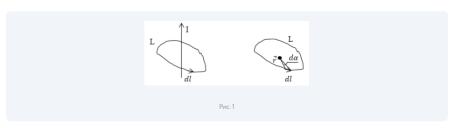
## Интегральная форма теоремы о циркуляции

Линии индукции магнитного поля, которое возникает вокруг постоянного тока, который течет по прямолинейному длинному проводнику -- концентрические окружности с центрами на **линии тока**. Интеграл вида  $\oint_L \overrightarrow{B} \, d \, \overrightarrow{l}$  - циркуляция вектора  $\overrightarrow{B}$  по замкнутому контуру L. Найдем  $\oint_L \overrightarrow{B} \, d \, \overrightarrow{l}$  по некоторому замкнутому контуру вокруг тока I (рис. 1).



Линии магнитной индукции лежат в плоскостях перпендикулярных линии тока I, контур L выбираем в плоскости одной из линий  $\overrightarrow{B}$ . Используем рис.1, получим:

Обозначим 
$$\left(\overrightarrow{\overrightarrow{B}}\overrightarrow{d}\overrightarrow{l}\right)=lpha$$
, тогда имеем:

По условию магнитное поле создает бесконечно длинный прямой проводник с током, индукцию поля которого мы знаем, и запишем в точке на расстоянии г от проводника как:

Подставим (3) и (2) в формулу (1), получим:

Теперь найдем циркуляцию вектора магнитной индукции, используя (4), получим:

где использовано то, что для замкнутого контура, который окружает начало координат.

Из полученного результата в (5) видим, что циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру вокруг тока не зависит от вида контура и определена только силой тока. В том случае если контур ток не охватывает, то циркуляция вектора индукции равна нулю.

Тогда теорема о циркуляции для нескольких токов формулируется следующим образом:

## ТЕОРЕМА 💆

Циркуляция индукции магнитного поля постоянных токов по произвольному замкнутому контурравна алгебраической сумме токов, которые пронизывают этот контур.



В математическом виде данная формулировка выглядит как уравнение:

$$\oint_{I} \overrightarrow{B} \overrightarrow{d} \overrightarrow{l} = \mathbf{M}_{0} \sum_{k=1}^{n} I_{k} = \mathbf{M}_{0} I(7),$$

где через I — обозначают **полный ток** (алгебраическая сумма всех токов, охватываемых контуром). Теорема о циркуляции еще называется законом полного тока. Надо иметь в виду, что циркуляция вектора  $\overrightarrow{B}$  по замкнутому контуру равна нулю не только в случае отсутствия токов, которые пронизывают заданный контур, но и если токи текут в противоположных направлениях и в сумме дают ноль. В формуле (7) знак тока учитывается по правилу правого винта. Этот закон мы получили для прямого бесконечного проводника, но он справедлив и для произвольного тока.

## Дифференциальная форма теоремы о циркуляции

Пусть S -- поверхность, которую охватывает контур L. Положительная нормаль к поверхности связана с направлением обхода контура L правилом правого винта. Силу полного тока, который течет через поверхность S можно записать как

$$I = \int \stackrel{\rightarrow}{j} d\overrightarrow{S}(8),$$

где 🧃 -- объёмная плотность тока. В таком случае теорему о циркуляции запишем ка

$$\oint \overrightarrow{B} d\overrightarrow{l} = \mu_0 \int \overrightarrow{j} d\overrightarrow{S} (9)$$

По теореме Стокса можно записать, что:

$$\oint_{\vec{a}} \overrightarrow{B} d\overrightarrow{l} = \int_{\vec{a}} rot \overrightarrow{B} d\overrightarrow{S} (10).$$

Следовательно, запишем

$$\int_{S} (rot \overrightarrow{B} - \mu_0 \overrightarrow{j}) d\overrightarrow{S} = 0 (11).$$

Равенство (11) выполняется для любой поверхности, следовательно, подынтегральное выражение также равно нулю

$$rot \overrightarrow{B} - \mu_0 \overrightarrow{j} = 0 \rightarrow rot \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{j}$$
 (12).

Равенство (12) дифференциальная форма теоремы о циркуляции. Она справедлива для произвольного поля в каждой точке

Напомним, что теорема о циркуляции в виде (7) и (12) записана для поля в вакууме и стационарных токов.