

# 基于动态规划算法的多无人机多目标 协同侦察路径规划

王静 王艳红 周玉鑫 张文斌

(陆军军事交通学院, 天津 300161)

**摘要:**研究了在规定的时间内,在满足侦察频次及时间间隔等约束条件下,多种类型的无人机协同完成对多种类型目标的侦察任务的路径规划问题。采用动态规划思想,将该问题转化为寻找满足约束条件的、能够覆盖最大数量目标的、个数最少的哈密顿回路问题,建立了动态规划算法的数学模型。在算法的执行过程中,设置了多个可调节的参数以及多种回退条件,使算法具有了类似于智能算法的较强的灵活性,且不易出现智能算法无解或陷入局部最优解的状况,提高了求解的效率与精度,并且通过模拟实例验证了该算法的有效性。

**关键词:**多无人机;多目标;协同;动态规划算法;可调参数

DOI:10.19949/j.ams.mora.20210106.01

中图分类号:O221.6;E911 文献标志码:A 文章编号:1672-8211(2022)01-0005-07

## 1 引言

无人机集群协同作战将是无人机发展的必然趋势,其在各种约束条件下的航线路径规划问题目前也成为最具挑战性的研究热点之一,有众多文献对这一问题进行过探讨。关于多无人机多目标协同侦察路径规划问题的算法大致分为两类。一类是传统算法,如划分网格法、Voronoi 图法、人工势场法、A\*法等,以及在此类算法基础上改进的诸多方法<sup>[1~6]</sup>。这类传统算法的优点是运算速度较快,但缺点也比较明显。如网格法中单元格的尺度不好确定,并且容易出现效率低且重复率高的情况;Voronoi 图法也需要划分空间以规避障碍物,子空间的尺度选择与合理路径之间常常会存在冲突;人工势场法则容易陷入局部极小值状态,有可能根本找不到合理的路径;A\*算法在路径复杂时搜索效率低而且容易出现搜索失败的情况。另一类是

智能算法,主要包括遗传算法、神经网络及各种群算法,如蜂群算法、蚁群算法、粒子群算法等,这些算法在无人机航迹规划中有较多应用<sup>[7~9]</sup>。与传统算法相比,智能算法能够更加有效地处理路径规划中的不确定性,但也存在着一些缺点。第一,如文献[10]所处理的任务空间中的目标类型均相同,因此便于结合各种聚类方法。对于目标类型不同且不同类型目标在地理空间上分布在一起的情况,现有文献很少涉及。第二,现有文献所设定的目标函数多为飞行时间最短,或飞行距离最小,或威胁代价最少,并且对每一个目标访问一次且仅访问一次。但在很多军事任务中,有些目标需要反复侦察,或使用不同的载荷进行侦察,并且有时间窗的要求,目前对此类问题的研究较少。第三,现有文献所涉及的各种智能算法所规划的任务空间都具有单一性,但计算的复杂度大、计算量大,路径规划的效率不高、实用性不强。

收稿日期:2021-01-06;修回日期:2021-09-07

**作者简介:**王静(1969—),女,副教授,博士,主要研究方向为计算数学与力学,Email:jingw90428@126.com;王艳红(1982—),女,副教授,硕士,主要研究方向为力学结构设计与优化;周玉鑫(1979—),男,讲师,硕士,主要研究方向为工程结构设计与优化;张文斌(1982—),男,讲师,博士,主要研究方向为军事后勤。

