Вопрос номер 28:

УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА, СОВЕРШАЮЩЕГО ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА ПРИ ПЛОСКОМ ДВИЖЕНИИ.

Рассмотрим простейший случай движения тела, не имеющего закрепленных точек, — случай плоского движения. Движение точки называют плоским, если все точки ее траектории лежат в одной плоскости. **Плоское (плоскопараллельное) движение твердого тела** — это такое движение, при котором траектории всех точек тела лежат в параллельных плоскостях.

Особенностью плоского движения твердого тела является то, что если оно вращается, то тогда ось вращения сохраняет свою ориентацию в пространстве и остается перпендикулярной плоскости, в которой движется центр масс. При этом достаточно рассмотреть движение одного из его сечений, например того, в котором лежит центр масс. При разложении плоского движения на поступательное и вращательное скорость *v* поступательного движения определена неоднозначно — она зависит от выбора оси вращения, однако угловая скорость вращательного движения оказывается одной и той же.

Плоское движение твердого тела в данный момент времени можно представить как *чисто вращательное движение вокруг мгновенной оси вращения*, проходящей через неподвижную точку, скорость *v* которой равна нулю в неподвижной *лабораторной системе отсчета,* жестко связанной с Землей. Эта ось может находиться внутри или вне тела. В разные моменты времени положение мгновенной оси вращения изменяется с течением времени относительно неподвижной системы отсчета и относительно тела.

Если в качестве оси вращения выбрать ось, проходящую через центр масс, то уравнениями движения твердого тела будут уравнение движения центра масс и уравнение динамики плоского движения.

Уравнение движения центра масс определяет скорость поступательного движения тела массой *m:*

$$m\frac{d\vec{v}_C}{dt}=\sum_i \vec{F}_i, \qquad (5.12)$$

где u_c — скорость центра масс тела; ^ *F-,* — сумма всех внешних сил.

l

Уравнение динамики плоского движения относительно оси, проходящей через центр масс тела и неподвижной относительно тела, определяет.угло- вую скорость ш$_c$ вращательного движения:

$$I_C \frac{d\vec{\omega}_C}{dt} = \vec{M}_C^{\text{внеш}}, \qquad (5.13)$$

где /$_с$ и М?^{неш} — соответственно момент инерции тела и момент внешних сил относительно этой оси.

Определим **кинетическую энергию тела,** совершающего плоское движение. Если рассматривать движение тела как вращение вокруг мгновенной оси, то элемент массы Ат, имеет в данный момент времени линейную скорость ц, = со/; , где /; — расстояние от этого элемента до мгновенной оси. Кинетическая энергия отдельного элемента тела

$$\Delta E_{ki} = \frac{1}{2}\Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2}\Delta m_i r_i^2 \omega^2,$$

а кинетическая энергия всего тела

$$E_k = \sum \Delta E_{ki} = \frac{\omega^2}{2}\sum \Delta m_i r_i^2 = \frac{I_1 \omega^2}{2}, \qquad (5.14)$$

где /, — момент инерции тела относительно мгновенной оси. Но по теореме Штейнера (5.5) /, = /$_с$ + т/*$_0^2$, где *г$_0$* — расстояние от мгновенной оси до центра масс и /$_с$ — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс. Поэтому из выражения (5.14) получим

$$E_k = \frac{I_C \omega^2}{2} + \frac{1}{2} m r_0^2 \omega^2.$$

Введем в это выражение линейную скорость центра масс *v$_c$* = со$_с$ *г$_0$*:

$$\boxed{E_k = \frac{I_C \omega_C^2}{2} + \frac{m v_C^2}{2}.} \qquad (5.15)$$

Теорема Кёнига: полная кинетическая энергия при плоском движении твердого тела равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движений (вращение рассматривается вокруг оси, проходящей через центр масс).

Если рассматривать плоское движение как вращение вокруг мгновенной оси, то кинетическая энергия тела есть энергия вращательного движения (см. формулу (5.14)).