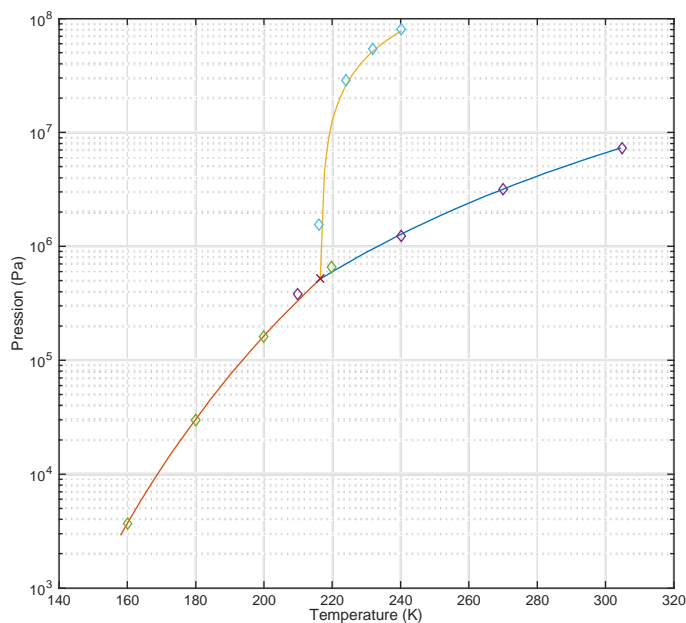
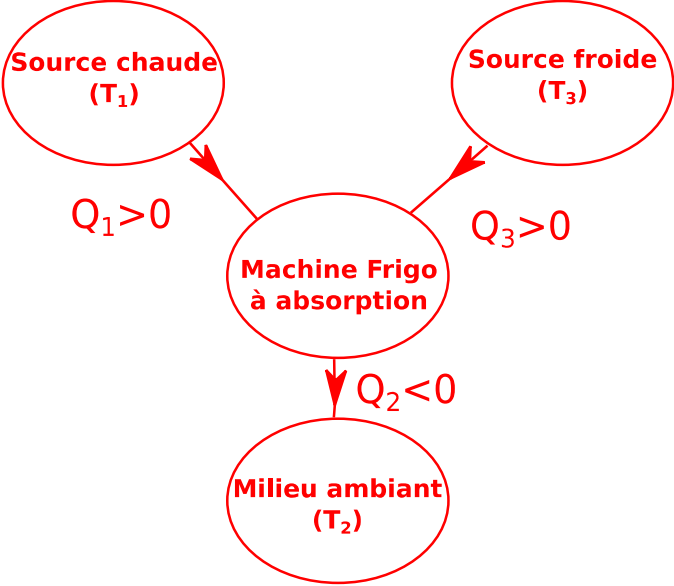


