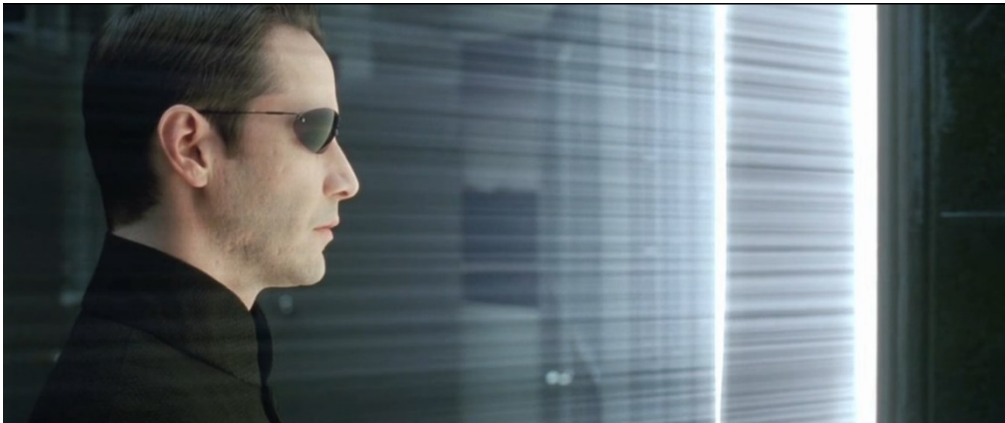


# Матричный профиль временного ряда

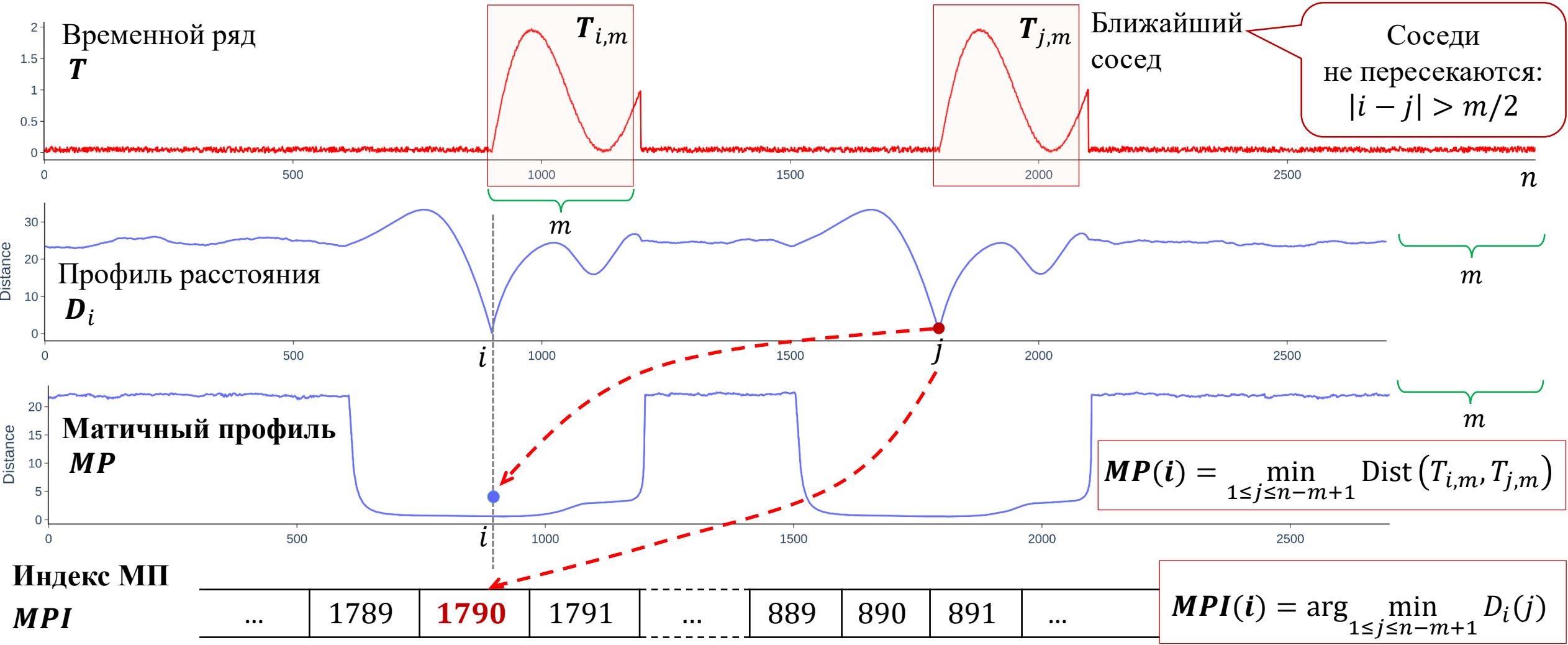


*What is the Matrix? Control.  
Morpheus*

# Содержание

- Понятие матричного профиля
- Примеры задач, решаемых на основе матричного профиля
- Алгоритмы вычисления матричного профиля

# Матричный профиль ряда



# Функция $\text{Dist}(\cdot, \cdot)$ для матричного профиля

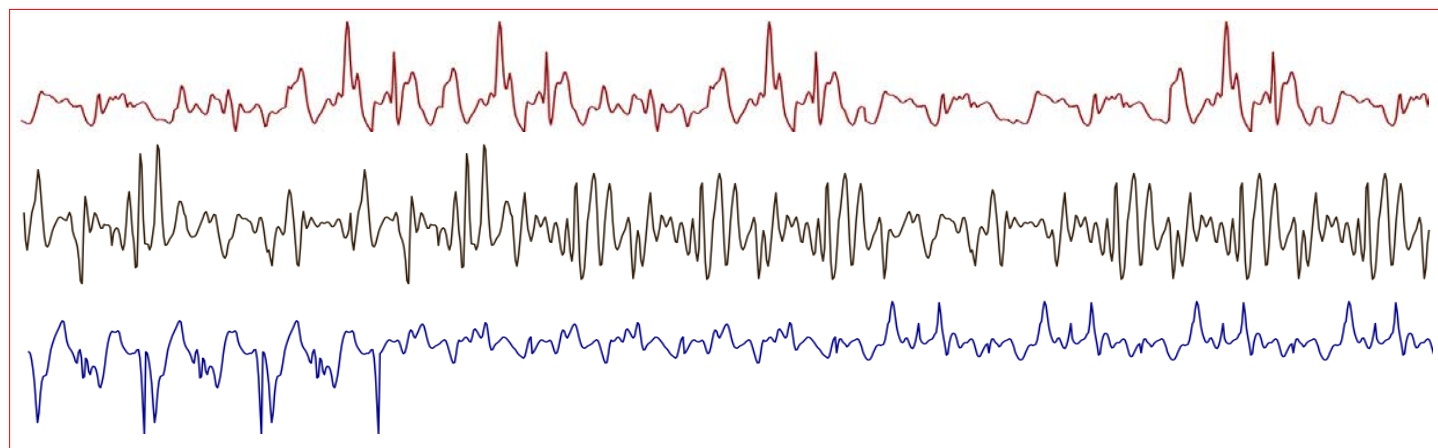
- ED
- $\text{ED}^2$
- $\text{ED}_{\text{norm}}$
- $\text{ED}_{\text{norm}}^2$
- DTW
- ...

# Матричный профиль многомерного ряда



$\text{Dist}( \quad , \text{ } )$

$\text{ED}, \text{ED}^2,$   
 $\text{ED}_{\text{norm}}, \text{ED}_{\text{norm}}^2,$   
 $\text{DTW}, \dots$



$\text{Dist}( \quad , \text{ } )$



**Агрегация**

$\text{Dist}( \quad , \text{ } )$

$\text{Dist}( \quad , \text{ } )$

$\text{Dist}( \quad , \text{ } )$

$\text{median}(\{\text{ED}_{\text{norm}}^2(\cdot, \cdot)\}_{i=1}^d)$

# Содержание

- Понятие матричного профиля
- **Примеры задач, решаемых на основе матричного профиля**
- Алгоритмы вычисления матричного профиля

# Матричный профиль – базис для решения большинства задач интеллектуального анализа временных рядов\*



- Диссонансы
- Мотивы
- Шейплеты
- С니ппеты
- Цепочки
- Сравнение рядов
- ...



