ЗМІСТ

Мета роботи: Вивчення множин, операцій над множинами, комп'ютерного подання множин.

ВСТУП

Для наших цілей достатньо буде викладення основ так званої інтуїтивної або наївної теорії множин, яка в головних своїх положеннях зберігає ідеї та результати засновника теорії Г. Кантора.

В інтуїтивній теорії множин поняття «множина» належить до первинних невизначальних понять, тобто воно не може бути означено через інші більш прості терміни або об'єкти, а пояснюється на прикладах, апелюючи до нашої уяви та інтуїції. Такими поняттями в математиці є також поняття «число», «пряма», «точка», «площина» тощо.

Прикладами множин можуть служити: множина десяткових цифр, множина літер українського алфавіту, множина мешканців Києва, множина парних чисел, множина розв'язків деякого рівняння та ін.

1. МНОЖИНА. КОРТЕЖ. ДЕКАРТІВ ДОБУТОК

Множиною називають будь-який набір певних відмінних один від одного об'єктів нашої інтуїції чи інтелекту, розглядуваних як одне ціле. Відповідно до цього опису вивчають не окремі об'єкти, а їх сукупності як певні утворення.

Об'єкти, що утворюють множину, називають її елементами. Про множину говорять, що вона містить ці елементи.

Множину можна задати, навівши її елементи у фігурних дужках. Наприклад, множина $A = \{a, e, i, o, u\}$ містить елементи a, e, i, o, u й лише ці елементи. Множина не може містити двох однакових елементів, а порядок її елементів не фіксують.

Для часто використовуваних множин є спеціальні позначення:

$\boldsymbol{\varnothing}$ – порожня множина, що не містить жодного елемента;

$\boldsymbol{Z}$ – множина цілих чисел, $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\};$

$\boldsymbol{R}$ – множина дійсних чисел;

$\boldsymbol{N}$ – множина натуральних чисел, $N = \{1, 2, \dots\};$

$\boldsymbol{N_0}$ – множина натуральних чисел із числом 0, $N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}.$

Можна задати множину, зазначивши спільну властивість всіх її елементів.

Дві множини A і B називають рівними, якщо вони складаються з одних і тих самих елементів. Рівність множини A і B записують як A=B.

Множину A називають підмножиною множини B, якщо кожний елемент множини A належить B.

Множини бувають скінченними та нескінченними. Скінченною називають множину для якої існує натуральне число, що дорівнює кількості її елементів. Множину, яка не є скінченною, називають нескінченною. Кількість елементів скінченної множини А позначають як |A| і називають потужністю. Поняття потужності вводять і для нескінченних множин.

Часто всі досліджувані множини являють собою підмножини якоїсь множини, називаної універсальною множиною, чи універсумом. Універсальну множину позначають як U.

Множини можна зображати графічно за допомогою діаграм Венна. Універсальну множину позначають прямокутником, а всі інші множини – кругами в ньому.

Кортеж – це впорядкований набір елементів. Це не означення кортежу, бо не пояснено, що таке впорядкований набір. Поняття «кортеж» (вектор, рядок, ланцюжок), як і поняття множини, є первісним, неозначуваним. Елементи, які утворюють кортеж, називають його компонентами. Компоненти нумерують, кількість компонент називають довжиною (розмірністю) кортежу.

На відміну від елементів множини, компоненти кортежу можуть повторюватися. Кортеж записують в круглих дужках, наприклад (a, b, c, a, d)– кортеж довжиною 5. Іноді дужки й навіть коми не пишуть, наприклад 011001. Кортеж довжиною 2 часто називають парами, довжиною 3 – трійками, довжиною n – n-ками («енками»).

Два кортежі рівні, якщо вони мають однакову довжину та відповідні їх компоненти рівні.

Декартовим добутком множин A та B називають множину всіх таких пар (a, b), що $a \in A$, $b \in B$. Зокрема, якщо $A=B$, то обидві компоненти належать A. Такий добуток позначають як A^2 та називають декартовим квадратом множини A. Аналогічно, декартовим добутком n множин A1, …, An називають множину всіх таких кортежів $(a_1, \ldots, a_n)$ довжиною n, що $a_1 \in A_1, \ldots, a_n \in A_n$. Частковий випадок $A \times \ldots \times A$ позначають як A^n і називають n-м степенем множини A.

