



HWI HAMBURG
HOCHSCHULÜBERGREIFENDER STUDIENGANG
WIRTSCHAFTSINGENIEURWESEN HAMBURG

Masterarbeit

Optimization of on-demand line-based bus services

vorglegt von

Alexander Klaus

Matrikelnummer 7169020

Bereich:

1. Gutachter: Prof. Dr. Knut Haase

2. Gutachter: Prof. Dr. Malte Fliedner

vorgelegt am: 27. August 2025

AM LEHRANGEBOT BETEILIGTE HOCHSCHULEN:

Universität Hamburg

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Helmut Schmidt Universität - Universität der Bundeswehr Hamburg

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iv
Tabellenverzeichnis	v
Abkürzungsverzeichnis	vi
Symbolverzeichnis	vii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung der Arbeit	2
2 Literaturüberblick	3
2.1 Typologie und Abgrenzung relevanter Mobilitätsformen	3
2.2 Semi-flexible Systeme - Einordnung des zu betrachtenden Modells	5
2.3 Offene Forschungsfragen	5
3 Problemstellung	7
3.1 Dimensionen der Problemstellung - 9 Szenarien	7
4 Mathematisches Modell	9
4.1 Zentrale Modellannahmen	9
4.2 Szenario 1.A)	10
4.3 Szenario 1.B)	11
4.4 Szenario 2.C)	11
4.5 Szenario 3.C)	12
5 Implementierung & Validierung des Modells	14
5.1 Grundlagen der Implementierung	14
5.2 Struktur der Implementierung	14
5.3 Herausforderungen bei der Umsetzung	15
5.4 Validierung der Implementierung	15
5.5 Ergebnisvergleich & Plausibilität	15
6 Erweiterungsmöglichkeiten & Diskussion	16
6.1 Limitierungen des aktuellen Modells	16
6.2 Mögliche Erweiterungen	16
6.3 Praxisrelevanz & Umsetzung	16
7 Fazit & Ausblick	17
Literatur	-18

A	Beispielanhang	A-1
B	Zweiter Beispielanhang	B-1

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung
l	Index einer Buslinie
l'	Index einer Nachfolgertour
L	Menge aller Buslinien
j	Index einer Haltestelle innerhalb einer Linie
m_l	Anzahl der Haltestellen auf Linie l
$t_{s_j, s_{j'}}^l$	Fahrzeit zwischen Haltestellen s_j und $s_{j'}$ auf Linie l
K	Menge der verfügbaren Busse
Q_k	Kapazität des Busses k
$d_{s_j, s_{j'}}^l$	Nachfrage zwischen zwei Haltestellen einer Linie l

1 Einleitung

Das Bestreben nach dem effizienten Einsatz von Ressourcen ist wohl so alt wie die Nutzung von Ressourcen selbst. In Großstädten sind Busse Teil eines umfassenden öffentlichen Personennahverkehrs (ÖPNV)-Netzwerks und ergänzen U-Bahn und/oder Straßenbahnen, um der Nachfrage nach Mobilität ausreichend Kapazität entgegenzubringen. Im ländlicheren Bereich sind Busse für den Transport von Personengruppen hingegen oft die einzige Mobilitätsform, da schlicht keine ausreichend hohe, konstante Nachfrage für U-Bahnen oder Ähnliches besteht.

Noch unsauber:

Während es sich in Großstädten schwer vermeiden lässt, einen gewissen Kapazitätspuffer vorhalten zu müssen, um die hohe Nachfrage zu den Stoßzeiten bedienen zu können, stellt sich hier für den ländlichen Bereich die Frage, ob eine möglichst geringe Kapazität nicht noch effizienter genutzt werden kann, um die zur Verfügung stehenden Mittel möglichst effizient zu nutzen.

Während eine feste Struktur aus linienbasierten Systemen in Großstädten sinnvoll ist, um einen geordneten Fluss von Personen und Verkehr zu gewährleisten und planbar zu machen, mangelt es im ländlichen Bereich an der Nachfrage, um ein solch aufwendig zu implementierendes System aufrecht zu erhalten /

Heutzutage sind Menschen daran gewöhnt, viele Dinge und Leistungen jederzeit durch das Internet abrufen zu können. Daher kommt der Fähigkeit auf Abruf innerhalb eines kurzen Zeitraums reagieren zu können eine wichtige Rolle zu.

1.1 Motivation

→ warum ist das Thema relevant?

- CO₂-Reduktion & Individualmobilität: aktueller Zielkonflikt im ÖPNV
- Herausforderungen im ländlichen Raum (geringe Auslastung, lange Taktzeiten)
- Technologischer Fortschritt: Autonome Busse & digitale Nachfrageerfassung ermöglichen neue Konzepte
- Klassischer Linienverkehr: fixe Zeiten & Routen, hohe Bündelung, geringe Flexibilität
- Ridepooling: Tür-zu-Tür, aber hohe operative Komplexität, oft ineffizient
- On-Demand-Linienbusse als Hybridform: planbare, aber flexible Nachfragebedienung

1.2 Zielsetzung der Arbeit

Leitfrage:

1. Wie geeignet ist das von Vlček & Schulz entwickelte Modell zur ressourceneffizienten Planung von On-Demand-Linienbusverkehren unter variierenden betrieblichen Bedingungen?

