



**HWI HAMBURG**  
HOCHSCHULÜBERGREIFENDER STUDIENGANG  
WIRTSCHAFTSINGENIEURWESEN HAMBURG

# Masterarbeit

## Optimization of on-demand line-based bus services

vorglegt von

**Alexander Klaus**

**Matrikelnummer 7169020**

**Bereich:**

**1. Gutachter: Prof. Dr. Knut Haase**

**2. Gutachter: Prof. Dr. Malte Fliedner**

**vorgelegt am: 27. August 2025**

AM LEHRANGEBOT BETEILIGTE HOCHSCHULEN:

Universität Hamburg

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Helmut Schmidt Universität - Universität der Bundeswehr Hamburg

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>iv</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>v</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>vi</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Zielsetzung der Arbeit . . . . .	2
<b>2 Literaturüberblick</b>	<b>3</b>
2.1 Forschung auf den Gebieten der zentrale Begriffe . . . . .	4
2.2 Semi-flexible Systeme - Einordnung des zu betrachtenden Modells . . . . .	6
2.3 Offene Forschungsfragen . . . . .	7
<b>3 Problemstellung</b>	<b>8</b>
<b>4 Mathematisches Modell</b>	<b>10</b>
4.1 Zentrale Modellannahmen . . . . .	10
4.2 Szenario 1.A) . . . . .	11
4.3 Szenario 1.B) . . . . .	12
4.4 Szenario 2.C) . . . . .	12
4.5 Szenario 3.C) . . . . .	13
<b>5 Implementierung des Modells</b>	<b>15</b>
5.1 Grundlagen der Implementierung . . . . .	15
5.2 Struktur der Implementierung . . . . .	15
5.3 Herausforderungen bei der Umsetzung . . . . .	16
5.4 Verifikation & Validierung . . . . .	17
<b>6 Diskussion &amp; Erweiterungsmöglichkeiten des Modells</b>	<b>18</b>
6.1 Limitierungen des aktuellen Modells . . . . .	18
6.2 Praxisrelevanz & Umsetzung . . . . .	18
6.3 Mögliche Erweiterungen . . . . .	19
<b>7 Fazit &amp; Ausblick</b>	<b>20</b>
<b>Literatur</b>	<b>-21</b>
<b>A Anhang A: Literaturrecherche</b>	<b>A-1</b>
A.1 Searchstrings . . . . .	A-1

A.2	Suchergebnisse - BEI BEDARF . . . . .	A-1
<b>B</b>	<b>Implementierung . . . . .</b>	<b>B-1</b>
B.1	Beispieldatensatz . . . . .	B-1
B.2	Code der implementierten Settings . . . . .	B-1
B.3	BEI BEDARF ??? . . . . .	B-1

## **Abbildungsverzeichnis**

## **Tabellenverzeichnis**

## **Abkürzungsverzeichnis**

## Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung
$l$	Index einer Buslinie
$l'$	Index einer Nachfolgertour
$L$	Menge aller Buslinien
$j$	Index einer Haltestelle innerhalb einer Linie
$m_l$	Anzahl der Haltestellen auf Linie $l$
$t_{s_j, s_{j'}}^l$	Fahrzeit zwischen Haltestellen $s_j$ und $s_{j'}$ auf Linie $l$
$K$	Menge der verfügbaren Busse
$Q_k$	Kapazität des Busses $k$
$d_{s_j, s_{j'}}^l$	Nachfrage zwischen zwei Haltestellen einer Linie $l$

# 1 Einleitung

Das Bestreben nach dem effizienten Einsatz von Ressourcen ist wohl so alt wie die Nutzung von Ressourcen selbst. In Großstädten sind Busse Teil eines umfassenden öffentlichen Personennahverkehrs (ÖPNV)-Netzwerks und ergänzen U-Bahn und/oder Straßenbahnen, um der Nachfrage nach Mobilität ausreichend Kapazität entgegenzubringen. Im ländlicheren Bereich sind Busse für den Transport von Personengruppen hingegen oft die einzige Mobilitätsform, da schlicht keine ausreichend hohe, konstante Nachfrage für U-Bahnen oder Ähnliches besteht.

## **Noch unsauber:**

Während es sich in Großstädten schwer vermeiden lässt, einen gewissen Kapazitätspuffer vorhalten zu müssen, um die hohe Nachfrage zu den Stoßzeiten bedienen zu können, stellt sich hier für den ländlichen Bereich die Frage, ob eine möglichst geringe Kapazität nicht noch effizienter genutzt werden kann, um die zur Verfügung stehenden Mittel möglichst effizient zu nutzen.

Während eine feste Struktur aus linienbasierten Systemen in Großstädten sinnvoll ist, um einen geordneten Fluss von Personen und Verkehr zu gewährleisten und planbar zu machen, mangelt es im ländlichen Bereich an der Nachfrage, um ein solch aufwendig zu implementierendes System aufrecht zu erhalten /

Heutzutage sind Menschen daran gewöhnt, viele Dinge und Leistungen jederzeit durch das Internet abrufen zu können. Daher kommt der Fähigkeit auf Abruf innerhalb eines kurzen Zeitraums reagieren zu können eine wichtige Rolle zu.

**irgendwo einordnen: Betrachtung autonomer Busse in den Settings gar incht mal mehr sooo unwahrscheinlich, da auch Forschung dazu stattfindet - Quellen**

## 1.1 Motivation

→ warum ist das Thema relevant?

- CO<sub>2</sub>-Reduktion & Individualmobilität: aktueller Zielkonflikt im ÖPNV
- Herausforderungen im ländlichen Raum (geringe Auslastung, lange Taktzeiten)
- Technologischer Fortschritt: Autonome Busse & digitale Nachfrageerfassung ermöglichen neue Konzepte
- Klassischer Linienverkehr: fixe Zeiten & Routen, hohe Bündelung, geringe Flexibilität
- Ridepooling: Tür-zu-Tür, aber hohe operative Komplexität, oft ineffizient
- On-Demand-Linienbusse als Hybridform: planbare, aber flexible Nachfragebedienung



## 1.2 Zielsetzung der Arbeit

Leitfrage:

1. Wie geeignet ist das von Vlček & Schulz entwickelte Modell zur ressourceneffizienten Planung von On-Demand-Linienbusverkehren unter variierenden betrieblichen Bedingungen?

Dazu wird folgendes gemacht (eventuell auf so auch schon die Beschreibung was in welchem Kapitel gemacht wird, abarbeiten):

### **PASST NICHT MEHR!!!!**

- 2.1 Kontext des zu implementierenden Modells beschrieben
- 2.2 Modell wird eingeordnet
- 3. Mathematischer Modellaufbau wird beschrieben
- 4.
  - 4.1 - 4.3 Implementierung eines zu veröffentlichenden Optimierungsmodells
  - 4.4 Validierung durch Reproduktion der Ergebnisse (fraglich)
  - 4.5 Ergebnisvergleich & Plausibilität
- 5. Analyse von Anwendbarkeit, Stärken & Schwächen des Modells, Erweiterungen

## 2 Literaturüberblick

Das von Schulz & Vlček vorgeschlagene System stellt eine Kombination des klassischen Linienbusverkehrs und Elementen eines, auf Abruf basierenden Ridepooling-Dienstes dar. Das präsentierte mathematische Modell ist dem Bereich der OR-Probleme, genauer gesagt der Familie des Vehicle Routing Problems (VRP) **EVENTUELL NOCH ANDERER PROBLEME? DARP?**(Quelle) zuzuordnen. Eine ausführlichere Beschreibung erfolgt in Kapitel 2.2. Mit dem vorgeschlagenen System werden Elemente aus unterschiedlichen Systemen, Problemstellungen und Modellen verknüpft. Um ein einheitliches Verständnis zu schaffen, wird zunächst die Definition zentraler Begriffe vorgenommen. Im Anschluss erfolgt die Klärung der Anwendungsbereiche relevanter Mobilitätsformen, sowie möglicher Zielkonflikte (**checken, ob das wirklich gemacht wurde!**). Nachfolgend wird das Modell von Schulz & Vlček in die Menge verwandter Untersuchungen eingeordnet. Da Schulz & Vlček ein öffentliches Bus-System in einer ländlicheren Gegend untersuchen, fokussiert sich die folgende Literaturübersicht auf Forschungsarbeiten die auf den ländlichen Kontext anwendbar sind. Andere Mobilitätsformen wie zum Beispiel das klassische Taxi oder U-Bahnen werden zur kontextuellen Abgrenzung erwähnt, sind aber kein Teil des Untersuchungsbereiches dieser Arbeit.

