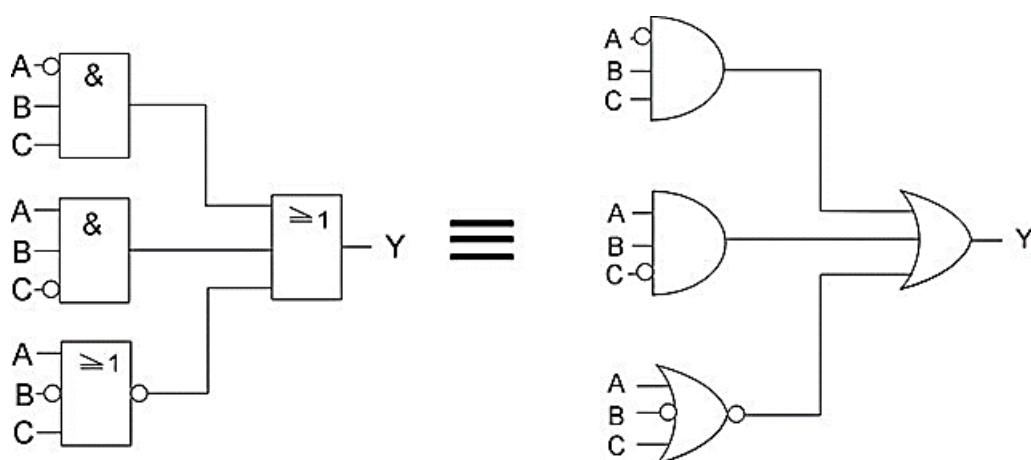


Rafbók



Tölvu og nettækni

TNT202

2. hefti

Rofavirkni og rökrásahlið

Eiríkur Guðmundsson

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Þetta hefti er án endurgjalds á rafbókinni www.rafbok.is

Allir rafiðnaðarmenn og rafiðnaðarnemar geta fengið aðgang án endurgjalds að rafbókinni.

Heimilt er að afrita textann til fræðslu í skólum sem reknir eru fyrir opinbert fé án leyfis höfundar eða Rafmenntar, fræðsluseturs rafiðnaðarins. Hvers konar sala á textanum í heild eða að hluta til er óheimil nema að fengnu leyfi höfundar og Rafmenntar.

Vinsamlegast sendið leiðréttingar og athugasemdir til höfundar eða til Báru Laxdal Halldórsdóttur á netfangið bara@rafmennt.is

Höfundur er Eiríkur Guðmundsson.

Umbrot í rafbók Báru Laxdal Halldórsdóttir.

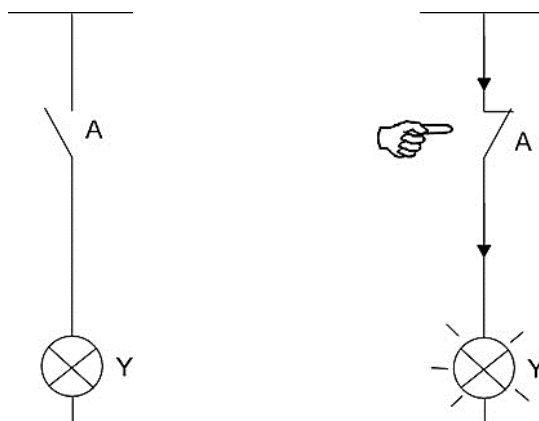
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Efnisyfirlit

1. Rofar / snertur og ljós	3
2. Hliðtengdar snertur	3
3. Raðtengdar snertur	4
4. Lokaðar snertur	4
5. Sambland hliðtengingar, raðtengingar og opinna og lokaðra snerta	5
6. Grunnhliðin OR, AND og NOT	6
6.1 Hvernig búum við til sannleikstöflur?	7
6.2 OR hlið (EÐA hlið)	10
6.3 AND hlið (OG hlið)	12
6.4 NOT hlið (EKKI hlið)	13
7. Samsettu hliðin NOR og NAND	14
7.1 NOR hlið (EKKI - EÐA hlið)	14
7.2 NAND hlið (EKKI-OG hlið)	16
8. XOR og XNOR	17
8.1 XOR hlið	17
8.2 XNOR hlið	18
9. Neitun á inngangi og útgangi	20
9.1 Neitun á inngangi	20
9.2 Neitun á útgangi	21
9.3 Skiptir máli hvort neitunin er á inngangi eða útgangi?	21
10. Samtenging rökrásahliða, útgangsjöfnur	22
11. NOR lógík	26
12. Rásir teiknaðar eftir rökrásajöfnum	27
13. Verkefni	28
14. Svör	31

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

1. Rofar / snertur og ljós

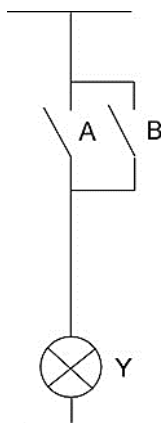


Þetta er mynd af snertu eða rofa (*merktur A*) og ljósi (*merkt Y*). Þegar þrýst er á rofa A þá lokast hann og fer að leiða straum. Þá kviknar ljós á peru Y.

Við getum táknað þessa virkni með $Y = A$ þ.e. þegar þrýst er á A þá kviknar á Y.

2. Hliðtengdar snertur

En ef við bætum öðrum rofa, B, við hliðina á A? Það kallast að hliðtengja B við A.



Skiptir máli hvort við þrýstum á A eða B til að fá ljós á Y? Nei, það skiptir ekki máli, báðir gera það sama og straumnum er sama hvort hann fer í gegnum A eða B eða báða. Það kemur ekki meira ljós þó við ýtum á báða, það er háð spennunni og viðnámi ljósaperunnar.

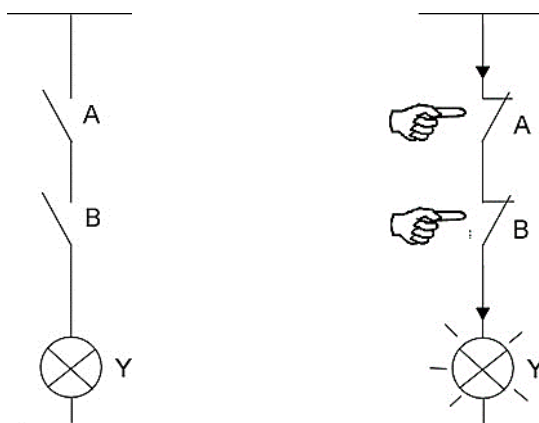
Við getum lýst þessu með $Y = A \text{ EÐA } B$, það kemur ljós ef þrýst er á A eða B.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Ef við myndum bæta þriðja rofanum C við hliðina á B og hliðtengja hann þá væri því lýst með $Y = A \text{ EDA } B \text{ EDA } C$. Það væri nóg að þrýsta á einhvern einn af þessum þremur rofum þá kæmi ljós á Y. Svona virkar hliðtenging.

3. Raðtengdar snertur

Prófum nú að breyta tengingunni.



Til þess að ljósið Y fái straum þá er ljóst að það verður að þrýsta á bæði A og B. Við getum táknað það með $Y = A \text{ OG } B$ þ.e. það þarf að þrýsta á báða samtímis til að fá ljós á Y. Þetta er kallað að raðtengja A og B því þeir koma í lóðréttri röð.

