

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

“Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроник”

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

### **Расчетная работа**

По дисциплине "Представление и обработка информации в  
интеллектуальных системах"

на тему

"Задача нахождения гамильтонова цикла в неориентированном  
графе"

Выполнил  
Студент группы  
121702

Смольник В.А.

Проверил

Загорский А.Г.

Минск 2022

# Содержание

<b>Цель</b>	<b>2</b>
<b>Постановка задач</b>	<b>2</b>
<b>1 Список понятий</b>	<b>2</b>
1. Графовая структура . . . . .	2
2. Графовая структура с ориентированными связками . . . .	2
3. Графовая структура с неориентированными связками . . .	3
3. Гиперграф . . . . .	4
5. Псевдограф . . . . .	4
6. Мультиграф . . . . .	5
7. Граф . . . . .	6
8. Неориентированный граф . . . . .	6
9. Ориентированный граф . . . . .	7
10. Маршрут . . . . .	7
11. Цепь . . . . .	7
12. Простая цепь . . . . .	8
13. Цикл . . . . .	8
14. Гамильтонов цикл . . . . .	9
<b>2 Алгоритм (Гамильтонов цикл для неор. графа)</b>	<b>10</b>
<b>3 Тестовые примеры</b>	<b>11</b>
3.1 Тест 1 . . . . .	11
3.2 Тест 2 . . . . .	15
3.3 Тест 3 . . . . .	16
3.4 Тест 4 . . . . .	17
<b>Вывод</b>	<b>18</b>

**Цель:**Получить навыки формализации и обработки информации с использованием семантических сетей

**Постановка задачи:** Найти эксцентриситет каждой вершины неориентированного графа

## 1 Список понятий

1. Графовая структура - это такая одноуровневая реляционная структура, объекты которой могут играть роль либо вершины, либо связки:
  - а. Вершина (относительное понятие, ролевое отношение);
  - б. Связка (относительное понятие, ролевое отношение).

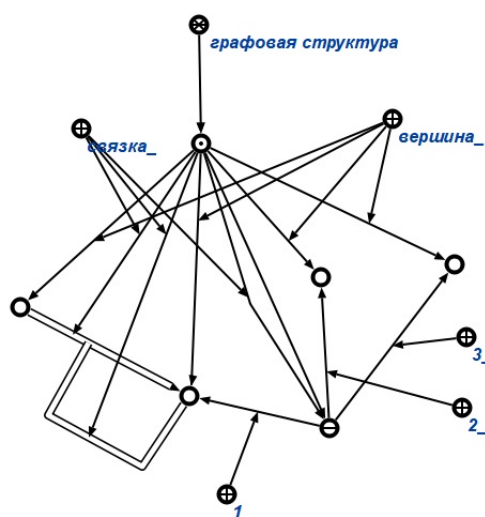


Рис.1 Графовая структура

2. Графовая структура с ориентированными связками (абсолютное понятие)
  - а. Ориентированная связка (относительное понятие, ролевое отношение) –связка, которая задается ориентированным множеством.

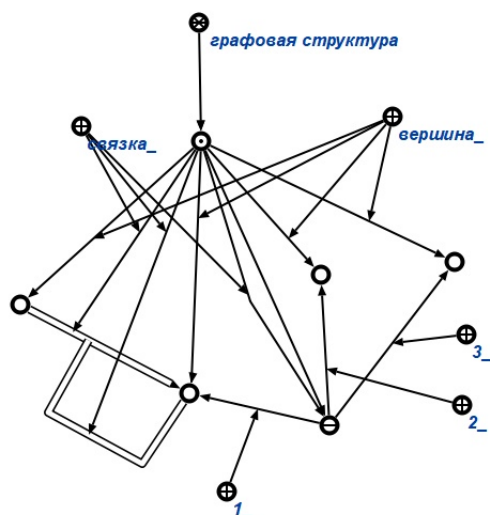


Рис.2 Графовая структура с ориентированными связками

### 3. Графовая структура с неориентированными связками (абсолютное понятие)

а. Неориентированная связка (относительное понятие, ролевое отношение) –связка, которая задается неориентированным множеством.

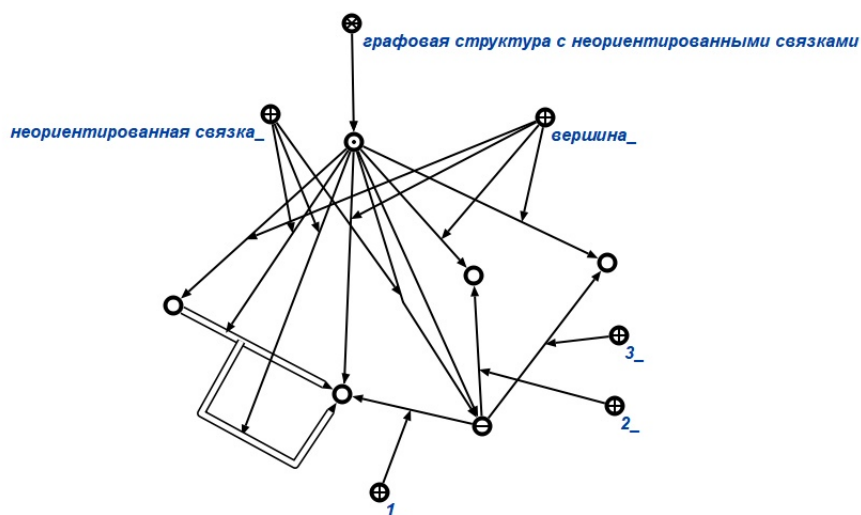


Рис.3 Графовая структура с неориентированными связками

4. Гиперграф (абсолютное понятие) – это такая графовая структура, в которой связки могут связывать только вершины:
- Гиперсвязка (относительное понятие, ролевое отношение);
  - Гипердуга (относительное понятие, ролевое отношение) – ориентированная гиперсвязка;
  - Гиперребро (относительное понятие, ролевое отношение) – неориентированная гиперсвязка.

