

Thermodynamique – IE n°2 - Durée : 2 heures

Tout document interdit. Seules les calculatrices de type Collège sont autorisées.

Les deux exercices sont indépendants

Tous les gaz seront supposés parfaits

$$R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$$

Exercice I : (~10pt)

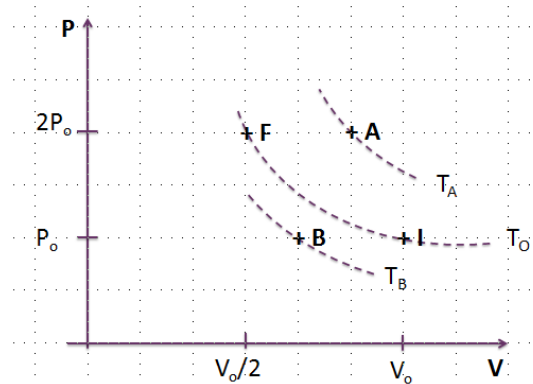
Un étudiant INSA de première année, adepte des salles de gym et un peu juste sur son budget décide d'utiliser ses cours de Thermodynamique pour développer un système permettant de chauffer sa chambre d'étudiant tout en faisant du sport. Son idée est de convertir le travail de compression d'un gaz en chaleur.

Les 2 parties de cet exercice sont indépendantes, mais des informations citées dans le texte du I-A peuvent servir pour le I-B.

On donne $P_0 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$, $\overline{C}_v = \frac{R}{\gamma-1}$, $\overline{C}_p = \frac{R\gamma}{\gamma-1}$ en prenant $\gamma = 1,4$ pour l'air.

I-A Modélisation du problème :

On considère un système de n_0 moles d'air enfermées dans un cylindre avec un piston mobile. A l'état initial (I) le système est en équilibre avec l'air de la pièce dans laquelle il se trouve, dont la température sera supposée constante égale à T_0 et dont la pression également constante vaut P_0 . On note V_0 le volume du système dans son état initial. L'idée est de comprimer l'air contenu dans le cylindre jusqu'à un état F puis de relâcher le piston pour retourner à l'état initial en faisant subir à l'air le cycle suivant :



- Transformation 1 de I (T_0, P_0, V_0) à A ($T_A, P_A=2P_0, V_A$) : l'air dans le cylindre est d'abord comprimé brutalement par l'étudiant sous une pression de $2P_0$.
 - Transformation 2 de A à F ($P_F=2P_0, T_F=T_0, V_F=V_0/2$) : tout en maintenant une pression de $2P_0$, l'étudiant attend que l'air dans le cylindre soit à l'équilibre thermique avec l'air de la pièce (considéré comme un thermostat à la température T_0).
 - Transformation 3 de F à B ($T_B, P_B=P_0, V_B$) : l'étudiant relâche brutalement le piston.
 - Transformation 4 de B à I : on attend que l'équilibre thermique se fasse à nouveau.
- 1) Expliquer pourquoi on peut considérer que les transformations 1 et 3 sont adiabatiques et que les transformations 2 et 4 sont monobares.
 - 2) a) Donner les expressions des travaux échangés pendant les 4 transformations W_1, W_2, W_3, W_4 en fonction de P_0, V_0, V_A et V_B .
b) Donner les expressions des chaleurs échangées pendant les 4 transformations Q_1, Q_2, Q_3 , et Q_4 en fonction de grandeurs à prendre parmi $T_0, T_A, T_B, \overline{C}_v, \overline{C}_p, n_0, R$.
 - 3) Montrer que la chaleur reçue par la pièce au cours d'un cycle vaut $P_0 V_0/2$.

- 4) En écrivant de 2 manières différentes le travail échangé lors de la compression (1+2) (passage de I à F), montrer que $T_A = T_0 \frac{2\gamma-1}{\gamma}$. De la même manière (grâce au travail de la détente 3+4), montrer que $T_B = T_0 \frac{\gamma+1}{2\gamma}$.
- 5) Exprimer la variation d'entropie du système, puis de la pièce, au cours du cycle.
- 6) Vérifier que ce cycle est effectivement possible mais irréversible.