Dazu wird folgendes gemacht (eventuell auf so auch schon die Beschreibung was in welchem Kapitel gemacht wird, abarbeiten):

- 2.1 Kontext des zu implementierenden Modells beschrieben
- 2.2 Modell wird eingeordnet
- 3. Mathematischer Modellaufbau wird beschrieben
- 4.
 - 4.1 - 4.3 Implementierung eines zu veröffentlichenden Optimierungsmodells
 - 4.4 Validierung durch Reproduktion der Ergebnisse (fraglich)
 - 4.5 Ergebnisvergleich & Plausibilität
- 5. Analyse von Anwendbarkeit, Stärken & Schwächen des Modells, Erweiterungen

2 Literaturüberblick

Das von Schulz & Vlček vorgeschlagene System stellt eine Kombination des klassischen Linienbusverkehrs und Elementen eines, auf Abruf basierenden Ridepooling-Dienstes dar. Das präsentierte mathematische Modell ist dem Bereich der OR-Probleme, genauer gesagt der Familie des Vehicle Routing Problems (VRP) **EVENTUELL NOCH ANDERER PROBLEME? DARP?**(Quelle) zuzuordnen. Eine ausführlichere Beschreibung erfolgt in Kapitel 2.2. Mit dem vorgeschlagenen System werden Elemente aus unterschiedlichen Systemen, Problemstellungen und Modellen verknüpft. Um ein einheitliches Verständnis zu schaffen, wird zunächst die Definition zentraler Begriffe vorgenommen. Im Anschluss erfolgt die Klärung der Anwendungsbereiche relevanter Mobilitätsformen, sowie möglicher Zielkonflikte (**checken, ob das wirklich gemacht wurde!**). Nachfolgend wird das Modell von Schulz & Vlček in die Menge verwandter Untersuchungen eingeordnet. Da Schulz & Vlček ein öffentliches Bus-System in einer ländlicheren Gegend untersuchen, fokussiert sich die folgende Literaturübersicht auf Forschungsarbeiten die auf den ländlichen Kontext anwendbar sind. Andere Mobilitätsformen wie zum Beispiel das klassische Taxi oder U-Bahnen werden zur kontextuellen Abgrenzung erwähnt, sind aber kein Teil des Untersuchungsbereiches dieser Arbeit.

Nachfolgend wird ein Überblick der Forschung auf den Gebieten der zentralen Begriffe in Bezug auf das Verkehrsmittel Bus gegeben. Dabei wird unterschieden, ob die Forschung im ländlichen oder städtischen Raum durchgeführt wurde. Für eine systematische Vorgehensweise wurden die Suchbegriffe in englischer Sprache verwendet, da die meisten Veröffentlichungen heutzutage auf englischer Sprache getätigt werden. Die Suchbegriffe wurden miteinander verknüpft und in sogenannten Searchstrings verwendet. Alle verwendeten Veröffentlichungen sind in Anhang **XXXXXX** jenem Searchstring zugeordnet, mit dem sie gefunden wurden. Die Recherche der nachfolgend präsentierten Literatur erfolgte mittels der gebildeten Searchstrings in den wissenschaftlichen Online-Datenbanken Google Scholar und Scopus.

Vielleicht noch eine Aussage darüber wie viele Paper betrachtet wurden?

Aussage darüber wie Searchstrings aufgebaut sind im Paper oder im Anhang? oder gar nicht?

Es wurden nur Veröffentlichungen berücksichtigt, die in einer vollständigen Version mittels des VPN-Zugangs der Universität Hamburg bzw. der Helmut-Schmidt-Universität zugänglich waren. Dabei wurde die Literatur anhand des Titels und Abstracts bewertet und gegebenenfalls für die Verwendung in dieser Arbeit ausgewählt.

2.1 Typologie und Abgrenzung relevanter Mobilitätsformen

Die in der Arbeit genutzten zentralen Begriffe werden wie folgt definiert:

Linienbasiert (engl.: line-based) bedeutet für das ÖPNV-System die Einhaltung von festen Routen, festgelegten Haltestellen und Fahrplänen wie es von städtischen Bus-, Straßenbahn- und U-Bahn-Netzen bekannt ist.

Auf Abruf (engl.: on-demand) ist die Eigenschaft eines Systems auf die realisierte Nachfrage der Fahrgäste zu reagieren (vgl. Vansteenwegen et al., 2022, S.3). Dies kann in Echtzeit oder auch vorverarbeitet in einem zuvor abgegrenzten Zeitraum erfolgen. Die Nachfrage wird dann innerhalb eines festgelegten Zeitraums bedient. Zeiträume können sich überschneiden und so zum Beispiel die Form eines rollierenden Horizonts annehmen.

Ridepooling wird vom Verband der Automobilindustrie (2025) (**Achtung online Quelle**) als kombinierte Mobilitätsform von ÖPNV und Taxi definiert. Der Ablauf bei dieser besonderen Form des Personenverkehrs wird wie folgt: Der Fahrgast wird an seinem individuellen Startpunkt abgeholt. Auf dem Weg zum individuellen Ziel steigen andere Fahrgäste zu und/oder wieder aus. Je nach Zielpunkt werden die Routen so kombiniert, dass benachbarte Ziele mit einem Fahrzeug bedient werden können.

