|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство образования и науки Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ Робототехники и комплексной автоматизации

КАФЕДРА Системы автоматизированного проектирования (РК-6)

**ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

Студент Будюкина Елена Николаевна

Группа РК6-32М

Тип задания лабораторная работа

Тема лабораторной работы Изучение и разработка программной реализации итерационного численного метода решения СЛАУ большой размерности на основе применения специальных методов хранения разреженных матриц

Студент **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_Е.Н. Будюкина\_\_**

*подпись, дата фамилия, и.о.*

Преподаватель **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_А.П. Соколов\_\_\_**

*подпись, дата фамилия, и.о.*

Оценка \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*Москва, 2018 г.*

Оглавление

[Задание 3](#_Toc529747222)

[Цель выполнения лабораторной работы 4](#_Toc529747223)

[Задачи, выполненные в процессе реализации лабораторной работы 4](#_Toc529747224)

[1. Изучение способов представления плагина и его принципов работы 5](#_Toc529747225)

[2. Разработка плагинов 6](#_Toc529747226)

[2.1 Плагин для ввода исходных данных 6](#_Toc529747227)

[2.2 Плагины для решения ОДУ различными методами 7](#_Toc529747228)

[2.3 Плагины для вывода полученных результатов 8](#_Toc529747229)

[2.4 Плагин для вывода результатов работы программы 9](#_Toc529747230)

[3. Разработка программной системы, использующей плагины 10](#_Toc529747231)

[Заключение 13](#_Toc529747232)

[Список использованных источников 14](#_Toc529747233)

# Задание

Решить разреженную СЛАУ на базе симметричной положительно определенной матрицы с действительными коэффициентами с помощью метода CG (метод сопряженного градиента).

Требования:

1. Реализация должна быть протестирована на матрице с размерностью: не менее 80000 уравнений.
2. Свойства матрицы: симметричная, положительно определенная, действительные коэффициенты.
3. матрицы для проведения тестирования СЛАУ:

* BCSSTK16,
* BCSSTK17,
* BCSSTK18.

1. Должна быть возможность: ограничить максимальное число итераций, фиксировать требуемую точность и вывести достигнутую точность и число итераций.

# Цель выполнения лабораторной работы

**Цель выполнения лабораторной работы** – изучить и разработать программную реализацию численного метода решения разреженных СЛАУ большой размерности, возникающих при реализации МКЭ для решения различных задач математической физики: теплопроводности, статики в рамках линейной или нелинейной теории упругости, термоупругости, прочности, электростатики и многих других.

**План выполнения лабораторной работы:**

1. Изучить и разработать специализированные структуры данных для хранения разреженных СЛАУ большой размерности, а именно: CSR.
2. Изучить общеизвестные форматы хранения СЛАУ.
3. Разработать программную реализацию функции загрузки СЛАУ из одного из общеизвестных форматов их хранения.
4. Разработать программную реализацию функции генерации тестовой СЛАУ.
5. Разработать программную реализацию итерационного численного метода решения СЛАУ.
6. Вывести время расчета и количество итераций.

# Задачи, выполненные в процессе реализации лабораторной работы

1. Изучение специализированных структур данных для хранения разреженных СЛАУ большой размерности и форматов хранения СЛАУ.
2. Разработка программной реализации функции загрузки СЛАУ и преобразования в необходимый формат хранения СЛАУ.
3. Разработка программной реализации итерационного численного метода решения СЛАУ.
4. Вывод полученных результатов.
5. **Изучение специализированных структур данных для хранения разреженных СЛАУ большой размерности и форматов хранения СЛАУ**

Существуют специализированные методы хранения разреженных СЛАУ: CSR и CSIR. По условию задачи необходимо было использовать для представления матрицы формат CSR.

Метод заключается в хранении матрицы в следующих массивах:

* aelem – массив содержит все ненулевые элементы исходной матрицы, перечисленные подряд по строкам слева направо;
* jptr – j-ый элемент этого массива есть индекс столбца соответствующего элемента aelem[j], число элементов этого массива равно числу элементов aelem;
* iptr – i-ый элемент этого массива есть индекс элемента в массивах aelem и jptr, который определяет начало i-ой строки исходной матрицы (нумерация с 1); iptr[i+1]iptr[i] равно числу ненулевых элементов строки i матрицы A, а значение последнего элемента iptr[n+1] равно числу элементов в aelem и iptr, увеличенному на 1.

Одним из форматов хранения СЛАУ является формат MatrixMarket. Это собственный формат хранения данный ресурса Matrix Market. Данный формат представляет собой набор дочерних форматов, таких как Coordinate Format (формат координат) и Array Format (формат массивов). Формат координат подходит для представления разреженных матриц. В данном формате представляются только ненулевые элементы массива, и координаты каждого ненулевого элемента указываются явно. Формат массивов используется для представления плотных матриц. Все записи в данном формате представляются в заранее определенном порядке (ориентированном на столбцы).

Так как в качестве исходных данных для данной задачи используется симметричная разреженная матрица, то форматом файла для представления данной матрицы будет формат координат.

Например, тестовая матрица BCSSTK16 выглядит следующим образом:

%%MatrixMarket matrix coordinate real symmetric

4884 4884 147631

1 1 2.8555987491950e+08

2 1 2.6666666662280e+07

4 1 -1.4645650416250e+08

5 1 -2.6666666448950e+07

7 1 9.7671010543320e+06

8 1 2.1333333116500e+07

…

Первая строка является строкой заголовка. В ней содержится информация о том, что эта матрица представляется в формате координат и имеет действительные или комплексные числа. Также в строке заголовка содержится информация о типе матрицы (симметричные, кососимметричные, эрмитовы). Далее следуют строки, предназначающиеся для комментариев. Сами элементы матрицы записываются в формате «индекс\_строки индекс\_столбца значение».

1. **Разработка программной реализации функции загрузки СЛАУ и преобразования в необходимый формат хранения СЛАУ**

В качестве тестовых СЛАУ используются матрицы с интернет-ресурса <https://math.nist.gov/MatrixMarket/>.

Так как загружаемые матрицы являются симметричными, и в файле формата MatrixMarket заданы только записи в нижней треугольной части матрицы (включая диагональ), поэтому программная реализация предусматривает считывание файла данного формата и перевод в требуемый формат хранения CSR.

1. **Разработка программной реализации итерационного численного метода решения СЛАУ**

Для решения разреженных систем линейных алгебраических уравнений использовался метод CG (метод сопряженных градиентов). Данный численный метод решения СЛАУ является итерационным методом.

Дана система линейных уравнений

Матрица А системы является действительной матрицей, которая является симметричной положительно определенной матрицей. Процесс решения СЛАУ представляется как минимизация следующего функционала:

Минимизируя данный функционал, получаем метод сопряженных градиентов.

Алгоритм метода сопряженных градиентов представляется следующим образом:

1. **Вывод полученных результатов**

# Заключение

В результате выполнения работы были изучены общеизвестные форматы хранения СЛАУ. Разработана специализированная структур данных для хранения разреженных СЛАУ большой размерности (CSR). Разработаны программная реализация метода сопряженных градиентов для решения симметричной СЛАУ большой размерности.

# Список использованных источников

1. **Соколов А.П.** *Лабораторная работа. Изучение и разработка программной реализации итерационного численного метода решения СЛАУ большой размерности на основе применения специальных методов хранения разреженных матриц* [Электронный ресурс] // Презентационный материал по выполнению лабораторной работы: учебный курс «Методы математического моделирования сложных процессов и систем». МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016-2017, 16 с.