

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Informática



Título de la tesis

Miguel Ángel Cárcamo Vásquez

Profesor guía: Fernando Rannou Fuentes

Profesor co-guía: Pablo E. Román

Tesis de grado presentada en
conformidad a los requisitos
para obtener el grado de Magíster
en Ingeniería Informática

Santiago -- Chile

2016

© **Miguel Ángel Cárcamo Vásquez** - 2016



• Algunos derechos reservados. Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-Chile 3.0. Sus condiciones de uso pueden ser revisadas en:

<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/cl/>.

Dedicado a...

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a

RESUMEN

Lorem ipsum dolor sit cuchufli barquillo bacán jote gamba listellor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí.

Palabras Claves: Palabras; Claves

ABSTRACT

Contrary to popular belief, Lorem Ipsum is not simply random text. It has roots in a piece of classical Latin literature from 45 BC, making it over 2000 years old. Richard McClintock, a Latin professor at Hampden-Sydney College in Virginia, looked up one of the more obscure Latin words, consectetur, from a Lorem Ipsum passage, and going through the cites of the word in classical literature, discovered the undoubtable source. Lorem Ipsum comes from sections 1.10.32 and 1.10.33 of "de Finibus Bonorum et Malorum" (The Extremes of Good and Evil) by Cicero, written in 45 BC. This book is a treatise on the theory of ethics, very popular during the Renaissance. The first line of Lorem Ipsum, "Lorem ipsum dolor sit amet..", comes from a line in section 1.10.32.

The standard chunk of Lorem Ipsum used since the 1500s is reproduced below for those interested. Sections 1.10.32 and 1.10.33 from "de Finibus Bonorum et Malorum" by Cicero are also reproduced in their exact original form, accompanied by English versions from the 1914 translation by H. Rackham.

Keywords: Key; words

TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción	1
1.1	Antecedentes y motivación	1
1.2	Descripción del problema	2
1.2.1	Estado del arte	2
1.2.2	Definición del problema	4
1.3	Solución propuesta	5
1.3.1	Características de la solución	5
1.3.2	Propósitos de la solución	7
1.4	Objetivos y alcance del proyecto	7
1.4.1	Objetivo general	7
1.4.2	Objetivos específicos	7
1.4.3	Alcances	8
1.5	Metodología y herramientas utilizadas	8
1.5.1	Metodología	8
1.5.2	Herramientas de desarrollo	8
1.6	Organización del documento	9
2	Cuerpo de la tesis	10
2.1	Primera parte	10
2.2	Segunda parte	10
2.3	Tercera parte	11
3	Conclusiones	12
	Referencias bibliográficas	14
	Anexos	14
A	Anexo de ejemplo	15

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1	Datos HLTau Band 6	4
Tabla 2.1	Tabla de ejemplo.	10

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 2.1	Ejemplo de figura.	10
------------	----------------------------	----

ÍNDICE DE ALGORITMOS

Algoritmo 2.1	Algoritmo de ejemplo.	11
---------------	-------------------------------	----

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN

El *Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array* es un instrumento revolucionario en su concepto científico, su diseño de ingeniería y su organización como un esfuerzo científico global. Construido en el desierto de Atacama de Chile septentrional a una altitud de 5.000 metros sobre el nivel del mar en el Llano Chajnantor, ALMA cuenta con 66 antenas de alta precisión funcionando juntas en longitudes de onda milimétricas y submilimétricas. Gracias a su alta resolución y sensibilidad, ALMA abre una “ventana” totalmente nueva al Universo, permitiendo a los científicos desenmarañar misterios astronómicos importantes y de muchos años, explorando nuestros orígenes cósmicos ALMA (2009a).

ALMA captura señales del cielo con dos o más antenas combinadas con el fin de analizar la señal y así obtener información acerca de la fuente que emite dicha señal (ya sea una estrella, planeta, galaxia u otro objeto astronómico). De esta forma, combinando las ondas de radio recolectadas por muchas antenas es posible construir una imagen. Estas imágenes son comparables con un hipotético telescopio gigante o una antena de 14.000 metros de diámetro. Como la construcción y operación de una antena de tal tamaño es técnicamente imposible, lo factible es construir muchas antenas pequeñas y combinar su salida ALMA (2009b).