Anwendungsbereiche & typische Zielkonflikte darstellen (evtl. Grafik dazu anfertigen: Taxi als flexibelstes on-demand, keine festen Routen und krasses Gegenteil ist Linienbus mit festem Fahrplan und Routen)

Generell Zielkonflikt von echten on-demand Lösungen in rural areas: geringere Kosten (durch weniger Fahrzeuge) vs. Abdeckung(?) Soll darauf hinführen, dass Schulz & Vlček weniger Busse nutzen bei Beibehaltung der Flexibilität.

Forschung auf den Gebieten:

1. line-based bus system

a) in urban areas (Searchstring)

- line-based sind einfach der backbone in urban areas und sind, wenn nicht das eine, dann das teil des zentralen public transport networks um hohe Nachfrage kosteneffizient zu bedienen (hinweis Richtung Forschung zu feeder-networks)

b) in rural areas (Searchstring)

2. on-demand bus

a) in urban areas (Searchstring)

b) in rural areas (Searchstring)

3. ridepooling

a) in urban areas (Searchstring)

b) in rural areas (Searchstring)

2.2 Semi-flexible Systeme - Einordnung des zu betrachtenden Modells

Modell von Schulz & Vlček ist Kombination aus Linienverkehr & on-demand, daher: semi-flexible Systeme

Vorgehensweise bei der Suche darstellen:

1. Zuerst versucht Review Paper zu finden (Searchstring)
2. dann speziellere Searchstrings
3. Verwandte Probleme (siehe Paper von Schulz & Vlček)
 - Überblick über verwandte OR-Modelle
 - DARP - Dial a ride Problem
 - VRP - Vehicle Routing Problem
 - PTP (?) - Public Transport Planning
 - Line Planning
 - Vehicle Scheduling
 - MIP
 - Netzwerkflussmodelle
 -
 - Besonderheiten des gewählten Modells (Netzwerkstruktur, einfache Erweiterbarkeit)
 - Überblick zur Methodik: LP/IP, Flow-Modelle, Erweiterbarkeit für verschiedene Szenarien

Aussage darüber, dass viel zu "on-demand rural" mit "line-based rural" gefunden wurde -> zeigt enge Verbundenheit der Begriffe usw.

Verweis auf tabellarische Übersicht der gefundenen Literatur

2.3 Offene Forschungsfragen

- welche offenen Punkte aus anderen Papern greifen Schulz & Vlček eventuell auf?
- Kapazitätsfragen, Depotstruktur, Echtzeitfähigkeit
- Kombination von on-demand und line-based nochmal evtl. aufgreifen nachdem entsprechend mit Searchstring bewiesen oder nicht bewiesen ist, dass es diese Kombination so noch nicht extensiv gibt
- Zukunftsperspektiven: adaptive Fahrpläne, Realtime-Demand
- Bewertung der Robustheit und Praktikabilität in Realanwendungen
- → Enden mit Rechtfertigung dafür, dass es sich lohnt die Kombination, die Vlček und Schulz gemacht haben, weiter zu untersuchen

→ Aussage on-demand senkt kosten in rural areas, aber ...

3 Problemstellung

Das zu lösende Optimierungsproblem von Schulz & Vlček beschäftigt sich mit der Einsatzplanung von Bussen in einem, auf Abruf operierenden, linienbasierten System mehrerer Buslinien.

In einem ersten Schritt werden die Nachfragewünsche der Fahrgäste konsolidiert und vorverarbeitet, im darauffolgenden Optimierungsprozess wird für das jeweilige Szenario die optimale, minimale Anzahl von Bussen zu Nachfragebedienung bestimmt. Szenarien siehe

Grundsätzlich kann eine Buslinie mehrmals im zu betrachtenden Zeitraum bedient bzw. gestartet werden. Daher wird im weiteren Verlauf jede einzigartige Kombination aus Buslinie und Startzeit der Buslinie als Tour $l \in L = \{1, \dots, n\}$ bezeichnet. Das linienbasierte System wird durch ein Graphenmodell mit Knoten und Kanten aufgebaut. Jede Buslinie besteht aus einer Anzahl von Haltestellen (Knoten) s_1, \dots, s_m . Hier sei erwähnt, dass sich die Zusammensetzung und Reihenfolge der Haltestellen je Buslinie mit unterschiedlicher Startzeit durch die einzelnen Touren hinweg nicht verändert. Deshalb kann die Notation der Tour mit in die Notation der Haltestellen aufgenommen werden und es ergibt sich für jede Tour eine Abfolge von Haltestellen $s_1^l, \dots, s_{m_l}^l$. Jeder Haltestelle wird eine Zeit $\bar{t}_{s_j^l}$ zugewiesen, zu der der Bus dort hält, es gilt: $\bar{t}_{s_j^l}$, $l \in L$, $j = 1, \dots, m_l$. In der Realität sind die einzuhaltenden Zeiten durch einen zuvor aufgestellten Fahrplan gegeben. Für ein höheres Maß an Flexibilität bei der Implementierung des Modells werden die Zeiten der einzelnen Haltestellen in dieser Arbeit ausgehend von der Startzeit der jeweiligen Tour und der gewählten Fahrgeschwindigkeit der Busse berechnet. Eine detaillierte Beschreibung der Berechnung folgt in Kapitel **XXXXXXX**.

