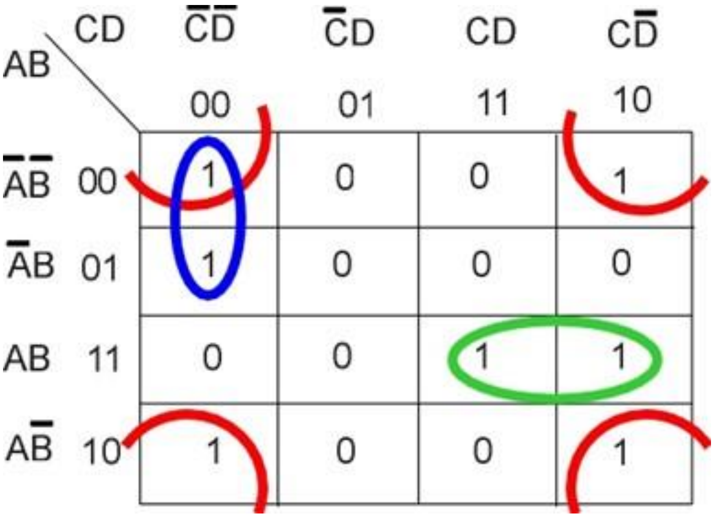
Rafbók



Tölvu og nettækni

TNT2

3. hefti

Einföldunaraðferðir

Eiríkur Guðmundsson

Vinsamlegast sendið leiðréttingar og athugasemdir til höfundar eða til
Báru Laxdal Halldórsdóttur á netfangið bara@rafmennt.is

Höfundur er Eiríkur Guðmundsson.
Umbrot í rafbók Bára Laxdal Halldórsdóttir.

Efnisyfirlit

1. *Karnaugh* kort (K-kort)

Góð aðferð til þess að finna rökrásir út frá sannleikstöflu eða einfalda rökrásir er að nota svokallað *Karnaugh* kort (K- kort). K-kortið er sett þannig upp að hver reitur í því samsvarar einni línu í sannleikstöflunni. Ef sannleikstaflan inniheldur 8 línur þá samanstendur K-kortið af 8 reitum.
Reitunum er raðað þannig upp að aðeins er leyfð ein breyting á inngöngum á milli lína eða dálka. Þetta er kallað <u>*Gray*</u> kóði (*Gray code*).

Dæmi 1:

A	B	C	Y	
0	0	0	lína 1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	lína 2	$\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	lína 3	$\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	lína 4	$\bar{A}BC$
1	0	0	lína 5	$A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	lína 6	$A\bar{B}C$
1	1	0	lína 7	$AB\bar{C}$
1	1	1	lína 8	ABC

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	lína 1	lína 2
$\bar{A}B$	lína 3	lína 4
AB	lína 7	lína 8
$A\bar{B}$	lína 5	lína 6

Dæmi 2: Skoðum eftirfarandi K-kort og hvernig það er notað.

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	0	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	1

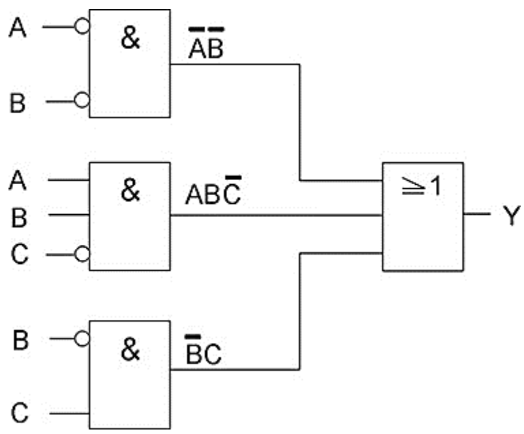
Reglur:

1. Það má lykkja saman 1,2,4 eða 8 reiti sem eru samliggjandi lárétt eða lóðrétt <u>og innihalda tölurna **1**</u>.
   (16 reiti mest ef kortið inniheldur 16 reiti)
2. Jaðrar kortsins teljast vera samliggjandi þ.e. efsta og neðsta línan og vinstri og hægri brún.
3. Sá bókstafur sem breytist innan lykkjunnar (er með neitun og ekki með neitun) dettur út því hann hefur ekki áhrif á útkomuna
4. Útgangsjafnan verður summa útkomanna úr hverjum reit.
5. Reynum að taka <u>eins fáar</u> og <u>eins stórar</u> lykkjur og við getum. Stærri lykkjur þýðir að fleiri bókstafir detta út.
6. Það má samnýta reiti eins oft og þarf.

