



Rafbók



Rafmagnsfræði

6. kafli

Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Þetta hefti er án endurgjalds á rafbókinni www.rafbok.is. Allir rafiðnaðarmenn og rafiðnaðarnemar geta fengið aðgang án endurgjalds að Rafbókinni.

Höfundur er Eggert Gautur Gunnarsson.

Umbrot: Ísleifur Árni Jakobsson og Bára Laxdal Halldórsdóttir.

Yfirferð og endurbætur Bergvin Snær Andrésson 2022.

Heimilt er að afrita textann til fræðslu í skólum sem reknir eru fyrir opinbert fé án leyfis höfundar eða Rafmenntar, fræðsluseturs rafiðnaðarins. Hvers konar sala á textanum í heild eða að hluta til er óheimil nema að fengnu leyfi höfundar og Rafmenntar.

Vinsamlegast sendið leiðréttingar og athugasemdir til

Báru Laxdal Halldórsdóttur á netfangið bara@rafmennt.is

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Efnisyfirlit

6. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging.....	3
Inngangur	3
Seinna lögmál Kirchhoff's	4
Fallmótstaða	7
Jafngildisformúlur	8
Jóla-„sería“	9
Formúlur.....	10
Dæmi	11
Svör	14

6. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Inngangur

Í þessum kafla er fjallað um **seinna lögmál Kirchhoff's**, *Voltage law* á ensku sem mætti þýða sem spennulögmál á íslensku og notkun þess við útreikninga á raðtengdum rásum. Í lok kaflans átt þú að vera fær um að reikna heildarviðnám í raðtengdri rás, strauminn og finna hvernig spennugjafaspennan skiptist milli raðtengdra mótstaða eða áлага. Þú átt að þekkja hugtakið spennudeilir og vera fær um að reikna spennur í slíkri rás með hlutföllum.

[Myndband](#) sem útskýrir seinna lögmál Kirchhoff's

Seinna lögmál Kirchhoff's: Summa spennufalla í straumrás er jöfn spennugjafaspennunni eða m.ö.o. summa allra spenna í straumrás er núll þegar tekið er tillit til pólunnar spennanna eða formerkja.

Seinna lögmál Kirchhoff's er notað við útreikninga í raðtengingu

Lögmál Kirchhoff's gilda bæði fyrir jafn- og riðstraumrásir. Í útskýringum hér á eftir er talað um mótstöður. Mótstaða er íhlutur sem veldur viðnámi og þar með spennufalli í straumrás. Mótstaðan getur verið íhlutur sem er eingöngu til að fá fram spennufall, eins og algengt er í rafeindarásum, en oftast er hún notuð sem tákn fyrir álag. Með álagi er átt við eitthvert raftæki, s.s. ljósaperu, rafvél o.s.frv.

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Seinna lögmál Kirchhoff's

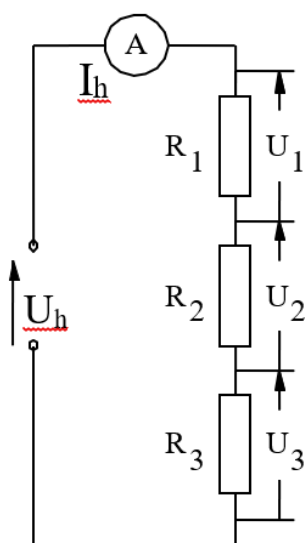
Mynd 1 sýnir okkur þrjár raðtengdar mótstöður, R_1 , R_2 og R_3 . Hér eru bara teknar þrjár mótstöður en fjöldinn getur verið hver sem er. Þegar straumur fer um rásina verða til spennuföllin U_1 , U_2 og U_3 . Samkvæmt seinna lögmáli Kirchhoff's á summa þeirra að vera jafn stór og spennugjafaspennan U_h (þar sem h stendur fyrir *heildar*) eða:

$$U_h = U_1 + U_2 + U_3$$

Í raðtengingu er heildarviðnámið R_h jafnt summu viðnáma rásarinnar.

$$R_h = R_1 + R_2 + R_3$$

Mynd 1



Í raðtengdri rás er bara einn straumur eða m.ö.o. sami straumurinn í gegnum allar mótstöðurnar. En til að auðvelda okkur að tengja saman straum og mótstöðu í útreikningum þá nefnum við straumana eftir viðnáminu sem þeir fara í gegnum. Þá er formúlan fyrir straum:

$$I_h = I_1 = I_2 = I_3$$

Stærð spennufallanna er því, samkvæmt lögmáli Ohms:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2$$

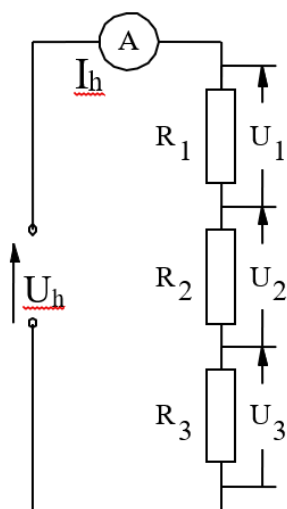
$$U_3 = I_3 \cdot R_3$$

og spennugjafaspennan:

$$U_h = I_h \cdot R_h$$

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Mynd 1



Þegar við reiknum þá búum við til jafngildismyndir fyrir rásirnar til að auðvelda okkur reikning.

