



Rafbók



# **Rafmagnsfræði**

## **8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Þetta hefti er án endurgjalds á rafbókinni.

[www.rafbok.is](http://www.rafbok.is)

Allir rafiðnaðarmenn og rafiðnaðarnemar geta fengið aðgang án endurgjalds að rafbókinni.

Höfundur er Eggert Gautur Gunnarsson.

Umbrot: Ísleifur Árni Jakobsson

Heimilt er að afrita textann til fræðslu í skólum sem reknir eru fyrir opinbert fé án leyfis höfundar eða Rafmenntar, fræðsluseturs rafiðnaðarins. Hvers konar sala á textanum í heild eða að hluta til er óheimil nema að fengnu leyfi höfundar og Rafmenntar.

Vinsamlegast sendið leiðréttingar og athugasemdir til  
Báru Laxdal Halldórsdóttur á netfangið [bara@rafmennt.is](mailto:bara@rafmennt.is)

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs**

---

**Efnisyfirlit**

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 8. Lögmál Kirchhoffs.....       | 3  |
| Markmið .....                   | 3  |
| Inngangur. ....                 | 4  |
| 2. lögmál Kirchhoffs. ....      | 5  |
| Raðtenging .....                | 5  |
| Notkun raðtengingar.....        | 9  |
| Rofarás. ....                   | 9  |
| Fallmótstaða. ....              | 12 |
| Jóla-„sería“ .....              | 13 |
| 1. lögmál Kirchhoffs. ....      | 15 |
| Hliðtenging.....                | 15 |
| Blönduð tenging .....           | 25 |
| Spennudeilir .....              | 31 |
| Æfingadæmi úr 8. kafla.....     | 35 |
| Svör við dæmum í 8. kafla ..... | 51 |

## 8. Lögmál Kirchhoffs.

### Markmið

Í þessum kafla er fjallað um lögmál Kirchhoffs og notkun þeirra við útreikninga á rað- og hliðtengdum rásum. Í lok kaflans átt þú að vera fær um að reikna heildarviðnám í raðtengdri rás, strauminn og finna hvernig spennugjafaspennan skiptist milli raðtengdra mótstaða eða álaga. Þú átt að geta reiknað heildarviðnám í hliðtengdri rás og fundið hvernig heildarstraumur frá spennugjafa skiptist á milli greina hliðtengingar eftir stærð mótstaða í hliðtengingunni. Þú átt einnig að vera fær um að finna heildarviðnám í blandaðri tengingu mótstaða. Þú átt að þekkja hugtakið spennudeilir og vera fær um að reikna spennur í slíkri rás með hlutföllum.

Myndband sem útskýrir fyrra lögmál Kirchhoffs:



Kirchhoffs fyrra  
lögmál.mp4

Myndband sem útskýrir sienna lögmál Kirchhoffs:



Kirchhoffs seinna  
lögmál.mp4

---

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs

---

### Inngangur.

Lögmál Kirchhoffs eru tvö, lögmál 1 og lögmál 2.

Lögmál 1: Summa strauma sem streyma að greinipunkti er jöfn summu þeirra strauma sem streyma frá honum eða m.ö.o. summa allra strauma í greinipunkti er núll þegar tekið er tillit til stefnu þeirra eða formerkja.

Hliðtenging er dæmi um lögmál 1.

Lögmál 2: Summa spennufalla í straumrás er jöfn spennugjafaspennunni eða m.ö.o. summa allra spennanna í straumrás er núll þegar tekið er tillit til pólnnar spennanna eða formerkja.

Raðtenging er dæmi um lögmál 2.

Lögmál Kirchhoffs gilda bæði fyrir jafn- og riðstraumsrásir.

Í útskýringum hér á eftir er talað um mótstöður.

Mótstaða er íhlutur sem veldur viðnámi og þar með spennufalli í straumrás. Mótstaðan getur verið íhlutur sem er eingöngu til að fá fram spennufall, eins og algengt er í rafeindarásum, en oftast er hún notuð sem tákn fyrir álag. Með álagi er átt við eitthvert raftæki, s.s. hitald í katli, ljósaperu, rafvél o.s.frv.

Við skulum skoða þetta nánar og byrja á lögmáli 2.

---

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs

---

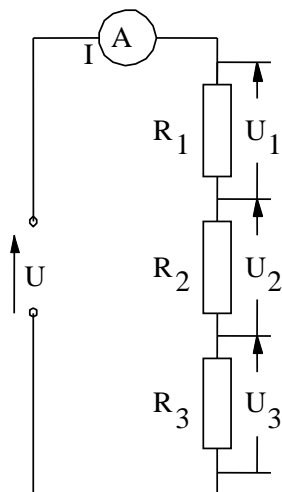
### 2. lögmál Kirchhoffs.

#### Raðtenging

Mynd 8.1 sýnir okkur þrjár raðtengdar mótstöður,  $R_1$ ,  $R_2$  og  $R_3$ . Hér eru bara teknar þrjár mótstöður en fjöldinn getur verið hver sem er. Þegar straumur fer um rásina verða til spennuföllin  $U_1$ ,  $U_2$  og  $U_3$ .

Samkvæmt lögmáli 2 á summa þeirra að vera jafn stór og spennugjafaspennan eða:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad (8.1)$$



Mynd 8.1

Í raðtengdri rás er bara einn straumur eða m.ö.o. sami straumurinn í gegnum allar mótstöðurnar. Stærð spennufallanna er því, samkvæmt lögmáli Ohms:

$$U_1 = I \cdot R_1; \quad U_2 = I \cdot R_2; \quad U_3 = I \cdot R_3 \quad (8.2)$$

og spennugjafaspennan:

$$U = I \cdot R_H \quad (8.3)$$

þar sem  $R_H$  er heildarviðnám rásarinnar.

Ef við setjum formúlur (8.2) og (8.3) inn í formúlu (8.1) fáum við:

$$I \cdot R_H = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \quad (8.4)$$

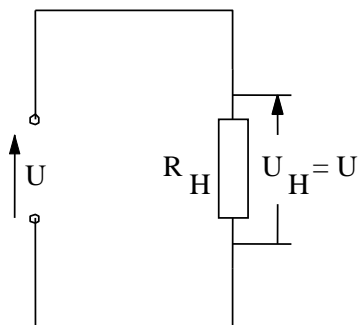
Þar sem straumurinn er sá sami í allri rásinni getum við stytt hann út. Niðurstaðan er formúla (8.5), sem gildir fyrir heildarviðnám í raðtengdri rás.

$$R_H = R_1 + R_2 + R_3 \quad (8.5)$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---



Mynd 8.2

Þetta má orða þannig: Í raðtengingu er heildarviðnámið,  $R_H$ , jafnt summu viðnáma rásarinnar. Mynd 8.2 er þá jafngildismynd rásarinnar á mynd 8.1, þ.e.  $R_H$  er jafn stórt viðnám og hin þrjú til samans og getur komið í staðinn fyrir þau.

Ef  $n$  jafnstórar mótstöður eru raðtengdar verður sama spennufall yfir þær allar. Hvert spennufall verður nti hluti spennugjafaspennunnar. Við getum skrifað þetta á eftirfarandi hátt:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = \frac{U}{n} \quad (8.6)$$

Ef við setjum  $I \cdot R$  inn fyrir spennurnar fáum við:

$$I \cdot R_1 = I \cdot R_2 = I \cdot R_3 = \dots = I \cdot R_n = \frac{I \cdot R_H}{n} \quad (8.7)$$

Styttum út strauminn  $I$  og fáum:

$$R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n = \frac{R_H}{n} \quad (8.8)$$

eða leyst m.t.t heildarviðnámsins:

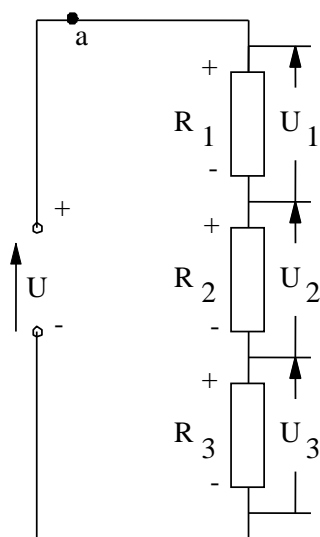
$$R_H = n \cdot R \quad (8.9)$$

þar sem  $n$  táknar fjölda mótstaðanna.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs**

---



Mynd 8.3

Í inngangi kaflans var 2. lögmál Kirchhoffs orðað þannig að summa allra spennufalla í rás væri núll ef tekið er tillit til pólunar eða formerkis spennanna. Á mynd 8.3 er búið að merkja póla spennanna í straumrásinni. Ath. að ef um riðstraumsrás væri að ræða gætum við hugsað okkur að þessi pólun ríkti á ákveðnu augnabliki.

Við skulum fylgja stefnu straumsins og fara hring réttsælis í straumrásinni frá punkti a. Ef við skrifum niður spennurnar og köllum spennuna jákvæða þegar við komum fyrst að +pól og neikvæða þegar við komum fyrst að -pól getum við skrifað eftirfarandi formúlu samkvæmt lögmáli 2:

$$U_1 + U_2 + U_3 - U = 0 \quad (8.10)$$

Leysum formúluna m.t.t. U og fáum:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad (8.1)$$

sem kemur m.ö.o. heim við formúlu (8.1).

Við hefðum alveg eins mátt fara í hring, rangsælis, út frá punkti a í mynd 3. Þá hefði spennan U komið jákvæð í formúluna en hinar neikvæðar. Útkoman verður eins.



