№35 Явление резонанса

Резонанс смещения

Согласно (6.50) амплитуда установившихся вынужденных колебаний является функцией частоты ω вынуждающей силы:

$$A(\omega) = \frac{f_{max}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}.$$

Исследуем функцию $A(\omega)$ на максимум, применив стандартную процедуру:

$$\frac{dA(\omega)}{d\omega} = f_{max} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{2(\omega_0^2 - \omega^2)\cdot(-2\omega) + 8\beta^2\omega}{\left((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2\right)^{3/2}};$$

найдем точку экстремума:

$$\frac{dA(\omega_p)}{d\omega} = 0$$

$$-4\omega_p(\omega_0^2 - \omega_p^2 - 2\beta^2) = 0,$$

откуда

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad \left(\omega_0 > \beta\sqrt{2}\right) \tag{6.52}$$

– частота вынуждающей силы, при которой амплитуда смещения принимает максимальное значение:

$$A_{max} = A(\omega_p) = \frac{f_{max}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - (\omega_0^2 - 2\beta^2)\right)^2 + 4\beta^2(\omega_0^2 - 2\beta^2)}},$$

откуда:

$$A_{max} = \frac{f_{max}}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \tag{6.53}$$

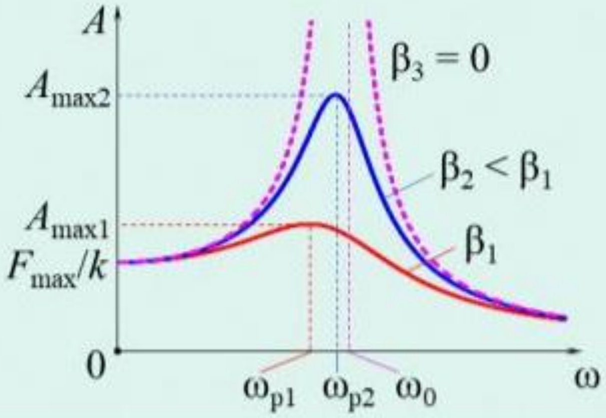
Резонанс смещения – явление достижения амплитудой установившихся вынужденных колебаний максимального значения A_{max} (6.53) при некоторой частоте вынуждающей силы.

Частота ω_p (6.52), при которой наблюдается резонанс смещения, называется ***резонансной частотой***.

Амплитудно-резонансные кривые смещения (графики зависимости $A(\omega)$)

$$A(\omega) = \frac{f_{\max}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

$A(0) = F_{\max}/k$ – статическое отклонение



Резонанс скорости

Дифференцируя по t функцию $\tilde{x}(t)$ (6.49), получим зависимость от времени проекции скорости на Ox:

$$\upsilon_x(t) = \dot{\tilde{x}}(t) = -\omega \cdot A(\omega) \cdot \sin\left(\omega t - \alpha(\omega)\right) = -A_\upsilon(\omega) \cdot \sin\left(\omega t - \alpha(\omega)\right),$$

где с учетом (6.50)

$$A_\upsilon(\omega) = \omega \cdot A(\omega) = \frac{f_{\max} \cdot \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (6.54)$$

– ***амплитуда скорости***, которая при установившихся вынужденных колебаниях зависит от ω.

Разделим числитель и знаменатель правой части (6.54) на ω:

$$A_\upsilon(\omega) = \frac{f_{\max}}{\sqrt{\left(\dfrac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega}\right)^2 + 4\beta^2}}. \quad (6.55)$$

Из (6.55) очевидно следует, что при $\omega_{p\upsilon} = \omega_0$ амплитуда скорости достигает максимального значения, равного

$$A_{\upsilon}^{\max} = A_{\upsilon}(\omega_{p\upsilon}) = \frac{f_{\max}}{2\beta},$$

т. е. наблюдается ***резонанс скорости*** при установившихся вынужденных колебаниях.

Амплитудно-резонансные кривые скорости (графики зависимости $A_{\upsilon}(\omega)$)

$$A_{\upsilon}(\omega) = \frac{f_{\max}\cdot\omega}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}$$