

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

“Белорусский государственный университет информатики и
радиоэлектроник”

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Расчетная работа

По дисциплине "Представление и обработка информации в
интеллектуальных системах"

на тему

"Задача нахождения гамильтонова цикла в неориентированном
графе"

Выполнил
Студент группы
121702

Смольник В.А.

Проверил

Загорский А.Г.

Минск 2022

Содержание

Цель	2
Постановка задач	2
1 Список понятий	2
1.1 Графовая структура	2
1.2 Графовая структура с ориентированными связками . .	2
1.3 Графовая структура с неориентированными связками .	3
1.4 Гиперграф	4
1.5 Псевдограф	4
1.6 Мультиграф	5
1.7 Граф	6
1.8 Неориентированный граф	6
1.9 Ориентированный граф	7
1.10 Маршрут	7
1.11 Цепь	8
1.12 Простая цепь, путь	8
1.13 Цикл	9
1.14 Гамильтонов цикл	9
2 Алгоритм (Гамильтонов цикл для неор. графа)	10
3 Тестовые примеры	11
3.1 Тест 1	11
3.2 Тест 2	14
3.3 Тест 3	15
3.4 Тест 4	16
Вывод	17
4 Список литературы	17

Цель:Получить навыки формализации и обработки информации с использованием семантических сетей

Постановка задачи: Найти эксцентриситет каждой вершины неориентированного графа

1 Список понятий

1.1 Графовая структура

Графовая структура (абсолютное понятие) - это такая одноуровневая реляционная структура, объекты которой могут играть роль либо вершины, либо связки:

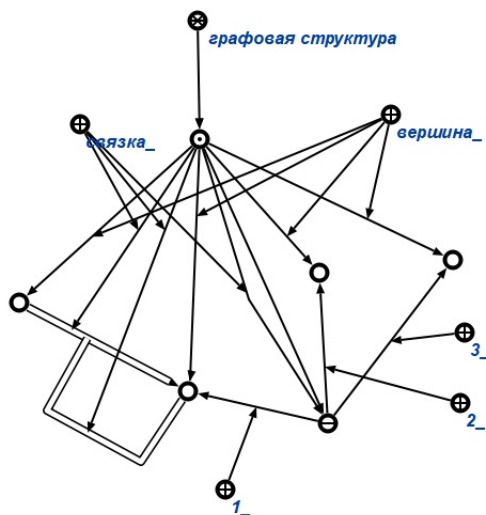


Рис.1 Графовая структура

1.2 Графовая структура с ориентированными связками

Ориентированная связка (относительное понятие, ролевое отношение) –связка, которая задается ориентированным множеством.

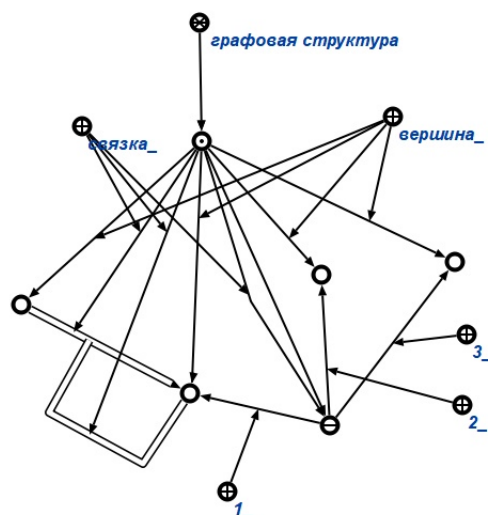


Рис.2 Графовая структура с ориентированными связками

1.3 Графовая структура с неориентированными связками

Неориентированная связка (относительное понятие, ролевое отношение) –связка, которая задается неориентированным множеством.

