# 合 肥 工 业 大 学 试 卷 ( A )

**2017～2018 学年第__一__学期 课程代码__1400261B__ 课程名称__复变函数与积分变换__ 学分__2.5__ 课程性质：必修☑、选修☐、限修☐ 考试形式：开卷☐、闭卷☑**

**专业班级（教学班）____________ 考试日期__2017 年 11 月 17 日__ 命题教师__集体__ 系（所或教研室）主任审批签名____________**

一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、$(-1)^i$ 的主值是__________.

2、设函数 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(\omega)=\pi\left[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)\right]$，则 $f(t)=$____.

3、设函数 $f(z)=z\cos\frac{1}{z}$，则 $\mathrm{Res}[f(z),0]=$_______.

4、设正向曲线 $C:|z|=a>0$，则积分 $\oint_C\left(|z|-e^z\sin z\right)dz=$_______.

5、设 $f(z)=1+z+z^2+z^3+\cdots+z^{2017}$，则 $\arg f(i)=$_________.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、$w=\frac{1}{z}$ 将 $z$ 平面上的曲线 $x^2+y^2=4$ 映射成 $w$ 平面上的图形为（ ）.

（A）$u=\frac{1}{2}$ （B）$u=2$ （C）$u^2+v^2=4$ （D）$u^2+v^2=\frac{1}{4}$

2、函数 $f(z)$ 在点 $z_0$ 处可导是 $f(z)$ 在该点解析的（ ）.

（A）充分条件 （B）必要条件 （C）充要条件 （D）既非充分又非必要条件

3、级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{z^n}{2^n n^3}$ 的收敛半径为（ ）.

（A）0 （B）$+\infty$ （C）2 （D）$\frac{1}{2}$

4、级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos in}{2^n}$ 的敛散性情况是（ ）.

（A）不定 （B）发散 （C）条件收敛 （D）绝对收敛

5、$z=2$ 是函数 $f(z)=\frac{(z^2-1)(z-2)^3}{(\sin\pi z)^3}$ 的（ ）.

（A）可去奇点 （B）本性奇点 （C）极点 （D）解析点

三、计算下列各题（每小题 5 分，共 25 分）

1、沿曲线 $y=x^2$ 求积分 $\int_0^{1+i}\left(x^2+iy\right)dz$；

2、设曲线 C 为正向圆周，$|z|=2$，求积分 $\oint_C\frac{\bar{z}}{|z|}dz$；

3、设曲线 $C$ 为正向圆周，$|z|=2$，求积分 $\oint_C\frac{\sin\frac{\pi z}{4}}{z^2-1}dz$；

4、设曲线 $C$ 为正向圆周，$|z|=2$，求积分 $\oint_C\frac{\sin z}{\left(z-\frac{\pi}{2}\right)^3}dz$；

5、求 $\sqrt[4]{-1}$ 的所有的值.

四、（15 分）把函数 $f(z)=\frac{1}{(z-1)(z-2)}$ 分别在指定的圆环域内展开成洛朗级数：

（1）$0<|z-1|<1$； （2）$1<|z-2|<+\infty$； （3）$2<|z|<+\infty$.

五、（10 分）用 Laplace 变换求解微分方程初值问题 $\begin{cases} y''+2y'-3y=e^{-t}, \\ y(0)=0,\ y'(0)=1. \end{cases}$

六、（12 分）（1）证明函数 $u=(x-y)(x^2+4xy+y^2)$ 为调和函数；

（2）求函数 $v=v(x,y)$，使 $f(z)=u+iv$ 为解析函数，且 $f(i)=-1$；

（3）求 $f'(z)$.

七、（8 分）若 $f(z)$ 与 $g(z)$ 分别以 $z=z_0$ 为 $m$ 级极点与 $n$ 级极点，问下列函数在点 $z=z_0$ 处有何性质？

（1）$f(z)+g(z)$； （2）$f(z)\cdot g(z)$； （3）$\frac{f(z)}{g(z)}$.