Statistik für Informatik
Übungsblatt 2 - WiSe2017/18

Lex Winandy

6. Berechne für die Stichprobe aus Bsp. 1 die folgenden Maßzahlen:
   a. arithmetisches Mittel
   b. empirische Standardabweichung
   c. Median, erstes und drittes Quartil
   d. Modus

   Wiederhole dabei die Definition und Bedeutung der berechneten Maßzahlen der Stichprobe.

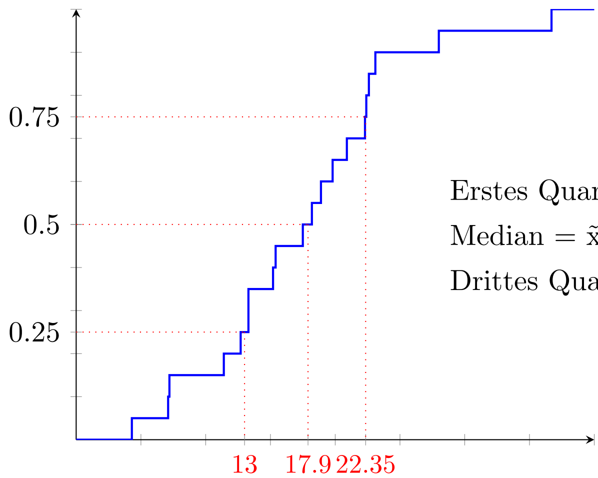
x = {4.3, 7.1, 7.2, 11.4, 12.7, 13.3, 13.3, 15.2, 15.4, 17.5, 18.3, 18.9, 19.8, 20.9, 22.3, 22.4, 22.6, 23.1, 28.0, 36.7}

a. $\bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1+x_2+...+x_n}{n} = \frac{4.3+7.1+...+28+36.7}{20} = \frac{350.4}{20} = 17.52$

b. $s^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{20-1}\sum_{i=1}^{20}(x_i - 17.52)^2 = \frac{(4.3-17.52)^2+(7.1-17.52)^2+...+(28-17.52)^2+(36.7-17.52)^2}{19} =$
$\frac{174.7684+108.5764+...+109.8304+367.8724}{19} = \frac{1096.472}{19} = 57.709$

$s = \sqrt{57.709} = 7.5966$

c.



Erstes Quartil $= \tilde{x}_{\frac{1}{4}} = \frac{12.7+13.3}{2} = \frac{26}{2} = 13$
Median $= \tilde{x}_{\frac{1}{2}} = \frac{17.5+18.3}{2} = \frac{35.8}{2} = 17.9$
Drittes Quartil $= \tilde{x}_{\frac{3}{4}} = \frac{22.3+22.4}{2} = \frac{44.7}{2} = 22.35$

d. Modus = 13.3

Test!

7. Verwende den Datensatz aus Bsp. 5 und beantworte die folgenden Fragen:
   a. Wie groß ist die mittlere Anzahl der Tore? Wie groß ist die mittlere quadratische Abweichung der Anzahl der Tore?
   b. Welche Toranzahl wird in mehr als 50% der angeführten Spiele nicht überschritten?
   c. Wie groß ist der Anteil der Spiele mit
      - höchstens 2 Toren?
      - mehr als 3 Toren?
      - mehr als 1 und höchstens 3 Toren?

   Erkläre den Zusammenhang der berechneten Anteile mit Werten der empirischen Verteilungsfunktion.

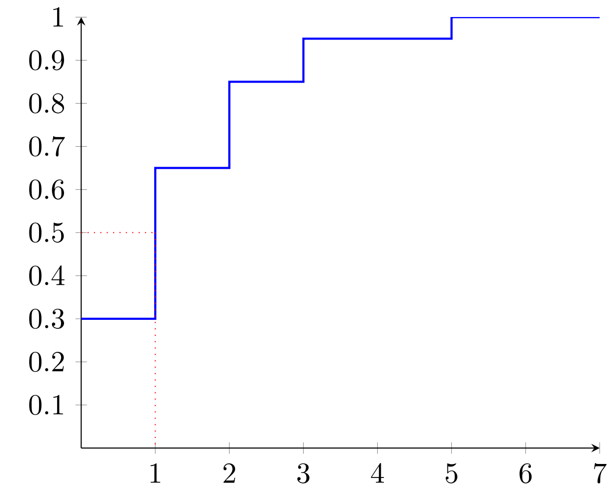
x_i	0	1	2	3	5
H_i	6	7	4	2	1

a. $\bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1+x_2+...+x_n}{n} = \frac{0*6+1*7+2*4+3*2+5*1}{20} = \frac{26}{20} = 1.3$

$s^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{20-1}\sum_{i=1}^{20}(x_i-1.3)^2 = \frac{6*(0-1.3)^2+7*(1-1.3)^2+4*(2-1.3)^2+2*(3-1.3)^2+1*(5-1.3)}{19} =$

$\frac{10.14+0.63+1.96+5.78+13.69}{19} = \frac{32.2}{19} = 1.69$

b.



