

Свойства и типы нечетких бинарных отношений

Снопов П.М.

2020

1. Определите, какие из перечисленных ниже нечетких бинарных отношений симметричны, антисимметричны, совершенно антисимметричны, рефлексивны, транзитивны:

R_1	a	b	c	d	e
a	0	1	1	1	1
b	0	0	0.9	0.7	0.3
c	0	0	0	0.7	0.3
d	0	0	0	0	0.3
e	0	0	0	0	0

R_2	a	b	c	d	e
a	0	0.3	1	0	0.5
b	0.3	0.2	0	0.8	0.1
c	1	0	0	0.2	1
d	0	0.8	0.2	1	0.4
e	0.5	0.1	1	0.4	0.4

R_3	a	b	c	d	e
a	1	0.5	0.5	0	0.7
b	0	1	0.7	0	0
c	0	1	1	0	0
d	0	0.3	0.3	1	0
e	1	0.5	0.5	0	1

R_4	a	b	c	d	e
a	0	0	0.3	0.2	0
b	0.6	1	0.8	1	0.2
c	0.2	0	1	0.8	0.3
d	0	0	0	1	0
e	1	0	0.2	0.6	0

Решение. Построим таблицу, в которой укажем, какие отношения обладают вышеобозначенными свойствами. Обозначим за С – симметричность, АС – антисимметричность, САС – совершенно антисимметричность, Р – рефлексивность и Т – транзитивность:

	R_1	R_2	R_3	R_4
С		+		
АС	+		+	+
САС	+			
Р			+	
Т	+		+	

□

2. Найдите максиминное транзитивное замыкание любых двух отношений из 1 задания.

Решение. Найдем транзитивные замыкания первого и четвертого отношений:

\hat{R}_1	a	b	c	d	e
a	0	1	1	1	1
b	0	0	0.9	0.7	0.3
c	0	0	0	0.7	0.3
d	0	0	0	0	0.3
e	0	0	0	0	0

\hat{R}_4	a	b	c	d	e
a	0.3	0.0	0.3	0.3	0.3
b	0.6	1.0	0.8	1.0	0.3
c	0.3	0.0	1.0	0.8	0.3
d	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
e	1.0	0.0	0.3	0.6	0.3

Так как R_1 транзитивно, то $\hat{R}_1 = R_1$ □

3. Докажите, что нечеткое отношение R , представленное ниже, является предпорядком:

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0.7	0.2	0	0.8	1
b	0	1	0.2	0	0	0
c	0	0.5	1	0	0	0
d	0	0.1	0.1	1	0.1	0.1
e	0	0	0	0	1	0.8
f	0	0	0	0	0.8	1

Решение. R – предпорядок, если R рефлексивно и транзитивно. Очевидно, R рефлексивно. Также R транзитивно:

$R \circ R$	a	b	c	d	e	f
a	1.0	0.7	0.2	0.0	0.8	1.0
b	0.0	1.0	0.2	0.0	0.0	0.0
c	0.0	0.5	1.0	0.0	0.0	0.0
d	0.0	0.1	0.1	1.0	0.1	0.1
e	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.8
f	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8	1.0

Значит R – предпорядок □

4. Является ли следующее отношение подобием?

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0.1	0.1	0	0	0.5
b	0.1	1	0.6	0	0	0.1
c	0.1	0.6	1	0	0	0.1
d	0	0	0	1	0.3	0
e	0	0	0	0.3	1	0
f	0.5	0.1	0.1	0	0	1

Решение. Отношение R является отношением подобия (отношением эквивалентности), если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. Очевидно, R рефлексивно и симметрично. Проверим транзитивность:

$R \circ R$	a	b	c	d	e	f
a	1.0	0.1	0.1	0.0	0.0	0.5
b	0.1	1.0	0.6	0.0	0.0	0.1
c	0.1	0.6	1.0	0.0	0.0	0.1
d	0.0	0.0	0.0	1.0	0.3	0.0
e	0.0	0.0	0.0	0.3	1.0	0.0
f	0.5	0.1	0.1	0.0	0.0	1.0

Значит, R – отношение эквивалентности.

□