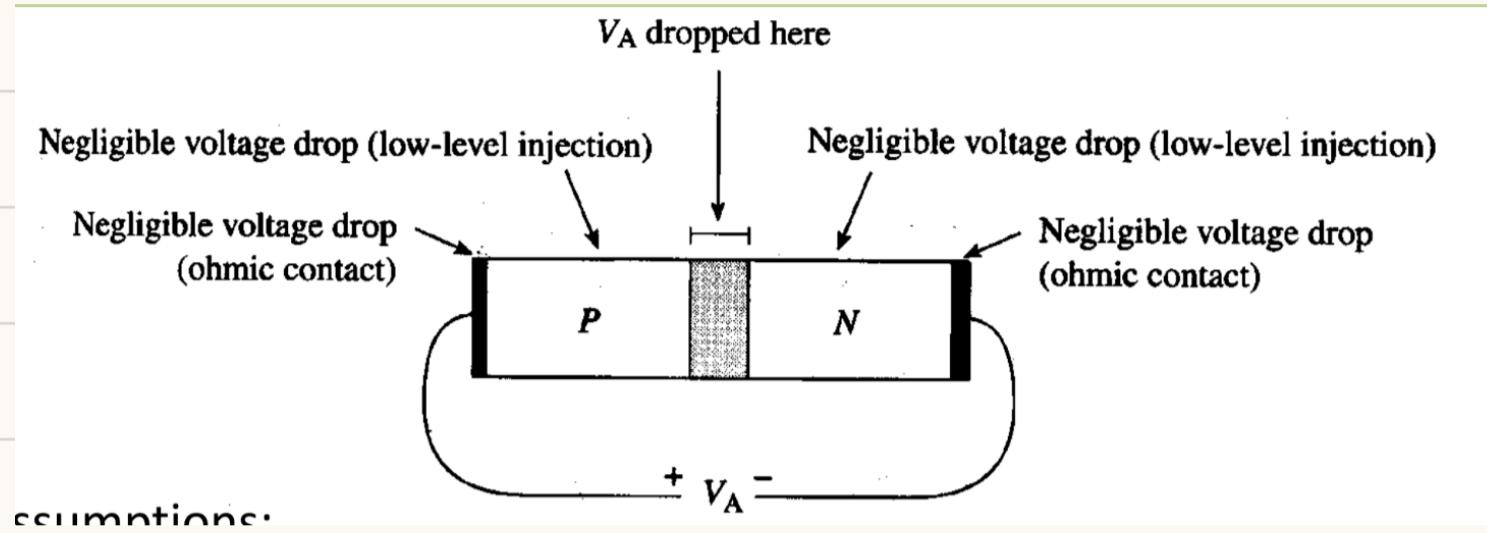


偏置电压下的PN结

P-N结两端的电压降



假设：

(1) 小注入条件: $V_A \ll V_{bi}$

P区, N区多子浓度几乎不变

还需要均匀掺杂

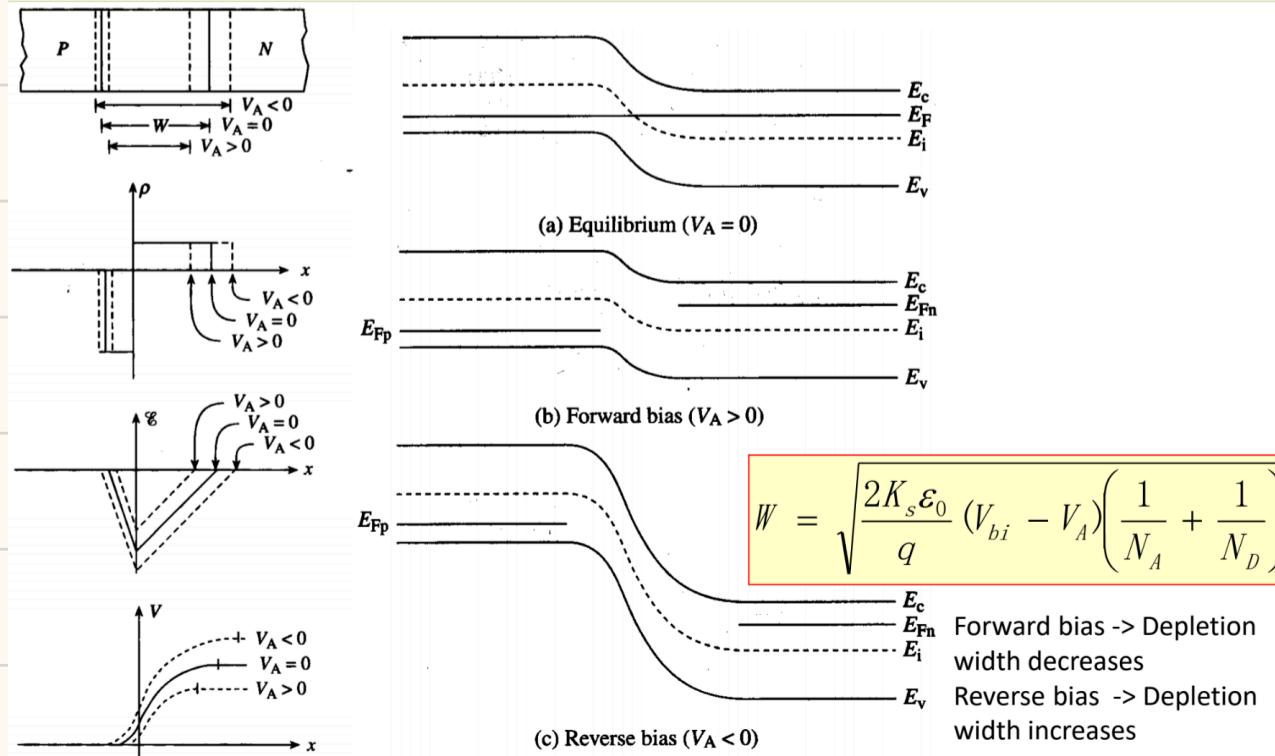
(2) 准中性区: $E=0$ (可以在没有载流子漂移的准中性p, n区应用少数载流子扩散方程)

欧姆接触: 接触电阻很小, P区N区载流子浓度高, 导电性能好, 电阻也很小。因此可认为电压 V_A 全部落在耗尽层。 $\longrightarrow V_{bi} \longrightarrow V_{bi} - V_A$

偏置电压的影响

正向偏压: 结区宽度变窄, 电荷密度、电场强度、电势图像内缩

反向偏压: 结区宽度变宽, 电荷密度、电场强度、电势图像外扩



偏置电压下PN结的相关公式

耗尽层宽度: $w = \sqrt{\frac{2k_s \epsilon_0}{q} (V_{bi} - V_A) (\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D})}$

$$x_p = \frac{N_D}{N_A + N_D} w$$

$$x_n = \frac{N_A}{N_A + N_D} w$$

内建电势差(非简并掺杂): $V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$

场强:

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{qN_A}{k_s \epsilon_0} (x + x_p) = E_m - \frac{qN_A}{k_s \epsilon_0} x & -x_p < x < x_n \\ \frac{qN_D}{k_s \epsilon_0} (x - x_n) = E_m + \frac{qN_D}{k_s \epsilon_0} x & 0 < x < x_n \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$E_m = E(0) = -\frac{qN_A x_p}{k_s \epsilon_0} = -\frac{qN_D x_n}{k_s \epsilon_0} = -\frac{2(V_{bi} - V_A)}{w}$$

面积法

电势:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -x_p \\ \frac{qN_A}{2k_s \epsilon_0} (x + x_p)^2 & -x_p < x < 0 \\ (V_{bi} - V_A) - \frac{qN_D}{2k_s \epsilon_0} (x - x_n)^2 & 0 < x < x_n \\ V_{bi} - V_A & x > x_n \end{cases}$$

对于单边突变结 例如 p+ n

$$w \approx \sqrt{\frac{2k_s \epsilon_0}{qN_D} (V_{bi} - V_A)}$$

$$E(0) = -\frac{2(V_{bi} - V_A)}{w} = -\sqrt{\frac{2qN_D}{k_s \epsilon_0} (V_{bi} - V_A)}$$

偏置

零偏

The drift current cancels out with the diffusion current.

正偏($V_A > 0$)

Lower barrier
Majority carrier **diffusion** enhanced

反偏($V_A < 0$)

Higher barrier
Minority carriers are **swept across** the junction.

正向偏置(Forward Bias)

电流主要取决于**多子扩散**

势垒高度与偏置电压呈**线性关系**

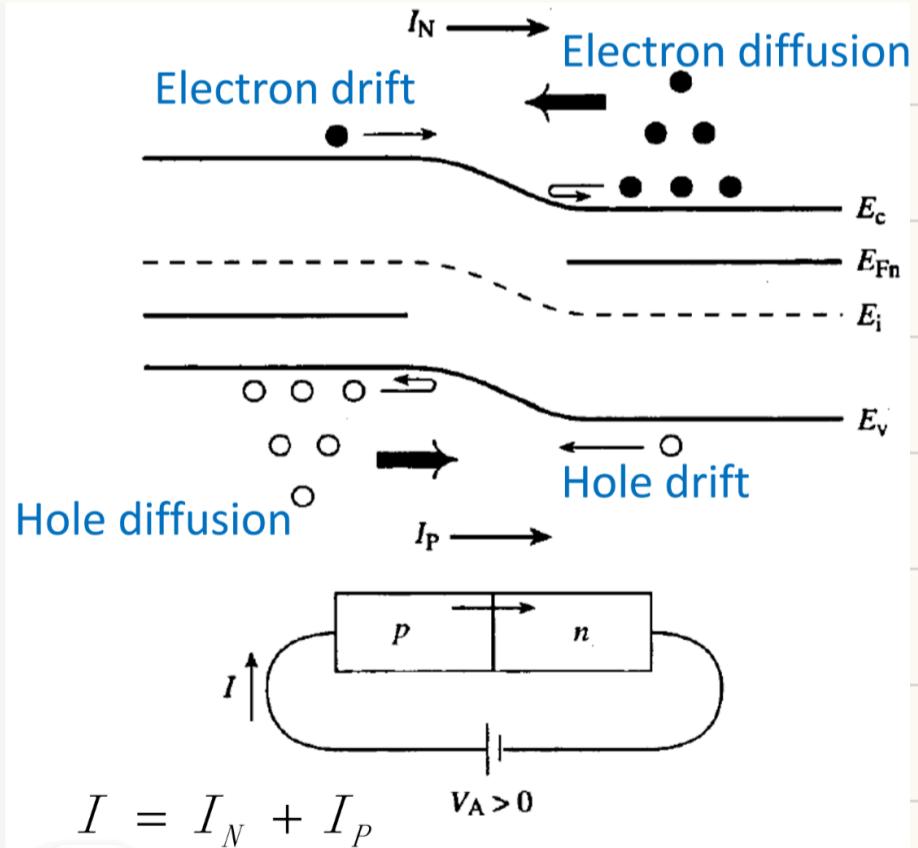
$$V_{bi} - V_A$$

移动载流子浓度与能级呈**指数相关**

$$n = n_i e^{(E_{Fn} - E_i) / kT}$$

$$p = p_i e^{(E_i - E_{Fp}) / kT}$$

因此电流大致也呈**指数上升**



反向偏置(Reverse bias)

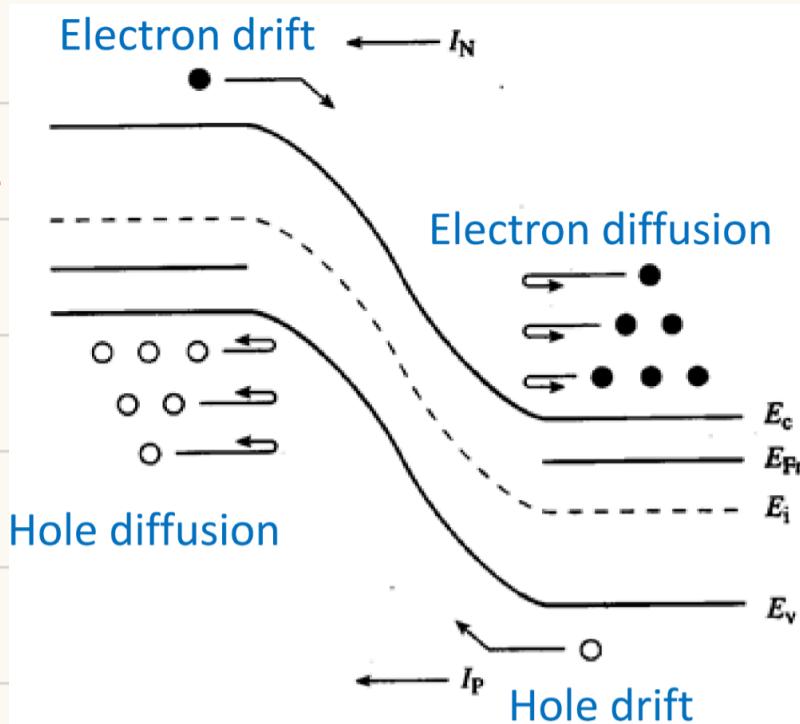
电流主要取决于少子漂移

由于势垒高度的增加，多数载流子的扩散可以忽略不计

由于热产生的载流子被耗尽区的电场扫除，所以电流是恒定的。

少子漂移电流主要取决于少子浓度，而非偏置电压。

更准确的说，少子漂移电流取决于每秒进入耗尽层的少子个数，这个数值不会被偏置电压影响(可类比瀑布，偏置电压抬升瀑布高度，但不会影响流量)



加入外电路：考虑整个过程

我们从反向偏置下紧靠耗尽层附近的载流子开始考虑：

(1) P区耗尽层附近的电子被扫到N区，N区耗尽层附近的空穴被扫到P区

(2)

P区耗尽层附近的一个电子被扫走的同时，P区通过复合产生中心，补充了一个电子，当然同时也补充了一个空穴。

N区耗尽层附近的一个空穴被扫走的同时，N区通过复合产生中心，补充了一个空穴，当然同时也补充了一个电子。

(3)

N区耗尽层附近本就多了一个被扫过来的电子，同时还多了一个由于空穴消失而产生的电子
P区耗尽层附近本就多了一个被扫过来的空穴，同时还多了一个由于电子消失而产生的空穴