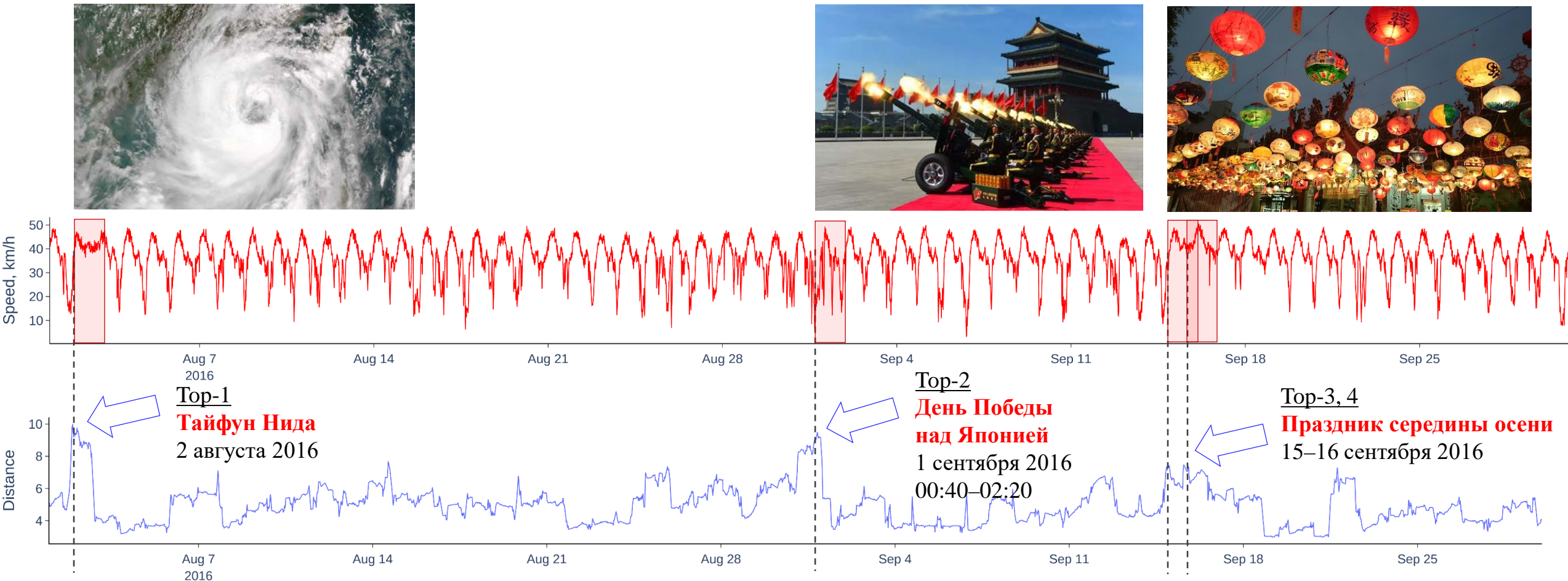
Имонн Кеог  
(Калифорнийский  
университет  
в Риверсайде, США)  
Eamonn Keogh  
(University  
of California, Riverside,  
USA)

\* Zhu Y. et al. The Swiss army knife of time series data mining: Ten useful things you can do with the matrix profile and ten lines of code. *Data Min. Knowl. Discov.* 34(4): 949-979 (2020). DOI: [10.1007/s10618-019-00668-6](https://doi.org/10.1007/s10618-019-00668-6).



# Поиск аномалий

Скорость городского трафика Гуанчжоу\*

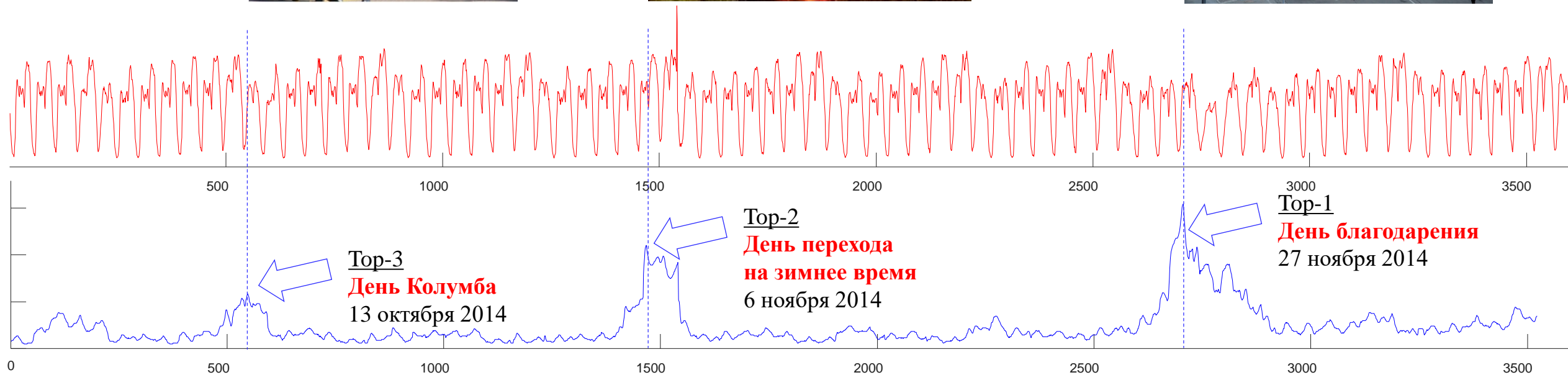


\* Chen X., Chen Y., He Z. Urban traffic speed dataset of Guangzhou, China. 2018. DOI: [10.5281/zenodo.1205229](https://doi.org/10.5281/zenodo.1205229).



# Поиск аномалий

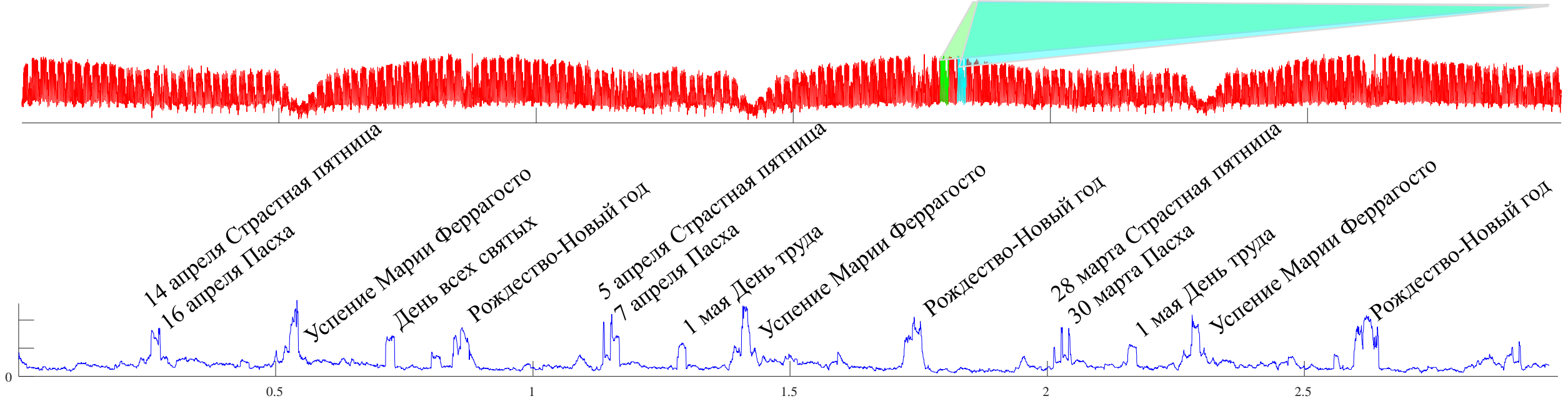
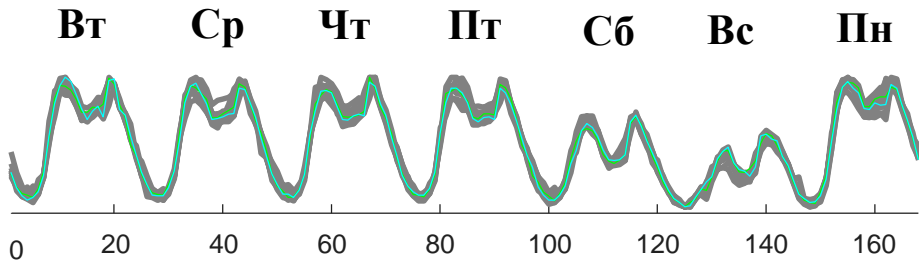
Среднее число пассажиров нью-йоркского такси (осень 2014 г., каждые полчаса)\*