Hvað ef við bætum við þriðju snertunni C neðan við B? Þá er ljóst að það þarf að ýta á allar þrjár A, B og C til að fá ljós.

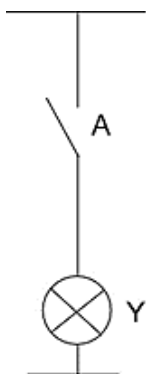
Þetta getum við táknað með $Y = A \text{ OG } B \text{ OG } C$ þ.e. allar þrjár snerturnar verða að vera lokaðar. Svona virkar raðtenging.

4. Lokaðar snertur

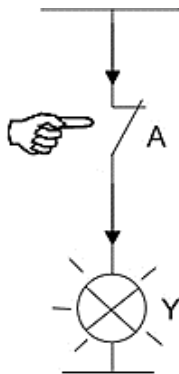
Snertur koma í tveimur gerðum. Önnur gerðin er kölluð opin snerta (**NO** = *Normal Open*). Hún leiðir ekki straum nema þrýst sé á hana.

Hin gerðin kallast lokað snerta (**NC** = *Normal Closed*). Hún leiðir straum ef ekki er þrýst á hana. Sé þrýst á hana hættir hún að leiða straum.

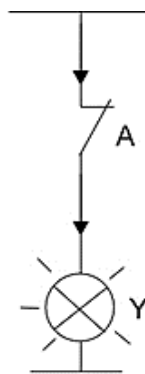
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið



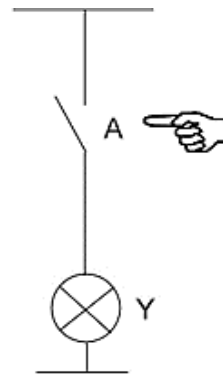
Opin snerta A
í hlutlausri
stöðu



Opin snerta A
í virkri stöðu



Lokuð snerta A
í hlutlausri
stöðu



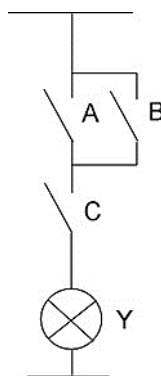
Lokuð snerta A
í virkri stöðu

Opin snerta A kveikir ljós Y þegar þrýst er á hana.

Lokuð snerta A slekkur ljós Y þegar þrýst er á hana. Lokuð snerta leiðir straum þegar **EKKI** er þrýst á hana. Við getum lýst þessu með $Y = \text{EKKI } A$ þ.e. það má ekki þrýsta á A ef ljósið á að vera kveikt.

5. Sambland hliðtengingar, raðtengingar og opinna og lokaðra snerta

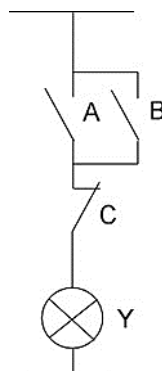
Oftast eru rásir sambland af hliðtengingu og raðtengingu og með bæði opnar og lokaðar snertur. Tökum dæmi.



Til að kveikja á ljósi Y þarf að þrýsta á (A **EÐA** B) **OG** C. Við getum táknað það með: $Y = (A \text{ EÐA } B) \text{ OG } C$.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Tökum annað dæmi.



Til að kveikja á ljósi Y þá verður að þrýsta á A eða B og ekki á C. Þetta má tákna með: $Y = (A \text{ EÐA } B) \text{ OG EKKI } C$.

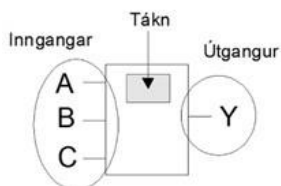
Sjáum að hliðtenging er **EÐA**, raðtenging **OG** og lokað snerta **EKKI**.

Við munum kynnst nýjum rithætti á næstu blaðsíðum þar sem **EÐA** er skilgreint sem samlagning, **OG** sem margföldun og **EKKI** með striki yfir bókstaf.

6. Grunnhliðin OR, AND og NOT

Hlið eru rásir sem herma eftir ákveðnum tengingum svo sem lokaðri snertu, hliðtengingu opinna og lokaðra snerta, raðtengingu opinna og lokaðra snerta og blönduðum tengingum opinna og lokaðra snerta.

Hlið eru táknuð með kassa. Vinstra megin á kassann koma inngangar hliðsins. Þeir eru minnst einn, en oftast fleiri. Inngangar þjóna sama tilgangi í rökrásum og snertur og skynjarar í segulliða stýringum. Öll grunnhliðin hafa síðan einn útgang sem við táknum með bókstafnum Y í þessari bók. Útgangurinn kemur hægra megin út úr kassanum. Á hverjum kassa er síðan tákn sem segir til um hvað hliðið gerir (hvernig það virkar).



Dæmi um hlið með þrjá innganga, A, B og C og útganginn Y.

Virgni hvers hliðs er lýst með sannleikstöflu hliðsins sem segir hvernig útgangurinn hegðar sér í samræmi við stöðu innganganna.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

6.1 Hvernig búum við til sannleikstöflu?

Hvert hlið hefur sína **sannleikstöflu**.

Í sannleikstöflum eru settar upp allar mögulegar stöður sem upp geta komið á inngöngum hliðanna og sýnt hvernig útgangurinn breytist í samræmi við stöður innganganna.

Hlið sem hefur tvo innganga getur haft fjórar mismunandi stöður og hlið sem hefur þrjá innganga getur haft átta mismunandi stöður.

Fjöldi lína í sannleikstöflu er $2^{\text{fjöldi innganga}}$

Notum OR hlið til skýringar. Við fáum síðar nánari skýringu á því hvað OR hlið gerir. Einn inngangur getur bara haft tvær stöður 0 eða 1 (off eða on). Ef við bætum við inngöngum þá fjölgar mögulegum stöðum innganga sem margfeldi af tveimur. Dálkurinn lengst til hægri (*rauður*) sýnir hvaða gildi útgangurinn tekur miðað við ákveðnar stöður á innganginum. Af því að þetta er OR hlið þá skoðar hann hvort inngangur A **EÐA** B sé virkur (1). Þessi kafli fjallar samt meira um hvernig við gerum sannleikstöflu (stöðutöflu) innganganna.

Tveir inngangar A og B:

Fjórar stöður, $2^2 = 4$ og því hefur taflan fjórar línur.

Inngangur A Gildi = 2 (2^1)	Inngangur B Gildi = 1 (2^0)	Útgangur $Y=A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Sá inngangur sem er næst útganginum **Y** er gildisminnsti inngangurinn (LSB). Í þessu tilfelli er það inngangur **B**. Hann breytist hraðast og myndar mynstrið

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

0-1-0-1 niðurá við. Sá sem er næst honum til vinstri, í þessu tilfelli inngangur **A**, er gildismeiri og skiptir því bara um stöðu í annað hvort skipti og myndar því mynstrið 0-0-1-1 niðurá við. Almenna reglan er sú að inngangurinn næst útganginum **Y** (LSB) skiptir um stöðu í hverri línu, sá næsti til vinstri skiptir helmingi hægar, sá næsti vinstra megin við hann skiptir fjórum sinni hægar o.s.frv.

