

AD A1

Casper Bresdahl whs715
Torben Olai Milhøj vrw704
Sarah Willumsen zql291

Contents

1	Task 1	2
2	Task 2	3

1 Task 1

Vi lader følgende rekursive formel $N(C, i)$ angive antallet af kombinationer, man kan lave med C penge og et udvalg på p_1, p_2, \dots, p_i øl:

$$N(C, i) = \begin{cases} 1 & \text{if } C = 0 \\ 0 & \text{if } C < 0 \text{ or } i = 0 \\ N(C, i - 1) + N(C - p_i, i - 1) & \text{else} \end{cases}$$

2 Task 2

Vi bemærker, at når vi skal bestemme antallet af mængder på i øl, så for hver øl træffer vi en beslutning om hvorvidt en øl skal købes eller ej. Dette giver to scenarier: Et hvor øllen købes og ens penge formindskes med prisen på den pågældende øl, og et hvor man ikke køber øllen og ens mængde penge forbliver det samme. I begge tilfælde opstår der dermed to mindre delproblemer, hvor man skal finde antallet af kombinationer på en mængde øl, som er én mindre end før. Derfor består løsningen på vores problemstilling af løsninger på mindre delproblemer.

Vores rekursive formel tester altså samtlige tilfælde, for hvert delproblem, som vores originale problemstilling består af, hvorfor den nødvendigvis må være korrekt.

3 Task 3

4 Task 4

4.1 Bevis for korrektheden af algoritmen

Da algoritmen udregner selv samme som i Task 1, men denne gang blot gemmer resultater undervejs, opnår denne dynamiske implementering samme resultat som algoritmen i Task 1, hvorfor den nødvendigvis må være korrekt.

4.2 Bevis for køretiden af algoritmen

Vi har et array på størrelse Cn , som undervejs udfyldes. Når først hver plads er blevet beregnet, da udføres fremtidige kald til den pågældende plads i konstant tid. Idet algoritmen terminerer, foretages der et sidste kald, som ligeså udføres i konstant tid, hvorfor køretiden bliver $O(Cn + \Theta(1)) = O(Cn)$.

5 Hukommelsesforbrug af algoritmen

Algoritmen gør brug af et array af størrelse Cn , dvs. at algoritmen har et hukommelsesforbrug på $O(Cn)$.