

# 2009-2010 学年第一学期离散数学期末试卷及答案

(计算机科学与技术专业 2008 级)

学院\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

## 一、判断题 (本题共 15 小题, 每小题 1 分, 满分 15 分)

(答题要求: 请用大写英文字母 “T” 表示正确, “F” 表示错误)

(1) — (5)					(6) — (10)					(11) — (15)				
T	T	F	T	T	T	F	T	T	T	T	T	T	F	T

- (1) 命题  $\emptyset \subseteq \emptyset$ 、 $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ 、 $\emptyset \in \{\emptyset\}$  都是真命题。
- (2) 对于任意正确的推理, 其命题逻辑的推理形式结构一定是重言蕴涵式。
- (3) 设  $G$  是  $n$  个结点的  $m$  条边的简单有向连通图, 那么  $n-1 \leq m \leq n(n-1)/2$ 。
- (4) 设  $R$  是非空集合  $A$  上的关系,  $R$  是反对称关系当且仅当  $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$ 。
- (5) 设  $G$  为无向图, 若  $G$  中恰有  $n$  个结点,  $n-1$  条边, 则  $G$  必为一棵树。
- (6) 含  $n$  ( $n \geq 1$ ) 个命题变项的公式共有  $2^n$  个不同的赋值。
- (7) 设  $R_1$  和  $R_2$  是传递的二元关系, 则  $R_1 \cup R_2$  也是传递的。
- (8) 在有限偏序集中, 极小元一定存在, 但最小元不一定存在。
- (9) 设  $G$  是  $n$  ( $n \geq 3$ ) 阶哈密顿图, 则  $G$  中任意两个不相邻的顶点的度数之和均不小于  $n$ 。
- (10) 设  $A$  为  $n$  元集,  $R$  是  $A$  上的关系, 则存在自然数  $s$  和  $t$ , 使得  $R^s = R^t$ 。
- (11) 公式  $\forall x F(x) \rightarrow (\exists x \exists y G(x,y) \rightarrow \forall x F(x))$  是永真式。
- (12) 设  $R$  是任意的关系, 则  $srt(R)$  一定是等价关系。
- (13) 若个体域为实数集,  $F(x,y): x=y$ ,  $G(x,y): x < y$ , 则  $\forall x \forall y (\neg F(x,y) \rightarrow G(x,y))$  的真值为 0。
- (14) 若两个无向图的顶点数、边数以及顶点的度数列分别相等, 则是它们同构的。
- (15) 设  $G$  为无向图, 如果  $G$  中恰有两个奇度顶点, 那么这两个奇度顶点之间必有通路。

## 二、(本题共 8 小题, 每小题 1 分, 满分 8 分) 符号化下列命题。(要求: 命题 1-4 在命题逻辑中符号化, 命题 5-8 在一阶逻辑中符号化)

- (1) 王欢与王强组成一个小组。
- (2) 只有 6 被 2 整除, 6 才能被 4 整除。
- (3) 王红和李刚仅有一人通过了面试。
- (4) 小王边走路边听音乐。
- (5) 没有不犯错误的人。
- (6) 说火车比汽车跑的快是不对的。
- (7) 除非李键是东北人, 否则他一定怕冷。
- (8)  $4 > 2$  与  $3 \geq 1$  互为充要条件。

解: (1) 令  $p$ : 王欢与王强组成一个小组; 符号化为  $p$ ;

(2) 令  $p$ : 6 被 2 整除;  $q$ : 6 被 4 整除; 符号化为  $q \rightarrow p$ ;

(3) 令  $p$ : 王红通过面试;  $q$ : 李刚通过面试; 符号化为  $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ ;

(4) 令  $p$ : 小王走路;  $q$ : 小王听音乐; 符号化为  $p \wedge q$ ;

(5) 令  $F(x)$ :  $x$  是人;  $G(x)$ :  $x$  犯错误; 命题符号化为  $\forall x (F(x) \rightarrow G(x))$ ;

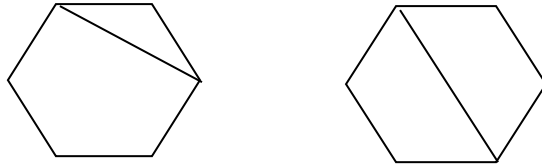
(6) 令  $F(x)$ :  $x$  是火车,  $G(y)$ :  $y$  是汽车,  $H(x,y)$ :  $x$  比  $y$  快,  $\neg \forall x \forall y (F(x) \wedge G(y) \rightarrow H(x,y))$ ;

(7) 令  $F(x)$ :  $x$  是东北人,  $G(x)$ :  $x$  怕冷,  $a$ : 李键, 符号化为  $\neg G(a) \rightarrow F(a)$ ;