<p>1.1 La pente est égale à $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{fus}\bar{H}}{T(\bar{V}_l - \bar{V}_s)}$ avec $\Delta_{fus}\bar{H} > 0$ et</p> <p>$\bar{V}_l - \bar{V}_s = M(1/\rho_l - 1/\rho_s) > 0$ car $\rho_l < \rho_s$</p>	0.5										
<p>1.2 Les trois pentes sont :</p> <p>$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{sub} = \frac{\Delta_{sub}\bar{H}}{T(\bar{V}_g - \bar{V}_s)} \approx \frac{\Delta_{sub}\bar{H}}{T\bar{V}_g}$</p> <p>$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{vap} = \frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{T(\bar{V}_g - \bar{V}_l)} \approx \frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{T\bar{V}_g}$</p> <p>$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{fus} = \frac{\Delta_{fus}\bar{H}}{T(\bar{V}_l - \bar{V}_s)}$ et $(\bar{V}_l - \bar{V}_s) \ll \bar{V}_g$ donc $\left(\frac{dP}{dT}\right)_{fus} \gg \left(\frac{dP}{dT}\right)_{vap}$ ou $\left(\frac{dP}{dT}\right)_{sub}$</p> <p>De plus au voisinage du point triple on peut écrire : $\Delta_{sub}\bar{H} = \Delta_{fus}\bar{H} + \Delta_{vap}\bar{H}$, quantités toutes positives, donc</p> <p>classement : $\left(\frac{dP}{dT}\right)_{fus} \gg \left(\frac{dP}{dT}\right)_{sub} > \left(\frac{dP}{dT}\right)_{vap}$</p> <p>0.5 si seulement deux classés</p>	1										
<p>1.3</p> <p>On considère une transformation réversible de a vers b, au point d'équilibre on a :</p> <p>$\bar{G}_a = \bar{G}_b$</p> <p>On se déplace le long de la courbe, le nouvel équilibre devient donc :</p> <p>$\bar{G}_a + d\bar{G}_a = \bar{G}_b + d\bar{G}_b$, donc $d\bar{G}_a = d\bar{G}_b$</p> <p>Pour chaque phase, la variation de l'enthalpie libre est : $d\bar{G}_a = \bar{V}_a dP - \bar{S}_a dT + \bar{G}_a dn_a$ et</p> <p>$d\bar{G}_b = \bar{V}_b dP - \bar{S}_b dT + \bar{G}_b dn_b$, avec $dn_a = -dn_b$</p> <p>Donc $\bar{V}_a dP - \bar{S}_a dT = \bar{V}_b dP - \bar{S}_b dT \Leftrightarrow \frac{dP}{dT} = \frac{\bar{S}_a - \bar{S}_b}{\bar{V}_a - \bar{V}_b}$ avec $\bar{S}_a - \bar{S}_b = \frac{-\Delta_{ab}\bar{H}}{T}$</p> <p>D'où l'équation de Clapeyron : $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{ab}\bar{H}}{T\bar{V}_b - \bar{V}_a}$</p> <p>0.5 si démonstration incomplète</p>	1										
<p>2.1</p> <p>$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{T(\bar{V}_g - \bar{V}_s)} \approx \frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{T\bar{V}_g} \approx \frac{P\Delta_{vap}\bar{H}}{RT^2}$</p> <p>en intégrant : $\ln P = -\frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{R} \cdot \frac{1}{T} + cte$</p> <p>Pas divisible</p>	1										
<p>2.2 on détermine la constante avec le point (T_1, P_1) $cte = \ln P_1 - \frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{RT_1}$</p> <p>d'où l'équation : $\ln P = -\frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{R} \cdot \frac{1}{T} + \left(\ln P_1 + \frac{\Delta_{vap}\bar{H}}{RT_1}\right)$</p> <p>AN : $P = \exp(-1983 / T + 22.30)$</p> <p>Valeurs de 4 points répartis.</p> <table><tr><td>T (K)</td><td>210</td><td>240</td><td>270</td><td>305</td></tr><tr><td>P (Pa)</td><td>3.84^E+05</td><td>1.25^E+06</td><td>3.13^E+06</td><td>7.27^E+06</td></tr></table> <p>1 pt si seulement 2 points mais bien placés</p>	T (K)	210	240	270	305	P (Pa)	3.84 ^E +05	1.25 ^E +06	3.13 ^E +06	7.27 ^E +06	2
T (K)	210	240	270	305							
P (Pa)	3.84 ^E +05	1.25 ^E +06	3.13 ^E +06	7.27 ^E +06							

<p>3.1 $-\frac{\Delta_{sub}\bar{H}}{R} = A \Leftrightarrow \Delta_{sub}\bar{H} = -A \cdot R = 25.22 \text{ kJ.mol}^{-1}$</p>	Pas divisible	1										
<p>3.2 $\ln P = \frac{-3035}{T} + 27.18$</p> <p>triple point : intersection des deux courbes :</p> $-\frac{1983}{T_t} + 22.30 = \frac{-3035}{T_t} + 27.18 \Leftrightarrow T_t = \frac{3035 - 1983}{27.18 - 22.30} = 215 \text{ K}$	0.5 valeur 0.5 figure retracée jusqu'à Pt, 0 si au delà	1										
<p>4.1 Au niveau du point triple</p> $\Delta_{sub}\bar{H} = \Delta_{fus}\bar{H} + \Delta_{vap}\bar{H} \Leftrightarrow \Delta_{fus}\bar{H} = \Delta_{sub}\bar{H} - \Delta_{vap}\bar{H} \Leftrightarrow \Delta_{fus}\bar{H} = 25.22 - 16.48 = 8.740 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	Non divisible	1										
<p>4.2 $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{fus}\bar{H}}{TM(1/\rho_l - 1/\rho_s)} \Leftrightarrow dP = \frac{\Delta_{fus}\bar{H}}{M(1/\rho_l - 1/\rho_s)} \cdot \frac{dT}{T}$</p> <p>En intégrant :</p> $P = \frac{\Delta_{fus}\bar{H}}{M(1/\rho_l - 1/\rho_s)} \cdot \ln T + cte$	Non divisible	1.5										
<p>4.3 Constante trouvée grâce au point triple :</p> $cte = P_t - \frac{\Delta_{fus}\bar{H}}{M(1/\rho_l - 1/\rho_s)} \cdot \ln T_t$ <p>En remplaçant on obtient :</p> $P = 7.41 \times 10^8 \ln T - 3.98 \times 10^9$ <table><tr><td>Tfus</td><td>216</td><td>224</td><td>232</td><td>240</td></tr><tr><td>Pfus</td><td>1.54E+06</td><td>2.85E+07</td><td>5.45E+07</td><td>7.96E+07</td></tr></table>	Tfus	216	224	232	240	Pfus	1.54E+06	2.85E+07	5.45E+07	7.96E+07	1 pt si seulement 2 points mais bien placés	2
Tfus	216	224	232	240								
Pfus	1.54E+06	2.85E+07	5.45E+07	7.96E+07								
Total :		12										



