

### Условие задачи:

Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества  $\nu=1$  моль, находится под давлением  $p_1=250$  кПа и занимает объем  $V_1=10$  л. Сначала газ изохорно нагревают до температуры  $T_2=400$  К. Далее, изотермически расширяя, доводят его до первоначального давления. После этого путем изобарного сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический КПД  $\eta$  цикла

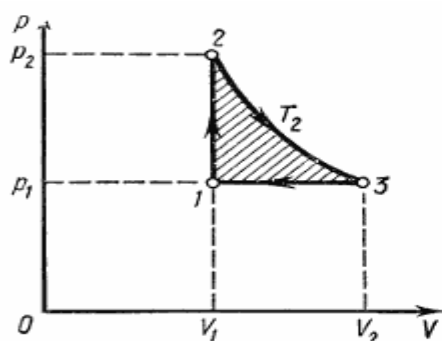


Рис. 11.2

**Решение.** Для наглядности построим сначала график цикла, который состоит из изохоры, изотермы и изобары. В координатах  $p, V$  этот цикл имеет вид, представленный на рис. 11.2. Характерные точки цикла обозначим 1, 2, 3.

Термический КПД любого цикла определяется выражением

$$\eta = (Q_1 - Q_2)/Q_1, \text{ или } \eta = 1 - Q_2/Q_1, \quad (1)$$

где  $Q_1$  — количество теплоты, полученное газом за цикл от нагревателя;  $Q_2$  — количество теплоты, отданное газом за цикл охладителю.

Заметим, что разность количеств теплоты  $Q_1 - Q_2$  равна работе  $A$ , совершаемой газом за цикл. Эта работа на графике в координатах  $p, V$  (рис. 11.2) изображается площадью цикла (площадь цикла заштрихована).

Рабочее вещество (газ) получает количество теплоты  $Q_1$  на двух участках:  $Q_{1-2}$  на участке 1—2 (изохорный процесс) и  $Q_{2-3}$  на участке 2—3 (изотермический процесс). Таким образом,  $Q_1 = Q_{1-2} + Q_{2-3}$ .

Количество теплоты, полученное газом при изохорном процессе, равно

$$Q_{1-2} = C_V \nu (T_2 - T_1),$$

где  $C_V$  — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\nu$  — количество вещества. Температуру  $T_1$  начального состояния газа найдем, воспользовавшись уравнением Клапейрона — Менделеева:

$$T_1 = p_1 V_1 / (\nu R).$$

Подставив числовые значения и произведя вычисления, получим

$$T_1 = \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{1,8,31} \text{ К} = 300 \text{ К}.$$

Количество теплоты, полученное газом при изотермическом процессе, равно

$$Q_{2-3} = \nu R T_2 \ln (V_2/V_1),$$

где  $V_2$  — объем, занимаемый газом при температуре  $T_2$  и давлении  $p_1$  (точка 3 на графике).

На участке 3—1 газ отдает количество теплоты  $Q_2$ , равное

$$Q_2 = Q_{3-1} = C_p \nu (T_2 - T_1),$$

где  $C_p$  — молярная теплоемкость газа при изобарном процессе.

Подставим найденные значения  $Q_1$  и  $Q_2$  в формулу (1):

$$\eta = 1 - \frac{\nu C_p (T_2 - T_1)}{\nu C_V (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \ln (V_2/V_1)}.$$

В полученном выражении заменим отношение объемов  $V_2/V_1$ , согласно закону Гей-Люссака, отношением температур ( $V_2/V_1 = T_2/T_1$ ) и выразим  $C_V$  и  $C_p$  через число степеней свободы молекулы [ $C_V = iR/2$ ,  $C_p = (i+2)R/2$ ]. Тогда после сокращения на  $\nu$  и  $R/2$  получим

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln (T_2/T_1)}.$$

Подставив значения  $i$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  и  $R$  и произведя вычисления, найдем

$$\eta = 1 - \frac{(5+2)(400 - 300)}{5(400 - 300) + 2 \cdot 400 \ln (400/300)} = 0,041 = 4,1 \, \%.$$