ВОПРОС 30:

ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР. ЭНЕРГИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА.

Будем пользоваться моделью материальная точка на пружине (с направляющей без трения) (рис. 4.1.7).

Изменение физической величины - смещения x - происходит в соответствии с выражением (как мы установили) (4.1.6):

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0);\ \text{при}\ \varphi_0 = 0,\ x = A\sin\omega t. \qquad (4.1.21)$$

Скорость движения

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t; \qquad (4.1.22)$$

$$\upsilon_{max} = A\omega.$$

частицы

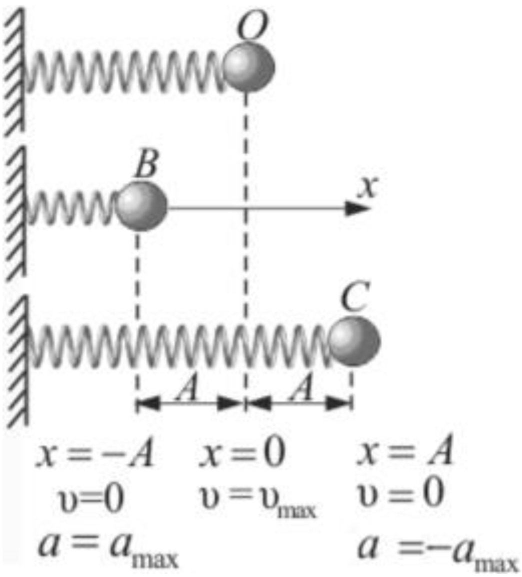

Рис. 4.1.7

Ускорение движения частицы

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\sin\omega t; \qquad (4.1.23)$$

$$a_{max} = A\omega^2;$$

$$a = -\omega^2 x.$$

Из рис. 4.1.7 имеем: когда смещение *x* = О, скорость имеет максимальное (амплитудное) значение: в$_{тах}$ = *Асо.*

В положении *B : x* = - *A,* ц = О, *a* = $a_{тах}$; в положении *C: x = A,x*> = О,

й #тах*

Анализируя полученное, определяем: тело с максимальной скоростью удаляется из положения равновесия и подходит к нему с максимальной скоростью. Наибольшее время система проводит в крайних положениях, а в равновесном положении система проводит меньше времени.

Энергия гармонического осциллятора

Рассмотрим определение энергии гармонического осциллятора на примере модели, отображенной на рисунке 4.1.7.

Используя выражение для кинетической энергии тела, а также выражение (4.1.22) для скорости движения, запишем:

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}\cos^2\omega t = \frac{m\frac{k}{m}A^2}{2}\cos^2\omega t = \frac{kA^2}{2}\cos^2\omega t.$$

Здесь *m* - масса или ее аналог.

Для модели на рис. 4.1.7 в процессе колебаний потенциальная энергия (энергия тела на упругой пружине) изменяется по закону:

$$W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\sin^2\omega t.$$

Тогда полная энергия, равная сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$W_{полн} = W_к + W_п = \frac{kA^2}{2}\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right) = \frac{kA^2}{2}.$$

По закону сохранения энергии

$$W_{полн} = \frac{kA^2}{2} = \text{const}. \qquad (4.1.24)$$

Энергия гармонического осциллятора пропорциональна квадрату амплитуды его колебаний, $W \sim A^2$.

Можно отметить, что полная энергия равна максимальному значению кинетической энергии и равна максимальному значению потенциальной

энергии: $W = W_к^{\max} = W_п^{\max}$.

Определим среднее значение кинетической и потенциальной энергии за период:

$$W_{\text{к ср}} = \frac{kA^2}{4};\ W_{\text{п ср}} = \frac{kA^2}{4} = \frac{1}{2} W_{\text{полн}}.$$

Для колебательного контура с активным сопротивлением *R* = О, в соответствии с (4.1.18), можно записать:

$$q = q_m \sin\omega t;\ I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = q_m \omega \cos\omega t = I_m \cdot \cos\omega t.$$

Полная энергия колебаний в контуре:

$$W_{\text{полн}} = \frac{LI_m{}^2}{2}\cos^2\omega t + \frac{q_m{}^2}{2C}\sin^2\omega t\ ;$$

$$W_{\text{полн}} = W_{\text{эл}}{}^{\max} = \frac{q_m^2}{2C} = \text{const}\,.$$

Эта энергия заряда на пластинах конденсатора, т. е. энергия электрического поля, превращается в энергию магнитного поля:

$$W_{\text{маг}} = \frac{LI^2}{2},\quad \text{тогда}\quad W_{\text{полн}} = W_{\text{маг}}^{\max} = \frac{LI_m^2}{2}.$$