Sin embargo, este problema no es tan simple como parece, puesto que para la reconstrucción de las imágenes se necesitan algoritmos especializados. Actualmente existen dos grandes tipos de algoritmos: aquellos basados en transformaciones lineales y aquellos con un soporte Bayesiano, no lineal.

Estos últimos tienen una base matemática sólida, pero fueron dejados de lado por su pobre rendimiento computacional. Es por ello que gracias al desarrollo del hardware, especialmente de las GPU, se pretende acelerar estos algoritmos para tener imágenes de mejor calidad en un tiempo menor al que se obtiene con soluciones secuenciales.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1 Estado del arte

La reconstrucción de imágenes usando radiointerferómetros que captan una señal del cielo a medida que rota la tierra es llamado un problema *ill-posed* Chen (2011), debido a la irregularidad de los muestreos Nyquist en el dominio de Fourier. Estos muestreos resultan en *aliasing* o sobreposición de ondas en la imagen debido a los altos lóbulos laterales en la respuesta del *array* de antenas. Es importante entender que obtener imágenes de alta calidad depende tanto de contar con los mejores equipos como con las mejores técnicas de reconstrucción. En ese sentido, cada generación de radiotelescopios involucra un esfuerzo en el desarrollo de *hardware*. Sin embargo, para explotar las capacidades de ese *hardware* se requiere una constante mejora en los enfoques de reconstrucción de imágenes para poder igualar la sensibilidad del receptor.

Durante los últimos 40 años, múltiples técnicas de deconvolución han sido desarrolladas para resolver el problema mencionado anteriormente.

La idea básica detrás de un algoritmo de deconvolución es explotar un conocimiento *a-priori* de la imagen. El primer algoritmo, y la más popular de estas técnicas en el campo de la astronomía, es el método CLEAN propuesto por Högbom Cornwell (2009). Este método se basa en aproximar la imagen usando lo que se denomina como *dirty image*. La *dirty image* se muestra en la ecuación 1.1 y es la imagen obtenida luego de aplicar la transformada de Fourier inversa sobre el conjunto de visibilidades V multiplicada por la función de muestreo $S(u, v)$, tal que $S(u, v) = 1$ donde exista una visibilidad y $S(u, v) = 0$ si no existe. Las coordenadas (u, v) representan las coordenadas de las mediciones en el plano de Fourier esparcidos de forma irregular. Por otra parte los puntos (x, y) representan las coordenadas planas en la imagen escalada.

$$I^D(x, y) = \int \int V(u, v) S(u, v) e^{2\pi i(ux+vy)} du dv \quad (1.1)$$

CLEAN supone que la imagen verdadera (I^T) puede ser obtenida mediante un muestreo completo en el dominio de Fourier como en la ecuación 1.2.

$$I^T(x, y) = \int \int V(u, v) e^{2\pi i(ux+vy)} du dv \quad (1.2)$$

Luego por el teorema de la convolución se tiene que:

$$I^D(x, y) = I^T(x, y) * B(x, y) \quad (1.3)$$

Donde $B(x, y)$ es la PSF(*point spread function*) llamada *dirty beam* que se calcula de la siguiente forma:

$$B(x, y) = \int \int S(u, v) \exp\{2\pi j(ux + vy)\} du dv \quad (1.4)$$

Por lo tanto, CLEAN asume que la imagen es una colección de fuentes puntuales e iterativamente remueve fuentes puntuales para crear una imagen de residuos.

Sin embargo, este método posee tanto deficiencias técnicas como matemáticas. Esto debido a que CLEAN no ofrece una alternativa de regularización del problema y tampoco una interpretación estadística del resultado que entrega Taylor et al. (1999). Además, CLEAN no tiene una convergencia definida por lo que debe iterarse según la apreciación que el usuario tiene de la imagen. Además, el problema de la reconstrucción de una imagen consiste en seleccionar una solución de muchas posibles y CLEAN sólo selecciona una probable imagen de un conjunto de soluciones factibles.