(4) (3)中的现象称为载流子过剩，这些过剩的多数载流子会导致一个局部电场，将邻近的电子推向接触电极。这种置换现象传播得非常迅速

(5)

n型一侧整个串联链中的电子都会向接触电极方向略微移动。在紧靠接触电极的附近，与过剩电子数目相同的电子会被推进到接触电极里，然后进入外部电路。
而在结的p型一侧，空穴的行为与此类似，耗尽层边界出现的多余载流子会引起p型一侧准中性区域内的一连串空穴都略微移动，同样与过剩载流子数目相同的空穴被推入到接触电极内，并与来自金属的电子相复合。

这种复合也将消除掉从结的n型一侧流出的过剩电子，从而完成了一次循环。

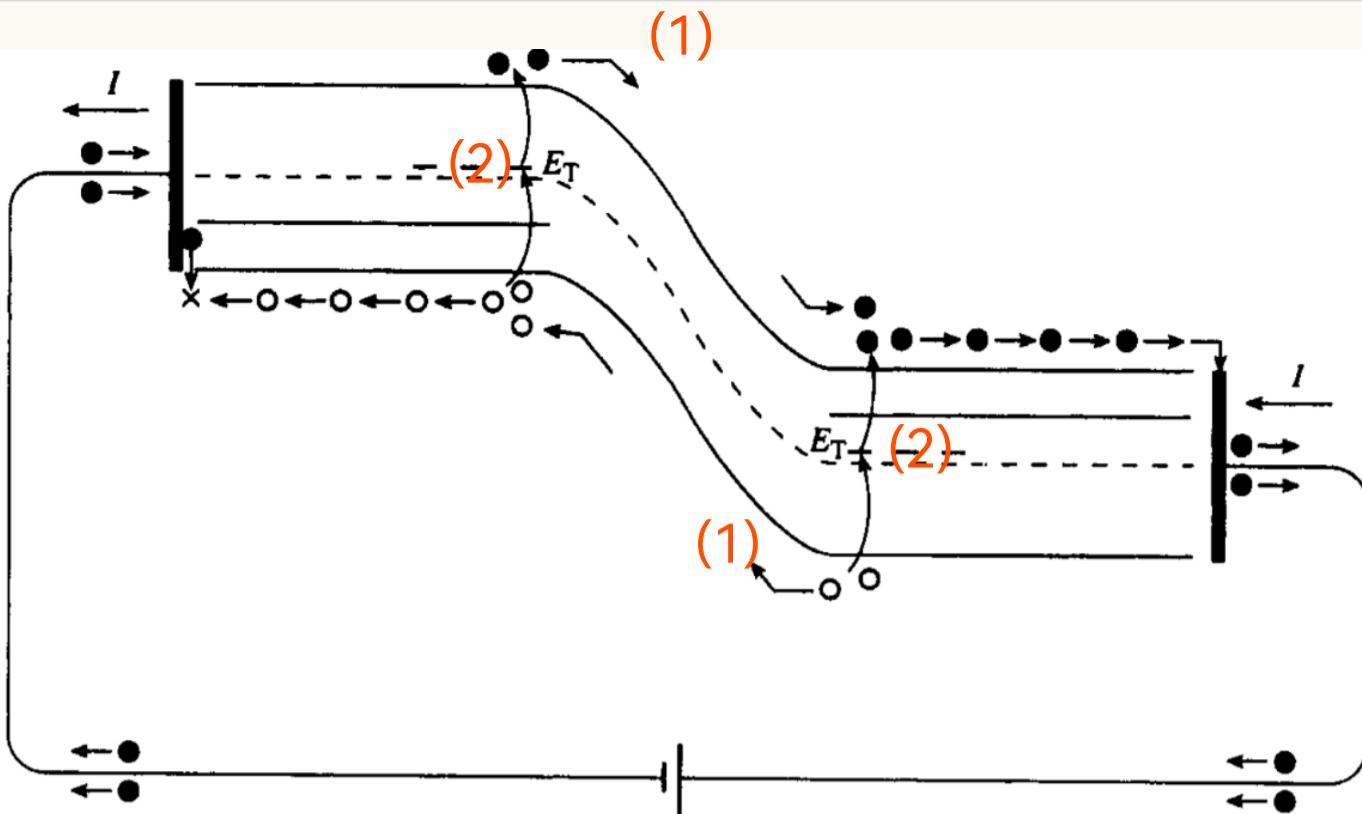


图 6.2 能带/电路的混合图，总体上描述了反偏pn结二极管内载流子的行为。能带图外侧类似电容的板片为二极管欧姆接触的示意符号

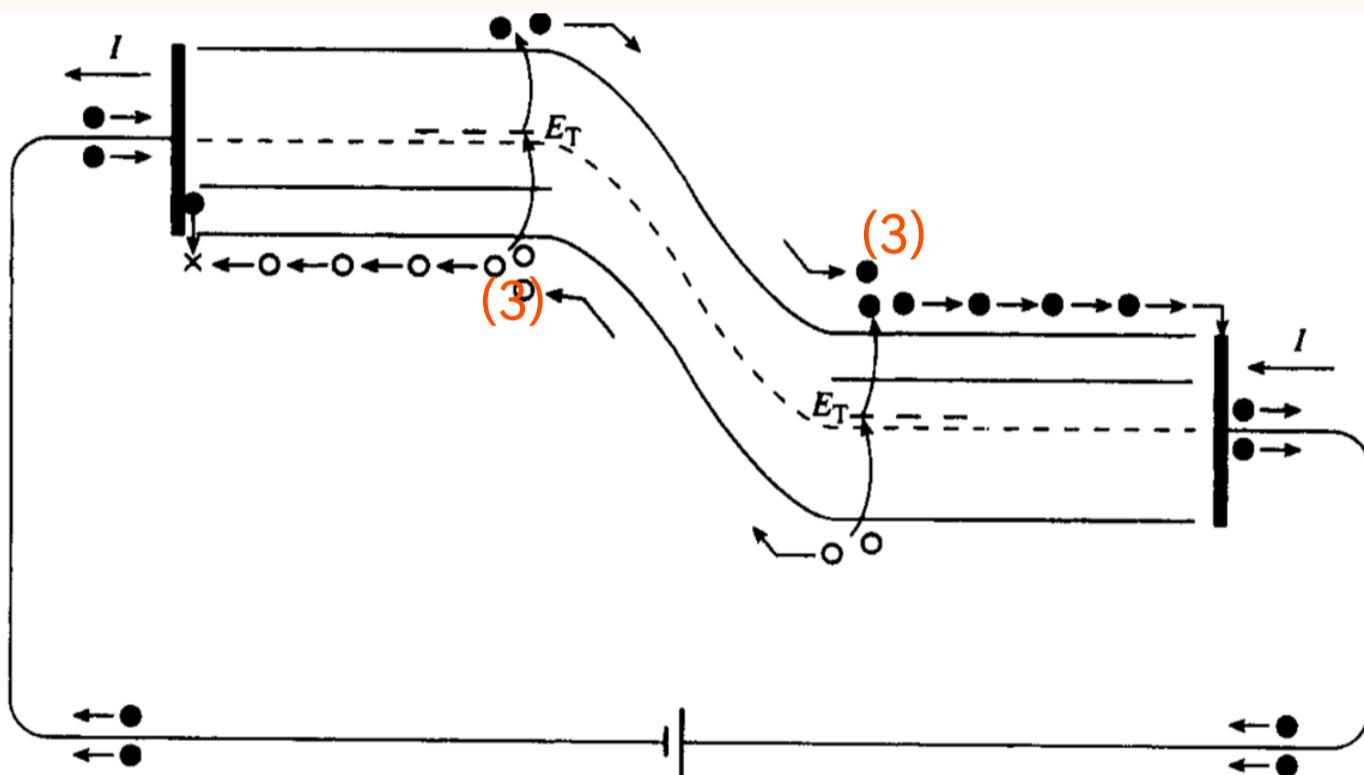


图 6.2 能带/电路的混合图，总体上描述了反偏pn结二极管内载流子的行为。能带图外侧类似电容的板片为二极管欧姆接触的示意符号

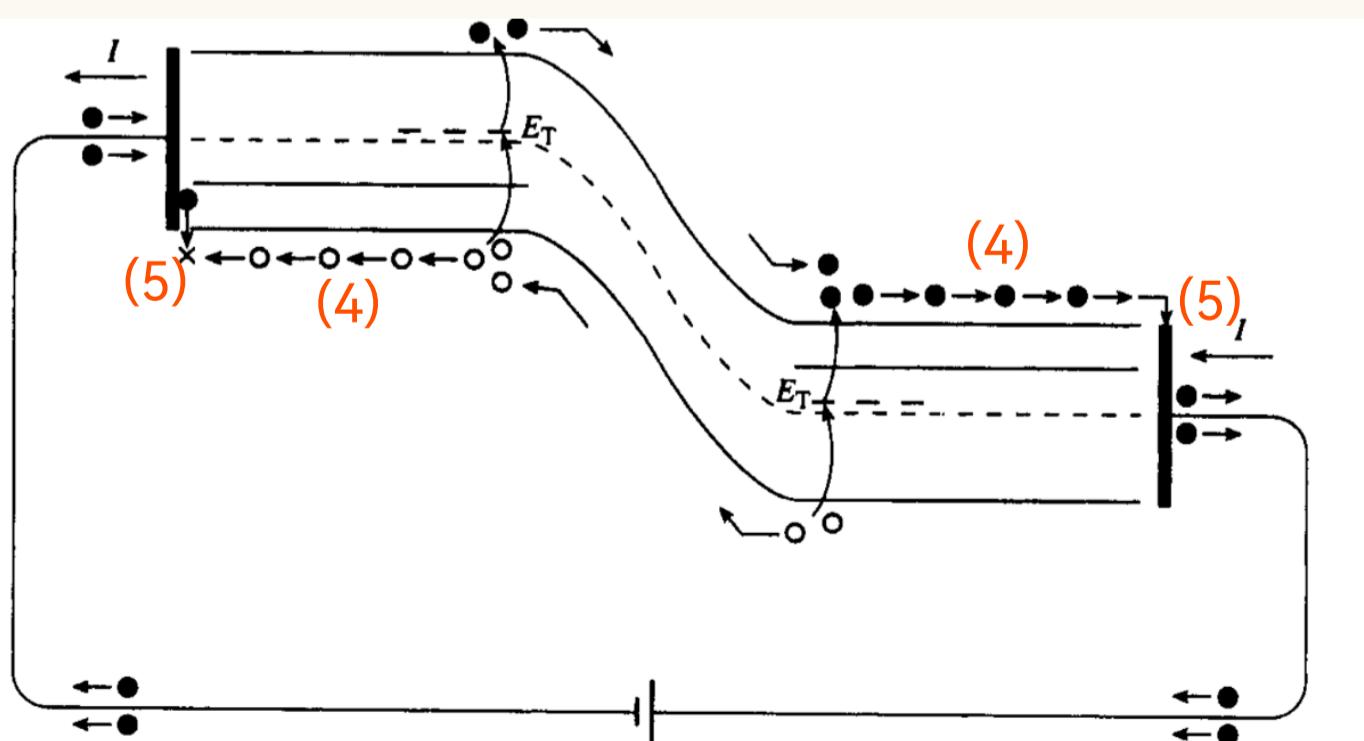


图 6.2 能带/电路的混合图，总体上描述了反偏pn结二极管内载流子的行为。能带图外侧类似电容的板片为二极管欧姆接触的示意符号

Qualitative and Quantitative Analysis of Ideal P-N Diode

理想二极管假定

(1) Non-degenerately doped step junction 非简并掺杂

(2) Steady-state conditions 稳态: 载流子浓度不随时间变化 $\rightarrow \frac{dn_p}{dt} = \frac{dp_n}{dt} = 0$

(3) Low-level injection in quasi-neutral regions (准中性区: 小注入条件)

$$n\text{-side: } n \approx n_0 = N_D \quad p\text{-side: } p \approx p_0 = N_A$$

(4) Recombination-generation negligible in depletion region (耗尽层内电子空穴对复合产生可忽略不计)

那么根据连续性方程: $\frac{\partial n}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial n}{\partial t}|_{drift}}_{G_L=0} + \frac{\partial n}{\partial t}|_{diff} + \frac{\partial n}{\partial t}|_{RG} + \frac{\partial n}{\partial t}|_{other}$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad G_L = 0 \quad \frac{\partial n}{\partial t}|_{R-G} = 0$$

$$\rightarrow \text{耗尽层内: } \frac{dJ_n}{dx} = \frac{dJ_p}{dx} = 0$$

计算PN结伏安特性

步骤

(1) 在准中性区求解少子扩散方程得到过剩载流子分布 $\rightarrow \Delta n_p(x, V_A)$

(2) 确定准中性区的少子扩散电流密度 $\rightarrow J_n(x, V_A) \quad J_p(x, V_A)$

(3) 根据耗尽层内电流密度J不随位置改变, 求得总电流密度

第一步: 准中性区少子浓度分布

均匀掺杂, 热平衡时, **准中性区**中少子浓度和多子浓度不随x变化, **耗尽层**内无载流子分布
处于正偏状态时, P/N区多子扩散作用增加, 进入N/P区, 成为少子因此, **准中性区靠近耗尽层附近的少子浓度高**, 距离越远浓度越低(下面有道例题)

准中性区中, 考虑少子扩散方程

$$P\text{区电子: } \frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L$$

$$N\text{区空穴: } \frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L$$

稳态条件(条件(2)): 载流子浓度不随时间变化

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial P_n}{\partial t} = 0$$

无光: $G_L = 0$

少子扩散方程化为:

P区电子: $D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} = \frac{\Delta n_p}{\tau_n}$

N区空穴: $D_p \frac{\partial^2 \Delta P_n}{\partial x^2} = \frac{\Delta P_n}{\tau_p}$

这是常系数二阶线性齐次微分方程, 需要两个边界条件才能确定解的系数

边界条件:

P区电子: $\Delta n_p(-\infty) = ? \quad \Delta n_p(-x_p) = ?$

N区空穴: $\Delta P_n(\infty) = ? \quad \Delta P_n(x_n) = ?$

对于长基区二极管, 考虑准中性区无穷远处, 少子的扩散长度有限, 因此无穷远处过剩少子浓度为0, 即:

$\Delta n_p(-\infty) = 0$

$\Delta P_n(+\infty) = 0$

为什么不是扩散长度处浓度为0? 因为扩散长度只是e指数无限长衰减的特征长度, 并不是说扩散长度处浓度就为0

考虑准中性区与耗尽层交界处, 少子浓度连续, 故可从耗尽层内载流子浓度入手:

引入: PN结定律

施加到pn结的电压主要落在耗尽区(假设在准中性区中小注入), 考虑耗尽层边界:

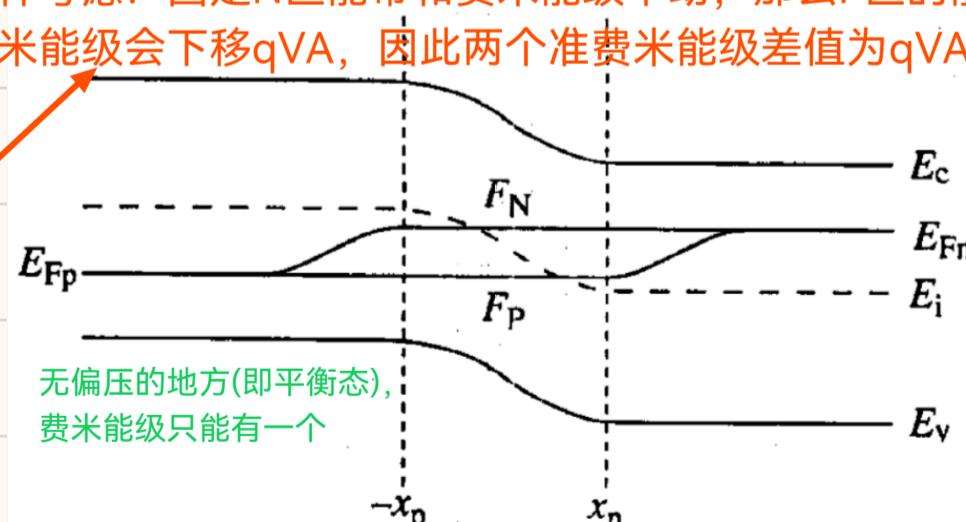
$$n = n_i e^{(E_V - E_i)/kT}$$

$$p = n_i e^{(E_i - F_p)/kT}$$

PN结定律: $F_V - F_p = qV_A$

因此有: $n p = n_i^2 e^{qV_A/kT}$

可以这样考虑: 固定N区能带和费米能级不动, 那么P区的能带和费米能级会下移 qV_A , 因此两个准费米能级差值为 qV_A



准中性区与耗尽层交界处, 载流子浓度之积应该满足连续性。但是我们不知道耗尽层内p和n具体的表达式, 只知道乘积。

因此, 为了求出准中性区中的少子浓度, 我们必须借助多子浓度, 再结合式求出少子浓度

假设耗尽层内 $F_N - F_P = qV_A$, 或者就是说耗尽层内准费米能级保持恒定, $F_N = E_{Fn}$ 和 $F_P = E_{Fp}$, 显然对于获取耗尽层边界处的边界条件来说, 该假设是非常重要的, 而且对整个分析来说它也是非常关键的。通过大量的辅助分析和实验比较, 证明了在通常的情况下该假设是合理的^①。

求解准中性区中多子浓度

热平衡时，我们有：

$$P_{p0}(-x_p) = N_A$$

$$n_{p0}(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$n_{n0}(x_n) = N_D$$

$$p_{n0}(x_n) = \frac{n_i^2}{N_D}$$

考虑偏置电压后，非热平衡，但是有小注入条件(条件(3))

$$P_p(-x_p) = P_{p0}(-x_p) = N_A$$

$$n_n(x_n) = n_{n0}(x_n) = N_D$$

应用☆式，求出边界少子浓度：

$$n_p(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} e^{qV_A/kT} = n_{p0} e^{qV_A/kT}$$

$$p_n(x_n) = \frac{n_i^2}{N_D} e^{qV_A/kT} = p_{n0} e^{qV_A/kT}$$

因此过剩载流子浓度：

$$\Delta n_p(-x_p) = n_p(-x_p) - n_{p0} = n_{p0} (e^{qV_A/kT} - 1)$$

$$\Delta p_n(x_n) = p_n(x_n) - p_{n0} = p_{n0} (e^{qV_A/kT} - 1)$$

例题

➤ Consider a pn junction with $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ and $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, under a forward bias of 0.6 V.

(a) What are the minority carrier concentrations at the edges of the depletion region?

$$n_p(-x_p) = n_{p0} e^{qV_A/kT} = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{0.6}{0.026}\right) = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_n(x_n) = p_{n0} e^{qV_A/kT} = \frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{0.6}{0.026}\right) = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

(b) What are the excess minority carrier concentrations at the edges of the depletion region?

$$\Delta n_p(-x_p) = n_p(-x_p) - n_{p0} = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Delta p_n(x_n) = p_n(x_n) - p_{n0} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

结论：正向偏置下，准中性区靠近耗尽层处，少子浓度剧增

原因：多子扩散，少子聚集

求解少子扩散方程

边界条件:

$$\Delta n_p(-\infty) = 0 \quad \Delta n_p(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

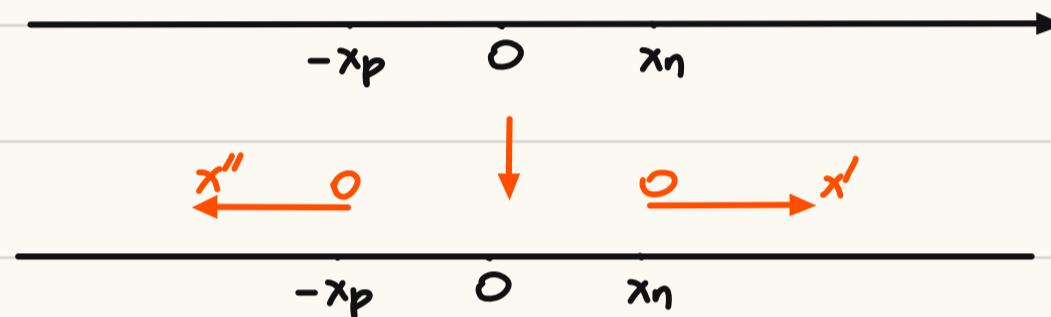
$$\Delta p_n(+\infty) = 0 \quad \Delta p_n(x_n) = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

少子扩散方程:

$$D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} = \frac{\Delta n_p}{\tau_n} \rightarrow \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} = \frac{\Delta n_p}{L_n^2}$$

$$D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} = \frac{\Delta p_n}{\tau_p} \rightarrow \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} = \frac{\Delta p_n}{L_p^2}$$

求解之前, 变换坐标系:



求解(以N区空穴为例, P区电子同理)

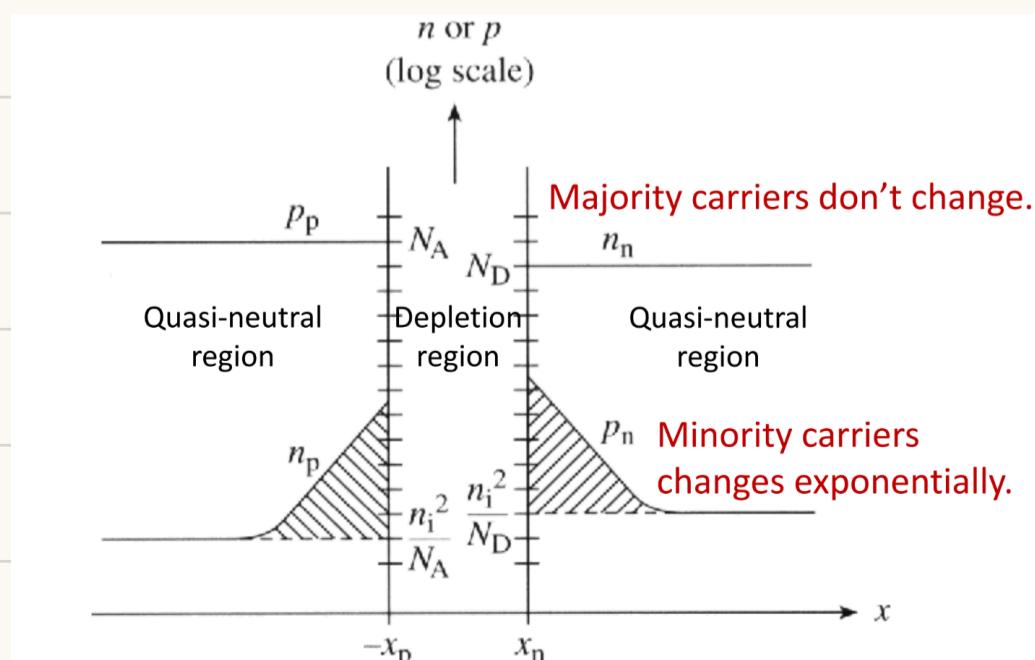
$$\Delta p_n(x') = A_1 e^{\frac{x'}{L_p}} + A_2 e^{-\frac{x'}{L_p}}$$

边界条件: $\Delta p_n(0) = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \quad \Delta p_n(+\infty) = 0$

解得:

$$\Delta p_n(x', V_A) = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_p}} \quad x' > 0$$

$$\Delta n_p(x'', V_A) = \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_n}} \quad x'' > 0$$



第二步：确定准中性区中少子扩散电流密度

准中性区，少子浓度很小，并且无压降，电场可忽略不计，因此漂移电流密度为0

$$P\text{区电子: } J_n = -qD_n \frac{\partial n_p}{\partial x''} = -qD_n \frac{\partial \Delta n_p}{\partial x''} = q \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_n}}$$

$\rightarrow x'' = -(x + x_p)$

均匀掺杂，热平衡时少子浓度不随空间变化

$$N\text{区空穴: } J_p = -qD_p \frac{\partial p_n}{\partial x'} = -qD_p \frac{\partial \Delta p_n}{\partial x'} = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_p}}$$

故：

$$P\text{区电子扩散电流密度: } J_n(x', V_A) = q \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_n}}$$

$$N\text{区空穴扩散电流密度: } J_p(x', V_A) = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_p}}$$

第三步：确定PN结中电流密度

我们从耗尽层入手，求解电流密度。

为什么从耗尽层入手呢？因为耗尽层内电流密度为常数，且边界连续
耗尽层内，

- ① 载流子浓度不随时间改变
- ② 无电子空穴对的复合产生

那么根据载流子连续性方程，可知电流密度对位置的导数为零，即电流密度处处相等

有两个很重要的关系，这两个关系中，第一个等号是因为电流的连续性，第二个等号是因为准中性区无电场：

耗尽层电子电流密度=P区电子电流密度=P区电子扩散电流密度

耗尽层空穴电流密度=N区空穴电流密度=N区空穴扩散电流密度

因此耗尽层内电流密度：

$$J_n = J_n(x', V_A) \Big|_{x'=0} = q \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

$$J_p = J_p(x'', V_A) \Big|_{x''=0} = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

$$J_{\text{total}} = J_n + J_p = qn_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

理想二极管特性与肖克莱方程

肖克莱方程: $I = I_0(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$ $I_0 = qA n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right)$

$$I = I_0(e^{qV_A/kT} - 1) \quad \text{where}$$

$$I_0 = A q n_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right) \quad \text{Diode saturation current}$$

➤ I_0 can vary by orders of magnitude, depending on the semiconductor material and dopant concentrations.

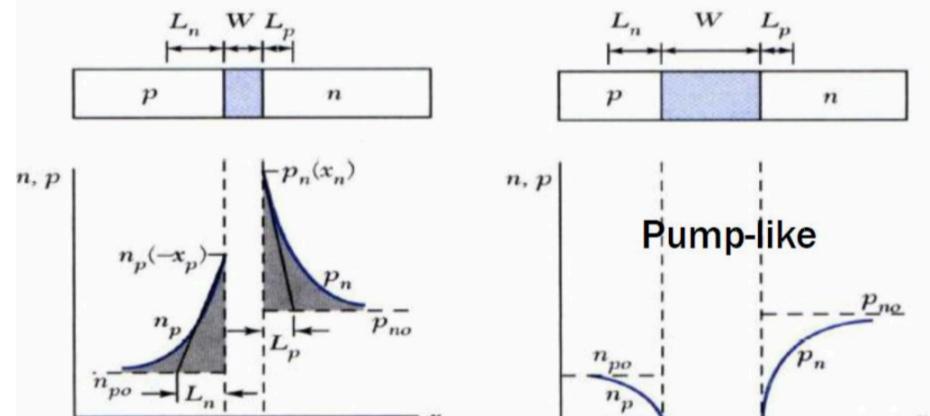
➤ In an asymmetrically doped (one-sided) P-N junction, the term associated with the more heavily doped side is negligible:

- If the p side is much more heavily doped, $I_0 \approx A q n_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} \right)$
- If the n side is much more heavily doped, $I_0 \approx A q n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} \right)$

正偏与反偏对比

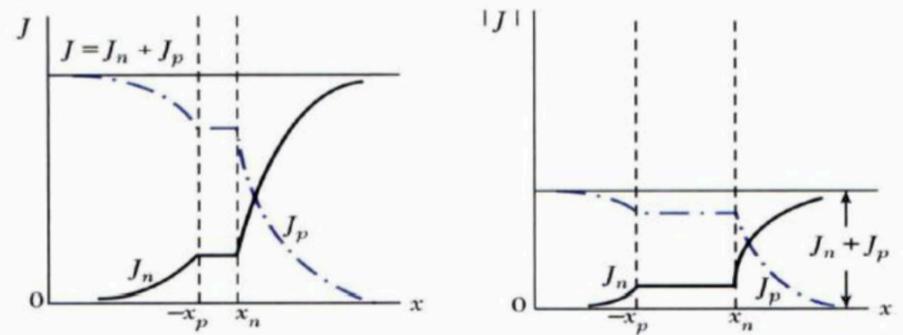
Forward Bias:

- A large number of majority carriers are injected into the other side, becoming the minority carriers and recombining gradually with the majority carriers.
- Minority carriers accumulate along the boundary of the depletion layer.