Reiturinn í efstu línu inniheldur $\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{C}}$ og $\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$. Sjáum að **C** breytist innan lykkjunnar ($\bar{\mathbf{C}}$ og **C**) og dettur því út. Eftir stendur $\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}$.
Staka lykkjan í 3 línu parast ekki með neinum öðrum reit og einfaldast því ekkert. Útkoman úr henni er því $\mathbf{AB\bar{C}}$.
Lóðrétta lykkjan úr efstu og neðstu línu lykkjar saman $\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$ og $\mathbf{A}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$.
Sjáum að **A** breytist og dettur því út. Útkoman úr þessari lykkju er því $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$.
Útgangsjafna kortsins er því:

$$\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} + \mathbf{AB\bar{C}} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$$

Rásin er þá:



Dæmi 3:
Skoðum eftirfarandi sannleikstöflu, færum hana inn í K-kort og finnum einföldustu rás sem gefur þessa niðurstöðu.
<u>Skoðum bara línur þar sem útgangurinn er 1</u>.

A	B	C	Y	
0	0	0	1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	0	
0	1	0	1	$\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	1	$A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	1	$A\bar{B}C$
1	1	0	1	$AB\bar{C}$
1	1	1	0	

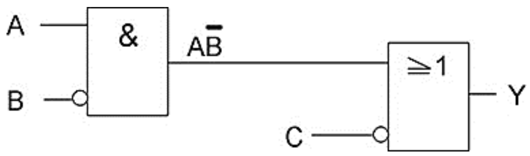
	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	0
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	1	1

Sjáum að fyrsti dálkurinn lykkjast allur saman. Eini inngangurinn sem breytist ekkert er $\bar{\mathbf{C}}$ og niðurstaðan úr lykkjunni er því $\bar{\mathbf{C}}$.

Neðsta línan lykkjast síðan saman og þar breytist **C** og dettur því út og gefur niðurstöðuna $\boldsymbol{A\overline{B}}$.
Útgangsjafna kortsins er því:

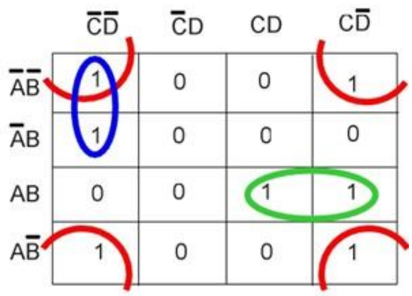
$$\boldsymbol{Y = \overline{C} + A\overline{B}}$$

Rásin er þá:



Dæmi 4:
Tökum nú stærra dæmi eða með 4 inngöngum. Færum inn línur með 1 í útgang og fyllum síðan upp með 0.

A	B	C	D	Y	
0	0	0	0	1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
0	0	0	1	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$
0	0	1	0	1	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$
0	0	1	1	0	$\bar{A}\bar{B}CD$
0	1	0	0	1	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$
0	1	0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0	$\bar{A}BC\bar{D}$
0	1	1	1	0	$\bar{A}BCD$
1	0	0	0	1	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
1	0	0	1	0	$A\bar{B}\bar{C}D$
1	0	1	0	1	$A\bar{B}C\bar{D}$
1	0	1	1	0	$A\bar{B}CD$
1	1	0	0	0	$AB\bar{C}\bar{D}$
1	1	0	1	0	$AB\bar{C}D$
1	1	1	0	1	$ABC\bar{D}$
1	1	1	1	1	$ABCD$

