Отчет по лабораторной работе 2

Задача о погоне

Смирнова Мария Александровна

Цель работы

Рассмотреть модель задачи о погоде. Научиться решать задачу о погоне с помощью julia.

Краткая теоретическая справка

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раз больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы нагнать лодку.

Решение задачи

1. Примем за, t_0, x_{l0} - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - точка обнаружения лодки браконьеров x_{l0} ($\theta = x_{l0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер и лодка были на одном расстоянии от полюса θ. Поэтому, катер должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока и катер и лодка не окажутся на одном расстоянии от θ. После этого катер должен двигаться вокруг полюса, чтобы в какой-то момент времени настигнуть лодку.
4. Вычислим значение времени, которое катер должен двигаться прямолинейно. Это значение t_1 катера, очевидно, равно значению t_2 лодки. Пусть, x - путь, который пройдет за это время лодка, тогда

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{nv} \Rightarrow xn = k - x \Rightarrow x = \frac{k}{n + 1}$$

или

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{nv} \Rightarrow xn = k + x \Rightarrow x = \frac{k}{n-1},$$

в зависимости от начального положения катера относительно полюса. В нашем случае:

$$x_1 = \frac{11.7}{4.7}, x_2 = \frac{11.7}{2.7}.$$

5. После того, как и лодка и катер окажутся на одном расстоянии от θ, катер должен двигаться от θ со скоростью, равной скорости лодки, и с линейной скоростью вращения относительно полюса. То есть, разложим вектор $\overrightarrow{v_k}$ на 2 составляющие: радиальную (скорость, с которой катер удаляется от полюса) и тангенциальную(скорость, с которой катер линейно вращается вокруг полюса). Соответственно:

$$v_r = \frac{dr}{dt}, v_\tau = \frac{r * d\theta}{dt}.$$

Так как v_r = v_l, то $\frac{dr}{dt} = v_l$. 6. Решение задачи сводится к решению системы:

$$\begin{cases}\frac{dr}{dt} = v \frac{d\theta}{dt} * r = \sqrt{3}v\end{cases}$$

С начальными условиями $\{\theta_0 = 0 r_0 = 4.7$ и $\{\theta_1 = -\pi r_1 = 2.7$.

Исключая из системы производную по t получим:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Выполнение лабораторной работы

1. Выполним задание для первого случая. Код julia:

```
using Plots

using DifferentialEquations

Plots.pyplot()

s=11.7;

r0 = s/(2.7);

tetha0 = 0;

f1(r, p, tetha) = r/sqrt(3);
```

```
f2(t) = atan(-3);
f3(t) = sqrt(10)*t;
tetha = (tetha0,2*pi);
prob = ODEProblem(f1, r0, tetha);
sol = solve(prob);
t=range(0,100, step=1);
fi = f2.(t);
ro = f3.(t);
plot(sol, proj=:polar)
plot!(fi, ro)
```

Получим следующий график (рис.1)

