TEORIJA OMA (KVIZI):

Kratko (neobvezno) preverjanje znanja: kompleksna števila kviz

Število $e^{-i\pi}$ je enako

- 1
- π
- -1 ✔
- i

Dani sta kompleksni števili $z = e^{i\pi/8}$ in $w = \frac{1}{2}e^{-2i}$. Koliko je absolutna vrednost $\bar{z}w^2$?

Izberite enega:

- a. 2
- b. 1/4
- c. 1/2
- d. 4

Kateri parameter kompleksnega števila z ni enolično določen?

Izberite enega:

- a. Polarni kot.
- b. Absolutna vrednost.
- c. Imaginarni del.
- d. Realni del.

Polarni kot kompleksnega števila $\frac{z^3}{w}$, kjer sta $z = |z|e^{i\varphi}$ in $w = |w|e^{i\theta}$, je enak:

Izberite enega:

- a. $3\varphi - \theta$
- b. $\frac{\varphi^3}{\theta}$
- c. $\varphi^3\theta$
- d. $3\varphi + \theta$

Katera od naslednjih preslikav predstavlja rotacijo kompleksne ravnine za kot $\frac{\pi}{6}$ okrog izhodišča?

Izberite enega ali več:

- [ ] a. $z \mapsto z\frac{\pi}{6}$
- [ ] b. $z \mapsto z + \frac{\pi}{6}$
- [x] c. $z \mapsto ze^{-i\frac{11\pi}{6}}$ ✔
- [x] d. $z \mapsto ze^{i\frac{\pi}{6}}$ ✔

Katera preslikava preslika množico kompleksnih števil z realnim delov večjim od 0 in imaginarnim delom večjim od 1 v množico kompleksnih števil z realnim delom manjšim od 0 in imaginarnim delom večjim od 0?

Izberite enega:

- ○ a. $z \mapsto ze^{i\frac{\pi}{2}} - 1$
- ◉ b. $z \mapsto (z - i)e^{i\frac{\pi}{2}}$ ✔
- ○ c. $z \mapsto (z - 1)e^{i\frac{\pi}{2}}$
- ○ d. $z \mapsto \bar{z} - i$

Polarni kot števila -1-i je:

Izberite enega:

- ○ a. 2π
- ○ b. $\pi/4$
- ◉ c. $5\pi/4$
- ○ d. $3\pi/4$
- ○ e. $\sqrt{2}$
- ○ f. $\pi/2$

Preslikava $z \mapsto 2z + i$ preslika množico $\{z, |z| = 1\}$ v

Izberite enega ali več:

- [x] a. krožnico s polmerom 2.
- [x] b. krožnico s središčem v točki i.
- [ ] c. realno os.
- [ ] d. krožnico s središčem v točki $-i$.

Algebraične enačbe, koreni enote in uvod v zaporedja

Število a je limita zaporedja (a_n), če ....

Izberite enega:

- a. za vsak $\varepsilon > 0$ in vsako naravno $N(\varepsilon)$, so vsi členi a_n z indeksom $n \geq N(\varepsilon)$ oddaljeni od a za manj kot $\varepsilon > 0$.
- b. obstaja tak $\varepsilon > 0$, da so za vsak $N(\varepsilon)$ vsi členi a_n z indeksom $n \geq N(\varepsilon)$ oddaljeni od a za manj kot $\varepsilon > 0$.
- c. obstaja tak $\varepsilon > 0$ in naravno število $N(\varepsilon)$, da so vsi členi a_n z indeksom $n \geq N(\varepsilon)$ oddaljeni od a za manj kot $\varepsilon > 0$.
- d. za vsak $\varepsilon > 0$, obstaja naravno število $N(\varepsilon)$, tako da so vsi členi a_n z indeksom $n \geq N(\varepsilon)$ oddaljeni od a za manj kot $\varepsilon > 0$. ✔
- e. velja $|a - a_n| < \varepsilon$ za nek ε in neko naravno število $N(\varepsilon)$.

Koliko kompleksnih rešitev ima spodnja enačba?

$$\frac{z^6}{3-4i} = \frac{(-5+7i)^2}{z}$$

Izberite enega:

- a. 6
- b. 2
- c. 1
- d. 7

Naj bo dano kompleksno število $a \in \mathbb{C}$. Izberite pravilne trditve o rešitvah enačbe $z^n = a$.

- [x] a. Če je $n > 2$, potem enačba ne more imeti samih realnih rešitev. ✔
- [ ] b. Če je $n = 2$, ima enačba vedno vsaj eno kompleksno rešitev.
- [x] c. Denimo, da pri reševanju enačbe pr0i izbranem kotu $Arg(a)$ po nastavku dobimo rešitve $z_0, \ldots, z_n$. Če kotu $Arg(a)$ prištejemo nek večkratnik 2π in enačbo ponovno rešimo z istim nastavkom, se množica rešitev ne spremeni. ✔
- [ ] d. Pravilno indeksiranje rešitev z_0, z_1, $\ldots$, z_{n-1} je zelo pomembno.
- [x] e. Če je $n = 2$ ima enačba dve realni rešitvi natanko tedaj, ko je a realen. ✔
- [ ] f. Vse rešitve tvorijo oglišča pravilnega n-kotnika s središčem v točki $(a^{\frac{1}{n}}, 0)$.

Naj bo $p(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ polinom z realnimi koeficienti.

Koliko realnih rešitev ima algebraična enačba $p(x) = 0$, če je n liho število in $\frac{n-1}{2}$ rešitev leži v strogi zgornji polravnini kompleksne ravnine (x-os ni vključena)?