---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs**

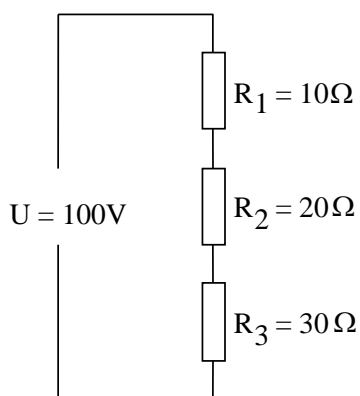
---

## Sýnidæmi 8.1

Þrjár mótstöður,  $10\ \Omega$ ,  $20\ \Omega$ , og  $30\ \Omega$ , eru raðtengdar og tengdar við  $100\text{V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn á hana gefnar stærðir.
- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar
- Reiknaðu strauminn í rásinni.
- Reiknaðu spennufallið yfir hvert viðnám.
- Sýndu fram á að lögmál Kirchhoffs standist.

Lausn:



Mynd 8.4

- Sjá mynd 8.4
- Heildarviðnám rásarinnar verður samkvæmt formúlu (8.5):

$$R_H = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60\ \Omega$$

- Notum Ohmslögmál til að reikna strauminn:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{100}{60} = 1,67\ \text{A}$$

- Spennuföll yfir hverja mótstöðu verður:

$$U_1 = I \cdot R_1 = 1,67 \cdot 10 = 16,7\ \text{V}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 1,67 \cdot 20 = 33,4\ \text{V}$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 1,67 \cdot 30 = 50,1\ \text{V}$$

- Setjum inn í formúlu (8.1):

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = 16,7 + 33,4 + 50,1 = 100,2\ \text{V}$$

Þetta kemur heim við lögmál Kirchhoffs. Til að fá nákvæmlega  $100\ \text{V}$  hefði þurft fleiri aukastafi í útreikning.

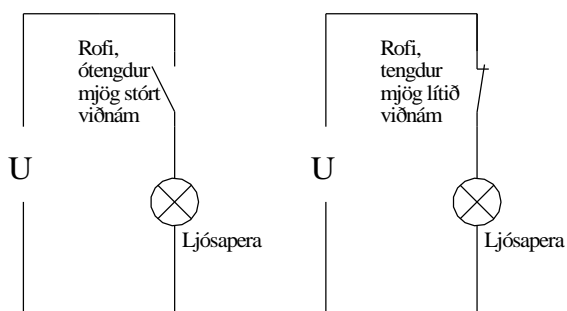
## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs

### Notkun raðtengingar

Álög eru aldrei raðtengd því þau eru gerð fyrir ákveðna spennu og ef straumur er rofinn að einu rofnar hann líka að því næsta. En raðtenging kemur oft fyrir og við skulum líta á nokkur dæmi.

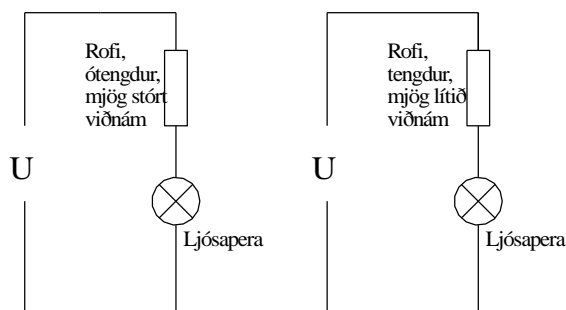
### Rofarás.

Það má líta á rofa sem viðnám með tvö gildi. Þ.e.a.s. núll  $\Omega$  þegar hann er í tengdri stöðu og mjög stórt viðnám þegar hann er í rofinni stöðu. Venjuleg straumrás með t.d. ljósaperu (glóperu) gæti litið út eins og mynd 8.5 sýnir. Á myndinni t.v. er rásin rofin en tengd á myndinni t.h.



Mynd 8.5

Á mynd 8.6 er búið að skipta rofunum út fyrir mótstöðu með mjög lítið eða núll viðnám í tengdri stöðu og mjög stórt viðnám, nokkrar miljónir ohma, í rofinni stöðu.



Mynd 8.6

Við skulum líta á talnadæmi.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

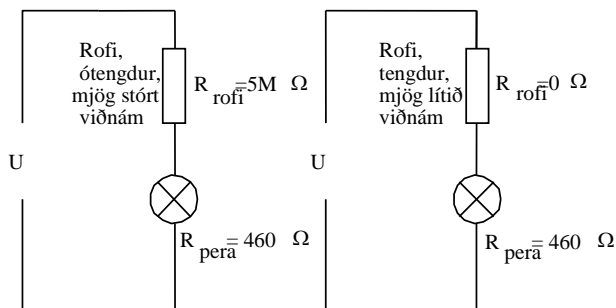
## Sýnidæmi 8.2

Ljósapera er tengd 230 V spennugjafa í gegnum rofa. Viðnám perunnar er  $460\ \Omega$  þegar hún lýsir og við skulum reikna með sama viðnámi þegar hún lýsir ekki. Viðnám rofans er  $0\ \Omega$  í tengdri stöðu og  $5\text{M}\ \Omega$  í rofinni stöðu.

- Teiknaðu tengimynd fyrir báðar stöður rofans og notaðu viðnámstákn í stað rofa.
- Reiknaðu heildarviðnámið í rásinni með hjálp formúlu (8.2) fyrir bæði tilfellin.
- Reiknaðu strauminn í rásinni með Ohmslögmáli.
- Reiknaðu spennuföllin yfir rofa og peru í báðum tilfellum.
- Sýndu fram á að 2. lögmál Kirchhoffs standist með því að leggja saman spennuföllin í rásinni.

Lausn:

- a) Sjá mynd 8.7.



Mynd 8.7

- b) Notum formúlu (8.4) fyrir heildarviðnám. Rofi í rofinni stöðu.

$$R_H = R_{rofi} + R_{pera} = 5 \cdot 10^6 + 460 = 5000460\ \Omega$$

Rofi í tengdri stöðu:

$$R_H = R_{rofi} + R_{pera} = 0 + 460 = 460\ \Omega$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

- c) Strauminn reiknum við með Ohmslögmáli.  
Rofi í rofinni stöðu:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{5000460} = 0,000045999 = 45,999 \mu A$$

Í tengdri stöðu.

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{460} = 0,5 A$$

- d) Spennuföllin í rásinni þegar rofi er í rofinni stöðu.

$$\begin{aligned} U_{rofi} &= I \cdot R_{rofi} = 45,999 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^6 \\ &= 229,995 V \end{aligned}$$

$$U_{pera} = I \cdot R_{pera} = 45,999 \cdot 10^{-6} \cdot 460 = 0,021 V$$

Spennuföllin í rásinni þegar rofi er í tengdri stöðu.

$$U_{rofi} = I \cdot R_{rofi} = 0,5 A \cdot 0 \Omega = 0 V$$

$$U_{pera} = I \cdot R_{pera} = 0,5 A \cdot 460 \Omega = 230 V$$

- e) Þegar við leggjum saman spennuföllin í fyrra tilfellinu í lið d) fáum við 230,016 V og í seinna tilfellinu nákvæmlega 230 V. Í þessum útreikningum hefur fjöldi aukastafa áhrif á það hvort við fáum nákvæmlega uppgefna spennugjafaspennu.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Við skulum hins vegar draga lærdóm af þessum niðurstöðum. Þær segja okkur að þegar við raðtengjum viðnám af ólíkri stærð, þá tekur stærra (stærsta) viðnámið stærri hluta spennunnar og mismunurinn vex eftir því sem mismunur viðnámana er meiri.

Athuga þarf líka vel að rofi er ekki óendanlegt viðnám, en viðnám hans getur verið mjög stórt í hreinum og þurrum rofa. Ef raki kemst í rofa getur viðnám hans minnkað og umtalsverður straumur farið um rásina þó rofinn sé í rofinni stöðu.

**Fallmótstaða.**

Það er hægt að fella spennu fyrir álag eða íhlut með því að raðtengja mótstöðu af ákveðinni stærð með álaginu eða íhlutnum. Tökum dæmi.

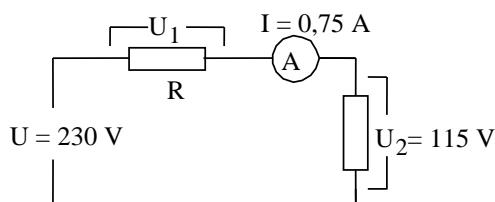
**Sýnidæmi 8.3**

Tæki er gert fyrir 115 V spennu og tekur 0,75 A. Þú hefur bara aðgang að 230 V spennukerfi og raðtengir því fallmótstöðu við tækið.

- Teiknaðu skýringarmynd.
- Hve stórt þarf viðnám fallmótstöðunnar að vera til að tækið fái rétta spennu?
- Er þetta heppileg leið til að breyta spennu? Rökstyddu svarið.

**Lausn:**

- Mynd 8.8 sýnir tenginguna.



Mynd 8.8

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

b) Samkvæmt formúlu (8.1) er:

$$U = U_1 + U_2$$

Leyst m.t.t.  $U_1$ :

$$U_1 = U - U_2 = 230 - 115 = 115 \text{ V}$$

Finnum  $R$  með Ohmslögmáli:

$$R = \frac{U_1}{I} = \frac{115}{0,75} = 153,3 \Omega$$

c) Nei. Það er jafn mikið afl sem tapast í mótstöðunni og tækið sjálft er að nota. Þess vegna er þetta ekki heppileg aðferð.

**Jóla-„sería“.**

Í svokölluðum jóla-„seríum“ er ákveðinn fjöldi pera raðtengdur við spennugjafa. Fjöldi peranna fer eftir því hvað hver pera þolir. Við skulum skoða dæmi.

**Sýnidæmi. 8.4**

Jóla-„sería“ er gerð fyrir 230V.