Reverse Bias:

- Depletion of minority carriers at the edge of the depletion region.
- Current flow due to the minority carrier drift.



公式总结——理想二极管的IV特性推导

1. 假设(想想这些假设分别在哪一步用到)

(1) 稳态条件

(2) 非简并掺杂，均匀掺杂，突变结

(3) 小注入条件

(4) PN结内除了漂移，扩散，热复合-产生外，没有其他过程，即 $GL=0$

(5) 忽略耗尽层内的热复合-产生过程

(6) 假设耗尽层内 $FN-FP=qV$ (教材P173有详细解释)

2. 公式(按推导顺序)

$$\text{PN结定律: } F_N - F_P = qV_A \quad n_p = n_i^2 e^{qV_A/kT} \quad \text{耗尽层内}$$

准中性区—耗尽层边界条件

$$\begin{aligned} \Delta n_p(-\infty) &= 0 & \Delta n_p(-x_p) &= \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \\ \Delta p_n(+\infty) &= 0 & \Delta p_n(x_n) &= \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \end{aligned}$$

准中性区过剩少子浓度

$$\begin{aligned} \Delta p_n(x', V_A) &= \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_p}} & x' > 0 \\ \Delta n_p(x'', V_A) &= \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_n}} & x'' > 0 \end{aligned}$$

准中性区少子扩散电流密度

$$\begin{aligned} J_n(x', V_A) &= q \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_n}} \\ J_p(x'', V_A) &= q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_p}} \end{aligned}$$

PN结电流密度

$$J_{\text{total}} = J_n + J_p = q n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

肖克莱方程

$$I = I_o (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \quad I_o = q A n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right)$$

理解

载流子电流

虽说我们求解IV特性时，只考虑了少子扩散电流，但少子漂移与多子扩散也参与其中

考虑偏置电压下的理想二极管，准中性区的多子电流和少子电流分别是基于什么作用形成的？

正向偏置：

当N区的电子扩散进入P区后，N区不会通过RG过程补充电子空穴对

多子：扩散电流主导

也是正向偏置的主导电流

少子：准中性区中扩散

扩散

扩散

漂移

扩散

扩散

这里进入的空穴是因为电中性

N区为高掺杂中性区，其多数载流子浓度由掺杂决定。即使部分电子扩散到P区，N区的电势会通过外部电流立即调整，快速恢复电中性，不需要依赖内部的热产生过程。

这里进入的电子是因为电中性

湮灭

I

e^-

对于长基区二极管，扩散到P区的电子通过复合消失，外电路的作用是维持整体电流而非直接参与单个载流子的湮灭。这一点也可以在少子扩散方程中看出

反向偏置：

多子：反向偏置增强耗尽层电场，多子扩散几乎被完全抑制

少子：耗尽层内漂移，准中性区中扩散，但偏置电压不影响少子漂移电流，少子漂移电流由单位时间内进入耗尽层的少子个数决定

N区内的空穴浓度远低于平衡值，但由于耗尽层边界的电场抽取，RG过程会持续生成空穴-电子对

反向电流完全由耗尽层和中性区的RG热产生维持，其值近似饱和。

扩散

漂移

链

漂移

链

扩散

I

e^-

I

电流密度图像

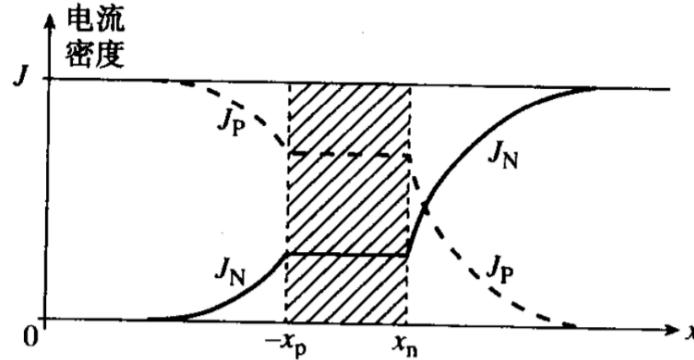


图 6.7 正向偏置 pn 结二极管内载流子和总电流密度随位置的变化关系

正反偏下，电流密度-空间曲线形状趋势一致：

$$J_n(x', V_A) = q \frac{D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_A} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_n}}$$

$$J_p(x', V_A) = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_p}}$$

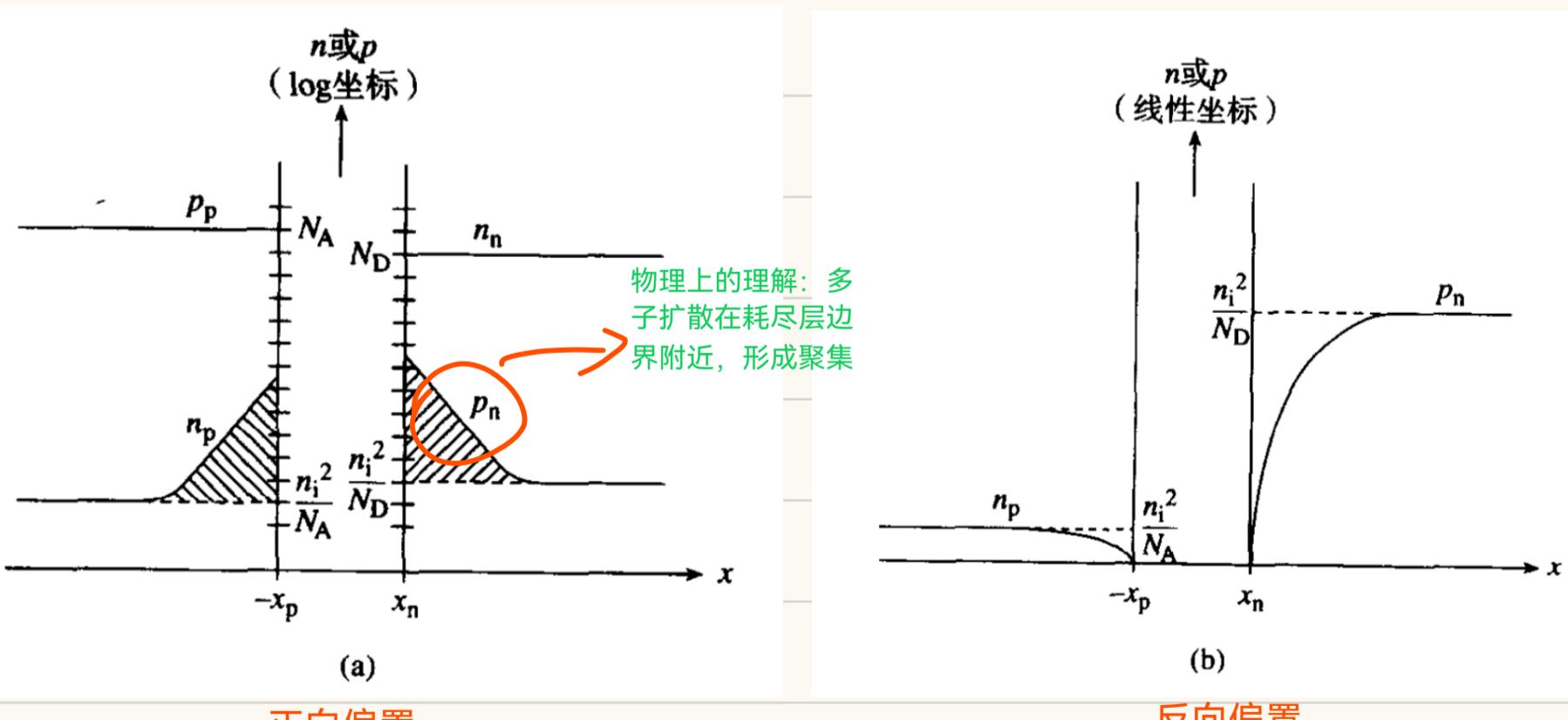
载流子浓度

重要结论：准中性区中，正向偏置下载流子浓度高于其对应的热平衡值，而反向偏置下载流子浓度低于其热平衡值。

这一结论可由准中性区少子浓度公式直接推出。

在任何一种情况下，随着与耗尽层边界的距离增加，这种非平衡载流子浓度(可正可负)将呈指数形式衰减。此外，经过几个扩散长度后，这种非平衡现象将消失且少数载流子浓度会接近其热平衡值，且它们都独立于外加电压值。根据准中性区域内小电流注入的假设，也可以断定这些区域内各处的多数载流子密度近似等于其热平衡值，同时也独立于外加电压值。

可视化理解见下：



$$\text{少子浓度公式: } n_p = n_{p0} + \Delta n_p = \frac{n_i^2}{N_A} \left[1 + (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x''}{L_n}} \right]$$

$$p_n = p_{n0} + \Delta p_n = \frac{n_i^2}{N_D} \left[1 + (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_p}} \right]$$

注：为何少子扩散方程能计算出总电流？

core: 总电流 = 任意一区的电子电流 + 空穴电流 = 耗尽层电子电流 + 空穴电流

正偏：

少子来源于从另一区扩散来的少子与该区自带的少子。例如P区，电子由耗尽层附近向P方向的浓度越来越小，这部分电子一是来源于N区电子扩散，二是来源于P区本身的少子。但是这部分电子扩散电流并不能构成总电流，P区还有空穴的扩散电流。

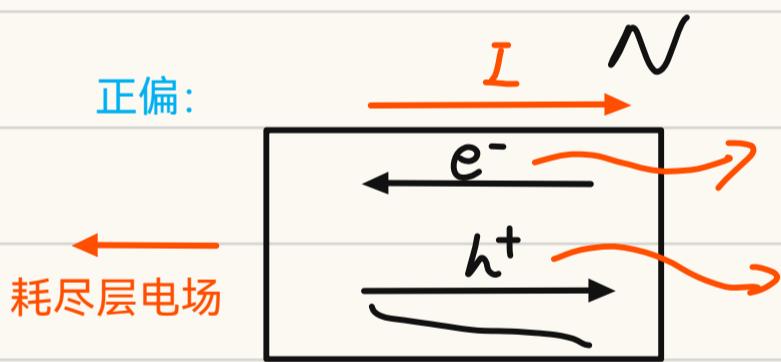
但是，我们可以考虑耗尽层，耗尽层的总电流就是PN结总电流，而耗尽层分为电子电流和空穴电流，电子电流并且这两部分电流密度与位置无关。那么我们就可以根据P区的电子电流(少子扩散方程求出)在耗尽层边界的临界值，以及N区空穴电流(少子扩散方程求出)在耗尽层边界的临界值求出。(我们当然可以考虑P区的电子电流与空穴电流在耗尽层边界的总和，但是空穴电流我们无法直接求出，实际上，P区空穴电流的边界值就等于N区空穴电流在耗尽层边界的值，因此我们利用N区空穴电流即可)

上述分析我们还没有考虑漂移电流，即在N区被扫到P区的空穴以及在P区被扫到N区的电子，并且它们的电流方向与上述扩散电流方向相反。但其实无关紧要，因为我们认为准中性区中电场为0，即漂移电流为0，那么扩散电流就能表征准中性区中的总电流，再由于电流连续性条件即可求出总电流。

反偏：少子的扩散是漂移的扩散

理解：例如N区，电子由于反偏电压几乎无法扩散到P区，而耗尽层附近的空穴会漂移到P区，从而使得从N端到耗尽层附近的少子浓度逐渐降低，这也是一种扩散，由漂移引起的扩散。我们在计算总电流时，同样需要考虑P区的电子电流在耗尽层边界的值以及N区空穴电流在耗尽层边界的值，这两部分扩散电流也是由少子扩散方程求得的。

正偏：



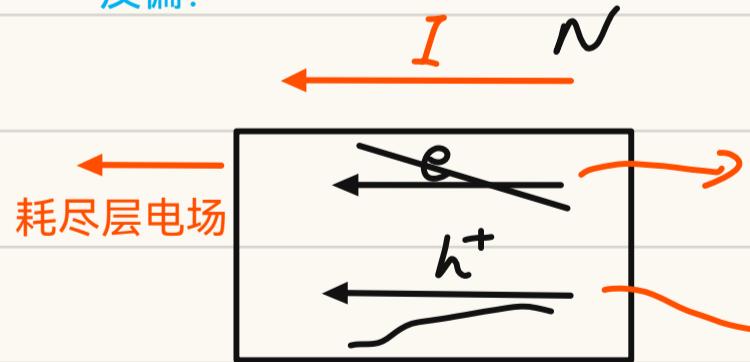
不可直接求出，需借助P区电子扩散在耗尽层边界的值

梯度来自于P区空穴扩散
本征少子同样包含其中

准中性区中电场为0，无漂移，上述两个都是扩散电流。

耗尽层有漂移，但是由于连续性条件被隐含

反偏：

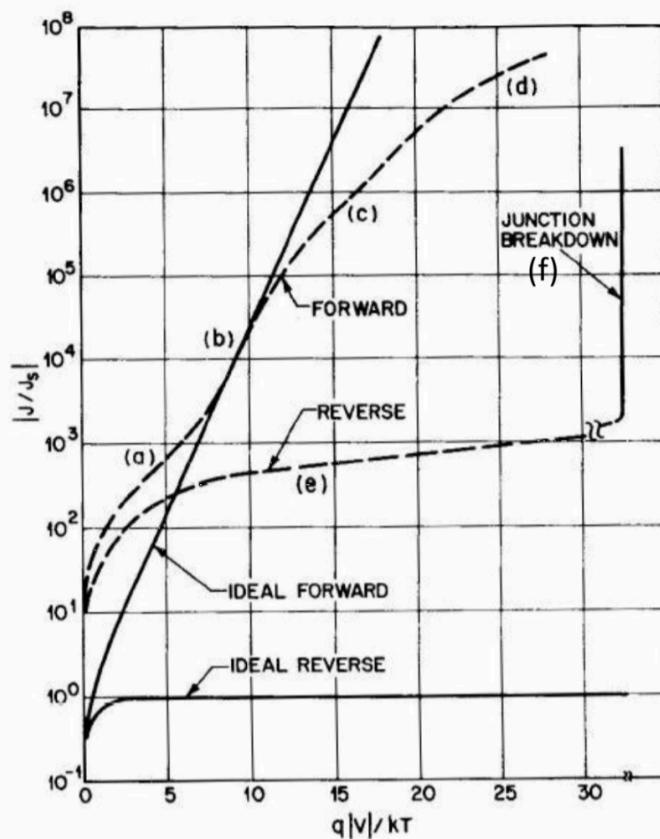


多子扩散被完全抑制

梯度来自于耗尽层附近本征空穴漂移

P-N二极管的非理想I-V行为

总述：对比理想与非理想的IV曲线



Brief Overview:

a). Recombination current
小正向电压

b). Diffusion current
正偏电压，不大不小

c). High level injection
大注入
大正向电压

d). Series resistance effect
串联电阻效应

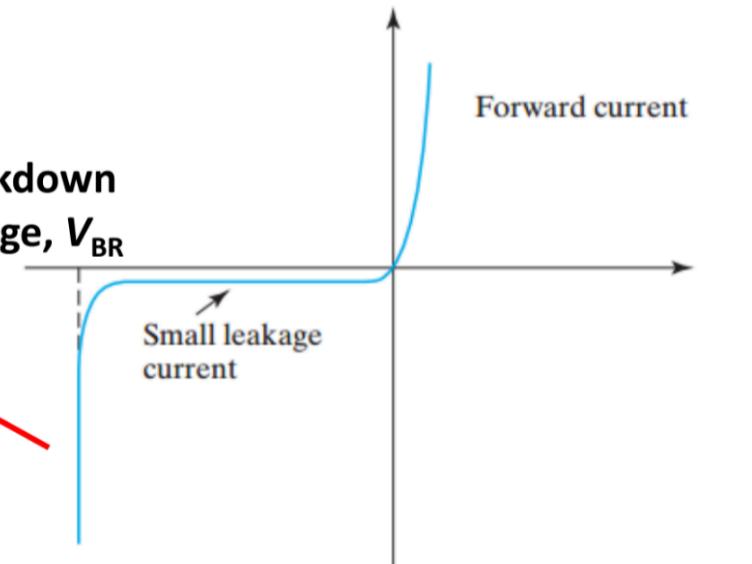
e). Generation current
小反向电压

f). Avalanche or Zener
breakdown 雪崩/齐纳击穿
大反向电压

PN结击穿

反向大偏压

No damage to the device.
The process is reversible!



PN结击穿不一定不可逆

1. 雪崩击穿 (Avalanche Breakdown)

- 机制：

高反向偏压下耗尽层电场极强，载流子被加速获得足够动能碰撞电离，产生大量电子-空穴对，形成雪崩倍增电流。

- 可逆性：

通常可逆，只要击穿期间功率损耗 ($|I| \cdot V$) 未超过器件热容限，未造成永久性热损伤。但频繁或长时间雪崩击穿可能积累缺陷，导致性能退化。

2. 齐纳击穿 (Zener Breakdown)

- 机制：

高掺杂PN结的耗尽层极窄，强电场直接破坏共价键，引发隧穿电流。

- 可逆性：

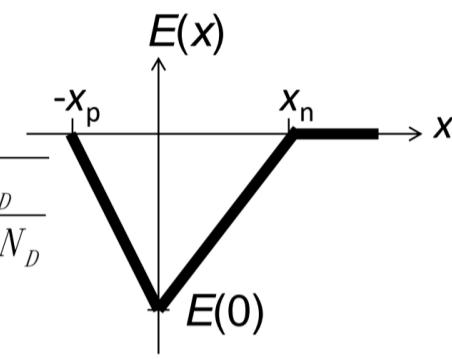
完全可逆，齐纳击穿本质是量子隧穿效应，无物理损伤。齐纳二极管专门设计利用此特性进行稳压。

临界电场与击穿电压

Peak E-Field in a P-N Junction

$$E = \int \frac{\rho}{K_s \epsilon_0} dx$$

$$|E(0)| = \frac{qN_A X_p}{K_s \epsilon_0} = \frac{qN_D X_n}{K_s \epsilon_0} = \sqrt{\frac{2q(V_{bi} - V_A)}{K_s \epsilon_0} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$$



For a one-sided junction,

$$|E(0)| \cong \sqrt{\frac{2q(V_{bi} - V_A)N}{K_s \epsilon_0}}$$

where N is the dopant concentration on the lightly doped side

临界电场与击穿电压

- If the reverse bias voltage ($-V_A$) is so large that the peak electric field exceeds a critical value E_{CR} , then the junction will “break down” (i.e. large reverse current will flow)

$$E_{CR} = \sqrt{\frac{2qN(V_{bi} + V_{BR})}{K_s \epsilon_0}}$$

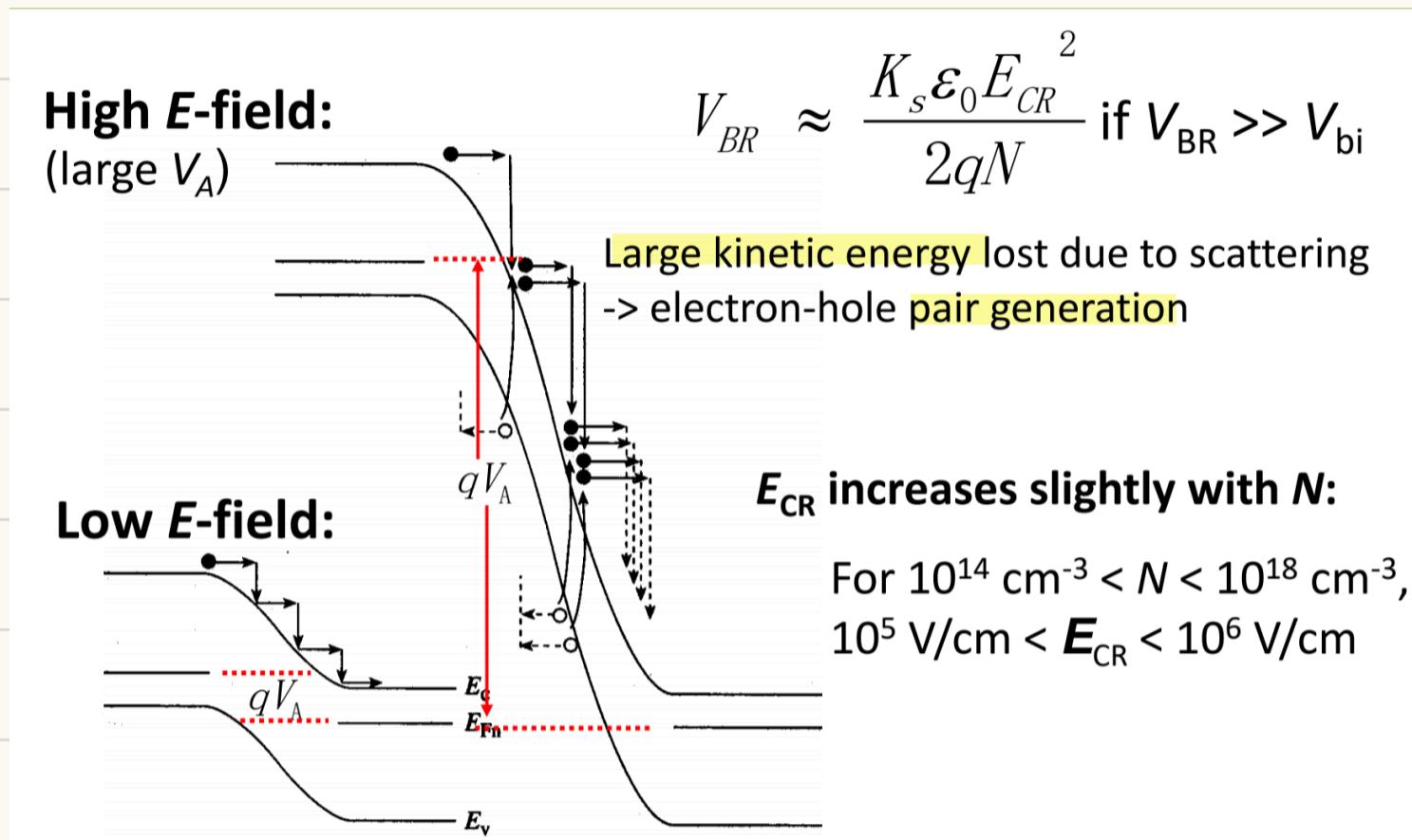
$$N = \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}$$

- Thus, the reverse bias at which breakdown occurs is

$$V_{BR} = \frac{K_s \epsilon_0 E_{CR}^2}{2qN} - V_{bi}$$

雪崩击穿

高反向偏压下耗尽层电场极强，载流子被加速获得足够动能碰撞电离，产生大量电子-空穴对，形成雪崩倍增电流。



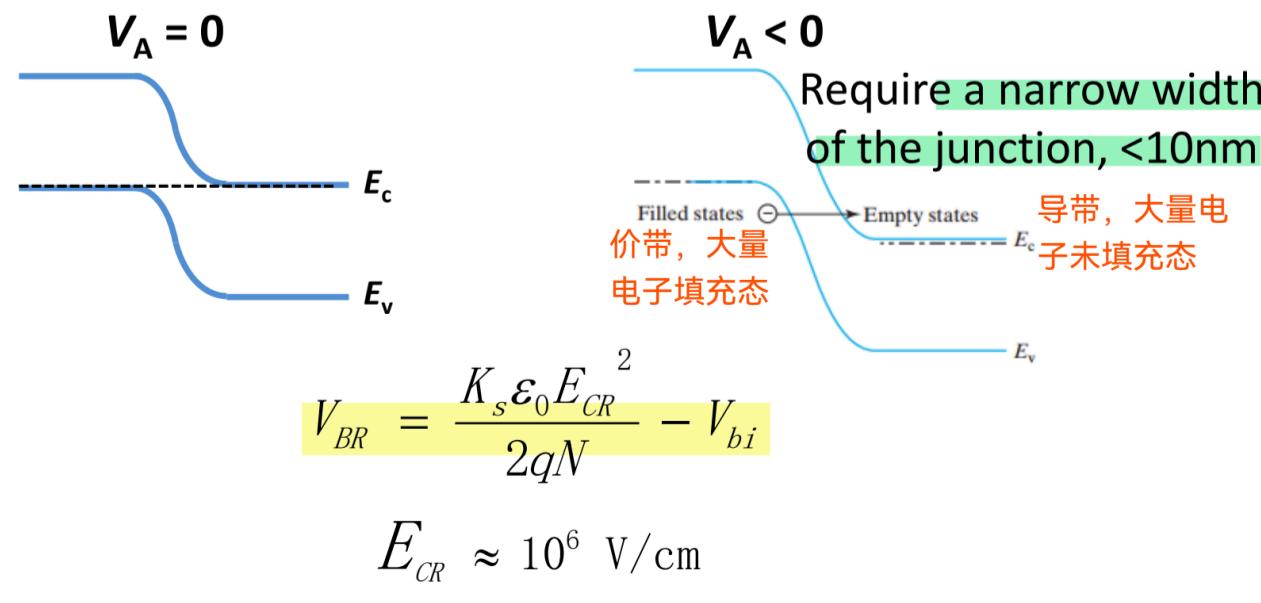
(1) 随着N增大，临界电场变化较小，击穿电压变化较大

(2) **VBR与温度的关系**: 雪崩倍增效应导致的VBR会随温度的上升而增加，原因：温度增加会导致**晶格散射的作用增强**，而晶格散射的增强意味着**平均自由程的减少**，为了满足雪崩击穿的条件则需要一个**更大的临界电场**，才能使载流子获得更大的速度，因此会有一个更高的击穿电压。

齐纳击穿 高掺杂

高掺杂PN结的**耗尽层极窄**，强电场直接破坏共价键，引发隧穿电流。本质是**量子隧穿效应**，无物理损伤。

Dominant breakdown mechanism when both sides of a junction are very heavily doped.



出现明显隧穿的条件

出现明显隧穿时有两个主要条件:

- (1) 势垒一边有填充态, 而势垒另一边同样能级位置处存在着未填充态。如果要进入的区域没有允态存在, 则不会出现隧穿。
- (2) 电势势垒的宽度, 即图 6.13 中的 d 必须很薄。只有 $d < 100 \text{ \AA} = 10^{-6} \text{ cm}$, 量子机制的隧穿效应才会比较明显。

为了出现明显的隧穿现象, 势垒厚度(对于pn结二极管的情况大概是一个耗尽层宽度)必须 $< 10^{-6} \text{ cm}$ 。参考图 E5.3, 发现如果 Si 二极管耗尽层宽度 $< 10^{-6} \text{ cm}$, 则结轻掺杂一侧的杂质浓度应该高于 $10^{17}/\text{cm}^3$ 。因此在结两侧都是重掺杂的二极管中, 齐纳过程才会变得比较显著。而在该情况下, 对应的二极管击穿电压也会比较小。当 $V_{BR} < 6E_G/q(\sim 6.7 \text{ V 对应 } 300 \text{ K 下的 Si})$, 齐纳过程就对二极管的击穿电流有明显的贡献, 而当 $V_{BR} < 4E_G/q(\sim 4.5 \text{ V 对应 } 300 \text{ K 下的 Si})$, 齐纳过程起主导作用。

