

ЗАДАЧИ

1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид: $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с³. Определить координату x , скорость v и ускорение a в момент времени $t = 2$ с. Найти среднюю скорость v точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 4$ с.

2. Две материальные точки движутся вдоль осей X и Y со скоростями $\vec{v}_1 = 2\vec{i}$ м/с и $\vec{v}_2 = 3\vec{j}$ м/с. При $t = 0$ их координаты равны $x_1 = -3$ м, $y_1 = 0$ м, $x_2 = 0$ м, $y_2 = -3$ м. Найти: а) вектор $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, выражающий положение точки 2 относительно точки 1 как функцию времени; б) когда и где расстояние между этими материальными точками является наименьшим?

4. Уравнение движения материальной точки имеет вид $\vec{r} = (3t - 2)\vec{i} - 4t\vec{j}$. Найти векторы скорости точки, ее ускорение и траекторию движения.

5. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{v}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти зависимость от времени модуля скорости частицы.

6. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{v}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти зависимости от времени вектора ускорения и модуля ускорения.

7. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{v}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти: кинематический закон движения частицы.

8. Частица движется так, что ее скорость изменяется со временем по закону $\vec{v}(t) = t^2 \cdot \vec{i} - 3t \cdot \vec{j} + 2 \cdot \vec{k}$ (м/с), где t – время в секундах. В начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке с координатами (1 м; 0; 0). Найти радиус-вектор в момент времени $t_1 = 1,0$ с.

9. Зависимость модуля скорости частицы v_x от пройденного пути x определяется функцией $v_x = v_0 - bx$. Найти: а) зависимость $x(t)$, если $x_0 = 0$; б) определить зависимость $v(t)$.

10. Ускорение материальной точки изменяется по закону: $\vec{a} = At^2\vec{i} - B\vec{j}$, где A, B – положительные константы. Найти, на каком расстоянии от начала координат будет находиться точка в момент времени t_1 , если в начальный момент времени $r_0 = 0$, $v_0 = 0$.

11. Вектор скорости материальной точки задается уравнением: $\vec{v} = At\vec{i} - Bt^3\vec{j} + Ct^5\vec{k}$. Найти: радиус-вектор, модуль радиуса-вектора, модуль вектора скорости, ускорение и модуль ускорения материальной точки, если в момент времени $t = 0$, $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$.

12. Тело участвует в двух вращательных движениях, происходящих с угловой скоростью $\vec{\omega}_1 = At^2 \vec{i}$ и $\vec{\omega}_2 = 2At^2 \vec{j}$ ($A = 1 \text{ рад/с}^3$). На какой угол повернется тело за первые 3 с?

13. Радиус-вектор частицы меняется со временем t по закону $\vec{r} = \vec{b}/(1 - \alpha t)$, где \vec{b} – постоянный вектор, α – положительная постоянная. Найти: а) скорость v и ускорение a частицы в зависимости от времени; б) промежуток времени Δt , по истечении которого частица вернется в исходную точку, а также путь s , который она пройдет при этом.

14. Вектор, проведенный из начала координат в точку, где находится частица, записывается в виде: $\vec{r} = A_1 t \vec{i} + (A_2 t - A_3 t^2) \vec{j}$. Определить начальную скорость, модуль начальной скорости и ускорение частицы.

15. В момент $t = 0$ частица вышла из начала координат в положительном направлении оси x . Ее скорость меняется со временем по закону $\vec{v} = \vec{v}_0 (1 - t/\tau)$, где v_0 (начальная скорость, модуль которой $v_0 = 10,0 \text{ см/с}$), $\tau = 5,0 \text{ с}$. Найти: а) координату x частицы в моменты времени 6,0, 10 и 20 с; б) моменты времени, когда частица будет находиться на расстоянии 10,0 см от начала координат.

16. В центре скамьи Жуковского массой 15 кг и радиусом 1 м, вращающейся с угловой скоростью 1,5 рад/с, стоит человек и держит на вытянутых руках две гири по 1 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения составляет 85 см. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси вращения станет равным 30 см? Считать, что момент инерции человека относительно оси вращения пренебрежимо мал.

17. К бруску массой m , лежащему на гладкой горизонтальной плоскости, приложили силу $F = mg/3$, под действием которой он движется прямолинейно. Угол между направлением силы и горизонтом изменяется по закону $\alpha = bS$, где $b = \text{const} > 0$, а S – пройденный путь. Найти зависимость скорости бруска от угла α .