- Teiknaðu mynd af tengingunni.
- Hve margar perur þurfa að vera í henni ef hver pera þolir 9 V
- Hvað gerist ef ein peran bilar?
- Hvernig getum við fundið biluðu peruna með spennumælingu?

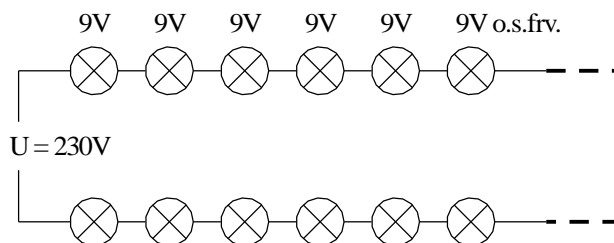
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs**

---

Lausn:

- a) Sjá mynd 8.9. Á myndinni er bara sýndur hluti peranna og brotin lína sem á að tákna ótiltekinn fjölda í viðbót.



Mynd 8.9

- b) Notum formúlu (8.6), setjum 9 V inn fyrir  $U_n$  og leysum út  $n$ .

$$n = \frac{U}{U_n} = \frac{230}{9} = 25,5 \text{ perur}$$

Við veljum 26 perur. Við það verður spennan aðeins lægri yfir hverja peru.

- c) Ef glópráðurinn í einni peru bilar virkar peran sem mjög stórt viðnám. Samkvæmt lögmáli Kirchhoffs fær stærsta viðnámið hæstu spennuna og því mælum við nánast 230 V yfir þá peru sem er biluð. Yfir hinar mælist nánast 0 V.

---

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs

---

### 1. lögmál Kirchhoffs.

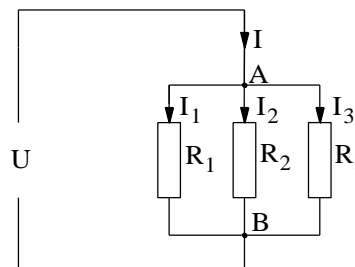


Kirchhoffs fyrri  
lögmál.mp4

#### Hliðtenging

Við hliðtengingu mótstaða, tveggja eða fleiri, verður sama spenna yfir þær allar. Straumurinn verður hins vegar mismunandi og fer eftir stærð mótstaðanna.

Á mynd 8.10 sjáum við þrjár hliðtengdar mótstöður,  $R_1$ ,  $R_2$  og  $R_3$ , sem tengjast saman í punktunum A og B. Þær fá því allar sömu spennu,  $U$ .



Mynd 8.10

Samkvæmt Kirchhoffslögmáli 1 á straumurinn sem streymir að punkti A og vera jafn summu straumanna sem streyma frá þeim punkti eða:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (8.11)$$

Í punkti B streyma straumarnir  $I_1$ ,  $I_2$  og  $I_3$  að punktinum og straumurinn  $I$  frá og við hefðum getað skrifað Kirchhoffslögmál sem:



---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

$$I_1 + I_2 + I_3 = I \quad (8.12)$$

sem kemur að sjálfsögðu í sama stað niður

---

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs

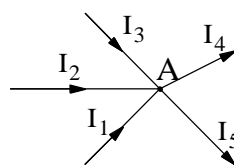
---

Á mynd 8.10 eru bara sýndar þrjár greinar en lögmál Kirchhoffs gildir um ótiltekinn fjölda greina og getur þá litið svona út:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad (8.13)$$

þar sem  $n$  er fjöldi greina.

Kirchhoffslögmál má líka orða á eftirfarandi hátt:  
Þegar straumrás greinist í tvær eða fleiri straumrásir er heildarstraumurinn jafn summu greinistraumanna.



Mynd 8.11

Á mynd 8.11 eru sýndir 5 straumar. Þrír þeirra streyma að punktinum A og tveir frá. Ef við skilgreinum straumana sem streyma að sem jákvæða og þá sem streyma frá neikvæða getum við skrifað lögmál Kirchhoffs á eftirfarandi hátt:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0 \quad (8.14)$$

eða:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \quad (8.15)$$

Í formúlu (8.14) segjum við að summa strauma í ákveðnum greinipunkti sé núll þegar reiknað er með stefnu þeirra eða formerkjum. Formúla (8.15) hljóðar hins vegar þannig að summa straumanna sem koma að tengipunkti sé jöfn summu þeirra sem fara frá honum.

---

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs

---

Athuga þarf að það sem ræður því hvort straumur er jákvæður eða neikvæður er skilgreiningaratriði. Þannig er alveg eins hægt að gefa sér að straumar sem streyma að greinipunkti séu neikvæðir en jákvæðir þeir sem streyma frá.

Ef um riðstraum er að ræða þurfum við að gefa okkur ákveðið augnablik þar sem riðstraumur streymir fram og til baka í straumrás eins og fram kemur í kafla 2.

Stærð greinistrauma í hliðtengdri rás má finna með Ohmslögmáli. Sjá mynd 8.10.

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} \quad \text{og} \quad I_3 = \frac{U}{R_3} \quad (8.16)$$

Við sjáum á formúlu (8.16) að stærð greinistraumanna er í öfugu hlutfalli við stærð viðnámanna.

Heildarstrauminn gætum við líka fundið út frá Ohmslögmáli ef við þekkjum heildarviðnám rásarinnar,  $R_H$ .

$$I = \frac{U}{R_H} \quad (8.17)$$

En hvernig getum við fundið formúlu heildarviðnámsins? Jú ef við setjum formúlur (8.16) og (8.17) inn í formúlu (8.11) fáum við:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{U}{R_H} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Styttum út spennuna  $U$  og fáum formúlu fyrir heildarviðnám í hliðtengdri rás:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (8.18)$$

Ef aðeins eru tvær hliðtengdar mótstöður má umskrifa formúlu (8.18) á eftirfarandi hátt:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_H = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (8.19)$$

Séu hliðtengdu mótstöðurnar jafn stórar verður heildarviðnám rásarinnar nti hluti einnar mótstöðu. Tökum dæmi um þrjár jafn stórar mótstöður:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

$$R_H = \frac{R}{3}$$

Og ef fjöldi mótstaða væri  $n$  verður formúlan:

$$R_H = \frac{R}{n} \quad (8.20)$$

Í hliðtengingu er heildarviðnámið alltaf minna en minnsta viðnámið.

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs

Hliðtenging tækja hefur þann kost, að öll tæki fá sömu spennu. Þótt við rjúfum straum að einu tæki, hefur það ekki áhrif á önnur, þar eð hvert tæki hefur sjálfstæða straumrás.

Ef ein pera brennur í ljósakerfi með 100 perum, þá logar á hinum eftir sem áður.

### Sýnidæmi 8.5

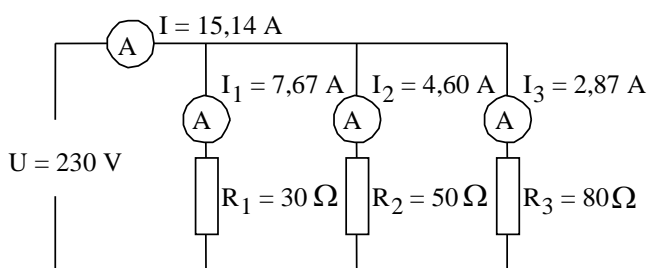
Þrjár mótstöður eru hliðtengdar við 230 V spennugjafa.

$R_1 = 30 \Omega$ ,  $R_2 = 50 \Omega$  og  $R_3 = 80 \Omega$ .

- Gerðu tengimynd og merktu inn á hana gefnar stærðir. Sýndu á myndinni straummæla sem mæla greinistrauma og heildarstraum.
- Reiknaðu heildarviðnám hliðtengingarinnar.
- Reiknaðu greinistrauma rásarinnar.
- Reiknaðu heildarstrauminn frá spennugjafanum.
- Merktu útreiknuðu stærðirnar inn á tengimyndina í a) lið.

Lausn:

- Sjá mynd 8.12.
- 



Mynd 8.12

2. Við setjum viðnámsgildin inn í formúlu (8.18):

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{30} + \frac{1}{50} + \frac{1}{80}$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Hér ættum við að finna samnefnara fyrir brotin en auðveldasta aðferðin er að nota  $X^{-1}$  hnappinn á reikninum okkar. Þá fáum við:

$$\frac{1}{R_H} = 0,0333 + 0,02 + 0,0125 = 0,06583$$

eða

$$R_H = (R_1^{-1} + R_2^{-1} + R_3^{-1})^{-1} = 30^{-1} + 50^{-1} + 80^{-1}$$

Ath. að þegar þú hefur lagt saman brotin þarf að ýta aftur á  $X^{-1}$  hnappinn því  $\frac{1}{R_H} = 0,00653$

$$R_H = 15,2 \, \Omega$$

b) Greinistraumana reiknum við með Ohmslögmáli:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{230}{30} = 7,67 \, A$$

$$I_1 = \frac{U}{R_2} = \frac{230}{50} = 4,60 \, A$$

$$I_1 = \frac{U}{R_3} = \frac{230}{80} = 2,87 \, A$$

c) Notum formúlu (8.11)

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 7,67 + 4,60 + 2,87 = 15,14 \, A$$

Við getum líka notað heildarviðnámið, sem við reiknuðum út í lið a):

$$I_1 = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{15,2} = 15,14 \, A$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**Sýnidæmi 8.6**

10 stk  $100\ \Omega$  mótstöður eru hliðtengdar og tengdar við 24V riðspennugjafa.

- Gerðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- Reiknaðu heildarviðnám mótstaðanna.
- Reiknaðu heildarstrauminn sem mótstöðurnar taka frá spennugjafanum.