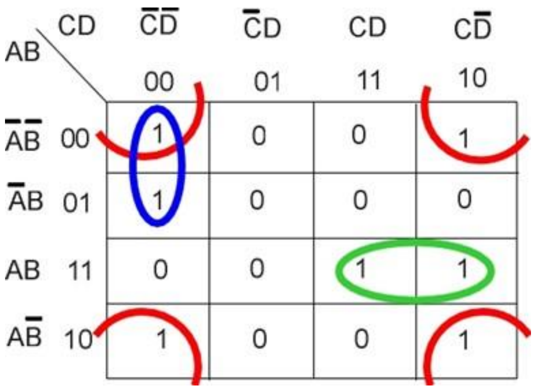


Hér höfum við 4 inngangа sem gefa $2^4 = 16$ möguleika. Það eru því 16 reitir í K-kortinu. Munum að jaðrarnir teljast vera samliggjandi, dálkur 1 er því samliggjandi dálki 4 og lína 1 er samliggjandi línu 4.
Reitirnir á hornunum (merktir með rauðu) eru því samliggjandi og geta lykkjast saman. Sjáum að **A** breytist frá línu 1 til línu 4 og **C** breytist frá dálki 1 að dálki 4 í rauðu lykkjunni. Inngangarnir sem þá verða eftir eru $\boldsymbol{\overline{B}\overline{D}}$.
Bláa lykkjan gefur $\boldsymbol{\overline{A}\overline{C}\overline{D}}$ og græna lykkjan gefur **ABC**.
Útgangsjafnan verður því:

$$\mathbf{Y = \overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}\overline{D} + ABC}$$

K-kort byggja á summu margfelda (*SOP = Sum Of Products*). Það þýðir að útgangshliðið er OR með jafnmörgum inngöngum og lykkjur K-kortsins eru margar.

Hægt er að teikna K-kortið á annan hátt. Þá setjum við inn stöður inngangana sem 0 eða 1 í stað þess að nota bókstafi og bókstafi með yfirstrikun. Þetta finnst mörgum þægilegra og auðveldar yfirfærslu úr sannleikstöflunni yfir í K-kortið.



Það má segja að það að nota 0 og 1 auðveldar yfirfærsluna úr sannleikstöflunni en bókstafirnir auðvelda að finna útgangsjöfnuna og eins að setja inn í kortið útfrá gefinni jöfnu.

2. *Boolean* algebra

Önnur aðferð til þess að einfalda rásir er að beita svokallaðri **Boolean algebru**. Skoðum þær reiknireglur sem gilda í þessari algebru.

2.1 *Boolean* reiknireglur

Þær eru 20 talsins og eru paraðar saman tvær og tvær sem eru skyldar. Síðustu tvær eru nefndar *De Morgans* reglur. Sú fyrri (samlagning) sýnir sambandið á milli NOR hliðs og AND hliðs með viðsnúnum inngöngum. Sú seinni (margföldun) sýnir sambandið á milli NAND hliðs og OR hliðs með viðsnúnum inngöngum.

	Samlagning	**Margföldun**
1.	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
2.	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
3.	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
4.	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$
5.	$A + 0 = A$	$A \cdot 1 = A$
6.	$A + 1 = 1$	$A \cdot 0 = 0$
7.	$A + \bar{A} = A$	$A \cdot \bar{A} = 0$
8.	$A + AB = A$	$A(A + B) = A$
9.	$\bar{A} + AB = \bar{A} + B$	$A + \bar{A}B = A + B$
De Morgans reglur:		
10.	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Þessar reglur er best að sanna með því að búa til sannleikstöflur fyrir báðar hliðar = merkisins.

Tökum sem dæmi *reglu 9a*: $\bar{A} + AB = \bar{A} + B$

Búum til sannleikstöflu:

A	**B**	$\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{AB}$	$\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Sannleikstaflan skilar tveimur eins útgöngum og *regla 9a* er því rétt.

Dæmi 1:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}\bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC}$$

Byrjum á að taka sameiginlegar stærðir út fyrir sviga eins og um venjulega algebru væri að ræða (*sjá reglu 4b*). Þá fáum við:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}(\bar{\mathbf{C}} + \mathbf{C})$$

Samkvæmt *reglu 7a* er $\bar{\mathbf{C}} + \mathbf{C} = \mathbf{1}$ og við erum því að margfalda $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}$ með $\mathbf{1}$ sem gefur $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}$ samkvæmt *reglu 5b*.

Því er:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}\bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}$$

Dæmi 2:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}\bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC} + \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$$

Samkvæmt *reglu 1a* megum við bæta við stærð sem fyrir er í dæminu eins oft og okkur hentar. Þetta samsvarar því að samnýta reit í K-korti.

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}\bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC} + \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C}$$

Bætum t.d. $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC}$ við og fáum $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}\bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC} + \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{C} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{BC}$.

