2013 西安电子科技大学

本资料适用专业科目代号：811/821/831/844

信号与系统辅导班笔记

好网考研
club.xdnice.com

策划 / 好网论坛考研版块
主编 / @西电点儿

最新西电考研资讯尽在 http://weibo.com/xduky
免费西电考研资料尽在 http://blog.sina.com.cn/xduky

内 容 简 介

通院专业课辅导班在每年 11 月开设，其中信号与系统笔记具有重要的参考价值（相对来说通信原理的笔记不太重要）。辅导班每年讲的题大部分都是一样的（有相当一部分是历年真题，在本笔记中略掉，查看历年真题请访问本资料封面的博客地址或扫描封面的二维码即可），2012 年的信号与系统辅导班（2011 年 11 月开设）一共讲了 66 道题，其中 1−57 题是 2011 年之前就讲过的，58−66 题为 2012 年新增。67 题以后的为 2011 年之前讲过且 2012 年没有讲的。

如果报辅导班，请尽量在辅导班开课之前做完真题和这本笔记，如果讲到的题已经在本笔记中，即可节省记笔记的时间用来听课。

因制作时间仓促，本资料错误之处在所难免，敬请批评指正。

1 求 $\int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ 与 $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ 。

解：$\int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \delta(t)+\varepsilon(t)$，$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\,\mathrm{d}\tau = 0+1=1$。

解析：$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$，$\int_{-\infty}^{t} \delta'(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \delta(t)$，$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(\tau)\,\mathrm{d}\tau = 0$。

2 求 $\int_{-\infty}^{3} \mathrm{e}^{-t}\sin(\pi t+\frac{\pi}{5})\delta(t-4)\,\mathrm{d}t$。

解：原式=0。解析：若积分区间不含 $\delta(t)$ 所在位置，则积分等于零，若包含，则将所在时刻代入除 $\delta(t)$ 外的表达式，计算所得数值，就是积分值。

3 求 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi t}{t}\delta(t)\,\mathrm{d}t$。

解：原式 $= \left.\frac{\sin \pi t}{t}\right|_{t=0} = \frac{\pi\cos\pi t}{1} = \pi$（洛必达）

4 求 $\sum_{m=-\infty}^{k-2} \cos(\frac{m\pi}{4}+45^{\circ})\delta(3-m)$。

解：原式 $= -\sum_{m=-\infty}^{k-2} \delta(m-3) = -\varepsilon(k-5)$

5 波形变换的步骤。

尺变 $\rightleftharpoons$ 反折 $\rightleftharpoons$ 移位

注：向右为正问题，例如 $f(t) \to f(1-\frac{1}{2}t)$；向左为逆问题，例如 $f(1-\frac{1}{2}t) \to f(t)$，可通过做题掌握。

6 已知 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 如图 1，设 $y(t) = f_1(t) * f_2(t)$，求 $y(3)$。

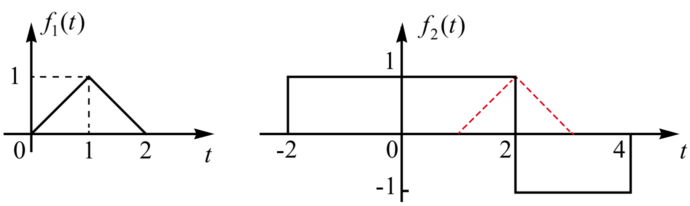


图 1

解：$y(3)=0$。解析：$y(3) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(3-\tau)f_2(\tau)\,\mathrm{d}\tau$（求面积）

7 某 LTI 连续系统具有一定的起始状态，当输入为 $f_1(t)$ 时，全响应 $y_1(t)=2\mathrm{e}^{-t}-\cos\pi t, t\ge 0$ ①，若起始状态不变，输入 $f_2(t)=2f_1(t)$ 时，全响应 $y_2(t)=-3\cos\pi t, t\ge 0$ ②，求 $f_3(t)=4f_1(t)$ 时，全响应 $y_3(t)$。

解：$y_{\mathrm{zs1}}(t)=②-①=-2\mathrm{e}^{-t}-2\cos\pi t$ ③，$y_{\mathrm{zi}}(t)=①-③=4\mathrm{e}^{-t}+\cos\pi t$ ④，

$y_3(t)=④+4\times③=-4\mathrm{e}^{-t}-7\cos\pi t$

8 $f(t)=(2\mathrm{e}^{-t}-1)\varepsilon(t)$，$h(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$，求 $y_{\mathrm{zs}}(t)$。

解：$(2\mathrm{e}^{-t}-1)\varepsilon(t)*\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)=\int_0^t(2\mathrm{e}^{-\tau}-1)\mathrm{e}^{-2(t-\tau)}\,\mathrm{d}\tau=(-\frac{1}{2}+2\mathrm{e}^{-t}-\frac{3}{2}\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$

9 已知 LTI 系统阶跃响应 $g(t)=\varepsilon(t-1)+\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，求当 $f(t)=3\mathrm{e}^{2t}$ $(-\infty<t<\infty)$ 时系统的 $y_{\mathrm{zs}}(t)$。

解：$h(t)=g'(t)=\delta(t-1)+\delta(t)-\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，

$y_{\mathrm{zs}}(t)=f(t)*h(t)=3\mathrm{e}^{2t}+3\mathrm{e}^{2(t-1)}-3\mathrm{e}^{2t}*\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)=2\mathrm{e}^{2t}+3\mathrm{e}^{2(t-1)}$ $(-\infty<t<\infty)$

注：$3\mathrm{e}^{2t}$ 的傅里叶变换与双边拉普拉斯变换均不存在。

10 一线性时不变系统对 $f(t)=\sin t\varepsilon(t)$ 的 $y_{\mathrm{zs}}(t)$ 如图 2，求 $h(t)$。

解法一/时域解法：$f(t)=\sin t\varepsilon(t)$ 时，

$y_{\mathrm{zs}}(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+(2-t)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$

$f'(t)=\cos t\varepsilon(t)$，$y'_{\mathrm{zs}}(t)=\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$，

$f''(t)=-\sin t\varepsilon(t)+\delta(t)$，$y''_{\mathrm{zs}}(t)=\delta(t)-2\delta(t-1)+\delta(t-2)$。

输入为 $f(t)+f''(t)=\delta(t)$ 时，输出$=y_{\mathrm{zs}}(t)+y''_{\mathrm{zs}}(t)$。

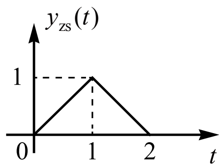


图 2

解法二/拉氏变换解法：$F(s)=\frac{1}{s^2+1}$，$Y_{\mathrm{zs}}(s)=\frac{1-2\mathrm{e}^{-s}+\mathrm{e}^{-2s}}{s^2}$，

$H(s)=\frac{Y_{\mathrm{zs}}(s)}{F(s)}=1-2\mathrm{e}^{-s}+\mathrm{e}^{-2s}+\frac{1-2\mathrm{e}^{-s}+\mathrm{e}^{-2s}}{s^2}$，$h(t)=\delta(t)-2\delta(t-1)+\delta(t-2)+y_{\mathrm{zs}}(t)$。

注：$\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s}$；$t\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s^2}$；$(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)\leftrightarrow\frac{\mathrm{e}^{-st_0}}{s^2}$。

11 LTI 离散系统的单位响应 $h(k)=\varepsilon(k-2)$，$f(k)=(\frac{1}{2})^{k+2}\varepsilon(k+1)$，求 $y_{\mathrm{zs}}(k)$。

解法一/时域解法：

$$y_{\mathrm{zs}}(k)=f(k)*h(k)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}(\frac{1}{2})^{m+2}\varepsilon(m+1)\varepsilon(k-m-2)=\sum_{m=-1}^{k-2}(\frac{1}{2})^{m+2}=\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+\ldots+(\frac{1}{2})^k=1-(\frac{1}{2})^k$$

解法二/ z 域解法：

$$H(z)=\frac{z^{-1}}{z-1},\quad F(z)=\frac{\frac{1}{2}z^2}{z-\frac{1}{2}},\quad Y_{\mathrm{zs}}(z)=F(z)\cdot H(z)=\frac{z}{z-1}-\frac{z}{z-\frac{1}{2}},\quad y_{\mathrm{zs}}(k)=1-(\frac{1}{2})^k,\ k\ge 0。$$

12 周期信号 $f(t)=1+2\sin(\pi t)-\sin(3\pi t)+\sin(4\pi t)+\cos(3\pi t)-\frac{1}{2}\cos(5\pi t-\frac{\pi}{4})$，试画出单边振幅频谱图与相位频谱图。

解：先改写为标准傅里叶级数三角函数形式 $f(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\Omega t+\varphi_n)$：

原式 $=1+2\cos(\pi t-90^\circ)+\sqrt{2}\cos(3\pi t+45^\circ)+\cos(4\pi t-90^\circ)+\frac{1}{2}\cos(5\pi t+135^\circ)$，见图 3。

注：若画双边谱，化成指数形式 $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n e^{jn\Omega t}$，除直流分量外，幅值减半，相位关于原点对称。

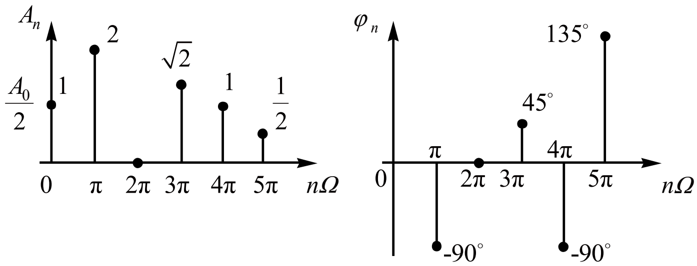


图 3

13 $f_1(t)$ 如图 4 (a)，求 $F_1(j\omega)$。

解：由 $g_\tau(t)\leftrightarrow\tau\mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})$ 与 $f^{(-1)}(t)\leftrightarrow\frac{F(j\omega)}{j\omega}+\pi F(0)\delta(\omega)$ 得：$g_2(t)\leftrightarrow 2\mathrm{Sa}(\omega)$，$f_1(t)\leftrightarrow\frac{2\mathrm{Sa}(\omega)}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$。

注：一般复杂时域信号，导函数通常形式简单，但如果 $f(-\infty)\neq 0$，则不可直接套用。

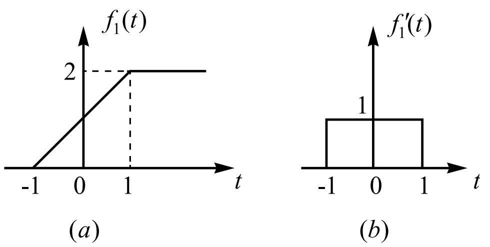


图 4

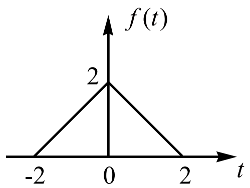


图 5

14 已知 $F(j\omega)=\frac{\sin^2\omega}{(\frac{\omega}{2})^2}$，求 $f(t)$。

解：如图 5，$F(j\omega)=[2\mathrm{Sa}(\omega)]^2$，$g_2(t)\leftrightarrow 2\mathrm{Sa}(\omega)$，故 $f(t)=g_2(t)*g_2(t)$。

15 已知 $F(j\omega)=\frac{1}{2-\omega^2+j3\omega}$，求 $f(t)$。

解：将 $-\omega^2$ 改写为 $(j\omega)^2$，$F(j\omega)=\frac{1}{(j\omega+1)(j\omega+2)}=\frac{1}{j\omega+1}-\frac{1}{j\omega+2}$，$f(t)=(e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$。

注：类似于 $e^{-\alpha t}\leftrightarrow\frac{1}{s+\alpha}$（$s$ 域），但 $\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$。

16 已知某 LTI 系统的频率响应 $H(\mathrm{j}\omega)=\begin{cases}0, & |\omega|>8\\ \pi\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}, & |\omega|<8\end{cases}$，输入 $f(t)=\dfrac{\sin 2t}{t}\cos 8t$，求输出 $y(t)$。

解：$H(\mathrm{j}\omega)=\pi G_{16}(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}$，$\dfrac{\sin 2t}{t}\leftrightarrow \pi G_4(\omega)$，$\cos 8t\leftrightarrow \pi[\delta(\omega+8)+\delta(\omega-8)]$，

$F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{2\pi}\cdot\pi^2 G_4(\omega)*[\delta(\omega+8)+\delta(\omega-8)]=\dfrac{\pi}{2}[G_4(\omega+8)+G_4(\omega-8)]$，

$Y(\mathrm{j}\omega)=F(\mathrm{j}\omega)H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\pi^2}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}[g_2(\omega+7)+g_2(\omega-7)]$，$\delta(t-2)\leftrightarrow \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\omega}$，

$\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)[\mathrm{e}^{\mathrm{j}7t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}7t}]\leftrightarrow[g_2(\omega+7)+g_2(\omega-7)]$，$y(t)=\pi\mathrm{Sa}(t-2)\cos[7(t-2)]$。

17 对信号 $f(t)=\mathrm{Sa}(100\pi t)+\mathrm{Sa}^2(80\pi t)$ 进行理想抽样，求不使频谱混叠的最低抽样率 f_N。

解：$f_N=160\,\mathrm{Hz}$

解析：取最高频率的方法： 1.和信号：取频率最高的分信号；2.卷积信号：取最高频率小的；
3.乘积信号：按相乘两信号最高频率之和。

即：$f_1(t)\to f_{1\max}$，$f_2(t)\to f_{2\max}$，则 $f(t)=f_1(t)+f_2(t)\to f_{\max}=\max[f_{1\max},f_{2\max}]$，
$f(t)=f_1(t)*f_2(t)\to f_{\max}=\min[f_{1\max},f_{2\max}]$，$f(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)\to f_{\max}=f_{1\max}+f_{2\max}$。

【$f(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$ 可由 $\cos A\cos B=\dfrac{1}{2}[\cos(A+B)+\cos(A-B)]$ 得出】

18 确定序列 $f(k)=2\cos(\dfrac{\pi}{3}k)+3\sin(\dfrac{\pi}{4}k)$ 是否为周期序列，若是，求周期 N。

解：$N=24$。解析：取最小公倍数。

19 $f(t)=\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t-1)$，求 $F(s)$。

解：$F(s)=\dfrac{1}{s}-\dfrac{\mathrm{e}^{-s}}{s}$

20 $f(t)$ 如图 6，求 $F(s)$。

解：$f(t)$ 为因果周期信号，$T=2$，$\Omega=\pi$。令 $f_1(t)=\{\sin(\pi t)\varepsilon(t)+\sin[\pi(t-1)]\varepsilon(t-1)\}\leftrightarrow\dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}(1+\mathrm{e}^{-s})$

（第一个周期），$f(t)=f_1(t)*\sum\limits_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}f_1(t-2n)\leftrightarrow\sum\limits_{n=0}^{\infty}F_1(s)\mathrm{e}^{-2ns}=\dfrac{\pi}{(s^2+\pi^2)(1-\mathrm{e}^{-s})}$

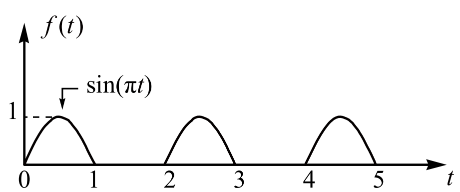


图 6

21 已知单边 $F(s)=\dfrac{s+1}{s^2+2s+10}$，求 $f(t)$。

解：$F(s)=\dfrac{s+1}{(s+1)^2+3^2}\Rightarrow f(t)=\cos(3t)\cdot \mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$

22 $f(k)=(-1)^k(k-1)\varepsilon(k-1)$，求单边 $F(z)$。

解：$f(k)=-(-1)^{k-1}(k-1)\varepsilon(k-1)$，$(-1)^k\varepsilon(k)\leftrightarrow\dfrac{z}{z+1}$，

$k(-1)^k\varepsilon(k)\leftrightarrow -z\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}(\dfrac{z}{z+1})=\dfrac{-z}{(z+1)^2}$，

$f(k)\leftrightarrow -\dfrac{-z}{(z+1)^2}\cdot z^{-1}=\dfrac{1}{(z+1)^2}$。

23 求 $2^k\sum\limits_{i=0}^{k-1}[(-1)^i\varepsilon(i)]$ 的单边 z 变换 $F(z)$。

解：由常用变换对：$(-1)^i\varepsilon(i)\leftrightarrow\dfrac{z}{z+1}$；由累和性：$\sum\limits_{i=0}^{k-1}[(-1)^i\varepsilon(i)]\leftrightarrow\dfrac{z}{z-1}\cdot\dfrac{z}{z+1}\cdot z^{-1}=\dfrac{z}{(z-1)(z+1)}$

（也可 $\sum\limits_{i=0}^{k-1}[(-1)^i\varepsilon(i)]=\varepsilon(0)-\varepsilon(1)+\varepsilon(2)-\varepsilon(3)+\ldots+(-1)^{k-1}\varepsilon(k-1)=\dfrac{1-(-1)^k}{2}\varepsilon(k)\leftrightarrow\dfrac{z}{(z-1)(z+1)}$）；

由 z 域尺变性，原式 $\leftrightarrow\dfrac{\frac{z}{2}}{(\frac{z}{2}-1)(\frac{z}{2}+1)}=\dfrac{2z}{z^2-4}$。

24 单边 $F(z)=\dfrac{z^2+2z-4}{z^6}$，求 $f(k)$。

解：$F(z)=z^{-4}+2z^{-5}-4z^{-6}$，$f(k)=\delta(k-4)+2\delta(k-5)-4\delta(k-6)$。

25 双边 $F(z)=\dfrac{3z^2}{(z+1)(z-2)},1<|z|<2$，求 $f(k)$。

解：$F(z)=\dfrac{z}{z+1}+\dfrac{2z}{z-2}$（第一项为因果，第二项为反因果）$f(k)=(-1)^k\varepsilon(k)-2\cdot 2^k\varepsilon(-k-1)$。

注：$-a^k\varepsilon(-k-1)\leftrightarrow\dfrac{z}{z-a},|z|<|a|$，双边 z 变换一定标收敛域，单双边都是重点。

26 LTI 方程为 $y(k)-y(k-1)-2y(k-2)=f(k)$，已知 $f(k)=9(\frac{1}{2})^k$，$y(-1)=0$，$y(-2)=1.5$ 求 $y_{zi}(k)$，$y_{zs}(k)$，$y(k)$。

解：$(1-z^{-1}-2z^{-2})Y_{zs}(z)=F(z)=\dfrac{9z}{z-\frac{1}{2}}$，

解得 $Y_{zs}(z)=\dfrac{-z}{z-\frac{1}{2}}+\dfrac{2z}{z+1}+\dfrac{8z}{z-2}$，$y_{zs}(k)=[-(\frac{1}{2})^k+2(-1)^k+8\times 2^k]\varepsilon(k)$。

求 $y_{zi}(k)$ 用时域：由 $\lambda^2-\lambda-2=0$ 得 $\lambda_1=-1$，$\lambda_2=2$，设 $y_{zi}(k)=C_1(-1)^k+C_2(2)^k$，