Myndir 2 og 3 eru þá jafngildismyndir rásarinnar á mynd 1, þ.e. R_h er jafn stórt viðnám og hin þrjú til samans og getur komið í staðinn fyrir þau.

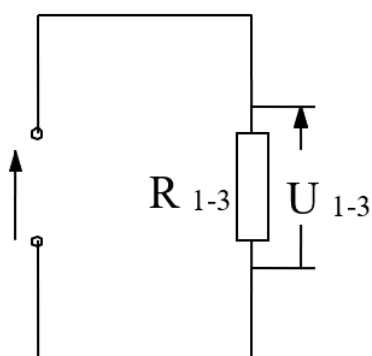
$$R_h = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_h = R_{1-3}$$

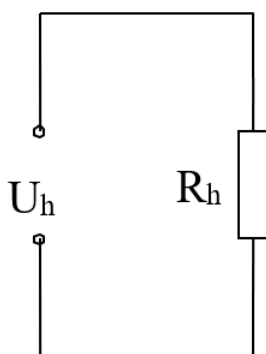
Jafnframt er U_h jafn stórt og spennuföllin í rásinni.

$$U_h = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U_h = U_{1-3}$$



Mynd 2



Mynd 3

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

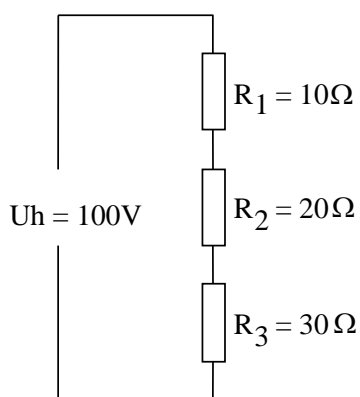
Sýnidæmi 1

Þrjár mótstöður, $10\ \Omega$, $20\ \Omega$, og $30\ \Omega$, eru raðtengdar og tengdar við 100V spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn á hana gefnar stærðir.
- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu strauminn í rásinni.
- Reiknaðu spennufallið yfir hvert viðnám.
- Sýndu fram á að lögmál Kirchhoff's standist.

Lausn:

- Sjá mynd 4



Mynd 4

- Heildarviðnám rásarinnar verður samkvæmt formúlu:

$$R_h = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60\ \Omega$$

- Notum Ohmslögmál til að reikna strauminn:

$$I_h = \frac{U_h}{R_h} = \frac{100}{60} = 1,67\ \text{A}$$

- Spennuföll yfir hverja mótstöðu verður:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 1,67 \cdot 10 = 16,7\ \text{V}$$

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 1,67 \cdot 20 = 33,4\ \text{V}$$

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 1,67 \cdot 30 = 50,1\ \text{V}$$

- Setjum inn í formúlu:

$$U_h = U_1 + U_2 + U_3 = 16,7 + 33,4 + 50,1 = 100,2\text{V}$$

Þetta kemur heim og saman við lögmál Kirchhoff's. Til að fá nákvæmlega $100\ \text{V}$ hefði þurft fleiri aukastafi í útreikning.

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Fallmótstaða

Það er hægt að fella spennu fyrir álag eða íhlut með því að raðtengja mótstöðu af ákveðinni stærð með álaginu eða íhlutnum. Tökum dæmi.

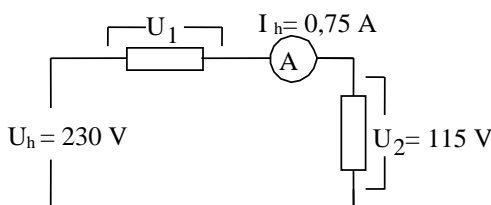
Sýnidæmi 2

Tæki er gert fyrir 115 V spennu og tekur 0,75 A. Þú hefur bara aðgang að 230 V spennukerfi og raðtengir því fallmótstöðu við tækið.

- Teiknaðu skýringarmynd.
- Hve stórt þarf viðnám fallmótstöðunnar (R_1) að vera til að tækið fái rétta spennu?
- Er þetta heppileg leið til að breyta spennu? Rökstyddu svarið.