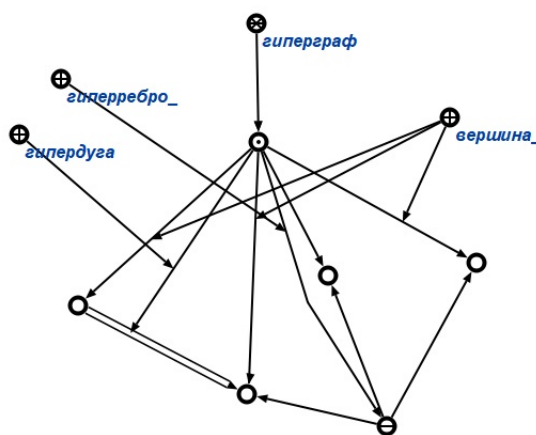


Рис.4 Гиперграф

5. Псевдограф (абсолютное понятие) – это такой гиперграф, в котором все связки должны быть бинарными:
- Бинарная связка (относительное понятие, ролевое отношение) – гиперсвязка арности 2;
  - Ребро (относительное понятие, ролевое отношение) – неориентированная гиперсвязка;
  - Дуга (относительное понятие, ролевое отношение) – ориентированная гиперсвязка;
  - Петля (относительное понятие, ролевое отношение) – бинарная связка, у которой первый и второй компоненты совпадают.

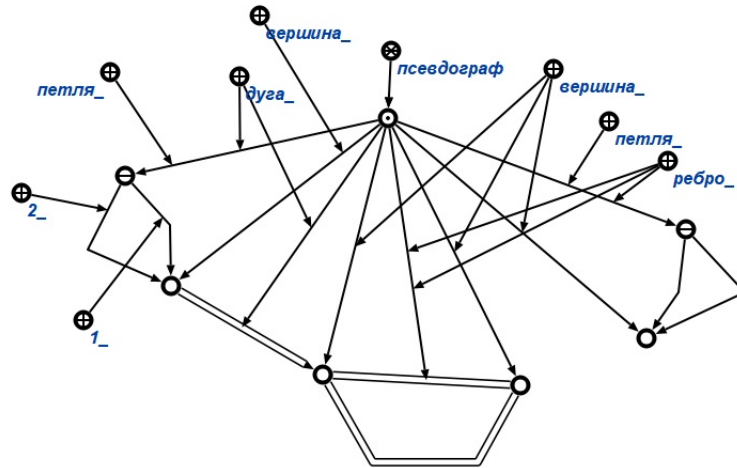


Рис.5 Псевдограф

6. Мультиграф (абсолютное понятие) – это такой псевдограф, в котором не может быть петель:

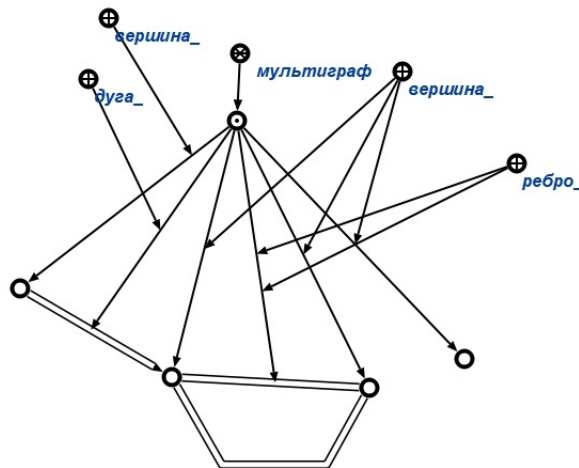


Рис.6 Мультиграф

7. Граф (абсолютное понятие) – это такой мультиграф, в котором не может быть кратных связок, т.е. связок у которых первый и второй компоненты совпадают:

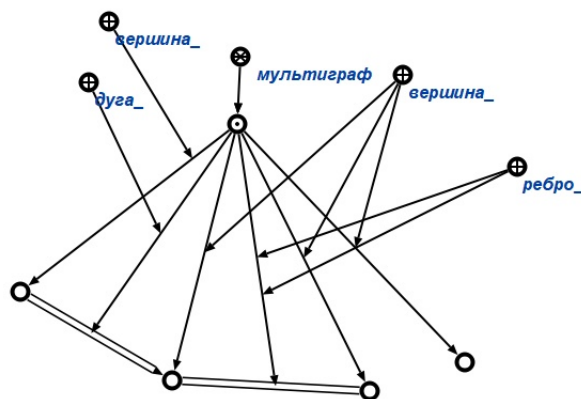


Рис.7 Граф

8. Неориентированный граф (абсолютное понятие) – это такой граф, в котором все связки являются ребрами:

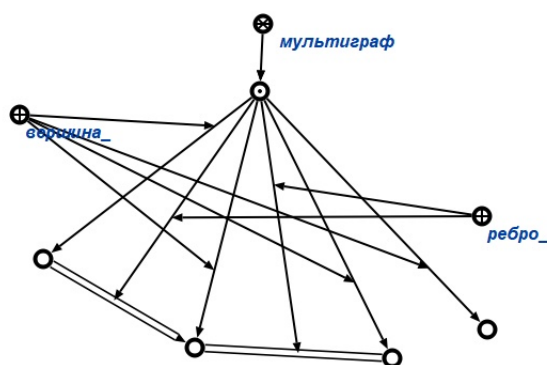


Рис.8 Неориентированный граф

9. Ориентированный граф (абсолютное понятие) - это такой граф, в котором все связи являются дугами:

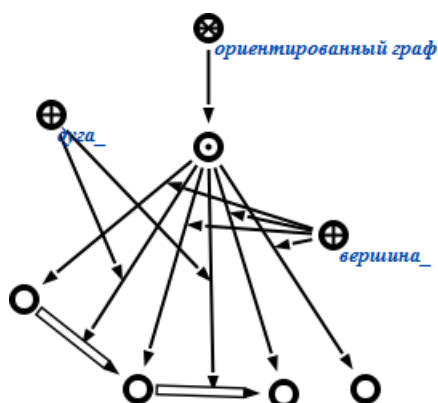


Рис.9 Ориентированный граф

10. Маршрут (относительное понятие, бинарное ориентированное отношение) – это чередующаяся последовательность вершин и гиперсвязок в гиперграфе, которая начинается и кончается вершиной, и каждая гиперсвязка последовательности инцидентна двум вершинам, одна из которых непосредственно предшествует ей, а другая непосредственно следует за ней.

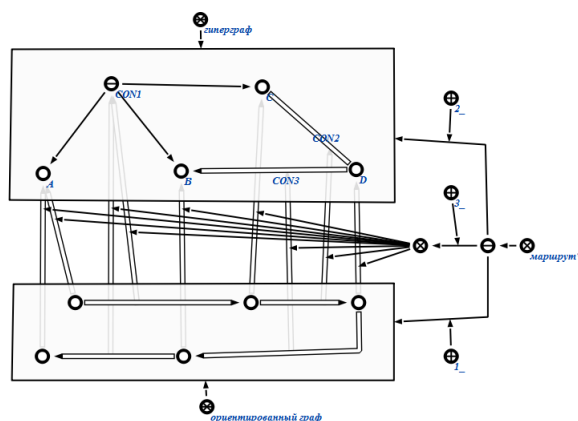


Рис.10 Маршрут

11. Цепь (относительное понятие, бинарное ориентированное отношение) – это маршрут, все гиперсвязки которого различны. В примере ниже показана цепь A, CON1, C, CON2, D, CON3, B, CON4, A в гиперграфе.



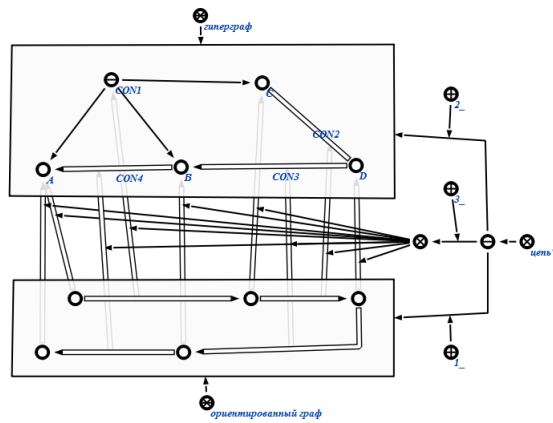


Рис.11 Цепь

12. Простая цепь, путь (относительное понятие, бинарное ориентированное отношение) – это цепь, в которой все вершины различны. В примере ниже показан путь А, CON1, С, CON2, D, CON3, В в гиперграфе.

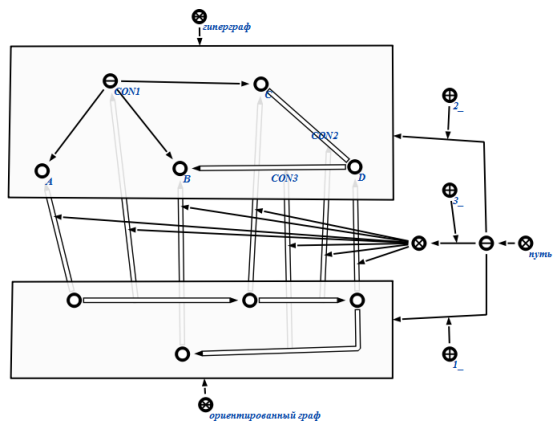


Рис.12 Простая цепь, путь

13. Цикл - цепь, которая начинается и заканчивается одной вершиной. При этом длиной цикла называют число составляющих его рёбер. В примере ниже показан цикл А, CON1, С, CON2, D, CON3, В

