信号与系统 复习重点：

前三章 30 分

后三章 70 分

(1) 时域系统的 线性，时不变，因果 ->cp1

(2) 傅里叶变换及其逆变换 ->cp3

(3) （时域信号->拉氏变换 拉氏变换->反变换）拉普拉斯变换及其逆变换 重点为课后习题 ->cp4

(4) 给出电路图，写出对应的微分方程（注意阶次，零输入、零状态响应） ->cp2

(5) PPT 的例二

(6) PPT 第八章最后三题，随堂测试题+PPT 那题 约等于 50 分

(7) 注意 差分方程的求法，Z 变换附近题目（重点为第八章 PPT 的三道题）。

(8) 拉氏变换（10 分），时域求解，系统的稳定性，Z 域求零输入，零状态，全响应。

(9) F(n-2)u(n-2)=f(n-2)u(n) 在因果序列成立，非因果序列不成立。

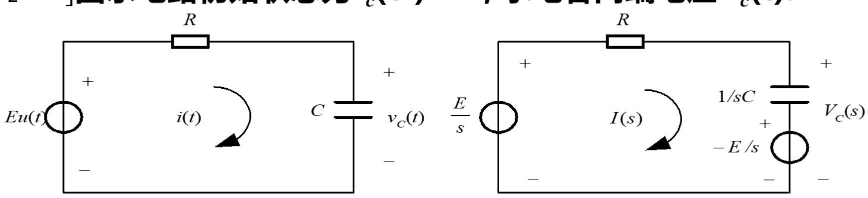
(10) PPT 第七章例二 类似题目

(11) 教材习题 8-29 类似题目

涉及到的题目：

PPT 例 2：

[例2]图示电路初始状态为$v_c(0^-)=-E$，求电容两端电压 $v_c(t)$.



解： 建立电路的s域模型

由s域模型写回路方程 $$(R+\frac{1}{sC})I(s)=\frac{E}{s}+\frac{E}{s}$$

求出回路电流 $$I(s)=\frac{2E}{s(R+\frac{1}{sC})}$$

电容电压为 $$V_C(s)=\frac{I(s)}{sC}-\frac{E}{s}=E(\frac{1}{s}-\frac{2}{s+\frac{1}{RC}})$$

$$v_c(t)=E(1-2e^{-\frac{1}{RC}t}),t\geq 0$$

8-21（3）：

(3) $y(n)-0.9y(n-1)=0.05u(n),\ y(-1)=0$

(3) 对差分方程两侧取单边 z 变换，有

$$Y(z)-0.9z^{-1}[Y(z)+y(-1)z]=\frac{0.05z}{z-1}\quad(|z|>1)$$

将 $y(-1)=0$ 代入上式并整理得

$$Y(z)=\frac{0.05z^2}{(z-0.9)(z-1)}=\frac{0.5z}{z-1}-\frac{0.45z}{z-0.9}$$

以右边序列查表得到

$$y(n)=[0.5-0.45(0.9)^n]\,u(n)$$

8-23（2）：

8–23 因果系统的系统函数 $H(z)$ 如下所示，试说明这些系统是否稳定。

(1) $\dfrac{z+2}{8z^2-2z-3}$　　(3) $\dfrac{2z-4}{2z^2+z-1}$

(2) $\dfrac{8(1-z^{-1}-z^{-2})}{2+5z^{-1}+2z^{-2}}$　　(4) $\dfrac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}+z^{-2}}$

(2) $H(z)=\dfrac{8(z^2-z-1)}{(z+2)(2z+1)}$，有两个一阶极点 -2 和 $-\dfrac{1}{2}$，前者不在单位圆内，因而系统不稳定；