18. Небольшой брусок с $v_0 = 0$ скользит по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения зависит от пройденного пути по закону $\mu = bS$, где $b = \text{const} > 0$, S – пройденный путь. Найти путь, пройденный телом до остановки, и максимальную скорость на этом пути.

19. По наклонной плоскости скользит пластинка. Найти, при каком угле наклона к горизонту время соскальзывания пластинки будет наименьшим, если основание наклонной плоскости остается горизонтальным и равным b . Коэффициент трения $\mu = 0,3$.

20. Идеально гладкий шар массой $m_1 = 2 \text{ кг}$, летящий со скоростью $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, испытывает неупругое столкновение с шаром массой $m_2 = 3 \text{ кг}$, имеющим в момент соударения скорость $\vec{v}_2 = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ (v_1 и v_2 – в метрах в секунду). Определить скорость шаров после удара.

21. Автомобиль начал двигаться по выпуклому мосту со скоростью v , изменяющейся и зависимости от пройденного пути по закону: $v = k\sqrt{S}$, где k – постоянная величина. Каково ускорение автомобиля, если он опишет по мосту дугу, соответствующую углу α (в радианах)?

22. Тело массой m движется к началу координат под действием упругой силы $F = -kx$. Найти время, через которое тело достигнет начала координат, если в начальный момент времени $t = 0$ расстояние до начала координат было равно x_0 , а начальная скорость $v_0 = 0$.

23. На неподвижное тело массой $m = 12$ г в течение времени $t = 0,02$ с действует сила $F = F_0 e^{-\alpha t}$, где $F_0 = 10$ Н, $\alpha = 2$ с $^{-1}$. Определить скорость движения тела после действия силы.

24. Найти момент инерции однородного диска массой m , радиусом R относительно оси перпендикулярной диску и проходящей через его центр.

25. Найти момент инерции однородного диска массой m , радиусом R относительно оси перпендикулярной плоскости диска и касательной к образующей.

26. Найти момент инерции однородного шара массой m и радиусом R относительно оси, проходящей через центр.

27. Найти момент инерции однородного конуса массы m и радиуса основания R относительно оси, проходящей через его центр симметрии.

28. Найти момент инерции тонкого однородного стержня массы m и длины l относительно оси, проходящей через конец стержня и составляющей со стержнем угол α .

29. Рассчитать момент инерции тонкого стержня длиной l , сечением S , плотность которого меняется по закону: $\rho = \rho_0(1 - \frac{r}{l})$, где r – расстояние до оси вращения, проходящей через один из концов стержня.

30. Рассчитать момент инерции однородного тонкого стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно длине стержня. Масса стержня m , его длина l .

31. Рассчитать момент инерции однородной тонкой пластинки в виде прямоугольного треугольника с катетами a и b . Масса пластинки m .

32. Частица совершает перемещение в плоскости XY по некоторой траектории из точки A с радиусом-вектором $\vec{r}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ в точку B с радиусом-вектором $\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$. При этом на нее действует две силы $\vec{F}_1 = \vec{i} - 6\vec{j}$ и $\vec{F}_2 = 4\vec{i} + \vec{j}$. Найти работу, совершенную на участке AB .

33. Однородный цилиндр массой m и радиусом R раскрутили до угловой скорости ω_0 и положили на горизонтальную шероховатую опору. Найти полную работу силы трения до остановки.

34. По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, скатывается без скольжения сплошной однородный цилиндр. Найти линейное ускорение a центра цилиндра.

35. С наклонной плоскости скатываются без скольжения сплошной цилиндр и шар. Массы и радиусы цилиндра и шара одинаковы. Какое из тел скатится быстрее и во сколько раз?

36. На материальную точку массой $m = 2$ кг действовала сила, изменяющаяся по закону: $\vec{F} = At\vec{i} + (At + Bt^2)\vec{j} - C\exp(3At)\vec{k}$. В начальный момент времени точка имела скорость $\vec{v}_1 = 2\vec{j} + \vec{k}$ (измеряется в метрах в секунду). Определить импульс и кинетическую энергию спустя $t = 1$ с после начала действия силы, если A , B и C – единичные коэффициенты.