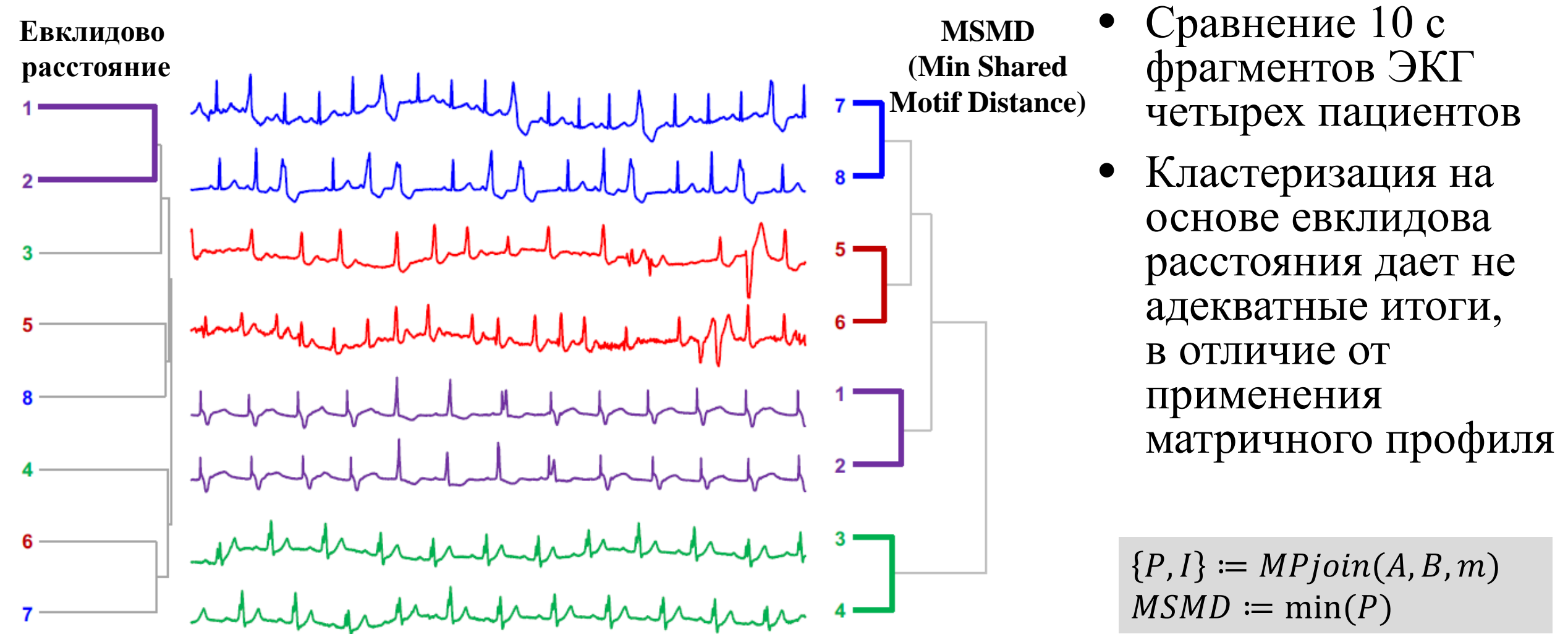
\* 2014 New York City Taxi Trips. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/kentonnlp/2014-new-york-city-taxi-trips>.

# Поиск мотивов

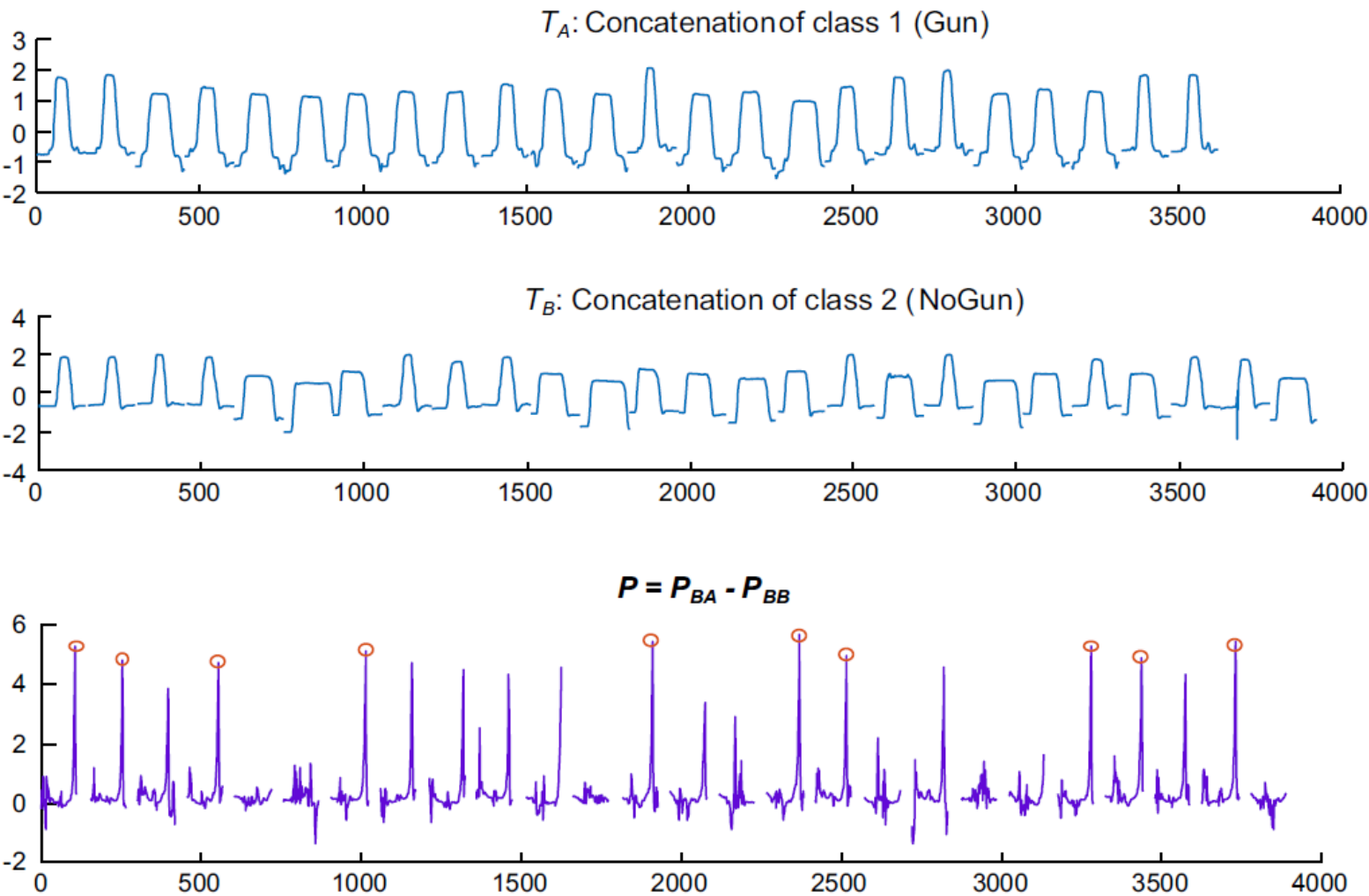
Энергопотребление в Италии 1995-1998 гг.