Schulz & Vlček argumentieren, dass die Zeiten für Ein- und Ausstieg in Relation zur Fahrzeit zur vernachlässigen sind. Daher können die Busse die Haltestellen im Vorbeifahren bedienen. Für die Fahrtzeit zwischen zwei beliebigen Haltestellen im System $t_{s_j^l, s_{j'}^{l'}}$ muss gelten $t_{s_j^l, s_{j'}^{l'}} > 0$, $l, l' \in L$, $j = 1, \dots, m_l$, $j' = 1, \dots, m_{l'}$, da die beiden Haltestellen sonst identisch sind. In der Problemstellung von Schulz & Vlček haben alle Busse ein einzelnes Depot D als Start- und Endpunkt der Schicht bzw. dem Betrachtungszeitraum. Die Verbindung vom Depot zu jeder Haltestelle im System muss möglich sein. Für die Fahrzeiten zwischen dem Depot und einer beliebigen Haltestelle der Tour l gilt entsprechend $t_{D, s_j^l} > 0$ und $t_{s_j^l, D} > 0$, $l \in L$, $j = 1, \dots, m_l$. Allgemein gilt die Dreiecksungleichung für alle Fahrtzeiten. Für die im Modell verwendeten Busse $k \in K = \{1, \dots, |K|\}$ wird eine Kapazität Q_k festgelegt, die angibt wie hoch die zulässige ganzzahlige Anzahl der, gleichzeitig im Bus transportierbaren, Fahrgäste ist. Die Nachfrage zwischen zwei Haltestellen wird durch $d_{s_j^l, s_{j'}^{l'}}$ mit $l \in L$, sowie $j, j' = 1, \dots, m_l$ und $j' > j$ berücksichtigt.

3.1 Dimensionen der Problemstellung - 9 Szenarien

WENN HIER NUR EIN UNTERKAPITEL, DANN KEIN UNTERKAPITEL, SONST NOCH INHALTE FÜR ANDERES UNTERKAPITEL FINDEN Schulz & Vlček stellen für die systematische Untersuchung der Problemstellung 2 Dimensionen vor, die die Problemstellung wie folgt untergliedern:

Operative Komplexität

1. **Uneingeschränkter autonomer Betrieb:** Es werden homogene, autonome Busse mit unendlicher Kapazität eingesetzt.
2. **Kapazitätsbeschränkung im autonomen Betrieb:** Die Busse sind weiterhin autonom, allerdings nun heterogen, durch die Berücksichtigung der individuellen Kapazitätsgrenze Q_k .
3. **Fahrer- und Kapazitätsbeschränkung:** Es werden Fahrer für die Busse eingesetzt. Die Busse sind somit nicht mehr autonom. Für die Fahrer werden Arbeits- und Pausenzeiten berücksichtigt. Durch die feste Zuweisung von Fahrer zu Bus ergibt sich der Zeitpunkt a_k , zu dem der Bus $k \in K$ verfügbar wird, dem Arbeitszeitbeginn des Fahrers. Folglich ergibt sich auch der Zeitpunkt b_k , zu dem der Fahrer seine Pause mit der Länge p beginnt und der Zeitpunkt c_k , zu dem der Fahrer seine Schicht beendet und ab dem der Bus nicht mehr verfügbar ist.

Strategien zur Nachfragebedienung

- A) **Bedienung des gesamten Netzes:** Ohne Betrachtung der Nachfrage werden alle Touren vollständig bedient.
- B) **Bedienung der nachgefragten Touren:** Es werden jene Touren vollständig bedient für die eine (Teil-)Nachfrage besteht.
- C) **Bedienung der nachgefragten Haltestellen:** Es werden nur die Teile der jeweiligen Touren bedient, für deren Haltestellen zu Beginn des Betrachtungszeitraums eine Nachfrage besteht.

Daraus ergeben sich insgesamt 9 Szenarien 1.A) - 3.C). Ziel in jedem der 9 Szenarien ist es die Anzahl der benötigten Busse zu minimieren. Auf diese Weise soll aufgezeigt werden, welcher Einfluss auf die minimale Anzahl der Busse besteht, wenn anstelle vollständiger Touren ausschließlich nachgefragte Haltestellen einer Tour l bedient werden müssen. Weitere zukünftige Analysemöglichkeiten werden in Kapitel 6 beschrieben.

4 Mathematisches Modell

Von den 9 Szenarien werden im nachfolgend die mathematischen Modellformulierungen dieser Szenarien aufgestellt:

Szenario 1.A (uneingeschränkter, autonomer Betrieb & Bedienung des gesamten Netzes) wurde ausgewählt, um ein grundlegendes Konstrukt aufzubauen, welches möglich uneingeschränkt ist und somit als Basis für die anderen Szenarien zu sehen ist.

Szenario 1.B (uneingeschränkter, autonomer Betrieb & Bedienung der nachgefragten Touren) wurde ausgewählt, um ... **zu validieren, dass das modell auch für andere Sets korrekt funktioniert?**

Szenario 2.C (Kapazitätsbeschränkung im autonomen Betrieb & Bedienung der nachgefragten Haltestellen) wurde ausgewählt, um **einen Zwischenstand der Komplexität abzubilden, der die Berücksichtigung von Nachfrage und Möglichkeit der reinen Bedienung nachgefragter Haltestellen erlaubt.**

Szenario 3.C (Fahrer- und Kapazitätsbeschränkung & Bedienung der nachgefragten Haltestellen) wurde ausgewählt, um einen möglichst realitätsnahen Anwendungsfall abzubilden.

