

Вопрос 12: Импульс системы. Законы изменения и сохранения импульса системы.

Примечание: МТ – материальное тело или материальная точка

Импульс системы n МТ – сумма импульсов всех МТ, входящих в эту систему:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i, \quad (3.1)$$

где $\vec{p}_i = m_i \cdot \vec{v}_i$ – импульс i -й МТ;
 m_i и \vec{v}_i – ее масса и скорость.

Рассмотрим систему из 2-х МТ.

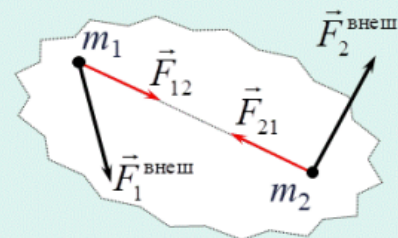
$\vec{F}_1^{\text{внеш}}$ и $\vec{F}_2^{\text{внеш}}$ – равнодействующая всех внешних сил, действующих на МТ массой m_1 и m_2 соответственно.

\vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} – силы взаимодействия между этими МТ.

Уравнения движения МТ:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_1^{\text{внеш}},$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_2^{\text{внеш}}$$



просуммируем:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_1^{\text{внеш}} + \vec{F}_2^{\text{внеш}}.$$

По III закону Ньютона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, тогда

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_1^{\text{внеш}} + \vec{F}_2^{\text{внеш}}.$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \vec{F}_1^{\text{внеш}} + \vec{F}_2^{\text{внеш}}.$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$$

– импульс системы,

$$\vec{F}_1^{\text{внеш}} + \vec{F}_2^{\text{внеш}} = \sum_{i=1}^2 \vec{F}_i^{\text{внеш}},$$

тогда:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^2 \vec{F}_i^{\text{внеш}}.$$

Полученное уравнение описывает изменение импульса системы 2-х МТ.

Очевидно, что его можно обобщить на случай, когда число МТ системы $n > 2$.

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}}} \quad (3.2)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} \quad (3.2)$$

– **закон изменения импульса** системы n МТ:

В ИСО изменение импульса системы МТ в единицу времени равно равнодействующей всех внешних сил, действующих на данную систему.

Из закона изменения импульса (3.2) следует, что если выполняется условие

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внеш}} = \vec{0},$$

тогда

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0},$$

откуда следует, что $\vec{p}(t) = \overrightarrow{\text{const}}$.

Закон сохранения импульса системы n МТ:

Если сумма всех внешних сил, действующих на систему, равна нулю, то при любых взаимодействиях МТ системы друг с другом ее импульс сохраняется:

$$\boxed{\vec{p}(t_1) = \vec{p}(t_2)} \quad \text{или} \quad \boxed{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i(t_1) = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i(t_2)}. \quad (3.8)$$