# Сравнение временных рядов



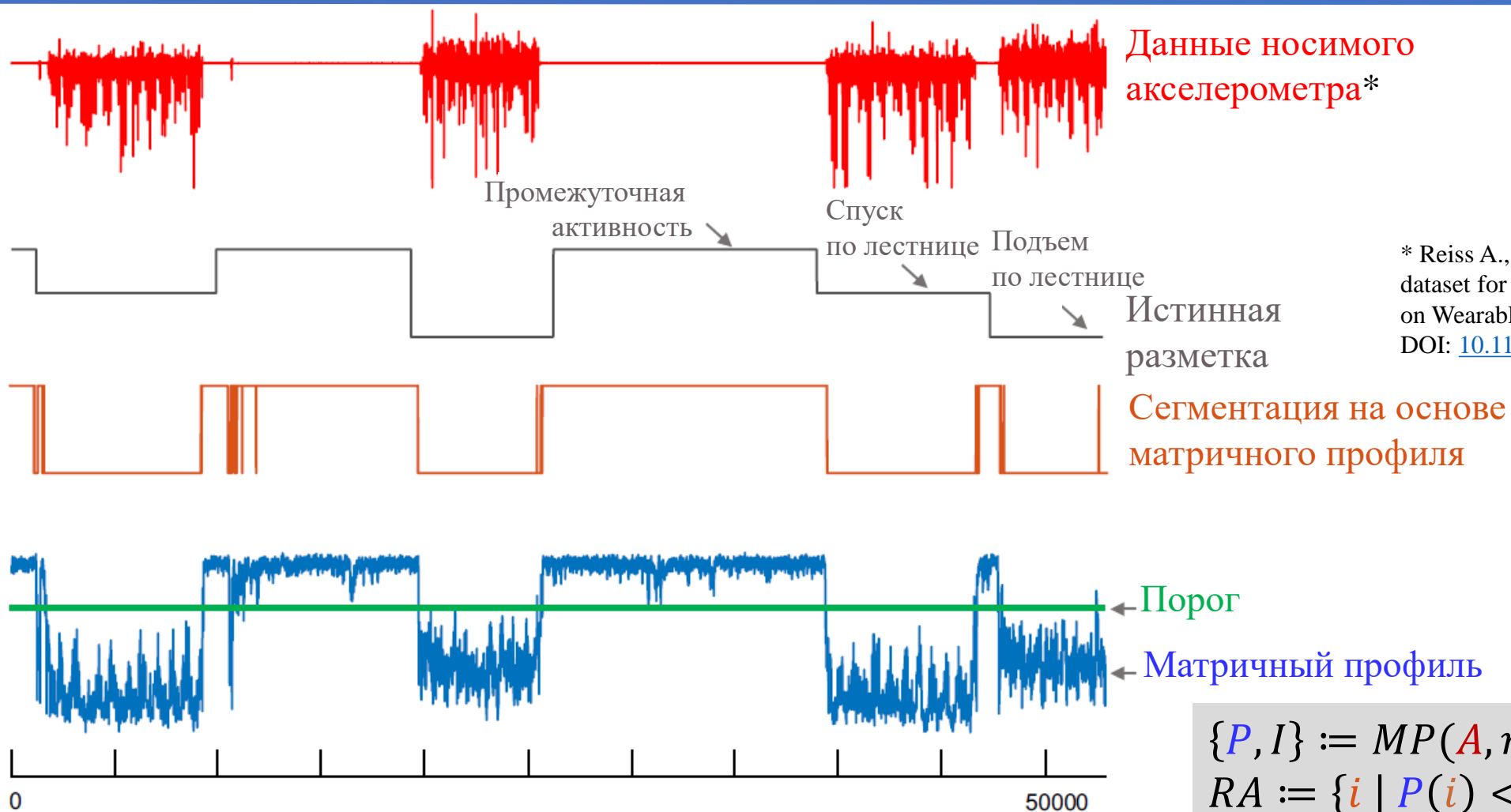
# Поиск шейплетов (shapelet)



- *Шейплет* – лучший (наиболее репрезентативный) представитель класса подпоследовательностей (рядов)
- $A$  и  $B$  – классы подпоследовательностей,  $T_A$  и  $T_B$  – ряды, полученные склейкой подпоследовательностей из своих классов (NaN разделяет каждую пару)
- Шейплеты – подпоследовательности, дающие топ- $k$  максимумы в матричном профиле разницы  $P = P_{BA} - P_{BB}$

```
{PBB, lbb} := MPjoin(B, B, m)
{PBA, lba} := MPjoin(B, A, m)
P := PBA - PBB
TopKshapelets := TopMax(P, k)
```

# Сегментация повторяющихся активностей



\* Reiss A., Stricker D. Introducing a new benchmarked dataset for activity monitoring. Proc. of the 16th Int. Symp. on Wearable Computers (ISWC). 2012.  
DOI: [10.1109/ISWC.2012.13](https://doi.org/10.1109/ISWC.2012.13).

$$\{P, I\} := MP(A, m)$$

$$RA := \{i \mid P(i) < \alpha \cdot (\min(P) + \max(P))\}$$

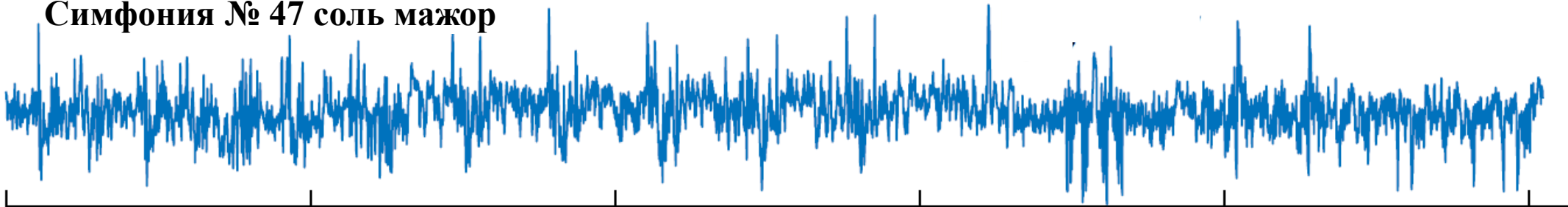


# Поиск перевертышей (semordnilap: god↔dog, lived↔devil, ...)



Йозеф Гайдн  
(Joseph Haydn)  
1732-1809

Симфония № 47 соль мажор

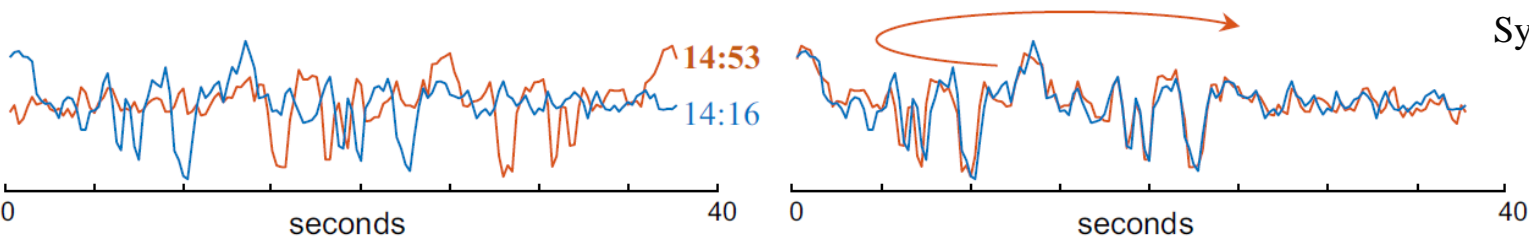


0 MFCC (Mel-frequency cepstral coefficients):  
окно 0.5 с, перекрытие 50% minutes:seconds 21:02

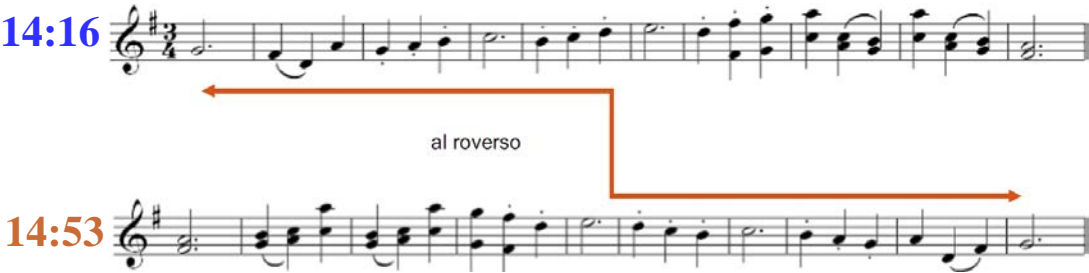


Joseph Haydn,  
Symphony No. 47 in G major “Palindrome”,  
directed by Bruno Weil