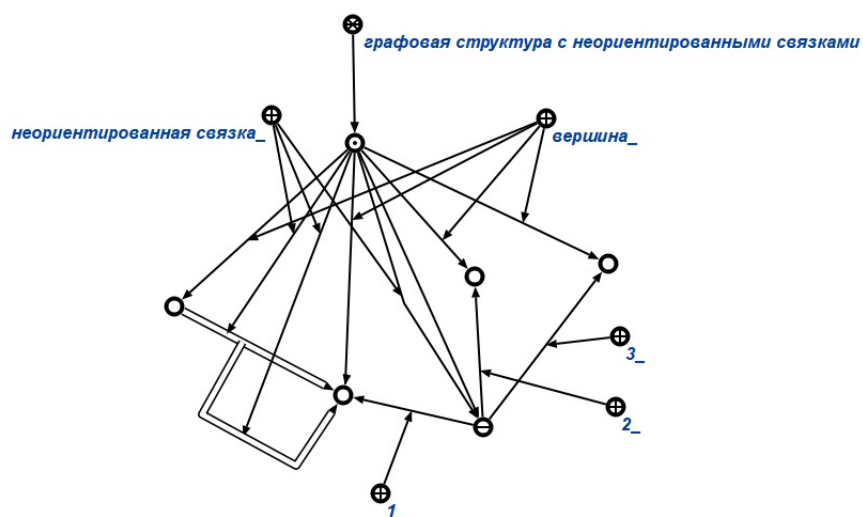


Рис.3 Графовая структура с неориентированными связками

1.4 Гиперграф

Гиперграф (абсолютное понятие) – это такая графовая структура, в которой связки могут связывать только вершины:

- (а) Гиперсвязка (относительное понятие, ролевое отношение);
- (b) Гипердуга (относительное понятие, ролевое отношение) – ориентированная гиперсвязка;
- (с) Гиперребро (относительное понятие, ролевое отношение) – неориентированная гиперсвязка.

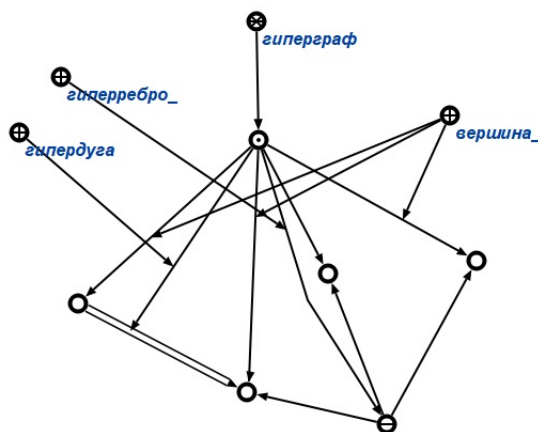


Рис.4 Гиперграф

1.5 Псевдограф

Псевдограф (абсолютное понятие) – это такой гиперграф, в котором все связки должны быть бинарными:

- (а) Бинарная связка (относительное понятие, ролевое отношение) – гиперсвязка арности 2;
- (b) Ребро (относительное понятие, ролевое отношение) – неориентированная гиперсвязка;
- (с) Дуга (относительное понятие, ролевое отношение) – ориентированная гиперсвязка;
- (d) Петля (относительное понятие, ролевое отношение) – бинарная связка, у которой первый и второй компоненты совпадают.

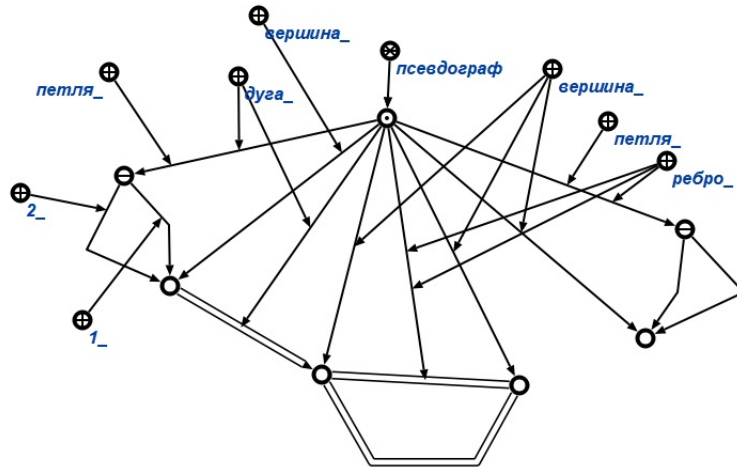


Рис.5 Псевдограф

1.6 Мультиграф

Мультиграф (абсолютное понятие) – это такой псевдограф, в котором не может быть петель:

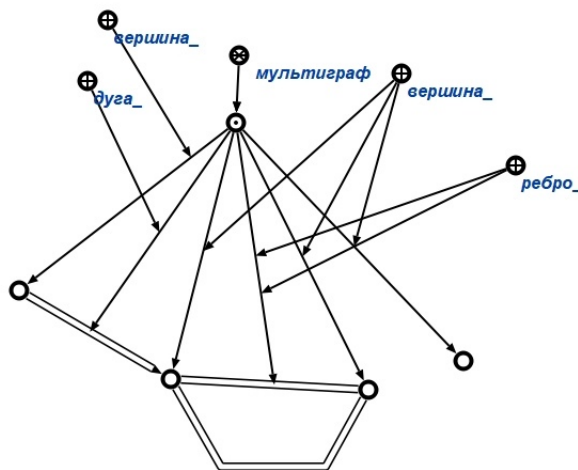


Рис.6 Мультиграф

1.7 Граф

Граф (абсолютное понятие) – это такой мультиграф, в котором не может быть кратных связок, т.е. связок у которых первый и второй компоненты совпадают:

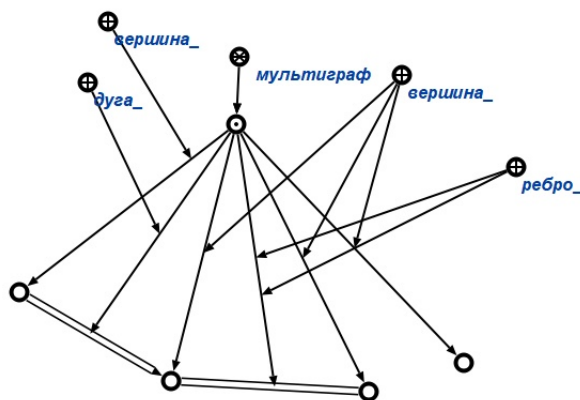


Рис.7 Граф

1.8 Неориентированный граф

Неориентированный граф (абсолютное понятие) – это такой граф, в котором все связки являются ребрами:

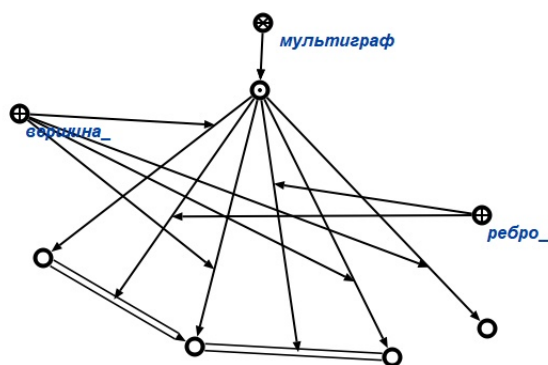


Рис.8 Неориентированный граф

1.9 Ориентированный граф

Ориентированный граф (абсолютное понятие) - это такой граф, в котором все связки являются дугами:

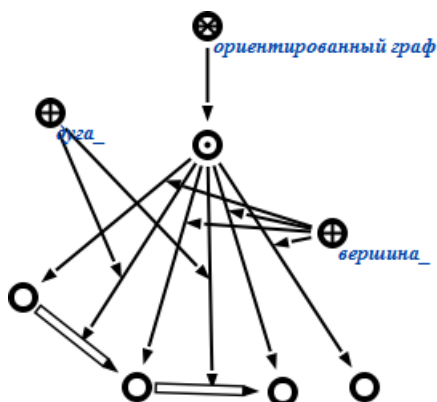


Рис.9 Ориентированный граф

1.10 Маршрут

Маршрут (относительное понятие, бинарное ориентированное отношение) – это чередующаяся последовательность вершин и гиперсвязок в гиперграфе, которая начинается и кончается вершиной, и каждая гиперсвязка последовательности инцидентна

двум вершинам, одна из которых непосредственно предшествует ей, а другая непосредственно следует за ней.

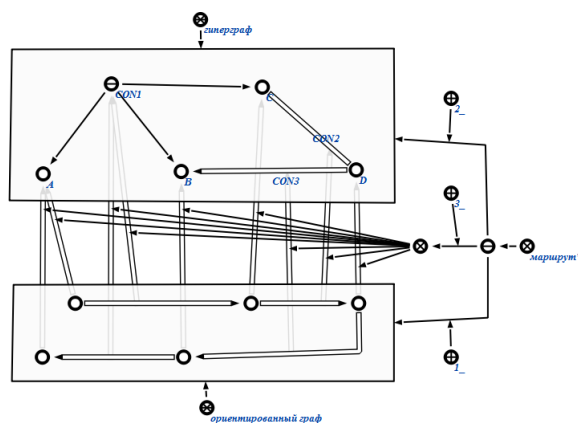


Рис.10 Маршрут

1.11 Цепь

Цепь (относительное понятие, бинарное ориентированное отношение) – это маршрут, все гиперсвязки которого различны. В примере ниже показана цепь A, CON1, C, CON2, D, CON3, B, CON4, A в гиперграфе.

