北京邮电大学 2011–2012 学年第二学期

《概率论与随机过程》期末考试试题(A)

TeXify: Lee E-mail: snowonionlee@gmail.com

一. 填空题 (每小题 3 分，共 45 分)

1. 设A, B为相互独立的随机事件, $P(A)=0.8, P(B)=0.4$, 则$P(A\bar{B})=$ ________.

2. 设A, B为两个随机事件, 已知$P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{1}{3}, P(AB)=\frac{1}{4}$, 则$P(A\cup B)=$ ________.

3. 设一批产品中共有10件产品, 其中有2件次品, 现不放回地连续任取6件, 则第5次取出次品的概率为 ________.

4. 已知随机变量X的分布律为

X	-1	0	1	2
p_k	0.2	0.1	0.4	0.3

, 设$Y=2|X|+1$, 则Y的分布律为 ________.

5. 设随机变量X的分布函数为$F(X)$, 概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} 2e^{-2x}, & \text{x} > 0, \\ 0, & \text{x} \le 0. \end{cases}$$

则$F(5)=$ ________.

6. 二维随机变量(X, Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2, \\ 0, & else. \end{cases}$$

则$P\{X<Y\}=$ ________.

7. 设随机变量$X\sim U(0,1)$, 则随机变量$Y=2X+1$的概率密度$f(y)=$ ________.

8. 设随机变量$X\sim\pi(2), Y\sim B(10,0.5)$, 则$E(2X+4Y-1)=$ ________.

9. 设离散型随机变量X的分布律

$$P\{X=k\}=\frac{A}{3^k k!}\quad (k=0,1,2,...)$$

, 则常数$A=$ ________.

10. 设随机变量X, Y相互独立, 且$X\sim N(1,4), Y\sim N(4,2)$, 则$2X+4Y+1\sim$ ________.

11. 设随机变量X, Y满足: $D(X)=1, D(Y)=4, D(3X-2Y+1)=13$, 则$\rho_{XY}=$ ________.

12. 设随机变量$X_1, X_2, ..., X_n$独立同分布, 分布函数为$F(x)$, 求随机变量$Z=max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$的分布函数$F_Z(z)=$ ________.

13. 设随机过程$X(t)=Yt, Y\sim N(5,9)$, 则均值函数为 ________.

14. 设$\{N(t), t\ge 0\}$服从强度为λ的泊松过程, 则$P\{N(5)=4, N(7)=6\}=$ ________, $P\{N(7)=6|N(5)=4\}=$ ________.

二. (10分)

设随机变量X具有概率密度

$$f(x) = \begin{cases} a\cos x, & |x| < \dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & else. \end{cases}$$

求: (1) 常数a, (2) $P\{0 < X < \dfrac{\pi}{4}\}$, (3) X的分布函数.

三. (10分)

设二维随机变量(X, Y)具有概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 < x < y < 1, \\ 0, & else. \end{cases}$$

求: (1) 常数k, (2) $P\{X + Y < 1\}$, (3) 边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$.

四. (10分)

设随机变量X, Y相互独立, 均服从区间$(0, 1)$上的均匀分布,求: $Z = X + Y$的概率密度.

五. (15分)

已知齐次马氏链$\{X_n, n \geq 0\}$, 状态空间为$I = \{0, 1, 2\}$, 转移矩阵为

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

,初始分布为$P_0(0) = \dfrac{1}{3}, P_1(0) = \dfrac{1}{3}, P_2(0) = \dfrac{1}{3}$.

(1) 求二步转移矩阵$P(2)$, (2) 求$P\{X_2 = 1, X_4 = 0, X_5 = 1\}$, (3) 证明遍历性,并求平稳分布.

六. (10分)

设$X(t), Y(t), t \geq 0$是相互独立的平稳过程, 验证$Z(t) = X(t) + Y(t)$是否是平稳过程.