

Модель гармонических колебаний

Смирнова Мария

6 марта 2021

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Модель гармонических колебаний

Рассмотреть модель гармонических колебаний. Освоить построение фазового портрета гармонических колебаний.

Постановка задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x''(t) + 9x = 0$,
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x''(t) + 5.5x'(t) + 4.4x = 0$,
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x''(t) + x'(t) + 6x = 2\cos\{0.5t\}$,

На интервале $t \in [0; 37]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = -0.7$, $y_0 = 0.7$.

Выполненные задачи

Задание 1

Построим фазовый портрет гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. При отсутствии потерь в системе уравнение свободных колебаний будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + w_0^2 x = 0$$

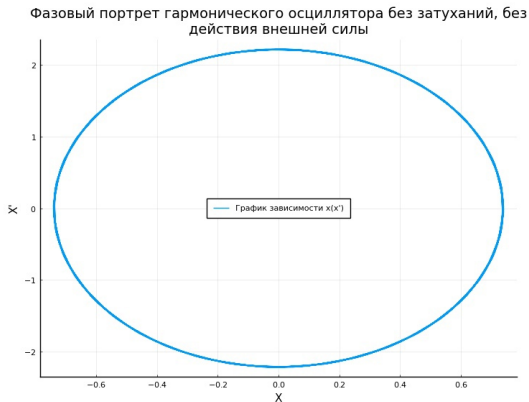
Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида:

$$\left\{ x(t_0) = x_0 \quad x'(t_0) = y_0 \right.$$

Мы можем представить уравнение второго порядка в виде системы двух уравнений первого порядка:

График 1

Решая данную систему для первого случая получим фазовый портрет гармонического осциллятора без затуханий и без действия внешней силы (рис.1):



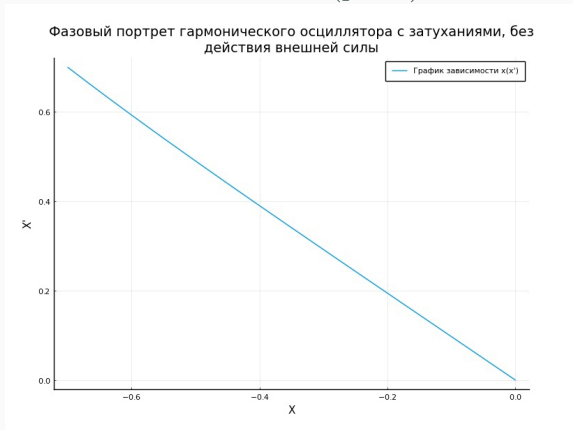
Задание 2

Теперь добавим в нашу систему параметр, характеризующий потери энергии. В нашей системе появятся затухания. Наша система уравнений примет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\gamma \frac{\partial x}{\partial t} + w_0^2 x = 0$$

График 2

Решая данную систему для второго случая получим фазовый портрет гармонического осциллятора с затуханиями и без действия внешней силы (рис.2):



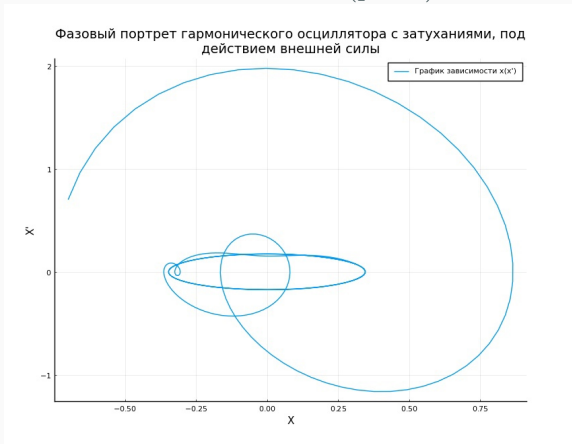
Задание 3

Добавим в нашу систему уравнений внешнюю силу. Она будет выражена функцией $2 \cdot \cos\{0.5t\}$. Система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{cases} x'(t) = y \\ y'(t) = -2\gamma y - w_0^2 x + 2 \cdot \cos 0.5t \end{cases}$$

График 3

Решая данную систему для второго случая получим фазовый портрет гармонического осциллятора с затуханиями и под действием внешней силы (рис.3):



В процессе выполнения лабораторной работы мы построили фазовый портрет гармонического осциллятора и решили уравнения гармонического осциллятора для нескольких случаев.