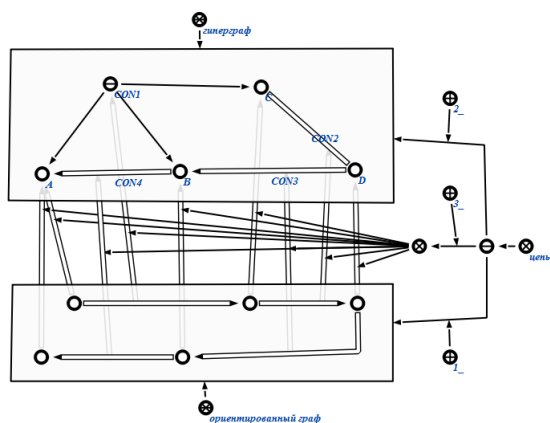


Рис.11 Цепь

1.12 Простая цепь, путь

Простая цепь, путь (относительное понятие, бинарное ориентированное отношение) – это цепь, в которой все вершины различны. В примере ниже показан путь A, CON1, C, CON2, D, CON3, B в гиперграфе.

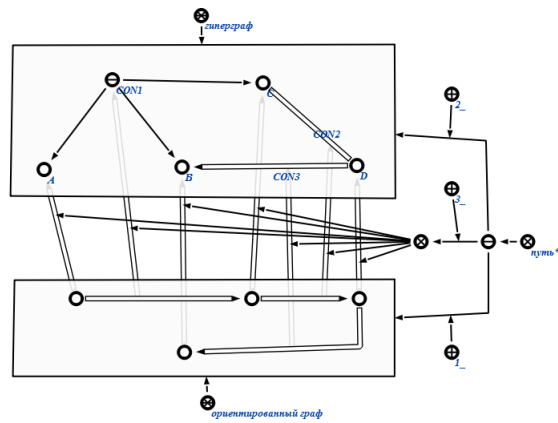


Рис.12 Простая цепь, путь

1.13 Цикл

Цикл - цепь, которая начинается и заканчивается одной вершиной. При этом длиной цикла называют число составляющих его рёбер. В примере ниже показан цикл A, CON1, C, CON2, D, CON3, B

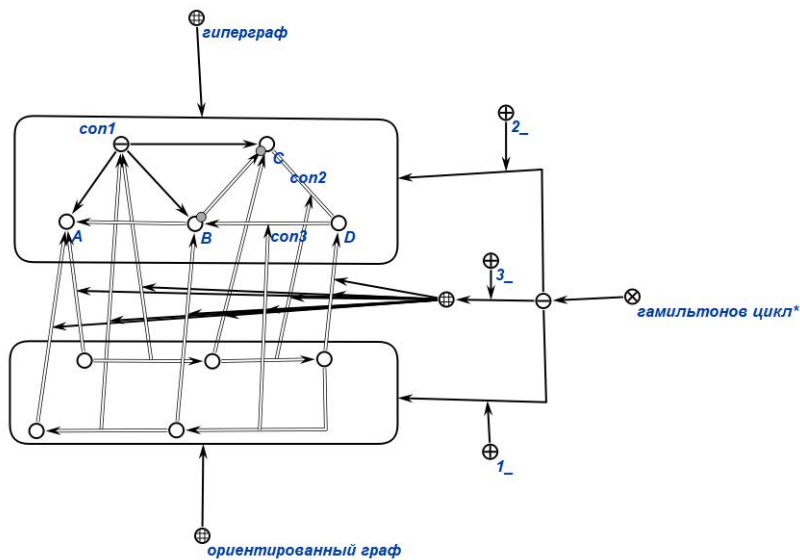


Рис.13 Цикл

1.14 Гамильтонов цикл

Гамильтонов цикл - такой цикл, который проходит через каждую вершину данного графа ровно по одному разу, то есть цикл, в который входит все вершины графа. В примере ниже показан гамильтонов цикл A, CON1, C, CON2, D, CON3, B.

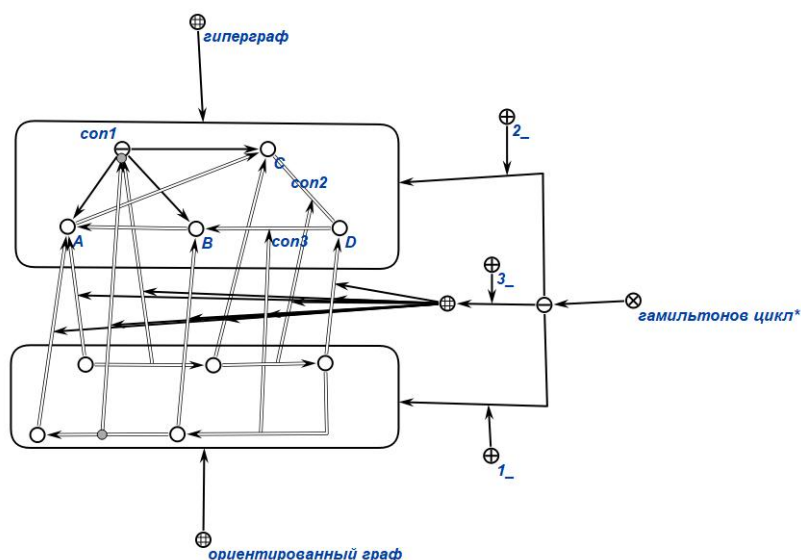


Рис.14 Гамильтонов Цикл

2 Алгоритм (Гамильтонов цикл для неор. графа)

