《复变函数与积分变换》试卷A

**填空选择对就是对，错就是错，不给中间分**

**一、填空题（每小题3分，共15分）**

（1）已知,则的值是

（2）方程的解的实部是 **（没有写k的范围的不扣分）**

（3）设是复平面上的解析函数，则

（4）若的Taylor级数为，则级数收敛半径为

（5）求傅里叶变换



**二、选择题（每小题3分，共15分）**

（1）下列命题中正确的是（ C ）

（A）为虚数单位，则

（B）在复平面上有

（C）的周期是

（D）

（2）下列命题中正确的是（D）

（A）设，则

（B）设，在点解析，为自然数，则为的级极点

（C）若复变函数的实部和虚部都可微，则复变函数可导

（D）幂级数的和函数在收敛圆内解析

（3）设曲线为，取正向，则积分（ B）

（A） （B） （C） （D）

（4）级数（ A ）

（A）绝对收敛 （B）条件收敛 （C）发散 （D）敛散性不定

（5）设是的级极点，则（C）

（A）4（B）3（C）2（D）1

**三、计算下列各题（每小题8分，共32分）**

（1）

解：

 **（......2分）****（......3分）**  **（......3分）**

（2），其中，正向

解：

**（......4分）**  **（......2分）** **（......2分）**

（3），其中，正向

解： 是一级极点，**（......2分）**

**（......2分）** **（......2分）****（......2分）**

（4），其中，正向

解： 是三级极点，是二级极点**（......2分）**

**（......2分）**

**（......2分）**

**（......2分）**

四、（12分）已知是的共轭调和函数，

（1）证明证明是的共轭调和函数

（2）若，求以为虚部的解析函数满足

**（1）证：**解析，故解析，得证 **（......4分）**

**（2）解法1**

**由**C-R方程，， **（......2分）**

将两边对积分，得 **（......2分）**

结合，得，从而 **（......2分）**

解析函数为带入得，。**（......2分）**

故

**解法2：**

由求导公式 **（......4分）**

两边对积分，，**（......2分）**

带入得，，故**（......2分）**

**五、（本题**12分）将分别在圆环域

(1)

(2)

内展开为Laurent级数

解：**（每一问6分）**

（1）当时，

；

或者

（2）当时，，

，

或者。

**六、（本题10分）**用Laplace变换求解微分方程，

解：设方程的解为，令，方程两边取Laplace变换，则有

 **（......3分）**

考虑到初值条件，得。**（......2分）**

为了求的逆变换，

解法1：，**（......2分）**

取其逆变换，得所求微分方程满足所给初值条件解

**（......3分）**

解法2：是的一级极点，**（......2分）**





 **（......3分）**



1. **（本题4分）**设在复平面上解析，已知的Maclaurin级数为，求（为正整数）

解

 **（......1分）**

由逐项可积，柯西古萨定理，柯西积分公式，高阶导公式



**（......2分）**

 **（......1分）**