ЗМІСТ

Мета роботи: Вивчення основних правил комбінаторного аналізу, обчислення кількості розміщень та сполучень, застосування бінома Н'ютона, розв'язування рекурентних рівнянь.

ВСТУП

У комбінаторному аналізі (комбінаториці) вивчають об'єкти з певної скінченної множини, а також способи їх вибору та розміщення відповідно до заданих правил. У системному аналізі комбінаторика використовується для оцінки складності алгоритмів, дискретної оптимізації, кодування, шифрування та низки інших задач.

1. ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРНОГО АНАЛІЗУ. ПОНЯТТЯ ВИБІРКИ. РОЗМІЩЕННЯ ТА СПОЛУЧЕННЯ.

Сформулюємо два основних правила комбінаторики: правила суми та правила добутку.

Правило суми. Якщо об'єкт x можна вибрати n_1 способами, а об'єкт y – n_2способами, то можна вибрати або x, або y $n_1 + n_2$ способами.

Приклад 1. В ящику знаходиться 8 білих і 6 чорних кульки. Тоді за правилом суми вибрати одну кульку: білу або чорну можна 8 + 6 = 14 способами.

Правило добутку. Якщо об'єкт x можна вибрати n_1 способами, а об'єкт y – n_2способами, і вибір об'єктуx не впливає на кількість способів вибору об'єктуy, то пару об'єктів(x, y) можна вибрати$n_1 * n_2$ способами.

Приклад 2. В ящику знаходиться 8 білих і 6 чорних кульки. Потрібно вибрати одну білу та одну чорну кульку. За правилом добутку білу та чорну кульки можна вибрати $8 * 6 = 48$способами.

Розглянемо поняття вибірки.

*Вибіркою*із множини $A = \{a_1, a_2, \dots a_n\}$називають сукупність об'єктів $[b1, b2, \dots bk]$,де $bi \in A$,$i=1,\dots,r$.

Вибірку називають *упорядкованою,* якщо задано порядок її елементів, а ні – то *невпорядкованою. В*порядкована r-вибірка – це кортеж (вектор) з r компонентами, і тому її позначають $(b1, b2, \dots, br,)$, $bi \in A$, $i=1,\dots,r$. Невпорядковану r-вибірку позначатимемо як $[b1, b2\dots, b_r]$, $bi \in A$, $i=1,\dots,r$. Упорядкованіr-вибіркизn-елементноїмножини називають*розміщеннями з n елементів по r,* а невпорядковані – *сполученнями з n елементів по r*. Використовують також поняттяr-розміщенняйr-сполучення.

Вибірка називаютьсяу*вибіркою без повторень,* якщо спосіб вибору її елементів виключає можливості повторів у її елементах, у протилежному випадку її називають*вибіркою з повтореннями.*

Приклад 3. Задано множинуA = {1, 2, 3}, тобтоn = 3. Наведемо розміщення без повторень із трьох елементів по два, тобтоr =2:

(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 1), (3, 1), (3, 2);

розміщення з повтореннями з трьох елементів по два:

(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 1) (3, 1), (3, 2), (1, 1), (2, 2), (3, 3);

сполучення без повторень із трьох елементів по два:

[1, 2], [1, 3], [2, 3];

сполучення з повтореннями із трьох елементів по два:

[1, 2], [1, 3], [2, 3], [1, 1], [2, 2], [3, 3].

Зазначимо, що сполучення без повторень з n елементів поr — це простоr-елементніпідмножини множини зn елементів; отже, їх можна записати так: {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}. Сполучення з повтореннями — це не множина у звичайному розумінні: її елементи можуть повторюватись, тобто зустрічатися більше одного разу.