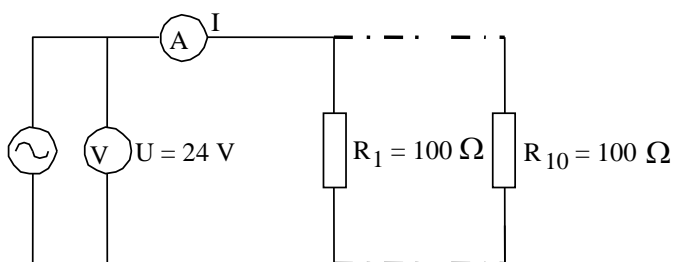
Lausn:

- Sjá mynd 8.13.
- Notum formúlu (8.20):

$$R_H = \frac{R}{n} = \frac{100}{10} = 10\ \Omega$$

- Heildarstraumurinn verður samkvæmt Ohmslögmáli:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{24}{10} = 2,4\ A$$



Mynd 8.13

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

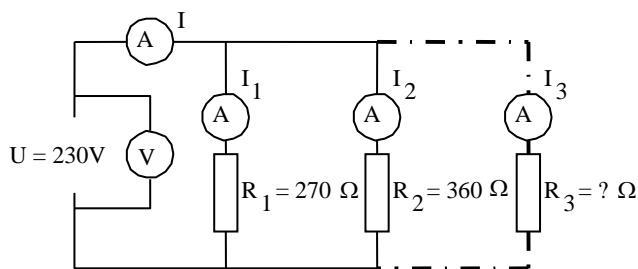
## Sýnidæmi 8.7

Tvær mótstöður,  $270\ \Omega$  og  $360\ \Omega$ , eru hliðtengdar og tengdar við  $230\text{ V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og sýndu mæla sem mæla spennu og strauma rásarinnar.
- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu strauminn frá spennugjafanum.
- Nú er þriðja mótstaðan,  $R_3$ , hliðtengd við mótstöðurnar sem fyrir eru. Straumurinn frá spennugjafanum fer þá í  $2,5\text{ A}$ . Teiknaðu nýju mótstöðuna inn á tengimyndina og reiknaðu stærð hennar.

Lausn:

- Sjá mynd 8.14.



Mynd 8.14

- Setjum gildin á  $R_1$  og  $R_2$  inn í formúlu (8.19) og reiknum út:

$$R_H = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{270 \cdot 360}{270 + 360} = 154,3\ \Omega$$

- Notum Ohmslögmál:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{230}{154,3} = 1,49\text{ A}$$



---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

- d) Til að finna viðnám nýju mótstöðunnar,  $R_3$ , verðum við fyrst að finna heildarviðnám þessara þriggja mótstaða. Það getum við gert út frá straumnum frá spennugjafanum eftir breytinguna. Við skulum kalla hann  $I^*$ .

$$R_H = \frac{U}{I^*} = \frac{230}{2,5} = 92 \, \Omega$$

Þá getum við sett inn í formúlu (8.18) því nú er bara viðnámið  $R_3$  óþekkt stærð:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \text{ Tökum } \frac{1}{R_3} \text{ framfyrir}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_3} &= \frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{92} - \frac{1}{270} - \frac{1}{360} \\ &= 0,01 - 0,0037 - 0,0027 = 0,0043 \end{aligned}$$

$$R_3 = \frac{1}{0,0043} = 227,9 \, \Omega$$

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs

### Blönduð tenging

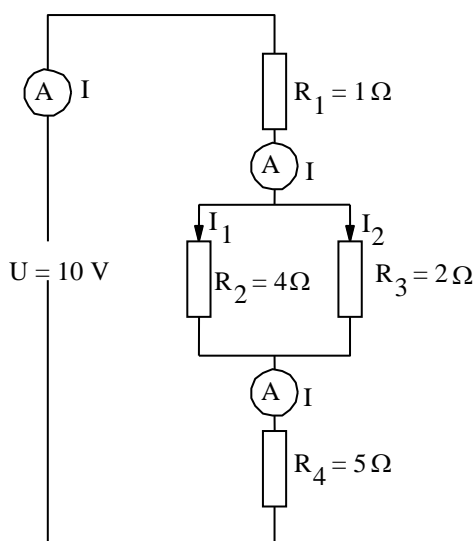
Blönduð tenging er straumrás með bæði raðtengdum og hliðtengdum mótstöðum. Til þess að finna heildarviðnám slíkra rása getur verið gott að einfalda þær í hreinar raðtengdar rásir eða hreinar hliðtengdar rásir og reikna þær síðan eftir sömu reglum og áður voru nefndar.

Til skýringar skulum við líta á nokkur sýnidæmi.

### Sýnidæmi 8.8

Fjórar mótstöður eru tengdar við 10V spennugjafa eins og mynd 8.15 sýnir.

- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar
- Heildarstrauminn frá spennugjafanum og greinistraumana. Ath. að straummælarnir þrír á myndinni sýna allir sama strauminn.



Mynd 8.15

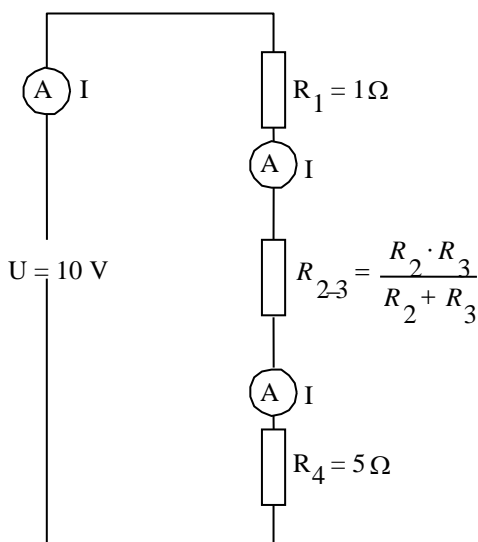
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Lausn:

- a) Best er að byrja á því að reikna út hliðtengdu mótstöðurnar,  $R_2$  og  $R_3$ . Þegar heildarviðnám þeirra, sem við skulum kalla  $R_{2-3}$ , hefur verið fundið getum við hugsað okkur rásina sem þrjár raðtengdar mótstöður, þ.e.  $R_1$ ,  $R_{2-3}$  og  $R_4$ . Sjá mynd 8.16. Heildarviðnám hliðtengdu mótstaðanna,  $R_2$  og  $R_3$ , finnum við með hjálp formúlu (8.19).



Mynd 8.16

$$R_{2-3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 2}{4 + 2} = 1,33 \, \Omega$$

Heildarviðnám rásarinnar verður þá samkvæmt (8.5):

$$R_H = R_1 + R_{2-3} + R_4 = 1 + 1,33 + 5 = 7,33 \, \Omega$$

Og heildarstraumurinn,  $I$ , samkvæmt Ohmslögmáli:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{10}{7,33} = 1,36 \, A$$

Spennufallið yfir hliðtenginguna  $R_{2-3}$  verður:

$$U_{2-3} = I \cdot R_{2-3} = 1,36 \cdot 1,33 = 1,81 \, V$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Greinistraumarnir verða:

$$I_1 = \frac{U_{2-3}}{R_2} = \frac{1,81}{4} = 0,45 \text{ A og}$$

$$I_2 = \frac{U_{2-3}}{R_3} = \frac{1,81}{2} = 0,9 \text{ A}$$

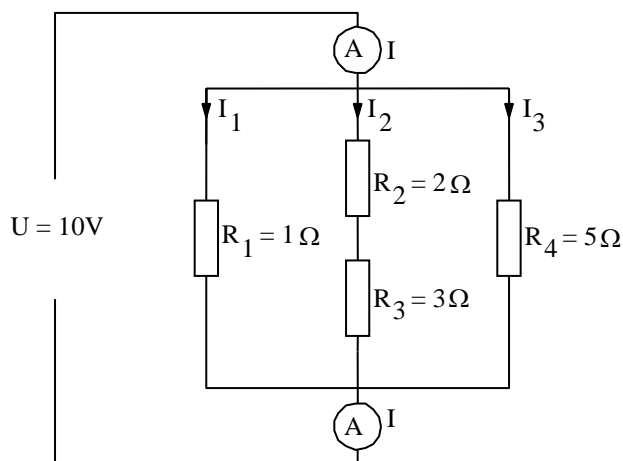
Prófun með formúlu (8.11) gefur:

$$I = I_1 + I_2 = 0,45 + 0,9 = 1,35 \text{ A}$$

Munurinn er  $1,36 - 1,35 = 0,01 \text{ A}$ , sem stafar af fjölda aukastafa sem notaðir eru í útreikningunum.

**Sýnidæmi 8.9**

Fjórar mótstöður eru tengdar við 10 V spennugjafa eins og mynd 8.17 sýnir.



Mynd 8.17

- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu heildarstrauminn frá spennugjafanum og greinistraumana.

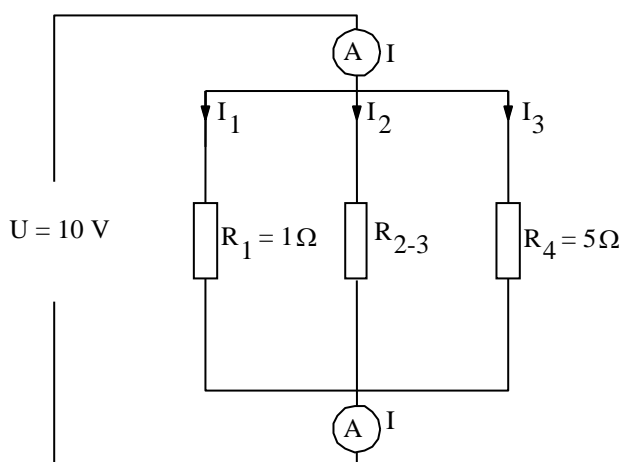
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Lausn:

- a) Best er að byrja á því að reikna út raðtengdu mótstöðurnar,  $R_2$  og  $R_3$ . Þegar heildarviðnám þeirra,  $R_{2-3}$ , hefur verið fundið getum við hugsað okkur rásina sem þrjár hliðtengdar mótstöður, þ.e.  $R_1$ ,  $R_{2-3}$  og  $R_4$ . Sjá mynd 8.17. Viðnám  $R_2$  og  $R_3$  finnum við með hjálp formúlu (8.5).