II. CLIMATISATION, MACHINE FRIGORIFIQUE TRITHERME	8 points
Étude de la machine frigorifique à absorption	
<p>1. A partir des principes de la thermodynamique, établir le sens des échanges de chaleur entre le réfrigérateur et les deux autres sources sur le schéma précédent.</p> <p>Selon le premier principe et le second principe :</p> $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \text{ et } \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} \leq 0$ <p>Donc $Q_2 = -Q_3 - Q_1$ d'où $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_3 + Q_1}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} \leq 0 \Rightarrow Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) \leq 0 \Rightarrow$ $Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) \leq 0 \Rightarrow Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) \leq Q_1 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$ et comme $T_1 > T_2 > T_3$ donc $\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right)$ et $\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$ sont positifs et comme Q_3 correspond à l'échange de chaleur permettant de réfrigérer la source froide le transfert se fait dans le sens source froide vers machine frigo à absorption donc il est positif. Ceci nous amènes finalement au fait que Q_1 est positif.</p> <p>Sachant que $Q_2 = -Q_3 - Q_1$ et $0 \leq Q_3 \leq Q_1$ donc $Q_2 \leq 0$</p> 	<p>1,5 point</p> <p>(Démonstration 1 points + Schéma 0,5)</p>
<p>2. Montrer que le COP maximal de cette machine frigorifique à absorption peut être défini par $COP_{abs} = \frac{Q_3}{Q_1}$ où Q_3 et Q_1 sont les quantités de chaleur fournies respectivement par les sources de chaleur de températures T_1 et T_3.</p> <p>Le COP d'une machine ou son efficacité étant défini comme le rapport de l'énergie utile par l'énergie fournie au système, c'est-à-dire l'énergie présentant un coût pour le système. Dans notre système le milieu ambiant étant « gratuit » la seule dépense est donc Q_1. Le système refroidissant la source froide, l'énergie nécessaire à cette opération est donc l'énergie utile. Ceci nous donne :</p> $COP_{abs} = \frac{Q_3}{Q_1}$	1 point
<p>3. Quelle est, en fonction de T_1, T_2 et T_3, la valeur maximale du COP_{abs}?</p> <p>Selon la question 1. nous avons :</p>	1 point

$$Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) = 0 \Rightarrow \text{COP}_{\text{abs}} = \frac{Q_3}{Q_1} = \frac{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}{\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right)} = \frac{\frac{1}{T_2} \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1} \right)}{\frac{1}{T_2} \left(\frac{T_2 - T_3}{T_3} \right)} \Rightarrow$$

$$\text{COP}_{\text{abs}} = \frac{T_3(T_1 - T_2)}{T_1(T_2 - T_3)}$$

Étude de la machine frigorifique ditherme classique

4. Dans le cas d'une machine frigorifique ditherme **classique** en fonctionnement réversible et en vous aidant du schéma précédent (cf. schéma 1.b), démontrer que le $\text{COP}_{\text{class}}$ peut se mettre sous la forme : $\text{COP}_{\text{class}} = \frac{T_3}{T_1 - T_3}$ avec T_1 température de la source chaude et T_3 température de la source froide.

