

# Дискретная математика: Графы II

Интенсив. НИУ ВШЭ 2018.

## Домашнее задание

### Контрольные вопросы

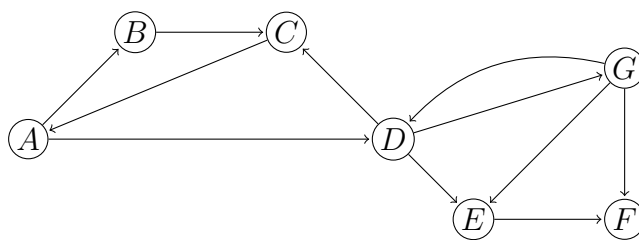


Рис. 1: Граф  $G$ .

1. Найдите максимальную длину простого цикла в графе  $G$ . Укажите все различные простые циклы максимальной длины.
2. Найдите компоненты сильной связности графа  $G$ .
3. Проведите поиск в глубину в графе  $G$ . Проведите поиск в глубину в транспонированном графе  $G^T$  (который получен из  $G$  разворотом рёбер) в порядке убывания времени закрытия вершин  $G$ . Убедитесь, что полученный лес поиска в глубину совпадает с найденными компонентами сильной связности.
4. Какое минимальное число рёбер необходимо добавить в граф  $G$ , чтобы он стал сильно связным?
5. Проведите поиск в ширину в графе  $H$ . Определите по его результатам какие рёбра можно удалить из  $H$ , чтобы получилось остовное дерево.

### Задачи

6. Профессор Рассеянный установил следующий порядок  $<_P$  для утреннего одевания:

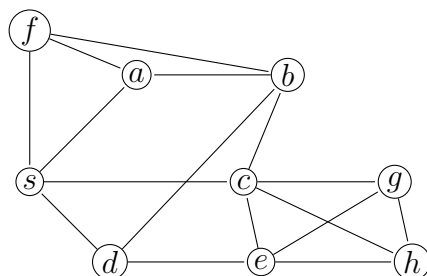


Рис. 2: Граф  $H$ .

$\text{очки} <_P \text{брюки} <_P \text{ремень} <_P \text{пиджак},$   
 $\text{очки} <_P \text{рубашка} <_P \text{галстук} <_P \text{пиджак},$   
 $\text{брюки} <_P \text{туфли},$   
 $\text{очки} <_P \text{носки} <_P \text{туфли},$   
 $\text{очки} <_P \text{часы}.$

Формально, обозначение  $a <_P b$  значит, что вещи  $a$  и  $b$  находятся в отношении  $P$ .

1. Постройте ориентированный граф, в котором множество вершин — это множество вещей, и при этом из вещи  $b$  ведёт ребро в вещь  $a$ , если выполняется  $a <_P b$ .

2. Проведите топологическую сортировку<sup>1</sup> в полученном графе. Топологическая сортировка, выполненная по алгоритму даёт бонусное очко.

3. Помогите профессору одеться на работу: укажите какие вещи в каком порядке ему надеть. На математическом языке это называется «продолжить порядок, соответствующий отношению достижимости, до линейного».

**7.** Найдите наибольшее целое положительное число, в котором все цифры разные, а любые две подряд идущие цифры образуют двузначное число, делящееся на 7.

Указание: постройте ориентированный граф, вершинами которого являются цифры, а ребру соответствует двузначное число, делящееся на 7.

---

<sup>1</sup>занумеруйте вершины так, чтобы рёбра шли только от вершин с меньшим номером к вершинам с большим номером.