

# 合肥工业大学(宣城)试卷(A)

此页答题无效,请写在答题纸上.

2019~2020 学年第 一 学期 课程代码 1400261B 课程名称 复变函数与积分变换 学分 2.5 课程性质: 必修 ☒、选修 ☐、限修 ☐ 考试形式: 开卷 ☐、闭卷 ☒  
专业班级(教学班) \_\_\_\_\_ 考试日期 2019 年 11 月 24 日 19:00-21:00 命题教师 集体 系(所或教研室)主任审批签名 田可雷

一、选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

- 1、满足  $z^2 = |z|^2$  的复数是( );  
(A) 不存在 (B) 实数 (C) 纯虚数 (D) 唯一
- 2、方程  $e^z = -2$  在复数域内的根为( );  
(A)  $\ln 2 + 2k\pi i$  (B)  $\ln 2 + \pi i$  (C)  $\ln 2 + (2k+1)\pi i$  (D) 不存在
- 3、 $z=0$  是以下哪个函数的一阶极点( );  
(A)  $\frac{1}{\sin z}$  (B)  $\frac{e^z - 1}{z}$  (C)  $e^{\frac{1}{z}}$  (D)  $\frac{1}{\sin \frac{1}{z}}$

- 4、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} z^n$  的收敛半径为( ).  
(A) 0 (B)  $+\infty$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 2
- 5、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{(-1)^n}{n} + \frac{i}{n(n+1)}]$  的敛散性是( ).  
(A) 不定 (B) 绝对收敛 (C) 条件收敛 (D) 发散

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

- 1、化简  $\frac{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^3}{(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^2}$  的指数表达式为\_\_\_\_\_.
- 2、函数  $f(t) = \begin{cases} e^{-\beta t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}, (\beta > 0)$  的 Fourier 变换为\_\_\_\_\_.
- 3、设函数  $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3}$ , 则  $\operatorname{Res}[f(z), 0] =$ \_\_\_\_\_.
- 4、设正向曲线  $C: |z| = a > 0$ , 则积分  $\oint_C \left( \frac{1}{z} - \frac{e^z \cos z}{z} \right) dz =$ \_\_\_\_\_.
- 5、设  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^n$ , 则  $\arg f(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i) =$ \_\_\_\_\_.

三、计算下列各题(每小题 5 分, 共 25 分)

- 1、沿曲线  $y = x^2$  求积分  $\int_0^{1+i} \bar{z} dz$ ;
- 2、设曲线  $C$  为正向圆周,  $|z| = 2$ , 求积分  $\oint_C \frac{2z-1}{z(z-1)} dz$ ;
- 3、设曲线  $C$  为正向圆周,  $|z| = 2$ , 求积分  $\oint_C \frac{\cos \pi z}{z^2 - 1} dz$ ;
- 4、设曲线  $C$  为正向圆周,  $|z| = 2$ , 求积分  $\oint_C \frac{e^z - 1}{(z-1)^3} dz$ ;
- 5、求  $\sqrt[3]{-1}$  的所有的值.

四、(15 分)在圆环域  $1 < |z-1| < +\infty$  内把下列函数展开成洛朗级数;

- (1) 把函数  $f(z) = \frac{1}{z}$ ;
- (2)  $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$ ;
- (3)  $f(z) = \frac{1}{z^2}$ .

五、(10 分)用 Laplace 变换求解微分方程:  $\begin{cases} y'' + 2y' + y = e^t \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ .

六、(12 分)设  $f(z) = u + iv$  为解析函数, 已知  $u = x^2 - 2xy - y^2$ ,  $f(0) = i$ .

- (1) 求  $f(z)$  的表达式;
- (2) 求  $f'(z)$ .

七、(8 分)下列函数有哪些奇点? 如果是极点, 指出它的级数;

- (1)  $\frac{1 - \cos z}{(z-1)z^5}$ ;
- (2)  $e^{\frac{1}{z-1}}$ .