Найденный  
МОТИВ

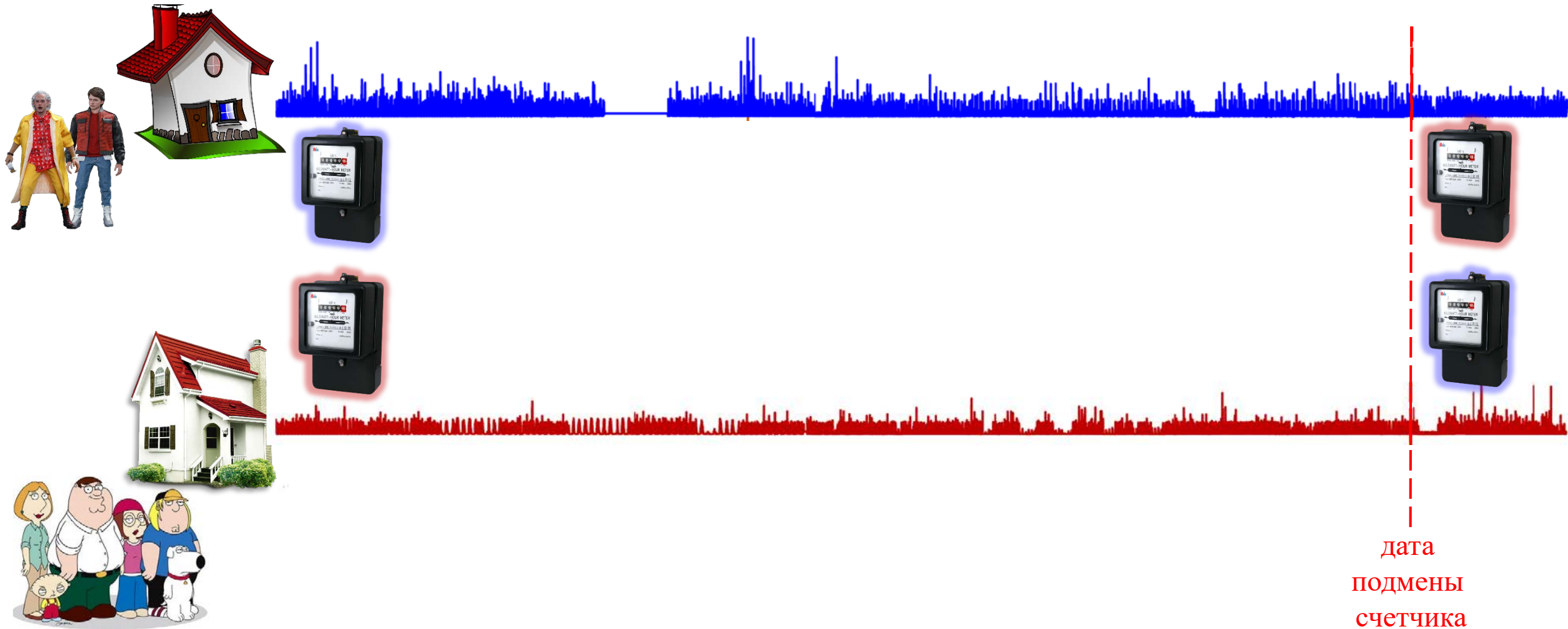


Ноты  
мотива



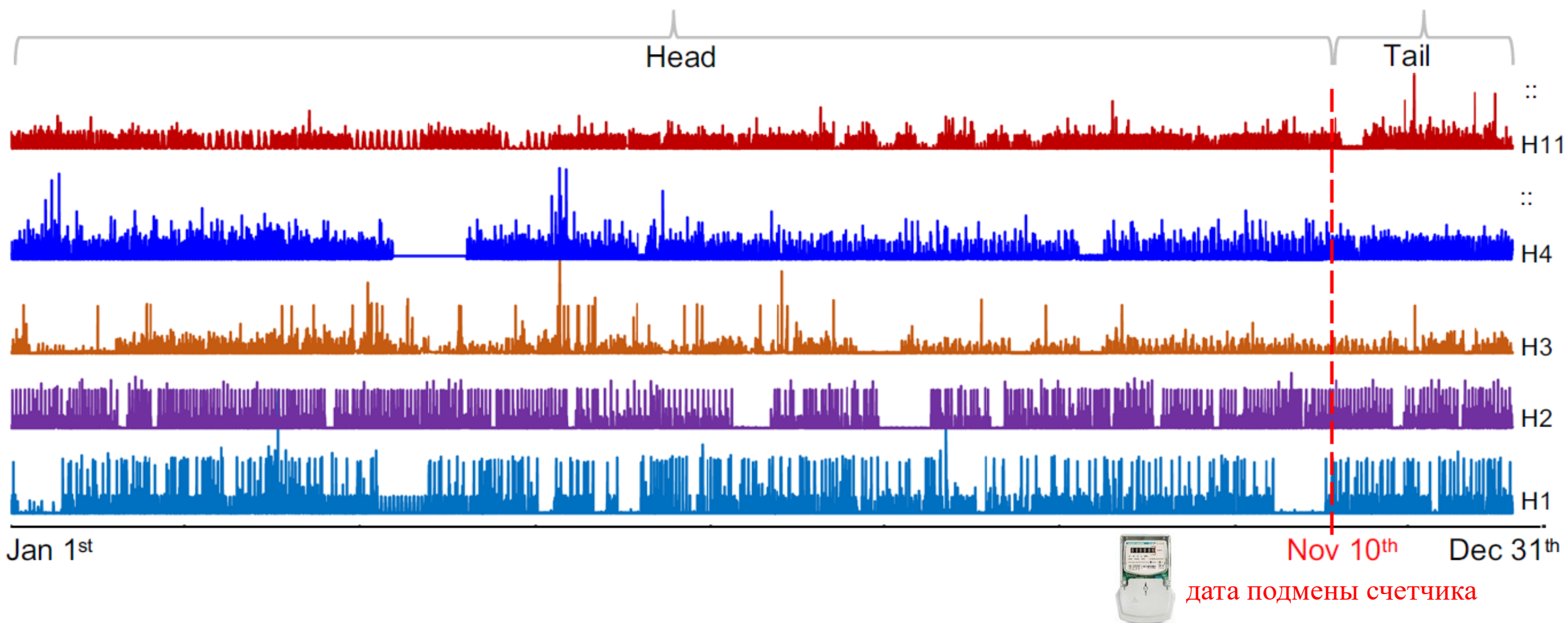
```
cisum := Reverse(music)
{P,I} := MPjoin(music,cisum,150) // 37.5 c
```

