

Affine / Perspective Transformation

2020-08-11 기술보고

Affine / Perspective

- ▶ **Affine** : 선형 변환과 이동 변환이 포함
선의 수평성과 평행성 유지
평행사변형으로의 변환
- ▶ **Perspective** : **Affine** 변환의 특징 포함
수평성과 평행성이 유지되지 않음
원근 변환

Affine Transformation

- ▶ Translation
- ▶ Scale
- ▶ Rotation
- ▶ Euclidean : Translation + Rotation
- ▶ Similarity : Euclidean + Scale
- ▶ Shear

Affine Matrix

► Translation
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

► Scale
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

► Rotation
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

► Rotation @ Scale == Scale @ Rotation

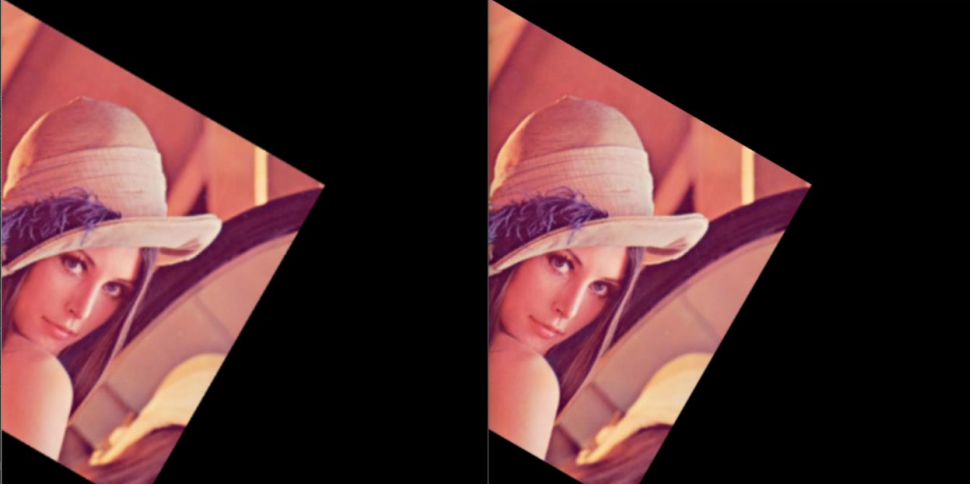
► $(s_x (\cos(\theta) * x - \sin(\theta) * y), s_y (\sin(\theta) * x + \cos(\theta) * y)) ==$
 $((\cos(\theta) * s_x * x - \sin(\theta) * s_y * y), (\sin(\theta) * s_x * x + \cos(\theta) * s_y * y))$

► Rotation @ Translation != Translation @ Rotation

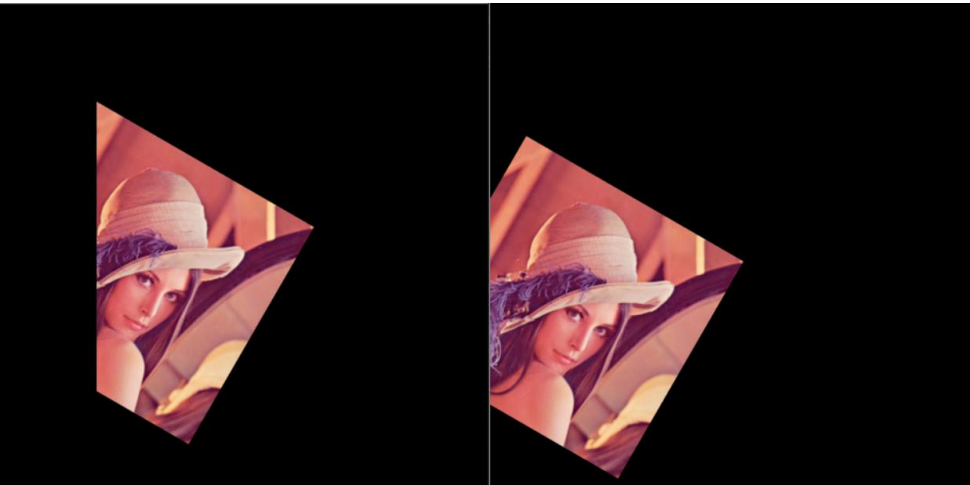
► $((\cos(\theta) * x - \sin(\theta) * y + dx), (\sin(\theta) * x + \cos(\theta) * y + dy)) !=$
 $((\cos(\theta) * (x + dx) - \sin(\theta) * (y + dy)), (\sin(\theta) * (x + dx) + \cos(\theta) * (y + dy)))$