动态规划是解决多阶段决策问题的数学方法,广泛地应用于解决路径规划问题<sup>[11~15]</sup>。在无人机路径规划方面,文献[16]提出一种启发式动态任务调度与航路实时规划算法,以提高无人机在动态不确定环境下的自主性;文献[17]采用动态规划方法、在线启发式技术对多架飞机进行路径规划,以实现飞机战场欺骗与能量消耗之间的平衡;文献[18]提出了一种多目标多任务环境下多无人机系统任务分配的新方法;文献[19]针对由一架无人机和多架地面无人车组成的协同车队,将信使无人机的路径规划问题转化为优先约束的带邻域动态Dubins旅行商问题;文献[20]采用动态规划的思想,分阶段利用启发式算法,对多无人机协同侦察路线规划建立了带时间约束的整数线性规划模型。动态规划算法的解具有稳定性,并且能够保证是全局最优解,但是其算法执行过程易出现“锁死”或无解的状态。

针对目标需要被反复侦察的军事任务,本文要解决的问题即是在预定的时间段内当有些目标需要用不同的载荷反复侦察时,怎样使得完成任务的成本最小(或较小),也即出动的无人机架次最少(或较少),而时间的利用率达到最大(或较大)。论文试图利用改进的动态规划方法给出该类问题的一个较优解。

## 2 多无人机多目标协同侦察路径规划问题

在预定的侦察时间窗内,有若干架无人机,在多个基地起降,不同基地的无人机携带不同类型的载荷,用于侦察不同类型的目标。有的重点目标需要被多种类型的载荷各侦察一次,有的目标需要至少被其中任意两种载荷各侦察一次,而一般的目标只需被至少一种载荷侦察一次,并且对同一目标的两两侦察之间必须有一定的时间间隔。无人机根据续航能力可以就近选择某一基地降落进行能量补充与必要的维护保养,之后可以连续执行侦察任务,但是在允许时间范围内执行完任务之后必须返回原基地。需要解决的问题是,确定完成侦察任务至少需要配备的无人机数量,并给出预设时间窗内较优的无人机调度策略。

### 2.1 问题分析

该问题与以往研究的不同之处在于:①目标类

型不同并且需要不同类型的无人机去侦察;②不同类型的目标需要被重复侦察的次数不同,并且对同一目标两次侦察之间需间隔一定的时间;③无人机需要维护保养。

若要有效率地完成多无人机多目标协同侦察任务,并预设时间窗,应该使得派出的各架无人机的飞行时间或航行距离尽可能地相近,而且除维修保养外的其他时间都能够被充分利用,同时使得无人机出动的架次尽可能少。寻找该问题的解本质上就是为每一架无人机规划满足任务要求且时间利用率最高的哈密顿回路。

本文先做以下假设。

(1)转弯、起飞、降落、停留的加减速问题以及所占用的时间均不考虑。

(2)因为飞行距离较远,飞行高度的变化对飞行距离的影响较小,故假设飞行高度不变,同时也不考虑目标的高度差。

(3)假设无人机所飞行的所有距离,都在最大通信距离之内。

### 2.2 模型参数

记  $Tar = \{Tar_1, Tar_2, \dots, Tar_k\}$  为待侦察的目标集合,  $k$  为待侦察的目标总数。目标有  $r$  种不同的类型,每种类型的集合记为  $Tarsub_i, i = 1, 2, \dots, r$ 。则  $Tar = \bigcup_{i=1}^r Tarsub_i$ 。设基地集合为  $base = \{base_1, base_2, \dots, base_n\}$ ,  $n$  为基地的数量。共有  $m$  架无人机,分散于  $n$  个基地中。不同基地的无人机携带的载荷不同。某个基地  $base_i (1 \leq i \leq n)$  的无人机集合为  $UAV^{base_i} = \{UAV_1^{base_i}, UAV_2^{base_i}, \dots, UAV_s^{base_i}\}$ ,  $s$  为该基地的无人机数量。

定义目标  $Tar_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的集合为  $num^{Tar_i} = \{num_1^{Tar_i}, num_2^{Tar_i}, \dots, num_n^{Tar_i}\}$ , 其中  $num_j^{Tar_i} (j = 1, 2, \dots, n)$  表示目标  $Tar_i$  被来自基地  $base_j$  的无人机所侦察的次数, 集合  $t^{Tar_i} = \{t_1^{Tar_i}, t_2^{Tar_i}, \dots, t_n^{Tar_i}\}$  中的  $t_j^{Tar_i} (j = 1, 2, \dots, n)$  表示目标  $Tar_i$  被来自基地  $base_j$  的无人机最后一次侦察时所对应的时间。