8-26（1）

8–26 由下列差分方程画出离散系统的结构图，并求系统函数 $H(z)$ 及单位样值响应 $h(n)$。

(1) $3y(n)-6y(n-1)=x(n)$

(2) $y(n)=x(n)-5x(n-1)+8x(n-3)$

解：(1) 离散系统的结构图如解图 8－26(1) 所示。对差分方程两侧取 z 变换有

$$3Y(z)-6z^{-1}Y(z)=X(z)$$

故 $H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{1}{3-6z^{-1}}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{z}{z-2}$，于是

$$h(n)=\mathscr{Z}^{-1}[H(z)]=\frac{1}{3}\cdot 2^n u(n)$$

随堂测试题：

4–1 求下列函数的拉氏变换。

(1) $1-\mathrm{e}^{-\alpha t}$

(2) $\sin t+2\cos t$

(3) $t\mathrm{e}^{-2t}$

(4) $\mathrm{e}^{-t}\sin(2t)$

(5) $(1+2t)\mathrm{e}^{-t}$

(6) $[1-\cos(\alpha t)]\mathrm{e}^{-\beta t}$

(7) t^2+2t

(8) $2\delta(t)-3\mathrm{e}^{-7t}$

(9) $\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin\ \mathrm{h}(\beta t)$

(10) $\cos^2(\Omega t)$

(11) $\dfrac{1}{\beta-\alpha}\left(\mathrm{e}^{-\alpha t}-\mathrm{e}^{-\beta t}\right)$

(12) $\mathrm{e}^{-(t+a)}\cos(\omega t)$

(13) $t\mathrm{e}^{-(t-2)}u(t-1)$

(14) $\mathrm{e}^{-\frac{t}{a}}f\left(\dfrac{t}{a}\right)$，设已知 $\mathscr{L}[f(t)]=F(s)$

(15) $\mathrm{e}^{-at}f\left(\dfrac{t}{a}\right)$，设已知 $\mathscr{L}[f(t)]=F(s)$

(16) $t\cos^3(3t)$

(17) $t^2\cos(2t)$

(18) $\dfrac{1}{t}(1-\mathrm{e}^{-\alpha t})$

(19) $\dfrac{\mathrm{e}^{-3t}-\mathrm{e}^{-5t}}{t}$

(20) $\dfrac{\sin(at)}{t}$

4-1(1)

解：本题考查拉氏变换性质的运用。

(1) 利用拉氏变换的定义和线性性质可得

$$\mathscr{L}\left[1-\mathrm{e}^{-\alpha t}\right]=\mathscr{L}[1]-\mathscr{L}\left[\mathrm{e}^{-\alpha t}\right]=\int_0^{+\infty}1\cdot\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t-\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-\alpha t}\cdot\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t$$
$$=-\frac{1}{s}\cdot\mathrm{e}^{-st}\Big|_0^{+\infty}+\frac{1}{s+\alpha}\cdot\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}\Big|_0^{+\infty}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\alpha}=\frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$$

4-3(1)

4–3 求下列函数的拉氏变换，注意阶跃函数的跳变时间。

(1) $f(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t-2)$

(2) $f(t)=\mathrm{e}^{-(t-2)}u(t-2)$

(3) $f(t)=\mathrm{e}^{-(t-2)}u(t)$

(4) $f(t)=\sin(2t)\cdot u(t-1)$

(5) $f(t)=(t-1)[u(t-1)-u(t-2)]$

解：本题考查拉氏变换的时域平移性质的运用。

(1) **方法一**：由 $f(t)=\mathrm{e}^{-2}\cdot\mathrm{e}^{-(t-2)}u(t-2)$，已知 $\mathscr{L}\left[\mathrm{e}^{-t}u(t)\right]=\dfrac{1}{s+1}$，

则 $\mathscr{L}\left[\mathrm{e}^{-(t-2)}u(t-2)\right]=\dfrac{\mathrm{e}^{-2s}}{s+1}$，所以 $\mathscr{L}\left[f(t)\right]=\mathrm{e}^{-2}\cdot\dfrac{\mathrm{e}^{-2s}}{s+1}=\dfrac{\mathrm{e}^{-2(s+1)}}{s+1}$。