Koliko realnih rešitev ima algebraična enačba $p(x) = 5$, če je n liho število in $\frac{n-1}{2}$ rešitev leži v strogi zgornji polravnini kompleksne ravnine (x-os ni vključena)?

- a. Obe imata 1 realno rešitev. ✔
- b. Obe imata $\frac{n-1}{2} + 1$ realno rešitev.
- c. Obe imata same realne rešitve.
- d. Prva ima $\frac{n-1}{2} + 1$ realno rešitev, za drugo pa ne moremo sklepati.
- e. Prva ima 1 realno rešitev, za drugo ne moremo sklepati.

Zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{2n}}$ je ...

Izberite enega ali več:

- [x] a. monotono.
- [ ] b. divergentno.
- [x] c. konvergentno z limito $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- [x] d. omejeno.
- [ ] e. konvergentno z limito 1.

Neobvezen kviz: kratka ponovitev prejšnjih dveh tednov

Polarni kot kompleksnega števila $z = x + iy$, kjer je $x < 0$ in $y \neq 0$, izračunamo s predpisom:

- a. $\arctan \frac{y}{x} + \pi$ ✔
- b. $\arctan \frac{y}{x} + \frac{\pi}{2}$
- c. $\arctan \frac{y}{x} - \frac{\pi}{2}$
- d. $\arctan \frac{y}{x}$

Naj bosta dani števili $z = 2e^{i7}$ in $w = \frac{1}{2}e^{-i9}$. Absolutna vrednost in polarni kot števila $\overline{z}^4 w^2 \cdot e^{i2020}$ sta:

- a. $\frac{1}{64}$ in $-28 - 18 + 2020$ radianov
- b. $\frac{1}{64}$ in $-28 - 18 + 2020$ stopinj
- c. 4 in $e^{-4\cdot7-18\cdot2+2020}$ radianov
- d. $\frac{1}{64}$ in $28 - 18 + 2020$ radianov
- e. 4 in $-28 - 18 + 2020$ stopinj
- f. 4 in $-28 - 18 + 2020$ radianov
- g. 4 in $e^{4\cdot7-18\cdot2+2020}$ radianov

Naj bo z število iz **enotske** kompleksne krožnice. Katera trditev o $\overline{z}$ in z^{-1} je pravilna?

- a. z^{-1} in $\overline{z}$ imata enak samo polarni kot, ne pa tudi absolutne vrednosti.
- b. z^{-1} dobimo tako, da $\overline{z}$ prezrcalimo čez y-os.
- c. z^{-1} in $\overline{z}$ imata enako samo absolutno vrednost, ne pa tudi polarnega kota.
- d. z^{-1} in $\overline{z}$ sta enaka.

Naj bo z kompleksno število z $|z| = 2$. Koliko je $2\overline{z^{-1}}$?

- a. $\overline{z}$
- b. $4\overline{z}$
- c. $4z$
- d. $\frac{1}{2}\overline{z}$
- e. z
- f. $\frac{1}{2}z$

Naj bo $z = x + iy$ kompleksno število, kjer je $x > 0$ in $y \neq 0$. z^n je enako:

- a. $(x^2 + y^2)^n e^{in(\arctan\frac{y}{x}+\pi)}$
- b. $(\sqrt{x^2 + y^2})^n e^{in(\arctan\frac{y}{x}+\pi)}$
- c. $(\sqrt{x^2 + y^2})^n e^{i(\arctan\frac{y}{x})^n}$
- d. $(x^2 + y^2)^n e^{i(\arctan\frac{y}{x}+\pi)^n}$
- e. $(\sqrt{x^2 + y^2})^n e^{in\arctan\frac{y}{x}}$
- f. $(\sqrt{x^2 + y^2})^n e^{i(\arctan\frac{y}{x}+\pi)^n}$

Kratko preverjanje znanja: zaporedja in vrste

Kolikšna je vsota vrste

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n}?$$

Izberite enega:

- a. $\frac{4}{3}$
- b. 3
- c. 6
- d. Vrsta divergira.

Katera izmed naslednjih izjav o zaporedju $(a_n)_n$ in pripadajoči vrsti $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je napačna?

Izberite enega:

- a. Če zaporedje konvergira, potem tudi vrsta konvergira. ✔
- b. Če zaporedje sestavljajo pozitivna števila in vrsta konvergira, potem je vsota vrste pozitivna.
- c. Prvih sto členov zaporedja ne vpliva na konvergenco vrste.
- d. Če vrsta konvergira, potem tudi zaporedje konvergira.

Določite limito

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n + n^2}{2^{n+1} + 2}.$$

Izberite enega:

- a. limita ne obstaja
- b. 2
- c. $\frac{1}{2}$
- d. 1

Določite limito

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-2)^n + n^2}{2^{n+1} + 2}.$$

Izberite enega:

- a. 1
- b. 2
- c. $\frac{1}{2}$
- d. limita ne obstaja

Kakšno zaporedje ima zagotovo limito?

Izberite enega ali več:

- a. Omejeno in padajoče.
- b. Omejeno.
- c. Naraščajoče.
- d. Padajoče.
- e. Monotono.
- f. Konvergentno.

Naj za zaporedja $(a_n)_n$, $(b_n)_n$ in $(c_n)_n$ velja

$$\lim_{n\to\infty} a_n = 0, \ \lim_{n\to\infty} b_n = -2 \text{ in } \lim_{n\to\infty} c_n = 4.$$

Določite limito

$$\lim_{n\to\infty} \left(a_n b_n + \frac{c_n}{b_n} + a_{n+1} \right)$$

Izberite enega:

- a. -4
- b. -2
- c. -1
- d. Limita ne obstaja

Zaporedje $(a_n)_n$ je podano s predpisom $a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + 6)$ in začetnim členom $a_0 = 2$. Katera od naslednjih trditev je pravilna?