Nachfolgend wird ein Überblick der Forschung auf den Gebieten der zentralen Begriffe in Bezug auf das Verkehrsmittel Bus gegeben. Dabei wird unterschieden, ob die Forschung im ländlichen oder städtischen Raum durchgeführt wurde. Kontexte wie private Bereiche (Universitäts-Campus-Shuttle, etc.) sind nicht Teil des Untersuchungsbereiches. Für eine systematische Vorgehensweise wurden die Suchbegriffe in englischer Sprache verwendet, da die meisten Veröffentlichungen heutzutage auf englischer Sprache getätigt werden. Die Suchbegriffe wurden miteinander verknüpft und in sogenannten Searchstrings verwendet. Alle verwendeten Veröffentlichungen sind in Anhang XXXXX jenem Searchstring zugeordnet, mit dem sie gefunden wurden. An dieser Stelle sei erwähnt, dass dieselben Veröffentlichungen teilweise mit mehreren Searchstrings gefunden wurden, allerdings nur einem Searchstring zugeordnet wurden. Die Recherche der nachfolgend präsentierten Literatur erfolgte mittels der gebildeten Searchstrings in den wissenschaftlichen Online-Datenbanken Google Scholar und Scopus.

**Vielleicht noch eine Aussage darüber wie viele Paper betrachtet wurden? - macht kein Sinn denke ich, wenn ich nicht mit aufnehme wie viele ich mir angeschaut habe, da ich dadurch nicht weiß wie viele ich abgelehnt habe.**

**Aussage darüber wie Searchstrings aufgebaut sind im Paper oder im Anhang? oder gar nicht?**

Es wurden nur Veröffentlichungen berücksichtigt, die in einer vollständigen PDF-Version mittels des VPN-Zugangs der Universität Hamburg bzw. der Helmut-Schmidt-Universität zugänglich waren. Auf der Plattform Scopus, wurden die Searchstrings im Rahmen der funktion „TITLE-ABS-KEY()“ gesucht. Anschließend wurde die Literatur zuerst mit der Sortierung „Cited by highest“ durchgeschaut und im Anschluss nochmal mit „Date (newest)“. Die Literatur wurde anhand des Titels und Abstracts bewertet und somit für die weitere Analyse und eventuelle spätere Verwendung in dieser Arbeit ausgewählt.

Die in der Arbeit genutzten zentralen Begriffe werden wie folgt definiert:

**Linienbasiert** (engl.: line-based) bedeutet für das ÖPNV-System die Einhaltung von festen Routen, festgelegten Haltestellen und Fahrplänen wie es von städtischen Bus-, Straßenbahn- und U-Bahn-Netzen bekannt ist.

**Auf Abruf** (engl.: on-demand) ist die Eigenschaft eines Systems auf die realisierte Nachfrage der Fahrgäste zu reagieren (vgl. Vansteenwegen et al., 2022, S.3). Dies kann in Echtzeit oder auch vorverarbeitet in einem zuvor abgegrenzten Zeitraum erfolgen. Die Nachfrage wird dann innerhalb eines festgelegten Zeitraums bedient. Zeiträume können sich überschneiden und so zum Beispiel die Form eines rollierenden Horizonts annehmen.

**Hier evtl. nochmal Klarstellung, dass on-demand zwar demand-responsive ist, aber nicht andersrum, wie fälschlicherweise von Wang et al. (2014) in ihrem Paper behauptet**

**Ridepooling** wird vom Verband der Automobilindustrie (2025) (**Achtung online Quelle** - Schulz & Vlček nutzen hier (Vansteenwegen et al., 2022)) als kombinierte Mobilitätsform von ÖPNV und Taxi definiert. Der Ablauf bei dieser besonderen Form des Personenverkehrs wird ist wie folgt: Der Fahrgast wird an seinem individuellen Startpunkt abgeholt. Auf dem Weg zum individuellen Ziel steigen andere Fahrgäste zu und/oder wieder aus. Je nach Zielpunkt werden die Routen so kombiniert, dass benachbarte Ziele mit einem Fahrzeug bedient werden können.

## 2.1 Forschung auf den Gebieten der zentrale Begriffe

**An dieser Stelle sei erwähnt, dass in diesem Kapitel zunächst die Breite der Forschung dargestellt wird, bevor in Kapitel 2.2 das Modell von Schulz & Vlček eingeordnet wird.**

Anwendungsbereiche & typische Zielkonflikte darstellen (evtl. Grafik dazu anfertigen: Taxi als flexibelstes on-demand, keine festen Routen und krasses Gegenteil ist Linienbus mit festem Fahrplan und Routen)

line-based sind einfach der backbone in urban areas und sind, wenn nicht als einziges, dann das Teil des zentralen public transport networks um hohe Nachfrage kosteneffizient zu bedienen (hinweis Richtung Forschung zu feeder-networks). werden verwendet als Schulbusse, Schienenersatzverkehr, ...

on-demand häufig als "Feeder" zu den hoch-volumigen Systemen wie Metro oder Line-based buses

Generell Zielkonflikt von echten on-demand Lösungen in rural areas: geringere Kosten (durch weniger Fahrzeuge) vs. Abdeckung(?) Soll darauf hinführen, dass Schulz & Vlček weniger Busse nutzen bei Beibehaltung der Flexibilität.

Aussage darüber, dass viel zu "on-demand rural" mit "line-based rural" gefunden wurde -> zeigt enge Verbundenheit der Begriffe usw.

### 1.A) bis 4.B) ALS TABELLE

Forschung auf den Gebieten:

1. line-based bus system
  - a) in urban areas (Searchstring)
  - b) in rural areas (Searchstring)

2. on-demand: **Es ist ersichtlich, dass dieses Thema seit mehr als 20 Jahren eine große Aufmerksamkeit genießt. IN 2003 haben Quelle bereits eine Übersicht erstellt. 2014 noch eine und die neueste 2022 von Quelle**
  - a)
  - b) in urban areas (Searchstring)
  - c) in rural areas (Searchstring)
3. ridepooling: dem zugrundeliegend ist das DARP -> wofür entwickelt (Quelle), dann überführen auf Busse (Quelle) siehe Schulz & Vlček, **ganze wichtig: reiter et al. 2024** - das beschreiben Schulz & Vlček als sehr nah dran, aber Schulz & Vlček berücksichtigen einen vorgegebenen Fahrplan
4. **hier evtl. anführen, dass in der Literatur verschiedene Begriffe wie ride-sharing, ridepooling oft synonym verwendet werden -> soll darauf hinaus, dass es schwierig ist dann nach Literatur zu suchen.**
  - a) in urban areas (Searchstring)
  - b) in rural areas (Searchstring)

Nachdem die Forschungsgebiete der zentralen Begriffe nun beleuchtet wurden, werden im Folgenden Kapitel Arbeiten aufgezeigt, die mit dem von Schulz & Vlček vorgestellten Modell verwandt sind, um das Modell von Schulz & Vlček einzuordnen und abzugrenzen.