Við höfum ekki eyðilagt neitt með þessu. Núna getum við tekið $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}$ út fyrir sviga í fyrstu tveimur liðunum og $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{C}$ út fyrir sviga í tveimur seinni liðunum.

Þá fæst:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}(\bar{\mathbf{C}} + \mathbf{C}) + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{C}(\bar{\mathbf{B}} + \mathbf{B}) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{B} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{C} = \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{B} + \mathbf{C})$$

Dæmi 3:

$$(\mathbf{A}+\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}})(\bar{\mathbf{A}}+\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}})$$

Margföldum upp úr svigunum á hefðbundinn hátt:

$\mathbf{A\bar{A}}+\mathbf{AB}+\mathbf{A\bar{C}}+\mathbf{B\bar{A}}+\mathbf{BB}+\mathbf{B\bar{C}}+\mathbf{\bar{C}\bar{A}}+\mathbf{\bar{C}B}+\mathbf{\bar{C}\bar{C}}=$ [Skýringar]

$\mathbf{0}+\mathbf{AB}+\mathbf{A\bar{C}}+\mathbf{B\bar{A}}+\mathbf{B}+\mathbf{B\bar{C}}+\mathbf{\bar{C}\bar{A}}+\mathbf{\bar{C}B}+\mathbf{\bar{C}}=$ $[A\bar{A}=0\ \ BB=B\ \ \bar{C}\bar{C}=\bar{C}\,]$

$\mathbf{B}(\mathbf{A}+\bar{\mathbf{A}})+\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{A}+\bar{\mathbf{A}})+\mathbf{B\bar{C}}+\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}}=$ $[B\bar{C}+\bar{C}B=B\bar{C}+B\bar{C}=B\bar{C}]$

$\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}}+\mathbf{B\bar{C}}+\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}}=$ $[B(A+\bar{A})=B\quad \bar{C}(A+\bar{A})=\bar{C}]$

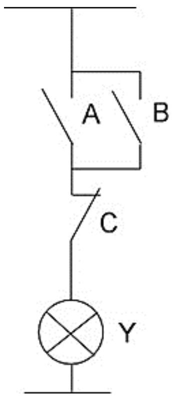
$\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}}+\mathbf{B\bar{C}}=$ $[B+\bar{C}+B+\bar{C}=B\bar{C}]$

$\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{1}+\mathbf{B})=\mathbf{B}+\bar{\mathbf{C}}$ $[1+B=1]$

3. Rofarásum breytt í rökrásir

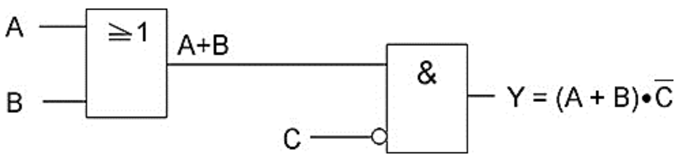
Allar rofarásir eiga sér samsvarandi rökrás. Það eru t.d. til stýrivélar sem vinna eingöngu með rökrásatákn og oft þarf að forrita þær með því að breyta segulliða-stýringu í AND, OR og NOT skipanir.

Tökum dæmi:

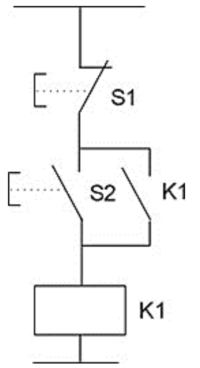


Hvernig breytum við þessari rofarás í rökrás? **A** hliðtengt við **B** er búið til með OR hliði. Útkoman úr því er síðan margfölduð með $\bar{\mathbf{C}}$ vegna raðtengingar **C** við hliðtenginguna að ofan. Útgangsjafnan verður $(\mathbf{A}+\mathbf{B})\cdot\bar{\mathbf{C}}$.

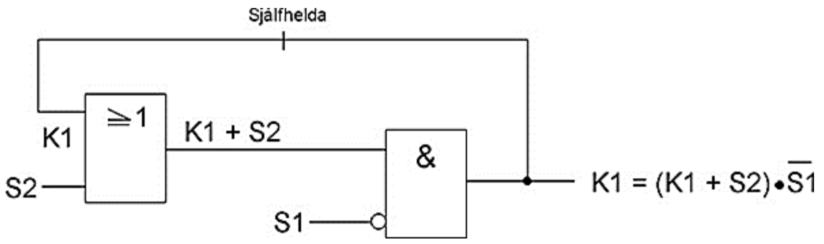
Rökrásin verður:



Tökum annað dæmi um segulliðastýringu.