Izberite enega ali več:

- [x] a. Zaporedje je naraščajoče. ✔
- [ ] b. Zaporedje ni konvergentno.
- [x] c. Limita zaporedja je 6. ✔
- [ ] d. Limita zaporedja je 0.

Vrsta

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}?$$

se začne z:

Izberite enega:

- ○ a. $\frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \dots$
- ◉ b. $\frac{4}{8} + \frac{5}{16} + \frac{6}{32} + \frac{7}{64} + \dots$
- ○ c. $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots$
- ○ d. $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$

Kratko preverjanje znanja: konvergenčni kriteriji

S katerim od naštetih konvergenčnim kriterijem lahko sklepamo o divergenci harmonične vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$:

- ○ a. Korenski kriterij.
- ○ b. Leibnizov kriterij.
- ○ c. Kvocientni kriterij.
- ◉ d. Noben od preostalih kriterijev ne da odgovora o konvergenci. ✔

Naj bo $\sum_n a_n$ konvergentna vrsta iz pozitivnih členov. Katera od naslednjih trditev gotovo ne velja:

- ○ a. $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$.
- ○ b. $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = 1$.
- ○ c. $\lim_n a_{5n+1} = 0$.
- ◉ d. $\frac{1}{2n} < a_n < \frac{1}{n}$. ✔

Naj bo $\sum_n a_n$ konvergentna vrsta iz pozitivnih členov. Katera od trditev je gotovo resnična:

- a. $\lim_n a_{7n+5} = 0$ ✔
- b. $a_n \leq \frac{1}{n}$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.
- c. Za nek $0 < q < 1$ velja $\frac{a_{n+1}}{a_n} < q < 1$ za vse n večje od nekega $n_0 \in \mathbb{N}$.
- d. $\lim_n a_n$ ne obstaja nujno.

Naj bo $\sum_n a_n$ konvergentna vrsta. Vsak $100k$-ti člen spremenimo v $a_k = (1 + \frac{1}{k})^k$. Ali nova vrsta konvergira?

- a. Ne moremo vedeti. Potrebovali bi več informacij o členih a_n.
- b. Da.
- c. Ne. ✔

Naj bo $\sum_n a_n$ konvergentna vrsta iz nenegativnih členov. Prvih 100 členov poljubno spremenimo. Vsak $(1000k)$-ti člen razpolovimo. Vsak $(1000k + 1)$-vi člen pomnožimo z $\frac{99}{100}$. Ali nova vrsta konvergira?

- a. Ne.
- b. Da. ✔
- c. Ne moremo vedeti, saj potrebujemo dodatne informacije o členih a_n.

Naj bo $\sum_n a_n$ vrsta s pozitivnimi členi. V katerem od naslednjih primerov vrsta gotovo ne konvergira:

- a. $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = 1$.
- b. $\lim_n a_n = 0$.
- c. $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$.
- d. $\lim_n \sqrt{a_n} = 1$. ✔
- e. $\lim_n (a_{7n+8} + 8) = 8$

Kratko preverjanje znanja: funkcije

Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \frac{x^2}{\log(x-3)}.$$

Izberite enega:

- a. $(0, \infty)$
- b. $(3, \infty)$
- c. $(3, 4) \cup (4, \infty)$
- d. $x \neq 3$

Tekmovalci, oštevilčeni s številkami od 1 do 100, so tekli kros. Vemo, da nekaj tekmovalcev krosa ni končalo in da ni bilo delitve mest. Kaj velja za funkcijo f, ki kot argument sprejme mesto in vrne številko tekmovalca, ki ga je dosegel?

Izberite enega ali več:

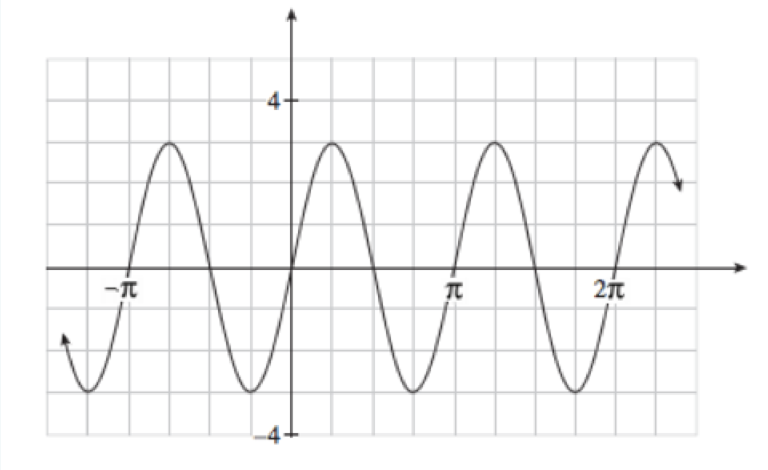
- a. Ima inverz. ✔
- b. Je injektivna. ✔
- c. Je surjektivna.
- d. $Z_f \subset \{1, 2, \ldots, 100\}$ ✔

Katere izmed spodnjih funkcij so lihe?

Izberite enega ali več:

- a. $\sin(x^2)$
- b. $\cos(x)$
- c. $2x^5$
- d. $5x^2 + 3x^3$
- e. e^x

Graf funkcije $f(x) = a \sin(bx)$ je enak



Določite vrednosti a in b.

Izberite enega:

- a. $a = -3, b = 2$
- b. $a = 3, b = 2$
- c. $a = -3, b = \frac{1}{2}$
- d. $a = 3, b = \frac{1}{2}$

Naj ima funkcija $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ ničli v točkah $x_1 = 1$ ter $x_2 = -2$. Kaj lahko povemo o ničlah funkcije g, ki je definirana s predpisom $g(x) = f(x-2)$?