由 $y(-1)$，$y(-2)$ 得 $C_1=1$，$C_2=2$，$\therefore y_{zi}(k)=[(-1)^k+2\cdot(2)^k]\varepsilon(k)$，

$y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)=[3(-1)^k+10(2)^k-(\frac{1}{2})^k]\varepsilon(k)$

也可直接用 z 域求 $y(k)$：$Y(z)-[z^{-1}Y(z)+y(-1)]-2[z^{-2}Y(z)+z^{-1}y(-1)+y(-2)]=F(z)=\dfrac{9z}{z-\frac{1}{2}}$，

解得：$Y(z)=\dfrac{z^2(12z-\frac{3}{2})}{(z-\frac{1}{2})(z-2)(z+1)}=\dfrac{-z}{z-\frac{1}{2}}+\dfrac{10z}{z-2}+\dfrac{3z}{z+1}$，$\therefore y(k)=$（结果同上）。

27 如图 7，2 个 LTI 子系统 S_a，S_b，状态方程和输出方程分别为：

对于子系统 S_a，$\begin{bmatrix}\dot{x}_{a1}\\ \dot{x}_{a2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{a1}\\ x_{a2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}f_1(t)$，$y_1(t)=[1\ \ -1]\begin{bmatrix}x_{a1}\\ x_{a2}\end{bmatrix}$

对于子系统 S_b，$\begin{bmatrix}\dot{x}_{b1}\\ \dot{x}_{b2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{b1}\\ x_{b2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix}f_2(t)$，$y_2(t)=[0\ \ -1]\begin{bmatrix}x_{b1}\\ x_{b2}\end{bmatrix}$，

(1) 画出信号流图，标出状态变量 x_{a1}，x_{a2}，x_{b1}，x_{b2}；

(2) 写出复合系统的状态方程，输出方程的矩阵形式；

(3) 求复合系统的系统函数 $H(s)$。

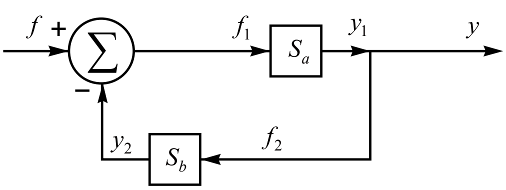


图 7

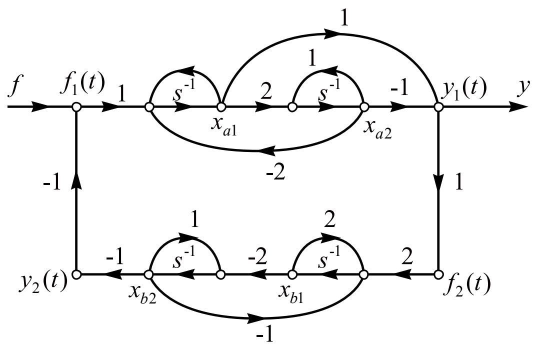


图 8

解：(1)用试探法，如图 8。

(2)复合系统状态方程和输出方程分别为：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{a1}\\ \dot{x}_{a2}\\ \dot{x}_{b1}\\ \dot{x}_{b2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0 & 0\\ 2 & -2 & 2 & -1\\ 0 & 0 & -2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{a1}\\ x_{a2}\\ x_{b1}\\ x_{b2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}f,\quad y=[1\ \ -1\ \ 0\ \ 0]\begin{bmatrix}x_{a1}\\ x_{a2}\\ x_{b1}\\ x_{b2}\end{bmatrix}$$

(3)分别求 $H_a(s)$，$H_b(s)$，用梅森公式：

$$H_a(s)=\frac{-2s^{-2}+s^{-1}(1-s^{-1})}{1-s^{-1}-s^{-1}+4s^{-2}+s^{-2}}=\frac{s-3}{s^2-2s+5}\quad ①,$$

$$H_b(s)=\frac{4}{s(s-3)}\quad ②，如图 9，$$

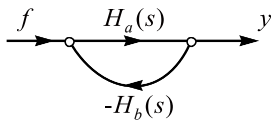


图 9

$$H(s)=\frac{H_a(s)}{1+H_a(s)H_b(s)}=\frac{s^2-3s}{s^3-2s^2+5s+4}。$$

28 如图 10，三个子系统 $h_1(t)=\varepsilon(t)$，$h_2(t)=t\varepsilon(t)$，复合系统 $g(t)=(2-t-2e^{-t})\varepsilon(t)$，求子系统 3 的冲激响应 $h_3(t)$。

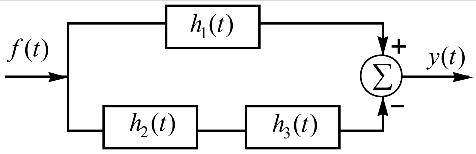


图 10

解：$H_1(s)=\dfrac{1}{s}$，$H_2(s)=\dfrac{1}{s^2}$，$H(s)=sG(s)=\dfrac{s-1}{s(s+1)}$，$H(s)=H_1(s)-H_2(s)H_3(s)$，

$$H_3(s)=\frac{H_1(s)-H(s)}{H_2(s)}=\frac{2s}{s+1}=2-\frac{2}{s+1},\quad h_3(t)=2\delta(t)-2e^{-t}\varepsilon(t)。$$

注：$\varepsilon(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{s}$，$e^{-t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{s+1}$，$\varepsilon(t-1)\leftrightarrow\dfrac{e^{-s}}{s}$。

29 某 LTI 系统频率响应为 $H(j\omega)=\begin{cases}e^{-j2\omega}, & |\omega|>1\text{rad/s}\\ 0, & |\omega|<1\text{rad/s}\end{cases}$，

(1) 求 $h(t)$；(2) $f(t)=2\cos 2.5t$ 时，求 $y(t)$；(3) $f(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)$ 时，求 $y(t)$ 的能量 E。

解：(1) 改写：$H(j\omega)=[1-g_2(\omega)]e^{-j2\omega}=e^{-j2\omega}-g_2(\omega)e^{-j2\omega}$，$h(t)=\delta(t-2)-\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t-2)$。

(2) $\omega=2.5$，$H(j2.5)=e^{-j5}=1\angle-5$，$\therefore\ y(t)=2\times1\cos(2.5t-5)=2\cos(2.5t-5)$

(3) $Y(j\omega)=F(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{2e^{-j2\omega}}{j\omega+1}[1-g_2(\omega)]$，

$$E=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|Y(j\omega)|^2\,d\omega=\frac{1}{2\pi}\Big[\int_{-\infty}^{-1}\frac{4}{\omega^2+1}\,d\omega+\int_{1}^{\infty}\frac{4}{\omega^2+1}\,d\omega\Big]=1\text{ J}。$$

30 $y(t)=\int_{-\infty}^{2t-1}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$，判别该系统性质。

解：设 $f_1(t)$， $f_2(t)$ 输出分别为 $y_1(t)$， $y_2(t)$。则 $y_1(t)=\int_{-\infty}^{2t-1}f_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau$， $y_2(t)=\int_{-\infty}^{2t-1}f_2(\tau)\,\mathrm{d}\tau$

设 $f_3(t)=af_1(t)+bf_2(t)$， $y_3(t)=\int_{-\infty}^{2t-1}f_3(\tau)\,\mathrm{d}\tau=a\int_{-\infty}^{2t-1}f_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau+b\int_{-\infty}^{2t-1}f_2(\tau)\,\mathrm{d}\tau=ay_1(t)+by_2(t)$，

∴是线性。

设 $f_4(t)=f_1(t-t_0)$ 则 $y_4(t)=\int_{-\infty}^{2t-1}f_1(\tau-t_0)\,\mathrm{d}\tau\neq y_1(t-t_0)=\int_{-\infty}^{2(t-t_0)-1}f_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau$， ∴为时变。

注：若 $\int_{-\infty}^{t-1}f_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ 则为时不变。

31 $f(t)\leftrightarrow F(\mathrm{j}\omega)$，设 $y(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}4t}f(-\frac{1}{2}t-2)$，求 $Y(\mathrm{j}\omega)$。

解： $f(-\frac{1}{2}t)\leftrightarrow 2F(-2\,\mathrm{j}\omega)$， $f[-\frac{1}{2}(t+4)]\leftrightarrow 2F(-2\,\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}4\omega}$， $y(t)\leftrightarrow 2F[-\mathrm{j}2(\omega-4)]\mathrm{e}^{\mathrm{j}4(\omega-4)}=Y(\mathrm{j}\omega)$。

32 $f(2-2t)$ 波形如图 11 (*a*)，试画出 $f(t)$ 和 $\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ 的波形。

解：如图 11 (*b*)(*c*)　注：尺度变换时注意冲激强度的变化，冲激偶只标↕，不标大小（无穷大）。

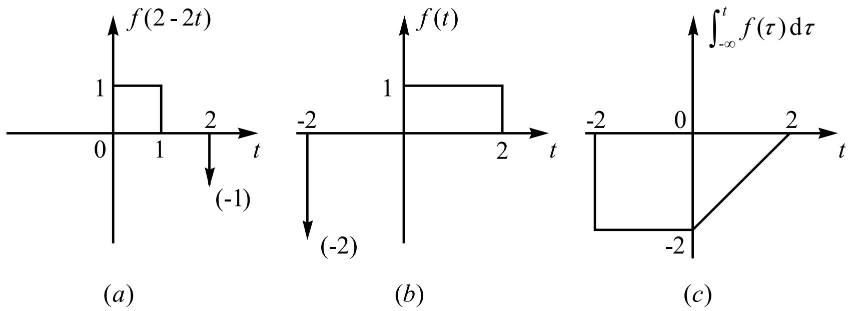


图 11

33 $f(t)$ 的波形如图 12，求 $F(s)$。

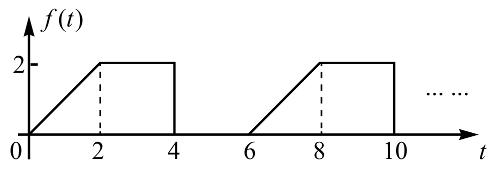


图 12

解：第一周期 $t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]+2[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-4)]$

$$=t\varepsilon(t)-(t-2)\varepsilon(t-2)-2\varepsilon(t-4)\leftrightarrow\frac{1}{s^2}-\frac{\mathrm{e}^{-2s}}{s^2}-\frac{2\mathrm{e}^{-4s}}{s}=\frac{1-\mathrm{e}^{-2s}-2s\mathrm{e}^{-4s}}{s^2}$$

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}f_1(t-6n)\,,\quad F(s)=F_1(s)\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{e}^{-6ns}=F_1(s)\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-6s}}=\frac{1-\mathrm{e}^{-2s}-2s\mathrm{e}^{-4s}}{s^2(1-\mathrm{e}^{-6s})}\,。$$

34 $F(\mathrm{j}\omega)=g_4(\omega)\cos(\pi\omega)$，求 $f(t)$。

解：$\dfrac{\sin 2t}{\pi t}\leftrightarrow g_4(\omega)$， $g_4(\omega)\cos(\pi\omega)=g_4(\omega)\cdot(\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi\omega}+\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\omega})=F(\mathrm{j}\omega)$，

$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sin 2(t+\pi)}{\pi(t+\pi)}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sin 2(t-\pi)}{\pi(t-\pi)}\leftrightarrow F(\mathrm{j}\omega)$， $f(t)=\dfrac{1}{\pi}\{\mathrm{Sa}[2(t+\pi)]+\mathrm{Sa}[2(t-\pi)]\}$。

35 $f(t)$ 如图 13，求 $F(0)$ 和 $\int_{-\infty}^{\infty}F(\mathrm{j}\omega)\,\mathrm{d}\,\omega$。

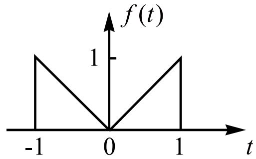


图 13

解：$F(\mathrm{j}\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}\,t$， $F(0)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\,\mathrm{d}\,t=1$，

$f(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}\,\omega$， $\therefore\int_{-\infty}^{\infty}F(\mathrm{j}\omega)\,\mathrm{d}\,\omega=2\pi f(0)=0$。

36 双边 $F(z)=\dfrac{3z^2}{(z+0.5)(z-1)},0.5<|z|<1$，求 $f(k)$。

解：本题与第 25 题类似，$F(z)=\dfrac{z}{z+0.5}+\dfrac{2z}{z-1}$， $f(k)=(-0.5)^k\varepsilon(k)-2\varepsilon(-k-1)$。

37 LTI 阶跃响应 $g(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$，(1)求 $h(t)$；(2)当 $f(t)=\int_{t-5}^{t-1}\delta(\tau)\,\mathrm{d}\,\tau$ 时求 $y_{\mathrm{zs}}(t)$，并画出波形。

解：(1) $h(t)=\delta(t)-\delta(t-2)$；

(2) $\int_{t-5}^{t-1}\delta(\tau)\,\mathrm{d}\,\tau=\int_{-\infty}^{t-1}\delta(\tau)\,\mathrm{d}\,\tau-\int_{-\infty}^{t-5}\delta(\tau)\,\mathrm{d}\,\tau=\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-5)$，

$y_{\mathrm{zs}}(t)=f(t)*h(t)=\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-5)-\varepsilon(t-3)+\varepsilon(t-7)$。波形见图 14。

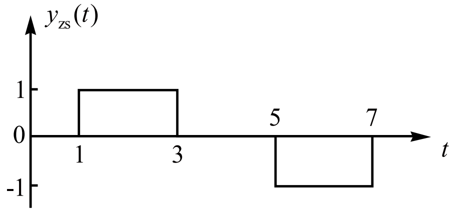
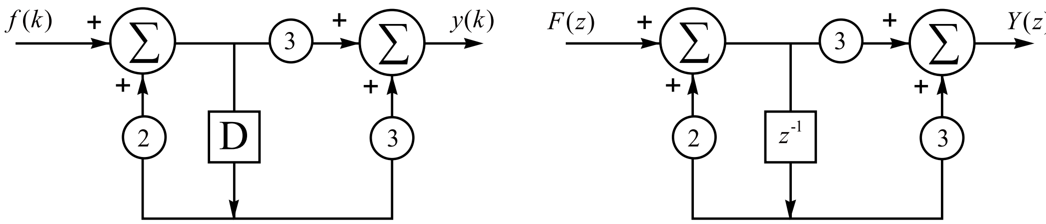


图 14

38 某 LTI 因果离散系统框图如图 15 (*a*)，已知当输入 $f(k)=\varepsilon(k)$ 时，全响应 $y(k)$ 在 $k=2$ 时值为 42，求：(1) $H(z)$；(2) $y_{\mathrm{zi}}(k)$；(3) 该系统是否存在频率响应，若不存在说明理由，若存在绘出幅频特性。



(*a*) 图 15 (*b*)

解：(1)画 z 域框图如图 15 (b)，由梅森公式 $H(z)=\dfrac{3+3z^{-1}}{1-2z^{-1}}=\dfrac{3z+3}{z-2}$ ①

(2) $Y_{zs}(z)=F(z)H(z)=\dfrac{z}{z-1}\cdot\dfrac{3z+3}{z-2}=\dfrac{9z}{z-2}-\dfrac{6z}{z-1}$， $y_{zs}(k)=[9\cdot(2)^k-6]\varepsilon(k)$ ②

由①得特征根 $\lambda=2$，设 $y_{zi}(k)=c\cdot(2)^k\varepsilon(k)$， $y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)$，

由 $k=2$ 时 $y(2)=42$ 得 $c=3$， $\therefore\ y_{zi}(k)=3(2)^k\varepsilon(k)$

(3)极点 $\lambda=2$ 在单位圆外，系统不稳定，频响 $h(k)$ 不存在，傅里叶变换 $H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta})$ 不存在。

39 已知 LTI 因果连续系统频响函数 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{3-\mathrm{j}2\omega}{2-\omega^2+\mathrm{j}3\omega}$，(1)求 $h(t)$；(2)若输入 $f(t)=4t\varepsilon(t)$，求 $y_{zs}(t)$。

解：(1) $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{5}{\mathrm{j}\omega+1}-\dfrac{7}{\mathrm{j}\omega+2}$， $h(t)=(5\mathrm{e}^{-t}-7\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$。

(2) $Y_{zs}(s)=\dfrac{4}{s^2}\cdot\dfrac{3-2s}{(s+1)(s+2)}=\dfrac{6}{s^2}-\dfrac{13}{s}+\dfrac{20}{s+1}-\dfrac{7}{s+2}$， $y_{zs}(t)=(6t-13+20\mathrm{e}^{-t}-7\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$。

40 LTI 连续系统框图如图 16，输入 $f(t)=3(1+\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$ 时，全响应 $y(t)=(4\mathrm{e}^{-2t}+3\mathrm{e}^{-3t}+1)\varepsilon(t)$。

(1) 写出输入输出方程；(2) 求 $y_{zi}(t)$；(3) 求初始状态 $y(0_-)$， $y'(0_-)$。

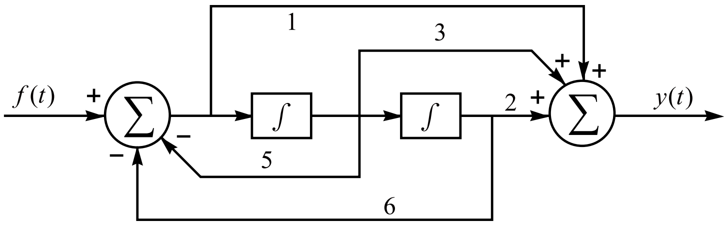


图 16

解：(1) 画 s 域框图（略）和信号流图如图 17，

由梅森公式 $H(s)=\dfrac{2s^{-2}+3s^{-1}+1}{1+5s^{-1}+6s^{-2}}=\dfrac{s^2+3s+2}{s^2+5s+6}=\dfrac{s+1}{s+3}=\dfrac{Y(s)}{F(s)}$，

$sY(s)+3Y(s)=sF(s)+F(s)$， $y'(t)=3y(t)=f'(t)+f(t)$。

(2) $Y_{zs}(s)=F(s)H(s)=\dfrac{6s+3}{s(s+1)}\cdot\dfrac{s+1}{s+3}=\dfrac{6s+3}{s(s+3)}=\dfrac{1}{s}+\dfrac{5}{s+3}$， $y_{zs}(t)=(1+5\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$，

$y_{zi}(t)=y(t)-y_{zs}(t)=(4\mathrm{e}^{-2t}-2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$

(3) $y(0_-)=y_{zi}(0_-)=y_{zi}(0_+)=2$，

$y'(0_-)=y'_{zi}(0_+)=-2$。

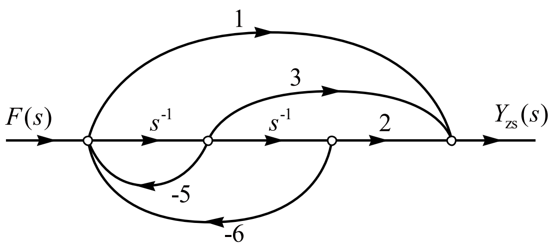


图 17

41 LTI 离散系统差分方程为：$y(k+2)-3y(k+1)+2y(k)=f(k+1)-2f(k)$，并知 $f(k)=\varepsilon(k)$，$y(0)=1$，$y(1)=1$。(1) 求全响应 $y(k)$；(2) 画出系统的一种模拟流图。