1.1. Обчислення кількості розміщень і сполучень

Кількість усіх розміщень без повторень з n елементів по r позначають як A_n^r або $A(n,r)$, деn i r – невід'ємні числа. Кількість різних розміщень із повтореннями з n елементів поr позначають як $\tilde{A}_n^r$ або $\tilde{A}(n,r)$. Кількість усіх сполучень без повторень зnелементів по r позначають якC_n^r ,$C(n,r)$або $\binom{n}{r}$, де n i r – невід'ємні числа, причому $r \le n$. Кількість усіх сполучень із повтореннями зn елементів поr позначимо якH_n^r або$H(n,r)$. Числа C_n^r – називають біноміальними коефіцієнтами.

$$A_n^r = n(n-1)...(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\tilde{A}_n^r = n^r$$

$$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$H_n^r = C_{n+r-1}^r$$

1.2. Перестановки. Обчислення кількості перестановок

Перестановка з n елементів – це розміщення без повторень з n по n елементів, тобто в розміщення входять усі елементи. Перестановки з n елементів називають також *n-перестановками.* Кількість перестановок позначають як $P_n^r = A_n^n = n!$.

Розглянемо тепер задачу про перестановки n елементів за умови, що не всі елементи різні. Такі перестановки називають перестановками з повтореннями і позначають як $P_n(n_1, n_2, ..., n_k)$.

$$P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!}$$

Приклад 4. Знайдемо кількість слів, які можна утворити, переставляючи букви слова КНИГА. Оскільки жодна буква тут не повторюється, то можна утворити $P_5 = 5! = 120$ слів.

Приклад 5. Знайдемо кількість слів, які можна утворити, переставляючи букви слова НАВЧАННЯ. У цьому слові є повторні входження букв, тому скористаємося формулою перестановок із повтореннями:

$$P_8(3,2,1,1,1) = \frac{8!}{3!2!1!1!1!} = 3360 \text{ слів.}$$

2. БІНОМ НЬЮТОНА

Біном Ньютона – це формула для розкладу на окремі складові цілого невід’ємного ступеня суми двох змінних, що має вигляд:

$$(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n} C_n^r x^r y^{n-r} = \sum_{r=0}^{n} C_n^r x^{n-r} y^r$$

Числа C_n^r називають *біноміальними коефіцієнтами.* C_n^r – кількість сполучень з n елементів по j.

Розглянемо деякі властивості біноміальних коефіцієнтів.

1. Правило симетрії. Нехай *n* і *r* – невід’ємні числа $r \le n$. Тоді $C_n^r = C_n^{n-r}$.

2. Рівність Паскаля : $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$.

Приклад 6. Знайдемо розклад виразу $(x+y)^4$. Скориставшись біноміальною теоремою, можемо записати:

$$(x+y)^4 = C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3 y + C_4^2 x^2 y^2 + C_4^3 x y^3 + C_4^4 y^4 = x^4 + 4x^3 y + 6x^2 y^2 + 4xy^3 + y^4$$

Приклад 7. Визначимо коефіцієнт при $x^{10} y^8$ в розкладі $(x+y)^{18}$. Цей коефіцієнт дорівнює:

$$C_{18}^{10} = \frac{18!}{10!8!} = 43758.$$

Приклад 8. Визначимо коефіцієнт C при $x^{40}y^{18}$ в розкладі $\left(4x^5 + 3y^2\right)^{17}$*. Для цього запишемо таке рівняння:*

$$\left(4x^5 + 3y^2\right)^{17} = \sum_{i=0}^{17} C_{17}^{i} 4^i x^{5i} 3^{17-i} y^{2(17-i)}.$$

З цього випливає, що коефіцієнт C при $x^{40}y^{18}$ дорівнює:

$$C = C_{17}^{8} * 4^8 * 3^9 = \frac{17!}{8!9!} * 4^8 * 3^9.$$

Біноміальні коефіцієнти з трикутника Паскаля співпадають з отриманим виразом.