37. Скорость тела массой m на некотором участке пути меняется по закону: $v_0k + bS$, где k и b – некоторые постоянные, S пройденный путь. Найти работу, совершаемую внешними силами за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, если в момент времени t_1 скорость тела равна v_1 .

38. Тело массой m закреплено на нити и вращается вокруг оси OO' . При длине нити r_0 скорость тела равна v_0 . Чему равна работа, совершаемая внешними силами, при укорочении нити до длины r ?

39. Тело движется в плоскости XY из точки $\vec{r}_1 = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ в точку $\vec{r}_2 = 6\vec{i} + 7\vec{j}$ под действием двух сил $\vec{F}_1 = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{F}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j}$. Найти работу по перемещению.

40. Определить длину плоской монохроматической волны, если известно, что смещение точки, отстоящей от источника волн на расстоянии $x = 0,1$ м в момент времени $t = (1/4)T$ (T – период колебаний) равно половине максимального.

41. Стержень длиной $l = 50$ см свободно колеблется в вертикальной плоскости около оси, перпендикулярной стержню. На каком расстоянии от центра масс проходит ось, если период колебаний маятника минимален?

42. Период колебаний (подвешенного на пружине груза составляет $T_1 = 0,5$ с. При добавлении некоторого перегрузка система совершает колебания с периодом $T_2 = 0,6$ с. На сколько удлинилась пружина от прибавления добавочного груза?

43. Частица массой 10 г совершает колебания вдоль оси Ox по закону $x(t) = 0,2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}t\right)$ (м). Определить период колебаний частицы и энергию ее колебаний. Найти в момент времени $0,4$ с проекцию вектора скорости и проекцию упругой силы.

44. Материальная точка массой $m = 0,01$ кг совершает гармонические колебания с периодом $T = 2$ с. Полная энергия колеблющейся точки $W_{\max} = 10^{-4}$ Дж. Найти амплитуду колебаний и написать уравнение. Чему равно наибольшее значение силы, действующей на точку?

45. Азот (N_2) находится в равновесном состоянии, при котором средняя кинетическая энергия поступательного движения одной его молекулы составляет $6,21 \cdot 10^{-21}$ Дж. Определить: 1) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекулы; 2) среднюю энергию теплового движения молекулы; 3) среднюю квадратичную скорость молекулы. Молекула жесткая.

46. Идеальный газ совершает цикл Карно. Определить температуру холодильника, если температура нагревателя равна 608 К, а количество теплоты, подводимое к газу за цикл, в $1,9$ раза больше работы, совершаемой при этом силами давления газа.

47. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением $p_1 = 100$ кПа, занимая при этом объем $V_1 = 100$ л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \rightarrow 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \frac{V_1}{5}$; $2 \rightarrow 3$ – изобарное увеличение объема до $V_3 = \frac{4}{5} V_1$; $3 \rightarrow 4$ – изохорное понижение давления до $p_4 = 3p_1$. На pV -диаграмме изобразить график процесса $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. Определить в ходе всего процесса изменение внутренней энергии газа;

48. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением $p_1 = 100$ кПа, занимая при этом объем $V_1 = 100$ л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \rightarrow 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \frac{V_1}{5}$; $2 \rightarrow 3$ – изобарное увеличение объема до $V_3 = \frac{4}{5} V_1$; $3 \rightarrow 4$ – изохорное понижение давления до $p_4 = 3p_1$. На pV -диаграмме изобразить график процесса $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. Определить в ходе всего процесса работу сил давления газа.

49. Идеальный двухатомный (с жесткой связью) газ находится под давлением $p_1 = 100$ кПа, занимая при этом объем $V_1 = 100$ л. Над газом последовательно проводят следующие процессы: $1 \rightarrow 2$ – изотермическое сжатие до объема $V_2 = \frac{V_1}{5}$; $2 \rightarrow 3$ – изобарное увеличение объема до $V_3 = \frac{4}{5} V_1$; $3 \rightarrow 4$ – изохорное понижение давления до $p_4 = 3p_1$. На pV -диаграмме изобразить график процесса $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. Определить в ходе всего процесса количество теплоты, переданное при этом газу.

50. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением $p_1 = 1$ МПа и при температуре $T_1 = 300$ К. После того как из баллона было взято $m = 10$ г гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

51. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м³ и находится под давлением $p_1 = 0,2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м³, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 0,5$ МПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

52. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя $T_1 = 500$ К. Определить термический КПД η цикла и температуру T_2 холодильника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу $A = 350$ Дж.

