

31. Рассчитать момент инерции однородной тонкой пластинки в виде прямоугольного треугольника с катетами a и b . Масса пластинки m .

П.1В. Представим пластину как совокупность тонких стержней произвольной длины x и ширины dy . Воспользуемся результатом примера 8 для угла $\alpha = 90^\circ$:

$$dI = \frac{1}{3} \rho dV x^2,$$

где x – длина произвольного стержня.

П.2В. Выполним рис. 1.31.

П.3В. Найдем плотность $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m \cdot 2}{abH}$.

П.4В. Выразим элементарный объем $dV = Hx dy$.

П.5В. Определим пределы изменения переменных $0 \leq x \leq b$ $0 \leq y \leq a$.

П.6В. Подставим ρ и dV в формулу для dI :

$$dI = \frac{1}{3} \frac{2m}{abH} \cdot Hx dy \cdot x^2 = \frac{2mx^3 dy}{3ab}.$$

П.7В. Замену переменных выполним, используя рисунок: $\frac{y}{a} = \frac{x}{b}$ $x = \frac{by}{a}$.

П.8В. Используем свойство аддитивности:

$$I = \frac{2m}{3ab} \int_0^a \frac{b^3 y^3}{a^3} dy = \frac{2m}{3ab} \frac{b^3}{a^3} \frac{a^4}{4} = \frac{mb^2}{6}.$$

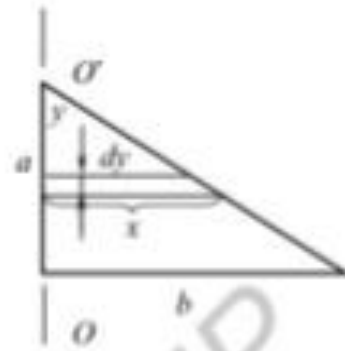


Рис. 1.31