Prír inngangar A,B og C: Átta stöður, $2^3 = 8$ og því átta línur.

Inngangur A Gildi = 4 (2^2)	Inngangur B Gildi = 2 (2^1)	Inngangur C Gildi = 1 (2^0)	Útgangur $Y=A+B+C$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Hér er inngangur **C** gildisminnstur (LSB). Hann skiptir því um stöðu í hverri línu og býr til mynstrið 0-1-0-1-0-1-0-1 niðurá við.

Inngangur **B** er næst gildisminnstur (eða mestur). Hann endurtekur mynstrið 0-0-1-1-0-0-1-1 niðurá við.

Inngangur **A** er gildismestur (MSB) og skiptir um stöðu fjórum sinnum hægar en inngangur **C** og myndar mynstrið 0-0-0-0-1-1-1-1 niðurá við.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Fjórir inngangar A,B,C og D: Sextán stöður, $2^4 = 16$ og því sextán línur.

Inngangur A Gildi = 8 (2^3)	Inngangur B Gildi = 4 (2^2)	Inngangur C Gildi = 2 (2^1)	Inngangur D Gildi = 1 (2^0)	Útgangur $Y=A+B+C+D$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Hér er inngangur **D** gildisminnstur (LSB) og myndar mynstrið:

0-1-0-1-0-1-0-1-0-1-0-1-0-1-0-1.

C myndar rununa 0-0-1-1 til skiptis,

B myndar rununa 0-0-0-0-1-1-1-1 sitt á hvað og

A sem er gildismesti inngangurinn (MSB) myndar rununa 0-0-0-0-0-0-0-0-1-1-1-1-1-1-1-1 þ.e. 8·0 og 8·1 til skiptis.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Samband gildis inngangsins og mynstursins af 0 og 1 sem inngangurinn myndar er:

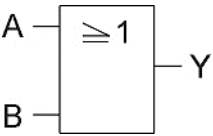
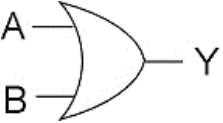
Gildi = 1: 1·0 og 1·1 til skiptis.

Gildi = 2: 2·0 og 2·1 til skiptis

Gildi = 4: 4·0 og 4·1 til skiptis

Gildi = 8: 8·0 og 8·1 til skiptis

6.2 OR hlið (EÐA hlið)

		$Y = A + B$
Tákn fyrir tveggja innganga OR í DIN staðli.	Tákn fyrir tveggja innganga OR í ANSI staðli.	Útgangsjafna tveggja innganga OR
<p>A og B eru inngangar (vinstri hlið).</p> <p>Y er útgangur (hægri hlið).</p> <p>Táknið ≥ 1 hefur ákveðna þýðingu. Ef <u>1</u> eða fleiri inngangar eru 1 þá er útgangurinn 1.</p>	Táknið í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.	

OR hlið er rás sem hefur tvo eða fleiri innganga. Útgangur hennar (Y) verður hár (1) **ef** einn eða fleiri inngangar eru háir (sjá tákn á hliði). Á íslensku hefur þetta verið nefnt EÐA hlið, þ.e. útgangurinn verður hár ef A EÐA/OG B eru háir. Ef OR hlið hefur 3 innganga breytist útgangsjafna þess í $Y = A + B + C$ og sannleikstaflan hefur $2^3 = 8$ línur.

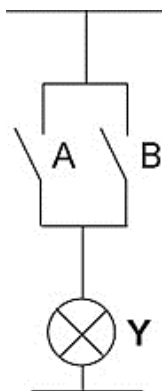
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Tveggja innganga OR hlið hefur eftirfarandi sannleikstöflu. A og B eru inngangarnir. Þeir eru tveir og sannleikstaflan hefur því $2^2 = 4$ línur. Tveir inngangar geta því haft fjórar ólíkar stöður.

A	B	$Y=A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Sannleikstafla fyrir tveggja innganga OR hlið.

Það kann að þykja einkennilegt út frá jöfnunni $Y = A + B$ að í neðstu línunni fáum við $1 + 1 = 1$ en hafa ber í huga að við erum ekki að vinna með venjulega algebru hér heldur svokallaða *Boolean* algebru og 1 táknar hér ákveðið spennugildi (eða rökgildi) en ekki töluna 1.



OR virkni má lýsa með eftirfarandi rofarás:

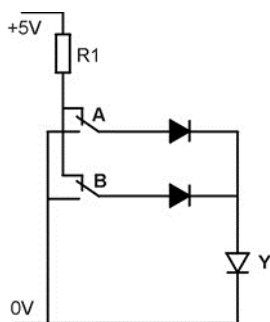
Táknum inngangana með rofunum A og B.

Lokaður rofi leiðir straum og hefur þá gildið 1 en opin rofi gildið 0.

Ef A **EDA** B **EDA** báðir eru lokaðir (1) þá lýsir peran (Y).

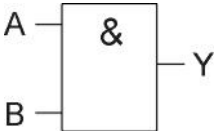
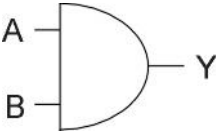
OR virkni jafngildir því hliðtengingu opinna snerta í rofarás.

Líka má lýsa virkni OR hliðs með svokallaðri díóðu lógík, þ.e. hvernig búa má til OR virkni með díóðurás.



TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

6.3 AND hlið (OG hlið)

		$Y = AB$
Tákn fyrir tveggja innganga AND í DIN staðli.	Tákn fyrir tveggja innganga AND í ANSI staðli.	Útgangsjafna AND
Táknið & hefur ákveðna þýðingu. Ef A OG B inngangarnir eru báðir 1 þá er útgangurinn 1.	Táknið í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.	

AND hlið er rás sem hefur tvo eða fleiri innganga. Útgangur hennar (Y) verður hár ef allir inngangar hennar eru háir þ.e. A **OG** B **OG** C **OG** Þess vegna er AND hlið kallað **OG** hlið á íslensku.

Útgangsjafna tveggja innganga AND hliðs er $Y = AB$.

AB þýðir A sinnum B, en eins og hefð er fyrir í stærðfræði þá er tákn margföldunar oftast sleppt.

Tveggja innganga AND hlið hefur eftirfarandi sannleikstöflu.

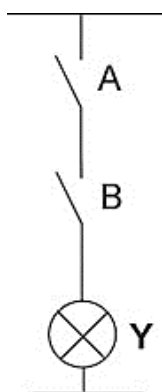
A	B	Y=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Sjáum að útgangurinn Y verður ekki 1 fyrr en bæði A **OG** B verða 1.

Þriggja innganga AND hlið hefur útgangsjöfnuna $Y = ABC$

Fjögurra innganga AND hlið hefur útgangsjöfnuna $Y = ABCD$ o.s.frv.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið



AND virkni má lýsa með eftirfarandi rofarás:

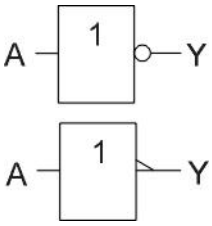
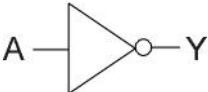
Táknum inngangana með rofunum A og B.