Es ist zwar nicht Teil des Untersuchungsgebietes dieser Arbeit, da Schulz & Vlček einen fest vorgegebenen Fahrplan für ihr Modell nutzen, aber es sei an dieser Stelle auf die Forschung im Bereich für die Vorhersage der Ankunftszeiten, etc. mit Quelle1, Quelle 2 usw. verwiesen

**DAS HIER IST ÜBERLEITUNG MIT DEM "REINEN" DARP UND VRP ZU DEN SEMI-FLEXIBLEN SYSTEMEN** Das, in dieser Arbeit zu testende, Modell von Schulz & Vlček kombiniert Elemente eines klassischen Linienbus-Services mit der Flexibilität die Routen anhand der gestellten Nachfrage zu optimieren. Die Problemstellung von Schulz & Vlček ist mit denen des Dial-a-Ride Problems (DARP) und des Vehicle Routing Problems (VRP) verwandt, **lässt sich aber nicht klar einer der beiden Problemfamilien zuordnen ???**. Das DARP wird bereits seit Jahrzehnten untersucht (Psaraftis, 1980), die Forschung zu diesem Problem ist dementsprechend sehr umfassend. Den wohl aktuellsten Überblick zum DARP und seinen Varianten geben Molenbruch et al. (2017) und Ho et al. (2018).

Auch das VRP ist ein seit Jahrzehnten erforshtes Problem (Orloff, 1974). Das VRP allein ist ein so breit und intensiv erforshtes Problem, dass es dazu über 150 Review-Paper für spezifische Varianten oder Aspekte gibt. Es wird mit dem Searchstring **XXXX (siehe Anhang XXX)** auf die Literatur dieser Reviews **und damit indirekt auf die einzelnen Veröffentlichungen ???** verwiesen. Reviews des Problems haben unter anderem Braekers et al. (2016) und Vidal et al. (2020) gegeben.

**Irgendwie noch erwähnen, dass auch die CVRP Variante ein breit erforshtes Thema ist, daher nicht tiefer im Detail betrachtet**

Überleitung: Da Modell von Schulz & Vlček semiflexibel und nicht so richtig ein reines DARP oder VRP wird anschließend auf die verwandten Problemstellungen verwiesen und eingeordnet.

## 2.2 Semi-flexible Systeme - Einordnung des zu betrachtenden Modells

Hier Recherche mit Kombi-Searchstrings -> Frage der Klassifizierung mit VRP?

Irgendwie Aussage darüber, dass in der Forschung oft gesagt wird, dass durch autonome vehicle erst so richtig ermöglichen demand responsive zu agieren, um fixed-schedule abzulösen (siehe)

Modell von Schulz & Vlček ist Kombination aus Linienverkehr & on-demand, daher: semi-flexible Systeme -> **HIER EVENTUELL mehrere Quellen die Flexibilität definieren?**

**EINORDNUNG ÜBER EINEN TABELARISCHEN VERGLEICH IN HINBLICK AUF OPTIMIERUNGSZIELE, WIE: total rider time, total number of vehicles -> Unterscheidung auch durch: aus Sicht des Betreibers oder aus Sicht des Fahrgastes"**

- Überblick über verwandte OR-Modelle
  - DARP - Dial a ride Problem
  - VRP - Vehicle Routing Problem: Screenshots der ChatGPT Begründungen in Word bei searchstrings
    - \* CVRP
    - \* VRPTW
    - \*
  - PTP (?) - Public Transport Planning
  - Line Planning
  - Vehicle Scheduling
  - MIP
  - Netzwerkflussmodelle
  -
- Besonderheiten des gewählten Modells (Netzwerkstruktur, einfache Erweiterbarkeit)
- Überblick zur Methodik: LP/IP, Flow-Modelle, Erweiterbarkeit für verschiedene Szenarien

### TABELLE Übersicht der Modelle

## 2.3 Offene Forschungsfragen

- welche offenen Punkte aus anderen Papern greifen Schulz & Vlček eventuell auf?
- Kapazitätsfragen, Depotstruktur, Echtzeitfähigkeit
- kombination von on-demand und line-based nochmal evtl. aufgreifen nachdem entsprechend mit searchstring bewiesen oder nicht bewiesen ist, dass es diese kombination so noch nicht extensiv gibt
- Zukunftsperspektiven: adaptive Fahrpläne, Realtime-Demand
- Bewertung der Robustheit und Praktikabilität in Realanwendungen
  - Enden mit Rechtfertigung dafür, dass es sich lohnt die Kombination, die Vlček und Schulz gemacht haben, weiter zu untersuchen

→ **Aussage on-demand senkt kosten in rural areas, aber ...**

### 3 Problemstellung

**CHECKEN, OB ICH HIER SAGEN MUSS, DASS DIESER TEIL SEHR NAH AN DEM PAPAER VON Schulz & Vlček IST ???**

Das zu lösende Optimierungsproblem von Schulz & Vlček beschäftigt sich mit der Einsatzplanung von Bussen in einem, auf Abruf operierenden, linienbasierten System mehrerer Buslinien.

In einem ersten Schritt werden die Nachfragewünsche der Fahrgäste konsolidiert und vorverarbeitet, im darauffolgenden Optimierungsprozess wird für das jeweilige Szenario die optimale, minimale Anzahl von Bussen zu Nachfragebedienung bestimmt. Szenarien siehe ....

Grundsätzlich kann eine Buslinie mehrmals im zu betrachtenden Zeitraum bedient bzw. gestartet werden. Daher wird im weiteren Verlauf jede einzigartige Kombination aus Buslinie und Startzeit der Buslinie als Tour  $l \in L = \{1, \dots, n\}$  bezeichnet. Das linienbasierte System wird durch ein Graphenmodell mit Knoten und Kanten aufgebaut. Jede Buslinie besteht aus einer Anzahl von Haltestellen (Knoten)  $s_1, \dots, s_m$ . Hier sei erwähnt, dass sich die Zusammensetzung und Reihenfolge der Haltestellen je Buslinie mit unterschiedlicher Startzeit durch die einzelnen Touren hinweg nicht verändert. Deshalb kann die Notation der Tour mit in die Notation der Haltestellen aufgenommen werden und es ergibt sich für jede Tour eine Abfolge von Haltestellen  $s_1^l, \dots, s_{m_l}^l$ . Jeder Haltestelle wird eine Zeit  $\bar{t}_{s_j^l}$  zugewiesen, zu der der Bus dort hält, es gilt:  $\bar{t}_{s_j^l}, l \in L, j = 1, \dots, m_l$ . In der Realität sind die einzuhaltenden Zeiten durch einen zuvor aufgestellten Fahrplan gegeben. Für ein höheres Maß an Flexibilität bei der Implementierung des Modells werden die Zeiten der einzelnen Haltestellen in dieser Arbeit ausgehend von der Startzeit der jeweiligen Tour und der gewählten Fahrgeschwindigkeit der Busse berechnet. Eine detaillierte Beschreibung der Berechnung folgt in Kapitel **XXXXXXX**.