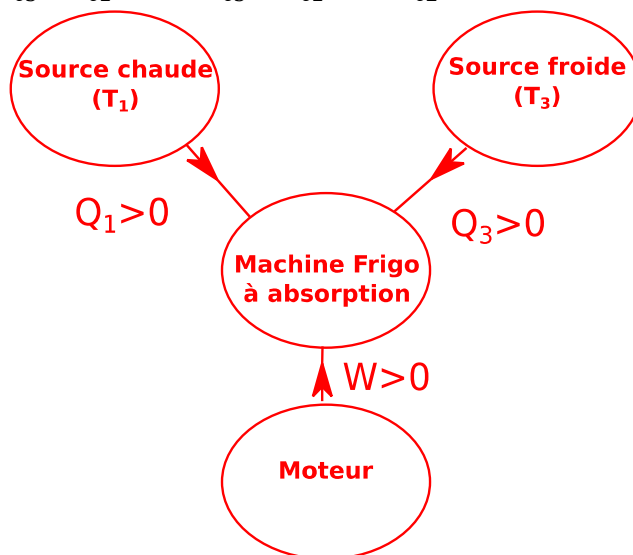
Selon le premier principe et le second principe :

$$Q_1 + W + Q_3 = 0 \text{ et } \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_3}{T_3} \leq 0$$

Donc $Q_1 = -Q_3 - W$ d'où $\frac{-Q_3 - W}{T_1} + \frac{Q_3}{T_3} \leq 0 \Rightarrow -\frac{W}{T_1} + Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) \leq 0 \Rightarrow Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) \leq \frac{W}{T_1}$

et comme $T_1 > T_3$ donc $\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)$ est positif et comme Q_3 correspond à l'échange de chaleur permettant de réfrigérer la source froide le transfert se fait dans le sens source froide vers machine frigo donc il est positif. Ceci nous amènes finalement au fait que le travail W est positif, ce qui montre que la machine frigorifique ditherme doit recevoir effectivement du travail

Sachant que $Q_2 = -Q_3 - Q_1$ et $0 \leq Q_3 \leq Q_1$ donc $Q_2 \leq 0$

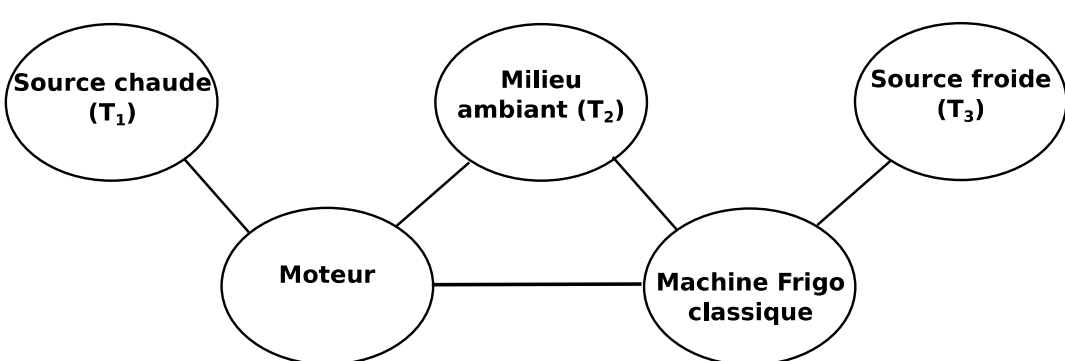


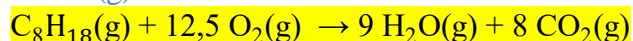
Le $\text{COP}_{\text{class}}$ d'un réfrigérateur étant le rapport de l'énergie **utile** par l'énergie **fournie** au système, nous pouvons donc le définir de la façon suivante :

$$\text{COP}_{\text{class}} = \frac{Q_3}{W}$$

Comme $-\frac{W}{T_1} + Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) = 0 \Rightarrow \frac{W}{T_1} = Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) \Rightarrow \frac{Q_3}{W} = \frac{\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)^{-1}}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_3}{W} =$