Lausn:

- a) Mynd 5 sýnir tenginguna.



Mynd 5

- b) Samkvæmt formúlu er:

$$U_h = U_1 + U_2$$

Finndu spennufallið yfir U_1 :

$$U_1 = U_h - U_2 = 230 - 115 = 115 \text{ V}$$

Finnum R_1 með Ohmslögmáli:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{115}{0,75} = 153,33 \Omega$$

- c) Nei. Það er jafn mikið afl sem tapast í mótstöðunni og tækið sjálft er að nota. Þess vegna er þetta ekki heppileg aðferð.

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Jafngildisformúlur

Þegar öll gildin eru jöfn eða allar mótstöðurnar jafn stórar í raðtengdri rás verður sama spennufall yfir þær allar. Hvert spennufall verður jafn stór hluti af spennugjafaspennunni. Í staðin fyrir að leggja saman öll spennuföll getum við margfaldað þau með fjölda þeirra þar sem að öll gildin eru jafn stór. Við getum skrifað þetta á eftirfarandi hátt:

U_n eru jafnstór spennuföll yfir mótstöður
 n er fjöldi, hér er það fjöldi spennufalla þar sem það stendur við U .

$$U_h = n \cdot U_n$$

$$U_n = \frac{U_{\text{heildar}}}{n}$$

Það sama gildir um viðnám:

R_n eru jafnstórar mótstöður
 n er fjöldi, hér er það fjöldi viðnáma af því það stendur við R .

$$R_h = n \cdot R_n$$

$$R_n = \frac{R_h}{n}$$

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Jóla-„sería“

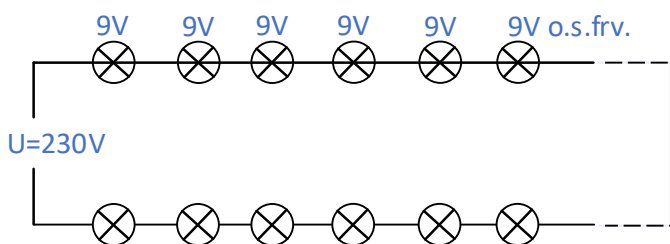
Í svokölluðum „jóla-„seríum“ er ákveðinn fjöldi pera raðtengdur við spennugjafa. Fjöldi peranna fer eftir því hvað hver pera þolir. Við skulum skoða dæmi.

Sýnidæmi 3**Jóla-„sería“ er gerð fyrir 230V.**

- a) Teiknaðu mynd af tengingunni.
- b) Hve margar perur þurfa að vera í henni ef hver pera þolir 9 V?
- c) Hvað gerist ef ein peran bilar?
- d) Hvernig getum við fundið biluðu peruna með spennumælingu?

Lausn:

- a) Sjá mynd 6. Á myndinni er bara sýndur hluti peranna og brotin lína sem á að tákna ótiltekinn fjölda í viðbót.



Mynd 6

- b) Notum jafngildisformúluna og setjum 9 V inn fyrir U_n og finnum n .

$$n = \frac{U_h}{U_n} = \frac{230}{9} = 25,56 \text{ perur}$$

Við veljum 26 perur. Við það verður spennan aðeins lægri yfir hverja peru. Ef við notum 25 perur verður spennan yfir hverja peru hærri en hún þolir.

- c) Ef glóþráðurinn í einni peru bilar virkar peran sem mjög stórt viðnám sem gerir það að verkum að serían lýsir ekki.
- d) Samkvæmt lögmáli Kirchhoff's fær stærsta viðnámið hæstu spennuna og því mælum við nánast 230 V yfir þá peru sem er biluð. Yfir hinar mælist nánast 0 V.

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Formúlur**Raðtengd viðnám:**

$$U_h = U_1 + U_2 + U_3$$

$$R_h = R_1 + R_2 + R_3$$

$$I_h = I_1 = I_2 = I_3$$

Jafngildisformúla raðtengdra viðnáma

U_n = hlutaspena yfir hvert viðnám fyrir sig

n = fjöldi spennufalla

$$U_h = U_n \cdot n$$

R_n = viðnámstærð

n = fjöldi viðnáma

$$R_h = R_n \cdot n$$

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Dæmi**Raðtenging. Seinna lögmál Kirchhoff's.****1**

Hvert er heildarviðnám mótstaða sem eru $22\ \Omega$, $15\ \Omega$ og $33\ \Omega$ þegar þær eru raðtengdar?

2

Hver er heildarspenna (U_h) ef $U_1 = 23\text{V}$, $U_2 = 4\text{V}$ og $U_3 = 82\text{V}$?