Mynd 8.18

$$R_{2-3} = R_2 + R_3 = 2 + 3 = 5 \Omega$$

Heildarviðnám rásarinnar finnum við með formúlu (8.15):

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2-3}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1 + 0,2 + 0,2 = 1,4$$

$$R_H = \frac{1}{1,4} = 0,714 \Omega$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

- b) Heildarstraumurinn verður samkvæmt Ohmslögmáli:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{10}{0,714} = 14 \text{ A}$$

Og greinistraumarnir:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{10}{1} = 10 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_{2-3}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_4} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

Prófun með formúlu (8.8) gefur

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 10 + 2 + 2 = 14 \text{ A}$$

sem kemur heim við gildið sem við reiknuðum með Ohmslögmáli.

Í sumum tilfellum getur verið nauðsynlegt að umteikna myndir af flóknum rásum til að reyna að fá á þær kunnuglegri mynd. Við skulum fara betur yfir það í næsta sýnidæmi.

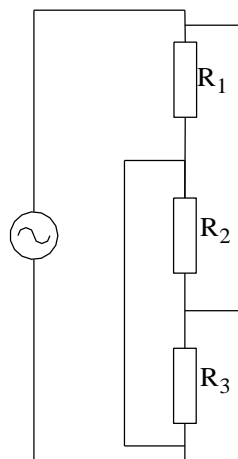
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Sýnidæmi 8.10

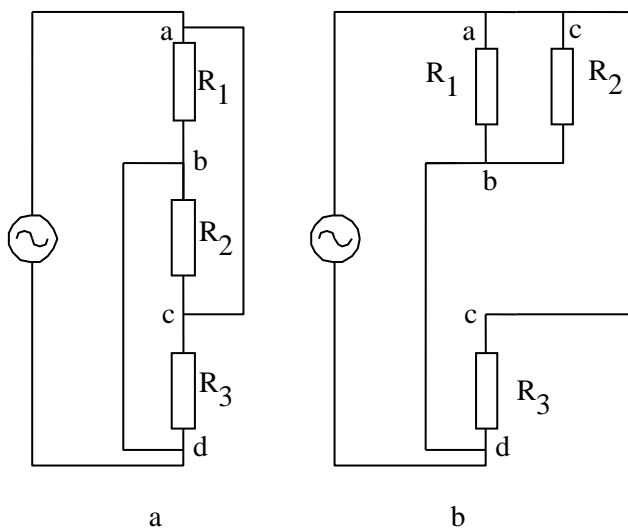
Skoðaðu vel rásina á mynd 8.19 og reyndu að skrifa formúlu fyrir heildarviðnám rásarinnar.



Mynd 8.19

Lausn:

Þegar rásir eru umteiknaðar er gott að merkja alla greinipunkta eins og sýnt er á mynd 8.20a.

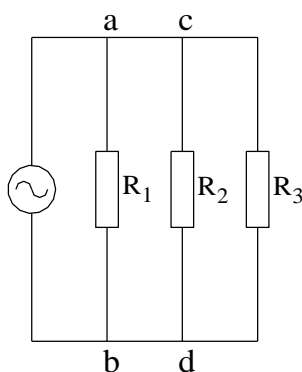


Mynd 8.20

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---



Mynd 8.20c

Þá sést betur að efri endi  $R_1$  og neðri endi  $R_2$  eru samtengdir. Snúum  $R_2$  á haus og teiknum hana við hlið  $R_1$ . Þegar þar er komið sést vel að þetta eru þrjár hliðtengdar mótstöður eins og fram kemur á mynd 8.20c.

Og formúlan verður:

$$\frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Eða formúla fyrir hliðtengdar mótstöður.

**Spennudeilir**

Spennudeilir er rás með raðtengdum mótstöðum sem skiptir spennu frá spennugjafa niður í lægri spennugildi eitt eða fleiri. Þessi spennugildi er síðan hægt að nota fyrir eitthvert tæki eða rásarhluta.

Spennudeilar eru mikið notaðir ekki síst í rafeindatækninni. Rásin í sýnidæmi 8.3 er í rauninni spennudeilir. En við skulum skoða í sýnidæminu hér á eftir spennudeili með álagi.

**Sýnidæmi 8.11**

- Útbúðu spennudeili sem skiptir 24 V spennu spennugjafa niður í 9 og 15 V. Spennudeilirinn á að taka 100 mA frá spennugjafanum.
- Bættu álagi við spennudeilinn sem á að fá 15 V spennu og taka 10 mA straum. Hve mikið breytist spennudeilingin í rásinni við þetta?



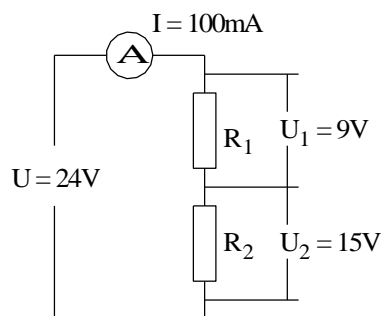
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Lausn:

a) Best er að byrja á því að gera mynd af rásinni. Sjá mynd 8.21a. Þar sem spennurnar eru tvær þurfum við tvær mótstöður. Við skulum kalla spennugjafaspennuna  $U$  og spennurnar yfir mótstöðurnar  $U_1$  og  $U_2$ .



Mynd 8.21a

Næst skulum við reikna viðnám rásarinnar með Ohmslögmáli:

$$R_H = \frac{R}{n} = \frac{100}{10} = 10\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{15}{100 \cdot 10^{-3}} = 150\Omega$$

Og heildarviðnám rásarinnar verður:

$$R_H = R_1 + R_2 = 90 + 150 = 240\Omega$$

Önnur aðferð við að reikna spennudeili er að ganga út frá því að straumurinn frá spennugjafanum, þ.e. heildarstraumurinn sé sá sami og straumurinn í gegnum hverja mótstöð deilisins. Við getum því skrifað Ohmslögmál á eftirfarandi hátt:

$$I = \frac{U}{R_H} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad (8.21)$$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Við getum síðan notað hlutföllin í formúlu (8.21) og leyst út þá stærð sem við þurfum á að halda. Þannig getum við fengið eftirfarandi formúlur:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_H} \cdot U; \quad U_2 = \frac{R_2}{R_H} \cdot U \quad (8.22)$$

eða:

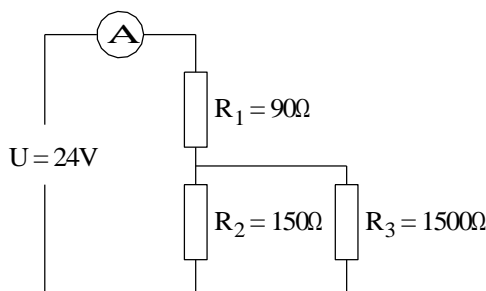
$$R_1 = \frac{U_1}{U} \cdot R_H; \quad R_2 = \frac{U_2}{U} \cdot R_H \quad (8.23)$$

Prófum að nota formúlu (8.23) við að reikna  $R_1$  og fáum:

$$R_1 = \frac{U_1}{U} \cdot R_H = \frac{9}{24} \cdot 240 \, \Omega = 90 \, \Omega$$

eða sömu útkomu og áður.

Þegar álagi er bætt við spennudeilinn breytast spennurnar. Hve mikið þær breytist fer eftir því hvað straumur álagsins er stór hluti af straumi spennudeilisins. Hér skulum við ganga út frá  $1500 \, \Omega$  viðnámi í álaginu og reikna spennudeilinguna aftur.



Mynd 8.21b

Spennudeilirinn með álaginu,  $R_3$ , er á mynd 8.21b.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

Við byrjum á að reikna nýtt heildarviðnám rásarinnar.

$$R_{2-3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{150 \cdot 1500}{150 + 1500} = 136,36 \, \Omega$$

og

$$R_H = R_1 + R_{2-3} = 90 + 136,36 = 226,36 \, \Omega$$

Notum nú formúlu (8.22) og fáum:

$$U_2 = \frac{R_{2-3}}{R_H} \cdot U = \frac{136,36}{226,36} \cdot 24 = 14,45 \, V$$

Við sjáum að spennan hefur lækkað úr 15V í 14,45V, eða rétt rúmlega 0,5V, við að tengja þetta álag við hann. Ath. líka vel að spennubreytingin vex ef straumur álagsins verður meiri.

---

## Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs

---

### Æfingadæmi úr 8. kafla

#### Raðtenging, 2. lögmál Kirchhoffs.

##### 8.1

Þrjár mótstöður,  $10\ \Omega$ ,  $15\ \Omega$  og  $30\ \Omega$ , eru raðtengdar við  $24\text{ V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir. Sýndu á tengimyndinni mæla til að mæla straum og spennur rásarinnar.
- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu strauminn frá spennugjafanum.
- Reiknaðu spennufallið yfir hverja mótstöðu.
- Kemur niðurstaðan í d) lið heim við 2. lögmál Kirchhoffs?

##### 8.2

Fjórar mótstöður eru raðtengdar. Heildarviðnámið er  $1260\ \Omega$ .  $R_1 = 120\ \Omega$ ,  $R_2 = 560\ \Omega$ ,  $R_3 = 220\ \Omega$  og viðnám  $R_4$  er óþekkt. Straumurinn í rásinni er  $0,18\text{ A}$ .