1,5 point

$\left(\frac{T_1-T_3}{T_3 T_1} \cdot T_1\right)^{-1} \Rightarrow \frac{Q_3}{W} = \frac{T_3}{T_1-T_3}$ ceci pour un fonctionnement réversible Que peut-on dire du COP_{class} de cette machine, s'il fonctionne de façon irréversible? $\frac{Q_3}{W} < \frac{T_3}{T_1-T_3}$ ceci pour un fonctionnement irréversible	0,5 points
Synthèse	
5. Dans le cas du réfrigérateur :	
<p>5.1 Montrer que le COP_{abs} obtenue dans la question 3 peut se mettre sous la forme du produit d'un COP_{moteur} d'un moteur ditherme, par le COP_{class} d'un réfrigérateur ditherme classique.</p> <p>Le COP_{moteur} d'un moteur ditherme fonctionnant entre une source chaude à T_1 et une source froide à T_2 correspondant ici au milieu ambiant est de la forme :</p> $COP_{moteur} = \frac{-W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ <p>Pour le déterminer il faut comme dans les questions précédentes utiliser les relations du système utilisant le premier et le second principe :</p> $Q_1 + W + Q_2 = 0 \text{ et } \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \text{ donc } Q_2 = -Q_1 - W \text{ et } Q_1 = -\frac{T_1 \cdot Q_2}{T_2}. \text{ Ce qui donne :}$ $Q_1 = \frac{T_1(Q_1 + W)}{T_2} \Rightarrow Q_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{T_1}{T_2} W \Rightarrow \frac{W}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \Rightarrow \frac{W}{Q_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ <p>et aussi que $COP_{moteur} = \frac{-W}{Q_1}$ donc $COP_{moteur} = \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right)$</p> <p>La machine frigorifique ditherme fonctionnant entre la source chaude à T_2 et la source froide à T_3 à comme COP : $COP_{class} = \frac{Q_3}{W} = \left(\frac{T_3}{T_2 - T_3}\right)$</p> <p>Sachant que $COP_{abs} = \frac{T_3(T_1 - T_2)}{T_1(T_2 - T_3)}$ et nous avons $COP_{moteur} \cdot COP_{class} = \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right) \cdot \left(\frac{T_3}{T_2 - T_3}\right) = \frac{T_3(T_1 - T_2)}{T_1(T_2 - T_3)} = COP_{abs}$</p> 	1,5 point
<p>5.2 Définir les températures des sources de ces deux machines ?</p> <p>la machine ditherme fonctionne entre les sources 2 et 3 à température T_2 et T_3 et le moteur ditherme fonctionne entre les sources 1 et 2 à T_1 et T_2 respectivement.</p>	0,5 point
<p>5.3 Que peut-on dire des travaux qu'elles reçoivent ?</p> <p>Le travail produit par le moteur est intégralement utilisé par le réfrigérateur ditherme</p>	0,5 point
III COMBUSTION DE L'OCTANE C_8H_{18}	7,25 points
1. Écrire la réaction de combustion d'une mole d'octane gazeux avec le dioxygène de l'air	1 point

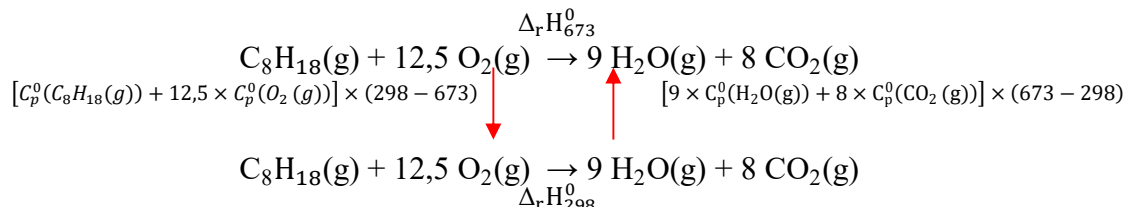
pour former $\text{CO}_2(\text{g})$ et $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$.

2. Calculer l'enthalpie standard de cette réaction à 298K.

$$\Delta_r H_{298}^0 = 9\Delta_f H_{\text{H}_2\text{O}(\text{g})}^0 + 8\Delta_f H_{\text{CO}_2(\text{g})}^0 - \Delta_f H_{\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{g})}^0 - 12,5\Delta_f H_{\text{O}_2(\text{g})}^0$$

$$\Delta_r H_{298}^0 = -9 \times 242 + (-8 \times 394) + 208,7 = -5121,3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

1,25 points
(expression :
0,75 pts
+AN :0,5
pts)

2. Exprimer puis calculer l'enthalpie standard de cette réaction à T_2 .

$$\begin{aligned} \Delta_r H_{673}^0 &= \Delta_r H_{298}^0 \\ &\quad + \left[9 \times C_p^0(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) + 8 \times C_p^0(\text{CO}_2(\text{g})) - C_p^0(\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{g})) \right. \\ &\quad \left. - 12,5 \times C_p^0(\text{O}_2(\text{g})) \right] \times (T_f - T_i) = -5121,3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \\ \Delta_r H_{673}^0 &= -5121,3 \times 10^3 + \left[9 \times 33,6 + 8 \times 37,1 - 192,4 - 12,5 \times 29,4 \right] \\ &\quad \times (673 - 298) = 5106,6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \end{aligned}$$

1,5 points
(expression :
1 pts
+AN :0,5
pts)

4. Faire le bilan des espèces présentes en début et en fin de combustion.

Selon l'énoncé nous avons initialement 25×10^{-4} mol d'air et de 2×10^{-4} mol d'octane (C_8H_{18}).

