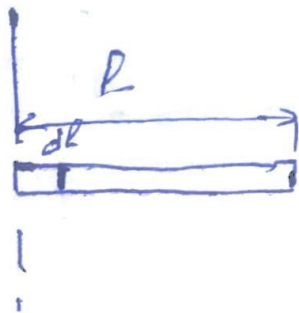


29. Момент инерции тонкого стержня длиной  $L$ , сечением  $S$ , плотность которого меняется по закону  $\rho = \rho_0(1 - \frac{r}{L})$ , где  $r$  - расстояние от оси вращения, проходящей через один из концов



$$dJ = r^2 dm, \quad m = \rho L S$$

Масса меняется по закону

$$m(r) = \rho_0(1 - \frac{r}{L}) r S = \rho_0 r S - \rho_0 \frac{r^2}{L} S$$

$$dm = \rho_0 S (1 - \frac{2r}{L}) dr$$

$$dJ = r^2 dm = \rho_0 S r^2 (1 - \frac{2r}{L}) dr$$

$$J = \int_0^L \rho_0 S r^2 (1 - \frac{2r}{L}) dr = \rho_0 S \int_0^L (r^2 - \frac{2r^3}{L}) dr$$

$$= \rho_0 S \left[ \frac{r^3}{3} - \frac{2r^4}{4L} \right]_0^L = \rho_0 S \left( \frac{L^3}{3} - \frac{L^3}{2} \right) =$$

$$= -\frac{\rho_0 S L^3}{6} = \frac{\rho_0 S L^3}{6} \text{ - ответ.}$$