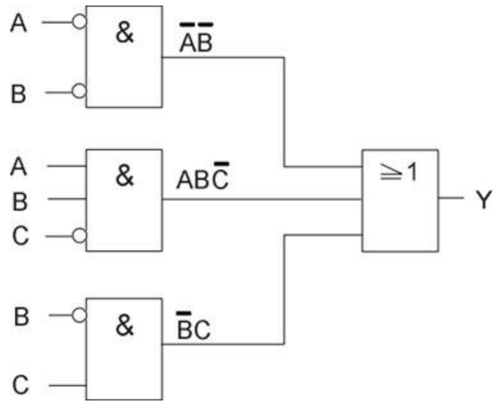
Þetta er hin týpíska Stopp, Start, Sjálfheldu stýring.
Útgangsjafnan er: $\mathbf{K1} = \overline{\mathbf{S1}} \cdot (\mathbf{K1} + \mathbf{S2})$
Rökrásin verður þá:



Sjáum að línan til baka frá K1 inn á OR hliðið býr til sjálfhelduna. Þið lærið seinna í stýringaáföngum að það skiptir máli hvort S1 er lokuð eða opin snerta hvort það kemur neitun á S1 eða ekki.

4. Rökrásum breytt í rofarásir

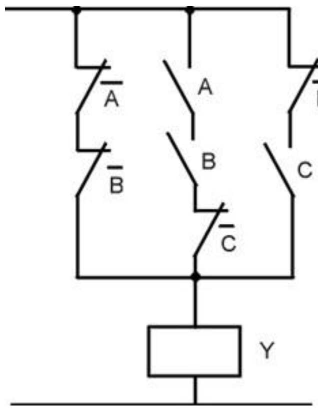
Þegar við breytum rökrásum þurfum við skoða hverskonar tengingar hliðin búa til og hvernig hliðin tengjast síðan innbyrðis. Tökum dæmi um einhverja rökrás sem við höfum skoðað áður.



OR hliðið lengst til hægri er með þrjá innganga og býr því til þrjár hliðtengingar. Hver leggur fyrir sig í hliðtengingunni er búinn til af AND hliði ýmist með tvo eða þrjá innganga. Útgangsjafnan er:

$$\mathbf{Y = \overline{A}\overline{B} + AB\overline{C} + \overline{B}C}$$

Við þurfum í rauninni bara útgangsjöfnuna til að breyta í rofarás því hún segir allt sem segja þarf.



5. Verkefni

(Ekki nota bara svörin, það er sjálfsblekking).

1. Þrír menn A,B og C sitja í dómnefnd í hæfileikakeppni. Hver þeirra er með einn rofa sem þeir þrýsta á ef þeir samþykkja atriðið áfram. Búið til rás með þremur inngöngum A,B og C sem kveikir á ljósi ef atriðið fær allavega tvö atkvæði og kemst áfram. (Meirihluti ræður).

2. Finnið jöfnu útgangsins Y með hjálp *Karnaugh* korts og <u>teiknið einfölduðu</u> rásina.

A	**B**	**C**	**Y**
0	0	0	**1**
0	0	1	**1**
0	1	0	**0**
0	1	1	**1**
1	0	0	**1**
1	0	1	**1**
1	1	0	**0**
1	1	1	**0**

	$\bar{C}$ 0	C 1
$\bar{A}\bar{B}$ 00		
$\bar{A}B$ 01		
AB 11		
$A\bar{B}$ 10		

Y=

3. Finnið jöfnu útgangsins Y með hjálp *Karnaugh* korts og teiknið einfölduðu rásina.

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	**1**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**1**
0	0	1	1	**0**
0	1	0	0	**0**
0	1	0	1	**1**
0	1	1	0	**1**
0	1	1	1	**1**
1	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
1	0	1	0	**1**
1	0	1	1	**0**
1	1	0	0	**0**
1	1	0	1	**0**
1	1	1	0	**1**
1	1	1	1	**1**

	$\overline{C}\overline{D}$ 00	$\overline{C}D$ 01	CD 11	$C\overline{D}$ 10
$\overline{A}\overline{B}$ 00				
$\overline{A}B$ 01				
AB 11				
$A\overline{B}$ 10				