L'air étant un mélange à 20% de O_2 et 80% de N_2 il y'a donc

$$n_{\text{O}_2} = 0,2 \times 25 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-4} \text{ mole et } n_{\text{N}_2} = 0,8 \times 25 \times 10^{-4} = 20 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Nous savons que selon l'équation à la stoechiométrie :

$$n_{\text{O}_2} = 12,5 \times n_{\text{C}_8\text{H}_{18}} \text{ il faudrait donc } n_{\text{O}_2} = 12,5 \times 2 \times 10^{-4} = 25 \times 10^{-4} \text{ mole de } \text{O}_2.$$

N'ayant initialement que 5×10^{-4} mole l'octane est donc en excès et se retrouvera dans les produits.

$$n_{\text{C}_8\text{H}_{18} \text{ consommé}} = \frac{n_{\text{O}_2}}{12,5} = \frac{5 \times 10^{-4}}{12,5} = 0,4 \times 10^{-4} \text{ mol donc } n_{\text{C}_8\text{H}_{18} \text{ final}} = (2 - 0,4) \times 10^{-4} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{8 \cdot n_{\text{O}_2}}{12,5} = \frac{8 \times 5 \times 10^{-4}}{12,5} = 3,2 \times 10^{-4} \text{ mol et } n_{\text{CO}_2} = \frac{9 \cdot n_{\text{O}_2}}{12,5} = \frac{9 \times 5 \times 10^{-4}}{12,5} = 3,6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

	$\text{O}_2(\text{g})$	$\text{N}_2(\text{g})$	$\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{g})$	$\text{CO}_2(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
Initial	5×10^{-4}	20×10^{-4}	2×10^{-4}	0	0
Final	0	20×10^{-4}	$1,6 \times 10^{-4}$	$3,2 \times 10^{-4}$	$3,6 \times 10^{-4}$

1,5 points (-
0,25 pts par
erreur
jusqu'à 0)

5. En déduire la température T_3 en fin de réaction.

$$1. \Delta H_{\text{tot}}^0 = \Delta H_{\text{réaction}}^0 + \Delta H_{\text{produit}}^0 = Q_P = 0 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{Donc } \Delta_r H_{673}^0 + \int_{T_i}^{T_f} C_p^0(\text{sys}) dT = 0 \text{ donc}$$

$$\Delta T = \frac{0,4 \times \Delta_r H_{673}^0}{3,2 \times C_p^0(\text{CO}_2(\text{g})) + 3,6 \times C_p^0(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) + 20 \times C_p^0(\text{N}_2(\text{g})) + 1,6 \times C_p^0(\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{g}))}$$

$$\text{AN. } \Delta T = \frac{0,4 \times 5106,6 \cdot 10^3}{3,2 \times 37,1 + 3,6 \times 33,6 + 20 \times 29,1 + 1,6 \times 192,4} = 1808,4 \text{ K donc } T = 673 + 1808,4 =$$

$$2481,4 \text{ K}$$

2 points
(expression :
1,5 pts
+AN :0,5
pts)