Izberite enega ali več:

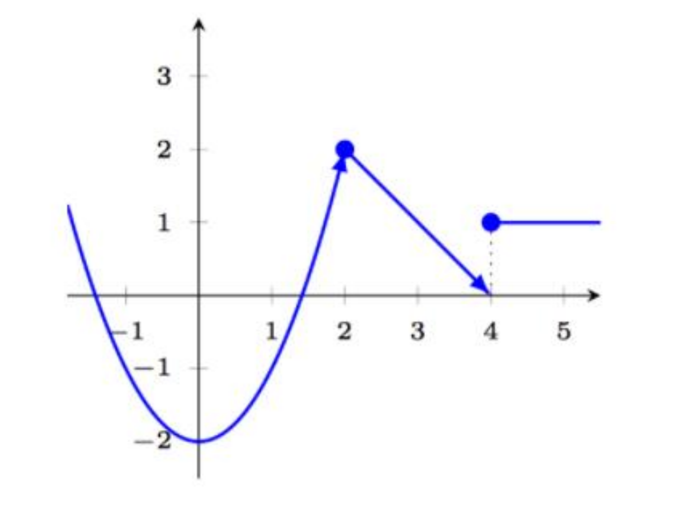
- a. Funkcija g ima ničlo v $x = -1$.
- b. O ničlah funkcije g ne moremo povedati ničesar.
- c. Funkcija g ima ničlo v $x = 1$.
- d. Funkcija g ima ničlo v $x = 3$. ✔

Naj ima funkcija $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ ničli v točkah $x_1 = 1$ ter $x_2 = -2$. Kaj lahko povemo o ničlah funkcije g, ki je definirana s predpisom $g(x) = f(x) - 2$?

Izberite enega ali več:

- a. Funkcija g ima ničlo v $x = 3$.
- b. Funkcija g ima ničlo v $x = 1$.
- c. Funkcija g ima ničlo v $x = -1$.
- d. O ničlah funkcije g ne moremo povedati ničesar. ✔

Katere trditve so pravilne za funkcijo f, katere graf je enak



Izberite enega ali več:

- [x] a. $\lim_{x\to 0} f(x) = -2$
- [ ] b. $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$
- [ ] c. $\lim_{x\to 4} f(x) = 1$
- [x] d. $\lim_{x\to 2} f(x) = 2$

Kratko preverjanje znanja (funkcije, 2. del)

Za funkcijo f velja, da obstaja tako zaporedje $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, da je $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ in $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = L$. Potem zagotovo velja, da je $\lim_{x\to a} f(x) = L$.

Izberite enega:

- ( ) Drži
- (•) Ne drži ✔

Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x,y) = \frac{1}{\log(x-y)}.$$

Izberite enega:

- ( ) a. Vse točke (x,y), za katere velja $x \geq y$.
- (•) b. Vse točke (x,y), za katere velja $x > y$ in $x - y \neq 1$. ✔
- ( ) c. Vse točke (x,y), za katere velja $x \neq y$ in $x - y \neq 1$.
- ( ) d. Vse točke (x,y), za katere velja $x > y$.

Katera množica je nivojnica funkcije $f(x, y) = x^2 + y^2$?

Izberite enega ali več:

- [x] a. Krožnica $x^2 + y^2 = 5$
- [ ] b. Krožnica $x^2 - y^2 = 5$
- [ ] c. Poljubna krivulja na grafu $z = x^2 + y^2$.
- [x] d. $\{(0, 0)\}$.

Naj bo f zvezna funkcija na intervalu$[-1, 1]$ in naj bo $f(-1) = 4$ in $f(1) = 3$. Označite pravilne trditve.

Izberite enega ali več:

- [x] a. Obstaja točka $a \in [-1, 1]$, kjer je $f(a) = \max\{f(x), x \in [-1, 1]\}$.
- [x] b. $\lim_{x \searrow -1} f(x^2) = 3$.
- [ ] c. $3 \leq f(x) \leq 4$ za vsak $x \in [-1, 1]$.
- [x] d. $\lim_{x \searrow -1} f(x) = 4$.

Naj bo f zvezna funkcija na intervalu $[-1, 1]$ in naj bo $f(-1) = 4$ in $f(1) = 2$. Označite pravilne trditve.

Izberite enega ali več:

- [ ] a. Funkcija $f(x)$ na intervalu $[-1, 1]$ zagotovo nima ničle.
- [x] b. Funkcija $f(x) - 3$ ima na intervalu $[-1, 1]$ ničlo. ✔
- [x] c. Obstaja tak $a \in [-1, 1]$, kjer je $f(a) = \pi$. ✔
- [ ] d. Obstaja natanko en $a \in [-1, 1]$, kjer je $f(a) = \pi$

Naj bo $\lim_{x \nearrow a} f(x) = \infty$ in $\lim_{x \nearrow a} g(x) = \infty$. Katera trditev je pravilna?

Izberite enega ali več:

- [x] a. Za vsaj M obstaja tak $\delta > 0$, da je $f(x) > M$ za vsak $x \in (a - \delta, a)$. ✔
- [ ] b. $\lim_{x \nearrow a}(f(x) - g(x)) = 0$.
- [ ] c. Za vsaj ϵ obstaja tak $M > 0$, da je $f(x) > \epsilon$ za vsak $x > M$.
- [x] d. $\lim_{x \nearrow a}(f(x)g(x)) = \infty$. ✔
- [ ] e. Za vsaj M obstaja tak $\delta > 0$, da je $f(x) > M$ za vsak $x \in (a - \delta, a + \delta)$.