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- Reiknaðu viðnám  $R_4$ .
- Hver er spennugjafaspennan?

##### 8.3

Tvær mótstöður,  $R_1$  og  $R_2$ , eru raðtengdar og tengdar við  $10\text{ V}$  spennugjafa. Straummælir í rásinni sýnir  $35\text{ mA}$ . Spennumælir er tengdur yfir  $R_2$  og sýnir  $5,6\text{ V}$ .

- Teiknaðu rásina, sýndu mæla og gefnar stærðir.
- Reiknaðu  $R_H$ ,  $R_1$  og  $R_2$ .

##### 8.4

Hvert er heildarviðnám,  $22\ \Omega$ ,  $15\ \Omega$  og  $33\ \Omega$  og  $57\ \Omega$ , þegar þær eru raðtengdar.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.5**

Rofi, sem tengir glóperu við 230 V spennugjafa, er  $5\text{ M}\Omega$  í rofinni stöðu og  $0,2\ \Omega$  í tengdri stöðu. Viðnám glóperunnar er  $529\ \Omega$  og við reiknum með sama viðnámi í henni hvort sem hún lýsir eða ekki. (Ath. að viðnám glópera er mjög lítið þegar peran er köld en vex mjög hratt þegar hún hitnar.)

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir. Sýndu líka spennumæli til að mæla spennuna yfir rofann.
- Reiknaðu spennuna yfir rofann þegar hann er í rofinni stöðu.
- Reiknaðu spennuna yfir rofann þegar hann er í tengdri stöðu.

**8.6**

Hálfleiðaraíhlutir eru í auknum mæli notaðir í stað venjulegra rofa með snertum. Þegar íhluturinn fær stýringu verður hann leiðandi, en hindrar straum, eða virkar eins og rofi í rofinni stöðu, þegar hann fær ekki stýringu. Þessir íhlutir ganga oft undir nafninu tríakkur.

- Teiknaðu mynd af tríakk og glóperu sem raðtengjast og tengjast 230Vriðspennugjafa. Notaðu hring til að tákna tríakkinn.
- Hve stórt þarf viðnám tríakksins að vera til að spennan yfir hann mælist 228 V þegar hann fær ekki stýringu. Við skulum reikna með föstu  $264\ \Omega$  viðnámi í ljósaperunni.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.7**

Ljóskastari er merktur 110 V, 10 A. Hann á að tengjast við 230 V netspennu. Til þess að það sé gerlegt þarf að raðtengja mótstöðu við ljóskastarann.

- a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Reiknaðu viðnám raðtengdu mótstöðunnar.

**8.8**

Tæki er merkt 12 V, 10 A og á að tengjast við 24 V spennugjafa. Til að það gangi þarf að raðtengja mótstöðu við tækið.

- a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Reiknaðu stærð raðtengdu mótstöðunnar.

**8.9**

Tæki er gert fyrir 15 V spennu og 2 A straum. Spennugjafinn gefur 18 V.

- a) Gerðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Hve stóra mótstöðu er nauðsynlegt að tengja við tækið og hvernig á að tengja hana, þannig að tækið fái rétta spennu?

**8.10**

Hve margar perur þarf í jólaseríu fyrir 230 V ef hver pera er gerð fyrir 12 V? Teiknaðu skýringarmynd.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs**

---

**8.11**

Í jólatrésería eru 25 raðtengdar perur og er hver pera gerð fyrir 9 V. Viðnám hverrar peru er  $1000\ \Omega$ . Við reiknum með sama viðnámi þegar þær lýsa og þegar slökkt er á þeim.

- Teiknaðu skýringarmynd og merktu inn gefnar stærðir.
- Fyrir hvað spennu er serían gerð?
- Hve mikill straumur fer um perurnar þegar þær lýsa.
- Nú rofnar glóþráðurinn í einni perunni. Við það breytist viðnám hennar úr  $1000\ \Omega$  í  $1000\ 000\ \Omega$  eða  $1\ \text{M}\Omega$ . Hvaða spenna mælist yfir biluðu peruna?

**Hliðtenging, 1. lögmál Kirchhoffs.****8.12**

Hvers vegna eru tæki eða álög venjulega hliðtengd við net, en ekki raðtengd?

**8.13**

Tvær mótstöður,  $20\ \Omega$  og  $60\ \Omega$ , eru hliðtengdar við 18 V spennugjafa.

- Teiknaðu tenginguna og merktu inngefnar stærðir. Sýndu líka straummæla til að mæla strauma rásarinnar.
- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu heildarstraum og greinistrauma rásarinnar.

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.14**

Þrjár mótstöður,  $10\ \Omega$ ,  $20\ \Omega$  og  $40\ \Omega$ , eru hliðtengdar og tengdar við  $10\text{V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tenginguna og merktu inn gefnar stærðir. Sýndu líka straummæla til að mæla strauma rásarinnar.
- Reiknaðu heildarviðnámið.
- Finndu heildarstrauminn og greinistraumana.
- Rásin rofnar við  $40\ \Omega$  mótstöðuna. Reiknaðu greinistraumana eftir breytinguna.

**8.15**

Hve margar mótstöður (álög), með  $800\ \Omega$  viðnámi, er hægt að hliðtengja, ef heildarviðnámið má ekki fara niður fyrir  $40\ \Omega$ ?

**8.16**

Tvær mótstöður,  $20\ \Omega$  og  $40\ \Omega$ , eru hliðtengdar og tengdar við  $10\text{ V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- Hve stóra mótstöðu þarf að hliðtengja við þær, til þess að heildarviðnámið verði  $10\ \Omega$ ? Bættu mótstöðunni inn á myndina í a) lið.
- Finndu heildarstraum og greinistrauma rásarinnar eftir breytinguna.

**8.17**

Þrjár mótstöður,  $25\ \Omega$ ,  $20\ \Omega$  og  $50\ \Omega$  eru hliðtengdar og tengdar við  $230\text{ V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir. Sýndu straummæla sem mæla heildarstrauminn og strauminn í gegnum  $50\ \Omega$  mótstöðuna.
- Reiknaðu heildarviðnámið.
- Reiknaðu heildarstrauminn.
- Reiknaðu strauminn gegnum  $50\ \Omega$  mótstöðuna.



---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.18**

Þrjár mótstöður,  $380\ \Omega$ ,  $160\ \Omega$  og  $470\ \Omega$  eru hliðtengdar og tengdar við  $230\text{V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir. Sýndu straummæla sem mæla heildarstrauminn og strauminn í gegnum  $470\ \Omega$  mótstöðuna.
- Reiknaðu heildarviðnámið.
- Reiknaðu heildarstrauminn.
- Reiknaðu strauminn gegnum  $470\ \Omega$  mótstöðuna.

**8.19**

Þrjár mótstöður,  $5\ \Omega$ ,  $1000\ \Omega$  og  $2000\ \Omega$ , eru hliðtengdar og tengdar við  $230\text{ V}$  spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- Reiknaðu heildarviðnámið.
- Um hvaða mótstöðu fer mestur straumur?  
Hve miklu munar á honum og heildarstraumnum?

**8.20**

Hvert er heildarviðnám,  $22\ \Omega$ ,  $15\ \Omega$ ,  $33\ \Omega$  og  $57\ \Omega$ , þegar þær eru hliðtengdar?

**8.21**

Hvert er heildarviðnám  $8200\ \Omega$ ,  $1500\ \Omega$ ,  $2700\ \Omega$  og  $3300\ \Omega$ , þegar þær eru hliðtengdar?

**8.22**

Hliðtenging jafnstórra mótstaða.

- Þrjár  $20\ \Omega$  mótstöður eru hliðtengdar.  
Hvert er heildarviðnámið?
- Fjórar  $20\ \Omega$  mótstöður eru hliðtengdar.  
Hvert er heildarviðnámið?

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.23**

Hliðtenging jafnstórra mótstaða.

- a) Þrjár  $100\ \Omega$  mótstöður eru hliðtengdar.  
Hvert er heildarviðnámið?
- b) Fjórar  $100\ \Omega$  mótstöður eru hliðtengdar.  
Hvert er heildarviðnámið?
- c) Fimm  $100\ \Omega$  mótstöður eru hliðtengdar.  
Hvert er heildarviðnámið?

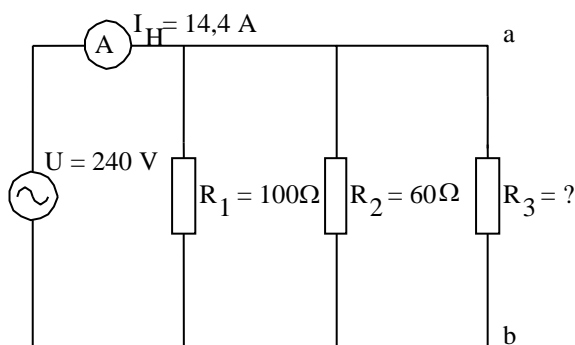
**8.24**

Hliðtenging jafnstórra mótstaða.

- a) Hvert er heildarviðnám  $n$  jafnstórra mótstaða?
- b) Útskýrðu formúluna í a) lið.

**8.25**

- a) Reiknaðu  $R_3$  á mynd 8.22.



Mynd 8.22

**8.26**

Notaðu rásina á mynd 8.22.

- a)  $20\ \Omega$  mótstöðu er bætt í rásina og tengd á milli punkta a og b. Finndu nú strauminn frá spennugjafanum.