3

Tvær mótstöður eru raðtengd $R_1 = 10\ \Omega$ og $R_2 = 30\ \Omega$.

Það fer 3 A straumur í gegnum R_1 .

Hvað fer mikil straumur í gegnum R_2 ?

4

Þrjár mótstöður, $10\ \Omega$, $15\ \Omega$ og $30\ \Omega$, eru raðtengdar við 24 V spennugjafa.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir. Sýndu mæla á tengimyndinni til að mæla straum og spennu rásarinnar.
- Reiknaðu heildarviðnám rásarinnar.
- Reiknaðu strauminn frá spennugjafanum.
- Reiknaðu spennufallið yfir hverja mótstöðu.
- Kemur niðurstaðan í d) lið heim við Seinna lögmál Kirchhoff's?

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

5

Fjórar mótstöður eru raðtengdar. Heildarviðnámið er $1260\ \Omega$. $R_1 = 120\ \Omega$, $R_2 = 560\ \Omega$, $R_3 = 220\ \Omega$ og viðnám R_4 er óþekkt.

Straumurinn í rásinni er $0,18\text{ A}$.

- Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- Reiknaðu viðnám R_4 .
- Hver er spennugjafaspennan?

6

Tvær mótstöður R_1 og R_2 eru raðtengdar og tengdar við 10 V spennugjafa. Straummælir í rásinni sýnir 35 mA . Spennumælir er tengdur yfir R_2 og sýnir $5,6\text{ V}$.

- Teiknaðu rásina, sýndu mæla og gefnar stærðir.
- Reiknaðu R_h , R_1 og R_2 .

7

Þrjár mótstöður eru raðtengdar. Heildar viðnámið í rásinni er $R_h = 470\ \Omega$, $R_1 = 200\ \Omega$, $R_3 = 188\ \Omega$ og R_2 er ekki vitað.

- Teiknaðu rásina og sýndu gefnar stærðir.
- Reiknaðu R_2 .
- Reiknaðu strauma ef U_h er 230 V .
- Reiknaðu öll spennuföll.

8

24 mótstöður sem eru $96\ \Omega$ hver eru raðtengdar, reiknaðu heildarviðnámið í rásinni.

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

9

Ljóskastari er merktur 110 V, 10 A. Hann á að tengjast við 230 V netspennu. Til þess að það sé gerlegt þarf að raðtengja mótstöðu við ljóskastarann.

- a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Reiknaðu viðnám raðtengdu mótstöðunnar.

10

Tæki er merkt 12 V, 10 A og á að tengjast við 24 V spennugjafa. Til að það gangi þarf að raðtengja mótstöðu við tækið.

- a) Teiknaðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Reiknaðu stærð raðtengdu mótstöðunnar.

11

Tæki er gert fyrir 15 V spennu og 2 A straum. Spennugjafinn gefur 18 V.

- a) Gerðu tengimynd og merktu inn gefnar stærðir.
- b) Hve stóra mótstöðu er nauðsynlegt að tengja við tækið og hvernig á að tengja hana þannig að tækið fái rétta spennu?

12

Andrés er að búa til jólaseríu fyrir 230 V spennu og á fullt af 12V perum.

- a) Hve margar perur þarf Andrés í jólaseríuna?
- b) Hve mikil spenna er yfir hverja peru?
- c) Teiknaðu skýringarmynd.

Rafmagnsfræði 6. kafli. Seinna lögmál Kirchhoff's raðtenging

Svör

- 1) $70 \, \Omega$
- 2) $109 \, \text{V}$
- 3) $3 \, \text{A}$ (sami straumur því þær eru raðtengdar).
- 4) b) $55 \, \Omega$, c) $0,44 \, \text{A}$, d) $U_1=4,4 \, \text{V}$, $U_2=6,6 \, \text{V}$ og $U_3=13,2 \, \text{V}$
e) Summan er $24,2 \, \text{V}$ sem kemur heim við lögmálið.
- 5) b) $R_4 = 360 \, \Omega$, c) $226,8 \, \text{V}$
- 6) b) $R_h=285,71 \, \Omega$, $R_1=125,71 \, \Omega$ og $R_2=160 \, \Omega$
- 7) b) $82 \, \Omega$, c) $0,49 \, \text{A}$ (straumurinn er sá sami), d) $U_1=98 \, \text{V}$; $U_2=40,18 \, \text{V}$; $U_3=92,12 \, \text{V}$
- 8) $2.304 \, \Omega$
- 9) b) $12 \, \Omega$
- 10) b) $1,2 \, \Omega$
- 11) b) $1,5 \, \Omega$, raðtengd
- 12) a) 20 perur, b) $11,5 \, \text{V}$
- 13) b) $225 \, \text{V}$, c) $9 \, \text{mA}$