Schulz & Vlček argumentieren, dass die Zeiten für Ein- und Ausstieg in Relation zur Fahrzeit zur vernachlässigen sind. Daher können die Busse die Haltestellen im Vorbeifahren bedienen. Für die Fahrzeit zwischen zwei beliebigen Haltestellen im System  $t_{s_j^l, s_{j'}^{l'}}$  muss gelten  $t_{s_j^l, s_{j'}^{l'}} > 0, l, l' \in L, j = 1, \dots, m_l, j' = 1, \dots, m_{l'}$ , da die beiden Haltestellen sonst identisch sind. In der Problemstellung von Schulz & Vlček haben alle Busse ein einzelnes Depot  $D$  als Start- und Endpunkt der Schicht bzw. dem Betrachtungszeitraum. Die Verbindung vom Depot zu jeder Haltestelle im System muss möglich sein. Für die Fahrzeiten zwischen dem Depot und einer beliebigen Haltestelle der Tour  $l$  gilt entsprechend  $t_{D, s_j^l} > 0$  und  $t_{s_j^l, D} > 0, l \in L, j = 1, \dots, m_l$ . Allgemein gilt die Dreiecksungleichung für alle Fahrzeiten. Für die im Modell verwendeten Busse  $k \in K = \{1, \dots, |K|\}$  wird eine Kapazität  $Q_k$  festgelegt, die angibt wie hoch die zulässige ganzzahlige Anzahl der, gleichzeitig im Bus transportierbaren, Fahrgäste ist. Die Nachfrage zwischen zwei Haltestellen wird durch  $d_{s_j^l, s_{j'}^{l'}}$  mit  $l \in L$ , sowie  $j, j' = 1, \dots, m_l$  und  $j' > j$  berücksichtigt.

#### Dimensionen der Problemstellung - 9 Szenarien

Schulz & Vlček stellen für die systematische Untersuchung der Problemstellung 2 Dimensionen vor, die die Problemstellung wie folgt untergliedern:

#### Operative Komplexität

1. **Uneingeschränkter autonomer Betrieb:** Es werden homogene, autonome Busse mit unendlicher Kapazität eingesetzt.
2. **Kapazitätsbeschränkung im autonomen Betrieb:** Die Busse sind weiterhin autonom, allerdings nun heterogen, durch die Berücksichtigung der individuellen Kapazitätsgrenze  $Q_k$ .
3. **Fahrer- und Kapazitätsbeschränkung:** Es werden Fahrer für die Busse eingesetzt. Die Busse sind somit nicht mehr autonom. Für die Fahrer werden Arbeits- und Pausenzeiten berücksichtigt. Durch die feste Zuweisung von Fahrer zu Bus ergibt sich der Zeitpunkt  $a_k$ , zu dem der Bus  $k \in K$  verfügbar wird, dem Arbeitszeitbeginn des Fahrers. Folglich ergibt sich auch der Zeitpunkt  $b_k$ , zu dem der Fahrer seine Pause mit der Länge  $p$  beginnt und der Zeitpunkt  $c_k$ , zu dem der Fahrer seine Schicht beendet und ab dem der Bus nicht mehr verfügbar ist.

### Strategien zur Nachfragebedienung

- A) **Bedienung des gesamten Netzes:** Ohne Betrachtung der Nachfrage werden alle Touren vollständig bedient.
- B) **Bedienung der nachgefragten Touren:** Es werden jene Touren vollständig bedient für die eine (Teil-)Nachfrage besteht.
- C) **Bedienung der nachgefragten Haltestellen:** Es werden nur die Teile der jeweiligen Touren bedient, für deren Haltestellen zu Beginn des Betrachtungszeitraums eine Nachfrage besteht.

Daraus ergeben sich insgesamt 9 Szenarien 1.A) - 3.C). Ziel in jedem der 9 Szenarien ist es die Anzahl der benötigten Busse zu minimieren. Auf diese Weise soll aufgezeigt werden, welcher Einfluss auf die minimale Anzahl der Busse besteht, wenn anstelle vollständiger Touren ausschließlich nachgefragte Haltestellen einer Tour  $l$  bedient werden müssen. Weitere zukünftige Analysemöglichkeiten werden in Kapitel 6 beschrieben.



## 4 Mathematisches Modell

**CHECKEN, OB ICH HIER SAGEN MUSS, DASS DIESER TEIL SEHR NAH AN DEM PAPAER VON Schulz & Vlček IST ???**

Von den 9 Szenarien werden im nachfolgend die mathematischen Modellformulierungen dieser Szenarien aufgestellt:

**WÄRE ES NICHT EIGENTLICH GUT FÜR EINEN VERGLEICH AM ENDE DAS SZENARIO 3.A) ZU BETRACHTEN, UM DEN ON-DEMAND EFFEKT BESSER DARSTELLEN ZU KÖNNEN?**

Szenario 1.A (uneingeschränkter, autonomer Betrieb & Bedienung des gesamten Netzes) wurde ausgewählt, um ein grundlegendes Konstrukt aufzubauen, welches möglich uneingeschränkt ist und somit als Basis für die anderen Szenarien zu sehen ist.

Szenario 1.B (uneingeschränkter, autonomer Betrieb & Bedienung der nachgefragten Touren) wurde ausgewählt, um ... **zu validieren, dass das modell auch für andere Sets korrekt funktioniert?**

Szenario 2.C (Kapazitätsbeschränkung im autonomen Betrieb & Bedienung der nachgefragten Haltestellen) wurde ausgewählt, um **einen Zwischenstand der Komplexität abzubilden, der die Berücksichtigung von Nachfrage und Möglichkeit der reinen Bedienung nachgefragter Haltestellen erlaubt.**

Szenario 3.C (Fahrer- und Kapazitätsbeschränkung & Bedienung der nachgefragten Haltestellen) wurde ausgewählt, um einen möglichst realitätsnahen Anwendungsfall abzubilden.

### 4.1 Zentrale Modellannahmen

Schulz & Vlček stellen folgende vereinfachenden Annahmen auf:

- Es wird ein gemeinsames Depot für alle Busse angenommen
- Die Arbeits- und Pausenzeiten der Fahrer entsprechen den gesetzlichen Regelungen
- Die feste Planung einer festgelegten Pausenzeit für die Fahrer steht im Einklang mit geltendem Recht
- Die Zuteilung von Fahrer zu Bus erfolgt im Vorfeld des Betrachtungszeitraums und wird als gegeben angenommen. Der Bus ist somit im Rahmen der Fähigkeiten des Fahrers zwischen Beginn und Schichtende des Fahrers verfügbar
- Die Busse müssen während des Betrachtungszeitraums nicht tanken/aufgeladen werden, da sie für den gesamten Betrachtungszeitraum als ausreichend betankt/aufgeladen angenommen werden
- Die Busse sind bis auf die Kapazität homogen

•

Für alle Settings ist die Menge aller relevanter Knoten  $V$ , sowie die Menge  $A$  aller Verbindungen bzw. Kanten zwischen den Knoten aufzustellen.