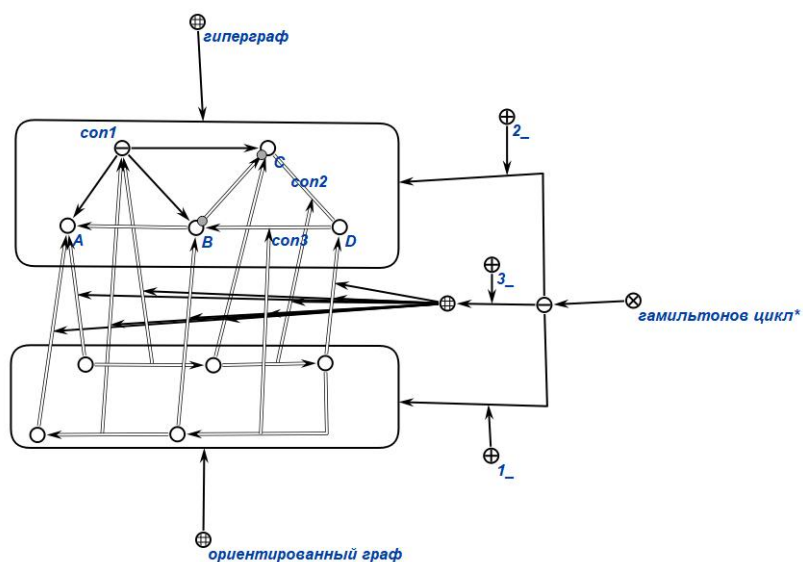


Рис.13 Цикл

14. Гамильтонов цикл - такой цикл, который проходит через каждую вершину данного графа ровно по одному разу, то есть цикл, в который входит все вершины графа. В примере ниже показан гамильтонов цикл A, CON1, C, CON2, D, CON3, B.

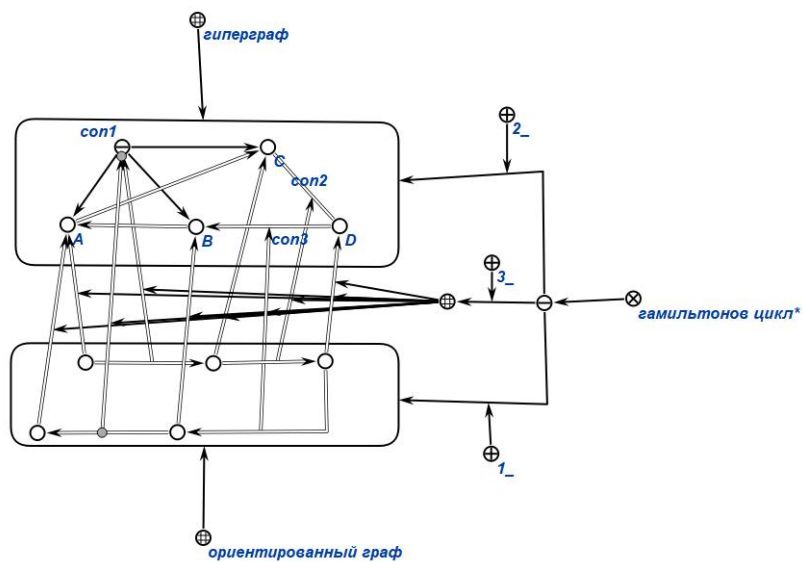


Рис.14 Гамильтонов Цикл

## 2 Алгоритм (Гамильтонов цикл для неор. графа)

1. Задаем ориентированное множество  $path$ , изначально равное пустому множеству;
2. Произвольным образом берем вершину графа.
3. В множество  $path$  добавляем номер текущей вершины графа;
4. Задаем множество  $children$  и добавляем в него номера всех вершин, смежных текущей вершине, начинаем рассмотрение с первого элемента множества  $children$ ;
5. Рассмотрим несколько случаев:
  - (a) Если значение просматриваемого элемента множества  $children$  равно  $first$  и мощность множества  $path$  равна количеству вершин, то мы нашли Гамильтонов цикл, в множество  $path$  добавляем первый элемент множества  $path$  (для замыкания цепи). Цикл будут образовывать вершины, номера которых являются элементами множества  $path$  в определенном порядке
  - (b) Если значение просматриваемого элемента множества  $children$  равно  $first$  и размер множества  $path$  не равен количеству вершин, то переходим к пункту e
  - (c) Если значение просматриваемого элемента множества  $children$  принадлежит множеству  $path$ , то переходим к пункту e;
  - (d) Переходим к вершине с номером, равным значению просматриваемого элемента множества  $children$  и переходим к пункту 3.
  - (e) Проверяем наличие непроверенных вершин, смежных текущей вершине:
    - i. Если текущий элемент не является последним элементом в множестве  $children$ , то берем следующий элемент (после текущего) множества  $children$  и переходим к пункту 5;
    - ii. Рассмотрим два варианта:

- А. Если мощность множества  $path$  не равна 1, то возвращаемся к предыдущей рассматриваемой вершине (к вершине с номером, равным значению предпоследнего элемента множества  $path$ ), при этом из множества  $path$  удаляем последний элемент, переходим к следующему элементу из множества  $children$  (при вершине с номером, равным уже последнему элементу множества  $path$ ). Переходим к пункту 4.
- В. Если мощность множества  $path$  равна 1, то в данном графе нету Гамильтонова цикла, выходим из программы.

### 3 Тестовые примеры

#### 3.1 Тест 1

##### Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.

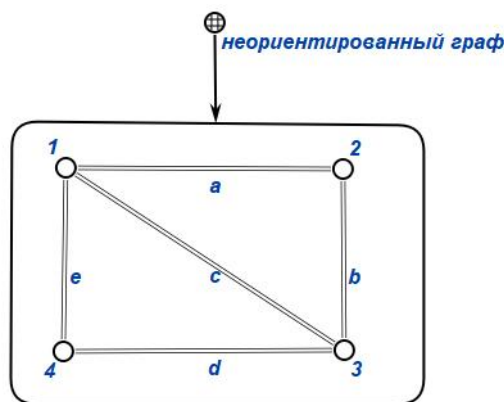


Рис. 15 Неориентированный граф для поиска Гамильтонова цикла

##### Шаг 1:

Задаем ориентированное множество  $path = \langle \rangle$ . Произвольным образом возьмем вершину графа, пусть вершиной графа будет вершина с номером 1. В множество  $path$  добавляем значение переменной  $first$  (1). Задаем множество  $children$ , элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине.

children = 2, 3, 4.