解：(1) z 变换： $z^2Y(z)-z^2y(0)-zy(1)-3zY(z)+3zy(0)+2Y(z)=zF(z)-zf(0)-2F(z)$，

代入解得 $Y(z)=\dfrac{z}{(z-1)^2}+\dfrac{2z}{z-1}-\dfrac{z}{z-2}$， $y(k)=(k+2-2^k)\varepsilon(k)$。

(2) $H(z)=\dfrac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\dfrac{z-2}{z^2-3z+2}=\dfrac{z^{-1}-2z^{-2}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}}$， 见图 18。

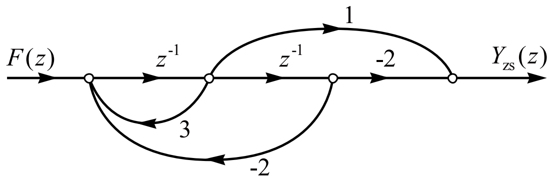


图 18

42 如图 19 的 LTI 连续复合系统，已知 $h_1(t)=\dfrac{d}{dt}[\dfrac{\sin(2t)}{2\pi t}]$，$H_2(j\omega)=e^{-j\pi\omega}$，$h_3(t)=\varepsilon(t)$，$h_4(t)=\dfrac{\sin(6t)}{\pi t}$。求：(1) 复合系统的 $H(j\omega)$ 和 $h(t)$；(2) 若输入 $f(t)=\sin(4t)+\cos t$，求 $y_{zs}(t)$；(3) 求 $y_{zs}(t)$ 的功率。

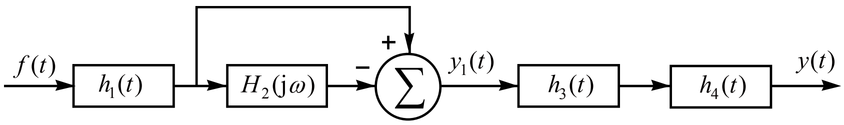


图 19

解：(1) $\dfrac{\sin(2t)}{2\pi t}\leftrightarrow\dfrac{1}{2}g_4(\omega)$， $H_1(j\omega)=\dfrac{1}{2}j\omega g_4(\omega)$， $H_3(j\omega)=\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{j\omega}$， $H_4(\omega)=g_{12}(\omega)$，

$$Y_1(j\omega)=F(j\omega)H_1(j\omega)-F(j\omega)H_1(j\omega)H_2(j\omega)=(1-e^{-j\pi\omega})\frac{1}{2}j\omega g_4(\omega)F(j\omega)，$$

$$Y_{zs}(\omega)=Y_1(j\omega)H_3(j\omega)H_4(j\omega)=(1-e^{-j\pi\omega})\frac{1}{2}g_4(\omega)F(j\omega)，$$

$$\therefore H(j\omega)=(1-e^{-j\pi\omega})\frac{1}{2}g_4(\omega)=\frac{1}{2}g_4(\omega)-\frac{1}{2}g_4(\omega)e^{-j\pi\omega}，$$

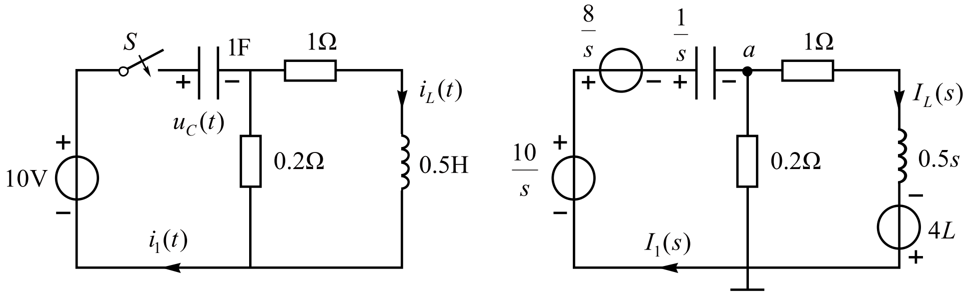
$$\therefore h(t)=\frac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(2t)-\frac{1}{\pi}\mathrm{Sa}[2(t-\pi)]=\frac{\sin 2t}{2\pi t}-\frac{\sin 2(t-\pi)}{2\pi(t-\pi)}。$$

(2) $\sin 4t$ 被 $g_4(\omega)$ 滤掉，剩 $\cos t$， $H(j1)=\dfrac{1}{2}(1-e^{-j\pi})=1\angle 0^\circ$， $\therefore y_{zs}(t)=\cos t$。

(3) $P=\dfrac{1}{2}\mathrm{W}$ （注： $\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos^2 t\,dt$ ）

43 如图 20 (a)，已知 $u_C(0_-)=8\text{V}$，$i_L(0_-)=4\text{A}$，$t=0$ 时 s 闭合。

(1) 画 s 域电路模型；(2) 求 $t\geq 0$ 时全响应 $i_1(t)$。



(a) 图 20 (b)

解：(1)见图 20 (b)

(2)列 a 点节点方程：$(s+\dfrac{1}{0.2}+\dfrac{1}{1+0.5s})U_a(s)=2-\dfrac{2}{1+0.5s}$，解得 $U_a(s)=\dfrac{2s}{s^2+7s+12}$，

$$I_1(s)=\frac{\frac{10}{s}-\frac{8}{s}-U_a(s)}{1/s}=2-sU_a(s)=\frac{14s+24}{(s+3)(s+4)}=\frac{-18}{s+3}+\frac{32}{s+4}\text{，}\ \therefore i_1(t)=(-18\mathrm{e}^{-3t}+32\mathrm{e}^{-4t})\varepsilon(t)\text{A}$$

44 $f(t)=\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t+2)$，求 $F(\mathrm{j}\omega)$。

解：$\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega+3}$，$\mathrm{e}^{-3(t+2)}\varepsilon(t+2)\leftrightarrow\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\omega}}{\mathrm{j}\omega+3}$，$\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t+2)\leftrightarrow\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\omega+6}}{\mathrm{j}\omega+3}$。

45 如图 21 所示电路，$i_1(t)$ 为输入，$u_2(t)$ 为输出，$H(s)=\dfrac{s^2}{s^2+3s+1}$，求电容 C。

解：零状态时，$U_2(s)=\dfrac{sL}{sL+1/sC+1}\cdot I_1(s)$，

$\therefore H(s)=\dfrac{s^2L}{s^2L+1/C+s}=\dfrac{s^2}{s^2+1/LC+s/L}$，$\therefore C=3\text{ F}$。

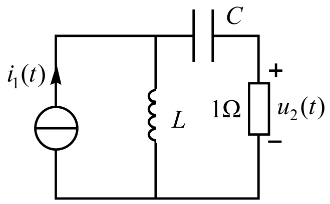


图 21

46 LTI 离散系统单位脉冲响应 $h(k)=\delta(k)+2\delta(k-1)+3\delta(k-2)$，

系统输入 $f(k)=3\delta(k)-2\delta(k-1)+\delta(k-2)$ 求 $y_{zs}(2)$。

解：$y_{zs}(2)=6$。解析：$y_{zs}(k)=f(k)*h(k)=\sum\limits_{i=-\infty}^{\infty}f(k-i)h(i)$，画图即可。

47 已知 $F(\mathrm{j}\omega)=\varepsilon(\omega-2)-\varepsilon(\omega-4)$，求 $f(t)$。

解：$F(\mathrm{j}\omega)=g_2(\omega-3)$，由 $g_2(t)\leftrightarrow 2\mathrm{Sa}(\omega)\Rightarrow\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)\leftrightarrow g_2(\omega)\Rightarrow\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}3t}\leftrightarrow g_2(\omega-3)$，

$\therefore f(t)=\dfrac{\sin t}{\pi t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}3t}$。

48 LTI 连续系统，初始状态一定，当输入 $f_1(t)=\delta(t)$ 时，全响应 $y_1(t)=-3\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，$f_2(t)=\varepsilon(t)$ 时，全响应 $y_2(t)=\varepsilon(t)-5\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，求当 $f_3(t)=5\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$ 时，全响应 $y_3(t)$。

解：$y_1(t)=y_{zi}(t)+h(t)$ ①，$y_2(t)=y_{zi}(t)+h(t)*\varepsilon(t)$ ②，②−① 得 $h(t)*\varepsilon(t)-h(t)=\varepsilon(t)-2\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，

$H(s)\cdot\dfrac{1}{s}-H(s)=\dfrac{1}{s}-\dfrac{2}{s+1}$，∴ $H(s)=\dfrac{1}{s+1}$，∴ $h(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，∴ $y_{zi}(t)=-4\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，∴ $Y_{zi}(s)=\dfrac{-4}{s+1}$，

$Y_3(s)=Y_{zi}(s)+F_3(s)\cdot H(s)=\dfrac{-4}{s+1}+\dfrac{5}{s+2}\cdot\dfrac{1}{s+1}=\dfrac{1}{s+1}-\dfrac{5}{s+2}$，∴ $y_3(t)=(\mathrm{e}^{-t}-5\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$。

49 图 22 所示系统，已知输入 $f(t)=\dfrac{\sin 2t}{\pi t}$，子系统频率响应 $H_1(\mathrm{j}\omega)=\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(\omega)$。

(1)试画出 $F(\mathrm{j}\omega)$，$Y_1(\mathrm{j}\omega)$，$Y_3(\mathrm{j}\omega)$ 及 $Y(\mathrm{j}\omega)$ 的图形；(2)求输出 $y(t)$。

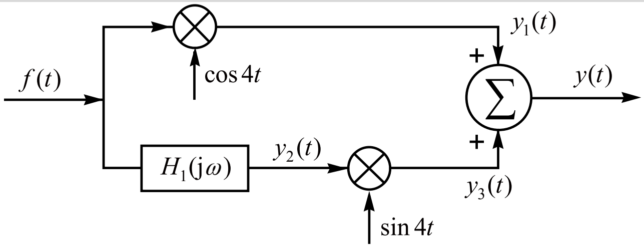


图 22

解：(1) $F(\mathrm{j}\omega)=g_4(\omega)$，$\cos 4t\leftrightarrow\pi[\delta(\omega+4)+\delta(\omega-4)]$，

$Y_1(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{2\pi}g_4(\omega)*\pi[\delta(\omega+4)+\delta(\omega-4)]=\dfrac{1}{2}[g_4(\omega+4)+g_4(\omega-4)]$，

$Y_2(\mathrm{j}\omega)=F(\mathrm{j}\omega)H_1(\mathrm{j}\omega)=\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(\omega)g_4(\omega)$，

$\sin 4t\leftrightarrow \mathrm{j}\pi[\delta(\omega+4)-\delta(\omega-4)]$，$Y_3(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{2\pi}\cdot\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(\omega)g_4(\omega)*\mathrm{j}\pi[\delta(\omega+4)-\delta(\omega-4)]$

$=-\dfrac{1}{2}[\mathrm{sgn}(\omega+4)g_4(\omega+4)-\mathrm{sgn}(\omega-4)g_4(\omega-4)]=\dfrac{1}{2}[\mathrm{sgn}(\omega-4)g_4(\omega-4)-\mathrm{sgn}(\omega+4)g_4(\omega+4)]$，

$Y(\mathrm{j}\omega)=Y_1(\mathrm{j}\omega)+Y_3(\mathrm{j}\omega)=g_2(\omega+5)+g_2(\omega-5)$。图形见图 23。

(2)由 $\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)\leftrightarrow g_2(\omega)$ 得 $\dfrac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)[\mathrm{e}^{\mathrm{j}5t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}5t}]\leftrightarrow Y(\mathrm{j}\omega)$，∴ $y(t)=\dfrac{2\sin t\cos 5t}{\pi t}$。

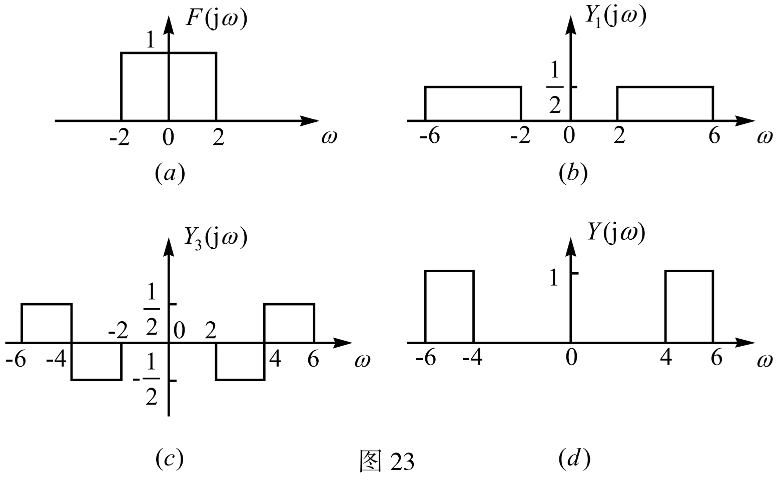


图 23

50 因果离散系统的差分方程：$y(k)-3y(k-1)+2y(k-2)=f(k-1)-2f(k-2)$，已知 $y(-1)=1.5$，$y(-2)=1.75$。(1)求 $y_{zi}(k)$；(2)求 $g(k)$。

解：(1) z 变换：$Y_{zi}(z)-3z^{-1}Y_{zi}(z)-3y(-1)+2z^{-2}Y_{zi}(z)+2z^{-1}y(-1)+2y(-2)=0$，

整理得 $Y_{zi}(z)=\dfrac{z^2-3z}{z^2-3z+2}=\dfrac{2z}{z-1}-\dfrac{z}{z-2}$，$\therefore\ y_{zi}(k)=(2-2^k)\varepsilon(k)$。

(2) z 变换：$Y_{zs}(k)-3z^{-1}Y_{zs}(k)+2z^{-2}Y_{zs}(k)=(z^{-1}-2z^{-2})F(z)$，$G(z)=\dfrac{z^{-1}-2z^{-2}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}}\cdot\dfrac{z}{z-1}=\dfrac{z}{(z-1)^2}$，

$\therefore\ y(k)=k\varepsilon(k)$。【注：$k\varepsilon(k)\leftrightarrow\dfrac{z}{(z-1)^2}$，$z$ 域微分，序列乘 k：$k\varepsilon(k)=-z\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}(\dfrac{z}{z-1})$】

51 某连续系统的系统函数 $H(s)$ 的零极点分布如图 24，且已知 $H(\infty)=1$，求 $g(t)$。

解：设 $H(s)=A\cdot\dfrac{s+2}{s}$，由 $H(\infty)=1$ 得 $A=1$，

$\therefore\ H(s)=\dfrac{s+2}{s}$，$G(s)=\dfrac{s+2}{s^2}=\dfrac{1}{s}+\dfrac{2}{s^2}$，$\therefore\ g(t)=(1+2t)\varepsilon(t)$。

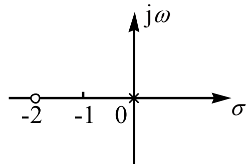


图 24

52 已知 $F(\mathrm{j}\omega)=2\varepsilon(1-\omega)$，求 $f(t)$。

解：$\varepsilon(t)\leftrightarrow\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}$，$\pi\delta(t)+\dfrac{1}{\mathrm{j}t}\leftrightarrow 2\pi\varepsilon(-\omega)$，

$[\delta(t)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\pi t}]\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}\leftrightarrow 2\varepsilon[-(\omega-1)]$，$\therefore\ f(t)=\delta(t)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\pi t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}$。

53 某 LTI 系统的频率响应 $H(\mathrm{j}\omega)=\begin{cases}1-\dfrac{|\omega|}{3}, & |\omega|<3\text{rad/s}\\ 0, & |\omega|>3\text{rad/s}\end{cases}$，若输入 $f(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}n}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\Omega t}$，其中 $\Omega=1\text{rad/s}$，求系统的输出。

解：$f(t)=\dfrac{A_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\Omega t+\varphi_n)$，$F_n=\dfrac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\Omega t}\,\mathrm{d}t$，

$F_0=\dfrac{A_0}{2}=3\angle 0^\circ$，$F_1=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}=3\angle\dfrac{\pi}{2}$，$F_{-1}=3\angle-\dfrac{\pi}{2}$，

$F_2=3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi}=3\angle\pi$，$F_{-2}=3\angle-\pi$，

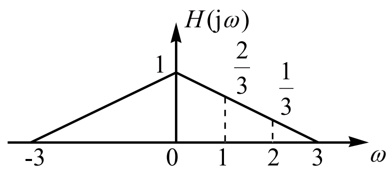


图 25

$Y(\mathrm{j}\omega)=Y(\mathrm{j}0)+Y(\mathrm{j}1)+Y(\mathrm{j}2)+Y[\mathrm{j}(-1)]+Y[\mathrm{j}(-2)]=3\angle 0^\circ+\dfrac{2}{3}\times 3(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}})+\dfrac{1}{3}\times 3(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi})$，

$y(t)=3+4\cos(t+\dfrac{\pi}{2})+2\cos(2t+\pi)$。

54 因果离散 LTI 系统框图如图 26，若输入 $f(k)=5+10\cos(\frac{\pi}{2}k+16.9^{\circ})$，求稳态响应 $y_s(k)$。

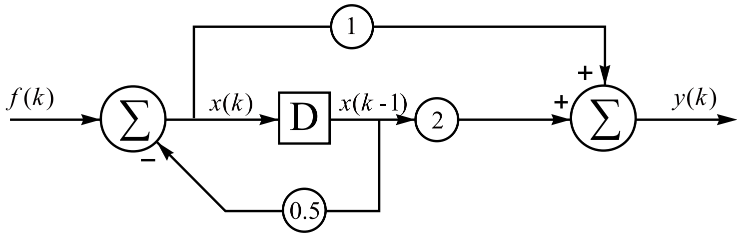


图 26

解：由框图得 $y(k)=0.5y(k-1)=f(k)+2f(k-1)$，∴ $H(z)=\dfrac{z+2}{z+0.5}$，极点在单位圆内，系统稳定。

$H(e^{j\theta})=\dfrac{e^{j\theta}+2}{e^{j\theta}+0.5}$，由 $f(k)$ 含直流及 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$，$H(e^{j0})=2\angle 0^{\circ}$，$H(e^{j\frac{\pi}{2}})=\dfrac{j+2}{j+0.5}=2\angle-36.9^{\circ}$，

∴ $y_s(k)=10+20\cos(\frac{\pi}{2}k-20^{\circ})$

55 因果信号 $f(t)$ 满足 $f(t)-\int_0^t \sin(t-\tau)\varepsilon(t-\tau)f(\tau)\,d\tau=\sin t\varepsilon(t)$，求 $f(t)$。

