

БГУИР

Кафедра ЭВМ

Отчет по лабораторной работе № 3

Тема: «Принятие решений в условиях риска при многих критериях»

Вариант 1

Выполнил:
студент группы 150502
Альхимович Н.Г.

Проверил:
Селезнев А.И.

Минск
2024

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить принципы решения задач многокритериального выбора альтернатив в условиях риска на основе метода анализа иерархий.

2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К РАБОТЕ

Предприятие предполагает приобрести новую технологическую линию для производства пластмассы. Имеется возможность приобрести одну из трех линий: Л1, Л2 или Л3. Каждая линия может применяться для производства трех видов пластмассы: для бытовых изделий, технической обычной и технической упрочненной.

Стоимость линий Л1, Л2, Л3 – 200, 600 и 300 тыс. ден. ед. соответственно. Другие характеристики линий зависят от вида выпускаемой пластмассы.

Пластмасса	Для бытовых изделий			Техническая обычная			Технической упрочненной		
	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3	Л1	Л2	Л3
Производительность, кг/ч	110	450	350	150	400	350	100	350	300
Себестоимость пластмассы, ден.ед./кг	8	12	7	6	10	5	10	12	8
Время непрерывной работы, ч	40	60	50	30	60	50	20	40	40

Из опыта работы предприятия известно, что примерно 40% заказов на производство пластмасс составляют заказы на пластмассу для бытовых изделий, еще 40% – заказы на обычную техническую пластмассу, 20% – на техническую упрочненную.

По мнению руководства предприятия, наиболее важный критерий – производительность (К1), следующий по важности – себестоимость пластмассы (К2), менее важны (и одинаково важны между собой) стоимость линии (К3) и время непрерывной работы (К4).

3 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В ходе принятия управленческих решений необходимо принимать во внимание как многокритериальность, так и риск. Обычно из нескольких критериев, учитываемых при принятии решения, некоторые зависят от внешних условий.

Анализ и выбор альтернатив по многим критериям с учетом риска может выполняться следующим образом:

1. Для каждого варианта внешних условий определяются обобщенные оценки альтернатив.

2. Полученные обобщенные оценки сводятся в матрицу выигрышей.

Окончательный выбор альтернативы выполняется на основе методов игрового программирования, т.е. критерия Байеса (если известны вероятности внешних условий) или критериев Лапласа, Вальда, Гурвица (если вероятности внешних условий неизвестны).

4 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

4.1 Оценка альтернатив на основе метода анализа иерархий

В этой задаче требуется учитывать четыре критерия. Три из них (производительность, себестоимость пластмассы и время непрерывной работы) зависят не только от принятого решения (т.е. выбранной технологической линии), но и от внешних условий (вида пластмассы). Таким образом, решение принимается в условиях риска и неопределенности.

В то же время один из критериев – стоимость линии – не зависит от выбранного впоследствии вида пластмассы.

Матрица парных сравнений критериев для данной задачи приведена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Матрица парных сравнений критериев по важности

	K1	K2	K3	K4
K1	1	3	5	5
K2	1/3	1	3	3
K3	1/5	1/3	1	1
K4	1/5	1/3	1	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N X_{ij}}$$

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = 2,94, C_2 = 1,32, C_3 = 0,51, C_4 = 0,51$$

Сумма цен альтернатив: $C = 2,94 + 1,32 + 0,51 + 0,51 = 5,28$.

Локальные приоритеты:

$$L_{Ki} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{K1} = \frac{2,94}{5,28} = 0,56, L_{K2} = 0,25, L_{K3} = 0,1, L_{K4} = 0,1$$

Затем выполняется сравнение альтернатив по каждому из критериев.

4.2 Обобщенные оценки альтернатив для первого варианта внешних условий

Сравнение альтернатив по критерию «производительность» приведено в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «производительность»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	1/7	1/3
Л2	7	1	5
Л3	3	1/5	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3}} = 0,36, C_2 = 3,27, C_3 = 0,84$$

Сумма цен альтернатив: $C = 0,36 + 3,27 + 0,84 = 4,48$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

$$L_{Li}^{K1} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{Л1}^{K1} = \frac{0,36}{4,48} = 0,08, L_{Л2}^{K1} = 0,73, L_{Л3}^{K1} = 0,19$$

Сравнение альтернатив по критерию «себестоимость пластмассы» приведено в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «себестоимость пластмассы»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	4	1/2
Л2	1/4	1	1/5
Л3	2	5	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}} = 1,26, C_2 = 0,37, C_3 = 2,15$$

Сумма цен альтернатив: $C = 1,26 + 0,37 + 2,15 = 3,78$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К2:

$$L_{Li}^{K2} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{Л1}^{K2} = \frac{1,26}{3,78} = 0,33, L_{Л2}^{K2} = 0,1, L_{Л3}^{K2} = 0,57$$