## 4.2 Szenario 1.A)

Zunächst wird von Schulz & Vlček der Fall betrachtet, in dem alle Touren (Buslinien zu unterschiedlichen Startzeiten) vollständig bedient werden müssen. Zur Erinnerung: In diesem Setting werden homogene autonome Busse eingesetzt, deren Eigenschaften keinen Einfluss auf die Lösung haben. Die Busse werden in der Modellformulierung nicht erwähnt, sind aber die Instanz, die die Verbindungen nutzt und die Knoten bedient. Die Menge aller relevanter Knoten ergibt sich in diesem ersten Szenario daher aus dem Depot, sowie allen Start- und Endknoten einer Linie:

$$V = \{D, s_1^1, \dots, s_1^n, s_{m_1}^1, \dots, s_m^n\}$$

Um alle Möglichkeiten für das Lösen des Problems zu erhalten, erlauben Schulz & Vlček Verbindungen zwischen Touren. Diese werden durch die Fahrtzeit zwischen der letzten Haltestelle von Tour  $l$  und der ersten Haltestelle von Nachfolgertour  $l'$  mit  $t_{s_{m_l}^l, s_1^{l'}}$  beschrieben. Eine Verbindung von zwei Touren darf in einer möglichen Lösung des Problems nur dann bestehen, wenn folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\bar{t}_{s_{m_l}^l} + t_{s_{m_l}^l, s_1^{l'}} \leq \bar{t}_{s_1^{l'}} \quad (4.1)$$

Mit Gleichung 4.1 beschreiben Schulz & Vlček, dass der zeitliche Abstand zwischen der letzten Haltestelle einer Tour  $s_{m_l}^l$  und der ersten Haltestelle der Nachfolgertour  $s_1^{l'}$  groß genug sein muss, um die Fahrtzeit zwischen den Haltestellen abdecken zu können.

Folglich ergibt sich für das erste Setting:

$$A = \{(D, s_1^1), \dots, (D, s_1^n), (s_{m_1}^1, D), \dots, (s_{m_n}^n, D), (s_1^1, s_{m_1}^1), \dots, (s_1^n, s_{m_n}^n)\} \cup \{(s_{m_l}^l, s_1^{l'}) : \bar{t}_{s_{m_l}^l} + t_{s_{m_l}^l, s_1^{l'}} \leq \bar{t}_{s_1^{l'}}\}$$

Schulz & Vlček verwenden in der folgenden Modellformulierung des Szenarios 1.A) die binäre Entscheidungsvariable  $x_{ij}$ , deren Wert 1 ist, wenn die Verbindung  $(i, j) \in A$  von  $i$  nach  $j$  genutzt wird und sonst 0.

$$\min \sum_{j: (D, j) \in A} x_{Dj} \quad (4.2)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j: (i, j) \in A} x_{ij} - \sum_{j: (j, i) \in A} x_{ji} = 0 \quad \forall i \in V \quad (4.3)$$

$$x_{s_1^l, s_{m_l}^l} = 1 \quad \forall l \in L \quad (4.4)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.5)$$

Der Wert der Zielfunktion 4.2 gibt die Anzahl der Busse die das Depot verlassen wieder und ist zu minimieren. Die Nebenbedingung 4.3 stellt sicher, dass die Flusserhaltung für jeden Knoten gilt, d.h. die Anzahl der eingehenden Verbindungen ist gleich der Anzahl der ausgehenden Verbindungen. Nebenbedingung 4.4 stellt sicher, dass jede Tour bedient wird. Nebenbedingung 4.5 ist die Nichtnegativitätsbedingung der Entscheidungsvariable.

**HIER NOCH CHECKEN OB KLASSIFIZIERUNG ALS EINE BESTIMMTE ART VON MODELL WIE BEI Schulz & Vlček**

### 4.3 Szenario 1.B)

In diesem Szenario lassen Schulz & Vlček jene Touren vollständig bedienen, für die mindestens an einer Haltestelle eine Nachfrage bekannt ist.

**HIER EVTL. GRAFIK ZUR VISUALISIERUNG**

Die Menge aller relevanter Knoten ändert sich zu

$$\bar{V} = \{D, s_1^1, \dots, s_{m_1}^1, s_1^n, \dots, s_{m_n}^n\},$$

sodass nun alle Haltestellen im System, sowie das Depot aufgenommen sind. Auch die Menge der relevanten Verbindungen ändert sich und ergibt sich zu:

$$\bar{A} = \{(D, s_1^1), \dots, (D, s_{m_n}^n), (s_1^1, D), \dots, (s_{m_n}^n, D), (s_1^1, s_{m_1}^1), \dots, (s_1^n, s_{m_n}^n)\} \cup \{(s_i^l, s_j^{l'}) : \bar{t}_{s_i^l} + t_{s_i^l, s_j^{l'}} \leq \bar{t}_{s_j^{l'}}\},$$

mit  $i = 1, \dots, m_l$  und  $j = 1, \dots, m_{l'}$ .

**HIER DIE THEMATIK MIT ÜBERLAPPENDEN CUSTOMER TRIPS ERKLÄREN**

### 4.4 Szenario 2.C)

In diesem Szenario berücksichtigen Schulz & Vlček eine Kapazitätsbeschränkung für die Busse. Die Busse sind somit als heterogen zu betrachten. Außerdem lassen Schulz & Vlček nur noch die einzelnen Haltestellen bedienen, die zu Beginn des Betrachtungszeitraums nachgefragt sind.

Dementsprechend ändert sich die Menge aller relevanter Verbindungen zu:

$$\begin{aligned} \hat{A} = & \{(D, s_1^1), \dots, (D, s_{m_n}^n), (s_1^1, D), \dots, (s_{m_n}^n, D)\} \cup \{(s_i^l, s_j^{l'}) : i = 1, \dots, m_l, j = 1, \dots, m_{l'}, \bar{t}_{s_i^l} + t_{s_i^l, s_j^{l'}} \leq \bar{t}_{s_j^{l'}}\} \\ & \cup \{(s_i^l, s_j^l) : i, j = 1, \dots, m_l, i > j, \exists k < j < i : d_{s_k^l, s_i^l} > 0, \exists k > j : d_{s_j^l, s_k^l} > 0\} \end{aligned}$$

Mittels Set  $\hat{A}$  erlauben Schulz & Vlček, im Gegenteil zu Set  $\bar{A}$ , dass ein Bus, im Falle von verschachtelten Kundenfahrten zu einer vorigen Haltestelle der gleichen Tour „zurückfahren“ kann, um die dortige Nachfrage zu bedienen. Diese Fähigkeit von Set  $\hat{A}$  wird in Nebenbedingung 4.10 ausgestaltet und nach der Modellformulierung weiter erläutert. Für eine genauere Erklärung wird auf Schulz & Vlček verwiesen. Nach wie vor gilt für den Wert der binären Entscheidungsvariable  $x_{ijk}$ : 1, wenn die Verbindung

$(i, j) \in \hat{A}$  zwischen  $i$  und  $j$  genutzt wird und sonst 0. Die Modellformulierung für das Szenario 2.C) ist wie folgt:

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{j:(D,j) \in \hat{A}} x_{Djk} \quad (4.6)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j:(i,j) \in \hat{A}} x_{ijk} - \sum_{j:(j,i) \in \hat{A}} x_{jik} = 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.7)$$

$$\sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1 \quad \forall i, j \in V : (i, j) \in \hat{A} \wedge d_{ij} > 0 \quad (4.8)$$

$$\sum_{j:(D,j) \in \hat{A}} x_{Djk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4.9)$$

$$x_{s_i^l s_{j'}^{l'}} \leq 1 - x_{s_h^l s_{h'}^{l'}} \quad \forall l, l' \in L, k \in K, i = \{1, \dots, m_l\}, j = \{1, \dots, m_{l'}\},$$

$$(s_i^l, s_{j'}^{l'}) \in \hat{A}, h, h' \in \{1, \dots, m_l\} : h \leq i < h' \wedge$$

$$d_{s_h^l, s_{h'}^{l'}} > 0 \wedge \bar{t}_{s_h^l} + t_{s_{h'}^{l'}, s_j^{l'}} > \bar{t}_{s_j^{l'}} \quad (4.10)$$

$$\sum_{j, j'=1, \dots, m_l : s_j^l \leq s_i^l < s_{j'}^{l'}} d_{s_j^l, s_{j'}^{l'}} \cdot x_{s_j^l s_{j'}^{l'}} \leq Q_k \quad \forall l \in L, i \in \{1, \dots, m_l\}, k \in K \quad (4.11)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \hat{A}, k \in K \quad (4.12)$$