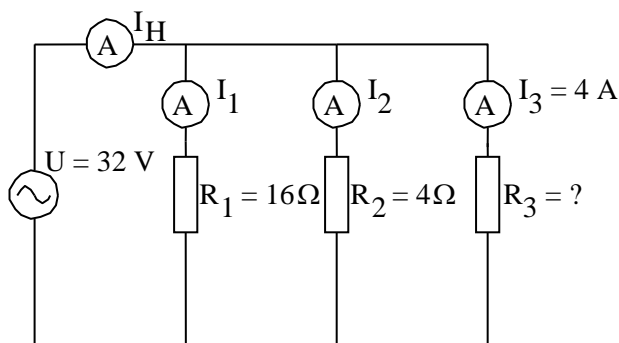
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.27**

Reiknaðu eftirfarandi stærðir á mynd 8.23:

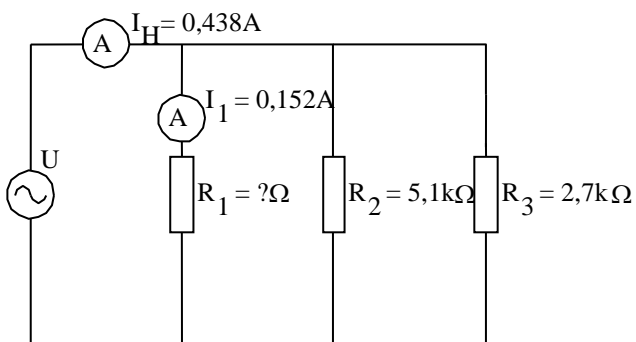


Mynd 8.23

- a)  $I_1$     b)  $I_2$   
c)  $I_H$     d)  $R_3$

**8.28**

Reiknaðu  $R_1$  á mynd 8.24 með tveimur aukastöfum.



Mynd 8.24

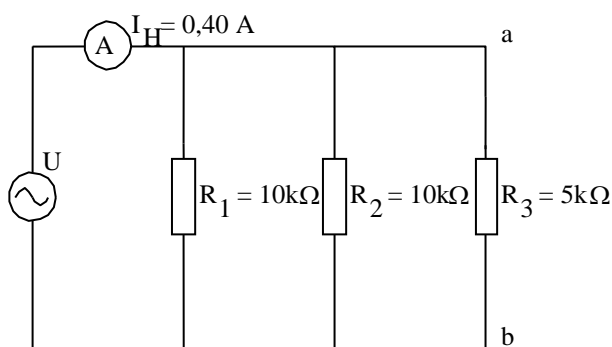
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.29**

a) Hve stóra mótstöðu þarf að tengja millipunkta a og b á mynd 8.25 til að heildarstraumurinn verði 0,50 A?



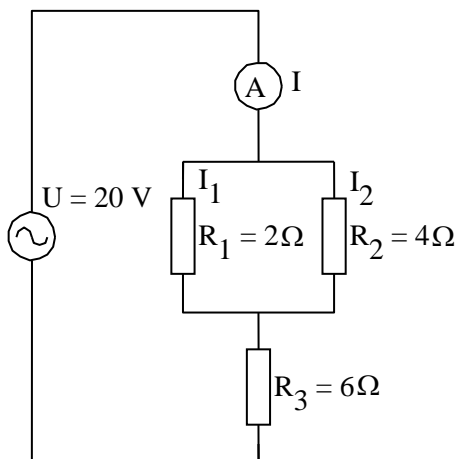
Mynd 8.25

**Blönduð tenging****8.30**

Teiknaðu tvo möguleika á blandaðri tengingu þriggja mótstaða.

**8.31**

Rásin á mynd 8.26.



Mynd 8.26

- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu heildarstrauminn og greinistraumana.
- Hve mikill straumur fer um  $R_3$ , ef rásin er rofin við  $R_1$ ?

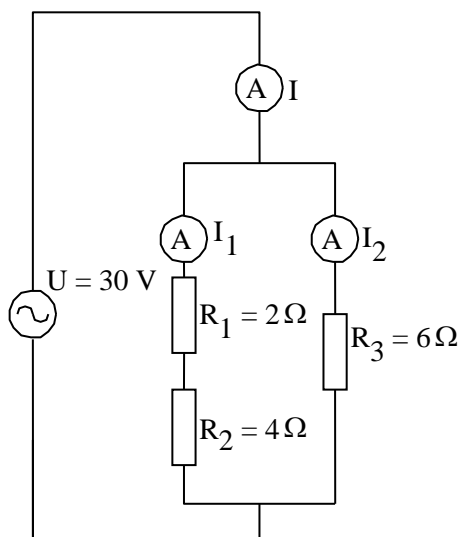
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.32**

Rásin á mynd 8.27.



Mynd 8.27

- a) Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- b) Reiknaðu heildarstrauminn og greinistraumana.
- c) Reiknaðu strauminn í rásinni, ef leiðslan að  $R_2$  er rofin?

**8.33**

Þrjár jafn stórar mótstöður eru tengdar í þríhyrning. Mæling á viðnáminu á milli horna þríhyrningsins gefur  $80\ \Omega$ .

- a) Teiknaðu mynd af rásinni og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Hve stór er hver mótstaða?

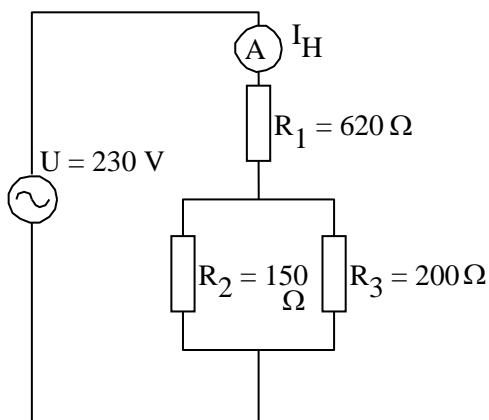
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.34**

Reiknaðu heildarstrauminn í rásinni á mynd 8.29.



Mynd 8.29

**8.35**

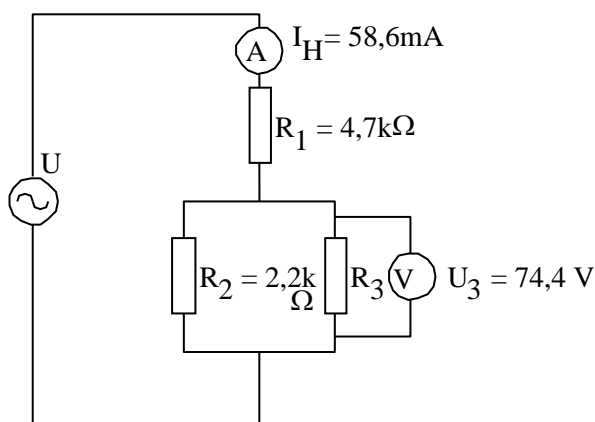
Ef  $R_1$ , á mynd 8.29, er skammhleyppt, hve mikinn straum tekur rásin þá frá spennugjafanum?

**8.36**

Ef straumrásin, á mynd 8.29, er rofin við  $R_2$  hve mikill verður þá heildarstraumurinn?

**8.37**

Reiknaðu eftirfarandi stærðir í tengimyndinni á mynd 8.30.



Mynd 8.30

a)  $U$ ,    b)  $R_3$ ,    c)  $R_H$ ,    d)  $I_2$     og    e)  $I_3$ .

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

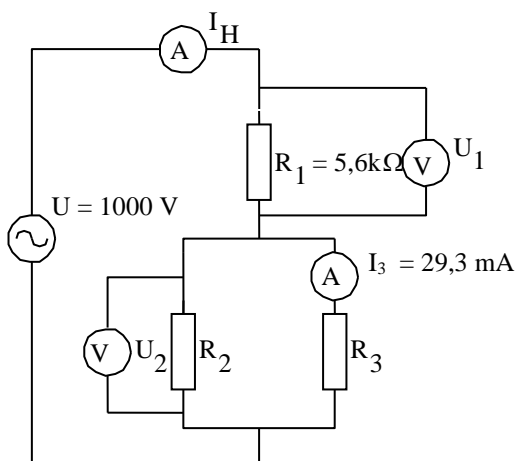
---

**8.38**

Hve mikill verður heildarstraumurinn á mynd 8.30 ef  $R_3$  er skammhleyp?

**8.39**

Heildarviðnám rásarinnar á mynd 8.31 er  $7,18\text{ k}\Omega$ .  
Reiknaðu eftirfarandi stærðir:



Mynd 8.31

- a) Heildarstraumurinn,  $I_H$
- b) Spennuna yfir  $R_1$
- c) Straumurinn gegnum  $R_2$
- d) Spennuna yfir  $R_2$
- e) Viðnámið í  $R_2$
- f) Viðnámið í  $R_3$

**8.40**

Ef  $R_1$ , á mynd 8.31, er skammhleyp, reiknaðu þá eftirfarandi:

- a) Spennuna yfir  $R_2$  og
- b) strauminn í gegnum  $R_3$ .

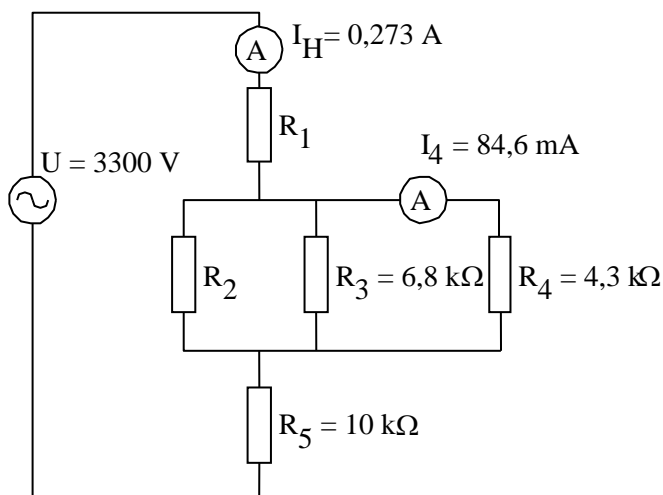
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.41**

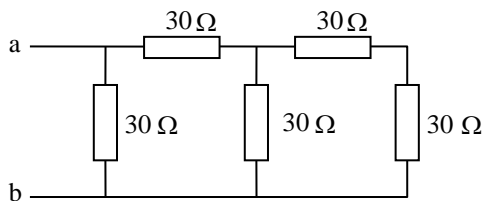
Reiknaðu, með tveimur aukastöfum, viðnámið í  $R_1$  og  $R_2$  á mynd 8.32.



