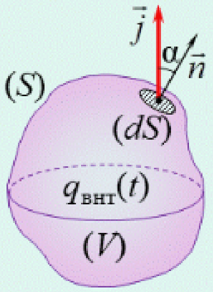
62. Уравнение непрерывности.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Кафедра физики

Уравнение непрерывности – аналитическое выражение закона сохранения электрического заряда.

В проводящей среде, где организован электрический ток плотностью $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r},t)$, выделим замкнутую поверхность (S), ограничивающую область (V), распределение заряда в которой характеризуется объемной плотностью $\rho = \rho(\vec{r},t)$.



Изменение со временем заряда $q_{\text{внт}}(t)$, содержащегося внутри (S), возможно только за счет тока заряженных частиц через (S).

Согласно (10.38) и (10.37) сила тока через (S) равна:

$$I = \oint_{(S)} \left(\vec{j}, \vec{n}\right) dS = \frac{\delta q}{dt},$$

где δq – заряд, прошедший через (S) за время dt.

В силу закона сохранения электрического заряда δq равен убыли содержащегося внутри (S) заряда:

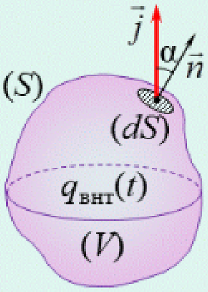
$$\delta q = -dq_{\text{внт}}.$$

Тогда

$$\oint\limits_{(S)} \left(\vec{j}, \vec{n}\right) dS = -\frac{dq_{\text{внт}}}{dt} = -\frac{d}{dt} \int\limits_{(V)} \rho\left(\vec{r}, t\right) \cdot dV = -\int\limits_{(V)} \frac{\partial \rho\left(\vec{r}, t\right)}{\partial t} \cdot dV. \qquad (10.49)$$

По теореме Остроградского – Гаусса (9.10):

$$\oint\limits_{(S)} \left(\vec{j}, \vec{n}\right) dS = \int\limits_{(V)} \operatorname{div} \vec{j} \cdot dV, \qquad (10.40)$$



тогда с учетом (10.39):

$$\int\limits_{(V)} \operatorname{div} \vec{j} \cdot dV = -\int\limits_{(V)} \frac{\partial \rho\left(\vec{r}, t\right)}{\partial t} \cdot dV. \qquad (10.41)$$

Поскольку область интегрирования (V) произвольна, то равенство (10.41) может выполняться при условии:

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{j}\left(\vec{r}, t\right) = -\frac{\partial \rho\left(\vec{r}, t\right)}{\partial t}} \qquad (10.42)$$

– ***уравнение непрерывности***, выражающее закон сохранения электрического заряда в дифференциальной форме.

Содержательный смысл: в точечных источниках поля вектора плотности тока $\vec{j}$ электрический заряд со временем убывает.