IV. MOTEUR A ESSENCE : CYCLE DE BEAU DE ROCHAS (~points)

13 points

<p>1. Exprimer littéralement les températures T_2, T_3, T_4 et les pressions P_2, P_3, P_4 en fonction de $T_1, P_1, \epsilon, \gamma$ et λ.</p> <ul style="list-style-type: none"> Transformation 1 \rightarrow 2 adiabatique réversible donc $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$ $T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ et comme $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ donc $T_2 = T_1 \epsilon^{\gamma-1}$ Transformation 2 \rightarrow 3 isochore donc comme $V = \text{cst}$, $\frac{T}{P} = \text{cst}$ $T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right) = T_1 \epsilon^{\gamma-1} \left(\frac{P_3}{P_2}\right)$ et comme $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$ nous obtenons $T_3 = T_1 \epsilon^{\gamma-1} \lambda$ Transformation 3 \rightarrow 4 détente adiabatique réversible donc $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$ $T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$ comme $V_3 = V_2$ et $V_4 = V_1$ donc $T_4 = T_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$ et comme $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ donc $T_4 = T_3 \epsilon^{1-\gamma}$ ce qui donne $T_4 = T_1 \epsilon^{\gamma-1} \lambda \epsilon^{1-\gamma}$ donc $T_4 = T_1 \lambda$ Transformation 1 \rightarrow 2 adiabatique réversible donc $PV^\gamma = \text{cst}$ $P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$ et comme $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ donc $P_2 = P_1 \epsilon^\gamma$ Transformation 2 \rightarrow 3 isochore donc comme $V = \text{cst}$, $\frac{T}{P} = \text{cst}$ $P_3 = P_2 \left(\frac{T_3}{T_2}\right) = P_1 \epsilon^\gamma \left(\frac{T_1 \epsilon^{\gamma-1} \lambda}{T_1 \epsilon^{\gamma-1}}\right)$ donc $P_3 = P_1 \epsilon^\gamma \lambda$ Transformation 3 \rightarrow 4 détente adiabatique réversible donc $PV^\gamma = \text{cst}$ $P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma$ comme $V_3 = V_2$ et $V_4 = V_1$ donc $P_4 = P_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$ et comme $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ donc $P_4 = P_3 \epsilon^{-\gamma}$ donc $P_4 = P_1 \lambda$ 	<p>3 points (0,5 pts par réponse)</p>
<p>2. Donner l'expression littérale des travaux molaire (W_{1-2}, W_{2-3} et W_{3-4}) et des quantités de chaleur molaire (Q_{1-2}, Q_{2-3} et Q_{3-4}) échangés lors de ces trois évolutions. Ces quantités seront exprimées en fonction de $T_1, \bar{C}_v, \epsilon, \gamma$ et λ.</p> <ul style="list-style-type: none"> Transformation 1 \rightarrow 2 adiabatique réversible donc $Q_{1-2} = 0 \text{ J}$ $\Delta U_{1-2} = W_{1-2} = n \cdot \bar{C}_v (T_2 - T_1) = n \cdot \bar{C}_v (T_1 \epsilon^{\gamma-1} - T_1) = T_1 \cdot n \cdot \bar{C}_v \cdot (\epsilon^{\gamma-1} - 1)$ $W_{1-2} = T_1 \cdot n \cdot \bar{C}_v \cdot (\epsilon^{\gamma-1} - 1)$ Transformation 2 \rightarrow 3 isochore donc $V = \text{cst}$ $W_{2-3} = 0 \text{ J}$ donc $\Delta U_{2-3} = Q_{2-3} = n \cdot \bar{C}_v (T_3 - T_2) = n \cdot \bar{C}_v (T_1 \epsilon^{\gamma-1} \lambda - T_1 \epsilon^{\gamma-1}) = n \cdot \bar{C}_v \cdot T_1 \epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)$ donc $Q_{2-3} = n \cdot \bar{C}_v \cdot T_1 \epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)$ Transformation 3 \rightarrow 4 détente adiabatique réversible donc $Q_{3-4} = 0 \text{ J}$ $\Delta U_{3-4} = W_{3-4} = n \cdot \bar{C}_v (T_4 - T_3) = n \cdot \bar{C}_v (T_1 \lambda - T_1 \epsilon^{\gamma-1} \lambda) = T_1 \cdot n \cdot \bar{C}_v \cdot \lambda (1 - \epsilon^{\gamma-1})$ donc $W_{3-4} = T_1 \cdot n \cdot \bar{C}_v \cdot \lambda (1 - \epsilon^{\gamma-1})$ 	<p>3 points (0,5 pts par réponse)</p>
<p>3. A partir des données numériques calculer T_2, T_3, T_4, P_2, P_3 et P_4. Application numérique : $T_1 = 293 \text{ K}$, $P_5 = 1 \text{ bar}$ (donc $P_1 = 0,5 \text{ bar}$) ; $\epsilon = 8$, $\gamma = 1,4$; $\lambda = 6,4$ $\bar{c}_v = 20,8 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.</p> <p> $T_2 = T_1 \epsilon^{\gamma-1} = 293 \cdot 8^{1,4-1} = 673 \text{ K}$ $T_3 = T_1 \epsilon^{\gamma-1} \lambda = 293 \cdot 8^{1,4-1} \cdot 6,4 = 4301 \text{ K}$ $T_4 = T_1 \lambda = 293 \cdot 6,4 = 1875 \text{ K}$ $P_2 = P_1 \epsilon^\gamma = 0,5 \cdot 8^{1,4} = 9,19 \text{ bar}$ $P_3 = P_1 \epsilon^\gamma \lambda = 0,5 \cdot 8^{1,4} \cdot 6,4 = 58,8 \text{ bar}$ $P_4 = P_1 \lambda = 0,5 \cdot 6,4 = 3,2 \text{ bar}$ </p>	<p>1,5 points (0,25 pts par réponse)</p>

