

8. Материальная точка массой 0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом 2 с. Полная энергия колеблющейся точки 10^{-4} Дж. Найти амплитуду колебаний, написать уравнение колебаний, найти наибольшее значение силы, действующей на точку.

Дано: $m = 0,01$ кг; $T = 2$ с; $E_{\text{полн}} = 10^{-4}$ Дж.

Найти: A , $x(t)$, F_{max} .

Решение. Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A \sin (\omega t + \varphi_0).$$

Скорость v колеблющейся точки — это первая производная от смещения по времени

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos (\omega t + \varphi_0).$$

Кинетическая энергия колеблющейся точки будет

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cdot \cos^2 (\omega t + \varphi_0).$$

Полная энергия точки равна максимальному значению кинетической энергии $E_{\text{полн}} = E_{\text{к max}} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$ (когда $\cos^2 (\omega t + \varphi_0) = 1$).

Отсюда

$$A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2E_{\text{полн}}}{m}} = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{2E_{\text{полн}}}{m}};$$

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{0,01}} \simeq 0,045 \text{ (м)}.$$

Значение циклической частоты $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi = 3,14 \text{ (с}^{-1}\text{)}$.

Уравнение колебаний будет иметь вид $x = 0,045 \sin (\pi t + \varphi_0)$.

Ускорение колеблющейся точки — это первая производная от скорости по времени

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin (\omega t + \varphi_0).$$

Максимальное значение ускорения будет при условии, когда $\sin (\omega t + \varphi_0) = -1$, $a_{\text{max}} = A\omega^2$, а наибольшее значение силы будет

$$F_{\text{max}} = ma_{\text{max}} = mA\omega^2 = 0,01 \cdot 0,045 \cdot 3,14^2 \simeq 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ (Н)}.$$