Katera od naslednjih trditev je pravilna?

Izberite enega:

- a. Če za zvezno funkcijo f, definirano na zaprtem intervalu $[a, b]$, velja $f(a)f(b) < 0$, potem ima f ničlo na intervalu (a, b). ✔
- b. Vsaka zvezna funkcija, ki je definirana na odprtem intervalu, ima na njem ničlo.
- c. Če za zvezno funkcijo f, definirano na zaprtem intervalu $[a, b]$, velja $f(a)f(b) > 0$, potem na intervalu (a, b) nima ničle.
- d. Vsaka zvezna funkcija, ki je definirana na zaprtem intervalu, ima na njem ničlo.

Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{x^n}.$$

Izberite enega:

- a. $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
- b. $(1, \infty)$
- c. $(-1, 1)$
- d. $x \neq 0$

Naj bo f zvezna funkcija na $\mathbb{R}$. Katere trditve so pravilne?

Izberite enega ali več:

- a. f zavzame v neki točki a svoj maksimum.
- b. V vsaki točki a je $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$. ✔
- c. Če obstaja tako zaporedje $\lim_{n \to \infty} a_n = a$, da je $\lim_{n \to \infty} f(a_n) = L$, potem je $\lim_{x \to a} f(x) = L$. ✔
- d. Če obstaja tako zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, da je $\lim_{n \to \infty} a_n = a$ in $\lim_{n \to \infty} f(a_n) = L$, potem je $f(a) = L$. ✔
- e. Obstaja $\lim_{x \to \infty} f(x)$.

Kratko preverjanje znanja - odvod ene spremenljivke

Kaj je odvod funkcije f v točki a?

Izberite enega ali več:

- [x] a. Limita diferenčnega kvocienta v točki a.
- [ ] b. Koeficient sekante na graf $y = f(x)$ skozi točko $(a, f(a))$ in bližnjo točko $(a+h, f(a+h))$.
- [x] c. Koeficient tangente na graf $y = f(x)$ v točki $(a, f(a))$.
- [x] d. Relativna sprememba funkcijske vrednosti ob zelo mahni spremembi vrednosti neodvisne spremenljivke.
- [ ] e. Diferenčni kvocient v točki a.

Katere enakosti so pravilne?

Izberite enega ali več:

- [x] a. $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$
- [ ] b. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- [ ] c. $(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x)$
- [x] d. $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$

Kakšna je enačba tangente na graf funkcije $y = f(x)$ v točki $(0, f(0))$?

Izberite enega ali več:

- [ ] a. $y = f(0)x + f(0)$
- [ ] b. $y = f(0)x + f'(0)$
- [x] c. $y = f'(0)x + f(0)$
- [ ] d. $y = f'(0)x$

Iz podatka $f''(2) = 1$ lahko sklepamo, da je funkcija f v točki 2:

Izberite enega ali več:

- [ ] a. naraščajoča;
- [x] b. konveksna;
- [ ] c. konkavna.
- [ ] d. padajoča;

Iz podatka $f'(1) = 5$ lahko sklepamo, da je funkcija f v točki 5:

Izberite enega ali več:

- ☐ a. naraščajoča;
- ☐ b. konveksna;
- ☐ c. padajoča;
- ☑ d. ne moremo sklepati nič od naštetega.

Iz podatka $f'(0) = -1$ lahko sklepamo, da je funkcija f v točki 0:

Izberite enega ali več:

- ☐ a. naraščajoča
- ☑ b. padajoča
- ☐ c. konkavna
- ☐ d. konveksna

Iz podatka $f'(2) = 1$ lahko sklepamo, da je funkcija f v točki 2:

Izberite enega ali več:

- ☐ a. padajoča;
- ☐ b. konveksna;
- ☑ c. naraščajoča;
- ☐ d. konkavna.

Naj bo

$$f(x) = -\frac{x}{2x+1}$$

Zapiši linearno aproksimacijo $L(x)$ na funkcijo $f(x)$ v točki 0 in izračunaj vrednost $L(0)$.

a = 1

Uporabite L'Hôspitalovo pravilo za izračun spodnje limite.

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2+3x} =$ 0 ✔

Podano imamo funkcijo $f(x) = \tan(x)$. Naj bo $T_n(x)$ Taylorjev poninom za funkcijo $f(x)$ stopnje n v točki 0. Najmanj kolikšen mora biti n, da bo razlika

$$|f(\frac{\pi}{4}) - T_n(\frac{\pi}{4})|$$

manjša od ene stotine?

Odgovor: 7

Naj bo

$$f(x) = -\frac{x}{2x+1}$$

Zapiši linearno aproksimacijo $L(x)$ na funkcijo $f(x)$ v točki -1 in izračuna vrednost $L(2)$.

a = -4

Podano imamo funkcijo $f(x) = \log(x)$. Naj bo $T_n(x)$ Taylorjev poninom za funkcijo $f(x)$ stopnje n v točki 1. Določite tak najmanjši n, pri katerem je razlika

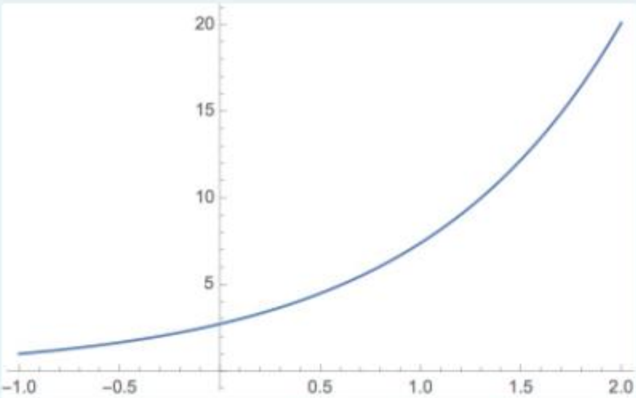
$$|f(1) - T_n(1)|$$

prvič manjša od ene desetine.