Otra técnica de deconvolución importante es el método de máxima entropía (MEM), que consiste en seleccionar una imagen que se ajuste a las visibilidades observadas dentro de un nivel de ruido y cuyos píxeles satisfagan la restricción de máxima entropía.

Esta técnica ha sido modificada a lo largo de los años de tal forma de probar diversas funciones y formas de entropía. Estas formas fueron propuestas en Frieden (1972); Gull & Daniell (1978); Ables (1974); Wernecke & D'Addario (1977). Por ejemplo, Frieden (1972) y Gull & Daniell (1978) consideran distribuciones de intensidad dispersas aleatoriamente en el cielo. Es por ello que la entropía que se utiliza en este trabajo es de la forma: $\sum_i \frac{I_i}{I_s} \log(\frac{I_i}{I_s})$, donde $I_i = I(x_i, y_i)$ e $I_s = \sum_i I_i$. En Ables (1974) y Wernecke & D'Addario (1977) se utiliza una entropía de la forma $\sum_i \log I_i$.

Por otro lado, tomando en cuenta que MEM es un problema no lineal, Cornwell y Evans Cornwell & Evans (1985) modifican el algoritmo de minimización de MEM usando Newton-Raphson.

Si bien MEM produce una imagen positiva en un rango definido de píxeles haciendo que la imagen final sea suave y que tenga una super-resolución en brillos y objetos aislados, al ser un problema no lineal, su costo en tiempo computacional es muy alto Taylor et al. (1999).

Más allá de estas dos técnicas, existen otros algoritmos que no son tan famosos en las astronomía. Por ejemplo, han sido desarrollada una técnica de mínimos cuadrados globales no-negativos *Global nonnegative least squares*(LS) propuesta por Briggs Briggs (1995). Esto es una técnica basada en matrices paramétricas como la de mínima varianza (*LS minimum variance imaging*, LS-MVI) Leshem & Jan Van Der Veen (2000), y por último una técnica de máxima verosimilitud *Maximum likelihood* Ben-David & Leshem (2008).

Por otro lado, las tarjetas gráficas, o GPU, son *hardware* que durante los últimos años

han pasado de ser de propósito particular, es decir, sólo útil para juegos, películas 3D e interfaces gráficas, a ser de propósito general (GPGPU). Esto gracias a que en los últimos años se ha visto una explosión en el interés científico por aprovechar las capacidades de estos *chips* para llevar a cabo aplicaciones y cálculos de propósito general. Así es como las GPGPU han sido utilizadas para llevar a cabo simulaciones, aplicaciones de visión por computador, procesamiento y análisis de señales, procesamiento de imágenes y minería de datos Owens et al. (2007).

Recientemente, se propuso un enfoque que busca realizar inferencias Bayesianas para observaciones radioastronómicas (BIRO) Lochner et al. (2015). Este enfoque lleva a cabo una inferencia Bayesiana para muestrear un conjunto de parámetros representando un modelo del cielo para proponer las visibilidades que mejor se ajusten a éste. Este trabajo parametriza la imagen en un conjunto reducido de parámetros, y no reconstruye la imagen en sí, sino un modelo de imagen, restringido a puntos y funciones Gaussianas. Además se ha propuesto Montblanc Perkins et al. (2015), una implementación en GPU en apoyo a BIRO y que permite paralelizar la proposición de visibilidades.

