Отчет по лабораторной работе №1

Снопов П.М.

1 января 2020 г.

3 курс, 3 группа

Лабораторная работа №1

Решение разреженных СЛАУ специального вида

Вариант 10

1. Постановка задачи Необходимо решить разреженную СЛАУ специального вида. Портрет матрицы:

$$
\begin{pmatrix}
* & * & & & & & & & & \\
* & * & * & & & & & & & \\
* & * & * & * & & & & & & \\
* & * & * & * & * & & & & & \\
* & * & & * & * & * & & & & \\
* & * & & & * & * & * & & & \\
* & * & & & & * & * & * & & \\
* & * & & & & & * & * & * & \\
* & * & & & & & & * & * & * \\
* & * & & & & & & & * & *
\end{pmatrix}
$$

2. Метод решения Приведем вышеописанную матрицу к следующему виду, т.е. устраним первый столбец, как в стандартном методе Гаусса решения СЛАУ:

$$
\begin{pmatrix}
1 & * & & & & & & & & \\
0 & * & * & & & & & & & \\
0 & * & * & * & & & & & & \\
0 & * & * & * & * & & & & & \\
0 & * & & * & * & * & & & & \\
0 & * & & & * & * & * & & & \\
0 & * & & & & * & * & * & & \\
0 & * & & & & & * & * & * & \\
0 & * & & & & & & * & * & * \\
0 & * & & & & & & & * & *
\end{pmatrix}
$$

Далее, со второй строкой уже так не выйдет: на второй строке есть элемент 3-его столбца, который содержит нули. Если повторить процедуру устранения столбца по методу Гаусса, нулевой элемент станет ненулевым. Поэтому теперь стоит пойти обратным ходом:

$$\begin{pmatrix}
1 & * & & & & & & & & \\
0 & * & * & & & & & & & \\
0 & * & * & * & & & & & & \\
0 & * & * & * & * & & & & & \\
0 & * & & * & * & * & & & & \\
0 & * & & & * & * & * & & & \\
0 & * & & & & * & * & * & & \\
0 & * & & & & & * & * & * & \\
0 & * & & & & & & * & * & 0 \\
0 & * & & & & & & & * & 1
\end{pmatrix}$$

Продолжая процесс:

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 1 & 0 & & & & & & & \\
0 & * & 1 & 0 & & & & & & \\
0 & * & * & 1 & 0 & & & & & \\
0 & * & & * & 1 & 0 & & & & \\
0 & * & & & * & 1 & 0 & & & \\
0 & * & & & & * & 1 & 0 & & \\
0 & * & & & & & * & 1 & 0 & \\
0 & * & & & & & & * & 1 & 0 \\
0 & * & & & & & & & * & 1
\end{pmatrix}$$

И дальше уже завершая процедуру, обнулим оставшиеся значения:

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & & & & & & & & \\
0 & 1 & 0 & & & & & & & \\
0 & 0 & 1 & 0 & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & & 0 & 1 & 0 & & & & \\
0 & 0 & & & 0 & 1 & 0 & & & \\
0 & 0 & & & & 0 & 1 & 0 & & \\
0 & 0 & & & & & 0 & 1 & 0 & \\
0 & 0 & & & & & & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & & & & & & & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

Сложность алгоритма $\mathcal{O}(n)$

3. Основные процедуры Основные методы, используемые при решении задачи:

```
def solve(A,b)
```

метод решения уравнения вида Ax=b

```
def error(x,x_hat,q)
```

метод подсчета средней относительной погрешности системы

```
def accuracy(x, x_hat)
```

метод подсчета среднего значения оценки точности

4. Результаты тестирования

№ теста	Размерность системы	Диапазон значений элементов матрицы	Средняя относительная погрешность системы	Среднее значение оценки точности
1	10	(-10,10)	1.432e-15	7.748e-15
2	10	(-100, 100)	1.554e-16	1.192e-15
3	10	(-1000, 1000)	3.886e-16	8.450e-15
4	100	(-10, 10)	5.846e-15	3.786e-14
5	100	(-100, 100)	2.376e-15	5.23e-15
6	100	(-1000, 1000)	2.265e-15	6.505e-14
7	1000	(-10, 10)	4.759e-13	3.199e-13
8	1000	(-100, 100)	7.456e-13	7.456e-13
9	1000	(-1000, 1000)	7.544e-13	1.032e-11