1. **Унімодальність.** За фіксованого n послідовність біноміальних коефіцієнтів $(C_n^k), k = 0,1,2,..., n$, унімодальна, $m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$. У разі парного n максимум досягається в точці $m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor = \frac{n}{2}$, в разі непарного – у двох точках: $m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor = \frac{n-1}{2}$ й $m+1 = \frac{n+1}{2}$.
2. **Рівність Вандермонда.** Нехай m, n, r – цілі невід'ємні числа, причому $r \le \min\{m, n\}$. Тоді, $C_{n+m}^{r} = \sum_{k=0}^{r} C_m^{r-k} C_n^k$.
3. **Винесення за дужки.** $C_n^k = \frac{n}{k} C_{n-1}^{k-1}$
4. **Заміна індексів.** $C_n^m C_m^k = C_n^m C_{n-k}^{m-k}$

За допомогою біноміальної теореми можна довести ще дві властивості біноміальних коефіцієнтів:

1) $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$

2) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = 0$

Як узагальнення бінома Ньютона розглянемо вираз у вигляді $\left(x_1 + x_2 + \ldots + x_k\right)^n$.

Поліноміальна теорема. Вираз $\left(x_1 + x_2 + \ldots + x_k\right)^n$ дорівнює сумі всіх можливих доданків $P_n\left(n_1, n_2, ..., n_k\right) x_1^{n_1} x_2^{n2} ... x_k^{n_k}$, де $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$, тобто

$$\left(x_1+x_2+\ldots+x_k\right)^n=\sum_{\substack{n\geq 0,\ldots n_k\geq 0\\ n_1+\ldots+n_k=n}} P_n\left(n_1,\ldots,n_k\right)x_1^{n_1}x_2^{n2}\ldots x_k^{n_k}$$

3. РЕКУРЕНТНІ РІВНЯННЯ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РЕКУРЕНТНИХ РІВНЯНЬ

Числову послідовність (a_n) можна задати*рекурентним рівнянням*(використовують також термін *рекурентне співвідношення*). Таке рівняння описує правило для знаходження елементів послідовності через один або декілька попередніх, причому задано відповідну кількість початкових елементів.

Розв'язком рекурентного рівняння називають послідовність, яка задовольняє це рівняння. Інакше кажучи, послідовність задано рекурентною формулою, а потрібно знайти явний для (a_n) через n.

Метод рекурентних рівнянь у комбінаториці полягає у зведенні комбінаторної задачі до аналітичної задачі для меншої кількості об'єктів.

Рекурентне рівняння називають *лінійним однорідним порядку k зі сталими коефіцієнтами*, якщо воно має вигляд:

$$a_n=c_1a_{n-1}+c_2a_{n-2}+\ldots+c_ka_{n-k},$$

де $c_1, c_2,\ldots, c_k$ – дійсні числа та $c_k\neq 0$.

Розв'язок рекурентного рівняння *k-го* порядку називають загальним, якщо він залежить від *k* довільних сталих $B_1,\ldots, B_k$ і будь-який його розв'язок можна одержати підбором цих сталих.

Щоб рекурентне рівняння визначало конкретну послідовність, достатньо задати *k* початкових умов: $a_0=A_0,\ a_1=A_1,\ldots,\ a_{k-1}=A_{k-1}$. Із цих умов і визначають сталі $B_1,\ldots, B_k$.

Рівняння $r^k=c_1r^{k-1}+c_2r^{k-1}+\ldots+c_k$ називають *характеристичним* для рекурентного рівняння $a_n=c_1a_{n-1}+c_2a_{n-2}+\ldots+c_ka_{n-k}$. Це алгебраїчне рівняння степеня *k*. Його корені можуть бути як простими, так і кратними.

Приклад 9.Нехай заданорекурентне рівняння $a_n=9a_{n-1}+10a_{n-2}$. Характеристичне до нього буде: $r^2=9r+10$.

