

# Анализ алгоритмов

21 января 2021 г.

## Содержание

1	Скорость роста длины записи коэффициентов при реализации метода Гаусса (10)	4
2	Представление «длинного» числа в файле (массиве, списке) как числа в системе счисления по модулю $p$ ( $p = 1000$ , если <code>integer</code> $2^{16}$ , если $p = 100000000$ <code>longinteger</code> $2^{32}$ ). Запись из файла. Оценка числа шагов. Вывод в файл. Оценка числа шагов (14)	4
2.1	Представление длинного числа . . . . .	4
2.2	Запись из файла . . . . .	4
2.3	Вывод в файл . . . . .	4
3	Сложение двух «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов	7
4	Предикаты равенства и неравенств «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов	7
5	Вычитание двух «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов	7
6	Умножение «длинного» числа на короткое. Оценка числа шагов	7
7	Умножение «длинных» чисел. Оценка числа шагов	7
8	Деление «длинных» чисел. Оценка числа шагов	7
9	Оценки числа шагов метода Гауса при действиях с «длинными» числами	7
10	Сортировки и оценки числа их шагов: Пузырёк. Сортировка вставками. Сортировка слияниями фон Неймана	7
11	Алгоритмы на графах, различные способы представления графа в компьютере	7
12	Алгоритм поиска в глубину. Оценки числа шагов в зависимости от способа представления графа	7

13 Алгоритм поиска в ширину. Оценки числа шагов в зависимости от способа представления графа	7
14 Задачи, решаемые с помощью этих алгоритмов:— выделение компонент связности,— проверка на двудольность и выделение долей,— выделение остова графа	7
15 Нахождение остова минимального веса. Метод Р. Прима. Оценки числа шагов	7
16 Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути. Оценки числа шагов	7
17 Нахождение циклов и мостов в графе. Оценки числа шагов	7
18 Эйлеров цикл. Оценки числа шагов	7
19 Гамильтонов цикл. Оценки числа шагов	7
20 Алгоритм генерации всех независимых множеств. Оценки числа шагов	7
21 Теорема о НМ, ВП, КЛИКА. Оценки числа шагов	7
22 Отличия между интуитивным и математическим понятиями	7
23 Машины Тьюринга и их модификации. Тезис Тьюринга-Чёрча	7
24 Теорема о числе шагов МТ, моделирующей работу k-ленточной МТ	7
25 Недетерминированные МТ. Теорема о числе шагов МТ, моделирующей работу недетерминированной МТ	7
26 Понятия сложности алгоритма от данных, сложность алгоритма, сложность задачи. Верхняя и нижняя оценки сложности	7
27 Соотношение между временем работы алгоритма требуемой памятью	7
28 Классы алгоритмов и задач. Схема обозначений	7
29 Классы $P$ , $NP$ и $P - SPACE$ . Соотношения между этими классами	7
30 Полиномиальная сводимость и полиномиальная эквивалентность	7
31 Полиномиальная сводимость задачи ГЦ к задаче КОМИВОЯЖЁР	7
32 Классы эквивалентности по отношению полиномиальной эквивалентности. Класс $P$ – пример такого класса	7
33 $NP$ -полные задачи. Класс $NP$ -полных задач — класс эквивалентности по отношению полиномиальной эквивалентности	7
34 Задача ВЫПОЛНИМОСТЬ (ВЫП).Теорема Кука	7

35	Задача 3-ВЫПОЛНИМОСТЬ (3-ВЫП). Её NP-полнота	7
36	Задачи ВЕРШИННОЕ ПОКРЫТИЕ (ВП), НЕЗАВИСИМОЕ МНОЖЕСТВО (НМ), КЛИКА. NP-полнота задачи ВП. Полиномиальная эквивалентность этих трёх задач	7
37	NP-полнота задач ГЦ и ГП (без доказательства)	7
38	NP-полнота задач 3-С и РАЗБИЕНИЕ (без доказательства)	7
39	Метод сужения доказательства NP-полноты	7
40	«Похожие» задачи и их сложность	7
41	Анализ подзадач	7
42	Алгоритм решения задачи РАЗБИЕНИЕ	7
43	Задачи с числовыми параметрами. Псевдополиномиальные задачи	7