Typically, $V_{BR} < 5 \text{ V}$ for Zener breakdown

当反向偏压越高, p侧价带抬升, p侧电子填充态数量也越多, 反向偏置的隧穿电流也越大

齐纳击穿的击穿电压VBR随温度升高而降低

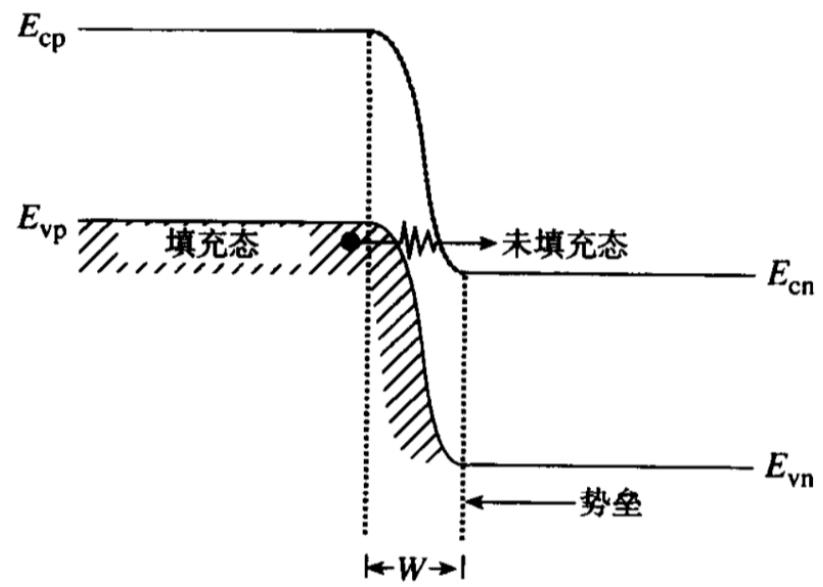
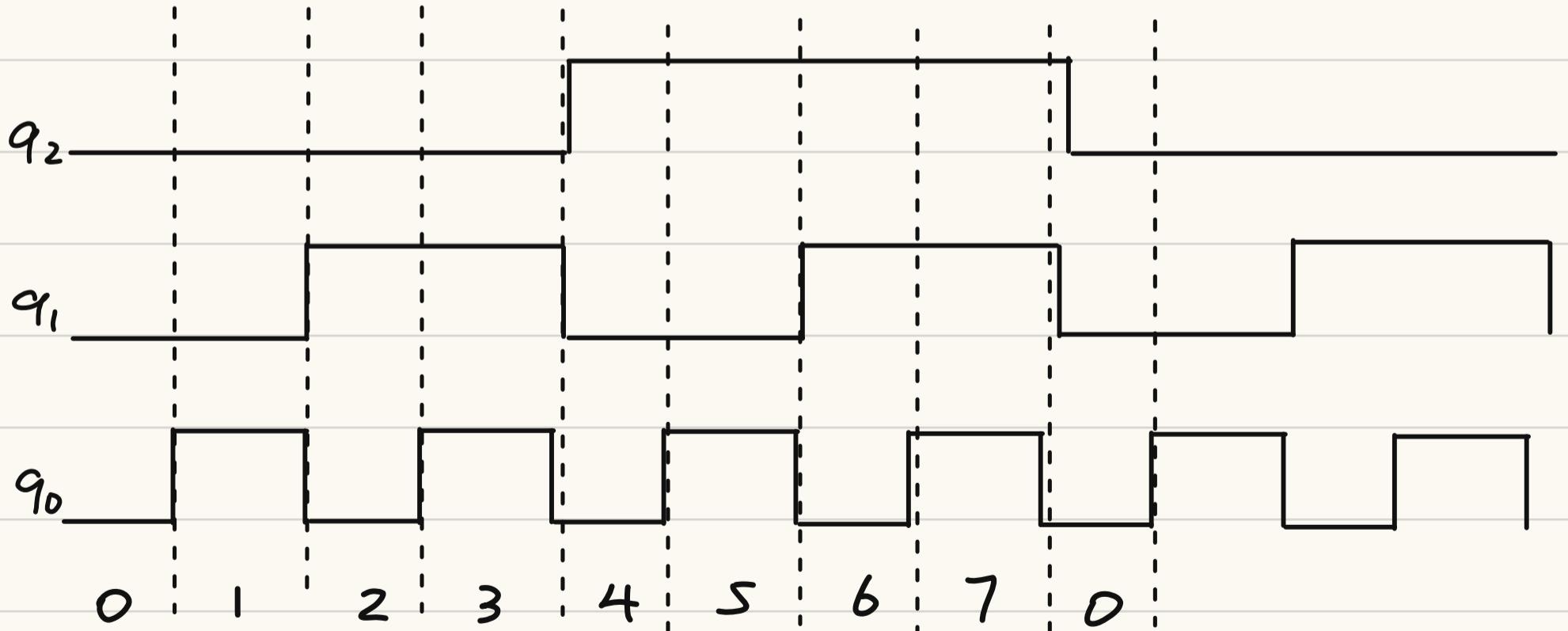


图 6.14 反向偏置 pn 结二极管中隧穿过程的示意图



复合-产生电流

正向小偏压和全部反向偏压

止，所有的定量分析中，甚至理想二极管公式的定性推导中，都认为反向电流是结两边的少数载流子进入耗尽层形成的。但是，当二极管处于反向偏置时，耗尽层中载流子浓度将会下降并低于其热平衡条件下的值，这导致了耗尽层内电子和空穴的产生^①。耗尽层内巨大的电场会很快将产生的载流子扫到准中性区域，因此增大了反向电流。正向偏置增加了耗尽层内的载流子浓度且高于其热平衡值，这导致了该区域内载流子出现复合。如图6.15(b)所示，能够明显地看出导致的额外正向电流来自于耗尽层中一部分无法越过势垒的载流子，这部分载流子将通过复合-产生中心相互复合而消失。

额外电流 I_{R-G} ，来自耗尽层内热复合-产生过程，当寻求建立其表达式时，注意到稳态条件下电子和空穴的净产生-复合率是相同的。另外，对耗尽层内每秒钟产生和覆灭的每个电子-空穴对来说，相对应地每秒钟也会有一个电子从接触电极处流入或流出。对耗尽层内每秒钟产生/消失的电子或空穴求和，并乘以 q ，则应该得到流过该器件的额外电流值。按以上方法处理并考虑电流的极性，有

$$I_{R-G} = \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-x_p}^{x_n} A q n(x) dx = -qA \int_{-x_p}^{x_n} \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{R-G} dx$$

且：

$$\frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{R-G} = \frac{n_i^2 - n_p}{\tau_p(n+n_i) + \tau_n(p+p_i)}$$

$$n_i = n_i e^{(E_T - E_i)/kT}$$

$$p_i = n_i e^{(E_i - E_T)/kT}$$

ET: trap-state energy level

$$I_{R-G} = qA \int_{-x_p}^{x_n} \frac{n_p - n_i^2}{\tau_p(n+n_i) + \tau_n(p+p_i)} dx$$

反偏时 R-G产生

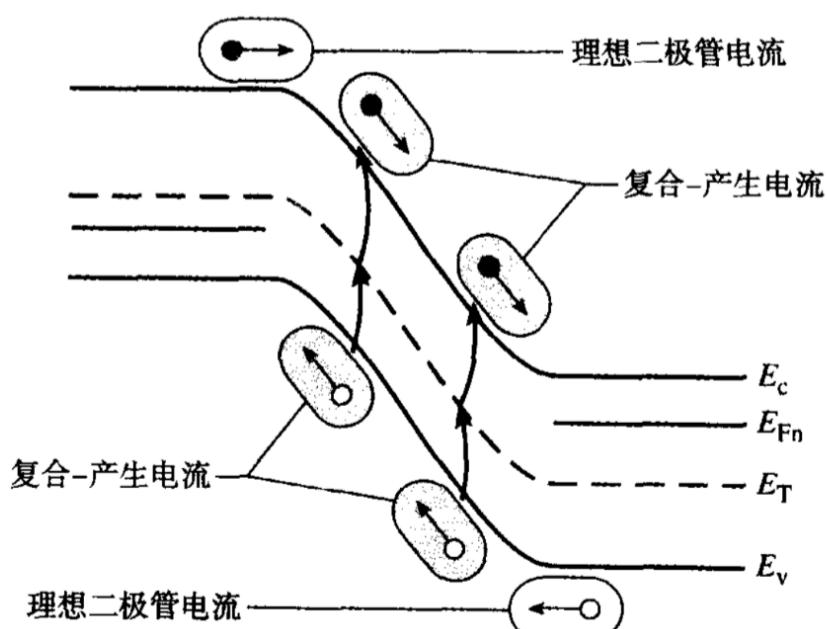
当反向偏压大于几个 kT/q ，绝大部分耗尽区内的载流子浓度都会变得很小。当载流子浓度变得可忽略不计 n, p 趋近于 0 时，对上式的积分计算也会变得非常容易，得到：

$$\frac{\partial n}{\partial t} \approx \frac{-n_i^2}{\tau_p n_i + \tau_n p_i}$$

$$I_{R-G} = -\frac{qA n_i w}{2\tau_0}$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2} (\tau_p \frac{n_i}{n_i} + \tau_n \frac{p_i}{n_i})$$

反偏电压越大，耗尽层宽度越宽，导致R-G电流越大，反偏电流不会饱和



(a) 反向偏置

对于正向偏压，载流子浓度不能忽略不计，这使得对上式进行积分的近似计算变得有点困难。这里只能指出在正向偏压(大于几个 kT/q)下，预测 $I(R-G)$ 粗略地按照 $\exp(qV_A/\eta kT)$ 而变化，其中 $1 < \eta \leq 2$ 。估算出 η 的典型值接近于 2，而且正向和反向偏压下统一的依赖关系可近似表达为

$$I_{R-G} = \frac{\frac{qV_A n_i}{2\tau_0} W \times e^{qV_A/kT} - 1}{1 + \frac{V_{bi} - V_A}{kT/q} \frac{\sqrt{4\pi p}}{2\tau_0} e^{qV_A/2kT}}$$

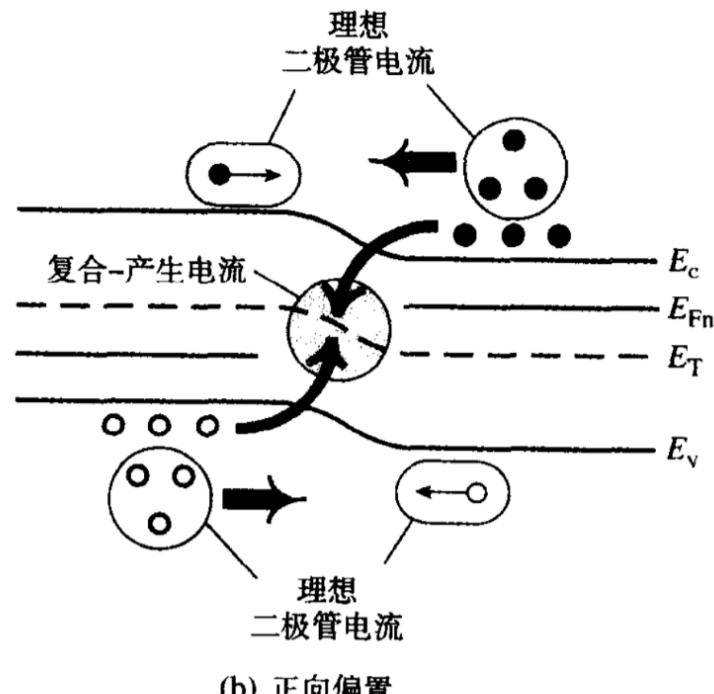


图 6.15 复合 - 产生电流。额外电流示意图，分别对应耗尽层内(a)反向偏置下的产生和(b)正向偏置下的复合情况

为了引入第二个电流分量，通常的做法是将理想二极管方程给出的电流称为扩散电流 I_{DIFF} 。这里重新写出了扩散电流的表达式，以便将这两个电流分量相比较：

$$I_{\text{DIFF}} = qA \left(\frac{D_N}{L_N N_A} \frac{n_i^2}{N_A} + \frac{D_P}{L_P N_D} \frac{n_i^2}{N_D} \right) (e^{qV_A/kT} - 1) \quad (6.46)$$

当然流过二极管的总电流应是扩散电流和复合 - 产生电流之和：

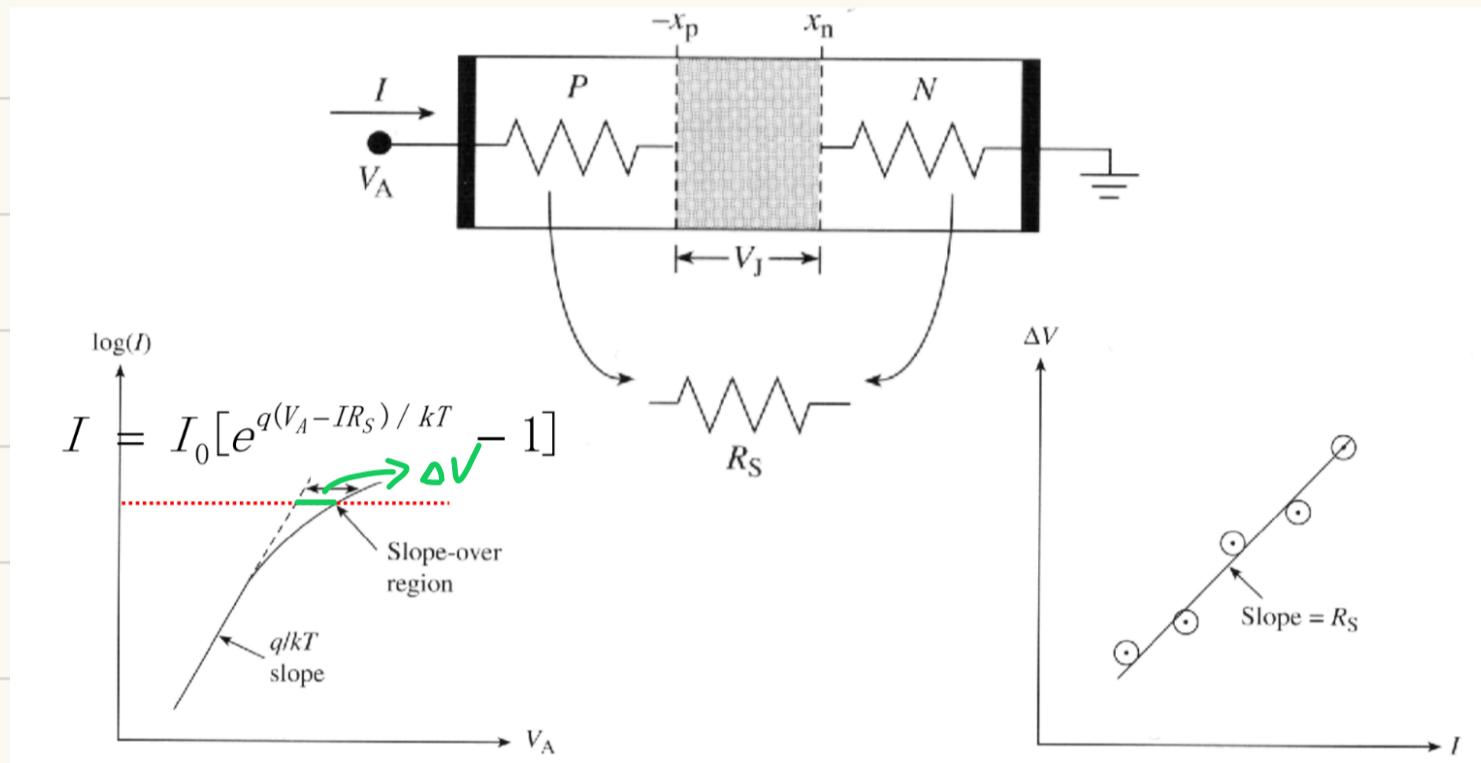
$$I = I_{\text{DIFF}} + I_{R-G} \quad (6.47)$$