解：将上式写为：$f(t)-\sin t\varepsilon(t)*f(t)\varepsilon(t)=\sin t\varepsilon(t)$，拉普拉斯变换：$F(s)-\dfrac{1}{s^2+1}\cdot F(s)=\dfrac{1}{s^2+1}$，

得 $F(s)=\dfrac{1}{s^2}$，∴ $f(t)=t\varepsilon(t)$。

56 求证 $-\dfrac{1}{\pi t}*\dfrac{1}{\pi t}=\delta(t)$。

证明：$\mathrm{sgn}(t)\leftrightarrow\dfrac{2}{j\omega}$，$\dfrac{1}{\pi t}\leftrightarrow j\,\mathrm{sgn}(\omega)\Rightarrow-\dfrac{1}{\pi t}*\dfrac{1}{\pi t}\leftrightarrow\mathrm{sgn}^2(\omega)=1$，而 $\delta(t)\leftrightarrow 1$。

57 一 LTI 系统零状态响应 $y_{zs}(t)$ 与输入 $f(t)$ 关系为 $y_{zs}(t)=\int_{t-1}^{\infty}e^{2(t-\tau)}f(2-\tau)\,d\tau$。

(1) 求 $h(t)$，判别是否为因果系统；(2) 该系统是否稳定？写出判别过程。

解：(1) $h(t)=\int_{t-1}^{\infty}e^{2(t-\tau)}\delta(2-\tau)\,d\tau=\int_{t-1}^{\infty}e^{2(t-2)}\delta(\tau-2)\,d\tau$

$$=e^{2(t-2)}[\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau-2)\,d\tau-\int_{-\infty}^{t-1}\delta(\tau-2)\,d\tau]=e^{2(t-2)}[1-\varepsilon(t-3)]=e^{2(t-2)}\varepsilon(-t+3)$$

∵ $t<0$ 时 $h(t)\neq 0$，∴非因果系统。

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|\,dt=\int_{-\infty}^{\infty}e^{2(t-2)}\varepsilon(-t+3)\,dt=\int_{-\infty}^{3}e^{2(t-2)}\,dt=\dfrac{1}{2}e^2<\infty$，∴稳定。

注：判断是否稳定 $\Leftrightarrow$ 冲激响应积分是否有限

58 已知$\dfrac{\mathrm{d}\,y^3(t)}{\mathrm{d}t^3}+2\dfrac{\mathrm{d}\,y^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+3\dfrac{\mathrm{d}\,y(t)}{\mathrm{d}t}+4y(t)=f(t)$，选状态变量为$x_1(t)=y(t)$，$x_2(t)=\dfrac{\mathrm{d}\,y(t)}{\mathrm{d}t}+2y(t)$，$x_3(t)=\dfrac{\mathrm{d}\,y^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+2\dfrac{\mathrm{d}\,y(t)}{\mathrm{d}t}+3y(t)$。

(1) 试列出状态方程和输出方程；(2) 画出模拟框图，标出状态变量。

解：(1) $\dot{x}_3(t)=f(t)-4x_1(t)$，$\dot{x}_2(t)=x_3(t)-3x_1(t)$，$\dot{x}_1(t)=x_2(t)-2x_1(t)$，

$$\therefore \begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \dot{x}_3(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 0\\ -3 & 0 & 1\\ -4 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}f(t)，\quad y(t)=[1\quad 0\quad 0]\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{bmatrix}$$

(2) 见图 27。

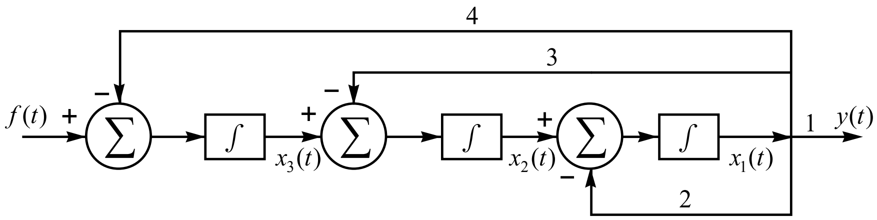


图 27

59 如图 28 所示电路，$u_S(t)=10\sqrt{2}\cos(\sqrt{2}t)\mathrm{V}$，$i_S(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)\mathrm{A}$，求零状态响应$u_{\mathrm{zs}}(t)$。

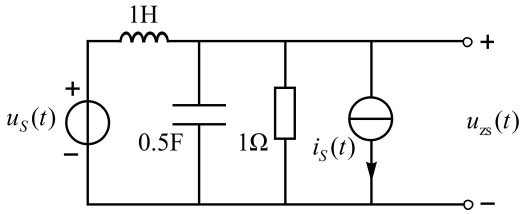


图 28

解：使用叠加定理，画 s 域电路图并令 $s=\mathrm{j}\omega$，则如图 29。

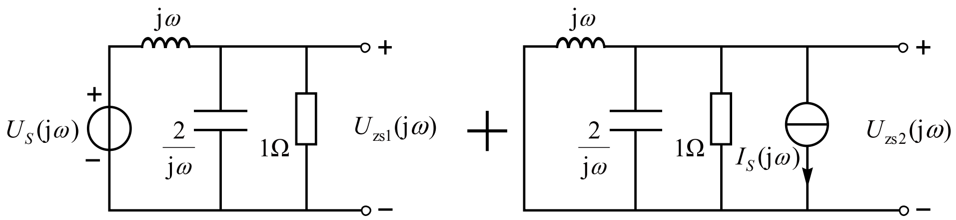


图 29

$$U_{\mathrm{zs1}}(\mathrm{j}\omega)=\frac{1/\!/(2/\mathrm{j}\omega)}{\mathrm{j}\omega+1/\!/(2/\mathrm{j}\omega)}\cdot U_S(\mathrm{j}\omega)=\frac{2}{-\omega^2+2\,\mathrm{j}\omega+2}\cdot 10\sqrt{2}\pi[\delta(\omega+\sqrt{2})+\delta(\omega-\sqrt{2})]$$

$=10\,\mathrm{j}\pi[\delta(\omega+\sqrt{2})-\delta(\omega-\sqrt{2})]$，$\therefore u_{\mathrm{zs1}}(t)=10\sin(\sqrt{2}t)\mathrm{V}=10\cos(\sqrt{2}t-90^\circ)\mathrm{V}$，$I_S(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega+2}$，

$$U_{\mathrm{zs}2}(\mathrm{j}\omega)=-(\mathrm{j}\omega/\!/\frac{2}{\mathrm{j}\omega}/\!/1)\cdot I_S(\mathrm{j}\omega)=-\frac{\mathrm{j}2\omega}{(\mathrm{j}\omega)^2+\mathrm{j}2\omega+2}\times\frac{1}{\mathrm{j}\omega+2}=-\frac{1}{\mathrm{j}(\omega+1)+1}-\frac{1}{\mathrm{j}(\omega-1)+1}+\frac{2}{\mathrm{j}\omega+2},$$

$u_{\mathrm{zs}2}(t)=-\mathrm{e}^{-t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}t}\varepsilon(t)-\mathrm{e}^{-t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}\varepsilon(t)+2\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)=2(\mathrm{e}^{-2t}-\mathrm{e}^{-t}\cos t)\varepsilon(t)$，$\therefore u_{\mathrm{zs}}(t)=u_{\mathrm{zs1}}(t)+u_{\mathrm{zs}2}(t)=$(略)

60 如图 30 (*a*)， $f(t)=2e^{-2t}\varepsilon(t)$ 时全响应 $y(t)=(3e^{-3t}-12e^{-2t}+4e^{-t})\varepsilon(t)$ 。(1)求 a,b,c ；(2)求 $y_{zi}(t)$ 。

解：(1) 画 s 域框图如图 30 (*b*)，由梅森公式得：

$$H(s)=\frac{1+cs^{-2}}{1+as^{-1}+bs^{-2}}=\frac{s^2+c}{s^2+as+b}=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\frac{Y(s)-Y_{zi}(s)}{F(s)}=\frac{\frac{3}{s+3}-\frac{12}{s+2}+\frac{4}{s+1}-Y_{zi}(s)}{2/(s+2)}$$

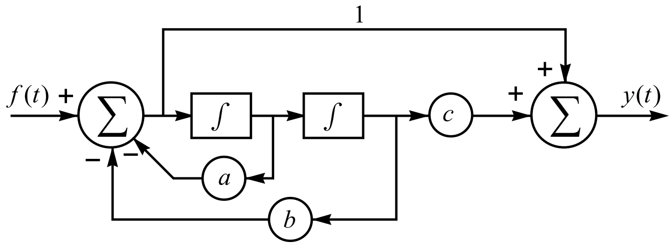
极点 $-1,-3$，∴分母为 s^2+4s+3 ，∴ $a=4$， $b=3$， $H(s)=\dfrac{s^2+c}{s^2+4s+3}$ ，

$Y_{zs}(s)=F(s)H(s)=\dfrac{2(s^2+c)}{(s+1)(s+2)(s+3)}$ ，∵ $F(s)=\dfrac{2}{s+2}$，设强迫响应象函数为 $Y_p(s)=\dfrac{K_p}{s+2}$ ，

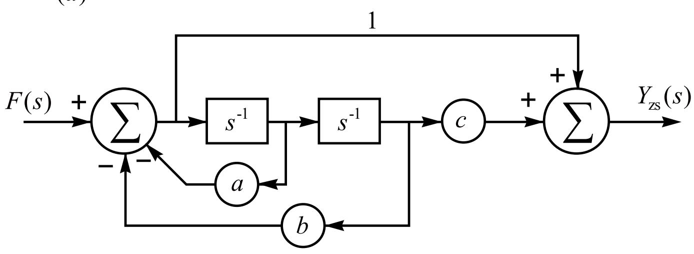
$K_p=-8-2c$ ，而 $y_p(t)=-12e^{-2t}$ ，∴ $Y_p(s)=\dfrac{-12}{s+2}$ ，∴ $-8-2c=-12$ ，∴ $c=2$ 。

(2) $Y_{zs}(s)=\dfrac{2(s^2+2)}{(s+1)(s+2)(s+3)}=\dfrac{3}{s+1}-\dfrac{12}{s+2}+\dfrac{11}{s+3}$ ，∴ $y_{zs}(t)=(3e^{-t}-12e^{-2t}+11e^{-3t})\varepsilon(t)$ ，

∴ $y_{zi}(t)=y(t)-y_{zs}(t)=(e^{-t}-8e^{-3t})\varepsilon(t)$



(*a*)



(*b*)

图 30

61 求证 $\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{\sin(\omega t)}{\omega}\mathrm{d}\omega=\pi\,\mathrm{sgn}(t)$ 。

证明： $\pi\,\mathrm{sgn}(t)\leftrightarrow\dfrac{2\pi}{j\omega}$ ，由傅里叶逆变换得下式，下式第二项为 0（奇函数），即得证。

$$\pi\,\mathrm{sgn}(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{\infty}^{\infty}\frac{2\pi}{j\omega}e^{j\omega t}\,\mathrm{d}\omega=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{j\omega}[j\sin(\omega t)+\cos(\omega t)]\,\mathrm{d}\omega=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin(\omega t)}{\omega}\mathrm{d}\omega+\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(\omega t)}{j\omega}\mathrm{d}\omega$$

62 LTI 连续系统阶跃响应为 $g(t)=[1-\mathrm{e}^{-(t+1)}]\varepsilon(t+1)$， $f(t)$ 如图 31 (*a*)，求 $y_{zs}(t)$ 并画出波形。

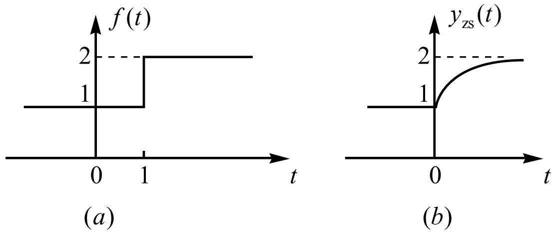


图 31

解： $h(t)=\dfrac{\mathrm{d}\,g(t)}{\mathrm{d}\,t}=\mathrm{e}^{-(t+1)}\varepsilon(t+1)$， $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}}{\mathrm{j}\omega+1}$， $f(t)=1+\varepsilon(t-1)$，

$$F(\mathrm{j}\omega)=2\pi\delta(\omega)+[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}=3\pi\delta(\omega)+\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}{\mathrm{j}\omega},$$

$$\therefore Y_{zs}(\mathrm{j}\omega)=F(\mathrm{j}\omega)H(\mathrm{j}\omega)=3\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}-\frac{1}{\mathrm{j}\omega+1},$$

$\therefore y_{zs}(t)=\dfrac{3}{2}+\varepsilon(t)-\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)=\dfrac{3}{2}+(1-\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$，波形见图 31 (*b*)。

63 某连续因果系统如图 32。

(1) 试求 $H(s)$，并标明收敛域，判断系统稳定性；
(2) 试求该系统的冲激响应 $h(t)$；
(3) 写出描述该系统的微分方程；
(4) 若输入 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$，求 $y_{zs}(t)$。

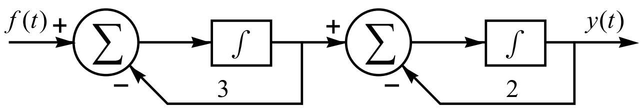


图 32

解：(1) 由梅森公式，$H(s)=\dfrac{s^{-1}}{1+3s^{-1}}\times\dfrac{s^{-1}}{1+2s^{-1}}=\dfrac{1}{(s+2)(s+3)}$，收敛域 $\mathrm{Re}[s]>-2$，两个极点均在左半平面，系统稳定。

(2) $H(s)=\dfrac{1}{s+2}-\dfrac{1}{s+3}$， $\therefore h(t)=(\mathrm{e}^{-2t}-\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$。

(3) $H(s)=\dfrac{1}{s^2+5s+6}=\dfrac{Y_{zs}(s)}{F(s)}$， ∴微分方程为 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=f(t)$。

(4) $F(s)=\dfrac{1}{s+2}$， $Y_{zs}(s)=\dfrac{1}{(s+2)^2(s+3)}=\dfrac{1}{(s+2)^2}+\dfrac{-1}{s+2}+\dfrac{1}{s+3}$， $\therefore y_{zs}(t)=[(t-1)\mathrm{e}^{-2t}+\mathrm{e}^{-3t}]\varepsilon(t)$。

64 在图 33 (a) 所示的系统中，已知 $f(t)$ 的频谱 $F(\mathrm{j}\omega)$ 如图 33 (b)，其中子系统 $H_1(\mathrm{j}\omega)=-\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(\omega)$，且 $\omega_0 \gg \omega_m$。

(1) 试分别画出 $f_1(t)$，$f_2(t)$，$y(t)$ 的频谱图；

(2) 可以从 $y(t)$ 中恢复出 $f(t)$ 吗？如果可以，设计一个由 $y(t)$ 恢复 $f(t)$ 的系统。

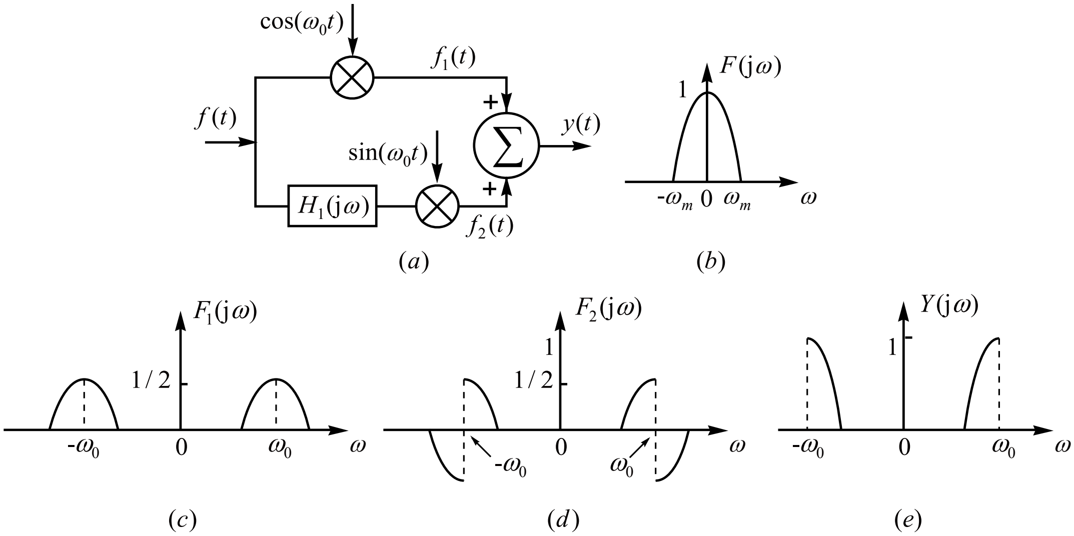


图 33

解：(1) $f_1(t)=f(t)\cos(\omega_0 t)\leftrightarrow \dfrac{1}{2\pi}F(\mathrm{j}\omega)*\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]=\dfrac{1}{2}F[\mathrm{j}(\omega+\omega_0)]+\dfrac{1}{2}F[\mathrm{j}(\omega-\omega_0)]$

$$F_2(\mathrm{j}\omega)=F(\mathrm{j}\omega)H_1(\mathrm{j}\omega)*\frac{1}{2\pi}\times \mathrm{j}\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$$

$$=\frac{1}{2}F[\mathrm{j}(\omega+\omega_0)]\mathrm{sgn}(\omega+\omega_0)-\frac{1}{2}F[\mathrm{j}(\omega-\omega_0)]\mathrm{sgn}(\omega-\omega_0)$$

$Y(\mathrm{j}\omega)=F_1(\mathrm{j}\omega)+F_2(\mathrm{j}\omega)$，频谱图见图 33 $(c)(d)(e)$。

(2) 可以，见图 34。

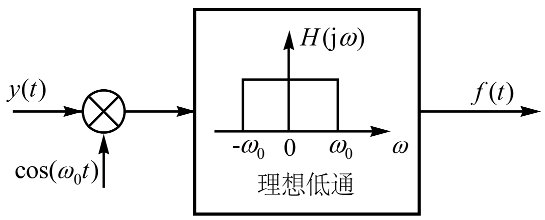


图 34

65 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f'(t)+4f(t)$

(1) 已知 $f(t)=\delta'(t)$， $y(0_-)=0$， $y'(0_-)=1$，求 $y_{zi}(t)$ 和 $y_{zs}(t)$ $(t\ge 0)$；

(2) 画出直接形式信号流图，列状态方程和输出方程；

(3) $f(t)=2+\sqrt{85}\cos(4t+45^\circ)$，求稳态响应 $y_s(t)$ $(t>-\infty)$。

解：(1) 取拉普拉斯变换： $s^2Y(s)+3sY(s)-sy(0_-)-y'(0_-)-3y(0_-)+2Y(s)=sF(s)+4F(s)$，

$$Y(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}+\frac{s+4}{(s+1)(s+2)}F(s)\text{，}\quad Y_{zi}(s)=\frac{1}{(s+1)(s+2)}=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}\text{，}$$

