Diskretne strukture UNI: 2. rok, teoretični del

4. februar 2021

Čas pisanja je 30 minut. Dovoljena je uporaba zapiskov. Uporaba elektronskih pripomočkov za komunikacijo s kolegi ni dovoljena. Nalogi sta enakovredni.
Nekatere od nalog od vas zahtevajo konstrukcijo zgledov. Zelo neverjetno je, da bi med izdelki dobil več identičnih zgledov.
Vse odgovore dobro utemelji! Vsako nalogo piši na svojo stran. Na vsak list se zgoraj podpiši in navedi številko naloge. Naloge skeniraj po vrsti. Hvala!

1. (a) Naštej tri logične veznike, ki ohranjajo logično vrednost 0.
   (b) Kateri od izjavnih izrazov $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$, $p \Rightarrow (q \Rightarrow q)$ je tavtologija in kateri ne?
   (c) Poenostavi izraze $(p \Rightarrow p)$, $\quad p \Rightarrow (p \Rightarrow p) \quad , \dots , \quad p \Rightarrow (p \Rightarrow (p \Rightarrow \dots (p \Rightarrow p) \dots))$.
   (d) Pri koliko naborih logičnih vrednosti spremenljivk ima izraz $(((p \Rightarrow p) \Rightarrow p) \Rightarrow p)$ logično vrednost 0?
   (e) Poišči izjavna izraza A in B, pri katerih je sklep $A, B \models A$ nepravilen, ali pokaži, da takšna izjavna izraza A, B ne obstajata.
   (f) Kateri od naborov $\{\vee\}$, $\{\vee, \wedge\}$, $\{\vee, \wedge, \neg\}$, $\{\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow\}$, $\{\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$ so polni in kateri ne?
   (g) Poišči nabor, ki ga sestavljajo štirje izjavni vezniki (ne konstante) in ni poln. Utemelji odgovor.
   (h) Poišči trimestni izjavni veznik Q, ki sam sestavlja poln nabor. Utemelji.

2. (a) Izrazi čimmanjšo strogo pozitivno celoštevilsko linearno kombinacijo števil 14 in 20.
   (b) Določi najmanjši skupni večkratnik števil 14 in 20. Odgovor utemelji.
   (c) Naj bodo a, b, c cela števila. Kako lahko definiramo največji skupni večkratnik vseh treh števil a, b in c?
   (d) Poišči naravna števila $0 < a < b < c < d$, pri katerih je linearna diofantska enačba $ax + by = c$ nerešljiva, linearna diofantska enačba $ax + by + cz = d$ pa rešljiva.
   (e) Za zgornjo enačbo $ax + by + cz = d$ bodisi poišči kako rešitev v množici naravnih števil bodisi pokaži, da nima naravnih rešitev.
   (f) Denimo, da so p, q in r različna praštevila. Izračunaj $\varphi(pqr)$, kjer je φ Eulerjeva funkcija.
   (g) Pokaži, da φ doseže liho vrednost pri samo končno mnogo argumentih.
   (h) Z $\mathbb{N}^+$ označimo množico strogo pozitivnih naravnih števil. Ali je $\varphi : \mathbb{N}^+ \to \mathbb{N}^+$ surjektivna oziroma injektivna preslikava?