Die Zielfunktion 4.6 wurde im Vergleich zu den vorigen Szenarien 1.A) und 1.B) mit den neuen Sets angepasst und verwendet die, um den Index der Busse ergänzte, Entscheidungsvariable  $x_{ijk}$ . Der Zielfunktionswert (Anzahl der Busse, die das Depot verlassen) ist, für ein optimales Ergebnis, weiterhin zu minimieren. Nebenbedingung 4.7 stellt wie zuvor in den Kapiteln 4.2 und 4.3 die Flusserhaltung für jeden Knoten sicher. Nebenbedingung 4.8 sorgt dafür, dass alle nachgefragten Verbindungen bedient werden. Nebenbedingung 4.9 beschränkt das Verlassen des Depots von jedem Bus auf ein einziges Mal. Nebenbedingung 4.10 stellt die Bedingungen für das „Zurückfahren“ eines Busses für den Fall von sich überschneidenden Kundenfahrten auf. Dabei wird für jedes Wechseln eines Busses auf eine andere Tour sichergestellt, dass dies nur vom letzten Teil der Überlappung aus geschieht. Sollte versucht werden von einer anderen, als dieser Haltestelle zu wechseln, wird die Summe auf der rechten Seite der Gleichung null und die Entscheidungsvariable auf der linken Seite gezwungen, den Wert null anzunehmen. Nebenbedingung 4.11 stellt die Einhaltung der Kapazitätsbeschränkung für jeden Bus je Buslinie sicher, indem für jede Haltestelle  $s_i^l$  die Summe aller Fahrgäste, die von Haltestelle  $s_j^l$  zu Haltestelle  $s_{j'}^{l'}$  transportiert werden, gebildet wird und die Kapazität des Busses  $Q_k$  nicht überschritten werden darf. Nebenbedingung 4.12 ist die Nichtnegativitätsbedingung der Entscheidungsvariable.

## 4.5 Szenario 3.C)

In diesem Szenario wird das in Kapitel 4.4 beschriebene Modell lediglich durch die Berücksichtigung der Schicht- und Pausenzeiten der Busfahrer erweitert. Die Fahrzeiten zwischen zwei Haltestellen  $t_{s_i^l, s_{j'}^{l'}}$  mit  $l, l' \in L, i = \{1, \dots, m_l\}, j = \{1, \dots, m_{l'}\}$ , sowie zwischen dem Depot und den Haltestellen

$t_{D,s_i^l}, t_{s_i^l,D}$  mit  $l \in L, i, j = \{1, \dots, m_l\}$ , als auch die Zeiten zu denen jede Haltestellen auf den unterschiedlichen Touren bedient werden muss  $\bar{t}_{s_i^l}$  mit  $l \in L, i = \{1, \dots, m_l\}$  sind bekannt. Daher können genau die Entscheidungsvariablen der Bus-spezifischen, mit den Schicht- und Pausenzeiten der Fahrer unvereinbaren, Verbindungen im Vorfeld des Lösen auf 0 gesetzt werden:

- (i)  $x_{Ds_i^l k} = 0$  if  $\bar{t}_{s_i^l} - t_{Ds_i^l} < a_k$ ,
- (ii)  $x_{s_i^l Dk} = 0$  if  $\bar{t}_{s_i^l} + t_{s_i^l D} > c_k$ ,
- (iii)  $x_{s_i^l s_j^l k} = 0$  if  $b_k < \bar{t}_{s_i^l} < b_k + p \vee (\bar{t}_{s_i^l} < b_k \wedge b_k + p < \bar{t}_{s_j^l})$ ,
- (iv)  $x_{s_i^l s_j^{l'} k} = 0$  if  $b_k < \bar{t}_{s_i^l} < b_k + p \vee \bar{t}_{s_j^{l'}} < b_k + p \vee (\bar{t}_{s_j^{l'}} - \bar{t}_{s_i^l} - t_{s_i^l s_j^{l'}} < p \wedge \bar{t}_{s_i^l} < b_k \wedge \bar{t}_{s_j^{l'}} > b_k + p)$

Durch (i) wird sichergestellt, dass kein Bus das Depot vor dem Schichtbeginn  $a_k$  verlassen kann. (ii) sorgt dafür, dass kein Bus eine Tour bedienen kann, die nach dem Schichtende enden würde. (iii) stellt zum Einen sicher, dass kein Bus an einer Haltestelle während einer Pause sein darf und um anderen, dass keine Fahrt zwischen zwei Haltestellen vor der Pause beginnen und nach der Pause enden darf. (iv) spiegelt (iii) für den Fall wieder, dass es sich bei der Fahrt um einen Wechsel zwischen Buslinien handelt. Dabei darf die Fahrt nur mit dem Zusatz zu (iii) stattfinden, wenn die Zeitspanne zwischen den beiden Haltestellen groß genug ist, um die Fahrtzeit und die Pausenzeit zu beinhalten.

## 5 Implementierung des Modells

### 5.1 Grundlagen der Implementierung

Das Modell von Schulz & Vlček wurde in der Programmiersprache Julia in der Entwicklungsumgebung Visual Studio Code implementiert. **Dabei wurde der Code mittels Jupyter Notebooks (.pynb-Dateien) direkt ausführbar gestaltet, sodass zunächst jedes Szenario einzeln aufgebaut und getestet werden konnte.** Die Analysen wurden mit einem Apple Macbook Pro mit M1 Pro Prozessor und 16 Gigabyte Arbeitsspeicher ausgeführt. Zum Lösen des Modells wurde der HiGHS Solver verwendet.

Das, dem Modell zugrundeliegende, Graphenmodell (siehe Kapitel 3), sowie die Nachfrage nach Fahrten von und nach einzelnen Haltestellen dieses Netzwerks, wird in der Implementierung mittels eines Testdatensatzes aufgebaut.

Der generierte Datensatz besteht aus folgenden Tabellen:

Tabelle 1 beinhaltet die unterschiedlichen Buslinien inklusive aller sich auf der jeweiligen Linie befindlichen Haltestellen. Für jede Haltestelle sind die Koordinaten (in X- und Y-Richtung), sowie die einzuhaltende Abfahrtszeit festgelegt.

Tabelle 2 legt fest zu welchen unterschiedlichen Startzeiten die einzelnen Touren je Buslinie vom Depot aus gestartet werden.

Tabelle 3 stellt eine fiktive Nachfragesituation zu Beginn eines Betrachtungszeitraums dar. Die hier simulierte Nachfragesituation umfasst insgesamt **XXXXXX** angemeldete Kundenfahrten.

Tabelle 4 legt die Parameter der fiktiven, in dem Betrachtungszeitfenster zur Verfügung stehenden Busse fest. Je Bus sind die Kapazität, sowie die, dem Bus zugeteilten, Schicht- und Pausenzeiten des Busfahrers festgelegt.