Lokaður rofi leiðir straum og hefur þá gildið 1 en opinn rofi gildið 0.

Ef A **OG** B eru báðir lokaðir (1) þá lýsir peran (Y).

AND virkni jafngildir því raðtengingu opinna snerta í rofarás.

6.4 NOT hlið (EKKI hlið)

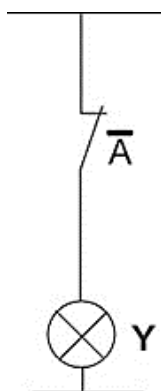
		$Y = \bar{A}$
Tákn fyrir NOT í DIN staðli.	Tákn fyrir NOT í ANSI staðli.	Útgangsjafna NOT
Táknid 1 hefur ákveðna þýðingu. NOT hlið hefur aðeins einn inngang.	Táknid í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.	Strik fyrir ofan bókstaf táknar neitun eða EKKI .

NOT hlið hefur einfalda virkni. Það breytir 0 í 1 og 1 í 0 þ.e. það snýr öllu við sem kemur inn. Hringur eða þríhyrningur á útgangi þýðir viðsnúningur. (*Inverting*).

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

NOT hlið hefur eftirfarandi sannleikstöflu.

A	$Y = \bar{A}$
0	1
1	0



NOT virkni má lýsa með eftirfarandi rofarás:
Táknum innganginn með rofunum A.

Lokaður rofi leiðir straum og hefur þá gildið 1 en opinn rofi gildið 0.

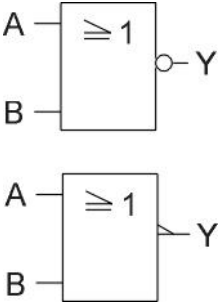
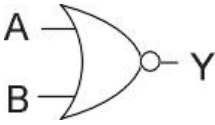
Ef \bar{A} er lokaður ($\bar{0} = 1$) þá lýsir peran (Y).

NOT virkni jafngildir því lokaðri snertu í rofarás.

Ef **EKKI** er ýtt á rofa A þá er ljós á peru Y.

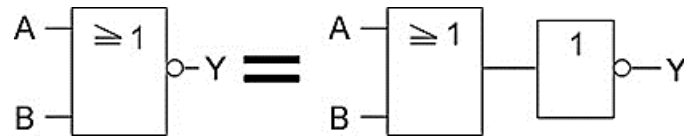
7. Samsettu hliðin NOR og NAND

7.1 NOR hlið (EKKI - EÐA hlið)

		$Y = \overline{A + B}$
<p>Tákn fyrir tveggja innganga NOR í DIN staðli.</p>	<p>Tákn fyrir tveggja innganga NOR í ANSI staðli.</p>	<p>Útgangsjafna NOR</p>
<p>Táknið ≥ 1 hefur ákveðna þýðingu. Ef <u>1 EÐA fleiri</u> inngangar eru 1 þá er útgangurinn 0. (akkúrat öfugt við OR).</p>	<p>Táknið í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.</p>	

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

NOR hlið er ekkert annað en OR hlið með útganginn tengdan í gegnum NOT.



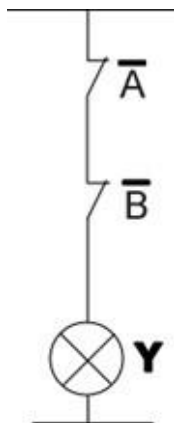
Útgangsjafnan er því útgangsjafna OR hliðs, viðsnúin. Sannleikstaflan verður því sannleikstafla OR hliðs, viðsnúin.

A	B	$Y = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Sannleikstafla OR hliðs.

A	B	$Y = \overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Sannleikstafla NOR hliðs.



NOR virkni má lýsa með eftirfarandi rofarás:

Táknum inngangana með rofunum A.

Lokaður rofi leiðir straum og hefur þá gildið 1 en opinn rofi gildið 0.

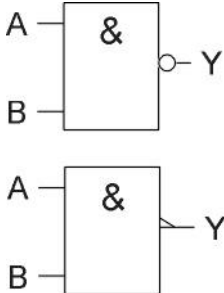
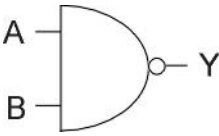
Ef \bar{A} og \bar{B} eru lokaðir ($\bar{0} = 1$) þá lýsir peran (Y) annars er hún slökkt. Um leið og við breytum stöðu á A eða B rofanum þá slökkvum við.

NOR virkni jafngildir því raðtengingu lokaðra snerta í rofarás.

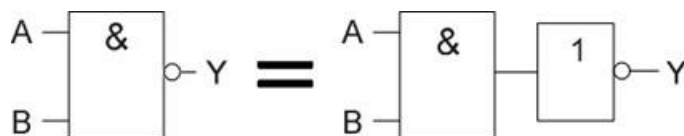
Þetta er afleiðing *DeMorgans* reglu sem verður kynnt síðar. ($\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$).

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

7.2 NAND hlið (EKKI-OG hlið)

		$Y = \overline{AB}$
Tákn fyrir tveggja innganga NAND í DIN staðli.	Tákn fyrir tveggja innganga NAND í ANSI staðli.	Útgangsjafna NAND
Tákníð & hefur ákveðna þýðingu. Ef <u>1 EÐA fleiri</u> inngangar eru 0 þá er útgangurinn 1. (Öfugt við AND).	Tákníð í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.	

NAND hlið er ekkert annað en AND hlið með útganginn tengdan í gegnum NOT.



Útgangsjafnan er því útgangsjafna AND hlið, viðsnúin. Sannleikstaflan verður því sannleikstafla AND hliðs, viðsnúin.

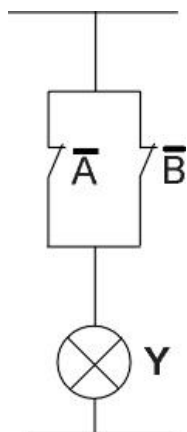
A	B	$Y=AB$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Sannleikstafla AND hliðs.

A	B	$Y = \overline{AB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Sannleikstafla NAND hliðs.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið



NAND virkni má lýsa með eftirfarandi rofarás:

Táknum inngangana með rofunum A og B.

Lokaður rofi leiðir straum og hefur þá gildið 1 en opinn rofi gildið 0.

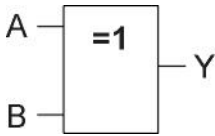
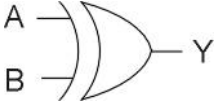
Ef \bar{A} **ED** \bar{B} eru lokaðir ($\bar{0} = 1$) þá lýsir peran (Y) annars er hún slökkt. Um leið og við breytum stöðu á A og B rofanum þá slökkvum við.

NAND virkni jafngildir því hliðtengingu lokaðra snerta í rofarás.

Þetta er afleiðing *DeMorgans* reglu sem verður kynnt síðar. ($\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$).