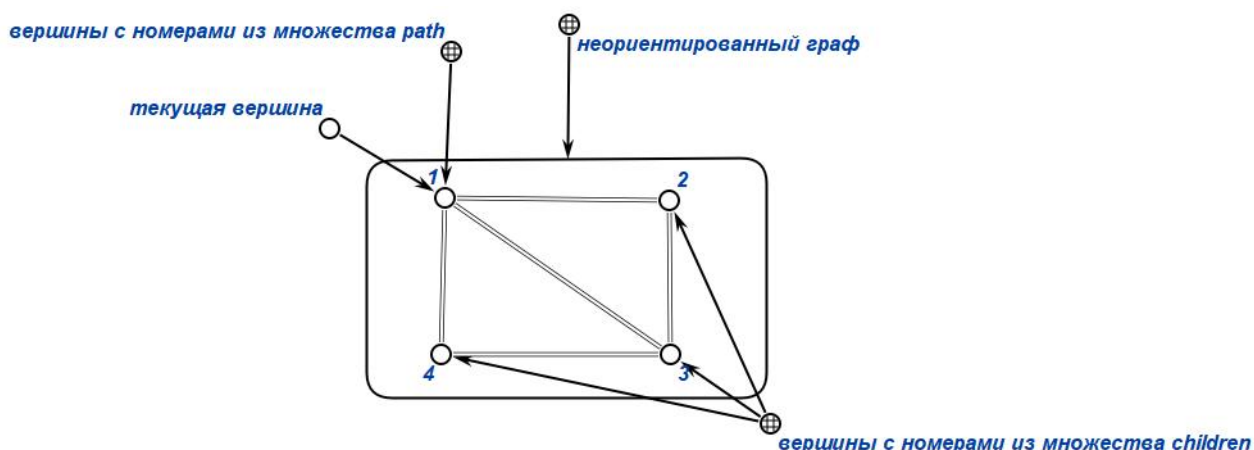


Рис.16 Шаг 1

## Шаг 2:

Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (2). Поскольку 2 не равно значению первого элемента множества path и не принадлежит множеству path, то мы переходим к вершине с номером 2, а в множество path= $\langle 1 \rangle$  добавляем новый элемент: номер текущей вершины (2). Задаем множество children, элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине. children= $\{1, 3\}$ .

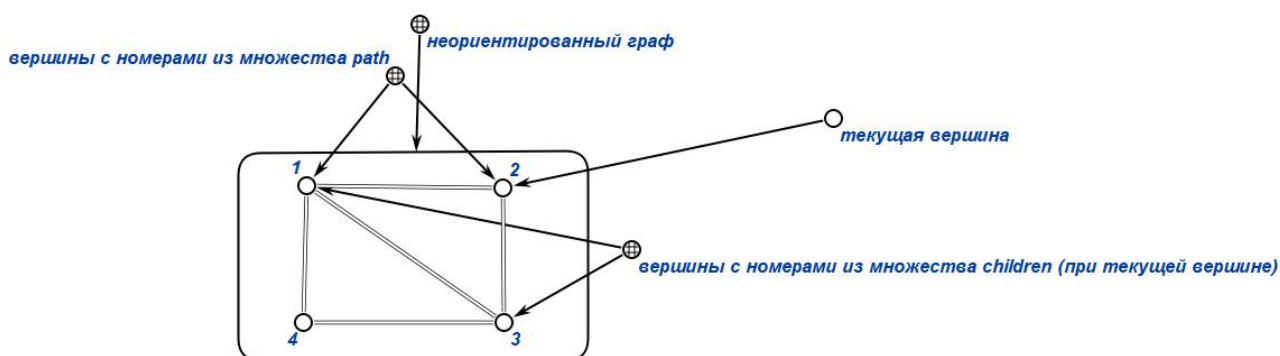


Рис.17 Шаг 2

## Шаг 3:

Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (1). Поскольку значение 1-го элемента (1) равно значению первого

элемента множества  $path$ , а мощность множества  $path$  (2) не равна количеству вершин графа, то берем 2-ой элемент множества  $children$  (3). Поскольку 3 не равно значению  $first$  и не принадлежит множеству  $path = \langle 1, 2 \rangle$ , то мы переходим к вершине с номером 3, а в множество  $path$  добавляем новый элемент: номер текущей вершины(3). Задаем множество  $children$ , элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине.  $children = \{1, 2, 4\}$ .