方法二：因为 $\mathscr{L}\left[u(t-2)\right]=\dfrac{\mathrm{e}^{-2s}}{s}$，所以 $\mathscr{L}\left[\mathrm{e}^{-t}u(t-2)\right]=\dfrac{\mathrm{e}^{-2(s+1)}}{s+1}$。

4-4（1）

4—4 求下列函数的拉普拉斯逆变换。

(1) $\dfrac{1}{s+1}$

(2) $\dfrac{4}{2s+3}$

(3) $\dfrac{4}{s(2s+3)}$

(4) $\dfrac{1}{s(s^2+5)}$

(5) $\dfrac{3}{(s+4)(s+2)}$

(6) $\dfrac{3s}{(s+4)(s+2)}$

(7) $\dfrac{1}{s^2+1}+1$

(8) $\dfrac{1}{s^2-3s+2}$

(9) $\dfrac{1}{s(RCs+1)}$

(10) $\dfrac{1-RCs}{s(RCs+1)}$

(11) $\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}\cdot\dfrac{1}{(RCs+1)}$

(12) $\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}$

(13) $\dfrac{100(s+50)}{s^2+201s+200}$

(14) $\dfrac{(s+3)}{(s+1)^3(s+2)}$

(15) $\dfrac{A}{s^2+K^2}$

(16) $\dfrac{1}{(s^2+3)^2}$

(17) $\dfrac{s}{(s+a)\left[(s+\alpha)^2+\beta^2\right]}$

(18) $\dfrac{s}{(s^2+\omega^2)\left[(s+\alpha)^2+\beta^2\right]}$

(19) $\dfrac{e^{-s}}{4s(s^2+1)}$

(20) $\ln\left(\dfrac{s}{s+9}\right)$

解: 留数法是由定义导出的求拉普拉斯逆变换的方法。除此之外, 还可以利用拉普拉斯变换的线性性质, 将待求表达式拆分成若干分式, 再查主教材表 4 − 1 直接写出逆变换结果。需注意部分分式分解 (拆分) 不是目的, 最好的分解形式不一定是最彻底的分解形式。应根据表中已有的分式合理选择分解方法。

(1) **方法一**: 查表知 $\mathscr{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{s+1}\right]=e^{-t}u(t)$。

方法二: 留数法。 $\dfrac{1}{s+1}e^{st}$ 在围线中仅有一个极点 −1, 所以

$$\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right]=\left[(s+1)\cdot\frac{1}{s+1}e^{st}\right]\bigg|_{s=-1}=e^{-t}\qquad(t\geqslant 0)$$

4-4（6）

(6) **方法一**: 部分分式展开法。

$$\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{3s}{(s+4)(s+2)}\right]=\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{6}{s+4}-\frac{3}{s+2}\right]=\left(6e^{-4t}-3e^{-2t}\right)u(t)$$

方法二: 留数法。 $\dfrac{3s}{(s+4)(s+2)}e^{st}$ 在围线中有两个极点 −4 和 −2。

$$\begin{aligned}&\mathscr{L}^{-1}\left[\frac{3s}{(s+4)(s+2)}\right]\\&=\left[(s+4)\cdot\frac{3s}{(s+4)(s+2)}e^{st}\right]\bigg|_{s=-4}+\left[(s+2)\cdot\frac{3s}{(s+4)(s+2)}e^{st}\right]\bigg|_{s=-2}\\&=6e^{-4t}-3e^{-2t}\quad(t\geqslant 0)\end{aligned}$$