$\therefore$ $y_{zi}(t)=(e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$， $Y_{zs}(s)=\dfrac{s^2+4s}{s^2+3s+2}=1-\dfrac{3}{s+1}+\dfrac{4}{s+2}$， $\therefore$ $y_{zs}(t)=\delta(t)-(3e^{-t}-4e^{-2t})\varepsilon(t)$。

(2) $H(s)=\dfrac{s+4}{s^2+3s+2}=\dfrac{s^{-1}+4s^{-2}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}}$，信号流图如图 35，

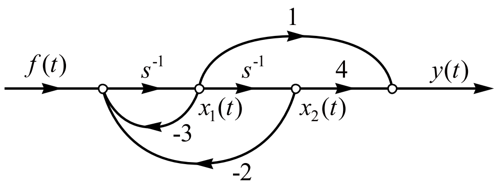


图 35

$\dot{x}_1(t)=f(t)-3x_1(t)-2x_2(t)$， $\dot{x}_2(t)=x_1(t)$， $y(t)=x_1(t)+4x_2(t)$，

状态方程 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & -2\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}f(t)$，输出方程 $y(t)=[1\quad 4]\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}$。

(3) $H(s)$ 两个极点 $\lambda_1=-1$， $\lambda_2=-2$ 均在 s 左半开平面，$\therefore$该因果连续系统存在。

频率响应函数 $H(j\omega)=\dfrac{j\omega+4}{(j\omega)^2+3j\omega+2}$， $f(t)$ 含 $\omega=0$ 和 $\omega=4$ 两个分量，

$H(0)=2$， $H(4)=\dfrac{j4+4}{-14+j12}=0.3077\angle-94.4^\circ$，

$y_s(t)=2\times 2+\sqrt{85}\times 0.3077\cos(4t+45^\circ-94.4^\circ)=4+2.84\cos(4t-49.4^\circ)$。

66 图 36 (a)为频谱压缩系统原理框图，已知周期信号 $f(t)=\sum_{n=-2}^{2}F_n e^{jn\Omega t}$，$T_s=\frac{2\pi}{\omega_s}$，$\delta_{Ts}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(t-mT_s)$，$\omega_s=\frac{\Omega}{10.025}$，$H(j\omega)$ 如图 36 (b)，求证 $y(t)=f(at)$，并确定压缩比 a 的值。

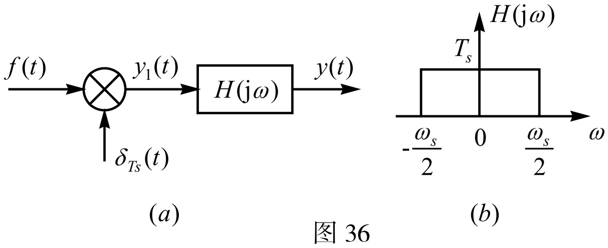


图 36

证明：$f(t)\leftrightarrow 2\pi\sum_{n=-2}^{2}F_n\delta(\omega-n\Omega)$，$\delta_{Ts}(t)\leftrightarrow\frac{2\pi}{T_s}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-m\omega_s)=\omega_s\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-m\omega_s)$，

乘法器输出 $Y_1(j\omega)=\frac{1}{2\pi}\cdot 2\pi\cdot\omega_s\sum_{n=-2}^{2}F_n\delta(\omega-n\Omega)*\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-m\omega_s)$

$$=\frac{2\pi}{T_s}\cdot\sum_{n=-2}^{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}F_n\delta(\omega-n\Omega-m\omega_s)=\frac{2\pi}{T_s}\cdot\sum_{n=-2}^{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}F_n\delta[\omega-(10.025n+m)\omega_s]$$

$Y_1(j\omega)$ 经过 $H(j\omega)$ 只有满足 $|10.025n+m|\le\frac{1}{2}$ ①时才有输出，

当 $n=0,\pm1,\pm2$ 对应 $m=0,\mp10,\mp20$ 时，即 $m=-10n$ ②时满足①，

所以 $Y(j\omega)=Y_1(j\omega)H(j\omega)=T_sG_{\omega_s}(\omega)\cdot Y_1(j\omega)=2\pi G_{\omega_s}(\omega)\sum_{n=-2}^{2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}F_n\delta[\omega-(10.025n+m)\omega_s]$，

由约束条件，改写上式：$Y(j\omega)=2\pi\sum_{n=-2}^{2}F_n\delta(\omega-0.025n\omega_s)=2\pi\sum_{n=-2}^{2}F_n\delta(\omega-\frac{1}{401}n\Omega)$

$\therefore\ y(t)=\sum_{n=-2}^{2}F_n e^{jn\Omega at}$，$a=\frac{1}{401}$ 为压缩比。

67 求 $\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sin(k\pi+\frac{\pi}{2})\delta(2k-4)$

解：原式$=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sin(k\pi+\frac{\pi}{2})\delta[2(k-2)]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sin(k\pi+\frac{\pi}{2})\delta(k-2)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sin(2\pi+\frac{\pi}{2})\delta(k-2)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(k-2)=1$

解析：$\delta(ak)=\delta(k),\ a\ne0$；$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t),\ a\ne0$；

$f(k)\delta(k-2)=f(2)\delta(k-2)$；$f(t)\delta(t-2)=f(2)\delta(t-2)$。

68 $f(t)$ 的波形如图 37 (a)，写出 $f(t)$， $f'(t)$ 的表达式，并画出 $f'(t)$ 的波形。

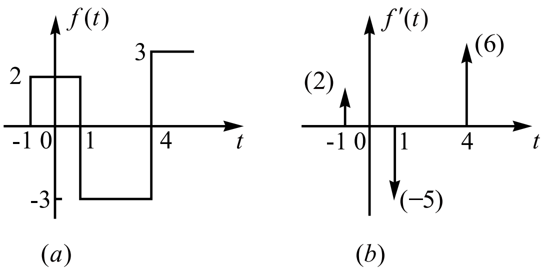


图 37

解： $f(t)=2\varepsilon(t+1)-5\varepsilon(t-1)+6\varepsilon(t-4)$， $f'(t)=2\delta(t+1)-5\delta(t-1)+6\delta(t-4)$，波形见图 37 (b)。

69 信号 $f(t)$ 的波形如图 38(a)，试画出 $f(-\frac{1}{2}t+1)$ 的图形。

解：如图 38$(b)(c)(d)$。

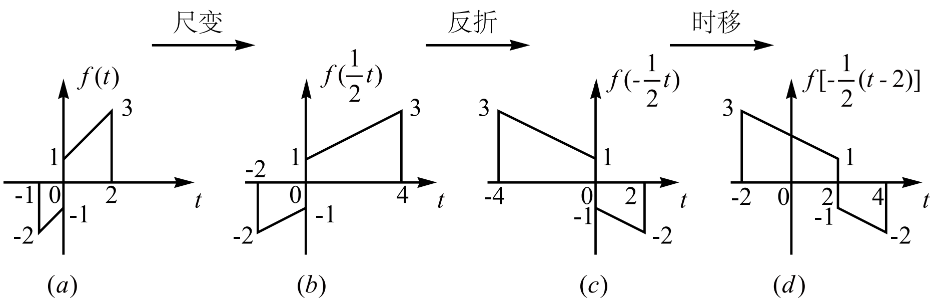


图 38

70 如图 39 (a)，移动积分 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ 等于__________。

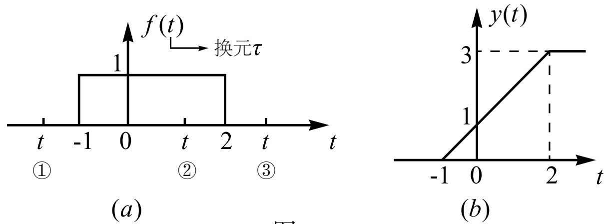


图 39

解：①当 $t<-1$ 时， $y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}0\,\mathrm{d}\tau=0$；②当 $-1\le t<2$ 时 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_{-1}^{t}1\,\mathrm{d}\tau=t+1$；

③当 $t\ge 2$ 时 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_{-1}^{2}1\,\mathrm{d}\tau=3$。 $\therefore\ y(t)=\begin{cases}0, & t<-1\\ t+1, & -1\le t<2\\ 3, & t\ge 2\end{cases}$，见图 39 (b)。

71 已知某离散系统，当输入为 $f_1(k)$ 时，其 $y_1(k)$ 如图 40 所示，求当输入

$f_2(k)=f_1(k+1)-2f_1(k-1)+3f_1(k-2)$ 时，系统的 $y_{f_2}(k)$ 。

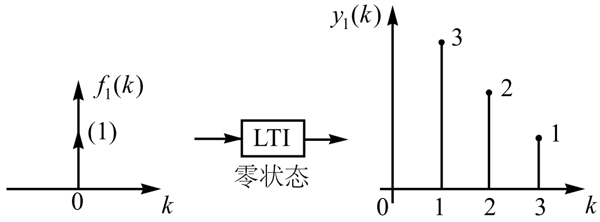


图 40

解：$y_1(k)=h(k)=3\delta(k-1)+2\delta(k-2)+\delta(k-3)$， $f_1(k+1)\to y_{f_1}(k+1)$； $-2f_1(k-1)\to -2y_{f_1}(k-1)$；

$3f_1(k-2)\to 3y_{f_1}(k-2)$ 。$y_{f_2}(k)=3\delta(k)+2\delta(k-1)-5\delta(k-2)+5\delta(k-3)+4\delta(k-4)+3\delta(k-5)$，即：

$$y_{f_2}(k)=\{\underset{\uparrow k=0}{3},2,-5,5,4,3\}$$

72 已知系统输入 $f(t)=3$，系统的 $h(t)$ 如图 41 (b)所示，求 $y_{zs}(t)$ 。

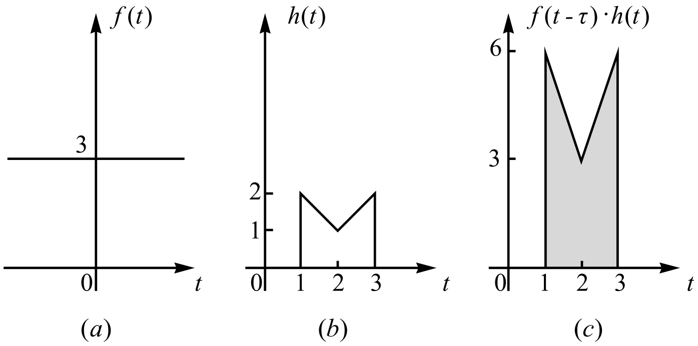


图 41

解：卷积为所围区域净面积， $y_{zs}(t)=f(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)f(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau=3\int_1^3 h(\tau)\,\mathrm{d}\tau=3\times(2\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 1)=9$

73 已知 $f(t)=\mathrm{Sa}^2(t)$，对 $f(t)$ 进行理想冲激取样，则使频谱不发生混叠的奈奎斯特间隔 T_s 为_____。

解：$\mathrm{Sa}(t)\leftrightarrow \pi g_2(\omega)$，$\mathrm{Sa}^2(t)\leftrightarrow \frac{1}{2\pi}\pi g_2(\omega)*\pi g_2(\omega)=\begin{cases}\frac{\pi}{2}\omega+\pi, & -2\le\omega\le 0\\ -\frac{\pi}{2}\omega+\pi, & 0\le\omega\le 2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，$f_{\max}=\frac{1}{\pi}$，$T_s=\frac{1}{2f_{\max}}=\frac{\pi}{2}\,\mathrm{s}$ 。

74 某 LTI 因果离散系统的输入输出方程为：$y(k)-\frac{3}{4}y(k-1)+\frac{1}{8}y(k-2)=8f(k)+2f(k-1)$ 求 $h(k)$。

解法一/时域法：令 $f(k)=\delta(k)$，考虑 $h(k)$ 定义中零状态条件 $h(-2)=h(-1)=0$，

$h(k)-\frac{3}{4}h(k-1)+\frac{1}{8}h(k-2)=8\delta(k)+2\delta(k-1)$ ①，令①式 $k=0,1$ 得递推迭代

$h(0)-\frac{3}{4}h(-1)+\frac{1}{8}h(-2)=8$，$\therefore h(0)=8$；$h(1)-\frac{3}{4}h(0)+\frac{1}{8}h(-1)=2$，$\therefore h(1)=8$。由方程写特征方程：

$\lambda^2-\frac{3}{4}\lambda+\frac{1}{8}=0$，解得 $\lambda_1=\frac{1}{2}$，$\lambda_2=\frac{1}{4}$，设 $h(k)=C_1(\frac{1}{2})^k+C_2(\frac{1}{4})^k$，$\because h(0)=8$，$h(1)=8$

$$\begin{cases}C_1+C_2=8\\ \frac{1}{2}C_1+\frac{1}{4}C_2=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=24\\ C_2=16\end{cases}，\therefore h(k)=[24(\frac{1}{2})^k-16(\frac{1}{4})^k]\varepsilon(k)$$

令 $h_1(k)-\frac{3}{4}h_1(k-1)+\frac{1}{8}h_1(k)=\delta(k)\Rightarrow h_1(0),h_1(1)$，求出 $h_1(k)$

$h(k)=8h_1(k)+2h_1(k)$，线性性质

解法二/z 变换法：设零状态取 z 变换：$Y_{zs}(z)-\frac{3}{4}z^{-1}Y_{zs}(z)+\frac{1}{8}z^{-2}Y_{zs}(z)=8F(z)+2z^{-1}F(z)$

$$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\frac{8z+2}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}=\frac{24z}{z-\frac{1}{2}}-\frac{16z}{z-\frac{1}{4}}，\quad h(k)=[24(\frac{1}{2})^k-16(\frac{1}{4})^k]\varepsilon(k)$$

75 一线性因果离散系统，当输入 $f_1(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-2)$ 时，其 $y_{f_1}(k)=2\varepsilon(k-1)$，求当输入 $f_2(k)=\varepsilon(k)$ 时，其 $y_{f_2}(k)=$__________。

解：$F_1(z)=\frac{z}{z-1}(1-z^{-2})$，$Y_{f_1}(z)=\frac{2z}{z-1}\cdot z^{-1}=\frac{2}{z-1}$，$H(z)=\frac{Y_{f_1}(z)}{F_1(z)}=\frac{2z}{(z+1)(z-1)}$，$F_2(z)=\frac{z}{z-1}$，

$Y_{f_2}(z)=F_2(z)H(z)=\frac{2z^2}{(z-1)^2(z+1)}$，$\frac{Y_{f_2}(z)}{z}=\frac{2z}{(z-1)^2(z+1)}=\frac{1}{(z-1)^2}+\frac{0.5}{z-1}-\frac{0.5}{z+1}$，

$Y_{f_2}(z)=\frac{z}{(z-1)^2}+\frac{0.5z}{z-1}-\frac{0.5z}{z+1}$，$k\varepsilon(k)\leftrightarrow\frac{z}{(z-1)^2}$，$y_{f_2}(k)=k\varepsilon(k)+0.5\varepsilon(k)-0.5(-1)^k\varepsilon(k)$，

$\frac{z^2}{(z-1)^2}\cdot z^{-1}=\frac{z}{z-1}\cdot\frac{z}{z-1}\cdot z^{-1}\leftrightarrow k\varepsilon(k-1)$。

76 序列和 $\sum_{i=-\infty}^{k}2^i\delta(i-2)=$__________。

解：原式= $4\sum_{i=-\infty}^{k}\delta(i-2)=4\varepsilon(k-2)$。

77 信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 如图 42 所示，$f(t)=f_1(t)*f_2(t)$，则 $f(-1)=$__________。

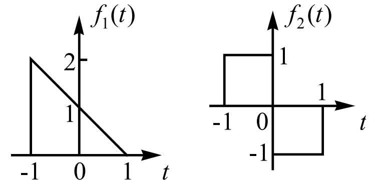


图 42

解：$f(-1)$ =1.5 （过程略）

78 单边拉氏变换 $F(s)=\dfrac{se^{-s}}{s^2+4}$ 的原函数为__________。

解：$F_1(s)=\dfrac{s}{s^2+4}\Rightarrow f_1(t)=\cos 2t\varepsilon(t)$，$F(s)=F_1(s)e^{-s}\Rightarrow f(t)=f_1(t-1)=\cos[2(t-1)]\varepsilon(t-1)$

79 （编者注：此题与第 23 题相同）序列 $2^k\cdot\sum_{i=0}^{k-1}(-1)^i\varepsilon(i)$ 的单边 z 变换为：__________。

解：原式 $=2^k(-1)^k\varepsilon(k)*\varepsilon(k-1)\leftrightarrow\dfrac{z/2}{(z/2)^2-1}=\dfrac{2z}{z^2-4}$

80 求积分 $\int_0^t(\tau^2+2)\delta(\tau-2)\,d\tau$。

解：原式 $=\int_0^t 6\delta(\tau-2)\,d\tau=6\varepsilon(t-2)$

81 已知周期信号 $f(t)=2-4\cos 6t+2\sin 9t$，试画出单边的振幅频谱图和相位频谱图。

解：$f(t)=2+4\cos(6t+\pi)+2\cos(9t-\dfrac{\pi}{2})$，$T_1=\dfrac{2\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$，$T_2=\dfrac{2\pi}{9}$，$\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\pi/3}{2\pi/9}=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore T=2T_1=3T_2=3\times\dfrac{2\pi}{9}=\dfrac{2}{3}\pi$，$\Omega=\dfrac{2\pi}{T}=3\text{rad/s}$。频谱图如图 43 所示。

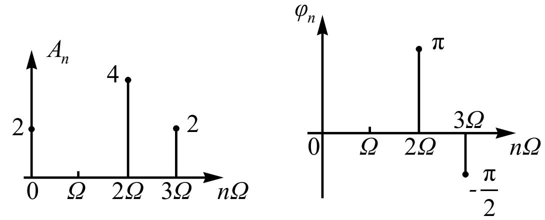


图 43

82 已知某 LTI 离散系统的单位响应 $h(k)=\begin{cases}1, & k=1,2,3\\ 0, & \text{其余}\end{cases}$，输入 $f(k)=\begin{cases}1, & k=0,2,4\\ 0, & \text{其余}\end{cases}$，则该系统的 $y_{zs}(k)$ 等于__________。

解：$h(k)=\delta(k-1)+\delta(k-2)+\delta(k-3)$，$f(k)=\delta(k)+\delta(k-2)+\delta(k-4)$，

$\therefore y_{zs}(k)=h(k)*f(k)=\delta(k-1)+\delta(k-2)+2\delta(k-3)+\delta(k-4)+2\delta(k-5)+\delta(k-6)+\delta(k-7)$

83 积分 $\int_{-3}^{10}e^{-2t}\delta(-\dfrac{1}{2}t-2)\,dt=$__________。

解：$\delta(-\dfrac{1}{2}t-2)=\delta[-\dfrac{1}{2}(t+4)]=2\delta(t+4)$，

$\therefore\int_{-3}^{10}e^{-2t}\delta(-\dfrac{1}{2}t-2)\,dt=2\int_{-3}^{10}e^{-2t}\delta(t+4)\,dt=0\quad[\because -4\notin(-3,10)]$