# Раскрытие краж электричества подменой счетчиков (meter-swapping)

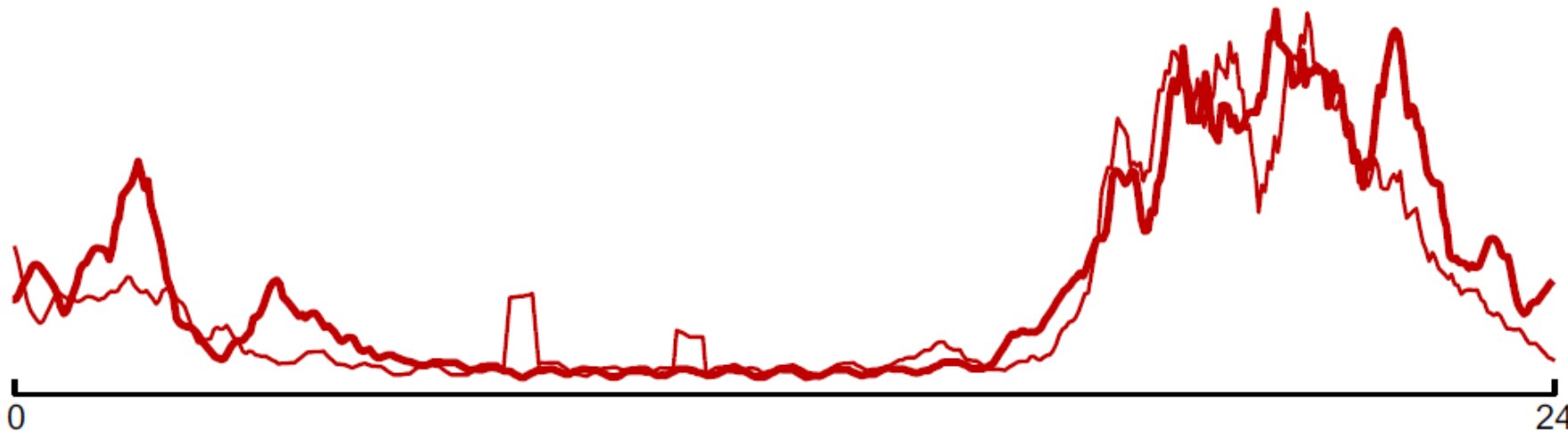




# Раскрытие краж электричества подменой счетчиков (meter-swapping)

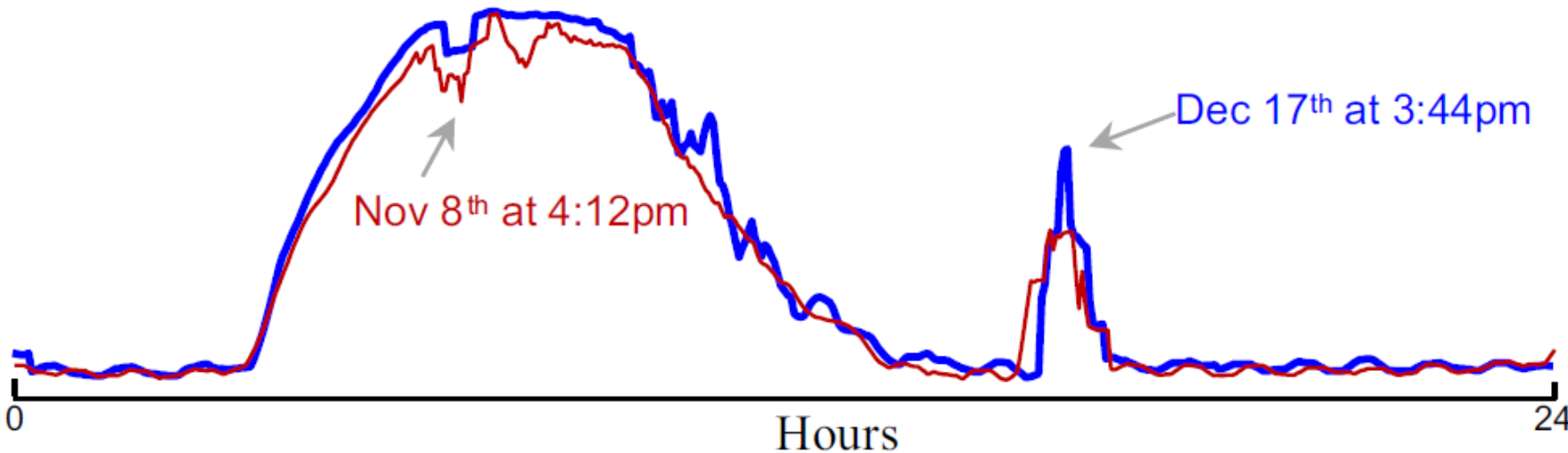


# Раскрытие краж электричества подменой счетчиков (meter-swapping)



Топ-1 мотив  
 $MPjoin(Head(H_{11}), Tail(H_{11}))$

$ED(left, right) = 9.56$   
(менее среднего расстояния  
по всем домам)



Топ-1 мотив  
 $MPjoin(Head(H_{11}), Tail(H_4))$

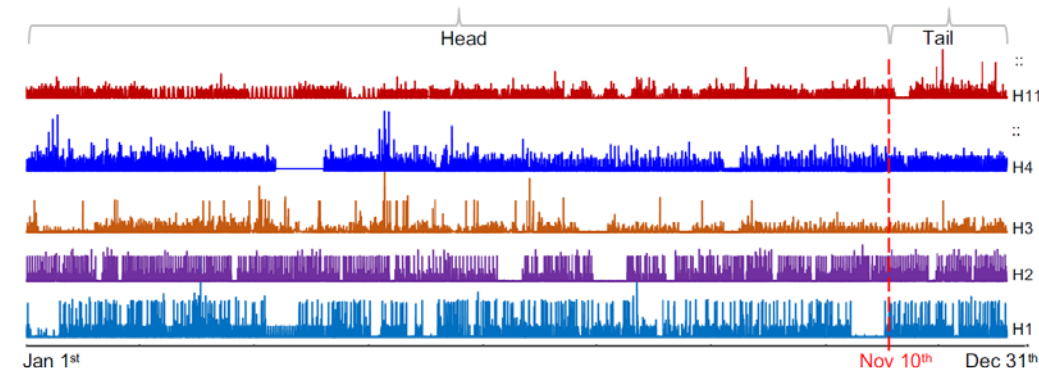
$ED(left, right) = 2.85$

# Раскрытие краж электричества подменой счетчиков (meter-swapping)

$$\text{SwapScore}(H_i, H_j) = \frac{\min \text{MPjoin}(\text{Head}(H_i), \text{Tail}(H_j))}{\min \text{MPjoin}(\text{Head}(H_i), \text{Tail}(H_i)) + \varepsilon}$$

```

minScore := +∞
for i := 1 to NumHouse do
  {P, I} := MPjoin(Head(Hi), Tail(Hi), m)
  minP := min(P)
  for j := i + 1 to NumHouse do
    {J, JI} := MPjoin(Head(Hi), Tail(Hj), m)
    SwapScore := min(J) / (minP + ε)
    if SwapScore < minScore then
      minScore := SwapScore
      suspect := {Hi, Hj}
  
```



дата подмены счетчика

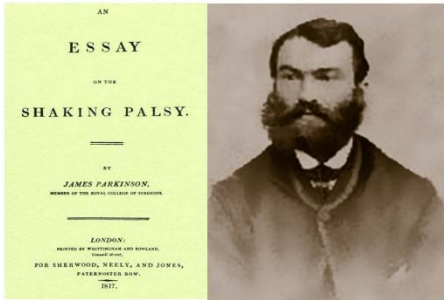
$\text{suspect} = \{H_{11}, H_4\}$

top-1 мотив

$\text{Head}(H_{11}), \text{Tail}(H_4)$

Кража со стороны H4

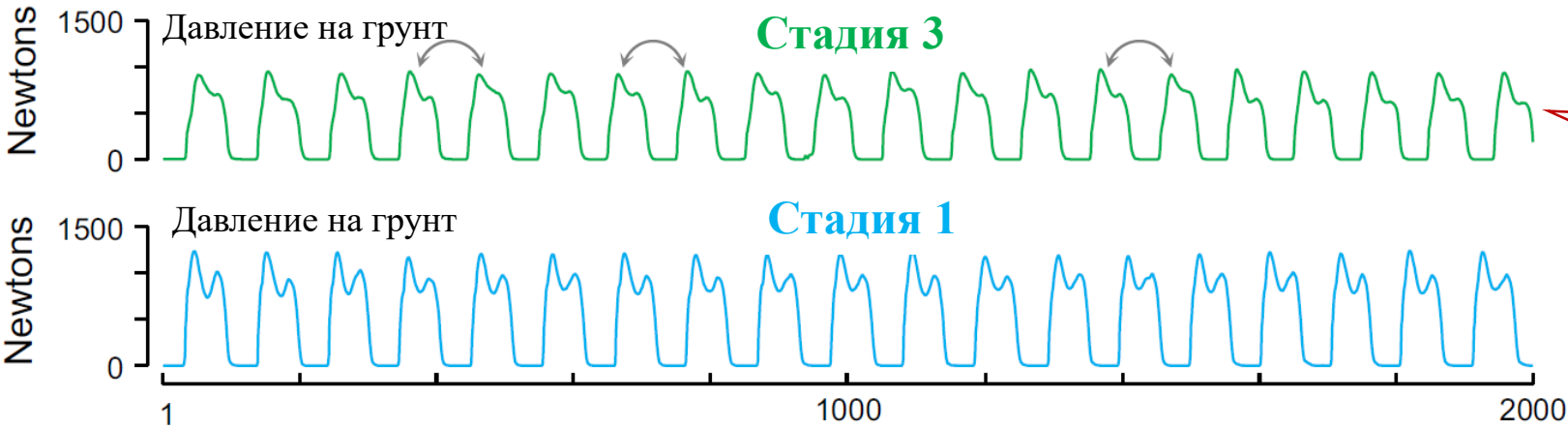
# Оценка тяжести болезни Паркинсона



Джеймс Паркинсон  
(James Parkinson)  
1755-1824

Шкала Хёэн—Яра  
(Hoehn M.M., Yahr M.D.)

