидание и дисперсию; г) вероятность того, что ξ примет знчение не больше 1.

8. Случайная величина X распределена по экспоненциальному закону с параметром $\lambda > 0$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин $Y = 2X$, $Z = 2X - 3Y - 1$.

Гасанзаде Мухаммедали Алиназим оглы

Группа ИУ7-66Б; Лист №3

Комментарии

Задание №5

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-1}, & x \in (1;2) \\ 0, & x \notin (1;2) \end{cases} = \begin{cases} 1, & x \in (1;2) \\ 0, & x \in (1;2) \end{cases}$$

$y = 7 - x^2$ - монотонна и дифференцируема на $(1;2)$

$x(y) = \sqrt{7-y}$

$$g(y) = f(x(y)) \cdot \left|\frac{dx}{dy}\right| = 1 \cdot \left|\frac{-1}{2\sqrt{7-y}}\right| =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{7-y}}, \quad y \in (3;6)$$

$$g(y) = \begin{cases} 0, & y \notin (3;6) \\ \frac{1}{2\sqrt{7-y}}, & y \in (3;6) \end{cases}$$

Задание №4

$M(Y) = M(X) - 1$

$M(Z) = M(4X+3) = 4 \cdot M(X) + 3$

$$cov(Y;Z) = M((Y - M(Y))(Z - M(Z))) =$$

$$= M((X - 1 - M(X) + 1)(4X + 3 - 4 \cdot M(X) - 3)) =$$

$$= M((X - M(X))(4 \cdot (X - M(X))) = M(4(X - M(X))^2 =$$

$$= 4 \cdot M((X - M)^2) = 4 \cdot D(X) = 4 \cdot 6 = 24$$

Гасанзаде Мухаммедали Алиназим оглы

Группа ИУ7-66Б, Лист №4

Комментарии

Задание №1

а) По определению условной вероятности

$$P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) = (1 - P(\bar{A}_1)) \cdot (1 - P_{A_1}(\bar{A}_2)) =$$

$$= (1 - 0,4) \cdot (1 - 0,1) = 0,54$$

б) $P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2) =$

$$= P(A_1) + 1 - P(\bar{A}_2) - P(A_1 A_2) = 0,4 + 1 - 0,6 - 0,2 = 0,6$$

Задание №2

а) По формуле Бернулли $\left(N = 3 \quad p = \frac{5}{5+10+15} = \frac{1}{6} \quad M = 3\right)$

$$P(A) = P_3(3) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$$

Полиномиальным распределением $(N = 3 \quad P(A_1) = \frac{1}{6}$

$P(A_2) = \frac{10}{5+10+15} = \frac{1}{3} \quad P(A_3) = \frac{15}{5+10+15} = \frac{1}{2} \quad M_1 = M_2 = M_3 = 1)$

$$P(B) = \frac{3!}{1!\,1!\,1!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{6}$$

б) $P(A) = \frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29} \cdot \frac{3}{28} = \frac{1}{406}$

$$P(B) = 3! \cdot \frac{5}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{15}{28} = \frac{75}{406}$$

Гасанзаде Мухаммедали Алипазем оглы

Группа ИУ7-66Б Лист №5

Комментарии

Задание 3

X	0	1
p	0,2	0,8

Y	0	1
p	0,3	0,7

X	Y	$Z=X-Y$	$P_X(x)\cdot P_Y(y)$
0	0	0	$0,2\cdot 0,3=0,06$
0	1	-1	$0,2\cdot 0,7=0,14$
1	0	1	$0,8\cdot 0,3=0,24$
1	1	0	$0,8\cdot 0,7=0,56$

~~Z~~	~~-1~~	~~0~~	~~1~~
~~p~~	~~0,14~~	~~0,62~~	~~0,24~~

Z	-1	0	1
p	0,14	$0,56+0,06=0,62$	0,24

$$M(Z)=\sum_{i=1}^{3} z_i\,P(z_i)=-1\cdot 0,14+0\cdot 0,62+1\cdot 0,24=0,1$$

$$D(Z)=M(Z^2)-M^2(Z)=(-1)^2\cdot 0,14+0^2\cdot 0,62+1^2\cdot 0,24-$$

$$-0,1^2=0,37$$

Задание 8

$$Y=2X-3\cdot(2X)-1=-4X-1$$

Для экспоненциального распределения $M(X)=\frac{1}{\lambda}$

Имеем: $M(Y)=2\cdot M(X)=\frac{2}{\lambda}$ $\quad M(Z)=-4\cdot M(X)-1=-4\cdot\frac{1}{\lambda}-1$

Задание 7

а) $N=3 \quad p=\frac{1}{2}$

ф-ла Бернулли

$$P_3(m)=\frac{3!}{m!\,(3-m)!}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^m\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3-m} = \cancel{\frac{3!}{m!\,(3-m)!}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3}$$

$$=\frac{3!}{m!\,(3-m)!}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$m=0,1,2,3$

Гасанзаде Мухаммедали Алиназим оглы | Комментарии
Группа ИУ7-66Б; Лист №6

X	0	1	2	3
P	0,125	0,375	0,375	0,125

б) Последовательно суммируя вероятности, находим функцию распределения:

$$F(x) = \sum_{\forall x_i \le x} p(x_i)$$

0 0,125 $0,125 + 0,375 = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ 1

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{1}{8}, & 0 < x \le 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 < x \le 2 \\ \frac{7}{8}, & 2 < x \le 3 \end{cases}$$

в) $M(x) = N \cdot p = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$D(x) = N \cdot p(1-p) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

г) $P(x \le 1) = F(2) = \frac{1}{2}$

$D(x) = \frac{1}{\lambda^2}$

$D(Y) = 2^2 \cdot D(x) = \frac{4}{\lambda^2}$

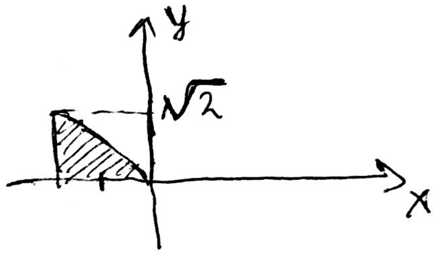
$D(Z) = 4^2 \cdot D(x) = \frac{16}{\lambda^2}$

Гасанзаде Мухаммедали Алиназим оглы

Группа ИУ7-66Б Лист №7

Комментарии

Задание №6



$$D: \begin{cases} 0 \le y \le \sqrt{2} \\ -y^2 \le x \le -2 \end{cases}$$

$$\iint_D f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2}^{-2} f(x;y)\,dx$$

Полярные координаты:

$$x = -y^2 \qquad\qquad x = -2$$

$$\rho\cos\varphi = -\rho^2 \cdot \sin^2\varphi \qquad\qquad \rho\cos\varphi = -2$$

$$\rho = -\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} \qquad\qquad \rho = -\frac{2}{\cos\varphi}$$

$$D: \begin{cases} \frac{3\pi}{4} \le \varphi \le \pi \\ -\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} \le \rho \le -\frac{2}{\cos\varphi} \end{cases}$$

$$\iint_D f(x;y)\,dx\,dy = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\pi} d\varphi \int_{-\frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi}}^{-\frac{2}{\cos\varphi}} \rho\, f(\rho,\varphi)\,d\rho$$