Odgovor: 5

Kratko preverjanje znanja (odvod, 2.del)

Na sliki je narisan graf $y = f(x)$ funkcije f.



Katere od naslednjih trditev so pravilne?

Izberite enega ali več:

- [x] a. $f'' > 0$
- [x] b. $f' > 0$
- [ ] c. $f' < 0$
- [ ] d. $f'' < 0$

Denimo, da sta f in g funkciji, za kateri velja, da je odvod razlike $f - g$ povsod enak 0. Ali drži, da sta potem funkciji f in g enaki?

Izberite enega:

- ○ Drži
- ◉ Ne drži ✔

Če velja $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$, potem je limita

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$$

enaka:

Izberite enega ali več:

- [ ] a. $\frac{f(x_0)}{g(x_0)}$
- [x] b. $\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- [ ] c. 0
- [ ] d. $\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$

Iz podatka $f'(0) = -1$ lahko sklepamo, da je funkcija f v točki 0:

Izberite enega ali več:

- [ ] a. konveksna
- [ ] b. konkavna
- [x] c. padajoča
- [ ] d. naraščajoča

Iz podatka $f''(2) = 1$ lahko sklepamo, da je funkcija f v točki 2:

Izberite enega ali več:

- [ ] a. padajoča;
- [x] b. konveksna;
- [ ] c. naraščajoča;
- [ ] d. konkavna.

grad$f(1,1)$ je vektor, ki

Izberite enega ali več:

- [ ] a. kaže v smeri tangente na nivojsko krivuljo $f(x,y) = f(1,1)$ v točki $(1,1)$.
- [x] b. ima za komponenti parcialna odvoda funkcije $f(x,y)$ v točki $(1,1)$. ✔
- [ ] c. ima vedno dolžino 1.
- [x] d. kaže v smeri normale na nivojsko krivuljo $f(x,y) = f(1,1)$ v točki $(1,1)$. ✔

Dana je funkcija $f(x,y) = x^3y + log(xy)$. Izračunaj smerni odvod v točki $(1,1)$ v smeri vektorja $(1,-3)$.

Če se premaknemo iz točke $(1,1)$ v smeri vektorja $(1,-3)$, potem se vrednost funkcije:

Izberite enega:

- poveča.
- zmanjša. ✔
- ne moremo povedati.
- ne vem.

Za ostanek $R_n(x)$ v Taylorjevi formuli za funkcijo $f(x)$ okrog točke x_0 velja:

Izberite enega ali več:

- [x] a. enak je napaki približka $f(x) \doteq T_n(x)$. ✔
- [ ] b. enak je naslednjemu členu v Taylorjevi vrsti.
- [x] c. enak je razliki $f(x) - T_n(x)$, kjer je x poljubna točka v definicijskem območju funkcije f. ✔
- [ ] d. konvergira proti 0 za vsak x iz definicijskega območja funkcije f.

Odvod sestavljene funkcije $g(t) = f(x(t), y(t))$ je enak

Izberite enega ali več:

- [x] a. $g'(t) = f_x(x(t), y(t))x'(t) + f_y(x(t), y(t))y'(t)$.
- [ ] b. $g'(t) = f(x'(t), y'(t))$.
- [ ] c. 0.
- [ ] d. $g'(t) = f_x(x(t), y(t)) + f_y(x(t), y(t))$.

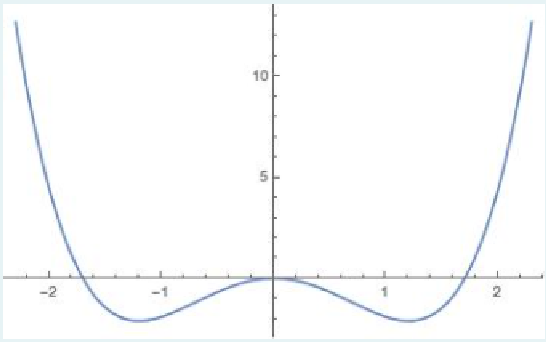
Katere od limit lahko izračunamo s pomočjo L'Hospitalovega pravila?

Izberite enega ali več:

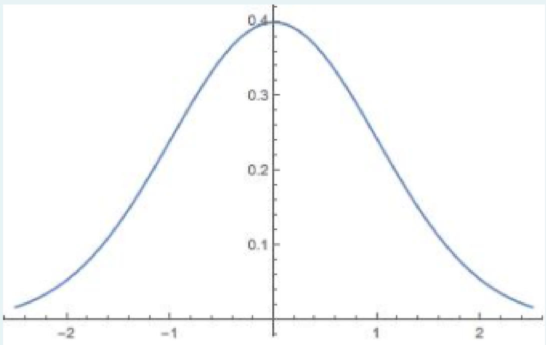
- [ ] a. $\lim_{x \to 0} \frac{\cos 2x}{x^2}$
- [x] b. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 2x}{x}$
- [ ] c. $\lim_{x \to 0} \frac{\log x}{x}$
- [ ] d. $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sin x}{x}$

Kratko preverjanje znanja (odvod, 3. del)

Graf



je graf odvoda funkcije f, graf



pa graf odvoda funkcije g. Katera od funkcij ima lokalni ekstrem na intervalu $[-2, 2]$?