现饱和，而是随着反向偏压而持续增加。正向偏压下， V_A 大于几个 kT/q ， I_{R-G} 的变化关系为 $\exp(qV_A/2kT)$ ，这与正向小偏压下观察到的实验相一致。随着正向偏压的增加， I_{DIFF} 分量随电压增加得很快，最终大过 I_{R-G} 分量并在正向偏置特性的半对数坐标图中形成 q/kT 区域。因为 $I_{\text{DIFF}} \propto n_i^2$ 而 $I_{R-G} \propto n_i$ ，所以两个分量的相对比例随不同的半导体材料会有明显的改变。尽管在室

串联电阻效应

在准中性区域内存在着一个内在的电阻，由该区域的杂质浓度和尺寸来决定。在一个做好的器件中还存在着一个与二极管接触电极相关的微小残余电阻。这些加在一起组成了串联电阻 R_s 。在小电流情况下，串联电阻上的压降 IR_s ，与耗尽层上的压降相比可以完全忽略不计，耗尽层上的压降就是熟知的“结”电压 V_j 。在上述情况中， $V_j = V_A$ 。

当正偏电压增大($V_A \rightarrow V_{bi}$)时，PN结的IV曲线变陡，即耗尽层电阻减小，此时不能忽略 R_s 。



$$I = I_0 [e^{q(V_A - IR_s)/kT} - 1] \quad \left. \right\} \text{联立得到两个电压的关系}$$

$$I = I_0 (e^{qV_{A0}/kT} - 1)$$

$$\Delta V = V_A - V_{A0} = IR_s$$

$$\longrightarrow \frac{\Delta V}{I} = R_s$$

大注入效应

在轻掺杂一侧的耗尽层边界处，当结的少数载流子的浓度接近于杂质浓度时，理想二极管公式的推导过程采用的小电流注入假设开始失效。在室温下的Si中，当外加电压低于 V_{bi} 零点几个伏特时通常会出现这种情况。随着外加电压进一步地增加，则会导致大电流注入。在大电流注入条件下，邻近耗尽层处的少数载流子和多数载流子浓度都会出现波动，如图6.17(a)所示。多数载流子浓度必须增加以维持准中性区域保持近似中性。对大电流注入的分析会得出电流大致正比于 $\exp(q/2kT)$ 。也就是说，在正向偏置I-V特性的半对数坐标图中，预计大电流注入出现在 $q/2kT$ 区域内，如图6.17(b)所示。但是，很难观察到预测的大电流注入对应的 $q/2kT$ 区域，因为与串联电阻相关的斜率下降效应会掩盖这种关系。尽管如此，也应该注意到大电流注入引起了载流子浓度的增大，这会导致观测到的串联电阻值出现下降。将大电流注入导致的电阻率下降现象称为电导调制（conductivity modulation）。

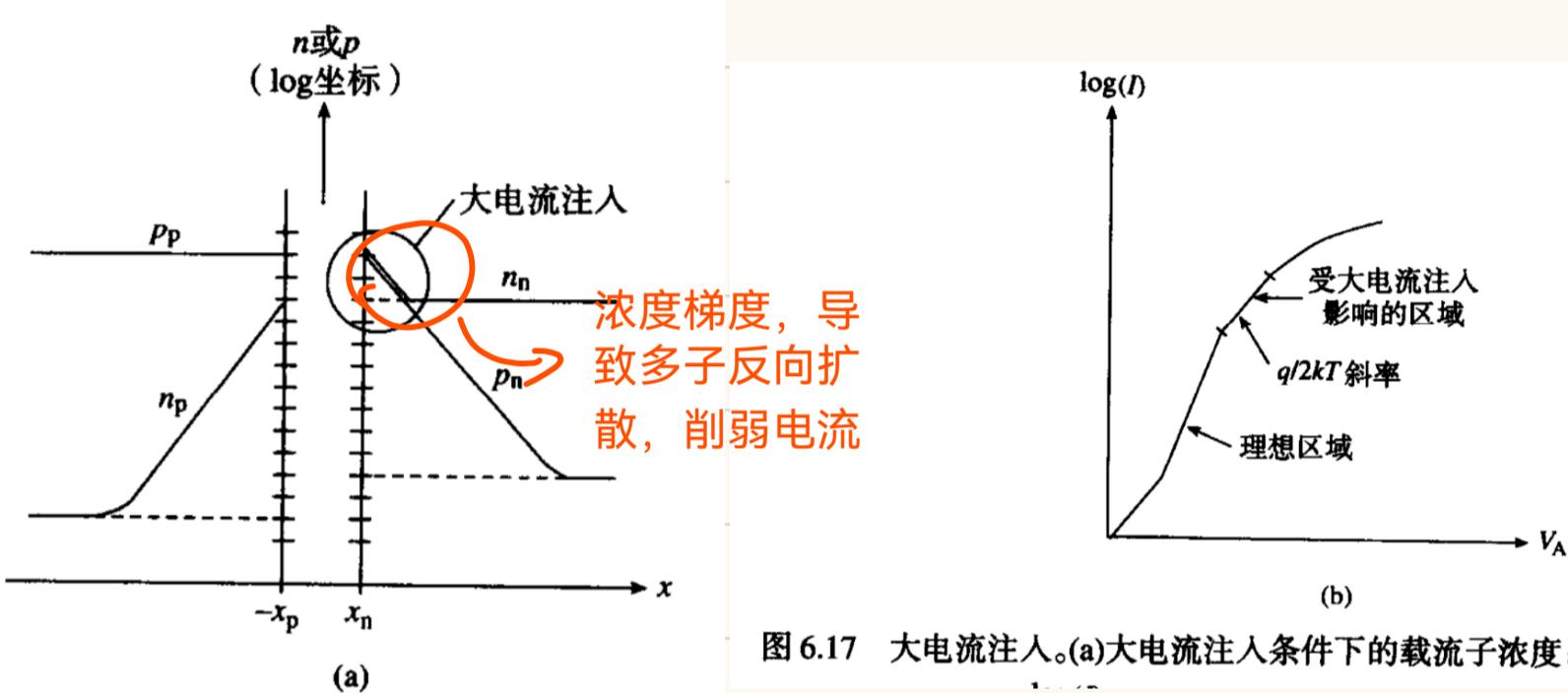
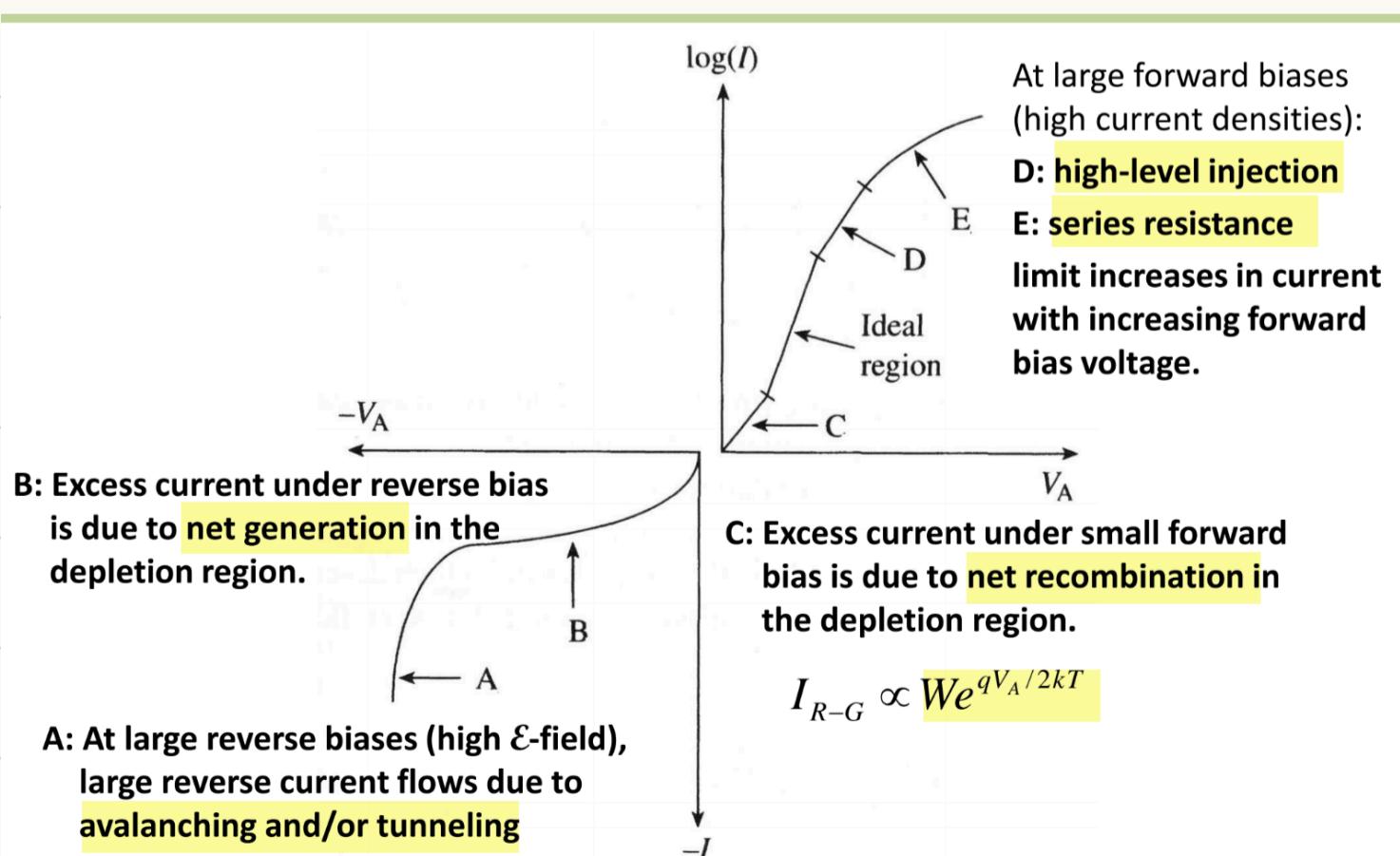


图 6.17 大电流注入。(a)大电流注入条件下的载流子浓度；(b) 对测量特性的影响

比如考虑N区的电子，本来应该扩散到N区，但是由于大注入条件，强制让靠近耗尽层附近的浓度大于远离耗尽层的电子浓度，导致电子反向扩散，削弱电流

非理想特性：总结



Narrow-Base P-N Diode

窄基区二极管

理想二极管

接触电极和耗尽层边界之间的距离比准中性n型区域的少数载流子扩散长度 $x_n' \gg L_p$ 和准中性p型区域的 $x_p' \gg L_n$ 大几倍或更多。

窄基区二极管

准中性区的宽度与少数扩散长度相当，因此很大一部分“注入”的少数载流子到达金属接触处的准中性区末端。

窄基区二极管的伏安特性求解

求解策略

1. Solve minority-carrier diffusion equations in quasi-neutral regions to obtain excess carrier distributions $\Delta n_p(x, V_A), \Delta p_n(x, V_A)$
 - boundary conditions:

p side: $\Delta n_p(-x_p), \Delta n_p(-\infty)$

n side: $\Delta p_n(x_n), \Delta p_n(\infty)$

2. Find minority-carrier current densities in quasi-neutral regions

$$J_n(x, V_A) = qD_n \frac{d(\Delta n_p)}{dx} \quad J_p(x, V_A) = -qD_p \frac{d(\Delta p_n)}{dx}$$

3. Evaluate J_n at $x=-x_p$ & J_p at $x=x_n$ to obtain total current density J :

$$J(V_A) = J_n(-x_p, V_A) + J_p(x_n, V_A)$$

第一步：准中性区少子浓度分布

仍旧考虑少子扩散方程

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L, \quad \frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L$$

由稳态条件以及 $G_L=0$:

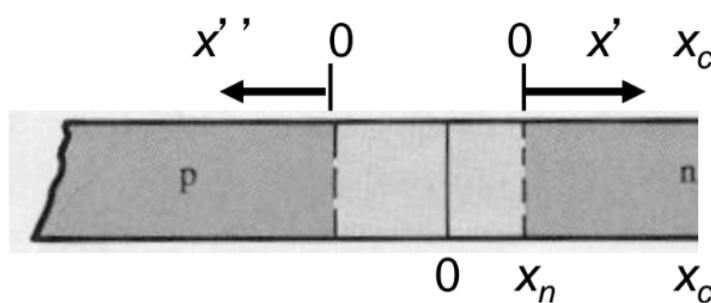
$$\frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} = \frac{\Delta n_p}{L_n^2}, \quad \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} = \frac{\Delta p_n}{L_p^2}$$

变换坐标系后，解得：

$$\Delta P_n = A_1 e^{-x'/L_p} + A_2 e^{x'/L_p}$$

边界条件:

$$\Delta P_n(0) = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{qV_A/kT} - 1), \quad \Delta P_n(x'_c) = 0$$



x_c 表示 N 端点坐标，变换坐标系后 $x'_c = x_c - x_n$ ，则 x'_c 恰好对应准中性区长度

故:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{qV_A/kT} - 1) \\ A_1 e^{-x'_c/L_p} + A_2 e^{x'_c/L_p} = 0 \end{cases}$$