Якщо всі корені характеристичного рівняння прості, то загальний розв'язок рекурентного рівняння має вигляд

$$a_n=B_1r_1^n+B_2r_2^n+\ldots+B_kr_k^n.$$

Позаяк будь-який розв'язок повністю залежить від значень $a_0 = A_0,\ a_1 = A_1, ...,\ a_{k-1} = A_{k-1}$, то достатньо довести, що система лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} B_1 + B_2 + \ldots + B_k = A_0, \\ B_1 r_1 + B_2 r_2 + \ldots + B_k r_k = A_1, \\ B_1 r_1^2 + B_2 r_2^2 + \ldots + B_k r_k^2 = A_2, \\ \quad \ldots \ \ldots \ldots \ \ldots \ldots \\ B_1 r_1^{k-1} + B_2 r_2^{k-1} + \ldots + B_k r_k^{k-1} = A_{k-1} \end{cases}$$

має розв'язок за будь-яких $A_0, A_1, ..., A_{k-1}$.

Приклад 10. Розв'яжемо рекурентне рівняння з ***прикладу 9***. Маючи характеристичне рівняння $r^2 - 9r - 10 = 0$, знайдемо його розв'язки:

D = b^2 - 4ac = $(-9)^2$ – 4*1*(-10) = 81 + 40 = 121

r_1 = (9 - √121) / 2*1 = 9 - 112 = -22 = -1

r_2 = (9 + √121) / 2*1 = 9 + 112 = 202 = 10.

Загальний розв'язок рекурентного рівняння має вигляд:

$a_n = (-1)^n * B_1 + 10^n * B_2$.

Для визначення констант скористаємося початковими умовами: $a_0 = 2,\ a_1 = 7$:

$$\begin{cases} B_1 + B_2 = 2, \\ (-1) * B_1 + 10 * B_2 = 7. \end{cases}$$

Отримаємо:

$B_1 = 13/11,\ B_2 = 9/11$. Отже, $a_n = \frac{13}{11} * (-1)^n + \frac{9}{11} * 10^n$.

4. ЗАВДАННЯ

Порядок виконання роботи: Скласти комп'ютерні програми із зазначеними вхідними даними та результатами для завдань 1-4.

Завдання 1. Є колода з 52 карт. Визначити кількість комбінацій для заданихоперацій.

1) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт так, щоб 3 з них були однієї масті (порядок карт не має значення)?
2) Скількома способами можна витягнути 36 карт, враховуючи їх порядок?

3) В одній стопці 10 карт, в іншій – 12. Скількома способами можна 4 карти з однієї стопки перемінити на 3 карти з іншої(враховуючи порядок)?
4) Скількома способами можна викласти усю колоду на стіл?
5) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт так, щоб хоча б 3 з них були однієї масті (порядок карт не має значення)?
6) Скількома способами можна витягнути з колоди 3 карти однієї масті (порядок карт не має значення)?
7) Скількома способами можна витягнути з колоди 3 карти бубнової масті (порядок карт не має значення)?
8) З колоди навмання беруть дві карти. Яка ймовірність того, що це будуть два тузи?
9) Скількома способами можна розкласти 15 обраних (без врахування порядку) карт?
10) Скількома способами можна витягнути з колоди 15 карт, враховуючи їх порядок?
11) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт так, щоб серед них 2 карти були бубнові і 3 пікові?
12) Скількома способами можна витягнути з колоди 7 карт так, щоб серед них було 2 туза, 4 короля і 1 валет?
13) Скількома способами можна викласти колоду, якщо спочатку повинні йти дами (порядок дам не має значення)?
14) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт так, щоб серед них було 3 вісімки (порядок карт не має значення)?
15) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт, щоб серед них було не менше, ніж 3 вісімки (порядок карт не має значення)?
16) Скількома способами можна витягнути 5 карт так, щоб серед них були дами, але не більше, ніж 3 (порядок карт не має значення)?
17) З колодивитягнули 10 карт.У скількох випадках серед цих карт виявиться рівно 2 туза?
18) Скількома способами з колоди можна витягнути 4 карти однієї масті, враховуючи їх порядок?
19) Скількома способами з колоди можна витягнути 4 карти, так, щоб серед них було 2 короля та 2 дами (враховуючи порядок)?
20) Скількома способами можна витягнути з колоди 3 карти різних мастей (враховуючи порядок)?
21) Скількома способами можна витягнути з колоди 2 карти різних мастей, одна з яких – туз (враховуючи порядок)?
22)) Скількома способами можна розділити колоду навпіл так, щоб в кожній половині було по 2 туза?