Для скінчених множин потужність (кількість елементів) декартового добутку дорівнює добутку потужностей цих множин: $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.

Приклад 1. Нехай A ={a,b}, B={1,2,3}. Тоді,

$A \times B$ = {(a,1), (b,1), (a,2), (b,2), (a,3), (b,3)}

$B \times A$= {(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)}.

Отже, $A \times B \neq B \times A$.

Приклад 2. Задано множини A та B (табл. 2.3). Знайти декартовий добуток $A \times B$ та A^2 . A={1,2,3}; B={3,5}. Програма, яка реалізує дане завдання:

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
```

```
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#define _USE_MATH_DEFINES
#include <cmath>
#include <conio.h>
using namespace std;

int main(){
	int a[3] = { 1, 2, 3 }, b[2] = { 3, 5 };
	cout << "AxB={";
	for (int i = 0; i < 3; i++){
		for (int j = 0; j < 2; j++)
			cout << '(' << a[i] << ',' << b[j] << ");";
	}
	cout << '}'<<endl<<"A^2={"; for
	(int i = 0; i < 3; i++){
		for (int j = 0; j < 3; j++)
			cout << '(' << a[i] << ',' << a[j] << ");";
	}
	cout << '}' << endl;
	_getch();
	return 0;
}
```

1.1. Операції над множинами

Будемо вважати, що всі розглянуті множини – підмножини якогось універсуму U. Для довільних множин A та B можна побудувати нові множини за допомогою теоретико – множинних операцій:

- об’єднанням множин A та B називають множину $A \cup B = \{x | (x \in A) \vee (x \in B)\}$;
- перетином множин A та B називають множину $A \cap B = \{x | (x \in A) \wedge (x \in B)\}$;
- різницею множин A та B називають множину $A \setminus B = \{x | (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$;
- доповненням множини A називають множину $\overline{A} = U \setminus A$, де U – універсальна множина.

На рис. 1 нижче можна побачити діаграми Венна, які ілюструють операції над множинами.

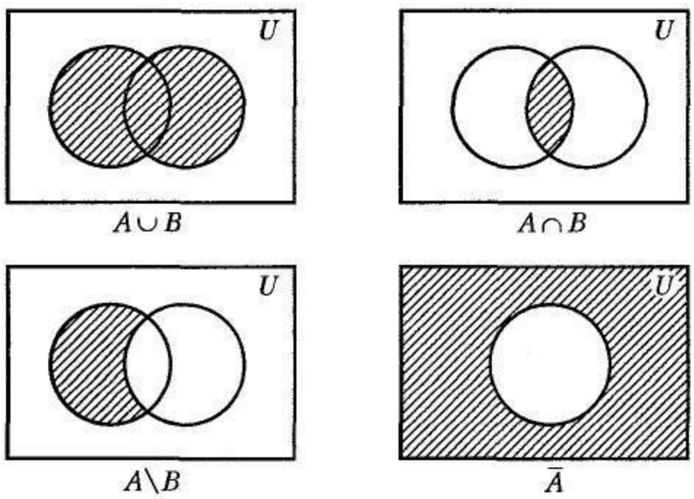

Рис. 1. Діаграми Венна операцій над множинами

До того ж, теоретико-множинні операції задовольняють законам, наведеним у табл. 1:

Таблиця 1

Операції над множинами

Назва законів	**Формулювання законів**
1. Закони комутативності	*а)* $A \cup B = B \cup A$ *б)* $A \cap B = B \cap A$
2. Закони асоціативності	а) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ б) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
3. Закони дистрибутивності	а) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ б) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. Закон подвійного доповнення	$\overline{(\overline{A})} = A$
5. Закони ідемпотентності	*а)* $A \cup A = A$ *б)* $A \cap A = A$
6. Закони де Моргана	а) $\overline{A \cup B} = \overline{B} \cap \overline{A}$ *б)* $\overline{A \cap B} = \overline{B} \cup \overline{A}$
7. Закони поглинання	а) $A \cap (A \cup B) = A$ б) $A \cup (A \cap B) = A$
8. Закони тотожності	а) $A \cup \varnothing = A$ б) $A \cap U = A$