Izberite enega:

- a. Samo g.
- b. Samo f.
- c. Nobena od omenjenih funkcij.
- d. f in g

Za dani funkciji f in g naj obstajata odvoda f' in g' v vsaki točki definicijskega območja in velja

$$f'(x) > g'(x)$$

za vse x. Kaj lahko poveste o grafih $y = f(x)$ ter $y = g(x)$?

Izberite enega:

- a. Grafa se sekata v največ eni točki.
- b. Grafa se sekata natanko enkrat.
- c. Grafa se ne sekata.
- d. Grafa se lahko sekata več kot enkrat.

Če je $h(x) = f^2(x) - g^2(x)$ in velja $f'(x) = g(x)$ ter $g'(x) = -f(x)$, potem je $h'(x)$ enak:

Izberite enega ali več:

- a. $4f(x)g(x)$
- b. $2f(x) + 2g(x)$
- c. 0
- d. $f^2(x) + g^2(x)$

V lokalnem maksimumu funkcija prehaja iz

Izberite enega ali več:

- [ ] a. padanja v naraščanje
- [ ] b. konkavnosti v konveksnost
- [ ] c. konveksnosti v konkavnost
- [x] d. naraščanja v padanje

Funkcija f ima v stacioanrni točki x_0 lokalni ekstrem, če velja

Izberite enega ali več:

- [ ] a. $f''(x_0) = 0$.
- [x] b. odvod $f'(x)$ v točki x_0 spremeni predznak.
- [ ] c. razlika $f(x) - f(x_0)$ točki x_0 spremeni predznak.
- [ ] d. odvod $f'(x)$ v točki x_0 ne spremeni predznaka.
- [x] e. razlika $f(x) - f(x_0)$ točki x_0 ne spremeni predznaka.
- [x] f. $f''(x_0) \neq 0$.

Vaš odgovor je delno pravilen.

Pravilno ste izbrali 2.
Pravilni odgovori so: odvod $f'(x)$ v točki x_0 spremeni predznak.
, razlika $f(x) - f(x_0)$ točki x_0 ne spremeni predznaka.
, $f''(x_0) \neq 0$.

Funkcija $f(x, y)$ ima v točki (x_0, y_0) lokalni ekstrem, če je

Izberite enega ali več:

- [ ] a. gradient pozitiven in determinanta Hessejeve matrike pozitivna.
- [ ] b. gradient enak 0 in determinanta Hessejeve matrike negativna.
- [x] c. gradient enak 0 in determinanta Hessejeve matrike pozitivna.
- [x] d. razlika $f(x, y) - f(x_0, y_0)$ enako predznačena v točkah, ki so blizu točke (x_0, y_0).

V stacionarni točki funkcije $f(x, y)$ je

Izberite enega ali več:

- [x] a. smerni odvod v poljubni smeri enak 0.
- [x] b. gradient enak 0.
- [ ] c. smerni koeficient tangente na nivojsko krivuljo enak 0.
- [ ] d. lokalni ekstrem funkcije.

Funkcija $f(x, y) = x^2 - y^2 + 5$

Izberite enega ali več:

- [ ] a. ima lokalni ekstrem v točki $(0, 0)$.
- [x] b. ima stacionarno točko $(0, 0)$.
- [x] c. nima lokalnega ekstrema.
- [ ] d. ima lokalni ekstrem v točki $(0, 5)$.

Funkcija $f(x,y)$ je zvezo parcialno odvedljiva. Katere trditve so pravile?

Izberite enega ali več:

- a. Če je grad$f(a,b)=0$ ima funkcija v točki (a,b) lokalni ekstrem.
- b. Če ima funkcija $f(x,y)$ v točki (a,b) lokalni minimum, je smerni odvodi $f_{\vec{e}}(a,b)$ v smeri poljubnega nenicelnega vectorja $\vec{e}$ enak 0.
- c. Če ima funkcija $f(x,y)$ v točki (a,b) lokalni minimum, je
$$\mathbf{grad}f(a,b)=\mathbf{0}.$$
- d. Če ima funkcija $f(x,y)$ v točki (a,b) lokalni minimum, je za poljuben (h,k)
$$f(a+h,b+k)\geq f(a,b).$$
- e. \v Ce ima funkcija $f(x,y)$ dva lokalna maksimuma, mora imeti tudi lokalni minimum.

Za funkcijo $f(x,y)$ velja:

Izberite enega ali več:

- a. Če je v točki (a,b) vezani ekstrem nad krožnico $x^2+y^2=1$ je za nek λ točka (a,b,λ) stacionarna točka funkcije
$$x^2+y^2+\lambda f(x,y).$$
- b. Vezani ekstrem nad krožnico $x^2+y^2=1$ je v točki (a,b), kjer je nivojska krivulja funkcije tangentna na krožnico.
- c. Vezani ekstrem nad krožnico $x^2+y^2=1$ je v točki (a,b), kjer je nivojska krivulja funkcije pravokotna na krožnico.
- d. Če je v točki (a,b) vezani ekstrem nad krožnico $x^2+y^2=1$ je za nek λ točka (a,b,λ) stacionarna točka funkcije
$$f(x,y)+\lambda(x^2+y^2-1).$$
- e. Nad krožnico $x^2+y^2=1$ nima vezanega ekstrema.

Kratko preverjanje znanja (nedoločeni integral)

Naj za funkciji f in g velja $f(x)=g'(x)$.

Katera trditev je pravilna?

