

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ <u>«Информатика и системы управления»</u>

КАФЕДРА <u>«Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»</u>

Лабораторная работа № 3

Дисциплина: Моделирование

Тема: «Марковские процессы. Уравнения Колмогорова»

Студент: Гасанзаде М.А.

Группа ИУ7-76Б

Оценка (баллы)

Преподаватель: Рудаков И.В.

Москва. 2020 г.

СОДЕРЖАНИЕ

І. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Цель работы

Формализовать систему, количество состояний которой вводится пользователем. Нужно найти среднее, относительное время нахождения системы в каждом из её состояний. Система формализуется матрицей, в заголовках строк и столбцов которой находятся номера состояний: $S_1, S_2, ..., S_n$. На пересечениях стоят интенсивности перехода из состояния в состояние. Необходимо найти среднее относительное время нахождения системы в каждом из её состояний.

Входные данные

На вход программы подаются:

- 1. Количество возможных состояний (размер матрицы)
- **2.** Граф состояний (цифровые значения, расставленные в указанном выше порядке)

Результат

Среднее относительное время пребывания в каждом из состояний.

Уравнения Колмогорова в общем виде

$$\frac{dp_{i}(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} p_{j}(t) \lambda_{ji} - p_{i}(t) \sum_{j=1}^{n} \lambda_{0} \qquad i = 1, ..., n$$

Выше, учитывается, что для состояний не имеющих непосредственных переходов, можно считать $\lambda_0 - \lambda_{ji} = 0$.

Имея в распоряжении размеченный граф состояний, можно найти все вероятности состояний $p_i(t)$ как функции времени. Для этого составляются и решаются так называемые уравнения Колмогорова особого вида дифференциальные уравнения, в которых неизвестными функциями являются вероятности состояний.

Общее правило составления уравнений Колмогорова: в левой части каждого из них стоит производная вероятности какого-то (i-го) состояния. В правой части сумма произведений вероятностей всех состояний, из которых идут стрелки в данное состояние, на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного (i-го) состояния.

При $t \to \infty$ вероятности состояний будут стремиться к пределам, т.к. в теории случайных процессов доказывается, что если число состояний системы конечно и из каждого из них можно (за конечное число шагов) перейти в любое другое, то финальные вероятности существуют, которые, если существуют и не зависят от начального состояния системы, называются финальными вероятностями состояний.

При $t \to \infty$ в системе S устанавливается предельный стационарный режим, в ходе которого система случайным образом меняет свои состояния, но их вероятности уже не зависят от времени. Финальную вероятность состояния S_i можно истолковать как среднее относительное время пребывания системы в этом состоянии.

ІІ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В данном разделе будет рассмотрен вывод программы и представлены изображения.

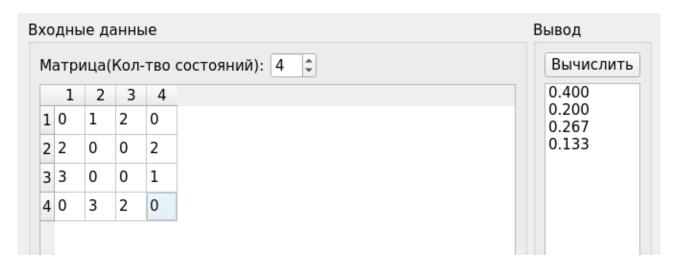


Рис1. Ответ при тестовых данных



Puc2. 3x3

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. «Chapman Kolmogorov Denklemi Chapman» URL: https://avys.omu.edu.tr/storage/app/public/vsaglam/108862/Chapman-Kolmogorov%20e%C5%9Fitli%C4%9Finin%20bulunmas%C4%B1%20ve%20uygulanmas%C4%B1.pdf (дата обращения 28.10.2020)
- 2. «MARKOV ZİNCİRLERİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALARI» URL:

 http://earsiv.odu.edu.tr:8080/jspui/bitstream/11489/943/1/134-363716%20%C4%B0DR%C4%B0S%20%C3%87EL%C4%B0K.pdf (дата обращения 28.10.2020)
- **3.** Вентцель, Е. С. Марковские случайные процессы / Е. С. Вентцель // Исследование операций: задачи, принципы, методология -- 2-е издание, стереотипное -- Москва: Наука, 1988.