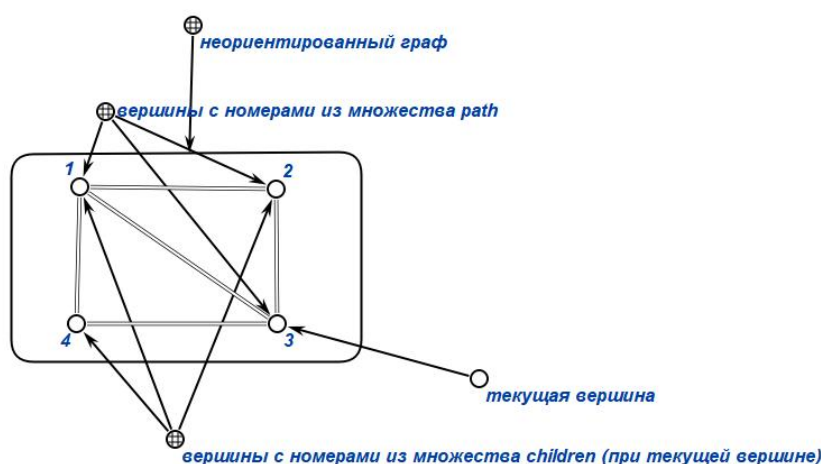


Рис.18 Шаг 3

#### Шаг 4:

Рассматриваю случай с 1-ым элементом множества  $children$  (1). Поскольку значение 1-го элемента (1) равно значению первого элемента множества  $path$ , а мощность множества  $path$  (3) не равна количеству вершин графа, то берем второй элемент множества  $children$  (2). Поскольку значение 2-го элемента принадлежит множеству  $path = \langle 1, 2, 3 \rangle$ , то переходим к третьему элементу множества  $children$  (4). Поскольку 4 не равно значению первого элемента множества  $path$  и не принадлежит множеству  $path = \langle 1, 2, 3 \rangle$ , то мы переходим к вершине с номером 4, а в множество  $path$  добавляем новый элемент: номер текущей вершины(4). Задаем множество  $children$ , элементами которого будут номера всех вершин, смежных текущей вершине.  $children = \{1, 3\}$ .