Izberite enega:

- a. g je nedoločeni integral funkcije f
- b. nič od naštetega, saj tu ni nobenih integralov
- c. f je nedoločeni integral funkcije g

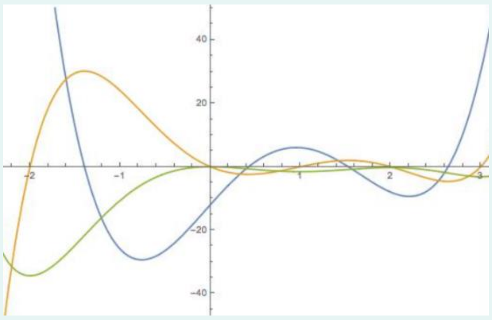
Za neko funkcijo f so na sliki prikazani grafi

$$y = f(x),$$

$$y = f'(x)$$

in

$$y = \int f(x)dx.$$



Kateri od grafov je graf funkcije f?

Izberite enega:

- a. Iz grafov tega ne moremo sklepati.
- b. Modri graf.
- c. Oranžni graf
- d. Zeleni graf.

Če je $f(x) = g(x) + 5$, potem je $\int (f(x) + g(x))dx$ enako:

Izberite enega ali več:

- a. $2\int g(x)dx + 5 + C$
- b. $2\int g(x)dx + 5x + C$
- c. $2\int g(x)dx + C$
- d. Nič od navedenega

Za primerni konstanti A in B je integral

$$\int \frac{1}{x^2 + x - 2} dx$$

enak:

Izberite enega:

- a. $A \log|x + 2| + B \log|x - 1| + C$
- b. $\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1} + C$
- c. Nič od naštetega.
- d. $A \arctan(x + B) + C$

Naj bo

$$F(x) = \int f(x)dx$$

tisti nedoločeni integral funkcije

$$f(x) = x^2 \sin(x)$$

za katerega velja

$$F(0) = 2.$$

Koliko je

$$F(2)?$$

Odgovor: 4,46948

Funkcija $F(x)$ naj bo tista primitivna funkcija (nedoločeni integral) funkcije $72x^2 + 2x + 6$, ki ima v točki 0 vrednost 14. Poišči vrednost $F(1)$. Vpiši vrednost funkcije F: 45 ✔

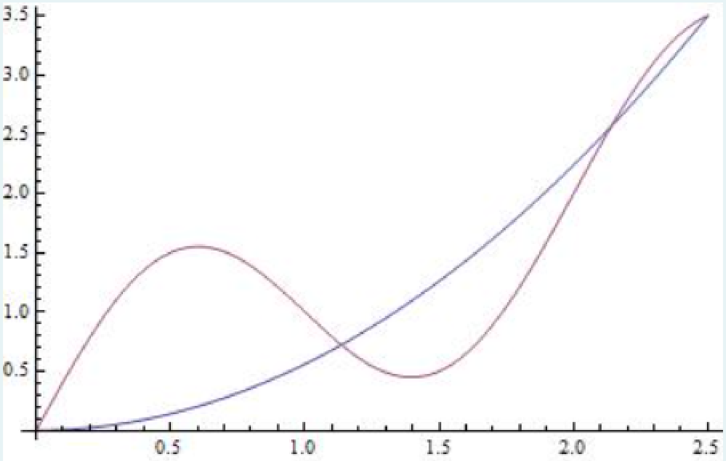
Preverjanje znanja (določeni integral)

Če je $\int_0^3 f(x)dx = 5$ in je $\int_0^3 g(x)dx = -2$, kolikšna je vrednost integrala $\int_0^3 (2f(x) - 3g(x))dx$?

Izberite enega:

- a. 16 ✔
- b. 0
- c. 4
- d. Ni dovolj podatkov.

Na intervalu $[0, 2.5]$ je z rdečo narisan graf funkcije f, z modro pa graf funkcije g.



x koordinati presečišč grafov znotraj intervala $[0, 2.5]$ označimo po vrsti z x_1 in x_2

Definirajmo funkcijo

$$F(x) = \int_0^x (f(y) - g(y))dy$$

Izberite enega ali več:

- [x] a. Vrednost $F(1)$ je pozitivna.
- [ ] b. Funkcija $F(x)$ ima lokalni maksimum pri x_2
- [ ] c. Vrednost $F(1)$ je negativna.
- [x] d. Funkcija $F(x)$ ima lokalni maksimum pri x_1
- [ ] e. Funkcija $F(x)$ ima ničlo pri x_1
- [ ] f. Vrednost $F(1)$ je enaka 0.
- [ ] g. Funkcija $F(x)$ ima ničlo pri x_2
- [ ] h. Funkcija $F(x)$ ima lokalni minimum pri x_1
- [x] i. Funkcija $F(x)$ ima lokalni minimum pri x_2

Funkcija $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ je definirana za vsako realno število x. Katere izmed naslednjih trditev so pravilne?

Izberite enega ali več:

- [x] a. $F'(x) = f(x)$; ✔
- [ ] b. $f'(x) = F(x)$;
- [ ] c. $F(0) = 1$
- [x] d. $F(0) = 0$. ✔
- [ ] e. Funkcija F je za vsak x pozitivna, če je f pozitivna;

Če je $F(x) = \int_1^x y^2 dy$, kaj je $F'(x)$?

Izberite enega:

- a. x^2
- b. $x^2 - 1$
- c. $\frac{x^3}{3}$
- d. $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{3}$

Koliko je $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x^3) dx$?

Izberite enega:

- a. $2\cos(\frac{\pi^4}{4})$
- b. $\sin(\pi^3)$
- c. $2\frac{\cos(\pi^4)}{4}$
- d. 0

Za katere izmed spodnjih funkcij je $\int_{-2}^{2} f(x)dx$ enak 0?

Izberite enega ali več:

- a. x^2
- b. $\sin(x)$
- c. $-3e^x$
- d. $2x^3 - x$