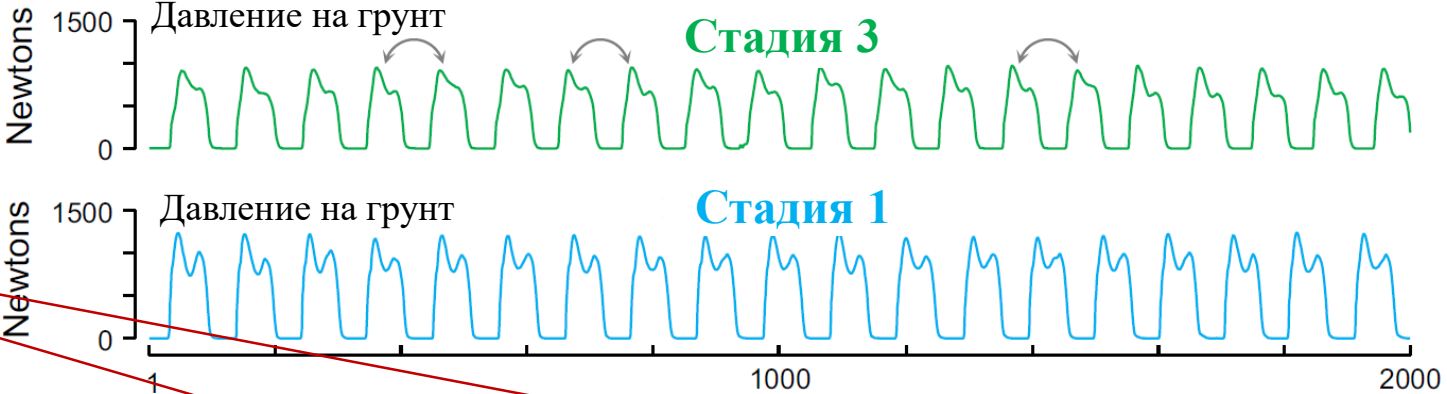
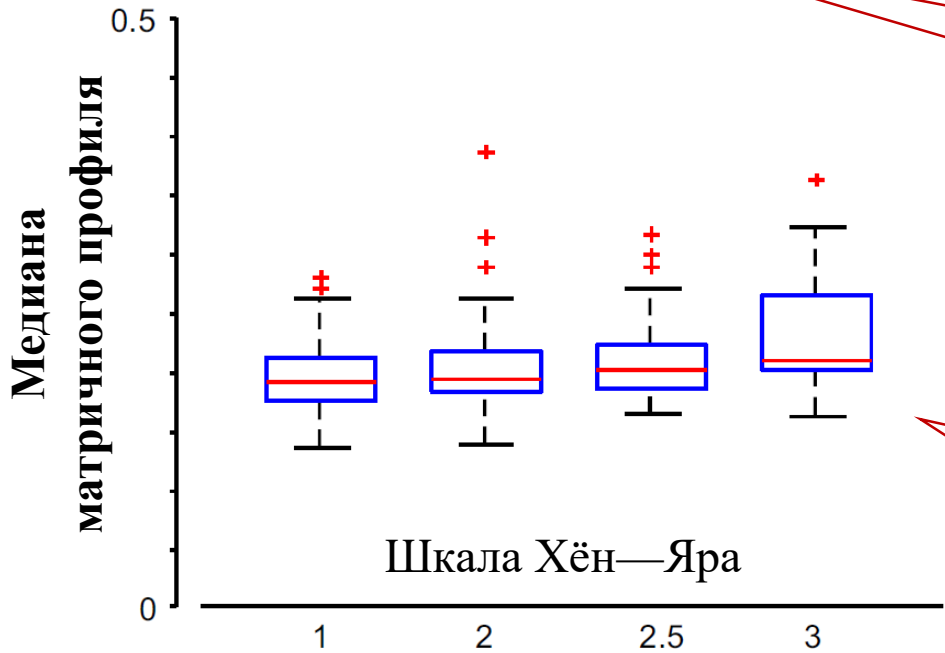
Стадия	Симптоматика
0	Нет признаков заболевания
1	Проявления на одной из конечностей
1.5	Проявления на одной из конечностей и туловище
2	Двусторонние проявления без постуральной неустойчивости
2.5	Двусторонние проявления с постуральной неустойчивостью
3	Двусторонние проявления. Постуральная неустойчивость. Способность к самообслуживанию
4	Обездвиженность, потребность в посторонней помощи. Способность ходить и/или стоять без поддержки
5	Обездвиженность, инвалидизация



При нарушениях двигательной активности циклы походки повторяются не идеально

# Оценка тяжести болезни Паркинсона

```
for i := 1 to NumPatient do
  {P,I} := MP(PatientGait(i),m)
  HoehnYahr(i) := median(P)
```



Нет отличий между соседями на ранних стадиях болезни, сильные отличия на поздних стадиях.  
Можно взять медиану матричного профиля в качестве индикатора

Эксперимент на наборе PhysioBank\*  
(93 ряда: 73 – стадия 1, 20 – стадии 2, 2.5, 3)  
Медиана матричного профиля увеличивается на поздних стадиях

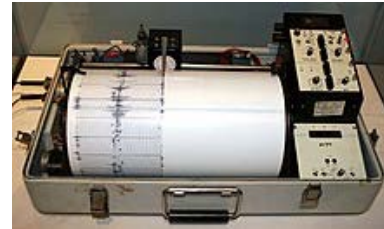
\* Goldberger A.L., et al. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a new research resource for complex physiologic signals. Circulation. 2000. 101(23), e215–e220. DOI: [10.1161/01.cir.101.23.e215](https://doi.org/10.1161/01.cir.101.23.e215)



# Обнаружение низкочастотных землетрясений (LFE, low-frequency earthquake)



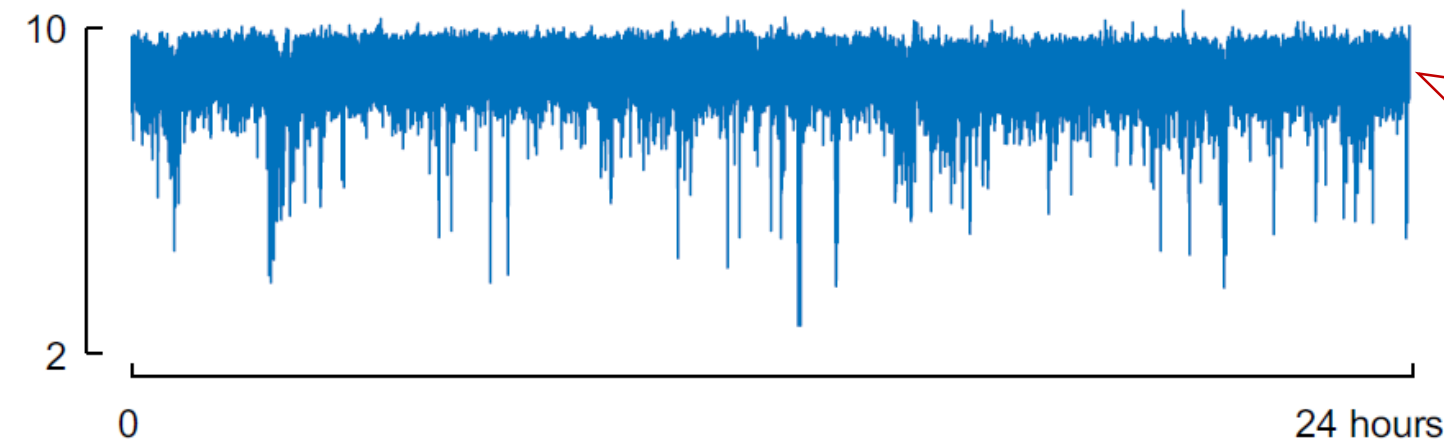
- Станции **FROB** и **JCNB** в 10 км друг от друга снимают показания сейсмографа возле разлома Сан-Андреас (частота 20 Гц, 1.728 млн. точек за сутки)



- Как автоматически фильтровать ложные LFE?

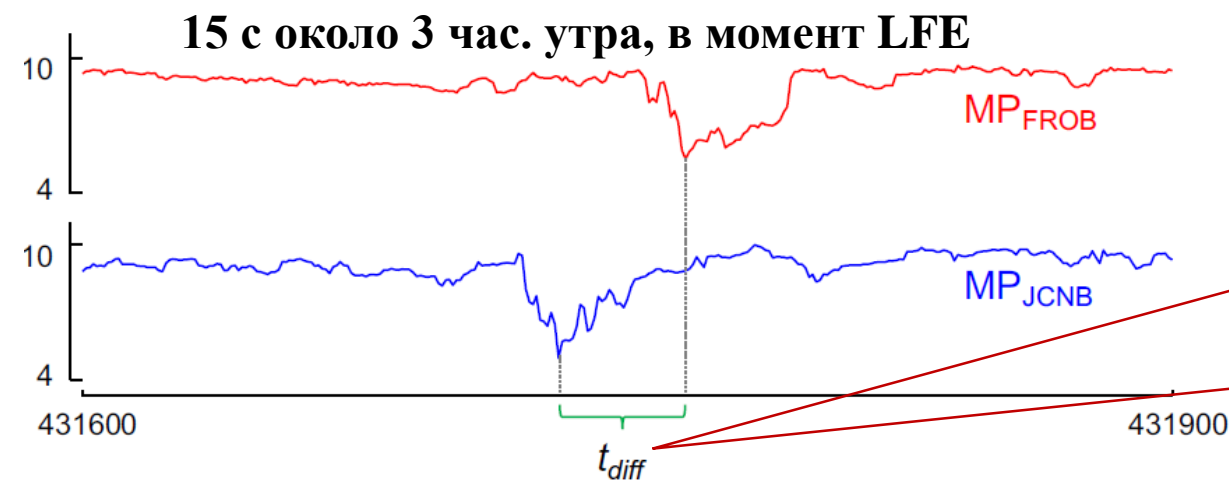
Матричный профиль суточной записи сейсмографа 9 октября 2007 на станции **FROB**

Лишь 10% «впадин» – истинные землетрясения



# Обнаружение низкочастотных землетрясений (LFE, low-frequency earthquake)

- Шумы в сейсмографе локальны, но LFE обнаруживается им в близкие (но не идентичные) моменты времени
- В момент истинного LFE матричные профили разных станций показывают низкие значения. Наоборот, при ложном LFE *один* профиль покажет низкие значения, остальные – высокие
- Для фильтрации возьмем поэлементный максимум матричного профиля (?)