4.1 Zentrale Modellannahmen

Schulz & Vlček stellen folgende vereinfachenden Annahmen auf:

- Es wird ein gemeinsames Depot für alle Busse angenommen
- Die Arbeits- und Pausenzeiten der Fahrer entsprechen den gesetzlichen Regelungen
- Die feste Planung einer festgelegten Pausenzeit für die Fahrer steht im Einklang mit geltendem Recht
- Die Zuteilung von Fahrer zu Bus erfolgt im Vorfeld des Betrachtungszeitraums und wird als gegeben angenommen. Der Bus ist somit im Rahmen der Fähigkeiten des Fahrers zwischen Beginn und Schichtende des Fahrers verfügbar
- Die Busse müssen während des Betrachtungszeitraums nicht tanken/aufgeladen werden, da sie für den gesamten Betrachtungszeitraum als ausreichend betankt/aufgeladen angenommen werden
- Die Busse sind bis auf die Kapazität homogen
-

Für alle Settings ist die Menge aller relevanter Knoten V , sowie die Menge A aller Verbindungen bzw. Kanten zwischen den Knoten aufzustellen.

4.2 Szenario 1.A)

Zunächst wird von Schulz & Vlček der Fall betrachtet, in dem alle Touren (Buslinien zu unterschiedlichen Startzeiten) vollständig bedient werden müssen. Zur Erinnerung: In diesem Setting werden homogene autonome Busse eingesetzt, deren Eigenschaften keinen Einfluss auf die Lösung haben. Die Busse werden in der Modellformulierung nicht erwähnt, sind aber die Instanz, die die Verbindungen nutzt und die Knoten bedient. Die Menge aller relevanter Knoten ergibt sich in diesem ersten Szenario daher aus:

$$V = \{D, s_1^1, \dots, s_1^n, s_{m_1}^1, \dots, s_m^n\}$$

Um alle Möglichkeiten für das Lösen des Problems zu erhalten, erlauben Schulz & Vlček Verbindungen zwischen Touren. Diese werden durch die Fahrtzeit zwischen der letzten Haltestelle von Tour l und der ersten Haltestelle von Nachfolgertour l' mit $t_{s_{m_l}^l, s_1^{l'}}$ beschrieben. Eine Verbindung von zwei Touren darf in einer möglichen Lösung des Problems nur dann bestehen, wenn folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\bar{t}_{s_{m_l}^l} + t_{s_{m_l}^l, s_1^{l'}} \leq \bar{t}_{s_1^{l'}} \quad (4.1)$$

Mit Gleichung 4.1 beschreiben Schulz & Vlček, dass der zeitliche Abstand zwischen der letzten Haltestelle einer Tour $s_{m_l}^l$ und der ersten Haltestelle der Nachfolgertour $s_1^{l'}$ groß genug sein muss, um die Fahrtzeit zwischen den Haltestellen abdecken zu können.

Folglich ergibt sich für das erste Setting:

$$A = \{(D, s_1^1), \dots, (D, s_1^n), (s_{m_1}^1, D), \dots, (s_{m_n}^n, D), (s_1^1, s_{m_1}^1), \dots, (s_1^n, s_{m_n}^n)\} \cup \{(s_{m_l}^l, s_1^{l'}) : \bar{t}_{s_{m_l}^l} + t_{s_{m_l}^l, s_1^{l'}} \leq \bar{t}_{s_1^{l'}}\}$$

Schulz & Vlček verwenden in der folgenden Modellformulierung des Szenarios 1.A) die binäre Entscheidungsvariable x_{ij} , deren Wert 1 ist, wenn die Verbindung $(i, j) \in A$ von i nach j genutzt wird und sonst 0.

$$\min \sum_{j: (D, j) \in A} x_{Dj} \quad (4.2)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j: (i, j) \in A} x_{ij} - \sum_{j: (j, i) \in A} x_{ji} = 0 \quad \forall i \in V \quad (4.3)$$

$$x_{s_1^l, s_{m_l}^l} = 1 \quad \forall l \in L \quad (4.4)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.5)$$

Der Wert der Zielfunktion 4.2 gibt die Anzahl der Busse die das Depot verlassen wieder und ist zu minimieren. Die Nebenbedingung 4.3 stellt sicher, dass die Flusserhaltung für jeden Knoten gilt, d.h. die Anzahl der eingehenden Verbindungen ist gleich der Anzahl der ausgehenden Verbindungen. Nebenbedingung 4.4 stellt sicher, dass jede Tour bedient wird. Nebenbedingung 4.5 ist die Nichtnegativitätsbedingung der Entscheidungsvariable.

HIER NOCH CHECKEN OB KLASSIFIZIERUNG ALS EINE BESTIMMTE ART VON MODELL WIE BEI Schulz & Vlček

4.3 Szenario 1.B)

In diesem Szenario lassen Schulz & Vlček jene Touren vollständig bedienen, für die mindestens an einer Haltestelle eine Nachfrage bekannt ist.

