Кинетическая энергия вращающегося твердого тела. Работа внешних сил при вращении твердого тела

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела устанавливает связь между полным моментом внешних сил и угловым ускорением тела.

$\vec{M} = I\,\vec{\varepsilon}$ или $\vec{\varepsilon} = \dfrac{\vec{M}}{I}$: *угловое ускорение твердого тела прямо пропорционально полному моменту внешних сил и обратно пропорционально моменту инерции тела.*

Кинетическая энергия вращающегося тела определяется: $E_K = \dfrac{I\omega^2}{2}$.

Если тело катится по поверхности другого тела, то центр масс движется поступательно, а само тело вращается, поэтому энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения: $E_K = \dfrac{m\upsilon_c^2}{2} + \dfrac{I\omega^2}{2}$,

где υ_c – скорость центра масс тела; *I* – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, w – угловая скорость вращения тела. Из сопоставления кинетической энергии для поступательного и вращательного движений видно, что *мерой инертности* при вращательном движении служит *момент инерции.*

При вращении твердого тела его потенциальная энергия не изменяется, поэтому элементарная работа внешних сил равна приращению кинетической энергии тела: $dA = dE_K$:

$$dA = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = I\omega\frac{d\omega}{dt}dt = I\,\omega\,\varepsilon\,dt.$$

Учитывая, что $I\varepsilon = M$, $\omega dt = d\varphi$, имеем: $dA = M\,\mathrm{d}\varphi$.

Работа внешних сил при повороте твердого тела на конечный угол φ равна: $A = \int_0^{\varphi_1} M\,\mathrm{d}\varphi$.

Если $M = \mathrm{const}$, то формула для работы: $A = \int_0^{\varphi_1} M\,\mathrm{d}\varphi = M\varphi$, а если $M = 0$, то внешние силы работу не производят.

Кинетическая энергия вращающегося тела

- Рассмотрим тело как систему материальных точек

$$E_k = \sum_i E_{ki} = \sum_i \frac{m_i \upsilon_i^2}{2} =$$

$$\sum_i \frac{m_i \omega^2 R_i^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}.$$