Пример 1. По результатам 9 измерений напряжения батареи получено среднее арифметическое значение 30, 6 В, оценка среднего квадратического отклонения равна 0, 2 В. Требуется найти доверительный интервал для истинного значения напряжения батареи, соответствующий доверительной вероятности 0, 95 , предполагая, что контролируемый признак имеет нормальный закон распределения.

Решение.

$N=9 \quad \bar{x}=30.6 \quad S=0.2 \quad \gamma=0.95$

$X \sim N(a;\sigma)$

$\varepsilon=\frac{1-\gamma}{2}=\frac{1-0.95}{2}=0.025$

$t_{1-\varepsilon}(N-1)=t_{1-0.025}(9-1)=2.31$ – квантиль распределения Стьюдента (из таблиц)

Искомый интервал:

$$\bar{x}-t_{1-\varepsilon}(N-1)\cdot\frac{S}{\sqrt{N-1}}<a<\bar{x}+t_{1-\varepsilon}(N-1)\cdot\frac{S}{\sqrt{N-1}}$$

$$30.6-2.31\cdot\frac{0.2}{\sqrt{9-1}}<a<30.6+2.31\cdot\frac{0.2}{\sqrt{9-1}}$$

$$29.94<a<30.26$$

Пример 2. Из большой партии диодов взята выборка у которой измерено время восстановления (нс): 51 , 62 , 53 , 52 , 63 . Считая что случайные величины распределены по нормальному закону, найти 95% доверительный интервал для среднего.

Решение.

$\gamma = 0.95 \quad X \sim N(a;\sigma) \quad N = 5$

Вычислим выборочные характеристики:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{5}(51+62+53++52+63) = 56.2$$

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_{N}^{i=1}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5}\left((51-56.2)^2 + (62-56.2)^2 + (53-56.2)^2 + (52-56.2)^2\right.$$

$$\left.+(63-56.2)^2\right) = 33.7$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{33.7} = 5.81$$

$$\varepsilon = \frac{1-\gamma}{2} = \frac{1-0.95}{2} = 0.025$$

$t_{1-\varepsilon}(N-1) = t_{1-0.025}(5-1) = 2.78$ – квантиль распределения Стьюдента (из таблицы)

Искомый интервал:

$$\bar{x} - t_{1-\varepsilon}(N-1)\cdot\frac{S}{\sqrt{N-1}} < a < \bar{x} + t_{1-\varepsilon}(N-1)\cdot\frac{S}{\sqrt{N-1}}$$

$$56.2 - 2{,}78\cdot\frac{5.81}{\sqrt{5-1}} < a < 56.2 + 2.78\cdot\frac{5.81}{\sqrt{5-1}}$$

$$48.12 < a < 64.28$$