

18. Кинетическая энергия частицы и закон ее изменения (теорема об изменении энергии)

Пусть МТ массой  $m = \text{const}$  движется под действием  $N$  сил.

Уравнение движения МТ

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \quad (5.5)$$

скалярно умножим на  $d\vec{r}$ :

$$m \left( \frac{d\vec{v}}{dt}, d\vec{r} \right) = \sum_{i=1}^N \left( \vec{F}_i, d\vec{r} \right). \quad (5.6)$$

Т. к.  $(\vec{F}_i, d\vec{r}) = \delta A_i$  – элементарная работа  $i$ -й силы, то

$$\sum_{i=1}^N \left( \vec{F}_i, d\vec{r} \right) = \sum_{i=1}^N \delta A_i. \quad (5.7)$$

Преобразуем левую часть (5.6):

$$m \left( \frac{d\vec{v}}{dt}, d\vec{r} \right) = m \left( \frac{d\vec{v}}{dt}, \frac{d\vec{r}}{dt} dt \right) = m (d\vec{v}, \vec{v}). \quad (5.8)$$

Дифференциал скалярного произведения  $\vec{v}$  на самого себя:

$$\left. \begin{aligned} d(\vec{v}, \vec{v}) &= d(v^2) \\ d(\vec{v}, \vec{v}) &= (d\vec{v}, \vec{v}) + (\vec{v}, d\vec{v}) = 2(d\vec{v}, \vec{v}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (d\vec{v}, \vec{v}) = \frac{d(v^2)}{2}. \quad (5.9)$$

(5.9)  $\rightarrow$  в (5.8):

$$m \left( \frac{d\vec{v}}{dt}, d\vec{r} \right) = m (d\vec{v}, \vec{v}) = m \frac{d(v^2)}{2} = d \left( \frac{mv^2}{2} \right) = dW^k. \quad (5.10)$$

**Кинетическая энергия  $W^k$  МТ** – часть механической энергии, зависящая от скорости движения этой МТ:

$$W^k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}, \quad (5.11)$$

где  $m$  – масса МТ,  $\vec{v}$  – ее скорость,  $\vec{p} = m\vec{v}$  – импульс.

(5.7) и (5.10)  $\rightarrow$  в (5.6):

$$dW^k = \sum_{i=1}^N \delta A_i$$

и проинтегрируем:

$$\Delta W^k = \sum_{i=1}^N A_i .$$

***Теорема об изменении кинетической энергии МТ:***

Изменение кинетической энергии МТ равно алгебраической сумме работ всех сил, действующих на эту МТ:

$$\Delta W^k = \sum_{i=1}^N A_i , \quad (5.12)$$

где  $\Delta W^k = W_{\text{кон}}^k - W_{\text{нач}}^k$  – изменение кинетической энергии МТ;

$\sum_{i=1}^N A_i$  – алгебраическая сумма работ (суммарная работа) всех действующих на МТ сил.