

# Лабораторная работа №1

## “Машинная арифметика”

Результатом выполнения работы является отчет, который предоставляется в электронном и/или рукописном виде. Отчет должен содержать развернутое описание хода выполнения каждого задания, ответы на все поставленные вопросы и код программ. Язык программирования может быть любым.

Отчет в формате pdf отправляется на почту [bondarivanv@gmail.com](mailto:bondarivanv@gmail.com), в тему письма указать предмет (МВ), номер лабораторной работы (лаб 1 ) и фамилию сдающего. Просьба не использовать почтовый аккаунт группы для отправки писем с лабораторными работами поскольку это затрудняет переписку.

### Задания

#### 1. Задание 1

- 1.1. Для чего предназначена функция `'log1p'`, входящая в набор стандартных математических функций большинства языков программирования?
- 1.2. Приведите примеры кода (желательно построить графики), подтверждающие необходимость использования этой функции.
- 1.3. Объясните причины проблемы, которую позволяет преодолеть указанная функция.
- 1.4. Попробуйте предположить каким образом реализована функция `'log1p'`. Напишите свою версию этой функции и проверьте полученный результат.

#### 2. Задание 2

- 2.1. Для чего предназначена функция `'math.expm1'`, входящая в набор стандартных математических функций большинства языков программирования?
- 2.2. Приведите примеры кода (желательно построить графики), подтверждающие необходимость использования этой функции.
- 2.3. Объясните причины проблемы, которую позволяет преодолеть указанная функция.

2.4. Попробуйте предположить каким образом реализована функция ‘expm1’. Напишите свою версию этой функции и проверьте полученный результат.

### 3. Задание 3

3.1. Рассмотрим ряд Тейлора для экспоненты:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (1)$$

3.2. Написать программу, которая вычисляет  $e^x$  напрямую по формуле (1), используя машинную арифметику. Суммирование следует проводить до тех пор, пока результат не перестанет меняться. Полученный результат обозначим  $E(x)$ , число слагаемых в итоговой сумме —  $n$ .

3.3. Для  $x = 5, 4, 3, \dots, -39, -40$  вывести таблицу со строками

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & n & E(x) & \exp(x) \\ \hline \end{array}$$

3.4. Объяснить полученные результаты.

3.5. На основе (1) предложить более подходящий алгоритм вычисления экспоненты при отрицательных значениях аргумента, подтвердить его эффективность экспериментально (см. [2]).

### 4. Задание 4

4.1. Рассмотрим квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (2)$$

и стандартную формулу для нахождения корней

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

4.2. Решить (1) по формуле (2) в машинной арифметике при  $a = 10^{-4}$ ,  $b = -10^4$ ,  $c = 6 \cdot 10^{-5}$ . Вывести найденные корни, точные корни и точную относительную погрешность для каждого корня (используя символьные вычисления или ресурсы вроде Wolfram Alpha).

4.3. Объяснить полученный результат

4.4. Предложить более эффективный способ вычисления наименьшего по модулю корня квадратного уравнения в случае  $b^2 \gg |4ac|$  и подтвердить его эффективность экспериментально.

## 5. Задание 5

5.1. Для указанных ниже машинных арифметик вычислить (аналитически):

- минимальное положительное точно представимое вещественное число

- минимальное положительное нормализованное число

5.2. Написать и обосновать программу, которая подтверждает полученные ответы.

Параметры:

5.2.1. Тип данных 'float'

5.2.2. Тип данных double

## 6. Задание 6

6.1. Для указанных ниже машинных арифметик вычислить (аналитически):

- максимальное положительное точно представимое вещественное число

- максимальное положительное денормализованное число

6.2. Написать и обосновать программу, которая подтверждает полученные ответы.

Параметры:

6.2.1. Тип данных 'float'

6.2.2. Тип данных double

## 7. Задание 7

7.1. Вычислить (аналитически) минимальное положительное целое число, не представимое точно в указанных ниже машинных арифметиках.

7.2. Написать и обосновать программу, которая подтверждает полученные ответы.

Параметры:

7.2.1. Тип данных 'float'

7.2.2. Тип данных double

## 8. Задание 8

8.1. Для указанных ниже машинных арифметик вычислить (аналитически):

-машинный эпсилон

-наименьшее машинное число  $\epsilon$ , удовлетворяющее свойству  $fl(1+\epsilon) > 1$

8.2. Написать и обосновать программу, которая подтверждает полученные ответы.

8.2.1. Тип данных 'float'

8.2.2. Тип данных double

## 9. Задание 9

9.1. Используя материалы сети Интернет, изучить особенности реализации денормализованных чисел в современных процессорах.

9.2. Написать программу, которая позволяет сравнить экспериментально скорость работы машинной арифметики в диапазонах нормализованных и денормализованных чисел. Для проведения экспериментов рекомендуется использовать компилируемый язык.

9.3. Привести количественные результаты. Сделать выводы.

## Литература

[1] Бахвалов, Лапин, Чижонков - Численные методы в задачах и упражнениях. М.: Высшая школа, 2000.

[2] Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. М.: Мир, 1998.