1.2.2 Definición del problema

El radio observatorio ALMA Peck & Beasley (2008) entrega datos observacionales en el espectro de radio frecuencias con una resolución nunca antes lograda. Para una observación dada, este instrumento recoge un subconjunto discreto y disperso (no regular) de la transformada de Fourier de la imagen. La cantidad de muestras (visibilidades) depende del objeto que se esté observando y del tiempo de observación. La Tabla 1.1 muestra el número de visibilidades observadas de el set de datos HLTau muestrado en la banda de frecuencia 6 y su respectivo valor en bytes. Este último número es calculado multiplicando el número de visibilidades observadas por la suma bytes de las variables utilizadas, tal como, las coordenadas de las visibilidades en el plano de Fourier, las visibilidades que contienen una parte real e imaginaria y la varianza asociada a éstas. Cada una de estas variables es considerada un *double* por lo cual cada una tiene un valor de 8 bytes. Cabe destacar que si bien el número de bytes no es tan alto, para cada objeto observado se muestrean diferentes características como las moléculas de monóxido de carbono, las moléculas de bicarbonato, entre otras. Además, también es importante tomar en cuenta que los objetos se muestrean en distintas bandas de frecuencias. Sin embargo, el problema de reconstruir la imagen no pasa simplemente por usar la transformada inversa del conjunto de puntos. Pues como se dijo anteriormente, los puntos recolectados no coinciden con una grilla regular. Este problema es conocido en matemáticas como “*Fourier Synthesis*” Maréchal & Wallach (2009) y sorprendentemente aún se encuentra como una floreciente línea de investigación en el campo del

análisis armónico Román (2012).

Tabla 1.1: Datos HLTau Band 6

Set de datos	Número de visibilidades	Bytes
HLTau - Band 6	5.343.914	213.756.560

Son variados los métodos que permiten reconstruir una imagen a partir de muestras dispersas y no regulares en el espacio Fourier. Entre ellos se encuentran los conocidos métodos CLEAN Cornwell (2009) y MEM Narayan & Nityananda (1986), en donde el primero es un algoritmo basado en transformaciones lineales y el segundo basado en la teoría Bayesiana. Ambos son conocidos particularmente en el campo de la astronomía.

El algoritmo CLEAN provee una solución basada en representar la imagen mediante un conjunto de fuentes puntuales. La imagen final, mejor conocida como la imagen CLEAN, es la suma de todos los componentes de los puntos convolucionados con el *CLEAN beam*, esto es, la imagen de una función Gaussiana, con el fin de restar importancia a las frecuencias espaciales más altas que suelen ser falsamente extrapoladas Taylor et al. (1999). Finalmente, CLEAN es un procedimiento cuyo objetivo es generar una imagen de residuos con variaciones homogéneas y similares al ruido térmico presente en los datos.

Como se menciona en la sección 1.2.1, CLEAN posee deficiencias técnicas y matemáticas, a pesar de su éxito y su uso actual en ALMA.

Sin embargo, este método sigue siendo utilizado como una herramienta diaria por la comunidad astronómica y es preferido de acuerdo a su eficiencia computacional, pese a que los algoritmos Bayesianos tales como MEM, generan mejores imágenes y gozan de mayor sustento estadístico. Sin embargo, estos últimos no se utilizan porque se desconocen sus propiedades estadísticas, debido a que no existe una estrategia de paralelización que provea soluciones de forma rápida y que permita estudiar el rendimiento a nivel de calidad de imágenes del algoritmo.

En ese sentido la pregunta de investigación que se desea responder es: ¿El algoritmo MEM produce imágenes de mejor calidad que CLEAN?

También es importante mencionar que MEM tiene un enfoque Bayesiano que tiene como resultado una función no lineal. Para minimizar este tipo de funciones existen distintos tipos de métodos de optimización, como por ejemplo, el método de gradiente conjugado Hager & Zhang (2006). Por lo tanto, el desafío técnico de este trabajo es diseñar una estrategia de paralelización en una arquitectura SIMT para este problema.

1.3 SOLUCIÓN PROPUESTA

1.3.1 Características de la solución

Se pretende llevar a cabo el desarrollo de un algoritmo de reconstrucción basado en el principio de máxima entropía, aplicando una estrategia de paralelización en múltiples GPU y usando la plataforma de computación paralela CUDA, para luego caracterizar el algoritmo a nivel de calidad de imagen.