8. XOR og XNOR

8.1 XOR hlið

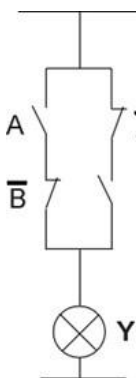
		$Y = A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$
Tákn fyrir XOR í DIN staðli	Tákn fyrir XOR í ANSI staðli.	Útgangsjafna XOR
<p>Táknið = 1 hefur ákveðna þýðingu. Ef nákvæmlega <u>einn</u> inngangur er 1 þá er útgangurinn 1.</p> <p>Þetta er því hið eiginlega OR hlið (Exclusive OR = XOR).</p>	<p>Táknið í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.</p>	

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

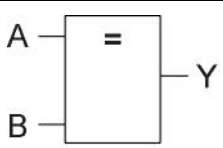
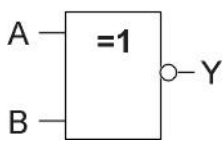
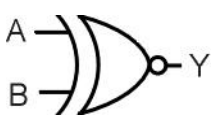
Sannleikstafla XOR hliðs:

A	B	$Y = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Sjáum að þegar inngangar XOR hliðs eru ekki eins þá er útgangurinn $Y = 1$. Þessu má lýsa með eftirfarandi rofarás.



8.2 XNOR hlið

 		$Y = \overline{A \oplus B} = \overline{A}B + A\overline{B}$
Tákn fyrir XNOR í DIN staðli.	Tákn fyrir XNOR í ANSI staðli.	Útgangsjafna XNOR
Táknið = hefur ákveðna þýðingu. Ef inngangarnir eru <u>eins</u> þá er útgangurinn 1.	Táknið í ANSI staðli hefur enga augljósa merkingu.	

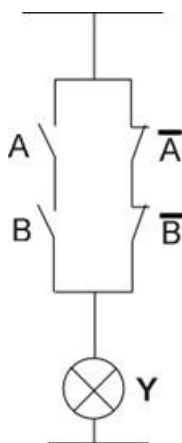
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Sannleikstafla XNOR hliðs:

A	B	$Y = \overline{A \oplus B} = \overline{AB} + AB$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Sjáum að þegar inngangar XNOR hliðs eru eins þá er útgangurinn $Y = 1$

Virkni XNOR hliðs má skýra með eftirfarandi rofarás.



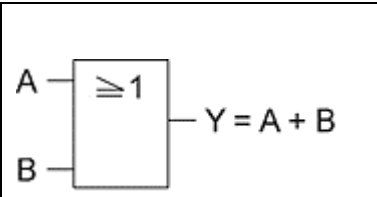
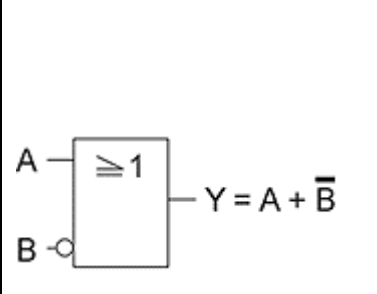
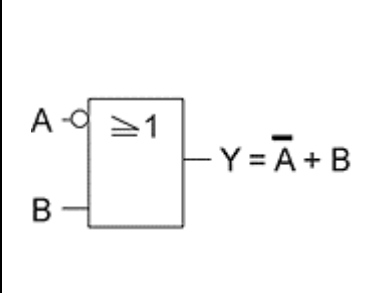
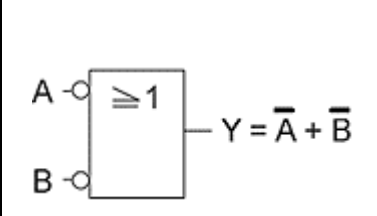
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

9. Neitun á inngangi og útgangi

9.1 Neitun á inngangi

(Inngöngum snúið við áður en hliðið framkvæmir aðgerð sína)

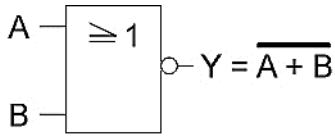
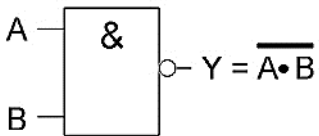
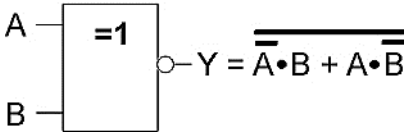
Hvernig túlkum við neitun á inngangi?

	<p>Hér er engin neitun hvorki á inngangi né útgangi.</p>
	<p>Hér er neitun á inngangi B sem þýðir að honum er snúið við <u>áður</u> en OR hliðið leggur saman.</p>
	<p>Hér er neitun á inngangi A sem þýðir að honum er snúið við <u>áður</u> en OR hliðið leggur saman.</p>
	<p>Hér er neitun á inngöngum A og B sem þýðir að þeim er báðum snúið við <u>áður</u> en OR hliðið leggur saman.</p>

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

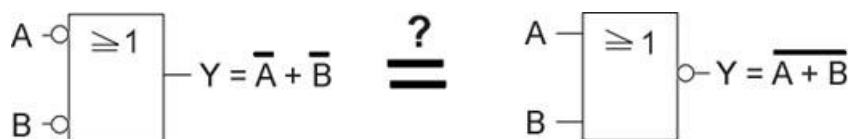
9.2 Neitun á útgangi

(Útganginum er snúið við eftir að hliðið hefur framkvæmt sína aðgerð)

	<p>Hér leggjum við saman A og B (OR) og <u>snúum síðan</u> útkomunni við. NOR</p>
	<p>Hér margföldum við saman A og B (AND) og <u>snúum síðan</u> útkomunni við. NAND</p>
	<p>Hér er XOR aðgerðin framkvæmd fyrst og síðan er útkomunni snúið við. XNOR</p>

9.3 Skiptir máli hvort neitunin er á inngangi eða útgangi?

Til þess að finna svarið við því þarf að skrifa niður sannleikstöflur beggja möguleika og bera þær saman. Tökum dæmi.



Er þetta það sama? Skiptir máli hvort neitunin kemur á innganga OR hliðs eða við notum bara NOR hlið?

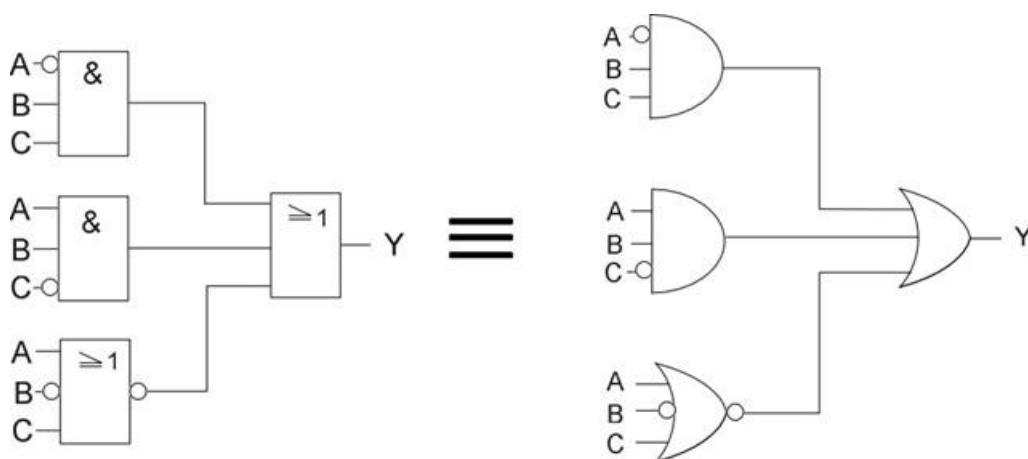
A	B	$Y = \overline{A + B}$	$Y = \overline{\overline{A + B}}$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

Sjáum að rásirnar hafa ekki sömu sannleikstöflu og eru því ekki eins. Það skiptir því máli hvort neitunin er á inngangi eða útgangi.