1. Задаем ориентированное множество path, изначально равное пустому множеству;
2. Произвольным образом берем вершину графа, переменной first присваиваем номер вершины графа;
3. В множество path добавляем номер текущей вершины графа;
4. Задаем переменную $i = 1$.
5. Задаем множество children и добавляем в него номера всех вершин, смежных текущей вершине;
6. Рассмотрим несколько случаев:
 - (а) Если значение i -го элемента равно first и мощность множества path равна количеству вершин, то мы нашли Гамильтонов цикл, в множество path добавляем значение переменной first (для замыкания цепи). Цикл будут образовывать вершины, номера которых являются элементами множества path в определенном порядке

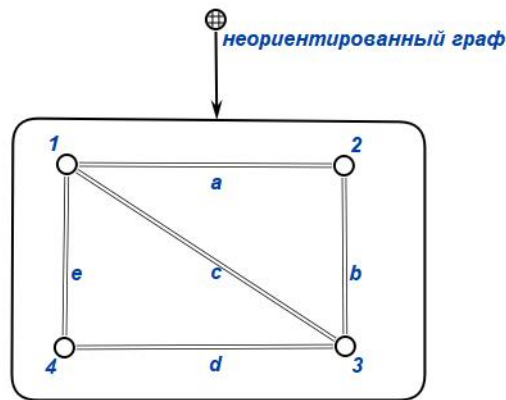
- (b) Если значение i -го элемента равно `first` и размер множества `path` не равен количеству вершин, то переходим к пункту `e`
- (c) Если значение i -го элемента принадлежит множеству `path`, то переходим к пункту `e`;
- (d) Переходим к вершине с номером, равным значению i -го элемента множества `children` и переходим к пункту 3.
- (e) Проверяем наличие непроверенных вершин, смежных текущей вершине:
 - i. Если i меньше мощности множества `children`, то $i=i+1$ и переходим к пункту 6;
 - ii. Рассмотрим два варианта:
 - А. Если мощность множества `path` не равна 1, то возвращаемся к предыдущей вершине (к вершине с номером, равным значению предпоследнего элемента множества `path`), при этом из множества `path` удаляем последний элемент, а переменная i (номер элемента множества `children` при вершине с номером, равным уже последнему элементу множества `path`) увеличивается на 1. Переходим к пункту 5.
 - В. Если мощность множества `path` равна 1, то в данном графе нету Гамильтонова цикла, выходим из программы.

3 Тестовые примеры

3.1 Тест 1

Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



Шаг 1:

Задаем ориентированное множество $\text{path} = \langle \rangle$. Произвольным образом возьмем вершину графа, пусть вершиной графа будет вершина с номером 1. Вводим переменную $\text{first} = 1$ (Поскольку номер первой выбранной вершины равен 1) В множество path добавляем значение переменной first (1)

Шаг 2:

Задаем множество children , элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине. $\text{children} = 2, 4$. Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (2). Поскольку 2 не равно значению first и не принадлежит множеству path , то мы переходим к вершине с номером 2, а в множество $\text{path} = \langle 1 \rangle$ добавляем новый элемент: номер текущей вершины(2).

Шаг 3:

Задаем множество children , элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине. $\text{children} = 1, 3$. Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (1). Поскольку значение 1-го элемента (1) равно значению first , а мощность множества path (2) не равна количеству вершин графа, то берем 2-ой элемент множества children (3). Поскольку 3 не равно значению first и не принадлежит множеству $\text{path} = \langle 1, 2 \rangle$, то мы переходим к вершине с номером 3, а в множество path добавляем новый элемент: номер текущей вершины(3).