En MEM, la imagen y los datos son considerados variables aleatorias con distribuciones de probabilidad conocidas.

Sea $P(V|I)$ la probabilidad de ver las visibilidades V dada la imagen I y sea $P(I)$ un conocimiento *a priori* de la imagen. Entonces mediante el teorema de Bayes se obtiene:

$$P(I|V) = \frac{P(V|I)P(I)}{P(V)} \quad (1.5)$$

La probabilidad $P(V|I)$ puede ser aproximada mediante el hecho de que las visibilidades están corruptas por un ruido Gaussiano. Entonces dada la función modelo de visibilidades $V_k^m(I)$ y las varianzas observadas σ_k la probabilidad puede modelarse como lo muestra la ecuación 1.6, donde V_k^O son las visibilidades observadas.

$$P(V|I) \propto \exp \left\{ - \sum_k^Z \left| \frac{V_k^m(I) - V_k^O}{\sigma_k} \right|^2 \right\} \quad (1.6)$$

El *prior* $P(I)$ se considera una distribución multinomial de una intensidad total discreta que cubre la imagen completa. Sea n el número de píxeles y sea N_i el número de fotones en el píxel i , el *prior* puede expresarse de la forma:

$$P(I) = \frac{N!}{n^N \prod_i N_i!} \quad (1.7)$$

Donde $N = \sum_i N_i$ y la intensidad de la imagen en el píxel i es interpretado en el modelo como $I_i \propto N_i$.

El término $P(V)$ en la ecuación 1.5 es independiente de I , por lo tanto no forma parte de la ecuación. Usando logaritmo y la aproximación de Stirling para factoriales y además omitiendo constantes aditivas relevantes el problema de reconstrucción de la imagen se convierte en la búsqueda de una imagen que satisfaga la probabilidad Maximum a Posteriori(MAP).

$$\arg \max_I \left\{ -\frac{1}{2} \sum_k^Z \left| \frac{V_k^m(I) - V_k^O}{\sigma_k} \right|^2 - \lambda \sum_i^n I_i \log \frac{I_i}{G} \right\} \quad (1.8)$$

Se reconoce al primer término de la ecuación 1.8 como χ^2 y al segundo como la entropía de Shannon S . Estos dos parámetros son relevantes en el modelo, así como λ que tiene un rol similar a los multiplicadores de Lagrange y actúa como un penalizador.

Finalmente, se cambia el signo de la ecuación 1.8, convirtiendo el problema en una minimización.

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_k^Z \left| \frac{V_k^m(I) - V_k^o}{\sigma_k} \right|^2 + \lambda \sum_i^n I_i \log \frac{I_i}{G} \quad (1.9)$$

La Ecuación 1.9 es no lineal y se debe minimizar con algoritmos apropiados, como por ejemplo, el método de gradiente conjugado Polak-Ribiere Polak & Ribiere (1969).

Cabe destacar, que este cálculo debe ser llevado a cabo para cada frecuencia, es por ello que cada GPU calculará Φ y $\nabla\Phi$ para cada frecuencia, para luego hacer una reducción en una única GPU.

1.3.2 Propósitos de la solución

El propósito de la solución es caracterizar el algoritmo MEM a nivel de calidad de imagen con el fin de darle a conocer a la comunidad astronómica sus propiedades, de manera que se transforme en una alternativa real para obtener imágenes de gran resolución y poco ruido en un tiempo acotado y de manera práctica.

1.4 OBJETIVOS Y ALCANCE DEL PROYECTO

1.4.1 Objetivo general

El objetivo general del proyecto es diseñar y caracterizar un algoritmo de alto rendimiento basado en el método de máxima entropía (MEM), es decir, medir parámetros de rendimiento, resolución y nivel de ruido de las imágenes reconstruidas a partir de datos sintéticos para proveer a la comunidad astronómica una solución de reconstrucción de imágenes que sea de uso práctico y que además genere imágenes de mejor calidad que los algoritmos usados actualmente. .