注：若 $\int_{-6}^{10}e^{-2t}\delta(-\dfrac{1}{2}t-2)\,dt=2\int_{-6}^{10}e^{-2t}\delta(t+4)\,dt=2e^8\quad[\because -4\in(-6,10)]$

84 序列 $f(k)=\varepsilon(k+4)-\varepsilon(k-3)$ 的单边 z 变换 $F(z)=$__________。

解：$f(k)$ 在 $k<0$ 时对求单边 z 变换无贡献。

$$f(k)=\delta(k+4)+\delta(k+3)+\delta(k+2)+\delta(k+1)+\delta(k)+\delta(k-1)+\delta(k-2)$$

$$F(z)=\sum_{k=0}^{\infty}f(k)z^{-k}=1+z^{-1}+z^{-2}+\ldots=\frac{z^2+z+1}{z^2}$$

85 描述 LTI 系统的微分方程为 $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2f'(t)+8f(t)$，已知 $y(0_+)=3$， $y'(0_+)=5$，

$f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$，求 $y_{\mathrm{zi}}(t)$， $y_{\mathrm{zs}}(t)$ 。

解：假设零状态，先求 $y_{\mathrm{zs}}(t)$，对方程取拉氏变换，

$$s^2Y_{\mathrm{zs}}(s)=\frac{2s+8}{s^2+4s+3}F(s)=\frac{2s+8}{(s^2+4s+3)(s+2)}=\frac{3}{s+1}-\frac{4}{s+2}+\frac{1}{s+3}$$

$$\therefore y_{\mathrm{zs}}(t)=(3\mathrm{e}^{-t}-4\mathrm{e}^{-2t}+\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)，\quad y_{\mathrm{zs}}(0_+)=3-4+1=0，\quad y'_{\mathrm{zs}}(0_+)=2$$

$$\therefore\begin{cases}y_{\mathrm{zi}}(0_+)=y(0_+)-y_{\mathrm{zs}}(0_+)=3-0=3\\ y'_{\mathrm{zi}}(0_+)=y'(0_+)-y'_{\mathrm{zs}}(0_+)=5-2=3\end{cases}$$

写特征方程：$\lambda^2+4\lambda+3=0\Rightarrow\lambda_1=-1,\lambda_2=-3$，设 $y_{\mathrm{zi}}(t)=C_1\mathrm{e}^{-t}+C_2\mathrm{e}^{-3t}$，代入 $y_{\mathrm{zi}}(0_+)$， $y'_{\mathrm{zi}}(0_+)$：

$$\begin{cases}C_1+C_2=3\\ -C_1-3C_2=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=6\\ C_2=-3\end{cases}，\quad\therefore y_{\mathrm{zi}}(t)=(6\mathrm{e}^{-t}-3\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

86 积分 $\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-(t-\tau)}\delta(2-2\tau)\,\mathrm{d}\tau=$__________。

解：原式$=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-(t-\tau)}\cdot\frac{1}{2}\delta(\tau-1)\,\mathrm{d}\tau=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-(t-1)}\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-1)\,\mathrm{d}\tau=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)$

87 某连续系统输入输出关系为 $y(t)=\int_{-\infty}^{t-1}f(2\tau)\,\mathrm{d}\tau$，该系统为______（线性/非线性&时变/时不变）。

解：①设输入分别为 $f_1(t)$， $f_2(t)$，则输出为 $y_1(t)=\int_{-\infty}^{t-1}f_1(2\tau)\,\mathrm{d}\tau$， $y_2(t)=\int_{-\infty}^{t-1}f_2(2\tau)\,\mathrm{d}\tau$，

若 $f_3(t)=af_1(t)+bf_2(t)$，则系统输出

$$y_3(t)=\int_{-\infty}^{t-1}f_3(2\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t-1}[af_1(2\tau)+bf_2(2\tau)]\,\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t-1}af_1(2\tau)\,\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{t-1}bf_2(2\tau)\,\mathrm{d}\tau=ay_1(t)+by_2(t)$$

∴为线性系统。

② $y(t-t_{\mathrm{d}})=\int_{-\infty}^{t-t_{\mathrm{d}}-1}f(2\tau)\,\mathrm{d}\tau\neq\int_{-\infty}^{t-1}f[2(\tau-t_{\mathrm{d}})]\,\mathrm{d}\tau$，∴为时变系统。

88 信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 如图 44 所示， $f(t)=f_1(t)*f_2(t)$ ，则 $f(-1)$ 等于___1/4___。

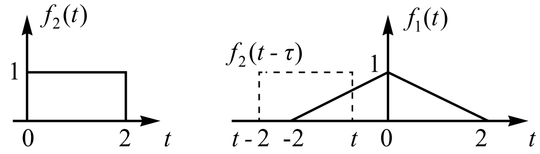


图 44

89 序列 $f(k)=\sum_{i=0}^{\infty}(-2)^{-i}\delta(k-i)$ 的单边 z 变换 $F(z)=$________。

解：原式 $=(-2)^{-k}\varepsilon(k)*\delta(k)=(-\dfrac{1}{2})^k\varepsilon(k)\leftrightarrow\dfrac{z}{z+1/2}=\dfrac{2z}{2z+1}$

90 如图 45 所示周期信号 $f(t)$ ，复傅里叶系数为 F_n ，则 F_0 等于________。

解：一个周期的净面积，除以周期即是 F_0 ，即 $F_n=\dfrac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\Omega t}\,\mathrm{d}t\xrightarrow{n=0}F_0=\dfrac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\,\mathrm{d}t$

由图知周期 $T=6$ ，∴一个周期的净面积 $A=\dfrac{1}{2}\times4\times6=12$ 。

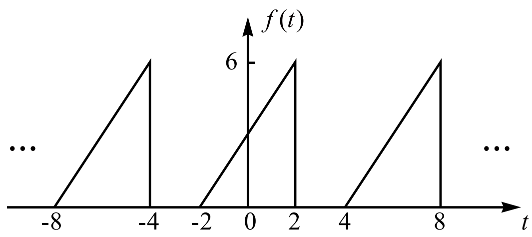


图 45

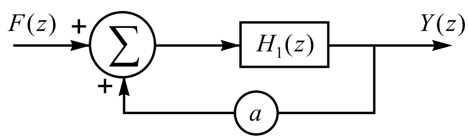


图 46

91 如图 46 所示为反馈因果系统，已知 $H_1(z)=\dfrac{z}{z+0.5}$ ， a 为常数， a 取下列哪个值使系统稳定？

(A) $a=0.6$　(B) $a=0.8$　(C) $a=1.4$　(D) $a=1.8$

解： $H(z)=\dfrac{H_1(z)}{1-aH_1(z)}=\dfrac{\dfrac{z}{z+0.5}}{1-a\dfrac{z}{z+0.5}}=\dfrac{z}{(1-a)z+0.5}$ ，其极点 $p=\dfrac{0.5}{a-1}$ ，

当 $|p|<1$ 时系统稳定，故可知当 a 取 1.8 时系统稳定。

92 $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\cos\omega}{\mathrm{j}\omega+1}$ 的原函数 $f(t)=$________。

解： $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}+\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}{\mathrm{j}\omega+1}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}}{\mathrm{j}\omega+1}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}}{\mathrm{j}\omega+1}$ ， ∴ $f(t)=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-(t+1)}\varepsilon(t+1)+\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)$

93 $f(t)$ 的傅氏变换 $F(\mathrm{j}\omega)=(\dfrac{\sin 2\omega}{\omega})^2$，则 $f(t)=$__________。

解：$F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\sin 2\omega}{\omega}\cdot\dfrac{\sin 2\omega}{\omega}$，而 $\dfrac{\sin 2\omega}{\omega}\leftrightarrow\dfrac{1}{2}g_4(t)$，则 $f(t)=\dfrac{1}{2}g_4(t)*\dfrac{1}{2}g_4(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}t+1, & -4\le t<0\\ -\dfrac{1}{4}t+1, & 0\le t\le 4\end{cases}$

注：(1) $g_\tau(t)\leftrightarrow\tau\mathrm{Sa}(\dfrac{\omega\tau}{2})$ 常用；

(2) $\dfrac{\sin 2\omega}{\omega}=2\cdot\dfrac{\sin 2\omega}{2\omega}$，对照(1)，$\dfrac{\omega\tau}{2}=2\omega$，则 $\tau=4$，可知 $\dfrac{1}{2}g_4(t)\leftrightarrow\dfrac{\sin 2\omega}{\omega}$。

(3) 卷积过程图略，应用卷积积分的微分、积分规则求简单，即 $f(t)=\dfrac{1}{2}g_4'(t)*\dfrac{1}{2}\int_{-\infty}^{t}g_4(\tau)\,\mathrm{d}\tau$

94 已知 $f_1(k)=k[\varepsilon(k+1)-\varepsilon(k-2)]\cdot f_2(k)=\delta(k)+2\delta(k-1)+2\delta(k-2)$，画出 $y(k)=f_1(k)*f_2(k)$ 的波形。

解：列表法：

$$\begin{array}{c}y(k)=\{-1,-2,-1,2,2\}\\ \uparrow\\ k=0\end{array}$$

$f_2(k)$ \ $f_1(k)$		-1	0	1
		-1	0	1
0	1	-1	0	1
1	2	-2	0	2
2	2	-2	0	2

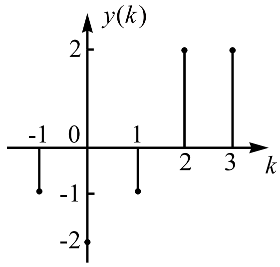


图 47

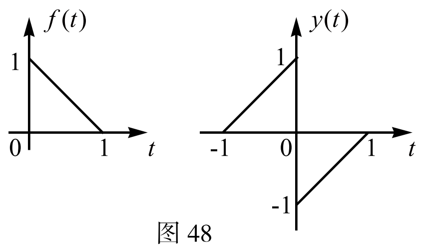


图 48

95 如图 48，$f(t)$ 的 $F(\mathrm{j}\omega)=R(\omega)+\mathrm{j}X(\omega)$，则信号 $y(t)$ 的 $Y(\mathrm{j}\omega)=$__________。

解：$y(t)=f(-t)-f(t)$，

$$\begin{cases}f(t)\leftrightarrow R(\omega)+\mathrm{j}X(\omega)\\ f(-t)\leftrightarrow R(-\omega)+\mathrm{j}X(-\omega)=R(\omega)-\mathrm{j}X(\omega)\end{cases}\Rightarrow Y(\mathrm{j}\omega)=R(\omega)-\mathrm{j}X(\omega)-R(\omega)-\mathrm{j}X(\omega)=-\mathrm{j}2X(\omega)$$

96 序列 $f(k)=2^{-k}\varepsilon(k)+2^{k}\varepsilon(-k-1)$ 的双边 z 变换 $F(z)=$__________。

解：$2^{-k}\varepsilon(k)=(\dfrac{1}{2})^k\varepsilon(k)\leftrightarrow\dfrac{z}{z-1/2},|z|>\dfrac{1}{2}$，$2^k\varepsilon(-k-1)\leftrightarrow-\dfrac{z}{z-2},|z|<2$，

$$\therefore F(z)=\frac{z}{z-\frac{1}{2}}-\frac{z}{z-2}=\frac{-\frac{3}{2}z}{(z-\frac{1}{2})(z-2)},\frac{1}{2}<|z|<2$$

97 已知因果信号的拉氏变换为 $f(t)\leftrightarrow F(s)$，则 $\dfrac{\mathrm{d}f(\frac{t}{2}-2)}{\mathrm{d}t}$ 的拉氏变换为__________。

解：$f(t)\leftrightarrow F(s)$，$f(\frac{t}{2}-2)=f[\frac{1}{2}(t-4)]\leftrightarrow 2F(2s)\cdot \mathrm{e}^{-4s}$，$\dfrac{\mathrm{d}f(\frac{t}{2}-2)}{\mathrm{d}t}\leftrightarrow s\cdot 2F(2s)\mathrm{e}^{-4s}=2sF(2s)\mathrm{e}^{-4s}$。

98 离散系统 $H(z)$ 的零极点分布图如图 49 所示，且已知单位序列响应 $h(k)$ 的初值 $h(0)=1$，则 $h(k)=$__________。

解：设系统函数 $H(z)=k\cdot\dfrac{(z-\mathrm{j})(z+\mathrm{j})}{(z-1)(z+1)}=k\cdot\dfrac{z^2+1}{z^2-1}$，由初值定理，$h(0)=\lim\limits_{z\to\infty}k\cdot\dfrac{z^2+1}{z^2-1}=1\Rightarrow k=1$，

则 $H(z)=\dfrac{z^2+1}{z^2-1}=-1+\dfrac{z}{z-1}+\dfrac{z}{z+1}\Rightarrow h(k)=-\delta(k)+[1+(-1)^k]\varepsilon(k)$

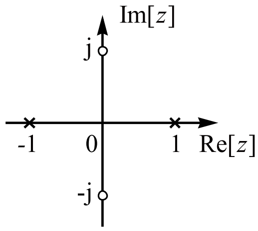


图 49

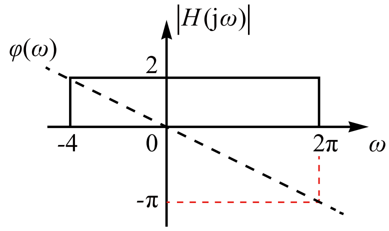


图 50

99 某理想低通滤波器的频率响应如图 50 所示，当输入 $f(t)=\frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{2}t)+\sin(\pi t+30^\circ)+2\cos(3\pi t)$ 时，滤波器的响应 $y(t)=$__________。

解：当 $\frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{2}t)$ 分量作用时，输出 $y_1(t)=\cos(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4})$；当 $\sin(\pi t+30^\circ)=\cos(\pi t-60^\circ)=\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})$ 分量作用时，输出 $y_2(t)=2\cos(\pi t-\frac{5}{6}\pi)$；当 $2\cos(3\pi t)$ 分量作用时，输出 $y_3(t)=0$（频率在通带外）。

$\therefore y(t)=y_1(t)+y_2(t)=\cos(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{4})+2\cos(\pi t-\frac{5}{6}\pi)$

100 已知 LTI 系统输入 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$ 引起的零状态响应 $y_{zs}(t)=(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$，则该系统的冲激响应 $h(t)=$__________。

解：$F(s)=\dfrac{1}{s+2}$，$Y_{zs}(s)=\dfrac{1}{s+1}-\dfrac{1}{s+2}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，$H(s)=\dfrac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\dfrac{1}{s+1}\Rightarrow h(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$。

101 设离散因果系统的阶跃响应为 $g(k)$，已知系统对输入 $f(k)$ 的零状态响应为 $y_{zs}(k)=\sum\limits_{i=0}^{k}g(i)$，求系统的输入 $f(k)$。

解：$g(k)\leftrightarrow G(z)=H(z)\dfrac{z}{z-1}$，$Y_{zs}(z)=\dfrac{z}{z-1}G(z)=(\dfrac{z}{z-1})^2H(z)=F(z)\cdot H(z)$，

$\therefore F(z)=\dfrac{z}{z-1}\cdot\dfrac{z}{z-1}\Rightarrow f(k)=\varepsilon(k)*\varepsilon(k)=(k+1)\varepsilon(k)$

102 已知某线性系统的输入 $f(t)$ 和 $h(t)$ 如图 51(a)所示。

(1) 试画出 $\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$ 和 $\int_{-\infty}^{t} h(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ 的波形；(2) 求该系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$，并画出其波形。

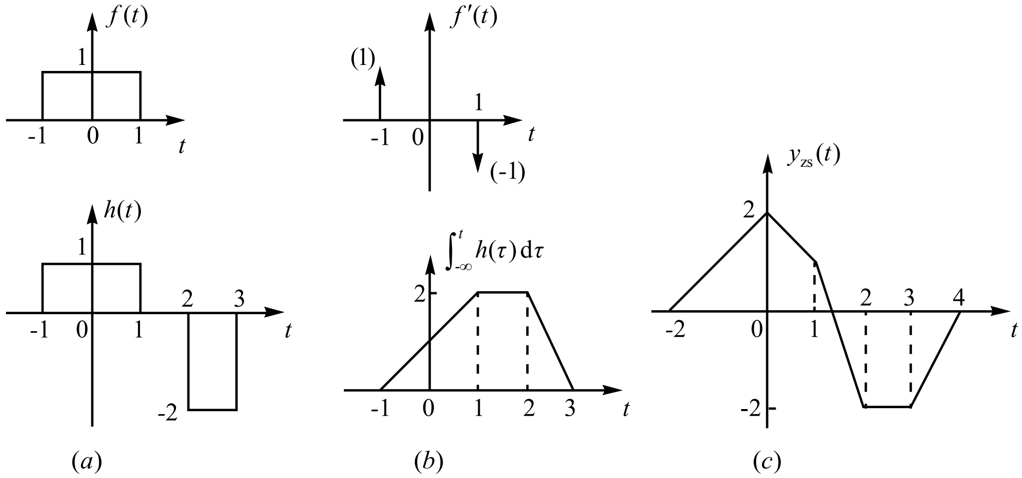


图 51

解：(1) 由 $f(t)$ 波形知， $f(t)=\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1) \Rightarrow f'(t)=\delta(t+1)-\delta(t-1)$，波形见图 51($b$)；

(2) $y_{zs}(t)=f(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\,\mathrm{d}\tau * h'(t)=f'(t)*\int_{-\infty}^{t} h(\tau)\,\mathrm{d}\tau$，波形见图 51($c$)。

103 一 LTI 系统， $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=f''(t)+3f(t)$，当 $f(t)=\varepsilon(t)$ 的全响应为

$y(t)=(1-\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$

(1) 求 $h(t)$；(2) 求 $y_{zi}(t)$；(3) 频响函数存在否？说明理由，若存在，求 $H(\mathrm{j}0)$。

解：(1) 设零状态，取拉氏变换，得

$$s^2Y_{zs}(s)+4sY_{zs}(s)+3Y_{zs}(s)=s^2F(s)+3F(s) \Rightarrow H(s)=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\frac{s^2+3}{s^2+4s+3}=1+\frac{2}{s+1}-\frac{6}{s+3}$$

$$\therefore h(t)=\delta(t)+(2\mathrm{e}^{-t}-6\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

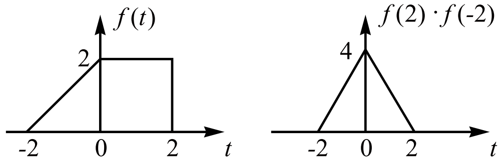
(2) $g(t)=\varepsilon(t)*h(t)$， $G(s)=\dfrac{1}{s}H(s)=\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{s^2+3}{(s+1)(s+3)}=\dfrac{1}{s}-\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{2}{s+3}$， 故 $g(t)=(1-2\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$

$$\therefore y_{zi}(t)=y(t)-g(t)=(\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$$