10. Samtenging rökrásahliða, útgangsjöfnur

Skoðum rásina á myndinni hér að neðan. Hvernig getum við fundið útganginn Y á svona samtengdri rás?



Rásin í DIN staðli.

Sama rás í ANSI staðli.

Við byrjum á því að skoða útgangsjöfnu allra rásanna fyrir framan síðustu rásina (OR hliðið). OR hliðið leggur síðan saman alla þessa útganga og sú summa myndar útganginn Y.

Skoðum fyrst reglu sem kölluð er *De Morgans* regla.

Hún segir okkur að við megum klippa í sundur stórar neitanir en við verðum þá að breyta margföldun í samlagningu eða samlagningu í margföldun.

De Morgans regla 1: $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$. Þegar við klippum í sundur stóra neitun yfir samlagningu þá breytist plús í margföldun.

De Morgans regla 2: $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$. Þegar við klippum í sundur stóra neitun yfir margföldun þá breytist margföldun í plús.

Næst skulum við átta okkur á því að tvöföld neitun jafngildir engri neitun og þreföld neitun jafngildir einni neitun.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

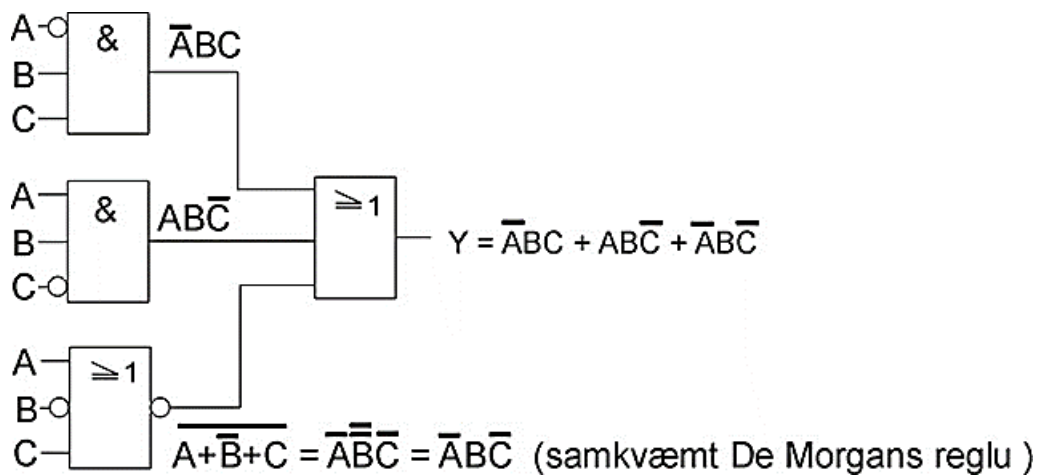
Þetta þýðir almennt að:

Sléttölufjöldi (jafntölufjöldi) neitana jafngildir engri neitun.

Oddatölufjöldi neitana jafngildir einni neitun.

Það má klippa stórar neitanir á fleiri en einum stað.

Tökum dæmi: $\overline{\overline{A} + B + \overline{C}} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} \cdot \overline{\overline{C}} = A \cdot \overline{B} \cdot C = A\overline{B}C$



Útganginn á neðsta hliðinu (NOR) má einfalda með **De Morgans** reglu eins og gert er á myndinni. Útgangsjafnan verður þá $Y = \overline{\overline{A}BC + AB\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}}$ því síðasta hliðið leggur saman innganga sína.

Næst gerum við til sannleikstöflu með 8 línur. Fjöldi innganga er 3 og $2^3 = 8$.

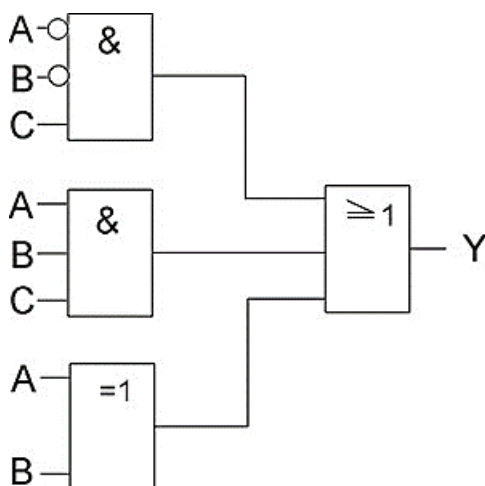
Við gerum sér dálk fyrir hvern inngang sem kemur inn á síðasta hliðið (**OR**).

Fyrir jöfnuna $\overline{A}BC$ leitum við að línunni 011 í sannleikstöflunni, fyrir $AB\overline{C}$ að línunni 110 og fyrir $\overline{A}B\overline{C}$ að línunni 010. Bara á þessum stöðum kemur 1 í útkomu vegna AND virkninnar, annars 0. Lokaútkoman er síðan summa (vegna OR hliðsins) hverrar línu í sannleikstöflunni.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

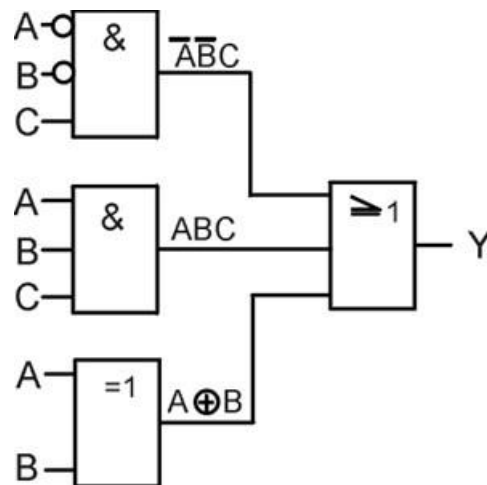
A	B	C	$\bar{A}BC$	$AB\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$Y = \bar{A}BC + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0

Annað dæmi:



Byrjum á því að skrifa útgangsjöfnur hliðanna þriggja á undan OR hliðinu. OR hliðið leggur síðan saman þær útkomur.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið



Fyrir $\overline{A}\overline{B}C$ leitum við að línunni 001 því það er eina línun sem gefur 1 fyrir þá jöfnu. Fyrir ABC leitum við að línunni 111. Fyrir XOR hliðið (neðst) munum við að það gefur bara 1 á útgang þegar inngangarnir eru ekki eins. Við þurfum því að skoða dálkana fyrir A og B og skoða hvenær A og B eru ekki eins.