1.4.2 Objetivos específicos

1. Formular matemáticamente el método MEM.
2. Diseñar una estrategia de paralelización en múltiples GPU para el método.
3. Llevar a cabo una implementación en múltiples GPU mediante la plataforma de computación paralela *CUDA*.
4. Evaluar el rendimiento computacional, comparando los tiempos de ejecución de la solución a implementar en multi-GPU y la versión multi-hebreada de MEM existente.
5. Evaluar la calidad de la imagen obtenida, comparando la imagen obtenida con la imagen CLEAN respectiva que usan los astrónomos actualmente.

1.4.3 Alcances

Lorem ipsum dolor sit cuchufli barquillo bacán jote gamba listeilor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí.

1.5 METODOLOGÍA Y HERRAMIENTAS UTILIZADAS

1.5.1 Metodología

Lorem ipsum dolor sit cuchufli barquillo bacán jote gamba listeilor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí.

1.5.2 Herramientas de desarrollo

Lorem ipsum dolor sit cuchuflí barquillo bacán jote gamba listeilor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí.

1.6 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

Lorem ipsum dolor sit cuchuflí barquillo bacán jote gamba listeilor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí.

CAPÍTULO 2. CUERPO DE LA TESIS

2.1 PRIMERA PARTE

Lorem ipsum dolor sit cuchuflí barquillo bacán jote gamba listellor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí con la Figura 2.1.

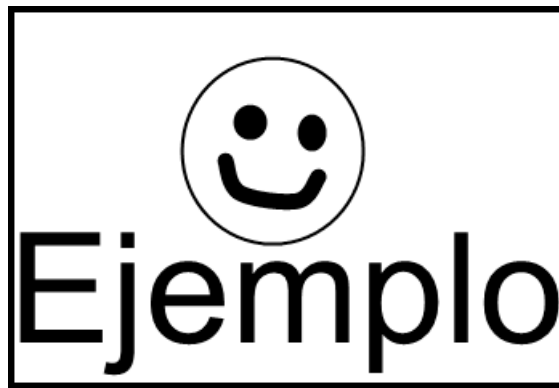


Figura 2.1: Ejemplo de figura.
Fuente: Elaboración propia

2.2 SEGUNDA PARTE

Lorem ipsum dolor sit cuchuflí barquillo bacán jote gamba listellor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí con la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Tabla de ejemplo.

A	B
1	4
2	5
3	6

2.3 TERCERA PARTE

Lorem ipsum dolor sit cuchufli barquillo bacán jote gamba listellor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí con el Algoritmo 2.1.

Algoritmo 2.1: Algoritmo de ejemplo.

Entrada: Entrada de ejemplo.

Salida: Salida de ejemplo.

```
1: if esto está bien then
2:   hacer algo
3: else
4:   hacer otra cosa
5: end if
6: return Retornar ejemplo
```

