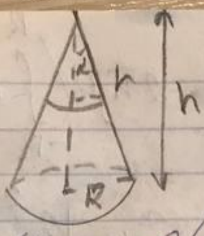
$$J = \int_{-R}^{R} dJ = \int_{-R}^{R} \frac{4\pi(R^2-h^2)^2 dh}{2} = 2\pi\rho\left(\int_{-R}^{R} R^4 dh - 2\int_{-R}^{R} R^2h^2 dh + \int_{-R}^{R} h^4 dh\right) = \frac{2}{5}mR^2$$

Момент инерции относительно оси, проходящей через центр шара: $J = \frac{2}{5}mR^2$

Ответ: $J = \frac{2}{5}mR^2$

27. Найти момент инерции однородного конуса массы m и радиуса основания R относительно оси, проходящей через центр его симметрии.



Рассмотрим диск элемента радиуса r и толщину dx на расстоянии x от точки O.

Тогда $r = x\,tg\alpha$ и объем диска $= \pi x^2 tg^2\alpha\, dx$

Следовательно его масса $dm = \pi x^2 tg^2\alpha\, dx \cdot \rho$ (где ρ – плотность конуса $= m/\left(\frac{1}{3}\pi R^2 h\right)$)

Тогда момент инерции этого элемента вокруг оси будет равен:

$$dI = dm\frac{r^2}{2} = (\pi x^2 tg^2\alpha\, dx)\frac{x^2 tg^2\alpha}{2} =$$

$$= \frac{\pi\rho}{2} x^4 tg^4\alpha\, dx$$

Таким образом, искомый момент инерции равен:

$$I = \frac{\pi\rho}{2} tg^4\alpha \int_0^h x^4 dx = \frac{\pi\rho R^4 \cdot h^5}{10 h^4} \quad \left(\text{так как } tg\alpha = \frac{R}{h}\right)$$

следоват

вится р

$I = \frac{3mR}{10}$

следовательно $I = \frac{3mR^2}{10}$ (подставляя $\rho = \frac{3m}{\pi R^2 h}$)

$I = \frac{3mR^2}{10}$

25. Найти момент инерции однородного диска массой m, радиусом R относительно оси перпендикулярной плоскости диска и касательной к образующей диска.

Воспользуемся теоремой Гюйгенса-Штейнера: момент инерции тела относительно данной оси A равен моменту инерции тела относительно оси параллельной данной и проходящей через центр масс тела C + произведение массы тела на квадрат