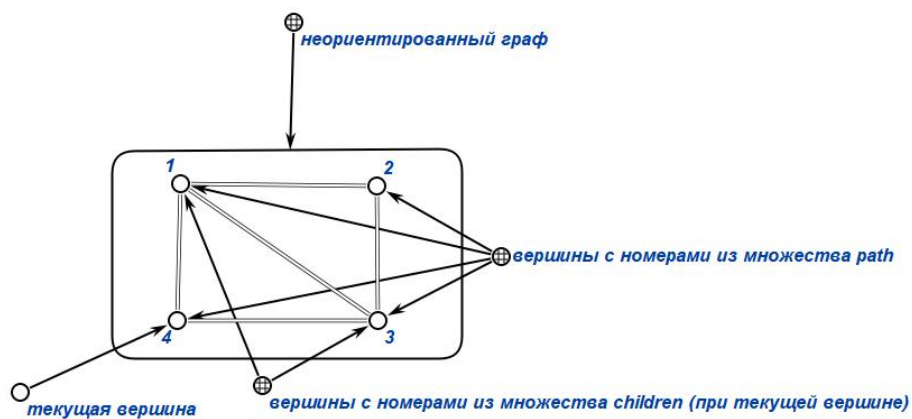


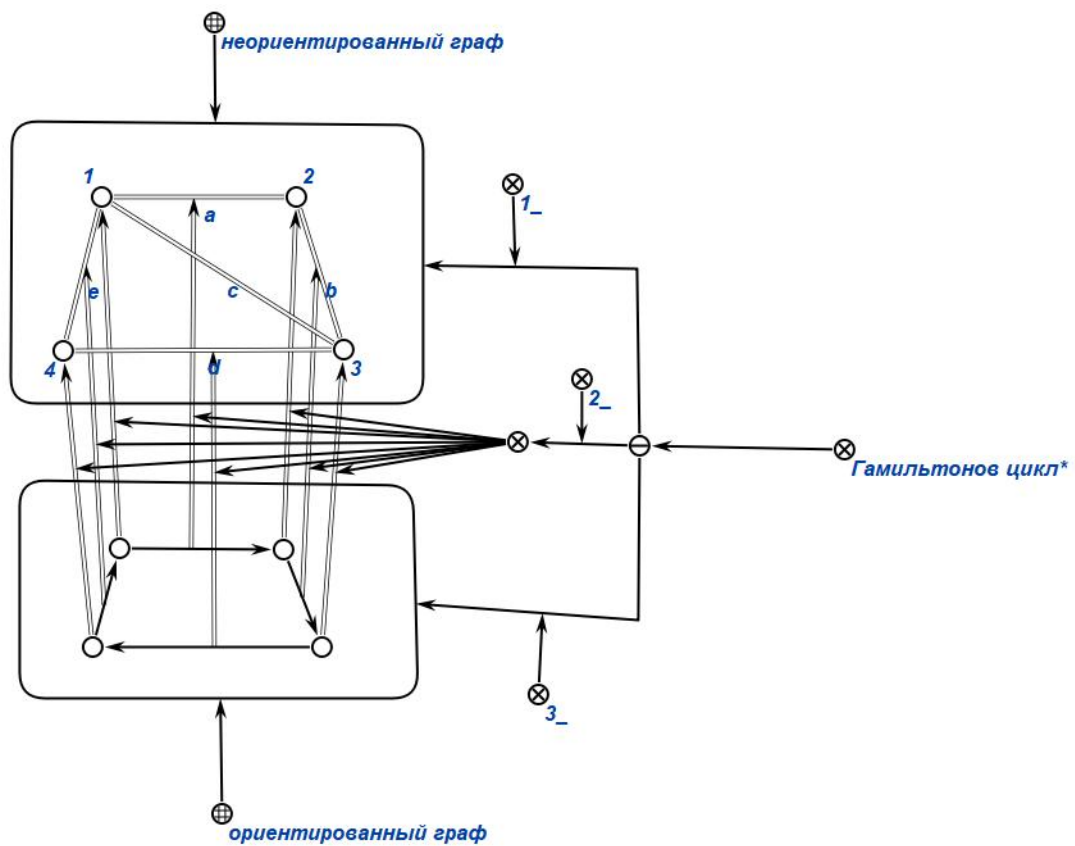
Рис.16 Шаг 4

### Шаг 5:

Рассматриваем случай с 1-ым элементом множества children (1). Поскольку значение 1-го элемента (1) равно значению первого элемента множества path, и мощность множества path (4) равна количеству вершин графа, то мы нашли Гамильтонов цикл. В множество path= $\langle 1, 2, 3, 4 \rangle$  добавляем значение первого элемента множества path (1). Найденный Гамильтонов цикл будет образован вершинами графа в определенном порядке, номера которых являются элементами ориентированного множества path.

### Выход:

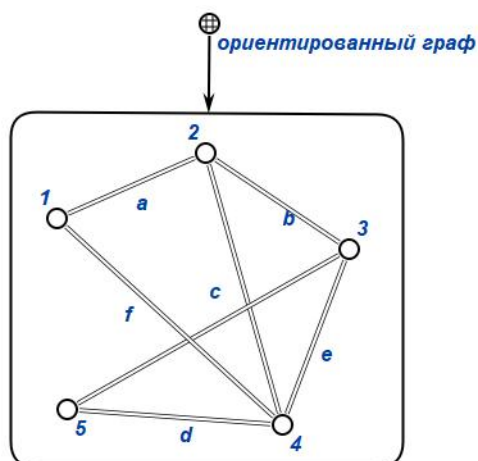
Гамильтонов цикл найден:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ .



### 3.2 Тест 2

#### Вход:

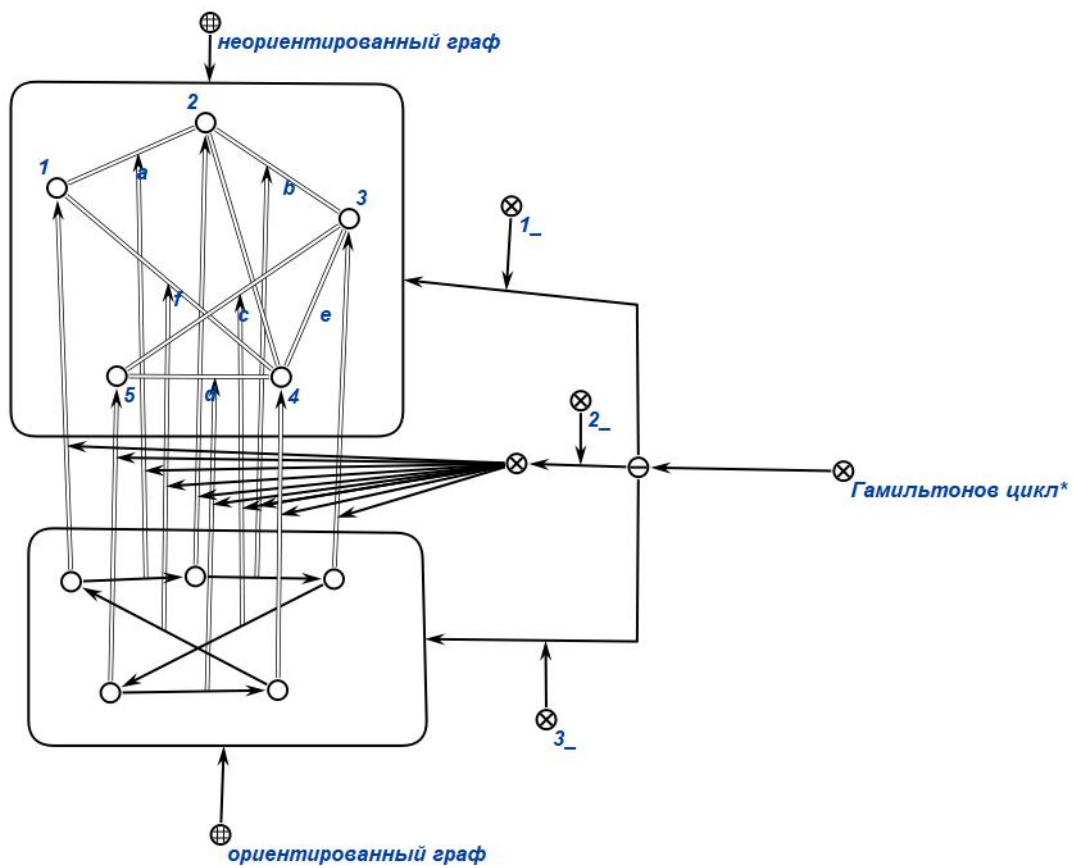
Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



#### Выход:

Гамильтонов цикл найден: 1->2->3->5->4->1.