53. Найти среднюю кинетическую энергию одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $t = 27^\circ C$ и среднюю энергию вращательного движения этой молекулы при той же температуре.

54. Определить количество теплоты, поглощаемой водородом массой $m = 0,2$ кг при нагревании его от температуры $t_1 = 0^\circ C$ до температуры $t_2 = 100^\circ C$ при постоянном давлении. Найти также изменение внутренней энергии газа и совершаемую им работу.

55. Кислород занимает объем $V_1 = 1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $p_1 = 200 \text{ кПа}$. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 500 \text{ кПа}$. Построить график процесса и найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A ; 3) количество теплоты Q , переданное газу.

56. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль, находится под давлением $p_1 = 250 \text{ кПа}$ и занимает объем $V_1 = 10 \text{ л}$. Сначала газ изохорно нагревают до температуры $T_2 = 400 \text{ К}$. Далее, изотермически расширяя, доводят его до первоначального давления. После этого путем изобарного сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический КПД цикла.

57. На тонком стержне длиной $l = 20 \text{ см}$ находится равномерно распределенный электрический заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от ближайшего конца находится точечный заряд $q_1 = 40 \text{ нКл}$, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6 \text{ мкН}$. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

58. Тонкое непроводящее кольцо заряжено с линейной плотностью заряда $\lambda = \lambda_0 \cos \varphi$, где φ – азимутальный угол. Радиус кольца R . Найти напряженность электростатического поля в центре кольца.

59. Тонкий, бесконечно длинный стержень равномерно заряжен по всей длине с линейной плотностью заряда λ . Найти напряженность поля в точке на расстоянии, a от стержня.

60. Тонкий бесконечно длинный стержень равномерно заряжен по всей длине с линейной плотностью заряда λ . Найти величину напряженности поля как функцию расстояния r от оси стержня ($\epsilon = 1$).

61. Найти потенциал электростатического поля бесконечно длинного стержня, заряженного равномерно с линейной плотностью заряда λ (напряженность электростатического поля бесконечного стержня: $E = k2\lambda/r$).

62. Шар радиусом R заряжен с объемной плотностью заряда $\rho = \rho_0 e^{-\alpha r^3}$, где r – расстояние от центра шара. Найти напряженность поля как функцию от центра шара.

63. Потенциал электростатического поля задан в виде $\varphi = ar^2 + b$, где \vec{r} – радиус–вектор точки наблюдения. Найти вектор напряженности поля $\vec{E}(r)$.

64. Потенциал электростатического поля задан в виде: $\varphi = ar^2$, где \vec{r} – радиус–вектор точки наблюдения. Найти объемную плотность заряда, создающего поле.

65. Найти величину напряженности поля как функцию расстояния r от оси однородного цилиндра радиуса R и высотой h заряженного с поверхностной плотностью σ .

66. Пусть постоянный ток I течёт вдоль бесконечно длинного проводника, имеющего круглое сечение радиусом a . Найти индукцию \vec{B} поля внутри и снаружи провода.

67. Найти индукцию магнитного поля на расстоянии a от бесконечно длинного прямолинейного проводника, по которому протекает ток I .

68. Найти индукцию магнитного поля бесконечного длинного прямолинейного проводника с током I как функцию расстояния от проводника.

69. По длинному цилиндрическому проводнику радиусом R течет ток, плотность которого $j = j_0(1 - x^2/R^2)$. Найти индукцию магнитного поля на расстоянии $x < R$ и $x > R$ от оси проводника.

70. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным на расстоянии a параллельно друг другу, протекают токи I_1 и I_2 в противоположных направлениях. Определить силу f_2 , действующую на единицу длины проводника I_2 .

71. В однородном магнитном поле находится проводящий П-образный контур, плоскость которого перпендикулярна вектору \vec{B} . Одна из сторон контура длины l может свободно перемещаться параллельно самой себе с постоянной скоростью v . Определить электродвижущую силу индукции.

72. Частица с зарядом q влетает в область пространства, где действуют взаимно перпендикулярные электрическое E и магнитное B поля. Скорость частицы перпендикулярна E и B . Найти значение скорости, при котором частица продолжит равномерное прямолинейное движение.

Лектор



Родин С.В.

Заведующий кафедрой физики



Григорьев А.А.