### 5.2 Struktur der Implementierung

Die in Kapitel 4 beschriebenen Szenarien wurden jeweils in eigenen Jupyter Notebooks umgesetzt, sodass der Code unmittelbar ausgeführt werden konnte. Die Notebooks sind alle gleich strukturiert aufgebaut: 1. Begonnen wird mit der Einbindung aller relevanter Bibliotheken. 2. Anschließend werden alle, für das Szenario relevante, Eingangsdaten in Form von CSV-Dateien geladen und in pandas Dataframes geschrieben. 3. Alle relevanten Eingabeparameter werden gesetzt. 4. Die Strukturen des Graphenmodells, die Knoten und Kanten, werden aufgebaut. 5. Die szenario-spezifischen Sets  $A$  und  $V$  werden aufgebaut. 6. Die szenario-spezifische Modelldefinition wird vorgenommen. 7. Das Modell wird gelöst und die Parameter-bezogenen Ergebnisse, sowie der Lösungsstatus, der Zielfunktionswert **NOCH ANDERE???**, die **erreichte GAP und Laufzeit ????** werden ausgegeben. 8. Zur grafischen Darstellung wird am Ende ein 3D-Plot ausgegeben, der die gefahrenen Touren im Zeitverlauf

darstellt. **HIE IRGENDWIE NOCH UNSICHER, OB DAS ALLES IST UND SO BLEIBEN SOLL**

**Relevante Klassen/Methoden (z.B. für Pfadgenerierung, Kapazitätsprüfung) ????**

**EVENTUELL ALS GRAFIKEN: Ablaufdiagramm für Code-Struktur und Organigramm für Klassenstruktur**

**ÜBERALL NOCHMAL DIE VERWIESE AUF DEN ANHANG CHECKEN**

### 5.3 Herausforderungen bei der Umsetzung

Die Übertragung der kompakten, mathematischen Modellformulierung in experimentierfähigen Code war gut durchführbar, brachte allerdings einige Herausforderungen mit sich auf die an dieser Stelle eingegangen wird.

**Aufbau der Sets und Indexstrukturen** Die wohl größte Herausforderung bei der Übertragung der mathematischen Modellformulierung in experimentierfähigen Code stellte der Aufbau der Sets  $A, \bar{A}, \hat{A}$  dar. Die Sets, mit den zu zulässigen, nutzbaren Verbindungen, bilden die Grundlage des Optimierungsproblems und sind daher entscheidend korrekt aufzubauen.

#### 1. Aufbau der Sets und Indexstrukturen

- Herausforderung: die im Paper abstrakt beschriebenen Mengen  $(A, \bar{A}, \hat{A})$  korrekt in Datenstrukturen zu überführen.
- Schwierigkeit: sicherzustellen, dass die Verbindungen und Knoten konsistent erzeugt werden und den Modellbedingungen entsprechen.
- Besonders XXXX, da die Sets die Grundlage für alle Nebenbedingungen bilden.

#### 2. Zeitabhängige Modellierung

- Herausforderung: die korrekte Abbildung von Fahrzeiten.
- Innerhalb einer Linie mussten kumulierte Teilfahrzeiten gebildet werden. Für Verbindungen zwischen Linien war eine Distanz-basierte Fahrzeitberechnung erforderlich.
- Die saubere Trennung dieser Logiken war essenziell, um das Modell konsistent aufzubauen.

#### 3. Interpretation überlappender Kundenfahrten (Szenario 2.C)

- Theoretische Herausforderung: zu verstehen, wie Rücksprünge innerhalb einer Tour modelllogisch zulässig sind, ohne Kapazitätsbeschränkungen zu verletzen.
- Praktisch war die Umsetzung durch die klare Bauanleitung der Modellformeln jedoch relativ direkt (Übersetzung in If-Bedingungen).
- Damit zeigt sich eine Diskrepanz zwischen „Verstehen der Modelllogik“ und „Implementierung der Modellformulierung“.

#### 4. Verifikation der Implementierung

- ohne Reale Daten schwierig -> ausformulieren

- Zwar konnten die Modellgleichungen nahezu 1:1 in JuMP übertragen werden.
- Die Unsicherheit lag jedoch im Aufbau der Sets und deren Interaktion mit den Constraints: Ist die Implementierung tatsächlich identisch zum mathematischen Modell?
- Die Verifikation war eine strukturelle Herausforderung, die sich nicht allein durch das Lösen des Modells (Gap=0.0) beantworten ließ, sondern zusätzlich durch Plausibilitätschecks der Ergebnisse.

#### 5. Skalierbarkeit und Effizienz

- Auch wenn keine großen Instanzen getestet wurden, ist die Skalierbarkeit ein offensichtlicher Knackpunkt für die Weiterentwicklung.
- In der aktuellen Form mit Jupyter Notebooks wäre die Umsetzung bei steigenden Instanzgrößen vermutlich nicht effizient genug, sodass eine funktional modulare Implementierung nötig wäre.

## 5.4 Verifikation & Validierung

Bei der durchgeführten Implementierung handelt es sich um einen quasi Proof of Concept anhand eines Testdatensatzes, der speziell für dieses Modell erstellt wurde. Daher ist die Implementierung noch mit einem weiteren realitätsnäheren Datensatz zu validieren. Es wird erwartet, dass der größere Anteil des Aufwands für dieses Vorhaben in der Vorverarbeitung der dann zur Verfügung stehenden Daten liegen wird, gefolgt von der Verarbeitung der Daten zu nutzbaren Strukturen.

- Tourenanzahl, Busanzahl, Tourverläufe: Vergleich Paper vs. eigene Lösung
- Abweichungen und deren mögliche Ursachen (z.B. Rundungsfehler, alternative Pfade)
- Validierung der eigenen Implementierung
  - **Da MIP Modell mit Gap 0.0 erreicht wurde, ist die Implementierung als validiert anzusehen. ????**

Nach der Betrachtung der vorgenommenen Implementierung wird im folgenden Kapitel das Modell selbst diskutiert.



## 6 Diskussion & Erweiterungsmöglichkeiten des Modells

### 6.1 Limitierungen des aktuellen Modells

Durch die von Schulz & Vlček dargelegten Annahmen ergeben sich bereits erste Limitierungen des Modells.

Die Annahme, dass der Bus sich mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit bewegt, birgt die erste Einschränkung, da sich je nach Topologie unter Umständen unterschiedliche Geschwindigkeiten und damit Fahrtzeiten zwischen den Stops ergeben.

Auch wird der Einfluss von verkehrsbedingten Verzögerungen nicht mit berücksichtigt. Dies ist durch eine Fallstudie zu untersuchen.

Das von Schulz & Vlček aufgestellte Modell betrachtet die Nachfrage zu Beginn des Betrachtungszeitraums als statisch. Die Länge des Betrachtungszeitraums ist entscheidend für die Eignung als on-demand Modell. Wird ein ganzer Tag im Voraus geplant bringt dies wenig Flexibilität, wohingegen durch einen Planungshorizont von, zum Beispiel, 90 Minuten viel besser auf Nachfrageänderungen reagiert werden kann.

Für eine größere Nähe zum DARP wäre zu untersuchen, inwieweit sich Live-Anfragen die zu einer bereits geplanten Tour hinzufügen lassen.

Die Betrachtung der Betriebskosten wurde in diesem Modell außen vor gelassen und bringt somit den Anspruch weiterer Forschung mit sich. Zu untersuchen wäre so beispielsweise eine mehrstufige Optimierung, bei der die Grundlage das Modell von Schulz & Vlček bilden würde und darum herum noch die Gesamtkosten des Systems versucht werden zu minimieren.