HIER EVTL. GRAFIK ZUR VISUALISIERUNG

Die Menge aller relevanter Knoten ändert sich zu

$$\bar{V} = \{D, s_1^1, \dots, s_{m_1}^1, s_1^n, \dots, s_{m_n}^n\},$$

sodass nun alle Haltestellen im System, sowie das Depot aufgenommen sind. Auch die Menge der relevanten Verbindungen ändert sich und ergibt sich zu:

$$\bar{A} = \{(D, s_1^1), \dots, (D, s_{m_n}^n), (s_1^1, D), \dots, (s_{m_n}^n, D), (s_1^1, s_{m_1}^1), \dots, (s_1^n, s_{m_n}^n)\} \cup \{(s_i^l, s_j^{l'}) : \bar{t}_{s_i^l} + t_{s_i^l, s_j^{l'}} \leq \bar{t}_{s_j^{l'}}\},$$

mit $i = 1, \dots, m_l$ und $j = 1, \dots, m_{l'}$.

HIER DIE THEMATIK MIT ÜBERLAPPENDEN CUSTOMER TRIPS ERKLÄREN

4.4 Szenario 2.C)

In diesem Szenario berücksichtigen Schulz & Vlček eine Kapazitätsbeschränkung für die Busse. Die Busse sind somit als heterogen zu betrachten. Außerdem lassen Schulz & Vlček nur noch die einzelnen Haltestellen bedienen, die zu Beginn des Betrachtungszeitraums nachgefragt sind.

Dementsprechend ändert sich die Menge aller relevanter Verbindungen zu:

$$\begin{aligned} \hat{A} = & \{(D, s_1^1), \dots, (D, s_{m_n}^n), (s_1^1, D), \dots, (s_{m_n}^n, D)\} \cup \{(s_i^l, s_j^{l'}) : i = 1, \dots, m_l, j = 1, \dots, m_{l'}, \bar{t}_{s_i^l} + t_{s_i^l, s_j^{l'}} \leq \bar{t}_{s_j^{l'}}\} \\ & \cup \{(s_i^l, s_j^l) : i, j = 1, \dots, m_l, i > j, \exists k < j < i : d_{s_k^l, s_i^l} > 0, \exists k > j : d_{s_j^l, s_k^l} > 0\} \end{aligned}$$

Mittels Set \hat{A} erlauben Schulz & Vlček, im Gegenteil zu Set \bar{A} , dass ein Bus, im Falle von verschachtelten Kundenfahrten zu einer vorigen Haltestelle der gleichen Tour „zurückfahren“ kann, um die dortige Nachfrage zu bedienen. Diese Fähigkeit von Set \hat{A} wird in Nebenbedingung 9 ausgestaltet und nach der Modellformulierung weiter erläutert. Für eine genauere Erklärung wird auf Schulz & Vlček verwiesen. Nach wie vor gilt für den Wert der binären Entscheidungsvariable x_{ijk} : 1, wenn die Verbindung $(i, j) \in \hat{A}$ zwischen i und j genutzt wird und sonst 0. Die Modellformulierung für das Szenario 2.C) ist wie folgt:

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{j: (D, j) \in \hat{A}} x_{Djk} \quad (4.6)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j:(i,j) \in \hat{A}} x_{ijk} - \sum_{j:(j,i) \in \hat{A}} x_{jik} = 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (4.7)$$

$$\sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1 \quad \forall i, j \in V : (i, j) \in \hat{A} \wedge d_{ij} > 0 \quad (4.8)$$

$$\sum_{j:(D,j) \in \hat{A}} x_{Djk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (4.9)$$

$$x_{s_i^l s_{j'}^{l'} k} \leq 1 - x_{s_h^l s_{h'}^{l'} k} \quad \forall l, l' \in L, k \in K, i = \{1, \dots, m_l\}, j = \{1, \dots, m_{l'}\}, \\ (s_i^l, s_{j'}^{l'}) \in \hat{A}, h, h' \in \{1, \dots, m_l\} : h \leq i < h' \wedge \\ d_{s_h^l, s_{h'}^{l'}} > 0 \wedge \bar{t}_{s_h^l} + t_{s_{h'}^{l'}, s_j^{l'}} > \bar{t}_{s_j^{l'}} \quad (4.10)$$

$$\sum_{j, j'=1, \dots, m_l : s_j^l \leq s_i^l < s_{j'}^{l'}} d_{s_j^l, s_{j'}^{l'}} \cdot x_{s_j^l s_{j'}^{l'} k} \leq Q_k \quad \forall l \in L, i \in \{1, \dots, m_l\}, k \in K \quad (4.11)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \hat{A}, k \in K \quad (4.12)$$

Die Zielfunktion 4.6 wurde im Vergleich zu den vorigen Szenarien 1.A) und 1.B) mit den neuen Sets angepasst und verwendet die, um den Index der Busse ergänzte, Entscheidungsvariable x_{ijk} . Der Zielfunktionswert (Anzahl der Busse, die das Depot verlassen) ist, für ein optimales Ergebnis, weiterhin zu minimieren. Nebenbedingung 4.7 stellt wie zuvor in den Kapiteln 4.2 und 4.3 die Flusserhaltung für jeden Knoten sicher. Nebenbedingung 4.8 sorgt dafür, dass alle nachgefragten Verbindungen bedient werden. Nebenbedingung 4.9 beschränkt das Verlassen des Depots von jedem Bus auf ein einziges Mal. Nebenbedingung 4.10 stellt die Bedingungen für das „Zurückfahren“ eines Busses für den Fall von sich überschneidenden Kundenfahrten auf. Dabei wird für jedes Wechseln eines Busses auf eine andere Tour sichergestellt, dass dies nur vom letzten Teil der Überlappung aus geschieht. Sollte versucht werden von einer anderen, als dieser Haltestelle zu wechseln, wird die Summe auf der rechten Seite der Gleichung null und die Entscheidungsvariable auf der linken Seite gezwungen, den Wert null anzunehmen. Nebenbedingung 4.11 stellt die Einhaltung der Kapazitätsbeschränkung für jeden Bus je Buslinie sicher, indem für jede Haltestelle s_i^l die Summe aller Fahrgäste, die von Haltestelle s_j^l zu Haltestelle $s_{j'}^{l'}$ transportiert werden, gebildet wird und die Kapazität des Busses Q_k nicht überschritten werden darf. Nebenbedingung 4.12 ist die Nichtnegativitätsbedingung der Entscheidungsvariable.