9. Закони домінування	а) $A \cup U = U$ б) $A \cap \varnothing = \varnothing$

1.2. Комп'ютерне подання множин

У комп'ютері можна подавати множини різними способами. Один із способів – зберігати невпорядковані елементи множини. Проте в такому разі операції з множинами займатимуть багато часу через те, що потрібно щоразу переглядати елементи. Тому розглядають інші способи.

Одним із найпоширеніших і найпростіших способів – подання множин за допомогою бітових рядків. Упорядкуємо довільним способом елементи універсальної множини. Нехай універсальна множина U містить n елементів, тоді $U = \{a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n\}$

Множину подають у комп'ютері рядком 1 і 0 довжиною n так: якщо $a_i \in A$, то і-й біт дорівнює 1, а ні, то 0.

Якщо універсальна множина *U* має велику потужність, а її підмножини не дуже потужні, то подання за допомогою бітових рядків неефективне щодо витрат пам’яті. У такому разі доцільно використовувати інші структури даних – зазвичай зв’язні списки та хеш-таблиці. У певних задачах потрібні спеціальні методи подання множин, які ґрунтуються на використанні дерев.

2. ЗАВДАННЯ

Порядок виконання роботи: Скласти комп’ютерну програму із зазначеними вхідними даними та результатами для завдання 1.

Завдання 1: Задана універсальна множина *U={1,2,3,4,…,25}* та три її підмножини A, B, C (табл. 2). Знайти F (табл. 3).

Таблиця 2

Варіанти підмножин

№	A	B	C
1	{1,9,10,11,15,16,17,22}	{1,4,5,6,7,8,13,14,18,19,23}	{1,2,3,4,5,16,18,19,24,25}
2	{1,2,5,11,13,16,17,20,24}	{1,2,6,7,8,15,16,17,18,23}	{1,2,3,4,5,6,7,14,15,16,22}
3	{1,2,7,8,9,11,12,19,20,25}	{1,2,3,4,5,6,14,15,16,17,23}	{1,4,5,6,7,13,14,19,20,24}
4	{1,2,3,10,11,12,13,20,25}	{1,2,3,14,15,16,17,18,23}	{1,4,5,12,13,18,19,20,25}
5	{1,2,4,13,15,16,20,21,25}	{1,2,3,4,5,6,7,13,20,21,25}	{1,2,3,4,5,6,13,14,15,16,21}
6	{1,2,3,4,5,6,7,11,12,13,17,18}	{1,2,3,4,5,13,14,16,20,24}	{1,9,10,11,12,13,17,18,22}
7	{1,4,5,6,7,15,16,17,18,25}	{1,2,6,7,8,9,14,16,20,24}	{1,5,6,7,12,13,18,19,24,25}
8	{1,5,6,9,10,14,15,16,21,22}	{1,2,11,16,17,20,21,24,25}	{1,2,6,7,8,12,17,21,22,25}
9	{3,4,5,6,7,13,14,17,18,25}	{4,5,7,8,9,10,11,19,23,25}	{1,6,7,8,9,13,14,18,19,23}
10	{1,2,3,4,5,11,12,17,19,22}	{1,2,3,6,7,13,14,17,18,24}	{1,2,3,13,15,16,20,21,25}
11	{1,4,5,6,13,14,18,19,20,25}	{1,2,3,4,11,12,13,20,21,25}	{1,2,6,7,11,12,13,14,15,21,22}
12	{8,9,10,11,12,16,17,22,25}	{3,4,5,6,11,12,13,17,19,20}	{1,4,5,6,12,13,16,17,18,22}
13	{1,2,3,4,13,14,16,17,21}	{1,3,4,5,6,13,14,15,20,21}	{1,9,10,11,12,13,18,19,24}
14	{1,3,4,5,11,12,15,16,22,25}	{1,2,15,16,17,22,23,24,25}	{1,2,9,10,11,16,17,21,22,23}
15	{1,2,3,7,8,9,10,18,19,20,24}	{1,8,9,10,13,17,18,21,24,25}	{1,2,3,4,14,15,18,20,24,25}
16	{1,4,5,12,13,14,15,16,21,22}	{1,2,3,4,5,6,11,12,13,17,18}	{1,13,14,19,20,22,23,24,25}