Y=

4. Finnið útgangsjöfnuna frá *K-kortinu* og teiknið rásina.

	$\bar{C}$ 0	C 1
$\bar{A}\bar{B}$ 00	1	1
$\bar{A}B$ 01	0	1
AB 11	0	0
$A\bar{B}$ 10	0	1

Y=

5. Finnið útgangsjöfnuna frá K-kortinu og teiknið rásina.

	$\bar{C}$ 0	C 1
$\bar{A}\bar{B}$ 00	0	1
$\bar{A}B$ 01	1	1
AB 11	0	1
$A\bar{B}$ 10	0	1

Y=

6. Finnið útgangsjöfnuna frá *K-kortinu* og teiknið rásina.

	$\overline{C}\overline{D}$ 00	$\overline{C}D$ 01	CD 11	$C\overline{D}$ 10
$\overline{A}\overline{B}$ 00	1	0	0	0
$\overline{A}B$ 01	1	0	1	1
AB 11	1	0	1	1
$A\overline{B}$ 10	0	1	1	0

Y=

7. Finnið útgangsjöfnuna frá K-kortinu og teiknið rásina

	$\overline{C}\overline{D}$ 00	$\overline{C}D$ 01	CD 11	$C\overline{D}$ 10
$\overline{A}\overline{B}$ 00	1	0	0	1
$\overline{A}B$ 01	0	0	0	1
AB 11	0	0	1	1
$A\overline{B}$ 10	1	0	1	1

Y=

8. Sýnið að hægt sé að einfalda:

$$\mathbf{\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC} \text{ í } \mathbf{\overline{A}\overline{C} + \overline{A}B}$$

með *Boolean* algebru.

Munið að þið megið nota stærð sem kemur fyrir í upphaflegu jöfnunni oftar en einu sinni. Það jafngildir því að nota sama reit oft í *K-korti*.

9. Einfaldið með *Boolean* algebru: $\mathbf{C + D\overline{C}}$

10. Einfaldið $\mathbf{A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}}$ með:

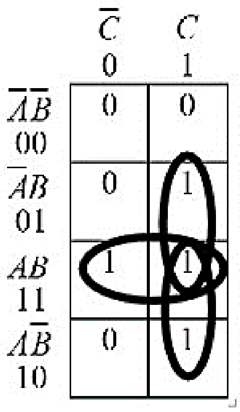
    a) *Boolean* algebru
    b) K-korti

6. Svör

1.

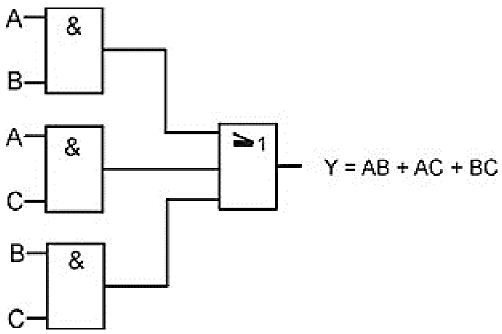
A	B	C	Y
0	0	0	**0**
0	0	1	**0**
0	1	0	**0**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**1**
1	1	1	**1**

K-kort gefur:

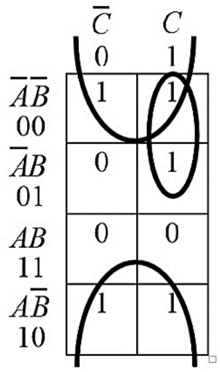


Lausnin er: $\mathbf{Y = AB + AC + BC}$

Rásin er:

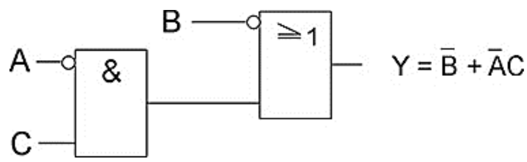


2.