1 Tor wird in 50% der Spiele nicht überschritten.

c. – Spiele mit höchstens 2 Toren:

$$6 + 7 + 4 = 17 \Rightarrow \frac{17}{20} = 0.85 \Rightarrow 85\%$$

– Spiele mit mehr als 3 Tore:

$$1 \Rightarrow \frac{1}{20} = 0.05 \Rightarrow 5\%$$

- Spiele mit mehr als 1 und höchstens 3 Toren:

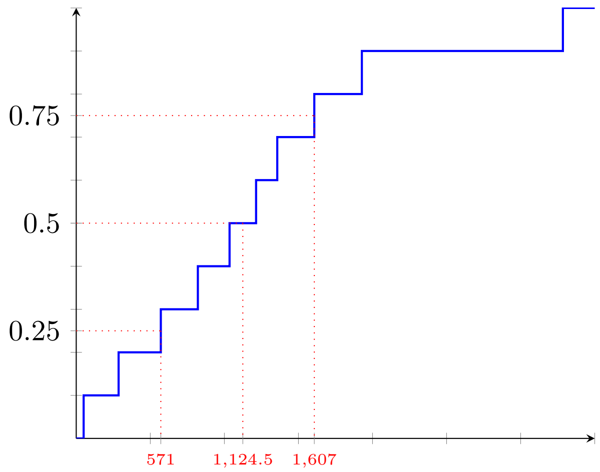
$$4 + 2 = 6 \Rightarrow \frac{6}{20} = 0.3 \Rightarrow 30\%$$

8. Zehn zufällig ausgewählte unselbstständig Erwerbstätige haben folgendes Monatsnettoeinkommen in Euro:

50,286,571,821,1035,1214,1357,1607,1928,3285

Berechne das mittlere Einkommen. Zeichne die empirische Verteilungsfunktion. Ermittle rechnerisch und grafisch das Medianeinkommen sowie das obere und untere Quartil. Warum weichen mittleres und Medianeinkommen ab?

- mittlere Einkommen: $\bar{\text{x}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{50+286+...+1928+3285}{10} = \frac{12154}{10} = 1215.4$
- empirische Verteilungsfunktion + Median + obere und untere Quartil:



Median $= \tilde{\text{x}}_{\frac{1}{2}} = x_{\frac{10}{2}} = \frac{1035+1214}{2} = \frac{2249}{2} = 1124.5$

Obere Quartil $= \tilde{\text{x}}_{\frac{3}{4}} = x_{\lceil \frac{30}{4} \rceil} = x_8 = 1607$

Untere Quartil $= \tilde{\text{x}}_{\frac{1}{4}} = x_{\lceil \frac{10}{4} \rceil} = x_3 = 571$

$\bar{\text{a}} \neq \tilde{\text{x}}_{\frac{1}{2}}$ Der Median ist unanfällig gegenüber Ausreißer, deshalb ist der in unserem Fall niedriger als das arithmetische Mittel, welches vom extremen Wert(3285) nach oben getrieben wird.

9. Von einem Stapel kreisrunder Stahlscheiben ist nur noch die Standardabweichung der Radien s_R bekannt, s_R = 15cm, der mittlere Radius R̄ ist verloren gegangen. Du hast keine Lust, die 100 Stahlscheiben noch einmal einzeln zu messen, wiegst daher den ganzen Stapel und erhältst ein Gewicht von M = 2112kg. Die Dicke der Stahlscheiben ist D = 10mm, das spezifische Gewicht ist $\rho = 7.9\ \frac{kg}{dm^3}$. Leite daraus den mittleren Radius R̄ ab.

$$
\begin{aligned}
s_R = 15cm = 1.5dm \Rightarrow s_R^2 = 2.25dm^2 &= \frac{1}{99}((\sum_{i=1}^{100} R_i^2) * 100 * \bar{R}^2) \\
Massederi - tenScheibe &= 7.9\frac{kg}{dm^3} * R_i^2 * \pi * 0.1 \\
\Leftrightarrow 2112kg &= \sum_{i=1}^{1} 00(7.9\frac{kg}{dm^3} * R_i^2 * \pi * 0.1) \qquad (1) \\
\Leftrightarrow 2112kg &= (\sum_{i=1}^{1} 00R_i^2)7.9\frac{kg}{dm^3} * R_i^2 * \pi * 0.1 \\
\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{1} 00R_i^2 &= \frac{2112kg}{7.9\frac{kg}{dm^3} * \pi * 0.1} = 850.975dm^2 \\
2.25 &= \frac{850.975dm^2 - 100}{99} * \bar{R}^2 \\
\Leftrightarrow 2.25 * 99 &= 850.975 - 100 * \bar{R}^2 \\
\Leftrightarrow 100 * \bar{R}^2 &= 628.225 \\
\Leftrightarrow \bar{R}^2 &= 6.28225 \\
\Leftrightarrow \bar{R} &= 2.506dm = 25.06cm
\end{aligned}
$$

10. Du hast bei deiner Bank ein Konto mit veränderlichen Zinssätzen. Du bekommst in aufeinanderfolgenden Jahren 4.2%, 5.9%, 3.8%, 4.5% und 6.2% Zinsen. Welchem gleichbleibenden Zinssatz entspricht das?

Zum ausrechnen des Zinssatzes muss man das geometrische Mittel ausrechnen.

$$\sqrt[5]{1.042 * 1.059 * 1.038 * 1.045 * 1.062} = \sqrt[5]{1.2711} = 1.04914 = 4.914\%$$