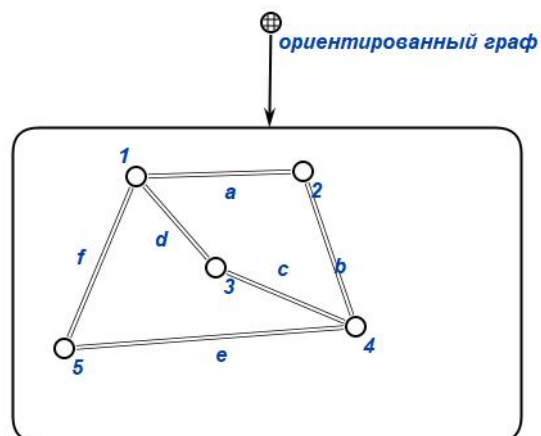




### 3.3 Тест 3

#### Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



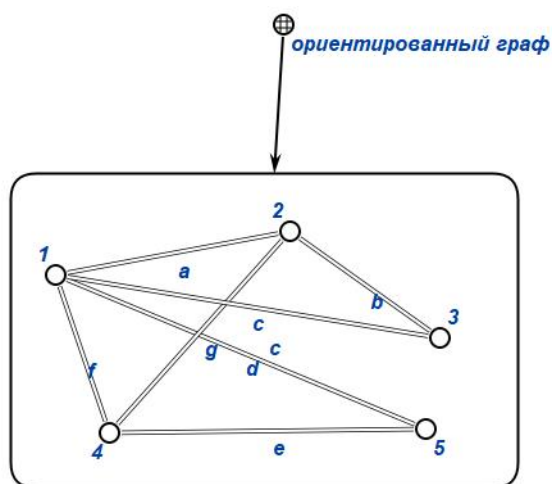
#### Выход:

Гамильтонов цикл не был обнаружен.

### 3.4 Тест 4

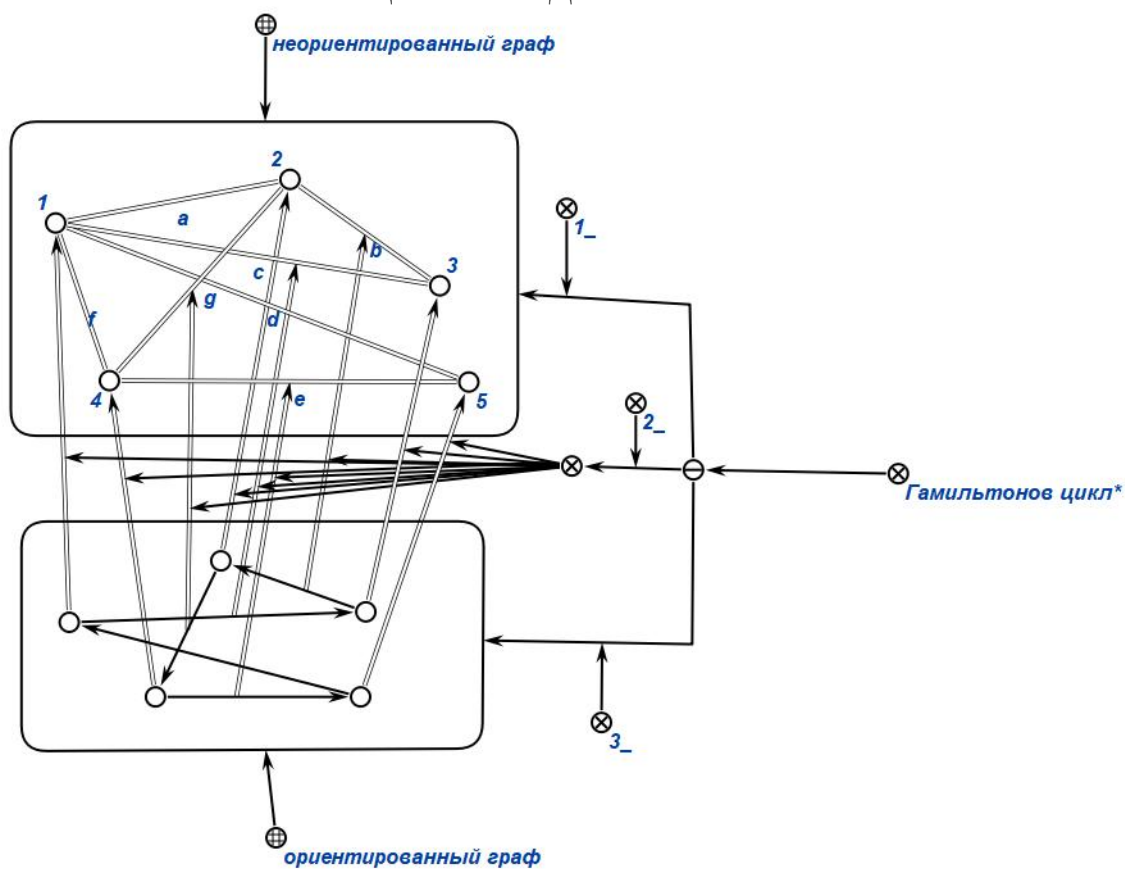
#### Вход:

Определить наличие Гамильтонова цикла и вывести его, если он существует.



#### Выход:

Гамильтонов цикл найден: 1->3->2->4->5->1.



## **Вывод:**

В ходе выполнения работы был изучен алгоритм поиска Гамильтонова цикла и применение его в конкретной ситуации. Были изучены понятия графа, мультиграфа, взвешенного графа, псевдографа, гиперграфа, графовой структуры, графовой структуры с ориентированными связками, графовой структуры с неориентированными связками, неориентированного графа, цепи, маршрута, цикла, Гамильтонова цикла.

## **Список использованных источников**

OSTIS GT. База знаний по теории графов OSTIS GT. - 2011. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://ostisgraphstheo.sourceforge.net/index.php>. Дата доступа - 28.03.2022

Гладков Л.А., Курейчик В. В., Курейчик В.М. Дискретная математика. Под ред. В.М. Курейчика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 325с.