4.5 Szenario 3.C)

In diesem Szenario wird das in Kapitel 4.4 beschriebene Modell lediglich durch die Berücksichtigung der Schicht- und Pausenzeiten der Busfahrer erweitert. Die Fahrzeiten zwischen zwei Haltestellen $t_{s_i^l, s_{j'}^{l'}}$ mit $l, l' \in L, i = \{1, \dots, m_l\}, j = \{1, \dots, m_{l'}\}$, sowie zwischen dem Depot und den Haltestellen $t_{D, s_i^l}, t_{s_i^l, D}$ mit $l \in L, i = \{1, \dots, m_l\}$, als auch die Zeiten zu denen jede Haltestellen auf den unterschiedlichen Touren bedient werden muss $\bar{t}_{s_i^l}$ mit $l \in L, i = \{1, \dots, m_l\}$ sind bekannt. Daher können genau die Entscheidungsvariablen der Bus-spezifischen, mit den Schicht- und Pausenzeiten der Fahrer unvereinbaren, Verbindungen im Vorfeld des Lösen auf 0 gesetzt werden:

$$(i) \quad x_{D s_i^l k} = 0 \quad \text{if} \quad \bar{t}_{s_i^l} - t_{D s_i^l} < a_k,$$

$$(ii) \quad x_{s_i^l D k} = 0 \quad \text{if} \quad \bar{t}_{s_i^l} + t_{s_i^l D} > c_k,$$

$$(iii) \quad x_{s_i^l s_j^l k} = 0 \quad \text{if} \quad b_k < \bar{t}_{s_i^l} < b_k + p \vee (\bar{t}_{s_i^l} < b_k \wedge b_k + p < \bar{t}_{s_j^l}),$$

$$(iv) \quad x_{s_i^l s_j^{l'} k} = 0 \quad \text{if} \quad b_k < \bar{t}_{s_i^l} < b_k + p \vee \bar{t}_{s_j^{l'}} < b_k + p \vee (\bar{t}_{s_j^{l'}} - \bar{t}_{s_i^l} - t_{s_i^l s_j^{l'}} < p \wedge \bar{t}_{s_i^l} < b_k \wedge \bar{t}_{s_j^{l'}} > b_k + p)$$

Durch (i) wird sichergestellt, dass kein Bus das Depot vor dem Schichtbeginn a_k verlassen kann. (ii) sorgt dafür, dass kein Bus eine Tour bedienen kann, die nach dem Schichtende enden würde. (iii) stellt zum Einen sicher, dass kein Bus an einer Haltestelle während einer Pause sein darf und um anderen, dass keine Fahrt zwischen zwei Haltestellen vor der Pause beginnen und nach der Pause enden darf. (iv) spiegelt (iii) für den Fall wieder, dass es sich bei der Fahrt um einen Wechsel zwischen Buslinien handelt. Dabei darf die Fahrt nur mit dem Zusatz zu (iii) stattfinden, wenn die Zeitspanne zwischen den beiden Haltestellen groß genug ist, um die Fahrtzeit und die Pausenzeit zu beinhalten.

5 Implementierung & Validierung des Modells

5.1 Grundlagen der Implementierung

Das Modell von Schulz & Vlček wurde in der Programmiersprache Julia in der Entwicklungsumgebung Visual Studio Code implementiert. Die Analysen wurden mit einem Apple Macbook Pro mit M1 Pro Prozessor und 16 Gigabyte Arbeitsspeicher ausgeführt. Zum Lösen des Modells wurde der HiGHS Solver verwendet.

Das, dem Modell zugrundeliegende, Graphenmodell (siehe Kapitel 3), sowie die Nachfrage nach Fahrten von und nach einzelnen Stops dieses Netzwerks, wird in der Implementierung mittels eines Datensatzes aufgebaut.

Der generierte Datensatz besteht aus folgenden Tabellen:

Tabelle 1 beinhaltet die unterschiedlichen Buslinien inklusive aller sich auf der jeweiligen Linie befindlichen Haltestellen. Für jede Haltestelle sind die Koordinaten (in X- und Y-Richtung), sowie die einzuhaltende Abfahrtszeit festgelegt.

Tabelle 2 legt fest zu welchen unterschiedlichen Startzeiten die einzelnen Touren je Buslinie vom Depot aus gestartet werden.

Tabelle 3 stellt eine fiktive Nachfragesituation zu Beginn eines Betrachtungszeitraums dar. Die hier simulierte Nachfragesituation umfasst insgesamt **XXXXXX** angemeldete Kundenfahrten.