Affine Matrix

- ▶ Rotation(30) -> Scale(1.5) Scale(1.5) -> Rotation(30)



- ▶ Rotation(30) -> Translation(100,100) Translation(100,100) -> Rotation(30)



Affine Matrix

► Euclidean
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \cos\theta & -\sin\theta & t_x \\ \varepsilon \sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\varepsilon = \pm 1$
 $\varepsilon = 1$, 방향 유지
 $\varepsilon = -1$, 반전

► Similarities
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon s \cos\theta & -s \sin\theta & t_x \\ \varepsilon s \sin\theta & s \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

► Shear
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$(x', y') = (x + \lambda_x * y, \lambda_y * x + y)$
 \Rightarrow 일정 비율의 x 또는 y 좌표의
값이 추가가 되므로 평행성과
평행선의 길이의 비율 유지

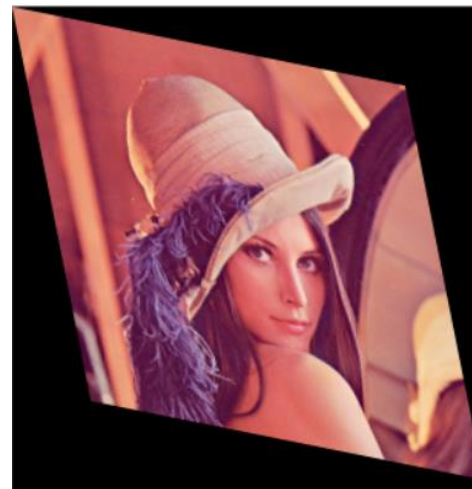
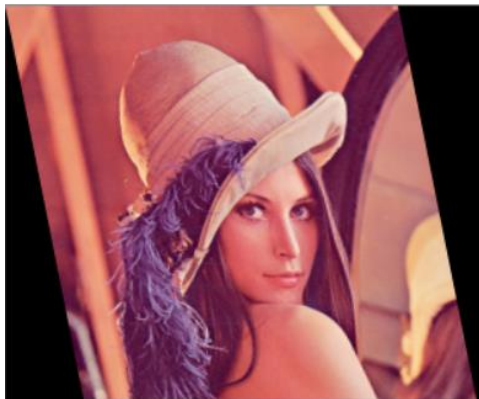
Affine Matrix

- Euclidean - $R(30)$, $T(130, 50)$



$\epsilon : -1$

- Shear(0.2)



Affine Matrix

► Affinities

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = H_A x = \begin{bmatrix} A & t \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} x$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\Phi) & -\sin(-\Phi) \\ \sin(-\Phi) & \cos(-\Phi) \end{bmatrix} \dots$$

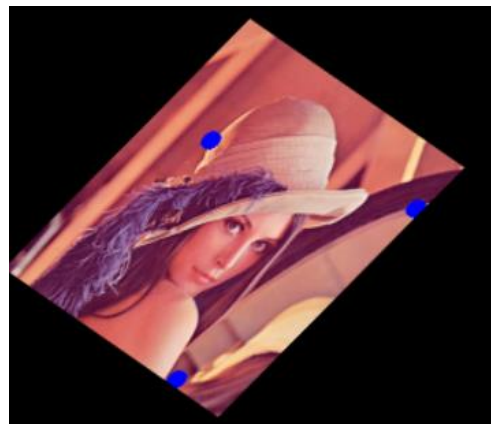
$$\dots \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Phi & -\sin\Phi \\ \sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix}$$

