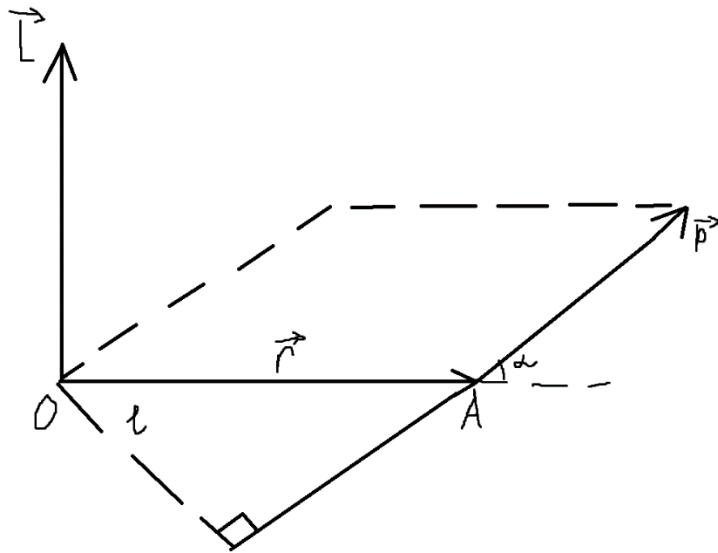


Вопрос 21. Момент импульса частицы и момент силы относительно некоторой точки. Уравнение моментов.

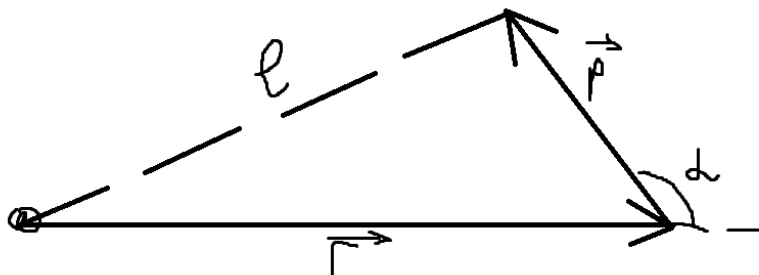


Момент импульса частицы A относительно точки O называют векторное произведение (вектор \vec{L}) радиус-вектора частицы \vec{r} на её импульс \vec{p} :

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$$

\vec{L} – аксиальный вектор

Направление вектора \vec{L} определяется по правилу буравчика: если рукоятку винта вращать от радиус-вектора \vec{r} к импульсу \vec{p} по наименьшему углу, то поступательное движение винта укажет направление момента импульса \vec{L}



Модуль вектора \vec{L} равен:

$$|\vec{L}| = |\vec{r}||\vec{p}| \sin(\vec{r}, \vec{p}) = lp$$

Уравнение моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p} \right] + \left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt} \right]$$

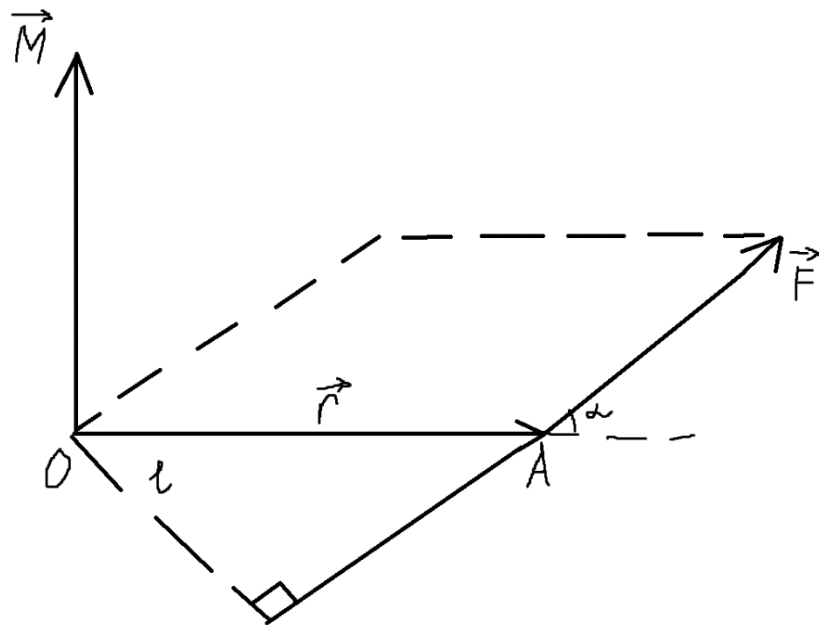
Т.к. точка О неподвижна, то $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ частицы, т.е. совпадает по направлению с вектором \vec{p} , поэтому $[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}] = 0$.

Т.к. $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$, где \vec{F} – результирующая сил, действующих на частицу, то:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

Величина $[\vec{r}, \vec{F}]$ – момент силы \vec{F} относительно точки О. Обозначим её как \vec{M} :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$



$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

$$|\vec{M}| = lF$$

Имеем, что $\dot{\vec{L}} = \vec{M}$

Производная по времени от момента импульса \vec{L} частицы (скорость приращения) относительно некоторой точки О выбранной системы отсчёта равна моменту \vec{M} равнодействующей силы \vec{F} относительно той же точки О.

Свойства момента сил \vec{M} :

- 1) \vec{M} не изменится, если точка приложения силы \vec{F} перенести в любую другую точку, расположенную на оси действия силы.

Момент равнодействующей двух или нескольких сил относительно некоторого начала равен геометрической сумме моментов сил относительно

того же начала:

Если $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$, то $[\vec{r}, \vec{F}] = [\vec{r}, \vec{F_1}] + [\vec{r}, \vec{F_2}]$