CAPÍTULO 3. CONCLUSIONES

Lorem ipsum dolor sit cuchufli barquillo bacán jote gamba listeilor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí (?).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ables, J. G. (1974). Maximum Entropy Spectral Analysis. *AAPS*, 15, 383.
- ALMA (2009a). About alma. <http://www.almaobservatory.org/en/about-alma>.
- ALMA (2009b). How does alma work. <http://www.almaobservatory.org/en/about-alma/how-does-alma-work>.
- Ben-David, C., & Leshem, A. (2008). Parametric high resolution techniques for radio astronomical imaging. *IEEE J.Sel.Top.Sig.Proc.*, 2, 670--684.
- Briggs, D. (1995). *High Fidelity Deconvolution of Moderately Resolved Sources*. D. Briggs.
URL <http://books.google.cl/books?id=JTU1GwAACAAJ>
- Chen, W. (2011). The ill-posedness of the sampling problem and regularized sampling algorithm. *Digital Signal Processing*, 21(2), 375 -- 390.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1051200410001454>
- Cornwell, T. J. (2009). Hogbom's clean algorithm. impact on astronomy and beyond. *Astronomy and Astrophysics*, 500(1), 65--66.
- Cornwell, T. J., & Evans, K. F. (1985). A simple maximum entropy deconvolution algorithm. *AAP*, 143, 77--83.
- Frieden, B. R. (1972). Restoring with maximum likelihood and maximum entropy. *J. Opt. Soc. Am.*, 62(4), 511--518.
URL <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josa-62-4-511>
- Gull, S. F., & Daniell, G. J. (1978). Image reconstruction from incomplete and noisy data. *Nature*, 272(5655), 686--690.
URL <http://dx.doi.org/10.1038/272686a0>
- Hager, W. W., & Zhang, H. (2006). A survey of nonlinear conjugate gradient methods. *Pacific Journal of Optimization*, 2(1), 35--58.
- Leshem, A., & Jan Van Der Veen, A. (2000). Radio astronomical imaging in the presence of strong radio interference. *IEEE Trans. on Information Theory*, 46, 1730--1747.
- Lochner, M., Natarajan, I., Zwart, J. T. L., Smirnov, O., Bassett, B. A., Oozeer, N., & Kunz, M. (2015). Bayesian inference for radio observations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 450, 1308--1319.
- Maréchal, P., & Wallach, D. (2009). Fourier synthesis via partially finite convex programming. *Mathematical and Computer Modelling*, 49(11--12), 2206 -- 2212. Trends in Application of Mathematics to Medicine Trends in Application of Mathematics to Medicine.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717708002380>
- Narayan, R., & Nityananda, R. (1986). Maximum entropy image restoration in astronomy. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 24, 127--170.
- Owens, J. D., Luebke, D., Govindaraju, N., Harris, M., Krüger, J., Lefohn, A., & Purcell, T. J. (2007). A survey of general-purpose computation on graphics hardware. *Computer Graphics Forum*, 26(1), 80--113.
URL <http://www.blackwell-synergy.com/doi/pdf/10.1111/j.1467-8659.2007.01012.x>
- Peck, A. B., & Beasley, A. J. (2008). High resolution sub-millimeter imaging with ALMA. *Journal of Physics: Conference Series*, 131(1), 012049.
URL <http://stacks.iop.org/1742-6596/131/i=1/a=012049>

- Perkins, S., Marais, P., Zwart, J., Natarajan, I., & Smirnov, O. (2015). Montblanc: GPU accelerated radio interferometer measurement equations in support of bayesian inference for radio observations. *CoRR*, *abs/1501.07719*.
URL <http://arxiv.org/abs/1501.07719>
- Polak, E., & Ribiere, G. (1969). Note sur la convergence de méthodes de directions conjuguées. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis - Modélisation Mathématique et Analyse Numérique*, (pp. 35--43).
- Román, P. E. (2012). El problema de síntesis de fourier en radio-astronomía y su resolución mediante métodos variacionales. *Revista del Instituto Chileno de Investigación Operativa*, (2), 13--19.
- Taylor, G. B., Carilli, C. L., & Perley, R. A. (Eds.) (1999). *Synthesis Imaging in Radio Astronomy II*, vol. 180 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*. San Francisco: Astronomical Society of the Pacific.
URL http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=1999ASPC..180.....T
- Wernecke, S. J., & D'Addario, L. R. (1977). Maximum entropy image reconstruction. *IEEE Trans. Computers*, 26(4), 351--364.
URL <http://doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/TC.1977.1674845>

ANEXO A. ANEXO DE EJEMPLO

Lorem ipsum dolor sit cuchufli barquillo bacán jote gamba listellor po cahuín, luca melón con vino pichanga coscacho ni ahí peinar la muñeca chuchada al chanco achoclonar. Chorrocientos pituto ubicatex huevo duro bolsero cachureo el hoyo del queque en cana huevón el año del loly hacerla corta impeque de miedo quilterry la raja longi ñecla. Hilo curado rayuela carrete quina guagua lorea piola ni ahí.