

# Отчет по лабораторной работе 6

## Задача об эпидемии

Смирнова Мария Александровна

### Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии. Построить графики изменения числа людей в каждой из трех групп (восприимчивые к болезни, но пока здоровые; инфицированные, также являющиеся распространителями; здоровые с иммунитетом к болезни) для двух случаев.

### Краткая теоретическая справка

Мы рассматриваем простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, & I(t) > I^* \\ 0, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & I(t) > I^* \\ -\beta I, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I.$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha$ ,  $\beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

## Задание

### Вариант 27

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 11300$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 240$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 46$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. Если  $I(0) \leq I_c$ ;
2. Если  $I(0) > I_c$ .

## Выполнение лабораторной работы

1. Построим график изменения числа особей в каждой из трех групп для первого случая, когда число заболевших не превышает критического значения. Код julia:

using Plots

using DifferentialEquations

pyplot();

N = 11300;

a = 0.01;

b = 0.02;

I0 = 240;

R0 = 46;

S0 = N - I0 - R0;

t = (0, 500);

p = [a,b];

x0 = [S0, I0, R0];

step = 0.01;

```

function syst1(dx, x, p, t)
    a, b = p;

    dx[1] = 0;

    dx[2] = -b * x[2];

    dx[3] = b * x[2];
end

prob = ODEProblem(syst1, x0, t, p);
sol = solve(prob, saveat = step);
plot(sol, xlabel = "t", ylabel = "people", labels = ["S(t)" "I(t)" "R(t)"])
title!("Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп: 1 случай")

```

Получим следующий график (рис.1)

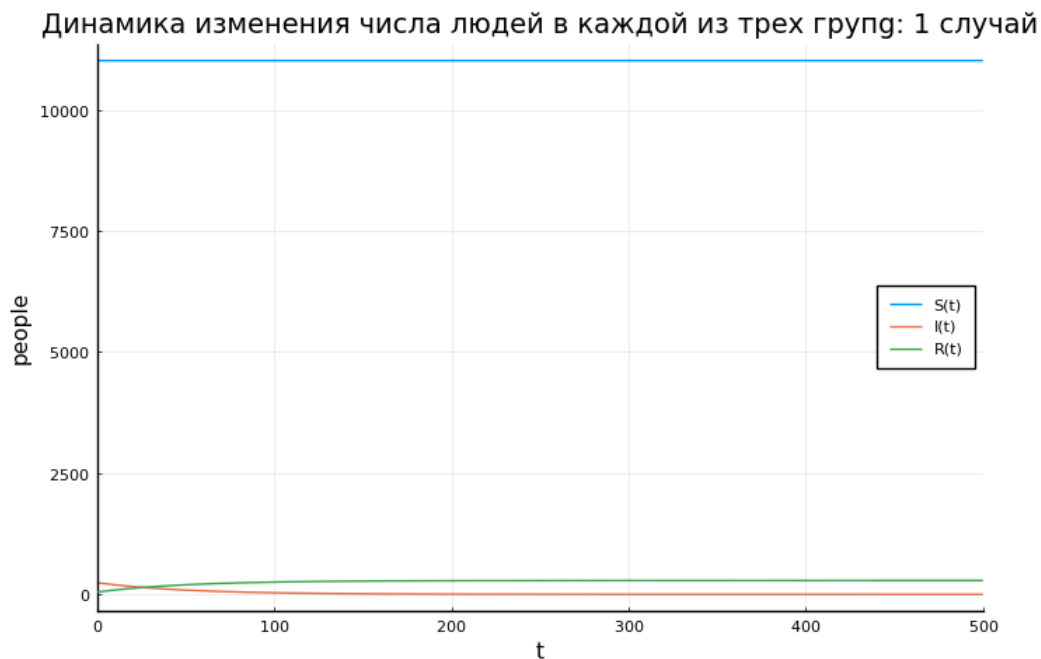


Рис.1 Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп: 1 случай

2. Построим график изменения числа особей в каждой из трех групп для второго случая, когда число заболевших превышает критическое значение. Код julia:

using Plots

using DifferentialEquations

```

pyplot();
N = 11300;
a = 0.01;
b = 0.02;
I0 = 240;
R0 = 46;
S0 = N - I0 - R0;
t = (0, 500);
p = [a,b];
x0 = [S0, I0, R0];
step = 0.01;
function syst1(dx, x, p, t)
    a, b = p;
    dx[1] = -a * x[1];
    dx[2] = a * x[1] - b * x[2];
    dx[3] = b * x[2];
end
prob = ODEProblem(syst1, x0, t, p);
sol = solve(prob, saveat = step);
plot(sol, xlabel = "t", ylabel = "people", labels = ["S(t)" "I(t)" "R(t)"])
title!("Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп: 2 случай")
Получим следующий график (рис.2)

```

Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп: 2 случай

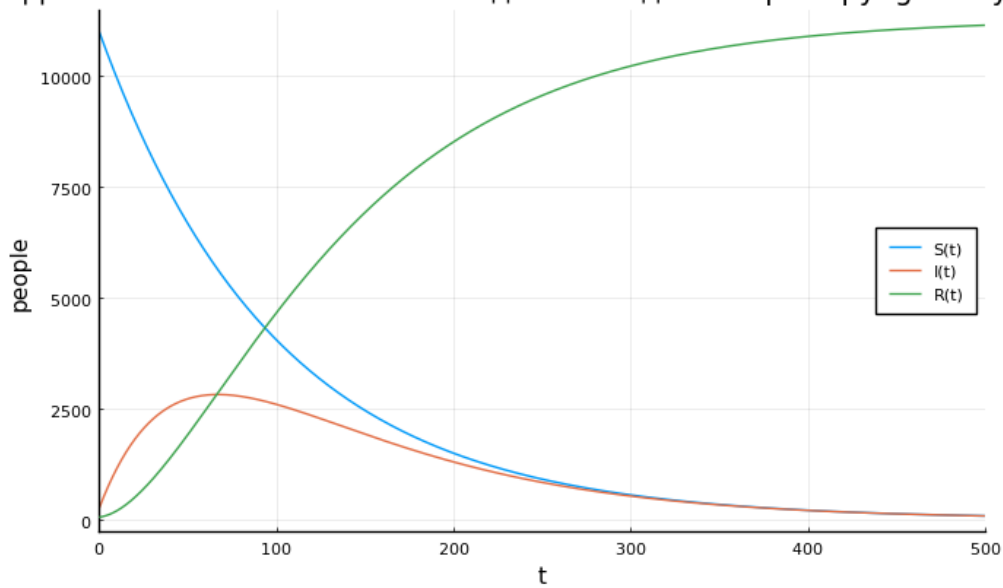


Рис.2 Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп: 2 случай

## Выводы

Мы рассмотрели простейшую модель эпидемии. Построили графики изменения числа людей в каждой из трех групп (восприимчивые к болезни, но пока здоровые; инфицированные, также являющиеся распространителями; здоровые с иммунитетом к болезни) для двух случаев.