

Diskretne strukture UNI: predrok, teoretični del

14. januar 2021

Čas pisanja je 30 minut. Dovoljena je uporaba zapiskov. Uporaba elektronskih pripomočkov za komunikacijo s kolegi ni dovoljena. Nalogi sta enakovredni. Vse odgovore dobro utemelji! Nekatere od nalog od vas zahtevajo konstrukcijo zgledov. Zelo neverjetno je, da bi med izdelki dobil več identičnih zgledov.

Vsako nalogo piši na svojo stran. Na vsak list se zgoraj podpiši in navedi številko naloge. Naloge skeniraj po vrsti. Hvala!

1.
 - (a) Zapiši števko s , ki se ne pojavi v tvojem rojstnem datumu.
 - (b) Poišči/opiši zgled preslikave $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ki zadošča vsem naslednjim pogojem:
 - i. s je najmanjše število v zalogi vrednosti preslikave f ,
 - ii. zaloga vrednosti preslikave f je končna in ima vsaj pet elementov,
 - iii. zaloga vrednosti preslikave f ni interval zaporednih naravnih števil.
 - (c) Izračunaj $f \circ f$.
 - (d) Katere izmed preslikav $f, f \circ f, f \circ f \circ f$ so injektivne?
 - (e) Poišči zgled bijektivne preslikave $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, za katero je $g \circ f = f$, pri čemer g ni identiteta.
 - (f) Za tvojo izbrano preslikavo g izračunaj $g \circ g \circ g \circ f$.
 - (g) Koliko je takšnih preslikav g , ki ustrezajo zvezi $g \circ f = f$?
 - (h) Ali obstaja preslikava h , ki ni niti surjektivna niti injektivna, zanj pa velja zveza $f \circ h = f$. Utemelji, zakaj ne, oziroma poišči zgled.
2.
 - (a) Naj bo \mathcal{G}_3 družina vseh paroma neizomorfnih grafov s šestimi točkami in *tremi* povezavami. Koliko elementov/grafov je v \mathcal{G}_3 ?
 - (b) Čim lepše nariši vse grafe iz \mathcal{G}_3 (in jih poimenuj/označi, če se boš nanje skliceval v nadaljevanju).
 - (c) Za dva izmed zgornjih grafov natančno utemelji, zakaj nista izomorfna.
 - (d) Kateri izmed grafov iz \mathcal{G}_3 so drevesa in kateri gozdovi?
 - (e) Kateri izmed grafov iz \mathcal{G}_3 niso dvodelni?
 - (f) Poišči dva inducirana podgrafa enega izmed grafov iz \mathcal{G}_3 .
 - (g) Analogno z \mathcal{G}_n označimo družino vseh paroma neizomorfnih grafov s šestimi točkami in n povezavami. Ali \mathcal{G}_7 vsebuje kak nepovezan graf? Utemelji, zakaj ne, oziroma poišči zgled.
 - (h) Kolikšen je najmanjši n , pri katerem \mathcal{G}_n ne vsebuje nobenega nepovezanega grafa? Zakaj?