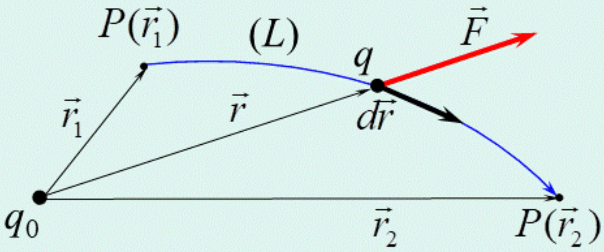
49. Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля (в интегральной и дифференциальной форме).

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Кафедра физики

Если **работа** сил стационарного поля, действующих на частицу, не зависит от формы ее траектории, а определяется начальным и конечным положением этой частицы, то такое поле называется ***стационарным потенциальным*** полем.



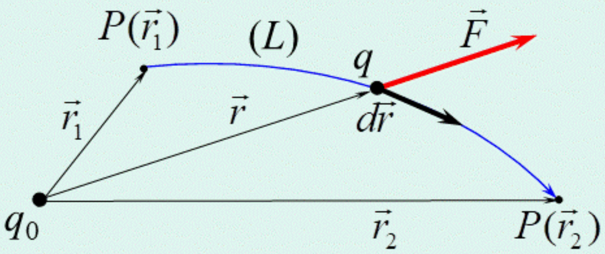
Пусть электростатическое поле создано точечным зарядом q_0.

Найдем работу (5.2) сил этого поля при движении в нем точечного заряда q из точки $P(\vec r_2)$ вдоль произвольной траектории (L):

$$A=\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}\left(\vec F,d\vec r\right)=\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}\left(\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec r}{r^3},d\vec r\right)=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\vec r_1}^{\vec r_2}\frac{1}{r^3}\cdot\left(\vec r,d\vec r\right)=$$

$$=\left|\left.\begin{matrix} d(\vec r,\vec r)=d(r^2)=2r\cdot dr \\ d(\vec r,\vec r)=(d\vec r,\vec r)+(\vec r,d\vec r)=2(\vec r,d\vec r)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\vec r,d\vec r)=r\cdot dr\right|=$$

$$=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{r\cdot dr}{r^3}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2}\right)=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right).$$



$$A=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \tag{9.28}$$

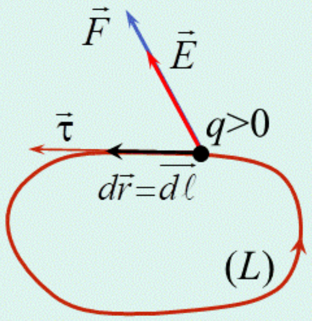
– не зависит от формы траектории (L), а определяется начальным и конечным положением заряда q.

Аналогичный результат можно получить для любого электростатического поля.

Работа сил электростатического поля при переносе заряда q не зависит от формы траектории, по которой двигался этот заряд, а определяется его начальным и конечным положением. Тогда работа этих сил по замкнутой траектории (L) всегда равна нулю:

$$A=0.$$

Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Кафедра физики



$$A=0.$$

$$A=\oint_{(L)}\left(\vec F,d\vec r\right)=\left|\begin{array}{l}\vec F=q\vec E\\ d\vec r=d\vec\ell\end{array}\right|=\oint_{(L)}\left(q\vec E,d\vec\ell\right)=$$

$$=q\oint_{(L)}\left(\vec E,d\vec\ell\right)=0.$$

Т. к. $q\neq 0$, то

$$\oint_{(L)}\left(\vec E,d\vec\ell\right)=0.$$

По (9.4) интеграл в левой части называется ***циркуляцией*** поля вектора $\vec E$ вдоль замкнутой ориентированной кривой (L).

Теорема о циркуляции вектора $\vec E$ электростатического поля (в интегральной форме):

Циркуляция вектора напряженности $\vec E$ электростатического поля вдоль любого замкнутого ориентированного контура (L) всегда равна нулю:

$$\boxed{\oint_{(L)}\left(\vec E,d\vec\ell\right)=0.} \tag{9.29}$$

Из (9.29) и теоремы Стокса (9.11):

$$\oint\limits_{(L)} \left(\vec{E}, \overrightarrow{d\ell}\right) = \int\limits_{(S)} \left(\operatorname{rot}\vec{E}, \vec{n}\right) dS = 0$$

следует ***теорема о циркуляции вектора*** $\vec{E}$ ***электростатического поля*** (в дифференциальной форме):

В любой точке электростатического поля

$$\boxed{\operatorname{rot}\vec{E} = \vec{0}.} \qquad (9.30)$$

Содержательный смысл:

Всякое электростатическое поле является потенциальным.