

9. Зависимость модуля скорости частицы v_x от пройденного пути x определяется функцией $v_x = v_0 - bx$. Найти: а) зависимость $x(t)$, если $x_0 = 0$; б) определить зависимость $v(t)$.

Дано: $v_x = v_0 - bx$
 $x_0 = 0$
 $x(t) = ?$
 $v(t) = ?$

Решение

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$dx = v dt$$

$$dx = (v_0 - bx) dt$$

$$dt = \frac{dx}{v_0 - bx}$$

$$\int dt = \int \frac{dx}{v_0 - bx}$$

$$\int \frac{dx}{v_0 - bx} = \left| \begin{array}{l} u = v_0 - bx \\ du = (-b) dx \\ dx = \frac{du}{-b} \end{array} \right| = \int \frac{du}{-b \cdot u} = -\frac{1}{b} \ln u + c = -\frac{1}{b} \ln (v_0 - bx) + c$$

$$t = -\frac{1}{b} \ln (v_0 - bx) + c$$

$$t_0 = 0, x_0 = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{b} \ln v_0$$

$$t = -\frac{1}{b} \ln (v_0 - bx) + \frac{1}{b} \ln v_0$$

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left(\frac{v_0 - bx}{v_0} \right), \quad -bt = \ln \left(\frac{v_0 - bx}{v_0} \right), \quad e^{-bt} = \frac{v_0 - bx}{v_0}$$

$$bx = v_0 - v_0 e^{-bt}$$

$$x(t) = \frac{v_0 - v_0 e^{-bt}}{b}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{b} (v_0 - v_0 e^{-bt})' = \frac{1}{b} (0 - v_0 e^{-bt} \cdot (-b)) = v_0 e^{-bt}$$

$$v(t) = v_0 e^{-bt}$$