Шаг 4:

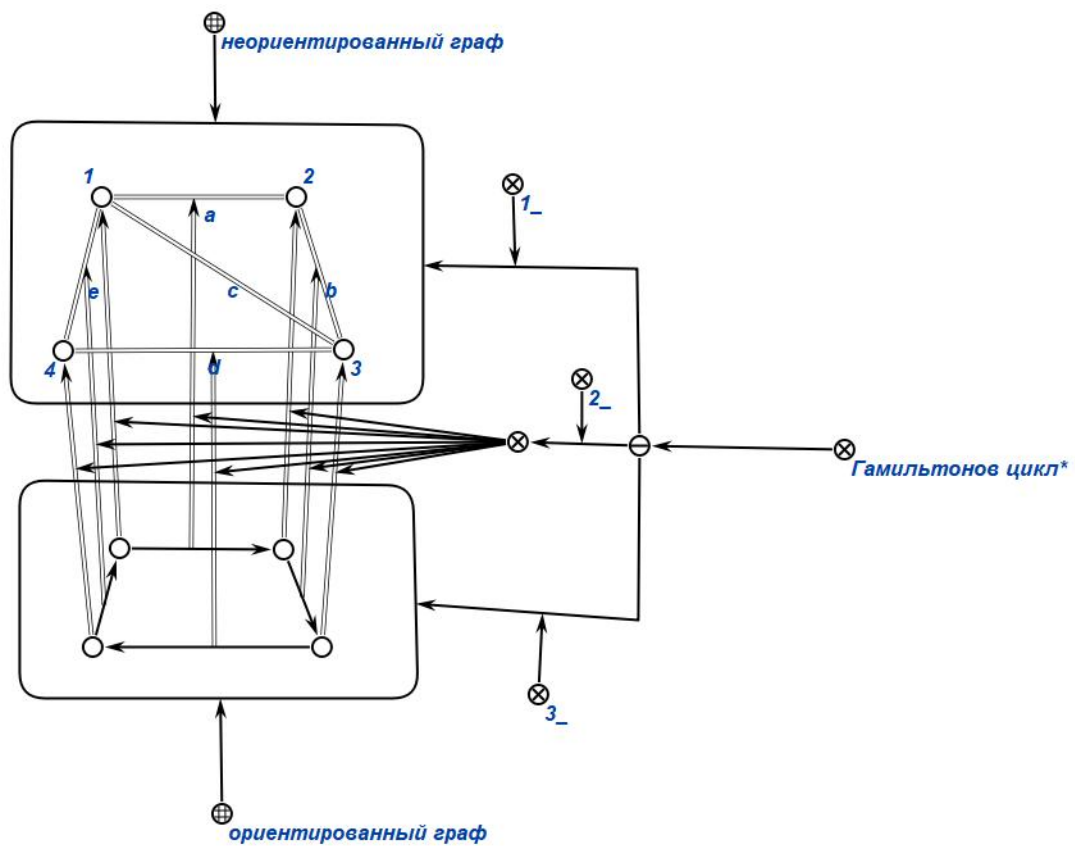
Задаем множество children, элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине. children=1, 2, 4. Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (1). Поскольку значение 1-го элемента (1) равно значению first, а мощность множества path (3) не равна количеству вершин графа, то берем второй элемент множества children(2). Поскольку значение 2-го элемента принадлежит множеству path=<1, 2, 3>, то переходим к третьему элементу множества children (4). Поскольку 4 не равно значению first и не принадлежит множеству path=<1, 2, 3>, то мы переходим к вершине с номером 4, а в множество path добавляем новый элемент: номер текущей вершины(4).

Шаг 5:

Задаем множество children, элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине. children=1, 3. Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (1). Поскольку значение 1-го элемента (1) равно значению first, и мощность множества path (4) равна количеству вершин графа, то мы нашли Гамильтонов цикл. В множество path=<1, 2, 3, 4> добавляем значение переменной first (1). Найденный Гамильтонов цикл будет образован вершинами графа в определенном порядке, номера которых являются элементами ориентированного множества path.

Выход:

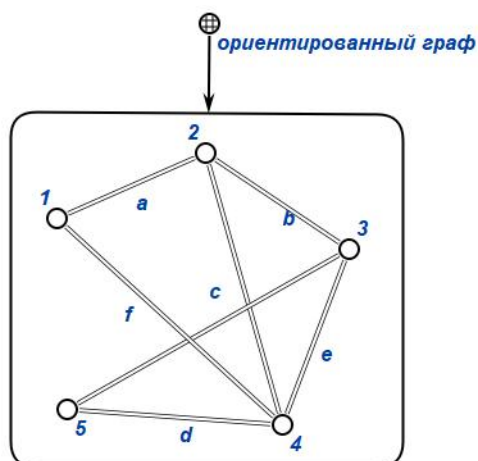
Гамильтонов цикл найден: 1->2->3->4->1.



