

Мультиагентное управление в динамической сети

Олег Николаевич Граничин

Санкт-Петербургский государственный университет,
математико-механический факультет

24 октября 2012

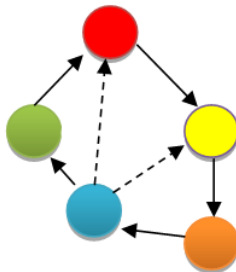
Топология динамической сети

Рассмотрим сетевую систему, состоящую из набора динамических подсистем (агентов) $N = \{1, 2, \dots, n\}$ с входами u_t^i , выходами $y_t^{i,i}$ и состояниями x_t^i , взаимодействующих в соответствии с ориентированным графом (N, E) , где E — множество дуг.

Топология динамической сети

Рассмотрим сетевую систему, состоящую из набора динамических подсистем (агентов) $N = \{1, 2, \dots, n\}$ с входами u_t^i , выходами $y_t^{i,i}$ и состояниями x_t^i , взаимодействующих в соответствии с ориентированным графом (N, E) , где E — множество дуг.

- Множеством соседей узла i называется $N^i = \{j : (j, i) \in E\}$.
- Структура связей динамической сети описывается с помощью последовательности орграфов $\{(N, E_t)\}_{t \geq 0}$, где $E_t \subseteq E$ меняется во времени.



Каждому агенту $i \in N$ (узлу графа) в момент времени $t = 0, 1, 2, \dots, T$ сопоставляется изменяющееся во времени состояние $x_t^i \in \mathbb{R}$, динамика которого описывается разностным уравнением:

$$x_{t+1}^i = x_t^i + f^i(x_t^i, u_t^i), \quad (1)$$

с управлением $u_t^i \in \mathbb{R}$, воздействие которого на изменение состояния x_t^i определяется некоторой функцией $f^i(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, зависящей от текущего состояния агента x_t^i и задаваемого управления u_t^i .

Для формирования управления каждый узел $i \in N$ имеет информацию о своем собственном состоянии:

$$y_t^{i,i} = x_t^i + w_t^{i,i}, \quad (2)$$

и, если $N_t^i \neq \emptyset$, наблюдения о состояниях соседей:

$$y_t^{i,j} = x_{t-d_t^{i,j}}^j + w_t^{i,j}, \quad j \in N_t^i, \quad (3)$$

где $w_t^{i,i}, w_t^{i,j}$ — помехи (шум), а $0 \leq d_t^{i,j} \leq \bar{d}$ — целочисленная задержка, \bar{d} — максимально возможная задержка.

Положим $w_t^{i,j} = 0$ и $d_t^{i,j} = 0$ для всех остальных пар (i,j) , для которых они не были определены. Так как система начинает работу при $t = 0$, неявное требование к множеству соседей: $j \in N_t^i \Rightarrow t - d_t^{i,j} \geq 0$.

Основные сведения из теории графов

- Сопоставим каждой дуге $(j, i) \in E$ вес $a^{ij} > 0$ и определим **матрицу смежности (или связности)** $A = [a^{ij}]$ графа $\mathcal{G}_A = (N, E)$.
- Определим **взвешенную полустепень захода** вершины i как сумму i -й строки матрицы A : $d^i = \sum_{j=1}^n a^{ij}$;
- $d_{\max}(A)$ — максимальная полустепень захода графа \mathcal{G}_A ;
- $D(A) = \text{diag}\{d^i(A)\}$;
- $\mathcal{L}(A) = D(A) - A$ — **лапласиан** графа.
- **Направленный путь** из узла i_1 в узел i_s состоит из последовательности узлов i_1, \dots, i_s , $s \geq 2$ таких, что $(i_k, i_{k+1}) \in E, k \in \{1, 2, \dots, s-1\}$.
- Граф называется **связным**, если для всех пар различных узлов (i, j) есть направленный путь из i в j .
- Связный граф, в котором число дуг на одну меньше числа вершин, называется **деревом**. Дерево, являющееся частичным графом связного графа, называется **остовным деревом**.

Задача консенсуса на графах

- Будем называть **протоколом управления** в динамической сети с топологией (N, E_t) обратную связь по наблюдениям состояний $u_t^i = K_t^i(y_t^{i,j_1}, \dots, y_t^{i,j_{m_i}})$, где множество $\{j_1, \dots, j_{m_i}\} \subset \{i\} \cup \bar{N}_t^i$, $\bar{N}_t^i \subseteq N_t^i$.
- Узлы i и j называются **согласованными** в сети в момент времени t тогда и только тогда, когда $x_t^i = x_t^j$.
- Задача о достижении консенсуса в момент времени t — это согласование всех узлов между собой в момент времени t .
- n узлов достигают *среднеквадратичного ε -консенсуса* в момент времени t , если $E\|x_t^i\|^2 < \infty$, $i \in N$ и существует случайная величина x^* такая, что $E\|x_t^i - x^*\|^2 \leq \varepsilon$ для всех $i \in N$.

Консенсусное управление — управление, обеспечивающее достижение консенсуса.

$$u_t^i = \alpha_t \sum_{j \in \bar{N}_t^i} b_t^{i,j} (y_t^{i,j} - y_t^{i,i}), \quad (4)$$

где $\alpha_t > 0$ — размеры шагов протокола управления, $b_t^{i,j} > 0$, $\forall j \in \bar{N}_t^i$.
Положим $b_t^{i,j} = 0$ для всех остальных пар i, j .

Протокол распределения заданий в децентрализованной вычислительной сети

Рассмотрим протокол управления (4), в котором $\forall i \in N, \forall t$ определим $\bar{N}_t^i = N_t^i$ и $b_t^{ij} = r_t^j / r_t^i, j \in N_t^i$.

Динамика замкнутой системы перераспределяющей задания в вычислительной сети для протокола (4) в рассматриваемом случае имеет вид:

$$x_{t+1}^i = x_t^i - 1 + z_t^i / r_t^i + \alpha_t \sum_{j \in N_t^i} b_t^{ij} (y_t^{ij} / r_t^j - y_t^{i,i} / r_t^i), \quad (5)$$

где α_t — последовательность положительных размеров шагов, y_t^{ij} — наблюдения (с помехами и задержками) о длине очереди j -го узла, z_t^i — размер нового задания, поступившего на узел i в момент времени t .