

БГУИР

Кафедра ЭВМ

Отчет по лабораторной работе № 4

Тема: «Методы и процедуры принятия решений при многих критериях»

Вариант 1

Выполнил:  
студент группы 150502  
Альхимович Н.Г.

Проверил:  
Селезнев А.И.

Минск  
2024

## 1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить применение методов и процедур решения дискретных задач многокритериального выбора альтернатив.

## 2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К РАБОТЕ

Предприятие – производитель изделий бытовой электроники выбирает торговую фирму для заключения с ней договора о распространении своей продукции. Имеется шесть торговых фирм, о которых известно следующее.

Фирма	ТФ1	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией, лет	5	2	6	5	7	4
Уровень развития торговой сети	развитая	развита я	развита я	средняя	средняя (немного хуже, чем у ТФ4)	средняя (немного лучше, чем у ТФ4 и ТФ5)
Репутация	сомнительная	хорошая	средняя	хорошая	средняя	хорошая

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий – репутация, менее важный – опыт работы, еще менее важный – уровень развития торговой сети.

По мнению второго эксперта, основной критерий – репутация, менее важный – уровень развития торговой сети, еще менее важный – опыт работы.

Способ анализа альтернатив и выбор лучшей первым способом:

а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучших альтернативы;

б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;

в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования.

### **3 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**

#### **3.1 Общая характеристика задач и методов принятия решений при многих критериях**

В большинстве случаев решения принимаются с учетом набора из нескольких критериев (вектора критериев), поэтому большинство задач, связанных с принятием решений, являются многокритериальными. Другое название таких задач – задачи векторной оптимизации.

Если при выборе решений учитывается только один критерий, то такая задача представляет собой задачу скалярной оптимизации. Примером задачи скалярной оптимизации может служить классическая транспортная задача (задача перевозки заданного количества грузов от поставщиков потребителям с минимальными затратами), так как в ней учитывается только один критерий – затраты на перевозки.

Среди задач принятия решений выделяют также дискретные и непрерывные задачи. В дискретных задачах множество возможных решений (альтернатив) конечно.

В непрерывных задачах имеется бесконечное множество возможных решений (в пределах некоторого диапазона).

В данной работе рассматриваются методы и процедуры решения дискретных задач многокритериального выбора альтернатив. Такие задачи относятся к числу слабоструктурированных и могут решаться на основе метода анализа иерархий. Однако метод анализа иерархий требует большого объема экспертной информации: человеком-экспертом должно быть выполнено сравнение всех критериев, а также всех альтернатив по каждому из критериев. Легко подсчитать, что для решения задачи анализа  $N$  альтернатив с использованием  $M$  критериев требуется выполнить  $M \cdot (M-1)/2$  сравнений критериев по важности и  $M \cdot N \cdot (N-1)$  сравнений альтернатив по критериям.

#### **3.2 Методика экспресс-анализа альтернатив**

Методика предназначена для отбора перспективных альтернатив (не имеющих существенных недостатков ни по одному из критериев). Она рассчитана на применение в задачах, в которых большинство критериев являются числовыми, но может применяться и для решения задач, в которых имеются качественные критерии; в этом случае для перехода к числовым оценкам применяются следующие процедуры:

– оценки по качественным критериям выражаются по пятибалльной шкале (“отлично”, “хорошо”, “удовлетворительно”, “плохо”, “очень плохо”), а затем выполняется переход к числовым оценкам с использованием шкалы Харрингтона. При этом оценке "отлично" соответствуют числовые оценки от

0,8 до 1; "хорошо" – от 0,63 до 0,8; "удовлетворительно" – от 0,37 до 0,63; "плохо" – от 0,2 до 0,37; "очень плохо" – от 0 до 0,2.

– для оценок, имеющих вид "да-нет", обычно используются следующие числовые оценки: "да" – 0,67, "нет" – 0,33 (здесь предполагается, что оценка "да" более желательна, чем "нет").

Принцип работы методики экспресс-анализа альтернатив следующий:

1. Оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду для устранения различия исходных оценок, затруднявших сравнение альтернатив. Для критериев, подлежащих максимизации, все оценки альтернатив по критерию делятся на максимальную из оценок по данному критерию. Для критериев, подлежащих минимизации, из оценок по данному критерию выбирается минимальная, и она делится на все оценки альтернатив по данному критерию. Для качественных критериев выполняется переход к числовым оценкам по шкале Харрингтона.

2. Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т.е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям.

3. Выбирается пороговое значение минимальной оценки  $P_0$ . Эта величина назначается ЛПР или экспертом из субъективных соображений.