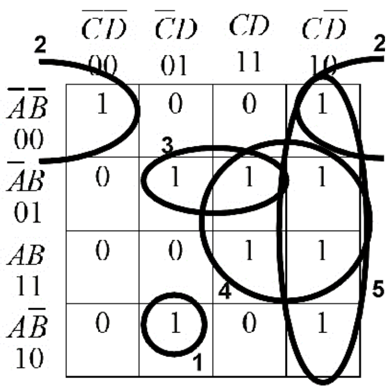


Stóra lykkjan gefur $\mathbf{\overline{B}}$, **A** og **C** breytast bæði.
Lykkjan uppi hægra megin gefur $\mathbf{\overline{A}C}$, **B** dettur út.
Útgangsjafnan er: $\mathbf{Y = \overline{B} + \overline{A}C}$

Rásin er:

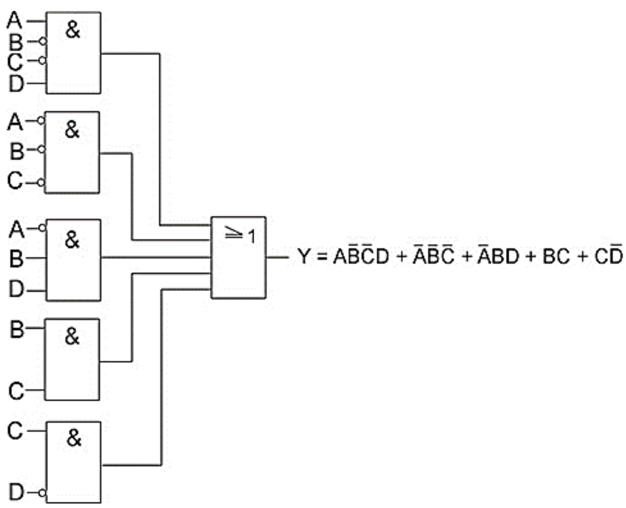


3.

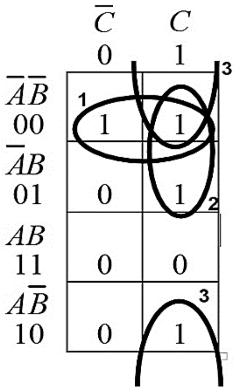


Lykkja nr.1 parast ekki við neinn reit og einfaldast því ekkert. Útkoman er: $\mathbf{A\overline{B}\overline{C}D}$
Lykkja nr.2 samanstendur af vinstri og hægri enda línu 1. Hún gefur: $\mathbf{\overline{A}\overline{B}\overline{D}}$
Lykkja nr.3 gefur: $\mathbf{\overline{A}BD}$
Lykkja nr.4 gefur: **BC**
Lykkja nr.5 gefur: $\mathbf{C\overline{D}}$

Útgangsjafnan er: $\mathbf{Y = A\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BD + BC + C\overline{D}}$

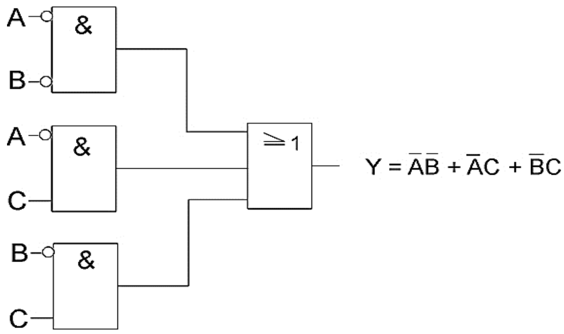


4.

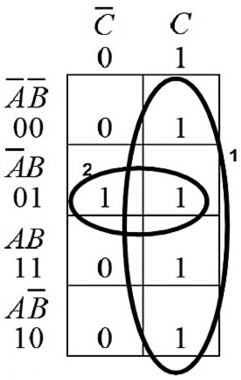


Lykkja 1 gefur: $\overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}}$
Lykkja 2 gefur: $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{C}$
Lykkja 3 gefur: $\overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}$
Útgangsjafnan er: $\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{C} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}$

Rásin er:

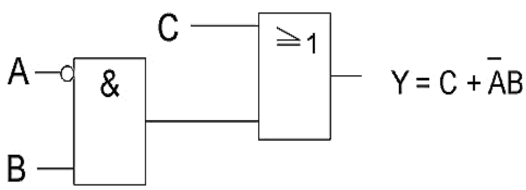


5.