17	{1,2,3,8,9,10,11,14,18,20,24}	{1,2,3,4,5,6,13,16,17,21,25}	{1,10,11,12,13,17,20,21,24}
18	{2,4,5,7,12,13,18,20,24,25}	{1,2,7,11,12,16,17,21,22}	{5,9,10,14,15,19,20,24,25}
19	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}	{1,2,3,4,5,6,7,22,23,24,25}	{11,12,13,14,15,16,24,25}
20	{1,8,14,18,19,22,23,24,25}	{1,4,5,10,11,17,18,23,25}	{1,10,11,12.15,19,20,24,25}
21	{1,2,3,4,8,9,10,16,19,20,21}	{4,5,6,7,10,16,17,18,23,25}	{1,2,10,11,16,17,21,22,25}
22	{1,2,7,8,9,10,15,16,21,22}	{1,2,13,14,15,19,20,23,24}	{1,2,3,4,5,11,12,13,14,15,25}
23	{7,8,9,10,14,15,18,19,22,23}	{1,6,7,8,9,15,16,20,21,25}	{1,2,3.4,12,15,19,22,23}
24	{1,2,3,4,12,13,16,20,24,25}	{1,2,3,4,9,10,11,16,17,22,25}	{6,7,8,14,15,16,19,22,25}
25	{1,6,7,8,9,13,14,15,19,20,24}	{1,2,3,5,6,7,13,18,19,20,23}	{1,2,12,13,14,15,19,20,25}
26	{7,8,9,12,15,16,23,24,25}	{1,2,3,4,5,6,15,16,21,24,25}	{18,19,20,21,22,23,24,25}
27	{3,4,5,6,7,14,18,19,20,24,25}	{1,2,3,4,5,6,7,14,16,21,22}	{1,2,3,4,5,6,7,8,9,16,17,23,24}
28	{8,9,10,11,17,18,23,24,25}	{1,7,8,9,10,15,16,20,24,25}	{1,2,3,4,12,13,22,23,24,25}
29	{1,2,3,13,23,24,25}	{4,5,6,7,12,13,18,19,20,23}	{1,2,3,10,11,12,15,19,20,25}

30	{10,11,12,13,14,15,16,17}	{1,2,3,4,13,14,18,19,20,24}	{1,2,3,4,14,15,16,20,21}

Таблиця 3

Формули

№	Множина	№	Множина
1	$\overline{A\cap\overline{B}}\setminus A\cap C$	2	$\overline{(A\cap B)}\setminus A\cup B\cap C$
3	$\overline{A\cap\overline{B}}\setminus\overline{A}\cap\overline{C}$	4	$\overline{(A\cap\overline{\overline{B}})}\setminus A\cup B\cup C$
5	$((\overline{\overline{A}\cap\overline{\overline{B}}})\setminus A\cap\overline{B})\cup C$	6	$(\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus A\cup B)\cup C$
7	$\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus A\cup B\cap C$	8	$\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus A\cap\overline{B\cup C}$
9	$(\overline{(A\cap\overline{B})\setminus}A\cup B)\cap C$	10	$(\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus A\cap B)\cup C$
11	$((A\cup\overline{B})\setminus A\cap B)\setminus\overline{C}$	12	$(\overline{(A\setminus\overline{B})}\setminus A\cup B)\setminus\overline{C}$
13	$((A\cup C)\setminus C\cup B)\setminus\overline{C}$	14	$((A\setminus\overline{B})\setminus A\cup B)\setminus\overline{C}$
15	$\overline{\overline{A\cap\overline{B}}\setminus A\cap C}$	16	$((A\cup\overline{B})\cap\overline{A\setminus B})\setminus\overline{C}$
17	$\overline{(A\cup\overline{B})}\setminus\overline{A\cup\overline{B}}\cup C$	18	$\overline{((A\setminus\overline{B})\setminus\overline{A}\cup B)\setminus\overline{C}}$
19	$\overline{A\cup\overline{B}}\setminus\overline{A}\cap\overline{C}$	20	$A\cup B\setminus A\cap C$
21	$\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus\overline{A}\cup(B\setminus\overline{C})$	22	$A\cup\overline{B\cap C}\setminus A$
23	$\overline{(A\cup\overline{B})}\setminus A\cup\overline{B\cup C}$	24	$\overline{A\cup(A\cap B)\cup\overline{C}}$