解得:

$$\Delta P_n(x') = P_{n0} (e^{qV_A/kT} - 1) \frac{e^{\frac{x'_c - x'}{L_p}} - e^{-\frac{(x'_c - x')}{L_p}}}{e^{\frac{x'_c}{L_p}} - e^{-\frac{x'_c}{L_p}}} \quad 0 < x' < x'_c$$

$$\Delta P_n(x') = P_{n0} (e^{qV_A/kT} - 1) \frac{\sinh(\frac{x'_c - x'}{L_p})}{\sinh(\frac{x'_c}{L_p})} \quad 0 < x' < x'_c$$

第二步：确定准中性区中少子扩散电流密度

准中性区，少子浓度很小，并且无压降，电场可忽略不计，因此漂移电流密度为0

$$J_p = -qD_p \frac{\partial P_n(x')}{\partial x'} = -qD_p \frac{\partial \Delta P_n(x')}{\partial x'}$$

解得

$$J_p = -qD_p P_{n0} (e^{qV_A/kT} - 1) \frac{-\frac{1}{L_p} \cosh \frac{x'_c - x'}{L_p}}{\sinh \frac{x'_c}{L_p}}$$

$$= q \frac{D_p}{L_p} P_{n0} (e^{qV_A/kT} - 1) \frac{\cosh \frac{x'_c - x'}{L_p}}{\sinh \frac{x'_c}{L_p}}$$

$$J_p|_{x'=0} = q \frac{D_p}{L_p} P_{n0} (e^{qV_A/kT} - 1) \frac{\cosh(x'_c/L_p)}{\sinh(x'_c/L_p)}$$

至此，我们可以直接写出窄基区p+ n型结的伏安特性：

$$I = I_0 e^{qV_A/kT} - 1 \quad I_0 = q \frac{D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_D} \frac{\cosh(x_c'/L_p)}{\sinh(x_c'/L_p)}$$

第三步：确定PN结中电流密度

考虑一个重要概念：Narrow-Base Limit (窄基区极限)

即： $x_c' \ll L_p$

则有： $\frac{x_c'}{L_p} \rightarrow 0$

$$\cosh \frac{x_c'}{L_p} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_c'}{L_p} \right)^2 \quad \sinh \frac{x_c'}{L_p} \approx \frac{x_c'}{L_p}$$

因此有：

$$J_p|_{x_c'=0} = q \frac{D_p}{L_p} P_{n0} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_c'}{L_p} \right)^2}{\frac{x_c'}{L_p}}$$

$$= q \frac{D_p}{L_p} P_{n0} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \cdot \frac{L_p}{x_c'} \\ = q \frac{D_p}{x_c'} P_{n0} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

对于p+ n型结，就可以直接写出： $I'_0 = q \frac{D_p}{x_c'} \frac{n_i^2}{N_D}$

疑问：I0与xc'成反比？

$|V_A| \uparrow$

$W \uparrow$

- Reverse bias voltage increase \rightarrow Depletion width increase \rightarrow Quasi-neutral n-region reduces $x_c' \downarrow$
- $I(V_A < 0) \cong -I'_0 \propto 1/x_c'$ (not constant), which increases with reverse bias voltage
(穿通)
- For $x_c' \rightarrow 0$, n-Si side is fully depleted \rightarrow Punch-through
 $I_{diff}(V_A < 0)$ won't diverge if no avalanche breakdown happens.
如果没有雪崩击穿发生，它不会发散。*

击穿时，I0-xc关系失效

考虑窄基区极限时过剩载流子浓度

$$\Delta P_n(x') = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \frac{\sinh \frac{x_c' - x'}{L_P}}{\sinh \frac{x_c'}{L_P}}$$

$$\approx \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \frac{x_c' - x'}{x_c'}$$

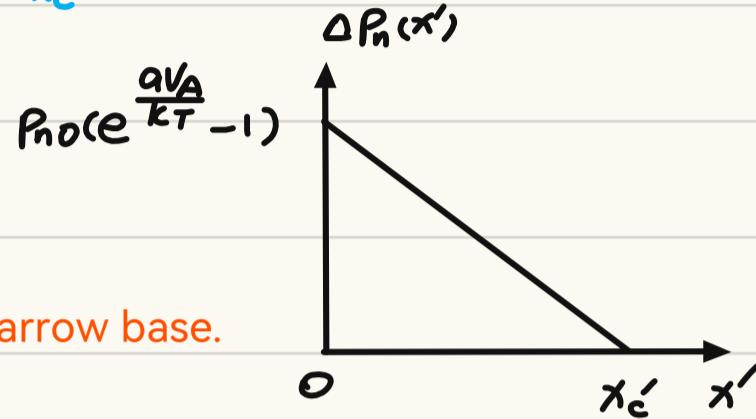
$$= \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) (1 - \frac{x'}{x_c'})$$

$\Delta P_n(x')$ 为线性函数

→ J_p 为常数

→ No thermal R-G effect for very narrow base.

窄基区极限下，基区无R-G过程



窄基区二极管伏安特性

考虑窄基区极限后

Define WP' and WN' to be the **widths** of the quasi-neutral regions.

If both sides of a pn junction are narrow (i.e. **much shorter than the minority carrier diffusion lengths** in the respective regions)

$$I = qA n_i^2 \left(\frac{D_p}{W_{N'} N_D} + \frac{D_n}{W_{P'} N_A} \right) (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) = I_0 (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1)$$

$$I_0 = qA n_i^2 \left(\frac{D_p}{W_{N'} N_D} + \frac{D_n}{W_{P'} N_A} \right) = \begin{cases} qA n_i^2 \frac{D_p}{W_{N'} N_D} & p^+ n \\ qA n_i^2 \frac{D_n}{W_{P'} N_A} & n^+ p \end{cases}$$

电荷控制模型

电荷控制模型推导IV特性

考虑正向偏置的p+ n型结(长基区二极管), N区内的总的过剩空穴电荷:

$$Q_p = q A \int_{x_n}^{+\infty} \Delta P_n(x, t) dx \quad ①$$

N型准中性区内的少子扩散方程(依旧认为GL=0):

$$\frac{\partial \Delta P_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta P_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta P_n}{\tau_p} \quad ②$$

由于电场强度为0:

$$J_p = -q D_p \frac{\partial P_n}{\partial t} = -q D_p \frac{\partial \Delta P_n}{\partial t} \quad ③$$

②改写为:

$$\frac{\partial q \Delta P_n}{\partial t} = -\frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{q \Delta P_n}{\tau_p} \quad ④$$

整体积分(A∫dx):

$$\frac{d}{dt} \left[q A \int_{x_n}^{+\infty} \Delta P_n dx \right] = -A \int_{J_p(x_n)}^{J_p(+\infty)} dJ_p - \frac{1}{\tau_p} \left[q A \int_{x_n}^{+\infty} \Delta P_n dx \right] \quad ⑤$$

电流密度项:

$$-A \int_{x_n}^{+\infty} dJ_p = A J_p(x_n) - A J_p(+\infty) = I_p(x_n) - I_p(+\infty)$$

N型准中性区域无穷远处, 过剩空穴浓度为0, 空穴电流密度也为0

$$-A \int_{x_n}^{+\infty} dJ_p = I_p(x_n) = i_{DIFF} \quad ⑥$$

小写i是因为: 通常允许电流是时间的函数

因此, ⑤可改写为:

$$\frac{dQ_p}{dt} = i_{DIFF} - \frac{Q_p}{\tau_p} \quad ⑦$$

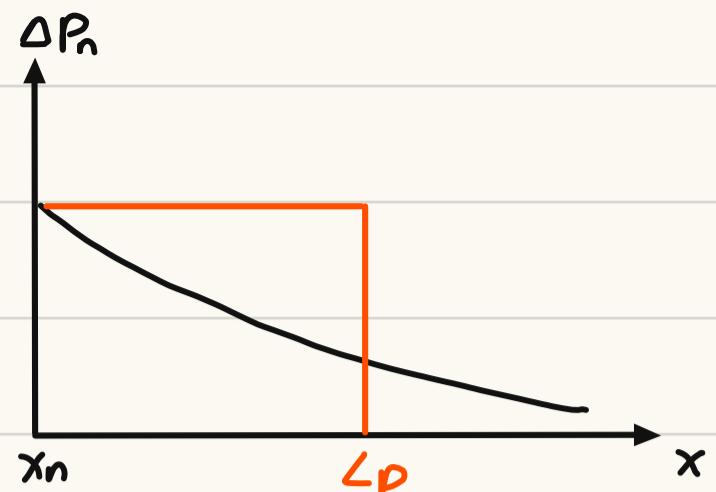
⑦式可以有一个非常简单的理解, 它表明有两种方式可以改变某个区域的过剩空穴电荷: 空穴流入或流出该区域i(DIFF) (只表示从耗尽层流向准中性区空穴电流), 另外过剩电荷的改变受到该区域内的复合-产生机制Qp/τp的影响。⑦式实际上是过剩空穴电荷的连续性方程。

电荷控制方法在稳态和瞬态分析中都得到了应用。为了举例说明它的用处, 考虑稳态条件下的一个p+ n结二极管。在稳态下, $dQ_p/dt=0$, $i(DIFF)=I(DIFF)$, ⑦式可化为:

$$I_{DIFF} = \frac{Q_p}{\tau_p} \quad ⑧$$

不实际解出 $\Delta p(x_n)$, 可以估算出 Q_p :

$$Q_p = qA \int_{x_n}^{+\infty} \Delta p_n dx$$



$$\approx qA \Delta p_n(x_n) L_p$$

$$= qA \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) L_p$$

因此有:

$$I_{\text{DIFF}} = qA \frac{L_p}{\tau_p} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \quad (9)$$

对比二. 中求出的理想二极管($p+$ n型结)的电流方程:

$$I = I_o (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \quad I_o = qA n_i^2 \frac{D_p}{L_p N_D}$$

可知:

$$\frac{L_p}{\tau_p} = \frac{D_p}{L_p} \rightarrow L_p^2 = D_p \tau_p$$

恰好符合 L_p 定义, 证明我们的估算是正确的, 验证如下:

$$\begin{aligned} Q_p &= qA \int_{x_n}^{+\infty} \Delta p_n(x) dx = qA \int_0^{+\infty} \Delta p_n(x') dx' = qA \int_0^{+\infty} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) e^{-\frac{x'}{L_p}} dx' \\ &= qA \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \cdot -L_p e^{-\frac{x'}{L_p}} \Big|_0^{+\infty} \\ &= qA \cdot L_p \cdot \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \\ &= qA \Delta p_n(x_n) L_p \quad \text{估算正确。} \end{aligned}$$

以上是针对长基区二极管的讨论, 对于窄基区二极管, 少子扩散长度以及扩散时间无法使用。根据算法, 少子扩散长度需要替换为 WN' , 即准中性区宽度。少子扩散时间也需要作替换。

少子迁移时间

For a narrow-base diode, replace τ_p and/or τ_n by the minority-carrier transit time τ_{tr}

少子迁移时间 τ_{tr} 的定义： 少子穿越准中性区所需的时间

time required for minority carrier to travel across the quasi-neutral region

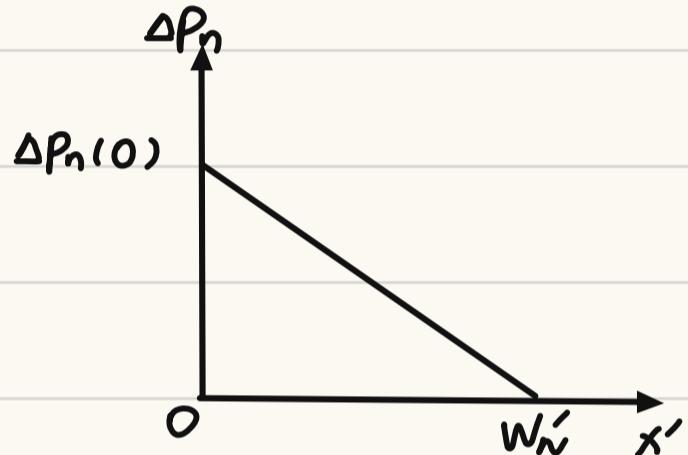
由窄基区极限过剩少子浓度公式：

$$\Delta p_n(x') = \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) (1 - \frac{x'}{w'_n})$$

有：

$$Q_A = qA \int_0^{+\infty} \Delta p_n(x') dx' \\ = \frac{1}{2} qA \cdot \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) w'_n$$

$$I_p = A J_p = -A q D_p \frac{\partial \Delta p_n}{\partial x} \\ = qA D_p \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1) \cdot \frac{1}{w'_n}$$



根据⑧式，可给出出少子(N区空穴)迁移时间的计算式：

$$\tau_{tr,p} = \frac{Q_p}{I_p} = \frac{w'_n}{2D_p}$$

同理，对于P区电子有：

$$\tau_{tr,n} = \frac{Q_n}{I_n} = \frac{w'_p}{2D_n}$$

总结：电荷控制模型

$$I = -\frac{Q_n}{\tau_n} + \frac{Q_p}{\tau_p}$$

➤ Under forward bias, minority-carrier charge is stored in the quasi-neutral regions of a pn diode.

- Long base: $Q_N = -qA \frac{n_i^2}{N_A} (e^{qV_A/kT} - 1) L_N$

$$Q_P = qA \frac{n_i^2}{N_D} (e^{qV_A/kT} - 1) L_P \quad \longleftarrow$$

- Narrow base: $Q_N = -qA \frac{1}{2} \frac{n_i^2}{N_A} (e^{qV_A/kT} - 1) W'_P$

$$Q_P = qA \frac{1}{2} \frac{n_i^2}{N_D} (e^{qV_A/kT} - 1) W'_N \quad \longleftarrow$$

- The steady-state diode current can be viewed as the charge supply required to compensate for charge loss via recombination (for long base) or collection at the contacts (for narrow base).

载流子减少方式：长基区是复合短基区是流入电极

- Long base (both sides): $I = \frac{-Q_N + Q_P}{\tau_n + \tau_p}$ 补偿复合掉的过剩少子

- Narrow base (both sides): $I = \frac{-Q_N + Q_P}{\tau_{tr,n} + \tau_{tr,p}}$ 补偿流入电极的过剩少子

where $\tau_{tr,n} = \frac{(W'_P)^2}{2D_N}$ and $\tau_{tr,p} = \frac{(W'_N)^2}{2D_P}$