Тонкий, бесконечно длинный стержень заряжен однородно с линейной плотностью заряда *λ*. Найти напряженность электростатического поля *E*(*r*) на произвольном расстоянии *r* от стержня.

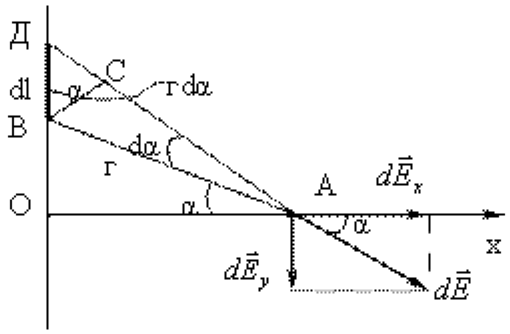
Пример 1. Тонкий, бесконечно длинный стержень заряжен однородно с линейной плотностью заряда *λ*. Найти напряженность электростатического поля *E*(*r*) на произвольном расстоянии *r* от стержня.

Решение:

Дано:

λ	Предлагается решить задачу двумя способами:
r	1) применив метод ДИ;
$E(r)-?$	2) применив теорему Гаусса.

Сделаем рисунок:



Анализ:

Т.к. стержень несет не точечный заряд, применим метод ДИ. Выделим бесконечно малый элемент длины проводника *dl*, который будет содержать заряд *dq*=*dlλ*. Рассчитаем напряженность поля, созданного каждым элементом проводника в произвольной точке А, находящейся от стержня на расстоянии *a*. Вектор $d\vec{E}$ будет направлен вдоль прямой, соединяющей точечный заряд с точкой наблюдения. Результирующее поле $\vec{E}$ получим по нормали к стержню вдоль оси х. Необходимо найти величину dE_x: $dE_x = dE\cos\alpha$. $E_x = \int dE_x = \int dE \times \cos\alpha$.

По определению:

$$dE = k\frac{dq}{r^2} = \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Величина *dl*, *r*, меняются согласованно при изменении положения элемента *dl*. Выразим их через величину α:

$$\frac{r\,d\alpha}{dl} = \cos\alpha,$$

$$dl\cos\alpha = \frac{a}{r},$$

где *dα* – бесконечно малое приращение угла α в результате поворота радиуса-вектора $\vec{r}$ относительно точки А при перемещении по стержню на *dl*. Тогда $dl = r^2 d\alpha / a$. При перемещении *dl* от $-\infty$ до точки О угол меняется от 0^0 до π/2.

$$E_x = (2\lambda/4\pi\varepsilon_0 a)\int\cos\alpha d\alpha = (2\lambda/4\pi\varepsilon_0 a)[\sin\pi/2 - \sin 0^0] = 2\lambda/4\pi\varepsilon_0 a.$$

Следовательно $E_x = 2\lambda/4\pi\varepsilon_0 a$.

Проверка размерности:[E]=В/м=кг×м/м×ф×м=Кл×В/Кл×м=В/м;

Ответ: $E_x = 2\lambda/4\pi\varepsilon_0 a$.

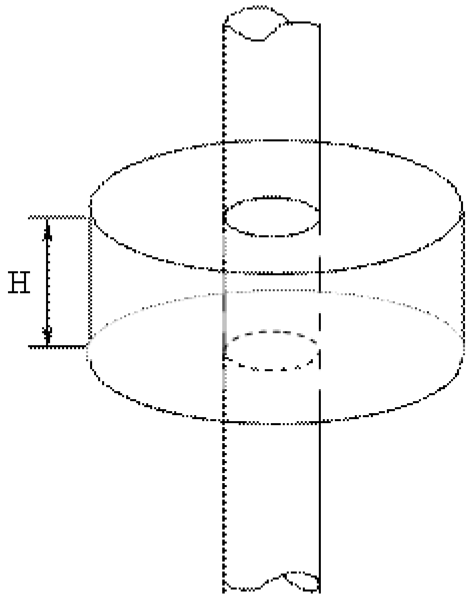
2 способ

Способ 2.

В силу аксиальной симметрии распределения заряда, все точки, расположены на равном расстоянии от нити, эквивалентны и напряженность поля в них одинакова, т. е. $E(r)$=const, где r- расстояние от точки наблюдения до нити. Направление E в этих точках всегда совпадает с направлением нормали к нити. По теореме Гаусса

$\oint_{S'} EdS = Q/\varepsilon_0$; где Q-заряд, охваченный поверхностью – S' через которую вычисляется поток, выберем в виде цилиндра радиусом а и образующей с нитью. Учитывая, что $\vec{E}$ нормален боковой поверхности цилиндра, получим для потока:

$$\oint EdS = \int EdS_{осн} + \int EdS_{бок} = \int EdS_{бок} = E\int dS_{бок}$$ т. к. E=const.



$S_{бок.пов.} = Ha2\pi$.

С другой стороны $E2\pi aH = Q/\varepsilon_0$,

где $\lambda H = q$.

Ответ: $E = \lambda/4\pi\varepsilon_0 a$.