(3) 由 $H(s)$ 的分母多项式，$\lambda_1=-1$、$\lambda_2=-3$ 均在 s 左半平面，故该因果连续系统稳定 $\Rightarrow$ 存在频率响应函数 $H(\mathrm{j}\omega)$，此时， $H(\mathrm{j}\omega)=H(s)|_{s=\mathrm{j}\omega}=\dfrac{3-\omega^2}{3-\omega^2+\mathrm{j}4\omega}$， $H(\mathrm{j}0)=H(\mathrm{j}\omega)|_{\omega=0}=3/3=1$

104 已知信号 $f(t)$ 如图 52(a)，其傅氏变换为 $F(\mathrm{j}\omega)$ 。

(1) 求 $F(0)$；(2) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}\,\mathrm{d}\omega$；(3) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} |F(\mathrm{j}\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega$；(4) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} F^2(\mathrm{j}\omega)\,\mathrm{d}\omega$ 。



(a)　　　　　　　(b)

图 52

解：(1) $F(\mathrm{j}\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t \xrightarrow{\omega=0} F(0)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\times(2+4)\times 2=6$

(2) $f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}\omega \xrightarrow{t=-1} f(-1)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}\,\mathrm{d}\omega$，

则 $\int_{-\infty}^{\infty} F(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}\,\mathrm{d}\omega=2\pi f(-1)=2\pi$

(3) 由帕斯维尔定理知，$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(\mathrm{j}\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\,\mathrm{d}t=E$（信号能量）

$\therefore\ \int_{-\infty}^{\infty}|F(\mathrm{j}\omega)|^2\,\mathrm{d}\omega=2\pi\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,\mathrm{d}t=2\pi\int_{-2}^{0}(t+2)^2\,\mathrm{d}t+2\pi\int_{0}^{2}2^2\,\mathrm{d}t=\frac{64}{3}\pi$

(4) 设 $y(t)=f(t)*f(t)$，则 $Y(\mathrm{j}\omega)=F^2(\mathrm{j}\omega)$， $y(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F^2(\mathrm{j}\omega)\,\mathrm{d}\omega$，$\therefore\ \int_{-\infty}^{\infty}F^2(\mathrm{j}\omega)\,\mathrm{d}\omega=2\pi y(0)$

而 $y(0)=f(2)\cdot f(-2)$ 乘积函数的图形面积 [图 52(b)]，故 $\int_{-\infty}^{\infty}F^2(\mathrm{j}\omega)\,\mathrm{d}\omega=2\pi y(0)=16\pi$

105 离散序列 $f_1(k)=\delta(k+1)+2\delta(k)+3\delta(k-1)$， $f_2(k)=\varepsilon(k+2)$，设 $y(k)=f_1(k)*f_2(k)$，

则 $y(-1)=$__________， $y(-2)=$__________。

解：表格法， $y(-1)=1+2+3=6$， $y(-2)=1+2=3$

$f_2(k)$ \ $f_1(k)$		-1	0	1
		1	2	3
-2	1		2	3
-1	1	1	2	
0	1	1		

106 序列 $f(k)=(2)^k\varepsilon(-k)$ 的双边 z 变换 $F(z)=$__________。

解： $f(k)=(2)^k\varepsilon(-1-k)+\delta(k)$，由常用 z 变换并应用线性性质可得 $F(z)=\frac{-z}{z-2}+1=\frac{-2}{z-2}$

107 有限频带信号 $f(t)=1+2\cos(2\pi f_0 t)+\cos(4\pi f_0 t)$，其中 $f_0=1\text{kHz}$，用冲激函数序列 $\delta(t)$ 进行取样，得取样信号 $f_s(t)$，试研究如下问题：

(1) 为使由取样信号 $f_s(t)$ 能恢复出原信号 $f(t)$，对 $f(t)$ 的取样频率至少为多少？

(2) 确定由取样信号 $f_s(t)$ 能恢复原信号 $f(t)$ 时，理想 LPF 的最小截止频率？

(3) 若实际 LPF 的截止频率为 6kHz，则要将 $f(t)$ 的抽样频率最小为多少时才能保证恢复原信号？

(4) 以 6kHz 为抽样频率，画出 $f(t)$ 的 $F(\text{j}\omega)$ 图和 $f_s(t)$ 的频谱图。

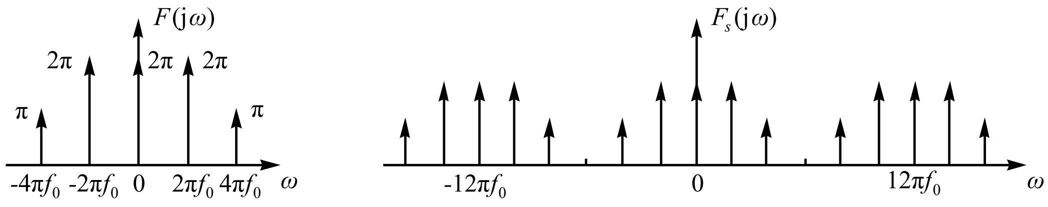


图 53

解：(1) $f_{s\min}=2f_{\max}=2\times 2f_0=4\,\text{kHz}$

(2) $f_{c\min}=f_{\max}=2f=2\,\text{kHz}$

(3) 这个问题应如此理解：$f_s\geq 2f_{\max}$ 只是保证被取样信号 $f_s(t)$ 的频谱不发生混叠，经过低通滤波器传输，是否能保证恢复原信号与低通滤波器的截止频率 f_c 很有关系，只有保证低通滤波器频带内仅有 $f_s(t)$ 周期谱的主周期谱，即原信号谱，才能保证低通输出恢复原信号，当 $f_{s\min}=f_c+f_{\max}$ 时可以满足此点，故 $f_{s\min}=f_c+f_{\max}=6+2=8\,\text{kHz}$

(4) $F_s(\text{j}\omega)=\dfrac{1}{T_s}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}F[\text{j}(\omega-n\omega_s)]$，$F(\text{j}\omega)$，$F_s(\text{j}\omega)$ 图形如图 53，其中 $T_s=1/f_s$

108 已知频谱函数 $F(\text{j}\omega)=[\varepsilon(\omega)-\varepsilon(\omega-2)]\text{e}^{-\text{j}\omega}$，式中 $\varepsilon(\omega)$ 为频域阶跃函数。

(1) 求信号 $f(t)$；(2) 说明 $f(t)$ 是否为因果信号，是否为实信号？ (3) 假设 $f(t)$ 是电压信号，单位为伏特，求信号能量 E。

解：(1) 令 $\varepsilon(\omega)-\varepsilon(\omega-2)=G_2(\omega-1)\leftrightarrow\dfrac{\sin t}{\pi t}\text{e}^{\text{j}t}$，$\therefore F(\text{j}\omega)=G_2(\omega-1)\text{e}^{-\text{j}\omega}$

$$\therefore f(t)=\frac{\sin(t-1)}{\pi(t-1)}\cdot\text{e}^{\text{j}(t-1)}=\frac{1}{\pi}\text{Sa}(t-1)\text{e}^{\text{j}(t-1)}$$

(2) $\because t<0$，$f(t)\neq 0$，$\therefore$非因果。$f(t)$ 表达式中有 $\text{e}^{\text{j}t}$ 因子 $\Rightarrow f(t)$ 不为实信号。

(3) 帕斯瓦尔定理：$E=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(\text{j}\omega)\right|^2\text{d}\omega=\dfrac{1}{2\pi}\int_0^2 1^2\,\text{d}\omega=\dfrac{1}{\pi}\,\text{J}$

109 $\int_{-\infty}^{\infty}4\sin(\pi\tau+30^\circ)\delta(1-\tau)\,\text{d}\tau$ 等于（　　）。

(A) 0　(B) -2　(C) $2\varepsilon(t)$　(D) $-2\varepsilon(t-1)$

解：原式=$\int_{-\infty}^{\infty}4\sin(\pi+\dfrac{\pi}{6})\delta(\tau-1)\,\text{d}\tau=-2$

110 已知一因果离散系统的差分方程为 $y(k)+y(k-1)=2f(k-1)$。

(1) 已知 $f(k)=0.5^k\varepsilon(k)$， $y(-1)=2$，求输出 $y(k)$ 的零状态响应和零输入响应；

(2) 求该离散系统的频率响应；

(3) 若 $f(k)=2\sin(0.5\pi k)$，求该系统的稳态响应 y_s；

(4) 画出该系统的模拟框图。

解：(1) 对方程取 z 变换： $Y(z)+z^{-1}Y(z)+y(-1)=2z^{-1}F(z)$

$$F(z)=z[0.5^k\varepsilon(k)]=\frac{z}{z-0.5}\Rightarrow Y(z)=\frac{-y(-1)}{1+z^{-1}}+\frac{2z^{-1}}{1+z^{-1}}F(z)=\frac{-2}{1+z^{-1}}+\frac{2z^{-1}}{1+z^{-1}}\cdot\frac{z}{z-0.5}$$

$$Y_{zi}(z)=\frac{-2}{1+z^{-1}}=\frac{-2z}{1+z}\Rightarrow y_{zi}(k)=-2(-1)^k\varepsilon(k)$$

$$Y_{zs}(z)=\frac{2z^{-1}}{1+z^{-1}}F(z)=\frac{2}{z+1}\cdot\frac{z}{z-0.5}=\frac{\frac{4}{3}z}{z-0.5}-\frac{\frac{4}{3}z}{z+1}\Rightarrow y_{zs}(k)=\frac{4}{3}[0.5^k-(-1)^k]\varepsilon(k)$$

$$H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\frac{2}{z+1}\text{，极点 }\lambda=-1$$

(2) 系统频率响应： $H(e^{j\theta})=H(z)|_{z=e^{j\theta}}=\dfrac{2}{e^{j\theta}+1}$

(3) $\theta=0.5\pi$ rad 时， $H(e^{j\frac{\pi}{2}})=\dfrac{2}{e^{j\frac{\pi}{2}}+1}=\dfrac{2}{1+j}=\sqrt{2}\angle 45^\circ$

$$\therefore y_s(k)=2\times\sqrt{2}\sin(0.5\pi k-45^\circ)=2\sqrt{2}\sin(0.5\pi k-45^\circ)$$

(4) $H(z)=\dfrac{2z^{-1}}{1+z^{-1}}$，其模拟框图如图 54 所示。

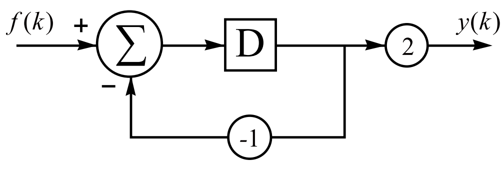


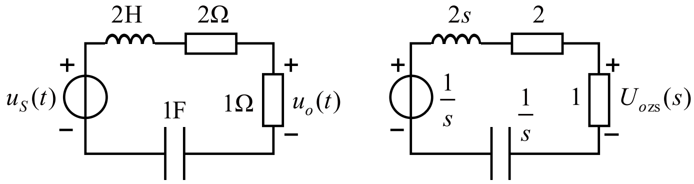
图 54

注：极点在单位圆上，从严格的 $\sum_{k=0}^{\infty}|h(k)|<\infty$ 充要条件判定，该因果系统是不稳定系统，但在单位圆上的极点是一阶的，当 $k\to\infty$ 时， $h(k)$ 有界，并不趋于 ∞，所以实际中又常将这类系统划为临界稳定系统，有时甚至划为稳定系统。

111 信号 $f(t)=e^{-j3t}(-\infty<t<+\infty)$，则傅里叶变换 $F(j\omega)$ 等于（　　）。

解： $F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j3t}e^{-j\omega t}\,dt=2\pi\delta(\omega+3)$

112 已知电路如图 55(a)所示，激励信号 $u_s(t)=\varepsilon(t)\mathrm{V}$，在 $t=0$ 时测得系统的输出 $u_o(0)=1\mathrm{V}$，$u_o(1)=\mathrm{e}^{-0.5}\mathrm{V}$。(1) 求系统的系统函数；(2) 求系统的零状态响应 $u_{ozs}(t)$ 和零输入响应 $u_{ozi}(t)$。



(a) (b)

图 55

解：(1) 设零状态，画 s 域电路模型如图 55(b)所示，$U_{ozs}(s)=\dfrac{1}{2s+2+1+1/s}\cdot U_s(s)$，

$$H(s)=\frac{U_{ozs}(s)}{U_s(s)}=\frac{s}{2s^2+3s+1}$$

(2) $U_{ozs}(s)=H(s)F(s)=\dfrac{s}{2s^2+3s+1}\cdot\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{2s^2+3s+1}=\dfrac{1}{s+1/2}-\dfrac{1}{s+1}$，则 $u_{ozs}(t)=(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}-\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)\mathrm{V}$。

将 $t=0,1$ 代入 $u_{ozs}(t)$，得 $u_{ozs}(0)=0$，$u_{ozs}(1)=\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}-\mathrm{e}^{-1}$，

$\therefore u_{ozi}(0)=u_o(0)-u_{ozs}(0)=1-0=1\mathrm{V}$ ① $u_{ozi}(1)=u_o(1)-u_{ozs}(1)=\mathrm{e}^{-0.5}-\mathrm{e}^{-0.5}+\mathrm{e}^{-1}=\mathrm{e}^{-1}$ ②

由 $H(s)$ 表达式可知，系统两个特征根 $\lambda_1=-\dfrac{1}{2}$，$\lambda_2=-1$，设 $u_{ozi}(t)=C_1\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}+C_2\mathrm{e}^{-t}$ ③

将①②代入③，有 $\begin{cases}C_1+C_2=1\\ C_1\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}+C_2\mathrm{e}^{-1}=\mathrm{e}^{-1}\end{cases}\Rightarrow C_1=0, C_2=1$，$\therefore u_{ozi}(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$

113 系统的输出 $y(t)$ 与输入 $f(t)$ 的关系有下列四种情况，其中为非线性系统的是（ A ）。

(A) $y(t)=2f(t)+3$ (B) $y(t)=3f(2t)$ (C) $y(t)=f(-t)$ (D) $y(t)=tf(t)$

解：A 选项，令输入 $f_1(t)$ 时系统输出为 $y_1(t)$，则 $y_1(t)=2f_1(t)+3$；再令输入 $f_2(t)=2f_1(t)$ 时系统输出为 $y_2(t)$，则 $y_2(t)=2f_2(t)+3=4f_1(t)+3\neq 2y_1(t)$，不满足齐次性，所以是非线性系统。

注：C、D 为时变系统。

114 带限信号 $f_1(t)$，$f_2(t)$ 的最高频率分别为 $f_{1\max}=2\,\mathrm{kHz}$，$f_{2\max}=3\,\mathrm{kHz}$，设复合信号 $y(t)=f_1(t)+f_2(t)+f_1(t)*f_2(t)+f_1(t)\cdot f_2(t)$，欲对 $y(t)$ 进行理想冲激采样而又不发生频谱混叠的最低采样率 $f_s=$__________。

解：$f_1(t)*f_2(t)\leftrightarrow F_1(\mathrm{j}\omega)F_2(\mathrm{j}\omega)\xrightarrow{\text{选最小}}2\,\mathrm{kHz}$，$f_1(t)\cdot f_2(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{2\pi}F_1(\mathrm{j}\omega)*F_2(\mathrm{j}\omega)\xrightarrow{\text{最高频率和}}3+2=5\,\mathrm{kHz}$

$f_y=\max\{f_1,f_2,...\}=5\,\mathrm{kHz}$，$f_s=2\cdot f_{y\max}=10\,\mathrm{kHz}$

115 某连续因果系统的信号流图如图 56：

(1) 以图中所示的 $x_1(t)$，$x_2(t)$ 为状态变量，写出系统的状态方程和输出方程；

(2) 求出该系统的系统函数，并判断系统是否稳定；

(3) 求 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$ 时系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$。

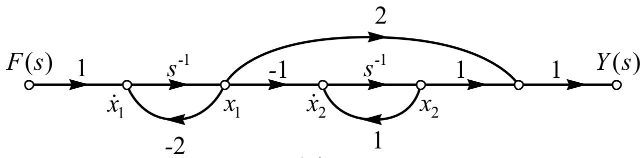


图 56

解：(1) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}f$，$y=[2\quad 1]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

(2) $H(s)=\dfrac{2s^{-1}(1-s^{-1})-s^{-2}}{1+2s^{-1}-s^{-1}-2s^{-2}}=\dfrac{2s-3}{s^2+s-2}$，分母多项式 $A(s)=s^2+s-2$ 中系数有正有负，故不是霍尔维茨多项式，有极点在 s 左半平面，所以该系统不稳定。

(3) $F(s)=\dfrac{1}{s+2}$，$Y_{zs}(s)=F(s)H(s)=\dfrac{1}{s+2}\cdot\dfrac{2s-3}{s^2+s-2}=\dfrac{2s-3}{(s+2)^2(s-1)}=\dfrac{7/3}{(s+2)^2}+\dfrac{1/9}{s+2}-\dfrac{1/9}{s-1}$，

$\therefore\ y_{zs}(t)=\dfrac{1}{9}(\mathrm{e}^{-2t}-\mathrm{e}^{t})\varepsilon(t)+\dfrac{7}{3}\mathrm{e}^{-2t}t\varepsilon(t)$

116 一 LTI 连续系统的输入为 $f(t)$，输出为 $y(t)$，冲激响应 $h(t)=(3\mathrm{e}^{-2t}+4\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$，已知输入

$f(t)=\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)$，$y(0_-)=1$，$y'(0_-)=2$。

(1) 求系统函数 $H(s)$；(2) 求零状态响应 $y_{zs}(t)$；(3) 求零输入响应 $y_{zi}(t)$。

解：(1) 由已知 $h(t)$ 的表达式，得 $H(s)=\dfrac{3}{s+2}+\dfrac{4}{s+3}=\dfrac{7s+17}{(s+2)(s+3)}$

(2) $Y_{zs}(s)\leftrightarrow F(s)H(s)=\dfrac{1}{s+1}H(s)=\dfrac{7s+17}{(s+1)(s+2)(s+3)}=\dfrac{5}{s+1}-\dfrac{3}{s+2}-\dfrac{2}{s+3}$

$\therefore\ y_{zs}(t)=(5\mathrm{e}^{-t}-3\mathrm{e}^{-2t}-2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$

(3) 由 $H(s)$ 可知，$\lambda_1=-2$，$\lambda_2=-3$，$\therefore$ 设 $y_{zi}(t)=C_{zi1}\mathrm{e}^{-2t}+C_{zi2}\mathrm{e}^{-3t}$，

$$\left.\begin{aligned}y_{zi}(0_+)=y_{zi}(0_-)=y(0_-)=1\\ y'_{zi}(0_+)=y'_{zi}(0_-)=y'(0_-)=2\end{aligned}\right\}\text{代入 } y_{zi}(t)\Rightarrow\begin{cases}C_{zi1}+C_{zi2}=1\\ -2C_{zi1}-3C_{zi2}=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_{zi1}=5\\ C_{zi2}=-4\end{cases}$$