Schulz & Vlček betrachten das Problem rein aus der Sicht des Betreibers, der versucht so wenig Ressourcen wie möglich einzusetzen, um der Nachfrage gerecht zu werden. Dadurch wird, abhängig von der Topologie des Netzwerks, in diesem Fall jedoch im ländlichen Bereich durch Landstraßen als passend empfunden, der Benzinverbrauch durch eine Reduzierung an gefahrenen Kilometern reduzieren. **(CHECK; OB DAS SO IST, EVTL: BEI MEINEM MODELL DURCH AUSGABE DER GESAMTKILOMETER)** Interessant wäre daher eine Variante dieses Modells, bei der die Kundensicht auch ein Gewicht hat. So ließe sich die, für die Fahrgäste relevante, Zeit, die sie im Fahrzeug verbringen, betrachten.

### 6.2 Praxisrelevanz & Umsetzung

Die Ergebnisse der vorgenommenen Implementierung zeigen, dass sich eine Reduktion der Anzahl an benötigten Bussen vornehmen lässt. Dies bildeten den maßgeblichen Indikator für weitere Forschung und Einschränkung des Lösungsraums durch das Näherbringen des Modells an die Realität. **umformulieren** Ebenso

Die Berücksichtigung von Arbeits- und Pausenzeiten der Fahrer im Modell macht das Modell definitiv realitätsnäher und bereiter um in die Realität überführt zu werden. Die Möglichkeit Überstunden oder Notfälle die eine Abweichung von Schicht- bzw. Pausenplan verursachen würden, werden noch nicht berücksichtigt, könnten allerdings zu Beginn jedes Planungszeitraums berücksichtigt werden, wenn die definierten Rechenzeiträume, durch das erneute Einlesen von Eingangsdaten nicht zu lang werden.

Auch die Berücksichtigung von Kapazitäten ist für eine Umsetzung in der Realität unabdingbar.

- Welche Erkenntnisse sind direkt anwendbar?
- Welche Modellannahmen müssen für reale Implementierung angepasst werden?
- Bewertung der Lösung hinsichtlich Kosten, Fahrgastkomfort, Nachhaltigkeit

## 6.3 Mögliche Erweiterungen

- Liniennetz überschneidet sich nicht, daher auch keine Linien übergreifenden Touren möglich
- unterschiedlich abzufahrende Stops (Linienzusammensetzung) je Tour
- Mehrere Depots: Flexibilität bei der Tourenplanung, bessere Abdeckung
- Depotzuordnung optimieren
- Zeitfensterbasierte oder dynamische Nachfrage
- Realtime-Routing mit Rolling Horizon
  - dynamische Änderungen der Fahrzeiten zwischen den Stops siehe Abstract von Lian et al. (2023)
- Erweiterung um Ladezeiten, Servicelevel-Bedingungen
- größerer Datensatz

## 7 Fazit & Ausblick

6.1 Wichtigste Erkenntnisse Implementierung gelungen / Modell nachvollziehbar repliziert Validierung zeigt Übereinstimmungen und Grenzen Modell zeigt Potenzial bei Ressourceneinsparung und Flexibilisierung

6.2 Bewertung der Zielerreichung Rückblick auf Ziele aus Kapitel 1.3 Welche Ziele wurden vollständig erreicht? Wo gab es Einschränkungen?

6.3 Zukunftsperspektiven Technische Weiterentwicklung des Modells Einsatz in kommunalen Verkehrspunkten Integration in Planungssoftware / Fahrplangenerierungssysteme

## Literatur

- Braekers, K., K. Ramaekers und I. Van Nieuwenhuyse (Sep. 2016). „The vehicle routing problem: State of the art classification and review“. In: *Computers & Industrial Engineering* 99, S. 300–313. DOI: [10.1016/j.cie.2015.12.007](https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835215004775> (besucht am 16.08.2025).
- Ho, S. C., W. Szeto, Y.-H. Kuo, J. M. Leung, M. Petering und T. W. Tou (Mai 2018). „A survey of dial-a-ride problems: Literature review and recent developments“. In: *Transportation Research Part B: Methodological* 111, S. 395–421. DOI: [10.1016/j.trb.2018.02.001](https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.02.001). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0191261517304484> (besucht am 16.08.2025).
- Lian, Y., F. Lucas und K. Sørensen (1. Sep. 2023). „The on-demand bus routing problem with real-time traffic information“. In: *Multimodal Transportation* 2.3, S. 100093. DOI: [10.1016/j.multra.2023.100093](https://doi.org/10.1016/j.multra.2023.100093). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2772586323000254> (besucht am 22.07.2025).
- Molenbruch, Y., K. Braekers und A. Caris (1. Dez. 2017). „Typology and literature review for dial-a-ride problems“. In: *Annals of Operations Research* 259.1, S. 295–325. DOI: [10.1007/s10479-017-2525-0](https://doi.org/10.1007/s10479-017-2525-0). URL: <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2525-0> (besucht am 14.08.2025).
- Orloff, C. S. (Jan. 1974). „A fundamental problem in vehicle routing“. In: *Networks* 4.1, S. 35–64. DOI: [10.1002/net.3230040105](https://doi.org/10.1002/net.3230040105). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/net.3230040105> (besucht am 16.08.2025).
- Psaraftis, H. N. (1980). „A Dynamic Programming Solution to the Single Vehicle Many-to-Many Immediate Request Dial-a-Ride Problem“. In: *Transportation Science* 14.2. Publisher: INFORMS, S. 130–154. URL: <https://www.jstor.org/stable/25767975> (besucht am 16.08.2025).
- Vansteenwegen, P., L. Melis, D. Aktas, B. D. G. Montenegro, F. Sartori Vieira und K. Sørensen (1. Apr. 2022). „A survey on demand-responsive public bus systems“. In: *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 137, S. 103573. DOI: [10.1016/j.trc.2022.103573](https://doi.org/10.1016/j.trc.2022.103573). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X22000195> (besucht am 22.07.2025).
- Verband der Automobilindustrie (2025). *Ridepooling - Eine Lösung für den ländlichen Raum*. URL: <https://www.vda.de/de/themen/digitalisierung/mobility-as-a-service/ridepooling> (besucht am 31.07.2025).
- Vidal, T., G. Laporte und P. Matl (Okt. 2020). „A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants“. In: *European Journal of Operational Research* 286.2, S. 401–416. DOI: [10.1016/j.ejor.2019.10.010](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.10.010). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221719308422> (besucht am 17.08.2025).
- Wang, C., M. Quddus, M. Enoch, T. Ryley und L. Davison (1. Mai 2014). „Multilevel modelling of Demand Responsive Transport (DRT) trips in Greater Manchester based on area-wide socio-economic data“. In: *Transportation* 41.3, S. 589–610. DOI: [10.1007/s11116-013-9506-1](https://doi.org/10.1007/s11116-013-9506-1). URL: <https://doi.org/10.1007/s11116-013-9506-1> (besucht am 09.08.2025).

## **A Anhang A: Literaturrecherche**

### **A.1 Searchstrings**

Bei Optimierungsproblemen: DARAUF ACHTEN, DASS DIE JAHRESZAHLEN MIT ANGEZEIGT SIND - DADURCH ERWÄHNE WELCHEN BEI GOOGLE UND WELCHE BEI SCOPUS GENUTZT WURDE

### **A.2 Suchergebnisse - BEI BEDARF**

## **B Implementierung**

### **B.1 Beispieldatensatz**

### **B.2 Code der implementierten Settings**

### **B.3 BEI BEDARF ????**

## Versicherung über die Selbstständigkeit

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Masterarbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen – benutzt. Ich habe die Arbeit vorher nicht in einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht. Die schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium.

Hamburg, den 21. August 2025

Ort, Datum

Unterschrift