Útkoman er: $Y = \overline{A}\overline{B}C + ABC + A \oplus B$

Sannleikstaflan er því:

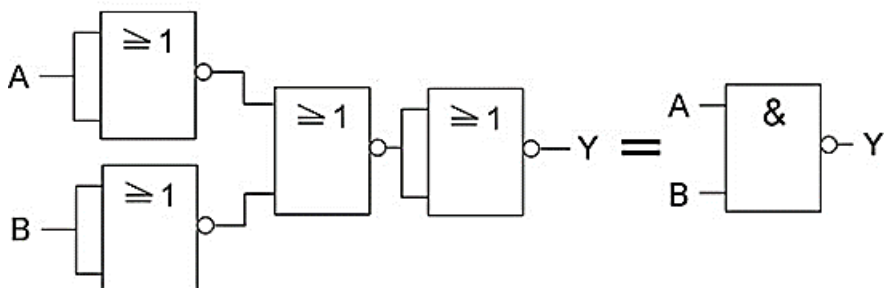
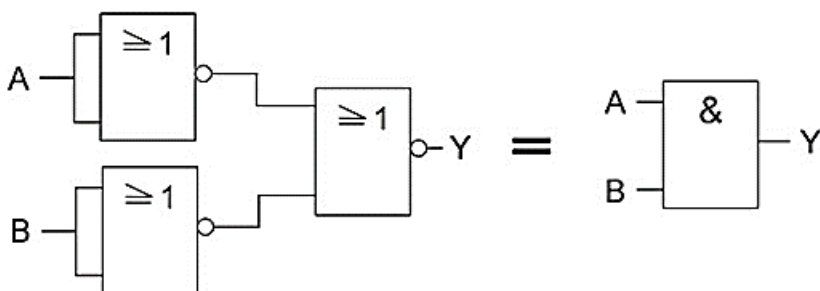
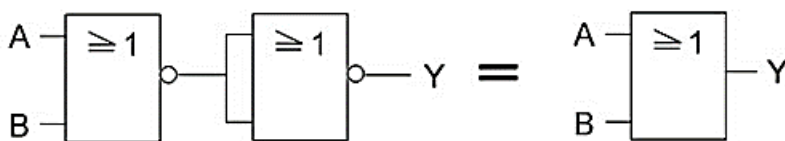
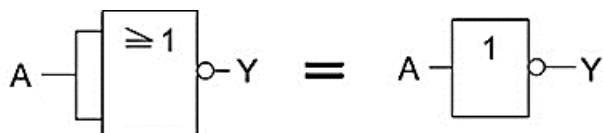
A	B	C	$\overline{A}\overline{B}C$	ABC	$A \oplus B$	$Y = \overline{A}\overline{B}C + ABC + A \oplus B$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	1

Við lærum síðar hvernig hægt er að einfalda svona rásir annaðhvort með *Boolean* algebru eða *Karnaugh* korti.

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

11. NOR lógík

Er hægt að búa til öll rökrásahlið bara með NOR hliði? Svárið er já, það er hægt. Skoðum möguleikana.



Þegar við tengjum saman tvö innganga í einn þá virkar það eins og einn inngangur. Þannig er hægt að búa til NOT hlið úr NOR.

Er hægt að búa til öll hlið með NAND hliðum? Er til NAND lógík?

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

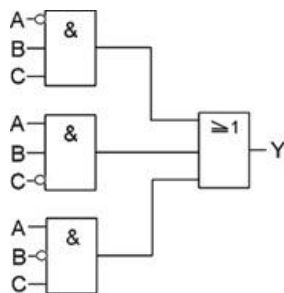
12. Rásir teiknaðar eftir rökrásajöfnum

Hvernig teiknum við rás ef við fáum gefna rökrásajöfnu? Við byrjum á að skoða hvort liðir eða þættir jöfnunnar eru tengdir saman með samlagningu eða margföldun. Séu þeir settir saman með samlagningu endar rásin á OR hliði. Sé rásin sett saman með margföldun endar hún á AND hliði. Við vinnum semsagt frá hægri til vinstri eða frá útgangi til innganga.

Dæmi 1

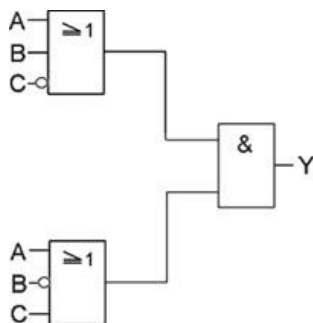
$$Y = \bar{A}BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$$

Þessi jafna er sett saman með samlagningu og endar því á OR hliði. Það sem kemur inn á OR hliðið er útkoma úr þremur AND hliðum sem mynda margfeldin. Við þurfum því OR hlið með þremur inngöngum og þrjú AND hlið með þremur inngöngum hvert. Að síðustu þurfum við þrjú NOT hlið til að búa til neitanir á inngöngum.

**Dæmi 2**

$$Y = (A + B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + C)$$

Sjáum að þetta er margfeldi tveggja summa. Rásin endar því á AND hliði en summurnar eru búnar til með tveimur OR hliðum. Að lokum þurfum við tvö NOT hlið fyrir neitanir á C og B.

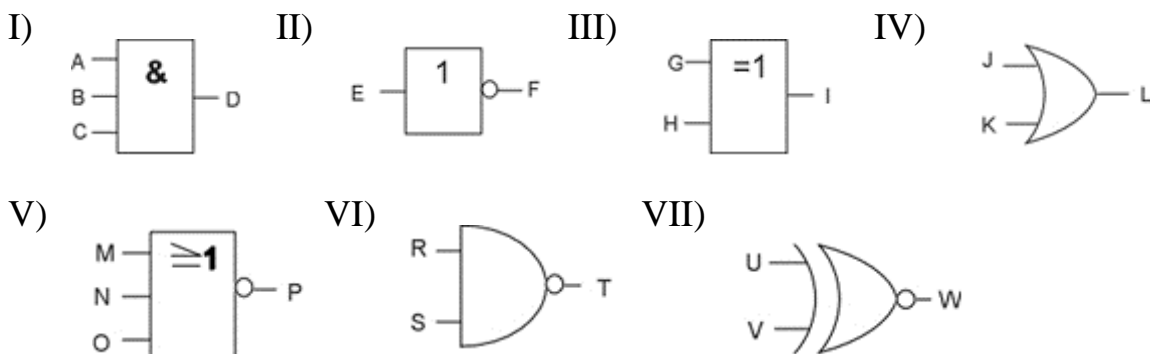


TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

13. Verkefni

(Ekki nota bara svörin, það er sjálfsblekking)

1. Hvað heita rásirnar?



Hver er útgangsjafna þeirra?

- I) D =
- II) F =
- III) I =
- IV) L =
- V) P =
- VI) T =
- VII) W =

Fyllið út í sannleikstöflurnar.