23) З колодивитягнули 10 карт.У скількох випадках серед цих карт виявиться хоча б 1 туз?
24) З колодивитягнули 10 карт.У скількох випадках серед цих карт виявиться рівно 1 туз?
25) Скількома способами можна розкласти 8 обраних карт?
26) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт, щоб серед них були десятка, валет, дама, король і туз (порядок карт не має значення)?
27) Скількома способами можна витягнути з колоди туза, даму, а потім шестірку?
28) Скількома способами можна витягнути з колоди 5 карт так, щоб серед них були дві дами та один король?
29) З колодивитягнули 10 карт.У скількох випадках серед цих карт виявитьсяне менше двох тузів?
30) Скількома способами з колоди можна витягнути 5 карт так, щоб серед них обов'язково була лише одна дама (порядок карт не має значення)?

Завдання 2. Визначити кількість комбінацій для заданих операцій:

1) У букеті 10 троянд і 12 хризантем. Скількома способами можна вибрати із букета або одну троянду, або одну хризантему?
2) Скількома способами можна зробити трикольоровий прапор з горизонтальними смугами однакової ширини, якщо є матерія шести різних кольорів?
3) У букеті 10 троянд і 12 хризантем. Скількома способами можна вибрати із букета одну троянду й одну хризантему?
4) У магазині посуду є 5 видів чашок і 7 видів блюдець. Скілько- ма способами можна вибрати пару блюдець і чашку?
5) У магазині посуду є 5 видів чашок, 7 видів блюдець і 6 видів чайних ложок. Скільки існує способів скласти набір із чашки, блюдця і ложки?
6) Скільки різних натуральних чисел, які містять не більше ніж три знаки, можна скласти з цифр 3, 5, 6, 7?
7) У класі 30 учнів. Щодня призначається один черговий. Скількома способами можна скласти графік чергування на 5 днів так, щоб ніхто не чергував більше одного разу?
8) Скільки існує різних телефонних номерів, якщо вважати, що кожний номер складається із 7 цифр (телефонний номер може починатися з нуля)?
9) Кидають дві монети. Скільки різних варіантів випадання «орел — решка» може при цьому вийти?
10) Гральний кубик кидають тричі. Скільки різних послідов- ностей чисел може при цьому вийти?

11) Рота складається з 3 офіцерів, 6 сержантів і 60 рядових. Скількома способами можна виділити з них загін, що складається з офіцера, 2 сержантів і 20 рядових?
12) Скількома способами можна вказати на шахівниці два білих квадрати?
13) Скількома способами можна вказати на шахівниці білий і чорний квадрати, якщо вони не лежать на одній горизонталі або одній вертикалі?
14) У кошику 10 яблук і 12 апельсинів. Іван вибирає або яблуко, або апельсин, після чого Надя вибирає із фруктів, що залишилися, апельсин. Скільки можливостей такого вибору?
15) Скільки можна скласти із цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 різних трицифрових чисел?
16) Скільки можна скласти із цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 різних трицифрових чисел, якщо цифри в них не повторюються?
17) Скільки можна скласти із цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 різних трицифрових чисел, що діляться на 5?
18) Чотири учні одержують оцінки 2, 3, 4, 5. Скількома способами можна поставити їм оцінки?
19) Чотири учні одержують оцінки 2, 3, 4, 5. Скількома способами можна поставити оцінки так, щоб усі одержали 4 або 5?
20) На дошці написано 7 іменників, 5 дієслів та 2 прикметники. Для речення треба вибрати по одному слову кожної з цих частин мови. Скількома способами це можна зробити?
21) У двох колекціонерів-початківців є по 20 марок і по 10 значків. Чесним обміном називається обмін однієї марки на одну марку або одного значка на один значок. Скількома способами колекціонери можуть здійснити чесний обмін?
22) Скільки існує 6-цифрових чисел, всі цифри яких мають однакову парність?
23) Треба відіслати 6 термінових листів. Скількома способами це можна зробити, якщо для передачі листів можна використати трьох кур'єрів і кожен лист можна дати будь-якому з кур'єрів?
24) На полиці стоять 5 книг. Скількома способами можна викласти в купку декілька з них (купка може складатися і з однієї книги)?
25) Скількома способами можна поставити 8 тур на шахову дошку так, щоб вони не били одна одну?
26) У мами два яблука, три груші та чотири апельсини. Кожного дня протягом дев'яти днів підряд вона дає синові один з фруктів, які залишилися. Скількома способами це може бути зроблено?
27) Скількома способами можна поселити 7 студентів в 3 кімнати: одномісну, двомісну та чотиримісну?
28) З команди, в якій 10 плавців, вибирається четвірка, що приймає участь в