$$A = R(\theta)R(-\Phi)D(\lambda_1, \lambda_2)R(\Phi) \quad \Phi \text{의 값 불명확}$$



```
src : [[57, 90], [250, 45], [200, 250]]
dst : [[100, 100], [240, 90], [150, 172]]
```

```
[[ 6.60592255e-01 -2.77904328e-01  8.73576310e+01]
 [ 4.39501541e-02  4.10719550e-01  6.05300817e+01]]
```



```
src : [[57, 90], [250, 45], [200, 250]]
dst : [[120, 110], [240, 150], [100, 250]]
```

```
[[ 0.4904194 -0.56331234 142.74420474]
 [ 0.34034571  0.57081603  39.22685247]]
```


OpenCV - Affine Functions

- ▶ `cv2.getRotationMatrix2D()` : 중심점과 각도, 크기를 입력받아 **matrix** 반환
- ▶ `cv2.getAffineTransform()` : 세 개의 좌표정보 쌍을 입력받아 **Affine matrix** 반환
- ▶ `cv2.warpAffine()` : 2x3의 **matrix**를 이용하여 **Affine Transformation** 시행
 - ▶ Matrix는 float형
- ▶ `cv2.invertAffineTransform()` : **Affine** 변환의 역변환 **matrix** 생성
 - ▶ Affine Matrix는 non-singular matrix이므로 역행렬 존재

Perspective Transformation

- ▶ Perspective Matrix : linear, non-singular => 역행렬 존재

$$k_{p2} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} k_{p1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{k_{p1}}{k_{p2}} \begin{bmatrix} a_{11}/a_{33} & a_{12}/a_{33} & a_{13}/a_{33} \\ a_{21}/a_{33} & a_{22}/a_{33} & a_{23}/a_{33} \\ a_{31}/a_{33} & a_{32}/a_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s \cos \theta & -\sin \theta & t_x \\ s \sin \theta & s \cos \theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots$$

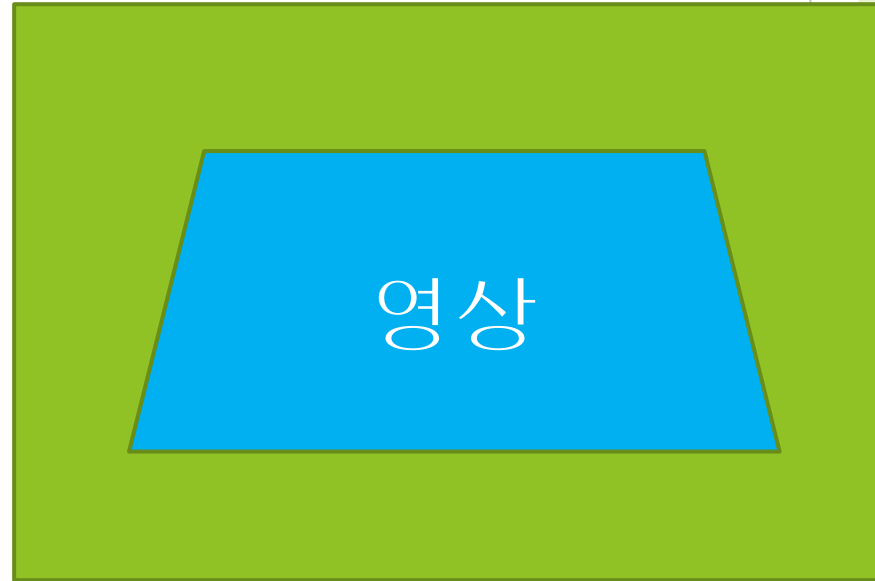
$$\dots \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1/\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ v_1 & v_2 & v \end{bmatrix}$$