Mynd 8.32

**8.42**

Reiknaðu viðnámið milli punktanna a og b á mynd 8.33. Teiknaðu mynd af hverju stigi úrlausnarinnar. Byrjaðu á að mynda eitt viðnám úr  $R_4$  og  $R_5$  sem kalla má  $R_{4-5}$  og síðan koll af kolli. Mótstöðurnar hafa allar sama viðnámsgildi,  $30\ \Omega$ .



Mynd 8.33



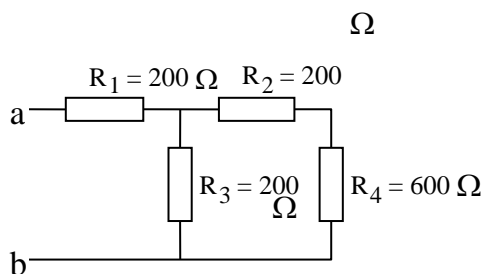
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.43**

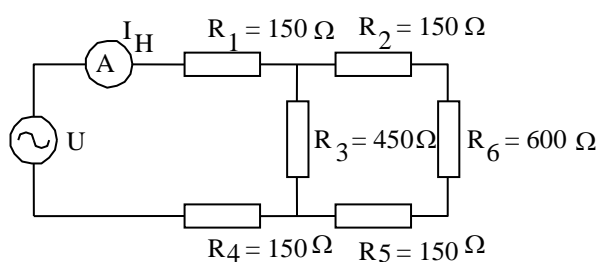
Reiknaðu heildarviðnámið milli punkta a og b í rásinni á mynd 8.34.



Mynd 8.34

**8.44**

Straumrásin á mynd 8.35. Reiknaðu  $I_H$  og  $U$  ef 3V eru yfir  $R_6$ .



Mynd 8.35

**8.45**

Ef álagsmótstöðunni,  $R_6$  á mynd 8.35 er skammhleyp, hve mikill verður þá straumurinn í gegnum  $R_3$ ? Við reiknum með að spennan  $U$  haldist óbreytt.

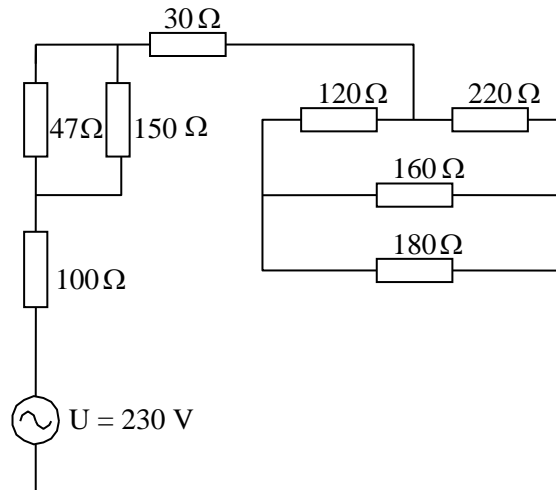
---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**8.46**

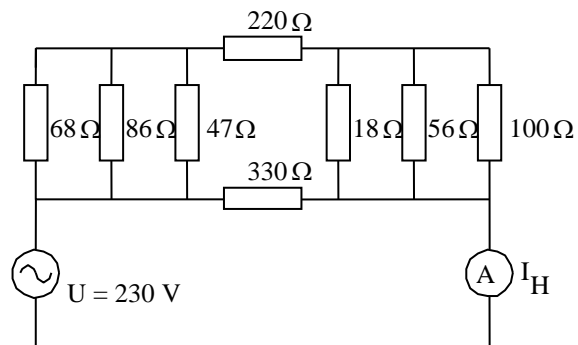
Reiknaðu strauminn frá spennugjafanum á mynd 8.36.



Mynd 8.36

**8.47**

Mynd 8.37. Reiknaðu strauminn frá spennugjafanum, strauminn í gegnum  $330\ \Omega$  og  $100\ \Omega$  mótstöðurnar.



Mynd 8.37

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

**Spennudeilir****8.48**

Hvernig er hægt að nota mótstöður sem spennudeili? Útskýrðu í máli og myndum.

**8.49**

Tvær mótstöður,  $R_1$  og  $R_2$ , eru raðtengdar.  $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$  og  $R_2 = 47 \text{ k}\Omega$ . Spennugjafaspennan er 10 V.

- a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Reiknaðu  $U_2$ . Notaðu formúlu (8.22).

**8.50**

Tvær mótstöður eru raðtengdar og tengdar við 24 V spennugjafa.  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  og  $R_2 = 4,7 \text{ k}\Omega$  og er stillanleg ( $0 \text{ }\Omega - 4,7 \text{ k}\Omega$ ).

- a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Hve mikið er hægt að breyta spennunni  $U_2$ ? Notaðu formúlu (8.22).

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchhoffs**

---

**Svör við dæmum í 8. kafla**

Raðtenging, 2. lögmál Kirchhoffs.

- 8.1 b) 55  $\Omega$   
c) 0,436 A  
d) 4,36 V, 6,54 V og 13,08 V  
e) Summan er 23,98 V sem kemur heim við lögmálið.
- 8.2 b)  $R_4 = 360 \Omega$   
c) 226,8 V
- 8.3 b) 285,7  $\Omega$ , 125,7  $\Omega$  og 160  $\Omega$
- 8.4 127  $\Omega$
- 8.5 b) 229,9 V  
c) 0,086 V
- 8.6 b) 30 k $\Omega$
- 8.7 b) 12  $\Omega$
- 8.8 b) 1,2  $\Omega$
- 8.9 b) 1,5  $\Omega$ , raðtengd
- 8.10 19 perur
- 8.11 b) 225 V  
c) 9 mA  
d) 219,7 V

Hliðtenging, 1. lögmál Kirchhoffs.

- 8.13 b) 15  $\Omega$   
c) 1,2 A, 0,9 A og 0,3 A
- 8.14 b) 5,71  $\Omega$ .  
c) 1,75 A, 1 A, 0,5 A og 0,25 A  
d) Greinistraumarnir verða þeir sömu í gegnum mótstöðurnar sem eftir eru en heildarstraumurinn minnkar í 1,5 A
- 8.15 20
- 8.16 b) 40  $\Omega$   
c) 1 A, 0,5 A, 0,25 A og 0,25 A
- 8.17 b) 9,1  $\Omega$

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

- c) 25,3 A  
d) 4,6 A  
8.18 b) 90,8  $\Omega$   
c) 2,5 A  
d) 0,49 A  
8.19 b) 4,96  $\Omega$   
c) Í gegnum 5  $\Omega$  mótstöðuna.  $I_{5\Omega} = 46$  A.  $I_H = 46,37$  A. Munur 0,37 A.  
8.20 6,25  $\Omega$   
8.21 684  $\Omega$   
8.22 a) 6,67  $\Omega$   
b) 5  $\Omega$   
8.23 a) 33,3  $\Omega$   
b) 25  $\Omega$   
c) 20  $\Omega$   
8.24 a)  $R_H = \frac{R}{n}$   
8.25 a) 30  $\Omega$   
8.26 a) 26,4 A  
8.27 a)  $I_1 = 2$  A    b)  $I_2 = 8$  A  
c)  $I_H = 14$  A    d)  $R_3 = 8$   $\Omega$   
8.28  $R_1 = 3,32$  k $\Omega$   
8.29 a) 10 k $\Omega$   
  
Blönduð tenging    8.31 Rásin á mynd 8.26.  
a) 7,33  $\Omega$   
b) 2,7 A, 1,8 A og 0,9 A  
c) 2 A  
8.32 a) 3  $\Omega$   
b) 10 A, 5 A og 5 A  
c) 5 A  
8.33 b) 120  $\Omega$   
8.34  $I_H = 0,32$  A  
8.35 2,68 A

---

**Rafmagnsfræði 8. kafli Lögmál Kirchoffs**

---

|              |         |                                    |
|--------------|---------|------------------------------------|
|              | 8.36    | 0,28 A                             |
|              | 8.37 a) | $U = 349,8 \text{ V}$              |
|              | b)      | $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$          |
|              | c)      | $R_H = 5,97 \text{ k}\Omega$       |
|              | d)      | $I_2 = 33,8 \text{ mA}$            |
|              | e)      | $I_3 = 24,78 \text{ mA}$           |
|              | 8.38    | 74,4 mA                            |
|              | 8.39 a) | 139,3 mA                           |
|              | b)      | 779,9 V                            |
|              | c)      | 110 mA                             |
|              | d)      | 220 V                              |
|              | e)      | 2k $\Omega$                        |
|              | f)      | 7,5 k $\Omega$                     |
|              | 8.40 a) | 1000 V                             |
|              | b)      | 133,3 mA                           |
|              | 8.41    | 755,38 $\Omega$ og 2,69 k $\Omega$ |
|              | 8.42    | 18,75 $\Omega$                     |
|              | 8.43    | 360 $\Omega$                       |
|              | 8.44    | 15 mA og 9 V                       |
|              | 8.45    | 7,5 mA                             |
|              | 8.46    | 0,8 A                              |
|              | 8.47    | 1,6 A                              |
| Spennudeilir | 8.49 b) | 7,5 V                              |
|              | 8.50 b) | 0-7,67 V                           |