



26. Найти момент инерции  
однородного шара массой  
 $m$  и радиусом  $R$  относи-  
тельно оси, проходящей  
через центр.



Однородная по объёму шар можно представить как систему сферических слоев (или тонких дисков), обладающих массой  $dm$ .

плотность можно представить:  
 $\rho = \frac{m}{V}$ ,  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ ,  $m$  - масса всего шара

В качестве элементарной масса выберем сферический слой радиуса  $r$  (см. на рисунке). Его массу можно представить:

$$dm = \rho dV$$

при этом объем слоя равен:

$$dV = 4\pi r^2 dh$$

момент инерции тонкого диска равен  $dJ = \frac{r^2 \cdot dm}{2}$

$$r = \sqrt{R^2 - h^2}, \text{ тогда } dV = 4\pi(R^2 - h^2) dh$$

Просуммируем моменты инерции всех дисков:

$$J = \int_{-R}^R \dots - 2 \int_{-R}^R \dots$$

Момент инерции через

Откуда

$$27.$$

однако

то

для

или



$$J = \int_{-R}^R dJ = \int_{-R}^R \frac{4\pi(R^2 - h^2)}{2} dh = 2\pi \rho \left( \int_{-R}^R R^2 dh - \int_{-R}^R h^2 dh \right) = \frac{2}{5} m R^2$$

Момент инерции относительно оси, проходящей через центр шара:  $J = \frac{2}{5} m R^2$   
 Ответ:  $J = \frac{2}{5} m R^2$

27. Найти момент инерции однородного конуса массы  $m$  и радиуса основания  $R$  относительно оси, проходящей через центр его симметрии.

$$4\pi(R^2 - h^2) dh$$