КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ

СПбГУ, МКН, СП, 1 курс
ЛЕКТОР: ЖУКОВ ИГОРЬ БОРИСОВИЧ

СОСТАВИТЕЛИ:

АНДРЕЙ K-dizzled КОЗЫРЕВ, НИКИТА muldrik МИТЦЕВ
МАКСИМ maxmartynov08 МАРТЫНОВ, СЕМЕН SmnTin ПАНЕНКОВ

ОСЕНЬ 2020

Оглавление

Глава 1

Первый семестр. Первая четверть

1 Множества

Определение. Множество - набор уникальных элементов

Множества - большие буквы $A, B, \dots$
Элементы множеств - маленькие буквы $a, b, \dots$
$x \in A - x$ пренадлежит A
$x \notin A - x$ не пренадлежит A
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{Z}, \mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$
$\mathbb{R}$ - вещественные числа
$\mathbb{C}$ - комплексные числа

Предложение. *Правила Де Моргана*

$$A \ \setminus \ (\bigcup_{\alpha \in I} B_\alpha) = \bigcap_{\alpha \in I} (A \setminus B_\alpha)$$

$$A \ \setminus \ (\bigcap_{\alpha \in I} B_\alpha) = \bigcup_{\alpha \in I} (A \setminus B_\alpha)$$

Доказательство. Докажем для первой формулы. Вторая доказывается аналогично.

$x \in A \ \setminus \ (\bigcup\limits_{\alpha \in I} B_\alpha) \iff \begin{cases} x \in A \\ x \notin \bigcup\limits_{\alpha \in I} B_\alpha \end{cases} \iff \begin{cases} x \in A \\ x \notin B_\alpha \text{ при всех } \alpha \end{cases} \iff x \in A \ \setminus \ B_\alpha$ при всех $\alpha \in I \iff x \in \bigcap\limits_{\alpha \in I} (A \setminus B_\alpha)$ ■

Предложение. *Операции над множествами*

- $A \cup B = \{x : x \in A \text{ или } x \in B\}$
- $A \cap B = \{x : x \in A, x \in B\}$
- $A \setminus B = \{x : x \in A, x \notin B\}$
- $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

<u>*Замечание*</u> - $\triangle, \cup, \cap$ - комммутативны, ассоциативны

Определение. Декартово произведение множеств $A \times B = \{\langle a, b\rangle : a \in A; b \in B\}$

Предложение.

$$A \cap \bigcup_{\alpha \in I} B_\alpha = \bigcup_{\alpha \in I} (A \cap B_\alpha)$$

$$A \cup \bigcap_{\alpha \in I} B_\alpha = \bigcap_{\alpha \in I} (A \cup B_\alpha)$$

Доказательство. $x \in A \cap \bigcup_{\alpha \in I} B_\alpha \Longleftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in \bigcup_{\alpha \in I} B_\alpha \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B_\alpha \text{ для некоторых } \alpha \in I \end{cases} \Longleftrightarrow$

$x \in A \cap B_\alpha$ для некоторых $\alpha \in I \Longleftrightarrow x \in \bigcup_{\alpha \in I} (A \cap B_\alpha)$ ■

Определение. Упорядоченная пара $\langle a, b\rangle$ - пара “пронумерованных” элементов

$\langle a, b\rangle = \langle c, d\rangle \Leftrightarrow$

```
    ((a == c) && (b == d))
```