I-B Faisabilité du projet, ordres de grandeur :

On suppose que la chambre a un volume d'air $V=25 \text{ m}^3$, et que la pression dans la chambre est constante égale à P_0 . La chambre étant relativement bien isolée, lorsque l'étudiant rentre le soir, la température de la chambre est rarement en dessous de $T_{\min} = 17^\circ\text{C}$. Mais pour travailler correctement l'étudiant apprécie que la température de la pièce soit à $T_{\max} = 21^\circ\text{C}$. Pour ne pas prendre trop de place dans sa chambre, l'étudiant crée un cylindre de longueur $L = 2,0 \text{ m}$ et de section $S = 10 \text{ cm}^2$.

- 7) Calculer le nombre de moles d'air $n_{\text{pièce}}$ dans la pièce.
- 8) Calculer l'apport de chaleur Q_{total} nécessaire pour faire passer la pièce de T_{\min} à T_{\max} .
- 9) Si, comme dans la partie A, on veut que la compression s'effectue sous une pression de $2P_0$, quelle force l'étudiant doit-il exercer sur la section du cylindre à chaque cycle en plus de la force de pression atmosphérique? Cela vous semble-t-il raisonnable ? (justifier)
- 10) Combien de cycles l'étudiant doit-il effectuer chaque soir pour chauffer sa pièce ? Cela vous semble-t-il raisonnable ?

Exercice II : (~10pt)

Le même étudiant quelques années plus tard, une fois installé dans la vie professionnelle, se voit vanter les mérites d'un chauffe-eau à condensation lorsqu'il doit équiper sa maison pour sa production d'eau chaude. Fort de ses compétences de premier cycle en Thermodynamique, il décide de comparer par lui-même les différentes solutions.

Un chauffe-eau fonctionnant en continu, dans cet exercice toutes les grandeurs seront calculées par unité de temps (= par seconde) et seront notées par exemple \dot{n} pour les quantités de matière par seconde, ou \dot{Q} pour les échanges de chaleur par seconde.

Le brûleur du chauffe-eau est alimenté, à pression et température constantes ($P_0 = 1,0 \text{ bar}$, $T_{g,e} = 25^\circ\text{C}$) par $\dot{n}_{\text{C}_3\text{H}_8,e} = 0,010 \text{ mol/s}$ de propane gazeux (C_3H_8) et par de l'air sec. L'air introduit permet d'avoir du dioxygène en quantité égale à 1,4 fois la proportion stœchiométrique. La combustion du propane est totale et conduit à la formation de dioxyde de carbone gazeux et d'eau. Les gaz issus du brûleur sont évacués vers la cheminée, après avoir chauffé de l'eau liquide qui entre à $T_{e,e} = 15^\circ\text{C}$ et sort à $T_{e,s} = 45^\circ\text{C}$. On note \dot{m}_{eau} le débit massique (en g/s) de l'eau liquide. L'ensemble de l'installation fonctionne sous une pression totale constante de 1,0 bar.

II-A 1^{ère} étude :

Les gaz évacués vers la cheminée (produits + réactifs en excès) sortent à la température $T_{g,s} = 105^\circ\text{C}$; dans ces conditions l'eau formée lors de la combustion reste entièrement à l'état vapeur.

- 1) Compléter le schéma de l'installation sur la feuille de résultats, en précisant les températures.
- 2) Ecrire la réaction de combustion du propane dans le brûleur avec formation de vapeur d'eau.

- 3) Compléter le bilan matière de la feuille de résultats (on notera ξ l'avancement de réaction par seconde).
- 4) Calculer l'enthalpie molaire standard de cette réaction à 298K ($\Delta_r H_{298}^0$).
- 5) a) Exprimer la puissance \dot{Q}_r dégagée par la réaction dans ces conditions d'alimentation du chauffe-eau.
b) En se basant sur les questions 1 et 3, exprimer la puissance \dot{Q}_{eau} nécessaire pour chauffer l'eau liquide et la puissance \dot{Q}_{gaz} nécessaire pour chauffer les gaz de combustion de $T_{g,e}$ à $T_{g,s}$.
- 6) En considérant qu'il n'y a pas de pertes thermiques (fonctionnement global adiabatique), établir une relation entre \dot{Q}_r , \dot{Q}_{eau} et \dot{Q}_{gaz} .
- 7) En déduire le débit massique \dot{m}_{eau} d'eau chaude (masse d'eau chauffée par seconde par les gaz de combustion).
- 8) Quelle masse de propane doit-on utiliser pour céder à l'eau une énergie totale de 100 kWh ? Quel est le coût correspondant en euros ?

