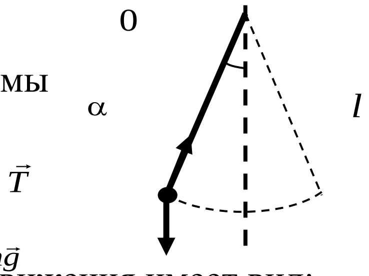
## 32. Физический и математический маятник(малые колебания без затухания)

**Математический маятник** представляет собой материальную точку, подвешенную на невесомой и нерастяжимой нити.
В соответствии с динамическим уравнением вращательного движения

$$I\frac{d\omega_z}{dt} = M_z,$$

$$I\beta_z = M_z.$$




Для рассматриваемой системы

$$I = ml^2,$$

$$M_z = -mgl\sin\alpha.$$

Следовательно уравнение движения имеет вид:

$$ml^2\ddot{\alpha} = -mgl\sin\alpha.$$

Для малых углов $\ddot{\alpha} + \frac{g}{l}\alpha = 0$

Введя обозначение $\frac{g}{l} = \omega_0^2$ получим $\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0$

Решением этого уравнения является функция $\alpha(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$
*кинематическое уравнение гармонических колебаний* математического маятника.

Период этих колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Частота $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

**Физический маятник** представляет собой твёрдое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной точки или оси.
*Уравнение колебаний* физического маятника аналогично уравнению математического маятника и запишется в виде

$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0 \quad \ddot{a} + \omega_0^2\alpha = 0,$$

Где $\omega_0^2 = mgl/J$

*Период колебаний* физического маятника определяется формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg\ell}}$$

Математический маятник с приведённой длиной $\ell_{np} = \dfrac{J}{m\ell}$ будет иметь такой же период колебаний как и данный физический. При этом точка будет центром качания физического маятника.