3.2 Тест 2

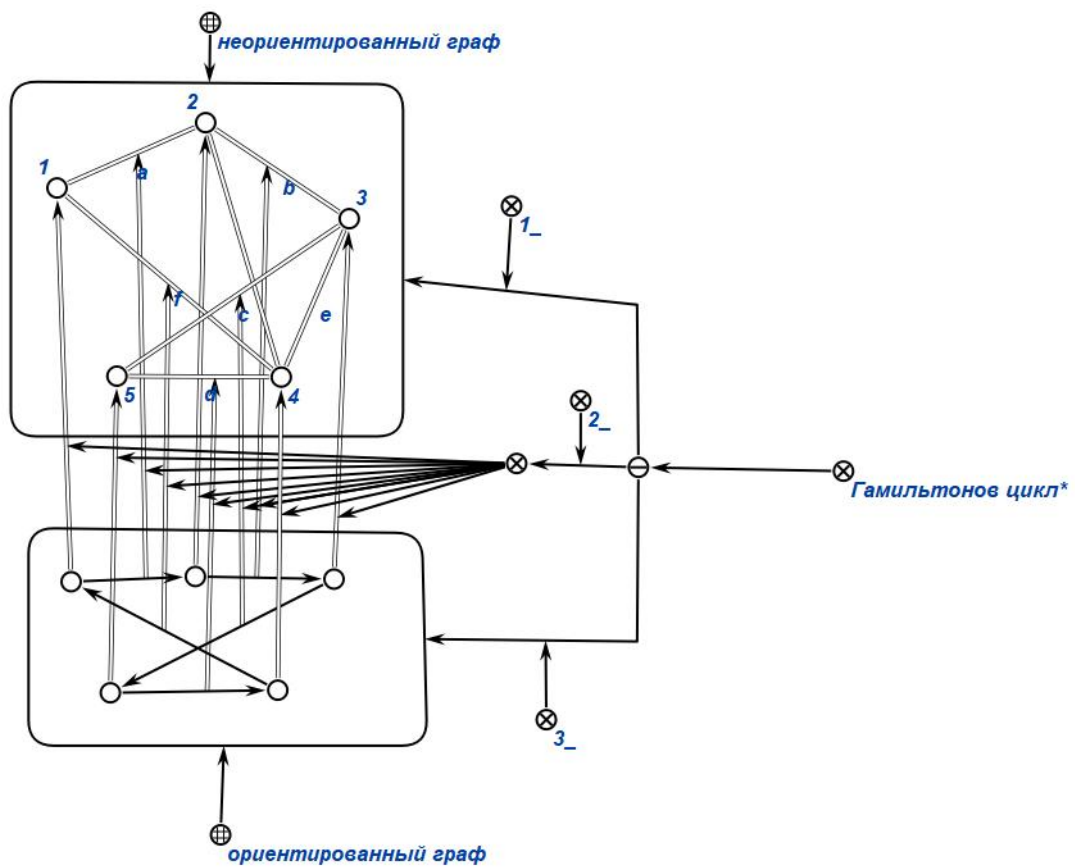
Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



Выход:

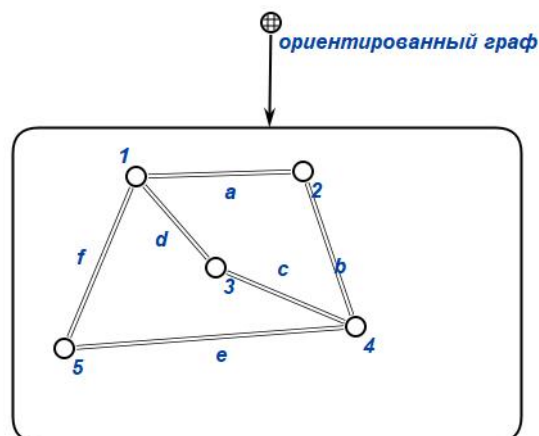
Гамильтонов цикл найден: 1->2->3->5->4->1.



3.3 Тест 3

Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



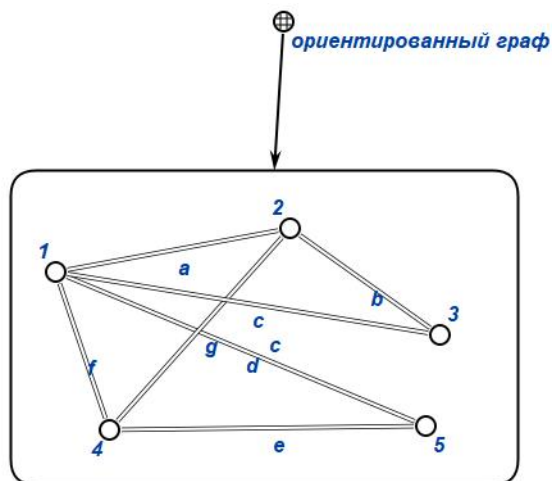
Выход:

Гамильтонов цикл не был обнаружен.