естафеті комплексним плаванням (тобто кожний пливе своїм стилем). Скількома способами можна вибрати цю естафетну четвірку ?

29) Скількома способами можна розставити 5 книжок з математики і 3 з фізики, щоб усі книжки з одного предмету стояли поруч ?

30) Скільки існує трицифрових чисел, в запису яких 1, 2, 3 зустрічаються рівно по одному разу?

Завдання 3 (Біном Ньютона):Задано поліном: $(a\cdot x^b + c\cdot y^d)^e$ за допомогою бінома Ньютона.Визначити у розкладанні бінома Ньютона коефіцієнт С, який відповідаєелементу $C\cdot x^f\cdot y^g$ (табл. 1).

Таблиця 1

Параметри для завдання

№	$(a\cdot x^b + c\cdot y^d)^e$	$C\cdot x^f\cdot y^g$	№	$(a\cdot x^b + c\cdot y^d)^e$	$C\cdot x^f\cdot y^g$
1	$(5x^3+4y^7)^{12}$	$Cx^{21}\cdot y^{35}$	16	$(3x^3-y^2)^{12}$	$Cx^{27}\cdot y^{6}$
2	$(2x^3+2y^5)^{18}$	$Cx^{27}\cdot y^{45}$	17	$(2x^4-8y^2)^{11}$	$Cx^{8}\cdot y^{18}$
3	$(5x^5+2y^4)^{13}$	$Cx^{50}\cdot y^{20}$	18	$(8x^5-2y^3)^{16}$	$Cx^{55}\cdot y^{15}$
4	$(3x^2+y^2)^{16}$	$Cx^{12}\cdot y^{20}$	19	$(5x^2-2y^2)^{15}$	$Cx^{16}\cdot y^{14}$
5	$(4x+10y^4)^{14}$	$Cx^{10}\cdot y^{16}$	20	$(8y^3-3x^5)^{19}$	$Cx^{36}\cdot y^{35}$
6	$(8x^2+4y^3)^{12}$	$Cx^{10}\cdot y^{21}$	21	$(2x^2+4y^4)^{18}$	$Cx^{24}\cdot y^{24}$
7	$(2x^3+5y^3)^{11}$	$Cx^{30}\cdot y^{3}$	22	$(3x^2+8y^6)^{16}$	$Cx^{12}\cdot y^{60}$
8	$(8x^3+y^2)^{10}$	$Cx^{18}\cdot y^{8}$	23	$(11x^4+10y^2)^{13}$	$Cx^{28}\cdot y^{12}$
9	$(4x^4+8y^2)^{18}$	$Cx^{40}\cdot y^{16}$	24	$(15x^3+4y^3)^{12}$	$Cx^{27}\cdot y^{9}$
10	$(2x^2+11y^5)^{14}$	$Cx^{8}\cdot y^{50}$	25	$(2x^2+3y^4)^{14}$	$Cx^{10}\cdot y^{36}$
11	$(4x^5+8y^4)^{16}$	$Cx^{45}\cdot y^{28}$	26	$(x^2+4y^4)^{18}$	$Cx^{22}\cdot y^{28}$
12	$(11x^4+8y^3)^{19}$	$Cx^{12}\cdot y^{48}$	27	$(x^5+3y^4)^{12}$	$Cx^{25}\cdot y^{28}$
13	$(10x^3+2y^2)^{13}$	$Cx^{21}\cdot y^{12}$	28	$(5x+2y^3)^{13}$	$Cx^{8}\cdot y^{15}$
14	$(12x^2-2y^4)^{15}$	$Cx^{14}\cdot y^{32}$	29	$(2x^2+8y^4)^{15}$	$Cx^{12}\cdot y^{36}$
15	$(8x^4-y^3)^{14}$	$Cx^{36}\cdot y^{15}$	30	$(4x^5+3y^2)^{17}$	$Cx^{40}\cdot y^{18}$