25	$(\overline{(A\cap\overline{B})}\setminus\overline{A\cup B)}\setminus C$	26	$\overline{\overline{C\setminus A}\cup\overline{\overline{B\cup C}}}$
27	$((A\cup\overline{B})\setminus\overline{A\cap\overline{B}})\setminus\overline{C}$	28	$\overline{A\setminus(A\cap B)\cup\overline{C}}$
29	$((A\cup C)\setminus\overline{C}\cup B)\setminus\overline{B}$	30	$C\setminus A\cup\overline{B\cup C}$

Завдання 2: Для формул, наведених у табл. 3, побудувати діаграми Венна за допомогою будь-якого графічного редактора.

Завдання 3: Задано множини *A* та *B* (табл. 4). Знайти декартовий добуток $A\times B$ та A^2.

Таблиця 4

Множини A та B

№	Множини	№	Множини
1.	A={1,2,3}; B={3,5}	2.	A={2,5,4,6}; B={3,5,4,5}
3.	A={1,5,6,7}; B={2,4}	4.	A={1,3,5}; B={2,6}
5.	A={1,4,6}; B={2,6}	6.	A={3,5}; B={3,6,7}
7.	A={1,5,7,9}; B={0,6,7}	8.	A={1,3,4}; B={2,4}
9.	A={1,3,4}; B={5,6,3}	10.	A={1,2}; B={1,2}
11.	A={1,2,3}; B={1,2,3}	12.	A={1,4,6}; B={1,4,8}

13.	A={1,8,9}; B={6,8}	14.	A={1,2,3}; B={4,5,6}
15.	A={4,7,9}; B={1,2,5}	16.	A={2,5,8}; B={3,6,7}
17.	A={4,5,8}; B={1,2,3,4}	18.	A={1,2}; B={1,2,3,4,5}
19.	A={4,5,7}; B={3,5,9}	20.	A={1,2}; B={1,2,3,4,8}
21.	A={7,5}; B={4,9}	22.	A={7,8,4}; B={1,2,3}
23.	A={1,5,9}; B={7,5,3}	24.	A={1,2}; B={3,5,4}
25.	A={1,7,4}; B={4,7,1}	26.	A={2,4,8}; B={3,7}
27.	A={5,8}; B={2,5,4}	28.	A={1,4}; B={1,2,5}
29.	A={4,7}; B={3,5,9}	30.	A={0,2}; B={1,2,3}

3. ВИМОГИ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Кожен студент отримує набір завдань відповідно до свого порядкового номеру у списку групи або відповідно до номеру залікової книжки.
2. Звіт про виконання роботи оформляються у вигляді завдань та розв’язку до них.
3. Звіт акуратно оформляється на аркушах А4 та скріпляються скріпкою.
4. Звіт про виконання лабораторної роботи необхідно захистити у строго визначені терміни.

4. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Множини, кортеж, декартів добуток.
2. Операції над множинами.
3. Комп’ютерне подання множин.

5. ЗМІСТ ЗВІТУ ПО РОБОТІ

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.

Теоретична частина (множини, операції над множинами, комп’ютерне подання множин).

3. Опис виконаної роботи та отриманих результатів (запрограмувати завдання 1, 3):
   – завдання;
   – текст програми;
   – результати виконання програми;
4. Висновки.

Додаток А

ТИТУЛЬНА СТОРІНКА ЗВІТУ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

Міністерство освіти і науки України

Національний університет “Львівська політехніка”

Кафедра інформаційних

систем та мереж

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Звіт

до лабораторної роботи №__

____

(назва лабораторної роботи)

Виконав:

студент гр._________

(назва групи)

____

(прізвище та ініціали студента)

Прийняв:

____

(прізвище та ініціали викладача)

Львів – 20__