

Дискретная математика: Графы I

Интенсив. НИУ ВШЭ 2017.

Домашнее задание

В данном задании под словом *граф* понимается простой неориентированный граф (без петель и кратных рёбер). Основные определения по теме приведены в материалах к занятию. Домашнее задание состоит из двух блоков: контрольные вопросы и задачи. Нужно сдать на проверку решение и контрольных вопросов, и задач.

Контрольные вопросы

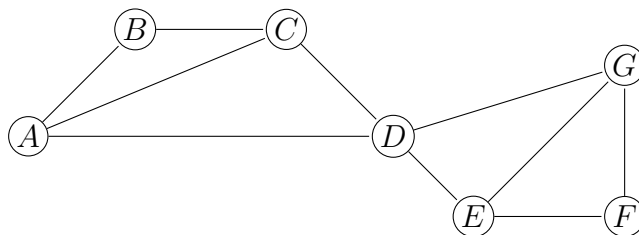


Рис. 1: Граф G .

1. 1. Найдите максимальную длину простого цикла в графе G . Укажите все различные простые циклы максимальной длины.
2. Верно ли, что если в графе G удалить любое ребро, то из любой его вершины можно будет добраться до любой? При положительном ответе приведите обоснование, при отрицательном – укажите ребро, которое можно удалить, и вершины, между которыми не будет пути.
2. 1. Сколько рёбер необходимо удалить из графа G , чтобы он стал несвязным?
2. Какое минимальное число рёбер достаточно удалить из графа G , чтобы в нём получилось три компоненты связности? Укажите эти рёбра и опишите компоненты связности.

Задачи

3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9, используя эти авиалинии (возможно, с пересадками)?
4. Постройте несвязный граф на 9 вершинах, степени которого равны 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3 (в графе 5 вершин имеют степень 4 и 4 вершины имеют степень 3).
5. Существует ли граф на 8 вершинах, в котором 23 ребра и есть вершина степени 1?