Завдання 4:Знайти розв’язок рекурентного рівняння $b\cdot a_n = c\cdot a_{n-1} + d\cdot a_{n-2}$ із заданими початковими умовами$a_0 = k$, $a_1 = m$. Значення параметрів *b, c, d, k, m*наведено у таблиці 2.

Розв’язати однорідне лінійне рекурентне рівняння $b\cdot a_n = c\cdot a_{n-1} + d\cdot a_{n-2}$за початкових умов $a_0 = k$, $a_1 = m$.Знайти a_2. Виразити аналітично a_n. Коефіцієнти записати у вигляді нескоротних дробів.

Таблиця 2

Значення параметрів b, c, d, k, m

	b	c	d	k	m
1	1	5	6	1	2
2	1	7	8	1	3
3	1	3	4	2	4
4	1	2	3	3	3
5	1	4	5	2	5
6	1	7	8	2	2
7	1	9	10	4	5
8	1	3	10	3	3
9	1	2	8	3	7
10	1	1	6	2	3
11	1	1	6	3	6
12	1	7	-10	2	1
13	1	6	-8	4	10
14	1	2	-1	45	1
15	1	-8	-16	4	-4
16	1	5	-6	5	7
17	4	-5	1	3	9
18	9	-6	1	1	9
19	1	2	5	1	4
20	3	-4	1	10	16
21	3	-2	1	-4	5
22	9	-6	1	1	6
23	1	5	-6	6	30
24	-5	6	1	7	27
25	3	-2	1	-4	5
26	-8	6	1	3	-4
27	-9	6	1	5	6
28	1	2	3	4	8
29	1	7	-12	1	7
30	1	-1	12	17	-5

5. ВИМОГИ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Кожен студент отримує набір завдань відповідно до свого порядкового номеру у списку групи або відповідно до номеру залікової книжки.
2. Звіт про виконання роботи оформляються у вигляді завдань та розв'язку до них.
3. Звіт акуратно оформляється на аркушах А4 та скріпляються скріпкою.
4. Звіт про виконання лабораторної роботи необхідно захистити у строго визначені терміни.

6. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Основні правила комбінаторного аналізу.
2. Обчислення кількості розміщень та сполучень.
3. Біном Н'ютона.
4. Розв'язування рекурентних рівнянь.

7. ЗМІСТ ЗВІТУ ПО РОБОТІ

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.

Теоретична частина (основні правила комбінаторного аналізу, обчислення кількості розміщень та сполучень, застосування бінома Н'ютона, розв'язування рекурентних рівнянь).

3. Опис виконаної роботи та отриманих результатів (запрограмувати завдання 1-4):
   - завдання;
   - текст програми;
   - результати виконання програми;
4. Висновки.

ДодатокА

ТИТУЛЬНА СТОРІНКА ЗВІТУ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

Міністерство освіти і науки України

Національний університет “Львівська політехніка”

Кафедра інформаційних

систем та мереж

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Звіт

до лабораторної роботи №__

____

(назва лабораторної роботи)

Виконав:

студент гр.________

(назва групи)

____

(прізвище та ініціали студента)

Прийняв:

____

(прізвище та ініціали викладача)

Львів – 20__