A	B	C	D
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

E	F
0	
1	

G	H	I
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

J	K	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

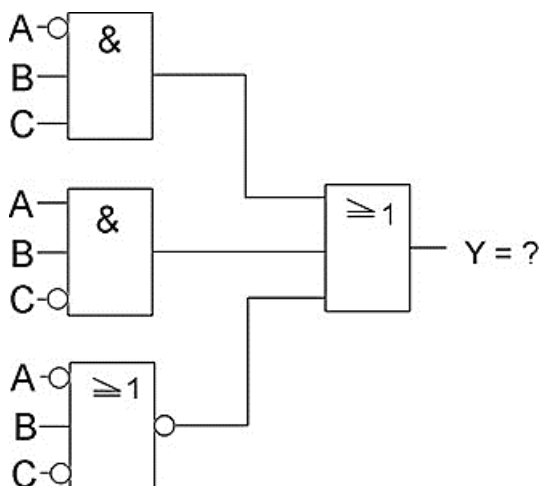
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

M	N	O	P
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

R	S	T
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

U	V	W
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

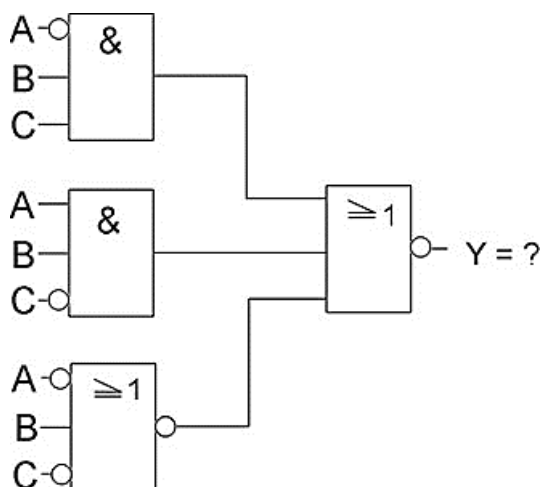
2. Finnið útgangsjöfnu rásarinnar og fyllið síðan sannleikstöfluna út. Þið getið notað **De Morgans** reglu til að einfalda útkomu NOR hliðsins.



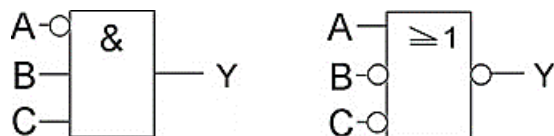
A	B	C				Y=
0	0	0				
0	0	1				
0	1	0				
0	1	1				
1	0	0				
1	0	1				
1	1	0				
1	1	1				

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

3. Hvernig breytist sannleikstaflan í verkefni 1 við þessa breytingu á rásinni?



4. Gera þessar rásir sama hlutinn? Skriðið útgangsjöfnur þeirra og notið síðan **De Morgans** reglu á NOR hliðið.



5. Er sama hvort við setjum neitanir á innganga AND hliðs eða notum bara NAND hlið?

6. Sýnið fram á að hægt sé að búa til NOT, OR, NOR og AND með því að nota eingöngu NAND hlið. (NAND lógík)

7. Teiknið rás eftir eftirfarandi jöfnu:

$$Y = A\bar{B}C + \bar{A}BC$$

8. Teiknið rás eftir eftirfarandi jöfnu:

$$Y = \bar{A}\bar{B}C + ABC + A \oplus B + \overline{B \oplus C}$$

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

14. Svör

1.

I) AND

II) NOT

III) XOR

IV) OR

V) NOR

VI) NAND

VII) XNOR

Útgangsjöfnur eru:

$$D = ABC$$

$$F = \bar{E}$$

$$I = G \oplus H$$

$$L = J + K$$

$$P = \overline{M + N + O}$$

$$T = \overline{RS}$$

$$W = \overline{U \oplus V}$$

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

E	F
0	1
1	0

G	H	I
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

J	K	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

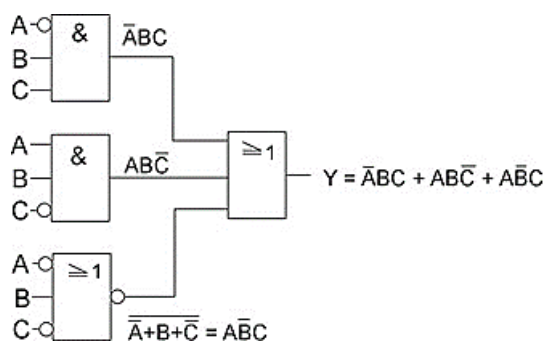
TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

M	N	O	P
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

R	S	T
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

U	V	W
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.



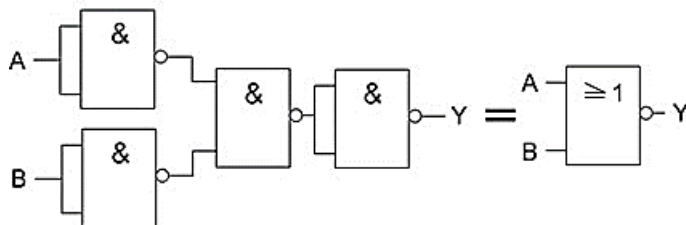
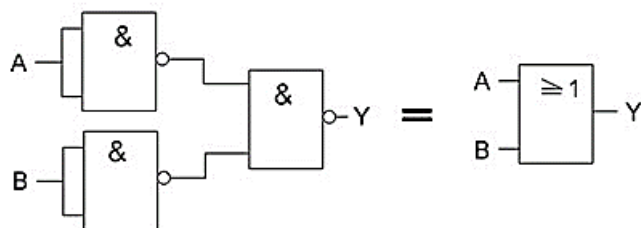
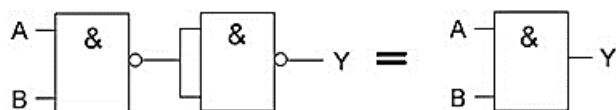
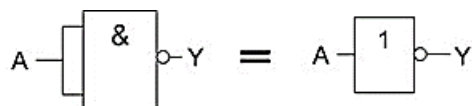
A	B	C	$\bar{A}BC$	$AB\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$Y = \bar{A}BC + AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0

3. Allar tölur útgangsins Y víxlast, 0 verður 1 og 1 verður 0

TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

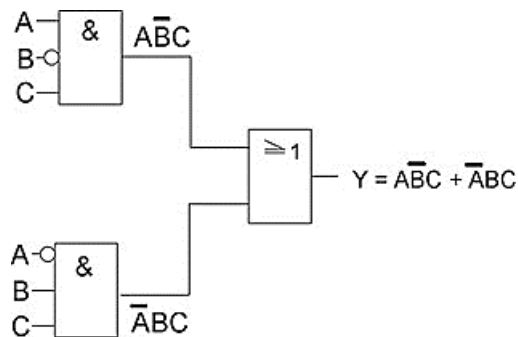
4. Vinstri rásin hefur útgangsjöfnuna $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ og hægri rásin $\overline{A + \bar{B} + \bar{C}}$
Ef við beitum De Morgans reglu á hægri rásina þá fæst:
 $\overline{A + \bar{B} + \bar{C}} = \bar{A}\bar{\bar{B}}\bar{\bar{C}} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$ sem er sama útkoma og hjá rásinni vinstra megin. Þessar rásir gera því það sama.
5. Tökum sem dæmi þriggja innganga AND hlið. Ef við setjum neitun á alla innganga verður útgangurinn $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$. Ef við setjum bara neitun á útganginn verður útgangsjafnan $Y = \overline{ABC}$ sem er útgangsjafna NAND hliðs. Er þetta sama virknin? Prófum að beita De Morgans reglu á seinni jöfnuna. $\overline{ABC} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$ Þetta er því greinilega ekki sama virknin.

6.



TNT2 2. hefti - Rofavirkni og rökrásahlið

7. $Y = A\bar{B}C + \bar{A}BC$



8. $Y = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A \oplus B + \overline{B \oplus C}$

