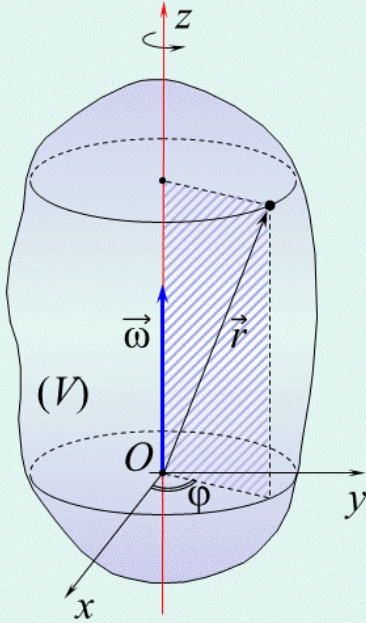


14. Уравнение динамики твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Рассмотрим ТТ, вращающееся вокруг неподвижной (фиксированной) оси Oz .



При таком движении положение тела в любой момент времени можно описать углом поворота $\varphi = \varphi(t)$.

По определению угловой скорости (1.25) ее проекция ω_z на ось Oz :

$$\omega_z = \frac{d\varphi(t)}{dt}.$$

Уравнение моментов (4.4) в проекции на ось Oz имеет вид:

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum_{j=1}^N M_{jz}^{\text{внеш}}, \quad (4.19)$$

где L_z и $M_{jz}^{\text{внеш}}$ – соответственно момент импульса тела и момент j -й внешней силы (одной из N внешних сил, действующих на тело) относительно оси Oz .

По (4.12) и (4.13):

$$L_z = I \cdot \omega_z, \quad (4.20)$$

где I – момент инерции ТТ относительно Oz .

(4.20) \rightarrow в (4.19):

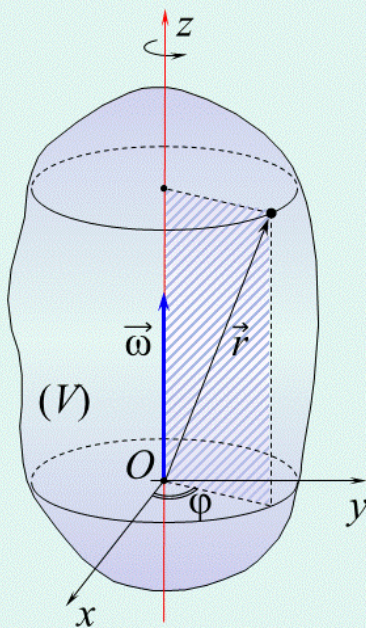
$$\frac{d(I\omega_z)}{dt} = \sum_{j=1}^N M_{jz}^{\text{внеш}}.$$

Т. к. для вращающегося вокруг неподвижной оси твердого тела $I = \text{const}$, то **основное уравнение динамики вращения ТТ вокруг неподвижной оси Oz** имеет вид:

$$I \cdot \frac{d\omega_z}{dt} = \sum_{j=1}^N M_{jz}^{\text{внеш}} \quad (4.21)$$

ИЛИ

$$I \cdot \beta_z = \sum_{j=1}^N M_{jz}^{\text{внеш}}, \quad (4.22)$$



где I – момент инерции ТТ относительно Oz ,
 ω_z – проекция на Oz его угловой скорости,
 $M_{jz}^{\text{внеш}}$ – момент j -й внешней силы относительно оси Oz ,
 N – число внешних сил, действующих на тело,
 β_z – проекция на ось Oz углового ускорения тела $\left(\beta_z = \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right)$.

Интегрирование уравнения (4.21) или (4.22) с учетом начальных условий позволяет полностью решить задачу о вращении ТТ вокруг неподвижной оси, т. е. найти зависимость от времени проекции угловой скорости $\omega_z = \omega_z(t)$ и угла поворота $\varphi = \varphi(t)$.