

2016~2017 学年第 一 学期 课程代码 1400102B 课程名称 复变函数 学分 3 课程性质:必修 ☒、选修 ☐、限选 ☐ 考试形式:开卷 ☐、闭卷 ☒
专业班级 (教学班) 2015 级数学/0001 考试日期 2017 年 1 月 10 日 命题教师 田可雷 系 (所或教研室) 主任审批签名

一、计算题 (每小题 8 分, 共 40 分)

1. 计算 $(-i)^i$.

2. 解方程 $z^6 + 1 = 0$

3. 计算 $\text{Ln}(-1-i)$.

4. 积分 $\int_C \text{Re}(z) dz$, 其中 C 是从点 0 到 $1+2i$ 的直线段.

5. 积分 $\oint_C \frac{e^z}{(z+i)(z^2-1)} dz$, 其中 C 是正向圆周 $|z|=2$.

二、(本题 10 分) 分析函数 $f(z) = \frac{\text{Im}(z)}{|z|}$ 当 $z \rightarrow 0$ 时的极限是否存在.

三、(本题 10 分) 讨论函数 $f(z) = x^2 - iy^2$ 在复平面的可微性、解析性.

四、(本题 12 分) 验证函数 $u = x^2 - y^2 + x$ 为调和函数, 并以 u 为实部构造满足

条件 $f(0) = 0$ 的解析函数 $f(z) = u + iv$, 进一步求其导函数.

五、(本题 8 分) 计算 $e^z \sin z$ 在 $z = 0$ 处展成幂级数 (至少写出前 3 项).

六、(本题 10 分) 将函数 $f(z) = \frac{1}{z(1-z)^2}$ 在 $0 < |z| < 1$ 内展开成洛朗级数.

七、(本题 5 分) 计算积分 $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \theta}{5 + 4 \cos \theta} d\theta$.

八、(本题 5 分) 讨论函数 $f(z) = \frac{1}{\sin z + \cos z}$ 在扩充复平面上的奇点及其类型,

若为极点请指出它们的阶数.