Сравнение альтернатив по критерию «время непрерывной работы» приведено в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «время непрерывной работы»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	1/7	1/4
Л2	7	1	3
Л3	4	1/3	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4}} = 0,33, C_2 = 2,76, C_3 = 1,1$$

Сумма цен альтернатив: $C = 0,33 + 2,76 + 1,1 = 4,19$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К3:

$$L_{Li}^{K3} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{Л1}^{K3} = \frac{0,33}{4,19} = 0,08, L_{Л2}^{K3} = 0,66, L_{Л3}^{K3} = 0,26$$

Сравнение альтернатив по критерию «стоимость линии» приведено в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «стоимость линии»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	8	4
Л2	1/8	1	1/5
Л3	1/4	5	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 8 \cdot 4} = 3,17, C_2 = 0,29, C_3 = 1,08$$

Сумма цен альтернатив: $C = 3,17 + 0,29 + 1,08 = 4,54$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К4:

$$L_{Ли}^{K4} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{Л1}^{K4} = \frac{3,17}{4,54} = 0,7, L_{Л2}^{K4} = 0,06, L_{Л3}^{K4} = 0,24$$

Глобальные приоритеты альтернатив для первого варианта внешних условий, учитывающие предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев:

$$G_{Л1} = L_{Л1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Л1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Л1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{Л1}^{K4} \cdot L_{K4} \\ = 0,08 \cdot 0,56 + 0,33 \cdot 0,25 + 0,07 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,1 = 0,2$$

$$G_{Л2} = L_{Л2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Л2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Л2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{Л2}^{K4} \cdot L_{K4} \\ = 0,73 \cdot 0,56 + 0,1 \cdot 0,25 + 0,65 \cdot 0,1 + 0,06 \cdot 0,1 = 0,5$$

$$G_{Л3} = L_{Л3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Л3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Л3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{Л3}^{K4} \cdot L_{K4} \\ = 0,19 \cdot 0,56 + 0,57 \cdot 0,25 + 0,28 \cdot 0,1 + 0,24 \cdot 0,1 = 0,3$$

4.3 Обобщенные оценки альтернатив для второго варианта внешних условий

Сравнение альтернатив по критерию «производительность» приведено в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «производительность»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	1/7	1/5
Л2	7	1	3
Л3	5	1/3	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5}} = 0,31, C_2 = 2,76, C_3 = 1,19$$

Сумма цен альтернатив: $C = 0,31 + 2,76 + 1,19 = 4,25$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

$$L_{Li}^{K1} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{Л1}^{K1} = \frac{0,31}{4,25} = 0,07, L_{Л2}^{K1} = 0,65, L_{Л3}^{K1} = 0,28$$

Сравнение альтернатив по критерию «себестоимость пластмассы» приведено в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «себестоимость пластмассы»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	6	1/2
Л2	1/6	1	1/7
Л3	2	7	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2}} = 1,44, C_2 = 0,29, C_3 = 2,41$$

Сумма цен альтернатив: $C = 1,44 + 0,29 + 2,41 = 4,14$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К2:

$$L_{\text{Л}i}^{K2} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{\text{Л}1}^{K2} = \frac{1,44}{4,14} = 0,35, L_{\text{Л}2}^{K2} = 0,07, L_{\text{Л}3}^{K2} = 0,58$$

Сравнение альтернатив по критерию «время непрерывной работы» приведено в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «время непрерывной работы»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	1/7	1/5
Л2	7	1	3
Л3	5	1/3	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5}} = 0,31, C_2 = 2,76, C_3 = 1,19$$

Сумма цен альтернатив: $C = 0,31 + 2,76 + 1,19 = 4,25$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К3:

$$L_{\text{Л}i}^{K3} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{\text{Л}1}^{K3} = \frac{0,31}{4,25} = 0,07, L_{\text{Л}2}^{K3} = 0,65, L_{\text{Л}3}^{K3} = 0,28$$

Глобальные приоритеты альтернатив для второго варианта внешних условий, учитывающие предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев:

$$\begin{aligned} G_{\text{Л}1} &= L_{\text{Л}1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Л}1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{\text{Л}1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{\text{Л}1}^{K4} \cdot L_{K4} \\ &= 0,07 \cdot 0,56 + 0,35 \cdot 0,25 + 0,07 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,1 = 0,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{\text{Л}2} &= L_{\text{Л}2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Л}2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{\text{Л}2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{\text{Л}2}^{K4} \cdot L_{K4} \\ &= 0,65 \cdot 0,56 + 0,07 \cdot 0,25 + 0,65 \cdot 0,1 + 0,06 \cdot 0,1 = 0,45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{\text{Л}3} &= L_{\text{Л}3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Л}3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{\text{Л}3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{\text{Л}3}^{K4} \cdot L_{K4} \\ &= 0,28 \cdot 0,56 + 0,58 \cdot 0,25 + 0,28 \cdot 0,1 + 0,24 \cdot 0,1 = 0,35 \end{aligned}$$

4.4 Обобщенные оценки альтернатив для третьего варианта внешних условий

Сравнение альтернатив по критерию «производительность» приведено в таблице 4.9.