**Поэлементный максимум не подходит**

Эпицентр землетрясения ближе к **JCNB**, чем к **FROB**, поэтому имеется запаздывание  $t_{diff}$ .  
Скорость распространения волны 3-4 км/с, поэтому  $t_{diff} \leq 5$  с (100 точек)

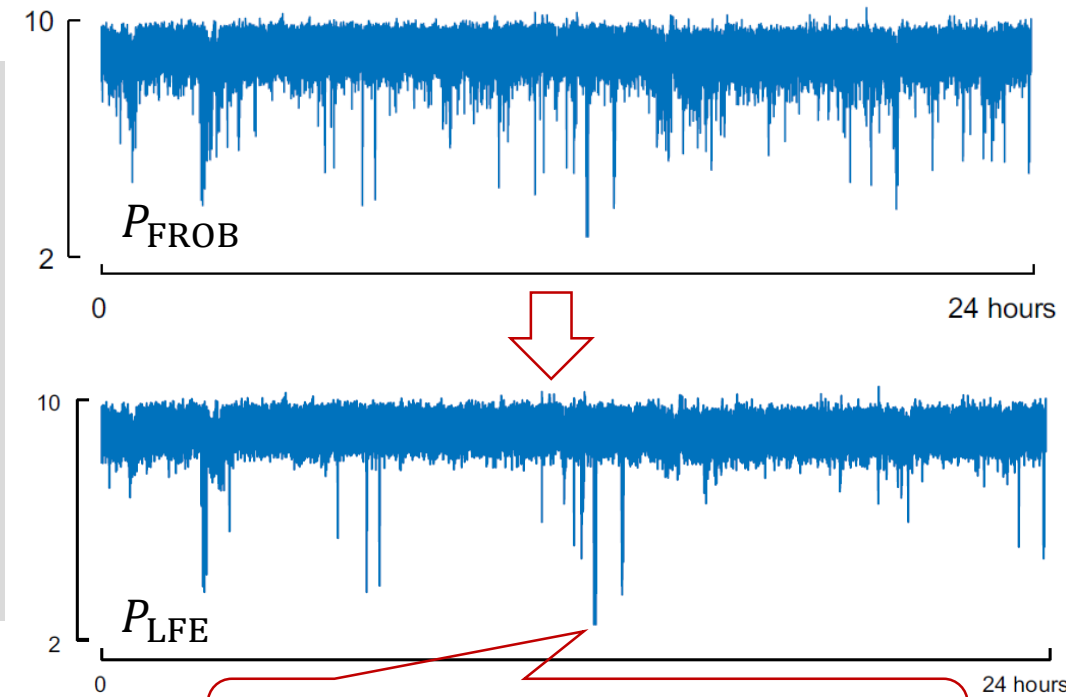
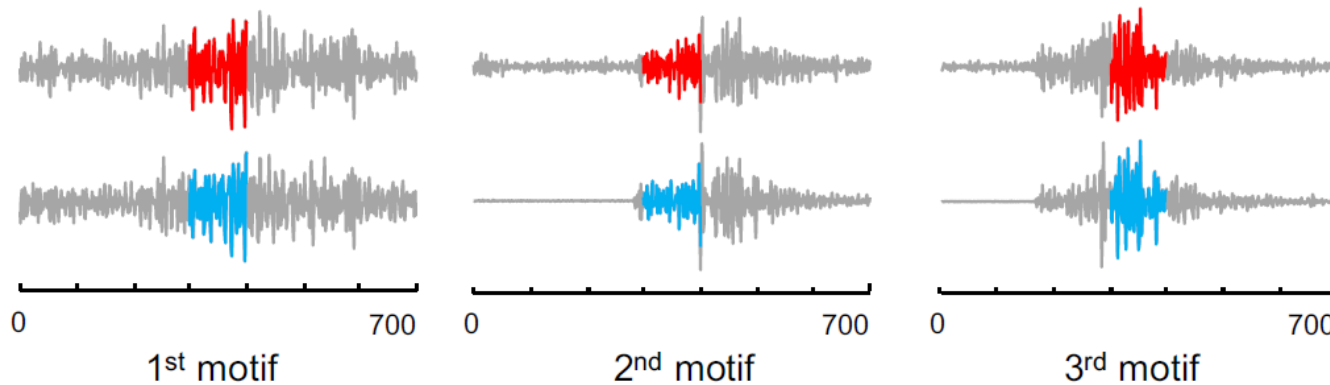


# Обнаружение низкочастотных землетрясений (LFE, low-frequency earthquake)

```

{ $P_{FROB}, I_{FROB}$ } :=  $MP(FROB, m)$ 
{ $P_{JCNB}, I_{JCNB}$ } :=  $MP(JCNB, m)$ 
for  $i := 1$  to  $|FROB|$  do
   $minVal := \min_{\max(i-100, 1) \leq k \leq \min(i+100, |JCNB|)} P_{JCNB}(k)$ 
   $minIdx := \arg \min_{\max(i-100, 1) \leq k \leq \min(i+100, |JCNB|)} P_{JCNB}(k)$ 
   $P_{LFE}(i) := \max(P_{FROB}(i), minVal)$ 
   $I_{LFE}(i) := minIdx$ 

```



Матричный профиль  
с истинными землетрясениями

Топ-3 мотива, найденных по очищенному  
матричному профилю (истинные LFE)

# Содержание

- Понятие матричного профиля
- Примеры задач, решаемых на основе матричного профиля
- **Алгоритмы вычисления матричного профиля**

# Алгоритмы вычисления матричного профиля

Алгоритм	Длина ряда	Платформа	Источник
STAMP	$10^5$		Yeh C.-C.M., Zhu Y., Ulanova L., Begum N., Ding Y., Dau H.A., Silva D.F., Mueen A., Keogh E.J. Matrix Profile I: All pairs similarity joins for time series: A unifying view that includes motifs, discords and shapelets. Proc. of the IEEE 16th Int. Conf. on Data Mining, ICDM 2016, Barcelona, Spain, 12–15 December, 2016. pp. 1317–1322. <a href="https://doi.org/10.1109/ICDM.2016.0179">https://doi.org/10.1109/ICDM.2016.0179</a> .
STOMP	$10^5$		Zhu Y., Zimmerman Z., Senobari N.S., Yeh C.-C.M., Funning G., Mueen A., Brisk P., Keogh E.J. Matrix profile II: Exploiting a novel algorithm and GPUs to break the one hundred million barrier for time series motifs and joins. Proc. of the IEEE 16th Int. Conf. on Data Mining, ICDM 2016, Barcelona, Spain, 12–15 December, 2016. pp. 739–748. <a href="https://doi.org/10.1109/ICDM.2016.0085">https://doi.org/10.1109/ICDM.2016.0085</a>
SCRIMP++	$10^6$		Zhu Y., Yeh C.-C.M., Zimmerman Z., Kamgar K., Keogh E. Matrix profile XI: SCRIMP++: time series motif discovery at interactive speeds. Proc. of the IEEE 18th Int. Conf. on Data Mining, ICDM 2018, Singapore, November 17-20, 2018. pp. 837–846. <a href="https://doi.org/10.1109/ICDM.2018.00099">https://doi.org/10.1109/ICDM.2018.00099</a>
SCAMP	$10^7$		Zimmerman Z., Kamgar K., Senobari N.S., Crites B., Funning G.J., Brisk P., Keogh E.J. Matrix Profile XIV: Scaling Time Series Motif Discovery with GPUs to Break a Quintillion Pairwise Comparisons a Day and Beyond. Proc. of the ACM Symposium on Cloud Computing, SoCC 2019, Santa Cruz, CA, USA, November 20-23, 2019. pp. 74–86. <a href="https://doi.org/10.1145/3357223.3362721">https://doi.org/10.1145/3357223.3362721</a>

# Литература

1. Yeh C.M., Zhu Y., Ulanova L., Begum N., Ding Y., Dau H.A., Silva D.F., Mueen A., Keogh E.J. Matrix Profile I: All pairs similarity joins for time series: A unifying view that includes motifs, discords and shapelets. Proc. of the IEEE 16th Int. Conf. on Data Mining, ICDM 2016, Barcelona, Spain, 12–15 December 2016. pp. 1317–1322.  
<https://doi.org/10.1109/ICDM.2016.0179>.
2. Zhu Y., Gharghabi S., Silva D.F., Dau H.A., Yeh C.-C.M., Senobari N.S., Almaslukh A., Kamgar K., Zimmerman Z., Funning G., Mueen A., Keogh E. The Swiss army knife of time series data mining: Ten useful things you can do with the matrix profile and ten lines of code. Data Min. Knowl. Discov. 34(4): 949-979 (2020).  
<https://doi.org/10.1007/s10618-019-00668-6>.