$$x' = \frac{x}{v_1 x + v_2 y + v}$$

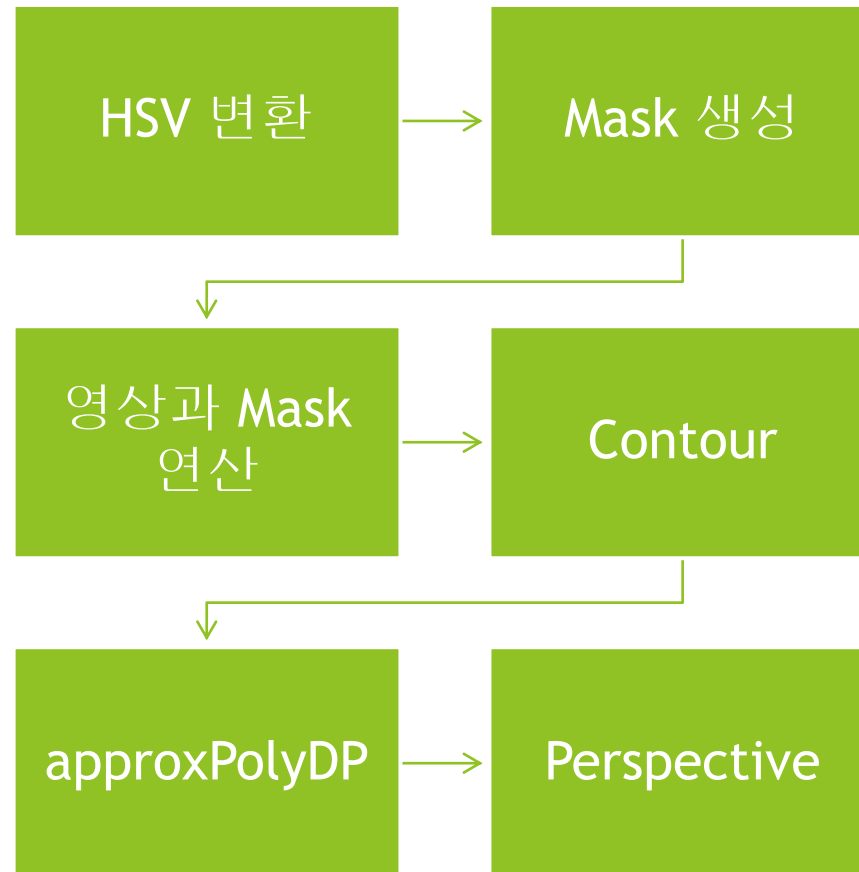
$$y' = \frac{y}{v_1 x + v_2 y + v}$$

mission

- ▶ 특정 색의 사각형 물체를 이용하여 영상을 **Perspecitve** 변환하여 합성하기



미션 진행 과정



세부과정 - Mask, Contour

- ▶ `inRange()` : 원하는 색상의 범위 `mask` 생성
- ▶ `Dilate()` : `background`를 팽창시켜 흐릿한 경계부분을 이미지로 만든다
- ▶ 이미지를 합치기 위한 역변환된 `mask_inv` 생성
- ▶ `Bitwise_and` 연산으로 만들어진 물체만의 이미지를 이용하여 `Contour` 생성

세부과정 - approxPolyDP

- ▶ 만들어진 `contour`로 `approxPolyDP` 연산
- ▶ **Perspective** 연산을 위해서는 네 점이 필요하므로 `approxPolyDP`가 4개의 점을 가지도록 계수 조절
- ▶ 4개의 점을 가지면 해당 4개의 점으로 **Perspective matrix**를 구한 후 변환
 - ▶ 4개의 점이 순서대로 만들어지지 않음 => 4개의 점을 시계방향으로 정렬
 - ▶ 합성될 영상과의 크기가 맞지 않음 => `approxPolyDP`의 크기로 **resize**
 - ▶ **Perspective**된 영상과의 위치가 맞지 않음 => `approxPolyDP`의 첫 번째 점의 위치로 이동

세부과정 - 영상 합성

- ▶ Mask를 이용하여 원본 영상에 **mask**를 적용한다.
- ▶ Mask_inv를 이용하여 합성될 영상에 **mask**를 적용한다.
- ▶ 사용될 영상을 제외한 화소값들은 **0**이므로 + 연산을 사용한다.