(8) 令  $F(x,y)$ :  $x > y$ ,  $G(x,y)$ :  $x \geq y$ ,  $a: 4$ ,  $b: 2$ ,  $c: 3$ ,  $d: 1$ ; 符号化为  $F(a,b) \leftrightarrow G(c,d)$ ;

**三、(本题满分 6 分)** 已知有四个非负整数列  $(2, 3, 3, 5, 5, 6, 6)$ 、 $(3, 2, 2, 2)$ 、 $(2, 2, 2, 2, 3, 3, )$  和  $(4, 4, 3, 2, 1)$ 。(1) 判断这四个非负整数列中哪些数列是可图化的? 哪些数列是可简单图化的? (2) 对于可简单图化的非负整数列, 给出两个不同构的简单图。  
解: (1)  $(2, 3, 3, 5, 5, 6, 6)$ 、 $(2, 2, 2, 2, 3, 3, )$ 、 $(4, 4, 3, 2, 1)$ ;  $(2, 2, 2, 2, 3, 3, )$

(2)



**四、(本题满分 6 分)** 设  $F, G, H$  为任意的关系, 证明  $F \cdot (G \cup H) = F \cdot G \cup F \cdot H$ , 其中 “ $\cdot$ ” 为关系的复合运算。

**五、(本题满分 6 分)** 设无向树  $T$  有三个 3 度分支点, 一个 2 度分支点, 其余均为树叶。(1) 求  $T$  中有几片树叶? (2) 画出两棵满足上述要求的不同构的树。

**六、(本题满分 8 分)** 某大学计算机专业 100 名学生中, C 语言课有 32 人优秀, 数据结构课有 20 人优秀, 离散数学课有 45 人优秀。并且 C 语言和数据结构两门课都优秀的有 15 人; C 语言和离散数学两门课都优秀的有 7 人; 数据结构和离散数学两门课都优秀的有 10 人。此外, 还有 30 人一门优秀都没得到。如果获得 3 门优秀者可得奖学金 100 元, 获得 2 门优秀者可得奖学金 60 元, 仅获得一门优秀者可得奖学金 20 元, 问为该专业学生发奖学金需多少元?

**七、(本题满分 8 分)** 求公式  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$  的主析取范式与主合取范式, 并分别写出公式的成真赋值和成假赋值。

解: 主析取范式为:  $m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7$ ; 主合取范式为:  $M_2 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6$ ;

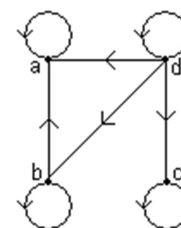
公式的成真赋值为: 000, 001, 011, 111; 公式的成假赋值为: 010, 100, 101, 110。

**八、(本题满分 8 分)** 设  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $R$  为定义在  $A$  上的二元关系, 其关系图如下图所示。

(1) 说明  $R$  是偏序关系。

(2) 画出偏序集  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图。

(3) 设  $B = \{b, c\}$ , 求  $B$  的上界和上确界, 下界和下确界。



**九、(本题满分 8 分)** 假设传输由 7 个符号  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ 、 $f$ 、 $g$  组成的信息，经统计这 7 个符号出现的概率分别为 0.2、0.19、0.18、0.17、0.15、0.1、0.01。(1) 求传输这 7 个符号的最佳二元前缀码(要求画出 Huffman 编码树);(2) 若记信息的长度为该信息所含符号的个数，则传输长度为  $10^n$  ( $n \geq 2$ ) 的信息平均需要多少比特?

**十、(本题满分 8 分)** 使用谓词逻辑构造证明法构造下面推理的证明：每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车。每个人或者喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车。有的人不喜欢乘汽车。所以有的人不喜欢步行。(个体域为人类集合)

**十一、(本题满分 8 分)** 设  $A=\{0, 1, 2, 3\}$ ,  $A$  上的二元关系  $R=\{\langle x, y \rangle \mid x=y \vee x+y \in A\}$ 。列出关系  $R$ , 求  $R$  的关系图和关系矩阵, 并判断  $R$  的性质。

**十二、(本题满分 11 分)** 对于右图所示的有向图,

- (1) 给出该有向图的邻接矩阵;
- (2) 求顶点  $v_1$  到  $v_4$  长度为 1, 2, 3, 4 的通路分别有几条?
- (3) 求顶点  $v_4$  到自身长度为 1, 2, 3, 4 的通路分别有几条?
- (4) 求出长度为 4 的通路和回路分别有几条?
- (5) 求出长度为小于等于 4 的非回路通路和回路各有几条?