7-2（5） 还有一个为 x(n)=-nu(n)，与 7-2（1）图关于 x 轴对称

7–2 分别绘出以下各序列的波形。

(1) $x(n) = nu(n)$

(2) $x(n) = -nu(-n)$

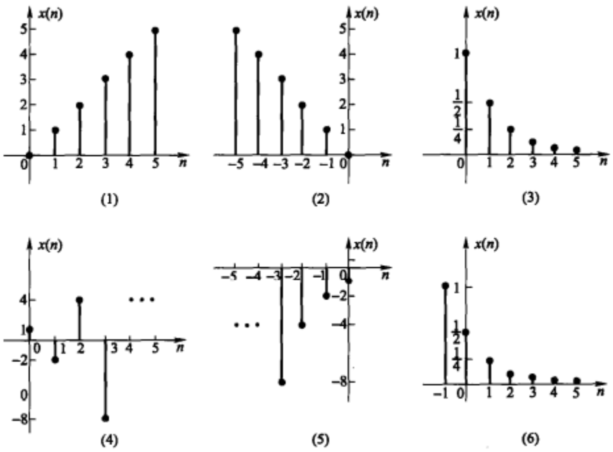
(3) $x(n) = 2^{-n}u(n)$

(4) $x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-n} u(n)$

(5) $x(n) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n} u(-n)$

(6) $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u(n+1)$

解: 序列 (1)~(6) 的波形如解图 7 – 2 所示。



解图 7–2

7-12（1）

7–12 解差分方程。

(1) $y(n) + 3y(n-1) + 2y(n-2) = 0,\ y(-1) = 2,\ y(-2) = 1$

(2) $y(n) + 2y(n-1) + y(n-2) = 0,\ y(0) = y(-1) = 1$

(3) $y(n) + y(n-2) = 0, y(0) = 1,\ y(1) = 2$

解: (1) 特征方程 $\alpha^2 + 3\alpha + 2 = 0$, 特征根 $\alpha_1 = -1,\ \alpha_2 = -2$, 写出齐次

解 $y(n) = C_1(-1)^n + C_2(-2)^n$, 将 $y(-1) = 2, y(-2) = 1$ 代入, 得方程组

$$\begin{cases} 2 = -C_1 - \frac{1}{2}C_2 \\ 1 = C_1 + \frac{1}{4}C_2 \end{cases}$$

解得 $C_1 = 4, C_2 = -12$, 故差分方程解为

$$y(n) = [4(-1)^n - 12(-2)^n]u(n)$$

7-31（1）

7–31 以下各序列中, $x(n)$ 是系统的激励函数, $h(n)$ 是线性时不变系统的单位样值响应。分别求出各 $y(n)$, 画出 $y(n)$ 图形 (用卷积方法)。

(1) $x(n), h(n)$ 见题图 $7-31$(a)

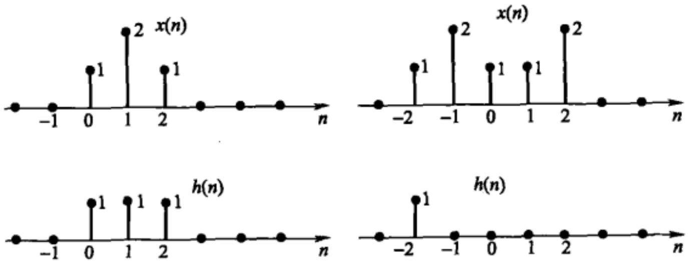
(2) $x(n), h(n)$ 见题图 $7-31$(b)

(3) $x(n) = \alpha^n u(n) \quad 0 < \alpha < 1$

$h(n) = \beta^n u(n) \quad 0 < \beta < 1 \quad \beta \neq \alpha$

(4) $x(n) = u(n)$

$h(n) = \delta(n-2) - \delta(n-3)$



(a) (b)

题图 7–31

解: (1) 由题图 $7-31$(a) 和卷积定义, 有

$$
\begin{aligned}
y(n) &= x(n)*h(n) \\
&= [\delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2)]*[\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)] \\
&= \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3) + \\
&\quad \delta(n-2) + \delta(n-3) + \delta(n-4) \\
&= \delta(n) + 3\delta(n-1) + 4\delta(n-2) + 3\delta(n-3) + \delta(n-4)
\end{aligned}
$$

或者利用“对位相乘求和”法, 有

$$\{x(n)\} = \{\underset{\underset{n=0}{\uparrow}}{1}, 2, 1\} \qquad \{h(n)\} = \{\underset{\underset{n=0}{\uparrow}}{1}, 1, 1\}$$