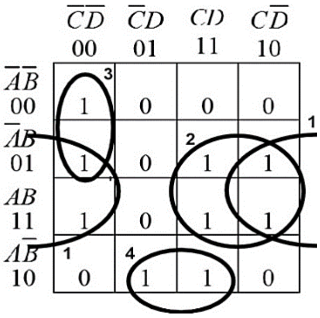


Lykkja 1 gefur: $\mathbf{C}$
Lykkja 2 gefur: $\overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}$
Útgangsjafnan er: $\mathbf{Y} = \mathbf{C} + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}$

Rásin er:

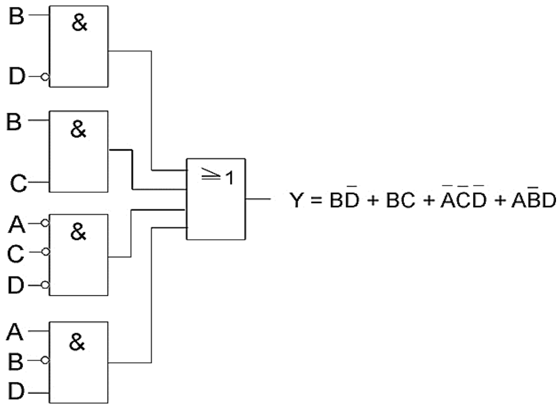


6.

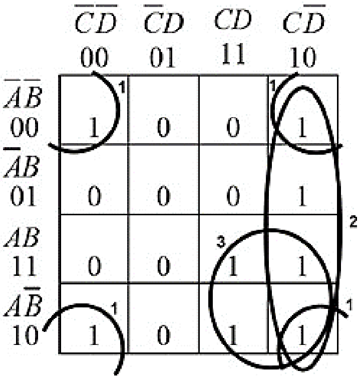


Lykkja 1 gefur: $\mathbf{B\overline{D}}$
Lykkja 2 gefur: $\mathbf{BC}$
Lykkja 3 gefur: $\mathbf{\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}}$
Lykkja 4 gefur: $\mathbf{A\overline{B}D}$
Útgangsjafnan er:
$\mathbf{Y = B\overline{D} + BC + \overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}D}$

Rásin er:

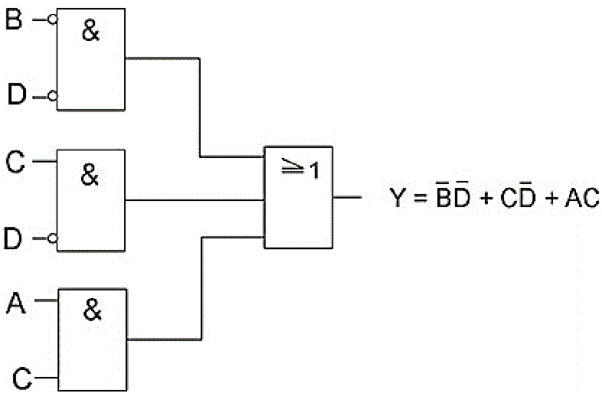


7.



Lykkja 1 gefur: $\mathbf{\overline{B}\,\overline{D}}$
Lykkja 2 gefur: $\mathbf{C\overline{D}}$
Lykkja 3 gefur: $\mathbf{AC}$
Útgangsjafnan er: $\mathbf{Y = \overline{B}\,\overline{D} + C\overline{D} + AC}$

Rásin er:



8. $\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}B$

   Bætum $\overline{A}BC$ við vinstri hliðina. Það má samkvæmt *Boolean* reglu 1. $(A + A = A)$

   $$\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}BC = \overline{A}\overline{C}(\overline{B} + B) + \overline{A}B(\overline{C} + C) = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}B$$

9. $C + D\overline{C}$

   Boolean regla 9b segir: $A + \overline{A}B = A + B$

   Samkvæmt henni er $C + D\overline{C} = C + \overline{C}D = C + D$

10. a) *Boolean* algebra

   $$A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} = A\overline{B}(C + \overline{C}) + \overline{A}\overline{C}(\overline{B} + B) = A\overline{B} + \overline{A}\overline{C}$$

   b)

	$\overline{C}$ 0	C 1
$\overline{A}\overline{B}$ 00	1	0
$\overline{A}B$ 01	1	0
AB 11	0	0
$A\overline{B}$ 10	1	1

Efri lykkjan gefur: $\mathbf{\overline{A}\overline{C}}$

Neðri lykkjan gefur: $\mathbf{A\overline{B}}$

Útgangsjafnan er: $\mathbf{A\overline{B}} + \mathbf{\overline{A}\overline{C}}$ sem er sama og *Boolean* algebran gaf okkur.