Tabelle 4 legt die Parameter der fiktiven, in dem Betrachtungszeitfenster zur Verfügung stehenden Busse fest. Je Bus sind die Kapazität, sowie die, dem Bus zugeteilten, Schicht- und Pausenzeiten des Busfahrers festgelegt.

5.2 Struktur der Implementierung

KÖNNTE SICH NOCHMAL ÄNDERN, WENN IMPLEMENTIERUNG AUF SZENARIEN ANSTATT SETTINGS ANGEPASST WIRD

- Modularer Aufbau: Dateninput, Modellkonstruktion, Lösung, Output
- Relevante Klassen/Methoden (z.B. für Pfadgenerierung, Kapazitätsprüfung)
- Beispiel für den Workflow einer Instanz: Einlesen → Modellaufbau → Lösung → Auswertung

5.3 Herausforderungen bei der Umsetzung

- Setaufbau
- Speicher-/Performanceprobleme bei großen Instanzen
- Umgang mit überlappenden Trips und Duplikaten (siehe Paper)

5.4 Validierung der Implementierung

Anhand der Originalergebnisse - fraglich, da ihr ja direkt mit realdtensatz arbeitet

Hier darauf achten, dass es 9 Szenarios gibt -> Referenz auf beschriebene Settings

- Szenarien aus Schulz/Vlček: Fahrplan aus Mecklenburg-Vorpommern
- Umsetzung von Settings 1 bis 3 (jeweils relevante Details nennen)
- Beispiel: Setting 1 mit künstlich hoher Geschwindigkeit → Reproduzierbarkeit des theoretischen Optimums

5.5 Ergebnisvergleich & Plausibilität

- Tourenanzahl, Busanzahl, Tourverläufe: Vergleich Paper vs. eigene Lösung
- Abweichungen und deren mögliche Ursachen (z.B. Rundungsfehler, alternative Pfade)
- Qualität & Robustheit der eigenen Implementierung

6 Erweiterungsmöglichkeiten & Diskussion

6.1 Limitierungen des aktuellen Modells

- Nur ein Depot
- Statischer Demand bzw. je nach Größe des Betrachtungszeitraums: 90 Minuten Fenster verursacht ziemlich hoch Dynamik bzw. Unsicherheit in der Nachfrage.... Betrachtungszeitraum eines Tages im Voraus hingegen bietet mehr Planungssicherheit
- Keine dynamische Tourenbildung, keine Live-Reaktionen
- Keine Betriebskostenbetrachtung

6.2 Mögliche Erweiterungen

- Liniennetz überschneidet sich nicht, daher auch keine Linien übergreifenden Touren möglich
- unterscheidlich abzufahrende Stops (Linienzusammensetzung) je Tour
- Mehrere Depots: Flexibilität bei der Tourenplanung, bessere Abdeckung
- Depotzuordnung optimieren
- Zeitfensterbasierte oder dynamische Nachfrage
- Realtime-Routing mit Rolling Horizon
 - dynamische Änderungen der Fahrzeiten zwischen den Stops siehe Abstract von Lian et al. (2023)
- Erweiterung um Ladezeiten, Servicelevel-Bedingungen
- größerer Datensatz

6.3 Praxisrelevanz & Umsetzung

- Welche Erkenntnisse sind direkt anwendbar?
- Welche Modellannahmen müssen für reale Implementierung angepasst werden?
- Bewertung der Lösung hinsichtlich Kosten, Fahrgastkomfort, Nachhaltigkeit

7 Fazit & Ausblick

6.1 Wichtigste Erkenntnisse Implementierung gelungen / Modell nachvollziehbar repliziert Validierung zeigt Übereinstimmungen und Grenzen Modell zeigt Potenzial bei Ressourceneinsparung und Flexibilisierung

6.2 Bewertung der Zielerreichung Rückblick auf Ziele aus Kapitel 1.3 Welche Ziele wurden vollständig erreicht? Wo gab es Einschränkungen?

6.3 Zukunftsperspektiven Technische Weiterentwicklung des Modells Einsatz in kommunalen Verkehrsvorhaben Integration in Planungssoftware / Fahrplangenerierungssysteme

Literatur

- Lian, Y., F. Lucas und K. Sörensen (1. Sep. 2023). „The on-demand bus routing problem with real-time traffic information“. In: *Multimodal Transportation* 2.3, S. 100093. DOI: [10.1016/j.multra.2023.100093](https://doi.org/10.1016/j.multra.2023.100093). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2772586323000254> (besucht am 22.07.2025).
- Vansteenwegen, P., L. Melis, D. Aktaş, B. D. G. Montenegro, F. Sartori Vieira und K. Sörensen (1. Apr. 2022). „A survey on demand-responsive public bus systems“. In: *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 137, S. 103573. DOI: [10.1016/j.trc.2022.103573](https://doi.org/10.1016/j.trc.2022.103573). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X22000195> (besucht am 22.07.2025).
- Verband der Automobilindustrie (2025). *Ridepooling - Eine Lösung für den ländlichen Raum*. URL: <https://www.vda.de/de/themen/digitalisierung/mobility-as-a-service/ridepooling> (besucht am 31.07.2025).

A Beispielanhang

B Zweiter Beispielanhang

Versicherung über die Selbstständigkeit

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Masterarbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen – benutzt. Ich habe die Arbeit vorher nicht in einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht. Die schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium.

Hamburg, den 5. August 2025

Ort, Datum

Unterschrift