

Вопрос 20. Механическая энергия системы частиц. Законы изменения и сохранения механической энергии системы.

См. вопрос 19, только:

1. Система невзаимодействующих частиц

$$T = \sum_{i=1}^n T_i$$

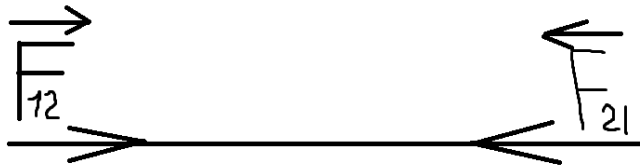
Т.к.  $dT = \delta A_{\text{конс}} + \delta A_{\text{стор}}$  и  $\delta A_{\text{конс}} = -dU$ , то  $U = \sum_{i=1}^n U_i$

Тогда:

$$E = \sum_{i=1}^n T_i + \sum_{i=1}^n U_i$$

Приращение (убыль) механической энергии системы невзаимодействующих частиц определяется суммарной работой всех сторонних (неконсервативных сил), действующих на системы.

2. Замкнутая система частиц, взаимодействующих между собой посредством центральных сил

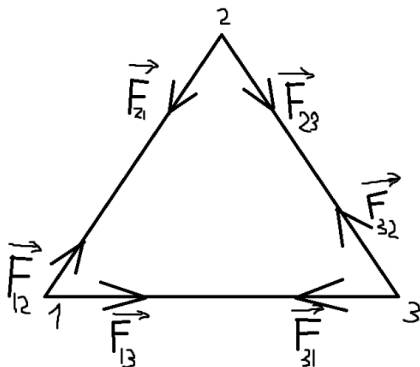


$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$  и  $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2$  – перемещения частиц

$$\delta A = \vec{F}_{12} d\vec{r}_1 - \vec{F}_{12} d\vec{r}_2 = \vec{F}_{12} d(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \vec{F}_{12} d\vec{r}_{12} = -dU_{12}$$

$d\vec{r}_{12} = d\vec{r}_1 - d\vec{r}_2$  – относительное перемещение одной частицы относительно другой.

$U_{12}$  – потенциальная энергия взаимодействующих частиц



$$\begin{aligned}
\delta A &= (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13})d\vec{r}_1 + (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23})d\vec{r}_2 + (\vec{F}_{31} + \vec{F}_{32})d\vec{r}_3 \\
&= \vec{F}_{12}(d\vec{r}_1 - d\vec{r}_2) + \vec{F}_{13}(d\vec{r}_1 - d\vec{r}_3) + \vec{F}_{23}(d\vec{r}_2 - d\vec{r}_3) \\
&= \vec{F}_{12}d\vec{r}_{12} + \vec{F}_{13}d\vec{r}_{13} + \vec{F}_{23}d\vec{r}_{23}
\end{aligned}$$

$$\delta A = -dU_{12} - dU_{13} - dU_{23} = -d(U_{12} + U_{13} + U_{23}) = -dU_{\text{взаим}}$$

$$\begin{aligned}
U_{\text{взаим}} &= \sum_{i=1, k=2}^{n-1, n} U_{ik} \\
\delta A &= -d\left(\frac{1}{2}(U_{12} + U_{21}) + \frac{1}{2}(U_{13} + U_{31}) + \frac{1}{2}(U_{23} + U_{32})\right) \\
U_{\text{взаим}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1, k=1}^n U_{ik}
\end{aligned}$$

### 3. Система взаимодействующих частиц во внешнем силовом поле

Все силы разобьём на внутренние и внешние. Внутренние разобьём на консервативные и неконсервативные.

$$\begin{aligned}
dT &= \delta A_{\text{внутр}}^{\text{конс}} + \delta A_{\text{внутр}}^{\text{неконс}} + \delta A_{\text{внеш}} \\
\delta A_{\text{внутр}}^{\text{конс}} &= -dU_{\text{взаим}} \Rightarrow d(T + U_{\text{взаим}}) = \delta A_{\text{внутр}}^{\text{неконс}} + \delta A_{\text{внеш}} \\
T + U_{\text{взаим}} &= E \\
dE &= \delta A_{\text{внутр}}^{\text{неконс}} + \delta A_{\text{внеш}} \\
\text{Отсюда } E_2 - E_1 &= A_{\text{внутр}}^{\text{неконс}} + A_{\text{внеш}}
\end{aligned}$$

Изменение (приращение) механической энергии системы взаимодействующих частиц определяется суммарной работой внутренних неконсервативных (диссипативных – сил сопротивления) и внешних сил.

Механическая энергия системы взаимодействующих частиц будет сохраняться, если система замкнута и в ней действуют только консервативные силы:

$$\begin{aligned}
dT &= \delta A_{\text{внутр}}^{\text{конс}} + \delta A_{\text{внутр}}^{\text{неконс}} + \delta A_{\text{внеш}}^{\text{неконс}} + \delta A_{\text{внеш}}^{\text{конс}} \\
\delta A_{\text{внутр}}^{\text{конс}} &= -dU_{\text{взаим}}, \delta A_{\text{внеш}}^{\text{конс}} = -dU - \text{убыль потенциальной энергии} \\
\text{частиц во внешнем силовом поле } d(T + U_{\text{взаим}} + U) &= \delta A_{\text{внутр}}^{\text{неконс}} + \delta A_{\text{внеш}}^{\text{неконс}} = \delta A^{\text{неконс}}
\end{aligned}$$

$$E' = T + U_{\text{взаим}} + U$$

Тогда закон сохранения энергии принимает вид  $E'_2 - E'_1 = A^{\text{неконс}}$  или  $E' = T + U_{\text{взаим}} + U = \text{const}$

Изменение полной механической энергии системы взаимодействующих частиц определяется работой всех неконсервативных (внешних и внутренних) сил, действующих на систему.

Механическая энергия сохраняется, если на систему действуют только консервативные силы.