<p>4.1 Exprimer littéralement les travaux molaires W_{0-1} et W_{5-6} en fonction de T_1, \bar{C}_v, ϵ, γ et β</p> <ul style="list-style-type: none"> • W_{0-1} $W_{0-1} = - \int_{V_2}^{V_1} P. dV = P_1. (V_2 - V_1) = \frac{nRT_1}{V_1}. (V_2 - V_1) = nRT_1. \left(\frac{V_2}{V_1} - \frac{V_1}{V_1} \right) = nRT_1. \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)$ comme $\gamma = \frac{\bar{C}_p}{\bar{C}_v}$ et $R = \bar{C}_p - \bar{C}_v$ donc $R = \bar{C}_v(\gamma - 1)$ donc $W_{0-1} = n\bar{C}_v(\gamma - 1)T_1. \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right)$ • W_{5-6} $W_{5-6} = - \int_{V_5}^{V_6} P. dV = P_5. (V_5 - V_6) = \frac{nRT_5}{V_5}. (V_5 - V_6) = nRT_5. \left(\frac{V_5}{V_5} - \frac{V_6}{V_5} \right) = nRT_5. \left(1 - \frac{V_6}{V_5} \right) = nRT_5. \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right)$ comme $T_5 = T_1. \frac{P_5}{P_1} = T_1. \beta$ et $\gamma = \frac{\bar{C}_p}{\bar{C}_v}$ et $R = \bar{C}_p - \bar{C}_v$ donc $R = \bar{C}_v(\gamma - 1)$ donc $W_{5-6} = n. \bar{C}_v(\gamma - 1)T_1. \beta. \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right)$ 	<p>1 points (0,5 pts par réponse)</p>
<p>4.2 Préciser la valeur numérique des travaux lors des évolutions $4 \rightarrow 5$ et $6 \rightarrow 0$. Les transformations $4 \rightarrow 5$ et $6 \rightarrow 0$ étant isochore donc $W_{4-5} = W_{6-0} = 0$</p>	<p>1 points (0,25 pts par réponse)</p>
<p>Étude globale du cycle 5. On montre que le travail vaut : $W = \bar{C}_v T_1 [(\epsilon^{\gamma-1} - 1)(1 - \lambda) + (\gamma - 1)(1 - \beta)(\epsilon^{-1} - 1)]$</p>	
<p>5.1 En utilisant la question précédente en déduire l'expression littérale du COP noté COP_{th} en fonction de ϵ, γ, λ et β.</p> $COP_{th} = \frac{-W}{Q_{2-3}} = \frac{-\bar{C}_v T_1 [(\epsilon^{\gamma-1} - 1)(1 - \lambda) + (\gamma - 1)(1 - \beta)(\epsilon^{-1} - 1)]}{\bar{C}_v. T_1 \epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)}$ $= \frac{-[(\epsilon^{\gamma-1} - 1)(1 - \lambda) + (\gamma - 1)(1 - \beta)(\epsilon^{-1} - 1)]}{\epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)}$ $= \frac{-[\epsilon^{\gamma-1}(1 - \lambda) - (1 - \lambda) + (\gamma - 1)(1 - \beta)(\epsilon^{-1} - 1)]}{\epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)}$ $COP_{th} = 1 + \frac{[(1 - \lambda) - (\gamma - 1)(1 - \beta)(\epsilon^{-1} - 1)]}{\epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)}$	<p>1,25 point</p>
<p>5.2 Application numérique : $\beta = 2$, $\epsilon = 8$, $\gamma = 1,4$ et $\lambda = 6,4$</p> $COP_{th} = 1 + \frac{[(1 - 6,4) - (1,4 - 1)(1 - 2)(8^{-1} - 1)]}{8^{1,4-1}(6,4 - 1)} = 0,536$	<p>0,5 point</p>
<p>Étude du cas particulier du cycle atmosphérique Beau de Rochas. Ce cycle est obtenu lorsque la pression d'admission est égale à la pression d'échappement : c'est-à-dire pour $\beta = 1$.</p>	
<p>6.1 Donner l'expression littérale du COP noté $COP_{th,BdR}$ en fonction de ϵ et γ.</p> $COP_{th,BdR} = 1 + \frac{[(1 - \lambda) - (\gamma - 1)(1 - \beta)(\epsilon^{-1} - 1)]}{\epsilon^{\gamma-1} (\lambda - 1)} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}}$	<p>1,25 point</p>
<p>6.2 Application numérique : $\epsilon = 8$, $\gamma = 1,4$.</p> $COP_{th} = 1 - \frac{1}{8^{1,4-1}} = 0,564$	<p>0,5 point</p>