北京邮电大学 2011–2012 学年第二学期

《概率论与随机过程》期末考试试题(A)

TeXify: Lee E-mail: snowonionlee@gmail.com

Pdf和TeX源文件发布在 github.com/SnowOnion/TeXPractice

一. 填空题 (每小题 3 分，共 45 分)

1. 设A,B为相互独立的随机事件, $P(A)=0.8, P(B)=0.4$, 则$P(A\bar{B})$= ________________.

2. 设A,B为两个随机事件, 已知$P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}, P(AB)=\frac{1}{4}$, 则$P(A\cup B)$= ________________.

3. 设一批产品中共有10件产品, 其中有2件次品, 现不放回地连续任取6件, 则第5次取出次品的概率为 ________________.

4. 已知随机变量X的分布律为 $\begin{array}{c|cccc} X & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline p_k & 0.2 & 0.1 & 0.4 & 0.3 \end{array}$, 设$Y=2|X|+1$, 则$Y$的分布律为 ________________.

5. 设随机变量X的分布函数为$F(X)$, 概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} 2e^{-2x}, & \text{x} > 0, \\ 0, & \text{x} \le 0. \end{cases}$$

则$F(5)$= ________________.

6. 二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2, \\ 0, & else. \end{cases}$$

则$P\{X<Y\}$= ________________.

7. 设随机变量$X\sim U(0,1)$, 则随机变量$Y=2X+1$的概率密度$f(y)$= ________________.

8. 设随机变量$X\sim \pi(2), Y\sim B(10,0.5)$, 则$E(2X+4Y-1)$= ________________.

9. 设离散型随机变量X的分布律

$$P\{X=k\}=\frac{A}{3^k k!} \quad (k=0,1,2,...)$$

, 则常数A= ________________.

10. 设随机变量X,Y相互独立, 且$X\sim N(1,4), Y\sim N(4,2)$, 则$2X+4Y+1\sim$ ________________.

11. 设随机变量X,Y满足: $D(X)=1, D(Y)=4, D(3X-2Y+1)=13$, 则$\rho_{XY}$= ________________.

12. 设随机变量$X_1,X_2,...,X_n$独立同分布, 分布函数为$F(x)$, 求随机变量$Z=max\{X_1,X_2,...,X_n\}$的分布函数$F_Z(z)$= ________________.

13. 设随机过程$X(t)=Yt, Y\sim N(5,9)$, 则均值函数为 ________________.

14. 设$\{N(t), t\ge 0\}$服从强度为λ的泊松过程, 则$P\{N(5)=4, N(7)=6\}$= ________________, $P\{N(7)=6|N(5)=4\}$= ________________.

二．(10分)

设随机变量X具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases} a\cos x, & |x|<\dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & else. \end{cases}$$

求: (1) 常数a, (2) $P\{0<X<\dfrac{\pi}{4}\}$, (3) X的分布函数.

三．(10分)

设二维随机变量(X,Y)具有概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} kxy, & 0<x<y<1, \\ 0, & else. \end{cases}$$

求: (1) 常数k, (2) $P\{X+Y<1\}$, (3) 边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$.

四．(10分)

设随机变量X,Y相互独立, 均服从区间$(0,1)$上的均匀分布,求: $Z=X+Y$的概率密度.

五．(15分)

已知齐次马氏链$\{X_n, n\geq 0\}$, 状态空间为$I=\{0,1,2\}$, 转移矩阵为

$$\mathbf{P}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

,初始分布为$P_0(0)=\dfrac{1}{3}, P_1(0)=\dfrac{1}{3}, P_2(0)=\dfrac{1}{3}$.

(1) 求二步转移矩阵$P(2)$, (2) 求$P\{X_2=1, X_4=0, X_5=1\}$, (3) 证明遍历性,并求平稳分布.

六．(10分)

设$X(t), Y(t), t\geq 0$是相互独立的平稳过程, 验证$Z(t)=X(t)+Y(t)$是否是平稳过程.