Таблица 4.9 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «производительность»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	1/8	1/6
Л2	8	1	3
Л3	6	1/3	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{6}} = 0,28, C_2 = 2,88, C_3 = 1,26$$

Сумма цен альтернатив: $C = 0,28 + 2,88 + 1,26 = 4,42$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К1:

$$L_{Li}^{K1} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{Л1}^{K1} = \frac{0,28}{4,42} = 0,06, L_{Л2}^{K1} = 0,65, L_{Л3}^{K1} = 0,29$$

Сравнение альтернатив по критерию «себестоимость пластмассы» приведено в таблице 4.10.

Таблица 4.10 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «себестоимость пластмассы»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	3	1/3
Л2	1/3	1	1/5
Л3	3	5	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3}} = 1, C_2 = 0,41, C_3 = 2,47$$

Сумма цен альтернатив: $C = 1 + 0,41 + 2,47 = 3,87$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К2:

$$L_{\text{Л}i}^{K2} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{\text{Л}1}^{K2} = \frac{1}{3,87} = 0,26, L_{\text{Л}2}^{K2} = 0,1, L_{\text{Л}3}^{K2} = 0,64$$

Сравнение альтернатив по критерию «время непрерывной работы» приведено в таблице 4.11.

Таблица 4.11 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «время непрерывной работы»

	Л1	Л2	Л3
Л1	1	1/5	1/5
Л2	5	1	1
Л3	5	1	1

Средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}} = 0,34, C_2 = 1,71, C_3 = 1,71$$

Сумма цен альтернатив: $C = 0,34 + 1,71 + 1,71 = 3,76$.

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия К3:

$$L_{\text{Л}i}^{K3} = \frac{C_i}{C}$$

$$L_{\text{Л}1}^{K3} = \frac{0,34}{3,76} = 0,09, L_{\text{Л}2}^{K3} = 0,45, L_{\text{Л}3}^{K3} = 0,45$$

Глобальные приоритеты альтернатив для третьего варианта внешних условий, учитывающие предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев:

$$\begin{aligned} G_{\text{Л}1} &= L_{\text{Л}1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Л}1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{\text{Л}1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{\text{Л}1}^{K4} \cdot L_{K4} \\ &= 0,06 \cdot 0,56 + 0,26 \cdot 0,25 + 0,09 \cdot 0,1 + 0,7 \cdot 0,1 = 0,18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{\text{Л}2} &= L_{\text{Л}2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Л}2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{\text{Л}2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{\text{Л}2}^{K4} \cdot L_{K4} \\ &= 0,65 \cdot 0,56 + 0,1 \cdot 0,25 + 0,45 \cdot 0,1 + 0,06 \cdot 0,1 = 0,44 \end{aligned}$$

$$G_{ЛЗ} = L_{ЛЗ}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{ЛЗ}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{ЛЗ}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{ЛЗ}^{K4} \cdot L_{K4} \\ = 0,29 \cdot 0,56 + 0,64 \cdot 0,25 + 0,45 \cdot 0,1 + 0,24 \cdot 0,1 = 0,38$$

4.5 Выбор альтернативы на основе оценок для различных внешних условий

Обобщенные оценки альтернатив, полученные для различных вариантов внешних условий, сводятся в матрицу выигрышей (таблица 4.12).

Таблица 4.12 – Матрица выигрышей

Линии	Внешние условия (вид пластмассы)		
	Для бытовых изделий	Техническая обычная	Техническая упрочненная
Л1	0,2	0,2	0,18
Л2	0,5	0,45	0,44
Л3	0,3	0,35	0,38

На основе матрицы выигрышей выбирается лучшая альтернатива. Выбор производится в зависимости от постановки задачи, прежде всего – в зависимости от информации о внешних условиях.

В данном случае известны вероятности внешних условий. Поэтому для выбора альтернативы используется критерий Байеса (критерий максимума среднего выигрыша). Для каждой альтернативы определяется математическое ожидание с учетом всех вариантов внешних условий:

$$E_{Л1} = 0,2 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,4 + 0,18 \cdot 0,2 = 0,196$$

$$E_{Л2} = 0,5 \cdot 0,4 + 0,45 \cdot 0,4 + 0,44 \cdot 0,2 = 0,468$$

$$E_{Л3} = 0,3 \cdot 0,4 + 0,35 \cdot 0,4 + 0,38 \cdot 0,2 = 0,336$$

Таким образом, в качестве рационального решения следует выбрать приобретение линии Л2.

5 ВЫВОДЫ

Таким образом, в ходе лабораторной работы было изучено решение задач многокритериального выбора альтернатив в условиях риска на основе метода анализа иерархий, а также с его помощью выбрана лучшая альтернатива по ряду критериев, зависящих от внешних условий.