$\therefore\ y_{zi}(t)=(5\mathrm{e}^{-2t}-4\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$

117 如图 57(a)所示系统，输入 $f(t)$ 的频谱 $F(\mathrm{j}\omega)$ 如图 57(b)所示。
(1) 画出输出 $y(t)$ 的频谱 $Y(\mathrm{j}\omega)$；(2) 推导出 $\mathrm{Re}[y(t)]$ 的频谱 $Y_{\mathrm{R}}(\mathrm{j}\omega)$ 与 $Y(\mathrm{j}\omega)$ 的关系，并画出 $Y_{\mathrm{R}}(\mathrm{j}\omega)$ 。

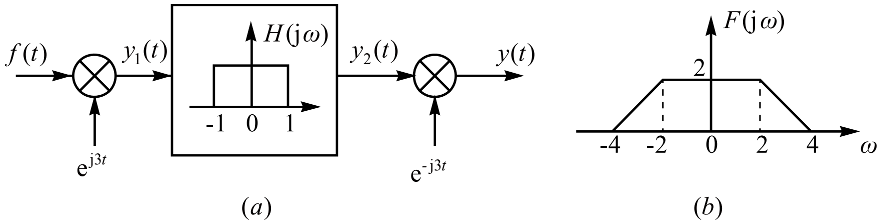


图 57

解：(1) 设 $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ 如图中所示， $\mathrm{e}^{\mathrm{j}3t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega-3)$ ， $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3t} \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega+3)$ ，

$$y_1(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi}F(\mathrm{j}\omega) * 2\pi\delta(\omega-3) = F[\mathrm{j}(\omega-3)]，\quad Y_2(\mathrm{j}\omega) = Y_1(\mathrm{j}\omega)H(\mathrm{j}\omega)，$$

$$Y(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{2\pi}Y_2(\mathrm{j}\omega) * 2\pi\delta(\omega+3) = Y_2[\mathrm{j}(\omega+3)]$$

$Y_1(\mathrm{j}\omega)$ 、 $H(\mathrm{j}\omega)$ 、 $Y_2(\mathrm{j}\omega)$ 、 $Y(\mathrm{j}\omega)$ 的图形如图 58(a)~(d)所示。

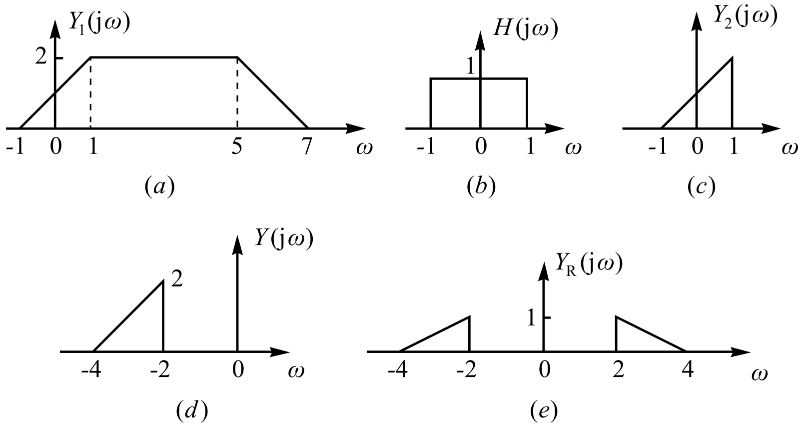


图 58

(2) 设 $y(t) = y_{\mathrm{r}}(t) + \mathrm{j}\,y_{\mathrm{i}}(t)$，则 $y^*(t) = y_{\mathrm{r}}(t) - \mathrm{j}\,y_{\mathrm{i}}(t)$， $Y(\mathrm{j}\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t$， $Y^*(-\mathrm{j}\omega) \leftrightarrow y^*(t)$，

$$\mathrm{Re}[y(t)] = y_{\mathrm{r}}(t) = \frac{1}{2}[y(t) + y^*(t)]，\quad \therefore \mathrm{Re}[y(t)] \leftrightarrow \frac{1}{2}[Y(\mathrm{j}\omega) + Y^*(-\mathrm{j}\omega)]，$$

$Y_{\mathrm{R}}(\mathrm{j}\omega)$ 的图形如图 58(e)所示。

118 单边 z 变换象函数 $F(z) = \dfrac{1}{z^2(z+\frac{1}{2})}$，收敛域 $|z| > \dfrac{1}{2}$，则原序列 $f(k)$ 等于__________。

解： $F(z) = \dfrac{z^{-2}}{z+\frac{1}{2}} = \dfrac{z}{z+\frac{1}{2}} \cdot z^{-3} \leftrightarrow (-\dfrac{1}{2})^{k-3}\varepsilon(k-3) = f(k)$

119 系统流图如图 59 所示，

(1) 求 $H(z)$；(2) 判断系统是否稳定，说明理由并写出过程；(3)写出系统的状态方程和输出方程。

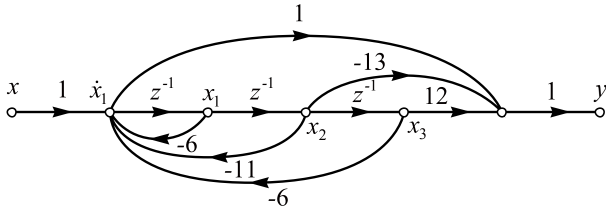


图 59

解：(1) $H(z)=\dfrac{1-13z^{-2}+12z^{-3}}{1+6z^{-1}+11z^{-2}+6z^{-3}}=\dfrac{z^3-13z^2+12}{z^3+6z^2+11z+6}$

(2) 由 $H(z)$ 的分母多项式 $A(z)=z^3+6z^2+11z+6$ 知 z^3 的系数$1<$ 常数项 6，

故该因果离散系统不稳定。

(3) 由 $x_1(k+1)=-6x_1(k)-11x_2(k)-6x_3(k)+f(k)$，$x_2(k+1)=x_1(k)$，$x_3(k+1)=x_2(k)$ 可得状态方程：

$$\begin{bmatrix}x_1(k+1)\\x_2(k+1)\\x_3(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-6&-11&-6\\1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(k)\\x_2(k)\\x_3(k)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}f(k)$$

，由 $y=-13x_2+12x_3+[f-6x_1-11x_2-6x_3]$

$$=-6x_1-24x_2+6x_3+f\Rightarrow y=[-6\quad -24\quad 6]\begin{bmatrix}x_1(k)\\x_2(k)\\x_3(k)\end{bmatrix}+f(k)$$

120 周期信号 $f(t)=1+4\sin(t+45^\circ)-2\cos(2t-45^\circ)$，求该信号的双边相位频谱。

解：$f(t)=1+4\cos(t-45^\circ)+2\cos(2t+135^\circ)=1+2\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}45^\circ}+2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}45^\circ}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}2t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}135^\circ}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2t}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}135^\circ}$。

频谱图如图 60 所示。注：$\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{2\pi}{2\pi/2}=2$，$T=T_1$，$\Omega=\dfrac{2\pi}{T_1}=1$

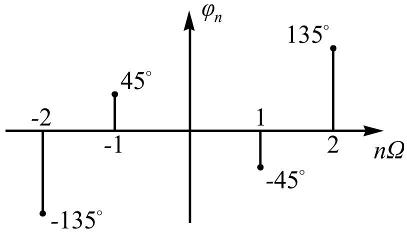


图 60

121 信号 $f(t)=2t\cdot\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\sin(2t-\dfrac{\pi}{6})\delta(t)]$ 的傅氏变换 $F(\mathrm{j}\omega)=$__________。

解：原式$=2t\cdot\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[-\dfrac{1}{2}\delta(t)]=-t\delta'(t)=\delta(t)\leftrightarrow 1$

122 如图 61(*a*)，设 $u_s(t)$ 为输入，$u_c(t)$ 为输出，则电路系统的冲激响应 $h(t)$ 等于__________。

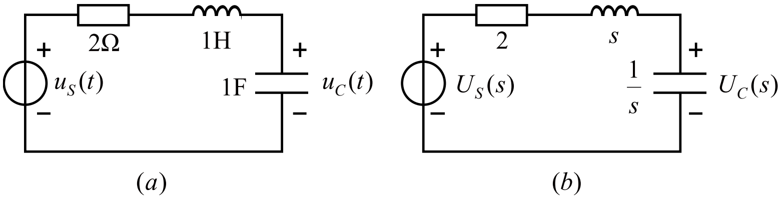


图 61

解：设零状态，画 s 域模型如图 61(*b*)所示，

$$H(s)=\frac{U_c(s)}{U_s(s)}=\frac{1/s}{2+s+1/s}=\frac{1}{s^2+2s+1}=\frac{1}{(s+1)^2}\Rightarrow h(t)=te^{-t}\varepsilon(t)$$

123 如图 62 所示系统的信号流图，$f(t)$ 为输入，$y(t)$ 为输出，则描述该系统的输入输出方程为____。

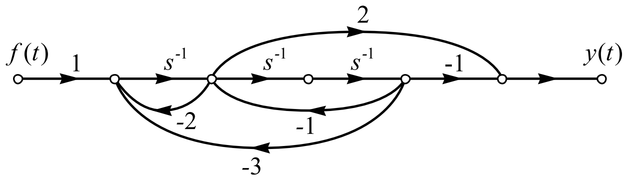


图 62

解：$H(s)=\dfrac{2s^{-1}-s^{-3}}{1+2s^{-1}+s^{-2}+3s^{-3}}=\dfrac{2s^2-1}{s^3+2s^2+s+3}=\dfrac{Y_{zs}(s)}{F(s)}$，$\therefore\ y'''(t)+2y''(t)+y'(t)+3y(t)=2f''(t)-f(t)$

124 一 LTI 离散因果系统，$H(z)=\dfrac{z}{z+1/2}$，$|z|>\dfrac{1}{2}$。

(1) 求频响函数 $H(e^{j\theta})$；(2) 求输入 $f(k)=2\cos(\pi k)+6\cos(2\pi k)$ 的稳态响应 $y_s(k)$；

(3) 求输出与输入相比是否有失真，若有，是哪种，理由？

解：(1) 因 $H(z)$ 的收敛域包含 $|z|=1$ 的单位圆，故该因果离散系统稳定，存在频响。

$$H(e^{j\theta})=H(z)|_{z=e^{j\theta}}=\frac{e^{j\theta}}{e^{j\theta}+1/2}$$

(2) $\theta=\pi\,\text{rad}$，$H(e^{j\pi})=\dfrac{e^{j\pi}}{e^{j\pi}+1/2}=2\angle 0^\circ$；$\theta=2\pi\,\text{rad}$，$H(e^{j2\pi})=\dfrac{e^{j2\pi}}{e^{j2\pi}+1/2}=\dfrac{2}{3}\angle 0^\circ$。

$$\therefore\ y_s(k)=2\times 2\cos(\pi k)+\frac{2}{3}\times 6\cos(2\pi k)=4\cos(\pi k)+4\cos(2\pi k)$$

(3) 发生了失真，且为幅度失真，因信号的两个频率分量幅度比发生了变化；
无相位失真，因频率分量经系统传输后初相位无变化，即两者的相对位置未变化。

125 单边拉氏变换象函数 $F(s)=\dfrac{2e^{-2s}}{(s+1)(s+3)}$，则原函数 $f(t)$ 等于（　　）。

解：$F(s)=(\dfrac{1}{s+1}-\dfrac{1}{s+3})e^{-2s}\leftrightarrow f(t)=(e^{-(t-2)}-e^{-3(t-2)})\varepsilon(t-2)$

126 已知LTI连续系统的阶跃响应 $g(t)=(1-e^{-2t})\varepsilon(t)$，输入 $f(t)=1+4\sqrt{2}\cos(2t+30^\circ)$，则稳态响应 $y_s(t)$ 等于__________。

解：$h(t)=g'(t)=2e^{-2t}\varepsilon(t)\Rightarrow H(j\omega)=\dfrac{2}{j\omega+2}$，对输入信号两个频率分量的频响函数值分别为：

$$\omega=0,\ H(j0)=1\angle 0^\circ;\ \omega=2,\ H(j2)=\frac{1}{j+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle -45^\circ。$$

$$\therefore y_s(t)=1\times 1+4\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2t+30^\circ-45^\circ)=1+4\cos(2t-15^\circ)$$

127 描述某因果离散系统的差分方程为 $y(k)-y(k-1)-2y(k-2)=6f(k)$，已知输入 $f(k)=\varepsilon(k)$，$y(0)=0$，$y(1)=6$。

(1) 求零状态响应 $y_{zs}(k)$；(2) 求零输入响应 $y_{zi}(k)$。

解：(1) 设零状态，对方程取 z 变换，$Y_{zs}(z)-z^{-1}Y_{zs}(z)-2z^{-2}Y_{zs}(z)=\dfrac{6z}{z-1}$，

$$\therefore Y_{zs}(z)=\frac{6z^3}{(z-1)(z+1)(z-2)}=\frac{-3z}{z-1}+\frac{z}{z+1}+\frac{8z}{z-2},\quad \therefore y_{zs}(k)=[-3+(-1)^k+8(2)^k]\varepsilon(k)。$$

(2) 令 $k=0,1$，代入上式，$\left.\begin{array}{l}y_{zs}(0)=6\\ y_{zs}(1)=12\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y_{zi}(0)=y(0)-y_{zs}(0)=-6\\ y_{zi}(1)=y(1)-y_{zs}(1)=-6\end{array}\right.$

由 $Y_{zs}(z)$ 可知特征根 $\lambda_1=-1$，$\lambda_2=2$，令 $y_{zi}(k)=C_{zi1}(-1)^k+C_{zi2}(2)^k$

$$\left.\begin{array}{l}y_{zi}(0)=C_{zi1}+C_{zi2}(2)=-6\\ y_{zi}(1)=-C_{zi1}+2C_{zi2}(2)=-6\end{array}\right\}\Rightarrow y_{zi}(k)=-[2(-1)^k+4(2)^k]\varepsilon(k)$$

128 已知函数 $f_1(t)=\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)$，$f_2(t)=3t^2\varepsilon(t)$，设 $y(t)=f_1(t)*f_2(t)$，则 $y(1)=$__________。

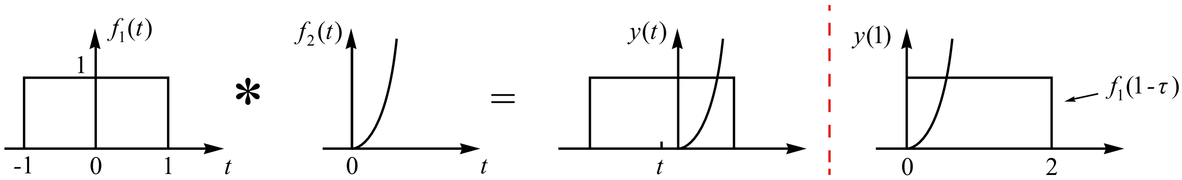


图 63

解：如图63，$\therefore \int_0^2 3\tau^2\,d\tau=8$

129 傅里叶变换 $F(j\omega)=\dfrac{2}{j\omega-\omega^2}$ 的原函数 $f(t)=$__________。

解：$\dfrac{2}{j\omega(1+j\omega)}=\dfrac{2}{j\omega}-\dfrac{2}{1+j\omega}=\mathrm{sgn}(t)-2e^{-t}\varepsilon(t)$

130 $f(t)=\delta(t)+\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$ 的单边拉氏变换 $F(s)=$__________。

解：原式$=1+\dfrac{1}{s+2}=\dfrac{s+3}{s+2}$

131 离散序列 $f(k)=\sum\limits_{m=0}^{\infty}2^m\varepsilon(k-m)$ 的单边 z 变换 $F(z)=$__________。

解：原式$=2^k\varepsilon(k)*\varepsilon(k)\leftrightarrow\dfrac{z}{z-2}\cdot\dfrac{z}{z-1}=\dfrac{z^2}{(z-2)(z-1)}$

132 已知 $f(t)=2t^2-3t+6$，则其偶部函数 $f_{\mathrm{e}}(t)=$__________。

解：$f(-t)=2(-t)^2-3(-t)+6=2t^2+3t+6$， $f_{\mathrm{e}}(t)=\dfrac{1}{2}[f(t)+f(-t)]=2t^2+6$

133 信号 $f(t)=\mathrm{e}^{-(2+\mathrm{j}2)t}\varepsilon(t)$ 的傅里叶变换 $F(\mathrm{j}\omega)=$__________。

解：原式$=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2t}\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$， $\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega+2}$， $\therefore F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{\mathrm{j}(\omega+2)+2}$

134 已知双边 z 变换象函数 $F(z)=\dfrac{z^2-3z}{z^2-3z+2}$， $1<|z|<2$，则原序列 $f(k)=$__________。

解：原式$=\dfrac{2z}{z-1}-\dfrac{z}{z-2}$， $\therefore f(k)=2\varepsilon(k)+2^k\varepsilon(-k-1)$

135 已知 LTI 系统具有一定的起始状态（又称 0_- 初始状态），已知输入 $f_1(t)$ 时系统的全响应

$y_1(t)=7\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}, t\ge 0$，当输入 $f_2(t)=-3f_1(t)$ 时系统的全响应 $y_2(t)=-13\mathrm{e}^{-t}+4\mathrm{e}^{-2t}-6\mathrm{e}^{-3t}, t\ge 0$。

(1) 求系统的零输入响应 $y_{\mathrm{zi}}(t)$；
(2) 求当输入 $f_1(t)$ 时的零状态响应 $y_{\mathrm{zs1}}(t)$；
(3) 求当输入 $f_3(t)=2f_1(t-1)$ 时的零状态响应 $y_{\mathrm{zs3}}(t)$ 及全响应 $y_3(t)$。

解：(1) 设 $y_1(t)=y_{\mathrm{zi}}(t)+y_{\mathrm{zs1}}(t)=7\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-3t}$ ①

$y_2(t)=y_{\mathrm{zi}}(t)-3y_{\mathrm{zs1}}(t)=-13\mathrm{e}^{-t}+4\mathrm{e}^{-2t}-6\mathrm{e}^{-3t}$ ②

3×①+②，得 $4y_{\mathrm{zi}}(t)=8\mathrm{e}^{-t}+4\mathrm{e}^{-2t}\Rightarrow y_{\mathrm{zi}}(t)=(2\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$ ③

(2) ①－③，得 $y_{\mathrm{zs1}}(t)=(5\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t}+2\mathrm{e}^{-3t})\varepsilon(t)$

(3) $y_{\mathrm{zs3}}(t)=2y_{\mathrm{zs1}}(t-1)=[10\mathrm{e}^{-(t-1)}-2\mathrm{e}^{-2(t-1)}+4\mathrm{e}^{-3(t-1)}]\varepsilon(t-1)$

$y_3(t)=y_{\mathrm{zi}}(t)+y_{\mathrm{zs3}}(t)=(2\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)+[10\mathrm{e}^{-(t-1)}-2\mathrm{e}^{-2(t-1)}+4\mathrm{e}^{-3(t-1)}]\varepsilon(t-1)$