4. Для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины  $P_0$ .

### **3.3 Методика скаляризации векторных оценок**

Методика предназначена для выбора рациональной альтернативы из множества альтернатив, оцениваемых по нескольким критериям. Как и методика экспресс-анализа альтернатив, она рассчитана на решение задач, в которых решение принимается на основе числовых критериев (или может быть выполнен переход к таким критериям).

Основное преимущество этой методики – минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения, что позволяет практически полностью автоматизировать решение задачи. В то же время недостаточный учет субъективных суждений ЛПР является недостатком этой методики.

Методика основана на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы (с учетом оценок по всем критериям) и сопоставлении этих оценок.

### **3.4 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования**

Методика предназначена для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив.

Для применения данной методики все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы методики следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем критериям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность критериев. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

### **3.5 Модифицированный алгоритм Кемени–Снелла**

Рассматриваемый алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям.

Основное преимущество алгоритма – возможность анализа и выбора альтернатив, оцениваемых по критериям различных видов: числовым, качественным, “да-нет” и т.д. Алгоритм также позволяет учитывать суждения ЛПР о важности критериев.

Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому критерию.

### **3.6 Метод ЭЛЕКТРА**

Метод предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив ( $A_j$  и  $A_k$ ) выдвигается гипотеза о том, что альтернатива  $A_j$  лучше, чем  $A_k$ . Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве  $A_j$  над  $A_k$ ) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив (“ядро” альтернатив).

## **4 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ**

### **4.1 Выбор трех лучших альтернатив с помощью методики экспресс-анализа**

По результатам выполнения лабораторной работы №2 во множество Парето вошли альтернативы ТФ2, ТФ3, ТФ4, ТФ5, ТФ6.

Далее оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду.

Критерии «уровень развития торговой сети» и «репутация» – качественные, так что безразмерные оценки по нему назначаются экспертом по шкале Харрингтона.

Критерий «опыт работы с данной продукцией» – числовой и подлежит максимизации, поэтому все оценки по этому критерию делятся на максимальную оценку (в данном случае – на 7).

Полученные безразмерные оценки приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Безразмерные оценки альтернатив

Показатели	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией	0,29	0,86	0,71	1,00	0,57
Уровень развития торговой сети	1	1	0,5	0,43	0,6
Репутация	0,8	0,5	0,8	0,5	0,8

Минимальные оценки для каждой альтернативы (т.е. худшие из оценок каждой альтернативы по всем критериям) представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Минимальные оценки альтернатив

Альтернатива	ТФ2	ТФ3	ТФ4	ТФ5	ТФ6
$P_i$	0,29	0,50	0,50	0,43	0,57

Пороговым значением минимальной оценки  $P_0$  в данном случае, исходя из того, что для дальнейшего анализа необходимо отобрать три альтернативы, назначено 0,49.

Таким образом во множество альтернатив, для которых  $P_j > P_0$  (т.е. все оценки не ниже предельной величины), вошли ТФ3, ТФ4 и ТФ6.

## 4.2 Ранжирование выбранных альтернатив с помощью методики скаляризации векторных оценок

В таблице 4.3 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето и методики экспресс-анализа альтернатив.

Таблица 4.3 – Исходные данные для методики

Фирма	ТФ3	ТФ4	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией, лет	6	5	4
Уровень развития торговой сети	развитая	средняя	средняя (немного лучше, чем у ТФ4 и ТФ5)
Репутация	средняя	хорошая	хорошая

Безразмерные оценки приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Безразмерные оценки альтернатив

Показатели	ТФ3	ТФ4	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией	1,00	0,83	0,67
Уровень развития торговой сети	1	0,5	0,6
Репутация	0,5	0,8	0,8

Необходимо определить веса (оценки важности) критериев на основе разброса оценок.

Средние оценки по каждому критерию:

$$\bar{P}_i = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 P_{ij}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{1 + 0,83 + 0,67}{3} = 0,83, \bar{P}_2 = 0,71, \bar{P}_3 = 0,69$$

Величины разброса по каждому критерию:

$$R_i = \frac{1}{3 \cdot \bar{P}_i} \sum_{j=1}^3 |P_{ij} - \bar{P}_i|$$

$$R_1 = \frac{|1 - 0,83| + |0,83 - 0,83| + |0,67 - 0,83|}{3 \cdot 0,83} = 0,13, R_2 = 0,29, R_3 = 0,2$$

Сумма величин разброса:  $R = 0,13 + 0,29 + 0,2 = 0,62$ .