II-A 2^{nde} étude :

Les produits de combustion sont maintenant évacués à 45°C.

- 9) A 45°C, l'eau formée lors de la combustion est-elle toujours complètement à l'état vapeur ? Justifier la réponse à partir des données ci-dessous et du bilan matière en sortie de brûleur effectué dans le tableau de la question 3.
- 10) On appelle \dot{Q}'_r , \dot{Q}'_{eau} et \dot{Q}'_{gaz} respectivement la puissance dégagée par la réaction, la puissance nécessaire pour chauffer l'eau liquide et la puissance nécessaire pour chauffer les gaz de combustion dans le cas où les produits de la combustion sont évacués à 45°C. En justifiant votre réponse, indiquer si \dot{Q}'_r , \dot{Q}'_{eau} et \dot{Q}'_{gaz} sont inférieur, supérieur ou égal à \dot{Q}_r , \dot{Q}_{eau} et \dot{Q}_{gaz} respectivement. En déduire que la diminution de la température de sortie des gaz de combustion permet de réduire les coûts.

Données :

Propriétés thermodynamiques des composés gazeux :

Composé	Masse molaire (g/mol)	$\Delta_f H_{298}^0$ (kJ/mol)	\bar{C}_p (J. K ⁻¹ . mol ⁻¹)
C ₃ H ₈	44	-103,8	78,95
O ₂	32	0	28,97
N ₂	28	0	28,14
CO ₂	44	-393,5	39,80
H ₂ O _{vap}	18	-241,8	32,59

Capacité calorifique isobare molaire de l'eau liquide : $\bar{C}_p(\text{eau liq}) = 75,32 \text{ J. K}^{-1}. \text{mol}^{-1}$

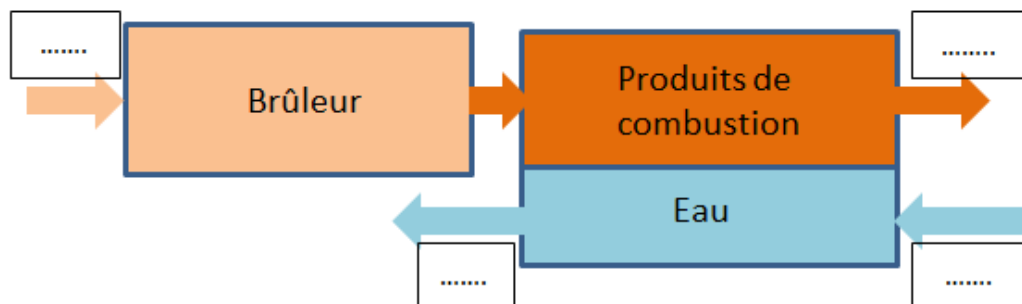
Pression de vapeur saturante de l'eau à 45°C : $P^*_{45^\circ\text{C}}(\text{eau}) = 9583 \text{ Pa}$

Prix de revient du propane : 1,70 €/kg

Rmq : cet exercice est largement inspiré d'un exercice proposé dans l'ouvrage « Thermodynamique – Applications aux systèmes physicochimiques » (Foussard *et al.* - Dunod, 2015)

NOM :
Prénom :
Groupe :
Feuille de résultats, à rendre avec votre copie

Question II-A 1) : schéma de l'installation à compléter par les températures



Question II-A 3) : bilan matière

Composé	C ₃ H ₈	O ₂	N ₂	CO ₂	H ₂ O	Total
Entrée brûleur (mol/s)	$\dot{n}_{C_3H_8,e} =$	$\dot{n}_{O_2,e} =$	$\dot{n}_{N_2,e} =$	$\dot{n}_{CO_2,e} =$	$\dot{n}_{H_2O,e} =$	$\dot{n}_{tot,e} =$
Etat intermédiaire						
Sortie brûleur (mol/s)	$\dot{n}_{C_3H_8,s} =$	$\dot{n}_{O_2,s} =$	$\dot{n}_{N_2,s} =$	$\dot{n}_{CO_2,s} =$	$\dot{n}_{H_2O,s} =$	$\dot{n}_{tot,s} =$