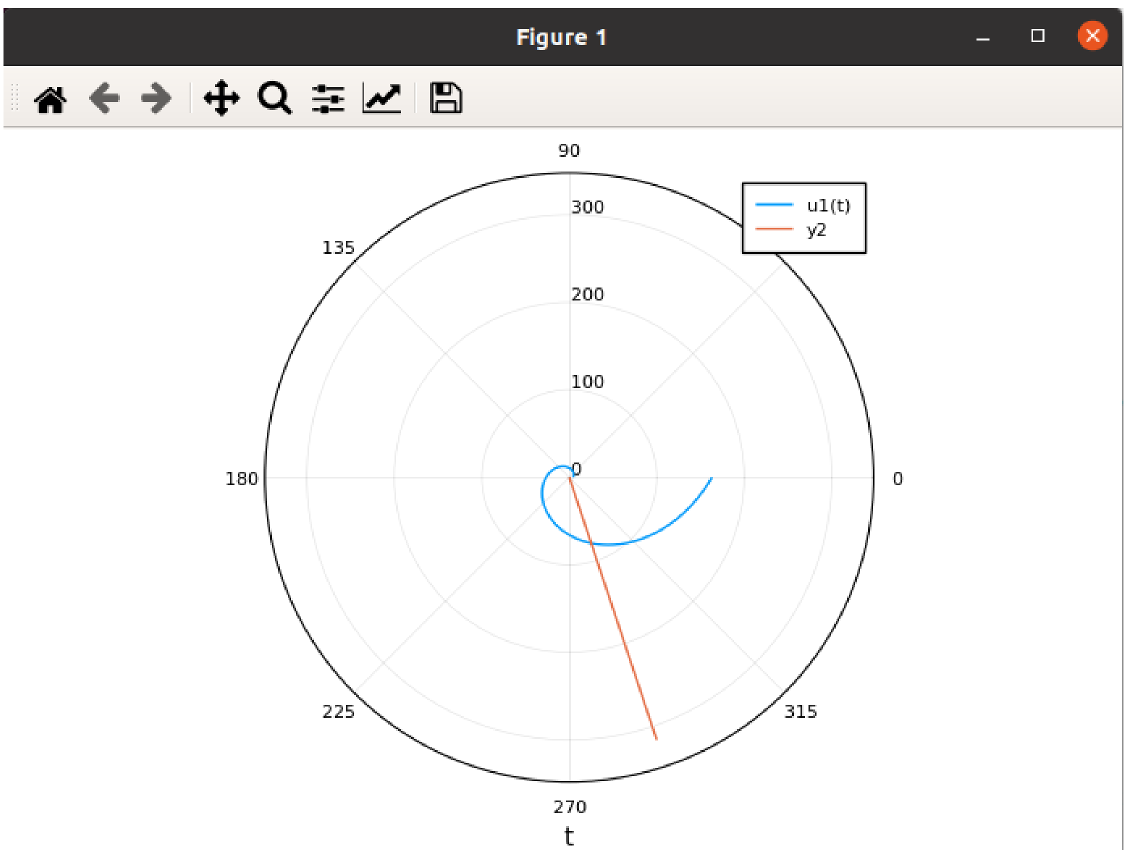

Рис.1 Траектория движения катера и лодки

2. Выполним задание для второго случая. Код julia:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
Plots.pyplot()
s=11.7;
r0 = s/(4.7);
tetha0 = -pi;
f1(r, p, tetha) = r/sqrt(3);
f2(t) = atan(-3);
f3(t) = sqrt(10)*t;
tetha = (tetha0, pi);
prob = ODEProblem(f1, r0, tetha);
sol = solve(prob);
t=range(0,100, step=1);
fi = f2.(t);
ro = f3.(t);
plot(sol, proj=:polar)
plot!(fi, ro)
```

Получим следующий график (рис.2)

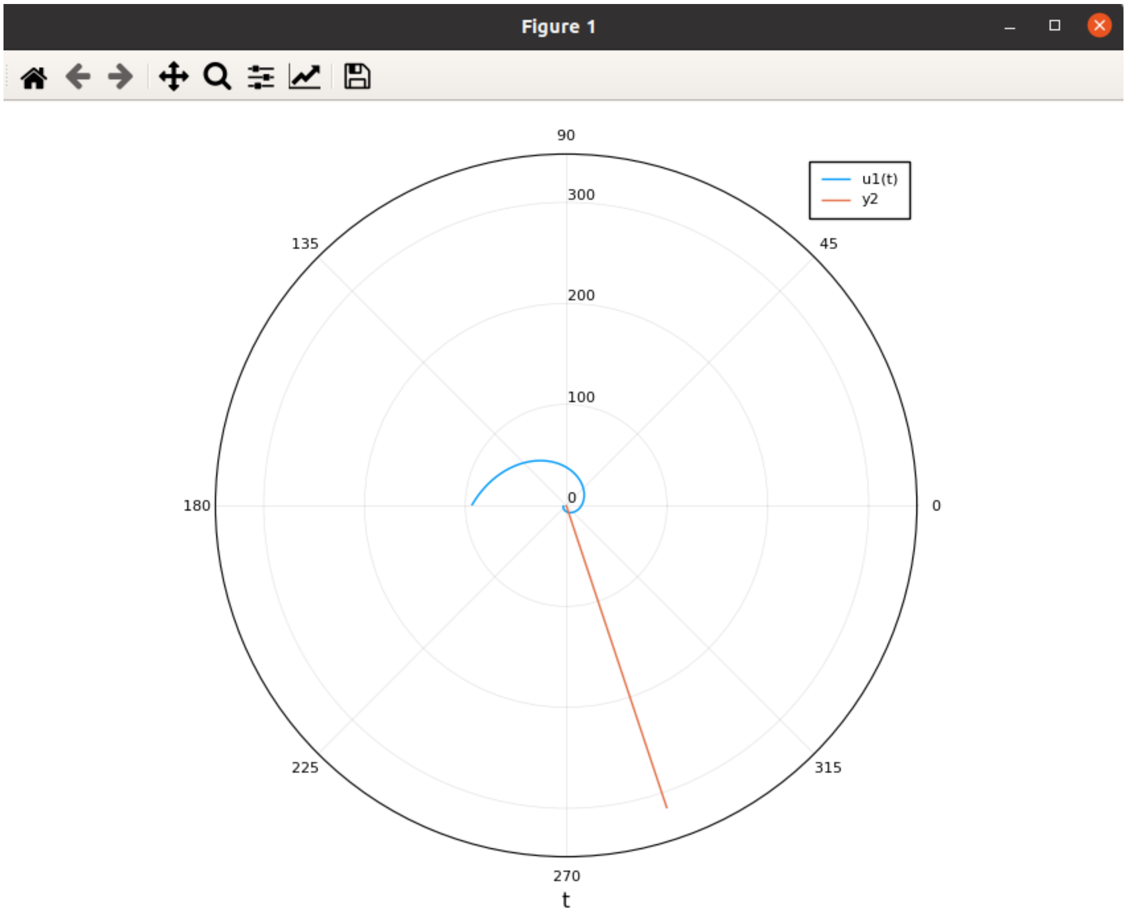

Рис.2 Траектория движения катера и лодки

Выводы

В процессе выполнения лабораторной работы мы познакомились с задачей о погоде и построили траекторию движения катера и лодки для двух случаев.