Веса критериев, отражающие разброс оценок:

$$W_i = \frac{R_i}{R}$$

$$W_1 = \frac{0,13}{0,62} = 0,22, W_2 = 0,46, W_3 = 0,32$$

Чем больше разброс в оценках альтернатив по критерию, тем больше вес этого критерия.

Взвешенные оценки альтернатив:

$$E_{ij} = \frac{W_i}{P_{ij}}$$

$$E_{11} = \frac{0,22}{1} = 0,22, E_{12} = 0,26, E_{13} = 0,32$$

Взвешенные оценки приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

Показатели	ТФ3	ТФ4	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией	0,22	0,26	0,32
Уровень развития торговой сети	0,46	0,93	0,77
Репутация	0,64	0,40	0,40

Чем большие значения принимают безразмерные оценки  $P_{ij}$ , тем меньше значения взвешенных оценок, соответственно тем лучше альтернатива.

Комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):

$$E_j = \sum_{i=1}^3 E_{ij}$$

$$E_1 = 0,22 + 0,46 + 0,64 = 1,32; E_2 = 0,26 + 0,93 + 0,4 = 1,59; E_3 = 0,32 + 0,77 + 0,4 = 1,5.$$

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, в данном случае лучшей торговой фирмой для заключения с ней



договора о распространении своей продукции является ТФ3; несколько худший вариант – ТФ6, еще хуже – ТФ4.

### 4.3 Сравнение двух лучших альтернатив с помощью методики сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования

По результатам применения предыдущей методики лучшими альтернативами являются ТФ3 и ТФ6 (см. таблицу 4.6). Осталось сравнить их по степени доминирования и выбрать одну.

Таблица 4.6 – Исходные данные для методики

Фирма	ТФ3	ТФ6
Опыт работы с данной продукцией, лет	6	4
Уровень развития торговой сети	развитая	средняя (немного лучше, чем у ТФ4 и ТФ5)
Репутация	средняя	хорошая

По критериям «уровень развития торговой сети» и «репутация» требуется перейти к числовым оценкам. Для этого следует воспользоваться шкалой Харрингтона. Пусть для фирмы ТФ3 по первому из названных критериев назначена числовая оценка 1, по второму – 0,5, а для ТФ6 – оценки 0,5 и 1 соответственно.

Если при сравнении альтернатив по какому-либо критерию они имеют одинаковые оценки, то такой критерий не учитывается. В данном случае таких критериев нет.

Выполняется ранжирование критериев по важности: наиболее важный критерий получает ранг 1, следующий по важности – 2 и т.д. Пусть в данной задаче критериям назначены следующие ранги:  $R_1 = 2$ ,  $R_2 = 3$ ,  $R_3 = 1$ .

Далее необходимо перейти от рангов к весам критериев:

$$V_i = \max_i R_i + 1 - R_i$$

$$V_1 = 3 + 1 - 2 = 2, V_2 = 1, V_3 = 3$$

Таким образом, чем важнее критерий, тем больше его вес.

Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую:

$$S_i = \max(X_{i1}, X_{i2}) / \min(X_{i1}, X_{i2})$$

$$S_1 = \frac{6}{4} = 1,5, S_2 = 2, S_3 = 1,6$$

Вычисляются скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев:

$$C_i = S_i^{V_i}$$

$$C_1 = 1,5^2 = 2,25, C_2 = 2, C_3 = 4,1$$

Таким образом учитывается важность критериев: чем больше вес критерия, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

Для каждой из сравниваемых альтернатив нужно определить оценку ее доминирования над другой альтернативой – произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой.

В данном случае фирма ТФ3 лучше фирмы ТФ6 по критериям «опыт работы с данной продукцией» и «уровень развития торговой сети». Оценка доминирования фирмы ТФ3 над ТФ6 находится следующим образом:  $D_1 = 2,25 * 2 = 4,5$ .

Фирма ТФ6 лучше, чем фирма ТФ3, по критерию «репутация». Тогда оценка доминирования ТФ6 над ТФ3:  $D_2 = 4,1$ .

Обобщенная оценка доминирования:

$$D = \frac{D_1}{D_2} = \frac{4,5}{4,1} = 1,1$$

$D > 1$ , следовательно первая альтернатива лучше второй, т.е. фирма ТФ3 лучше, чем ТФ6.

## 5 ВЫВОДЫ

Таким образом, в ходе лабораторной работы были изучены методы решения дискретных задач многокритериального выбора альтернатив, а также с помощью последовательного применения методик экспресс-анализа альтернатив, скаляризации векторных оценок и, наконец, сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования была выбрана лучшая альтернатива по ряду критериев.