## 1 Скорость роста длины записи коэффициентов при реализации метода Гаусса (10)

$$\|b_{ij}^r\| \leq (r+1)M + r^2$$

- $\|a\|$  – длина записи числа  $a$
- $M$  – максимальная длина записи элементов матрицы
- $r$  – ранг матрицы
- $\|b_{ij}^r\|$  – длина записи коэффициента после  $r$ -й итерации

## 2 Представление «длинного» числа в файле (массиве, списке) как числа в системе счисления по модулю $p$ ( $p = 1000$ , если integer $2^{16}$ , если $p = 100000000$ longinteger $2^{32}$ ). Запись из файла. Оценка числа шагов. Вывод в файл. Оценка числа шагов (14)

### 2.1 Представление длинного числа

Всякое целое неотрицательное число  $x$  может быть представлено в  $m$ -ичной системе счисления (при  $m \geq 2$ ) в виде  $x = m^{k-1}x_0 + m^{k-2}x_1 + \dots + mx_{k-2} + x_{k-1}$ . При этом  $k$  – длина записи  $m$ -ичного представления числа  $x$ ,  $0 \leq x_i \leq m-1$  при  $i = 0, \dots, k-1$

### 2.2 Запись из файла

**Оценка числа шагов:** квадратичное от длины записи исходного числа в файле количество "шагов".

Пусть в файле записано десятичное число, заданное словом  $a_1 \dots a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 9$ ). Требуется представить его динамическим массивом (или списком).

Под "шагом" понимается одна из следующих операций: считывание цифры из файла, запись цифры в целочисленный массив, выделение первой цифры многозначного числа и её удаление из него, приписывание цифры в конец числа. Заметим, что эти «шаги» не равнозначны, т.к. последние два требуют нахождения остатка от деления на 10, а также умножения на 10 и сложения.

### 2.3 Вывод в файл

**Оценка числа шагов:** линейное от длины записи исходного числа количество "шагов".

При выводе числа необходимо помнить, что в каждом элементе массива, в котором хранится многозначное число, записана не последовательность цифр, а число, записанное этими цифрами. Поэтому число, десятичная запись которого меньше, чем длина записи выбранного нами основания  $m$ , необходимо дополнить ведущими нулями.

Под "шагом" будем понимать одну из следующих операций: запись «макроцифры» в символьную переменную, сравнение длины записи «макроцифры» с  $\|m - 1\|$ , дополнение строки ведущим нулём.



- 3 Сложение двух «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов
- 4 Предикаты равенства и неравенств «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов
- 5 Вычитание двух «длинных» положительных чисел. Оценка числа шагов
- 6 Умножение «длинного» числа на короткое. Оценка числа шагов
- 7 Умножение «длинных» чисел. Оценка числа шагов
- 8 Деление «длинных» чисел. Оценка числа шагов
- 9 Оценки числа шагов метода Гауса при действиях с «длинными» числами
- 10 Сортировки и оценки числа их шагов: Пузырёк. Сортировка вставками. Сортировка слияниями фон Неймана
- 11 Алгоритмы на графах, различные способы представления графа в компьютере
- 12 Алгоритм поиска в глубину. Оценки числа шагов в зависимости от способа представления графа
- 13 Алгоритм поиска в ширину. Оценки числа шагов в зависимости от способа представления графа
- 14 Задачи, решаемые с помощью этих алгоритмов:— выделение компонент связности,— проверка на двудольность и выделение долей,— выделение остова графа
- 15 Нахождение остова минимального веса. Метод Р. Прима. Оценки числа шагов
- 16 Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути. Оценки числа шагов
- 17 Нахождение циклов и мостов в графе. Оценки числа шагов
- 18 Эйлеров цикл. Оценки числа шагов