$x(n)$			1	2	1
$h(n)$			1	1	1
			1	2	1
		1	2	1	
	1	2	1		
$y(n)$	1	3	4	3	1

从而得到

$$\{y(n)\} = \{\underset{\underset{n=0}{\uparrow}}{1}, 3, 4, 3, 1\}$$

8-29：

8–29 对于下列差分方程所表示的离散系统

$$y(n)+y(n-1)=x(n)$$

(1) 求系统函数 $H(z)$ 及单位样值响应 $h(n)$，并说明系统的稳定性。

(2) 若系统起始状态为零，如果 $x(n)=10u(n)$，求系统的响应。

解: (1) 对差分方程两侧取 z 变换有 $Y(z)+z^{-1}Y(z)=X(z)$，于是

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1}{1+z^{-1}}=\frac{z}{z+1}$$

极点 -1 在单位圆上，所以系统为临界稳定系统。单位样值响应 $h(n)$ 为因果序列，所以查表得到

$$h(n)=\mathscr{Z}^{-1}[H(z)]=(-1)^n u(n)$$

(2) 已知 $X(z)=\dfrac{10z}{z-1}$，代入得到

$$Y(z)=H(z)X(z)=\frac{10z^2}{(z+1)(z-1)}=5\left(\frac{z}{z+1}+\frac{z}{z-1}\right)u(n)$$

所以 $y(n)=\mathscr{Z}^{-1}[Y(z)]=5[1+(-1)^n]u(n)$。

PPT->例题 2

例2 求下列差分方程所描述的离散系统的零输入响应、零状态响应和全响应。

$$y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k),$$
$$f(k)=\varepsilon(k),\ y(-1)=1,\ y(-2)=0$$

解：（1）求零输入响应：

零输入响应满足方程：

$$y_x(k)+3y_x(k-1)+2y_x(k-2)=0 \qquad (1)$$

上式的特征方程：

$$\lambda^2+3\lambda+2=0$$

方程特征根为：

$$\lambda_1=-1,\ \lambda_2=-2$$

所以其齐次解为：

$$y_x(k) = C_1(-1)^k + C_2(-2)^k, \quad k \geq 0$$

将初始值代入得：

$$y_x(-1) = y(-1) = -C_1 - \frac{1}{2}C_2 = 1$$

$$y_x(-2) = y(-2) = C_1 + \frac{1}{4}C_2 = 0$$

解以上两式得：

$$C_1 = 1, C_2 = -4$$

于是系统的零输入响应为：

$$y_x(k) = [(-1)^k - 4(-2)^k], \quad k \geq 0$$

（2）求零状态响应：

零状态响应满足方程 $y_f(k)+3y_f(k-1)+2y_f(k-2)=f(k) \quad (2)$

初始状态 $y_f(-1)=y_f(-2)=0$

由（2）式得：

$$y_f(k)=f(k)-3y_f(k-1)-2y_f(k-2)$$

迭代得：

$$y_f(0)=f(0)-3y_f(-1)-2y_f(-2)=1$$

$$y_f(1)=f(1)-3y_f(0)-2y_f(-1)=-2$$

系统的零状态响应是非齐次方程的解，分别求出非齐次方程的齐次解和特解，得

$$y_f(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k+P$$

将$y_f(k)$的初始值代入，得

$$y_f(0)=C_1+C_2+P=1$$

$$y_f(1)=-C_1-2C_2+P=-2$$

另外:$6P=1$

解以上三式得： $C_1=-\frac{1}{2}, C_2=\frac{4}{3}, P=\frac{1}{6}$

于是系统的零状态响应为：

$$y_f(k)=[-\frac{1}{2}(-1)^k+\frac{4}{3}(-2)^k+\frac{1}{6}]\varepsilon(k)$$

（3）系统的全响应为：

$$y(k)=y_x(k)+y_f(k)=[\frac{1}{2}(-1)^k-\frac{8}{3}(-2)^k+\frac{1}{6}], \quad k\geq 0$$