3.4 Тест 4

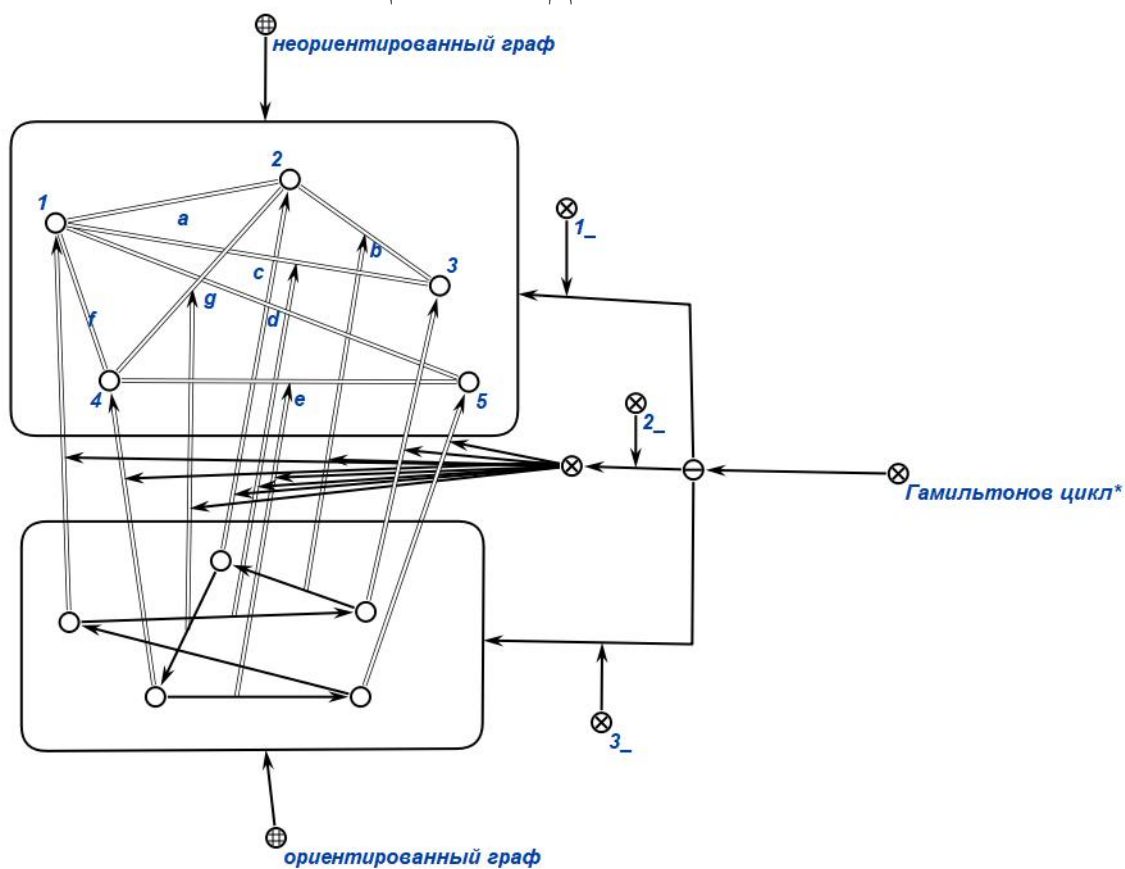
Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



Выход:

Гамильтонов цикл найден: 1->3->2->4->5->1.



Вывод:

В ходе выполнения работы был изучен алгоритм поиска Гамильтонова цикла и применение его в конкретной ситуации. Были изучены понятия графа, мультиграфа, взвешенного графа, псевдографа, гиперграфа, графовой структуры, графовой структуры с ориентированными связками, графовой структуры с неориентированными связками, неориентированного графа, цепи, маршрута, цикла, Гамильтонова цикла.

4 Список литературы

OSTIS GT. База знаний по теории графов OSTIS GT. - 2011. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://ostisgraphstheo.sourceforge.net/index.php>. Дата доступа - 28.03.2022

Гладков Л.А., Курейчик В. В., Курейчик В.М. Дискретная математика. Под ред. В.М. Курейчика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 325с.