目标与目标、目标与基地之间的路径用矩阵  $(d_{ij})_{(k+n) \times (k+n)}$  来表示,  $d_{ij}$  表示  $i$  目标或基地到  $j$  目标或基地之间的距离。若两点之间无路径,则  $d_{ij} = 0$ 。每一行元素形成集合  $D_i (i = 1, 2, \dots, k+n)$ , 表示当前处于  $i$  点的无人机下一步的选择策略集合。

定义集合  $sequ_j^{base_i} = \{seq_1, seq_2, \dots, seq_{k+n}\}$  为来自

基地  $base_i$  的第  $j$  架无人机侦察过的目标(包括基地)序列,定义集合  $time_j^{base_i} = \{tim_1, tim_2, \dots, tim_{k+n}\}$  为该架侦察相应目标(包括基地)时所对应的时间。

### 2.3 数学模型

对某一架无人机来说,在从某个基地出发再回到该基地的过程中侦察过多少个目标是未知的,即经历的阶段是未知的,用符号  $ph$  表示阶段, $ph$  为从 1 开始取值的整数。但时间约束是已知的。引入决策变量  $x_q^{base_p}_{ij} (p = 1, 2, \dots, n; q = 1, 2, \dots, s; i, j \in (Tar \cup base))$ ,  $x_q^{base_p}_{ij} = 1$ , 表示来自基地  $base_p$  的序号为  $q$  的无人机从  $i$  目标飞到  $j$  目标;  $x_{ij} = 0$ , 表示该机不从  $i$  目标飞到  $j$  目标。

(1) 先考虑一架无人机的情形,预设时间窗为  $T_0$ 。设无人机的出发时间为  $t_{set}$ , 续航时间为  $T$ , 平均航速为  $v$ 。该机从基地  $base_p$  出发, 侦察若干目标之后, 就近进入某基地维护保养, 维护所需时间为  $t_0$ , 之后再侦察若干目标, 然后返回基地  $base_p$ 。为了尽可能充分利用预定允许时间, 选择策略为每次都选择与该机当前所在位置相关联的路径中的最大值。数学模型如下:

$$\max dist = \max \left( \sum_{i \in base} \sum_{j \in Tar} x_q^{base_p}_{ij} d_{ij} + \sum_{i \in Tar} \sum_{j \in Tar} x_q^{base_p}_{ij} d_{ij} \right) \quad (1)$$

$$+ \sum_{i \in Tar} \sum_{j \in base} x_q^{base_p}_{ij} d_{ij} \quad (2)$$

$$dist(1) = \sum_{i \in base} \sum_{j \in Tar} x_q^{base_p}_{ij} d_{ij} \quad (2)$$

$$dist(ph + 1) = dist(ph) + \max \{d_{ij} | (d_{ij} \in D_i) \wedge (i \in sequ_q^{base_p}) \wedge (j \notin base)\} \quad (3)$$

$$dist(ph + 2) = dist(ph + 1) + \max \{d_{ij} | (d_{ij} \in D_i) \wedge (i \in sequ_q^{base_p}) \wedge (j \in base)\} \quad (4)$$

$$\mu T \leq \frac{dist(ph + 2)}{v} \leq T \quad (5)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^k x_q^{base_p}_{ij} \leq 1, i, j \in Tar, 1 \leq i \leq k \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^k x_q^{base_p}_{ij} + \sum_{w=1}^k x_q^{base_p}_{iw} = 2, i \in base \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_q^{base_p}_{ij} = 1, (i \in Tar) \wedge (j \in base) \quad (8)$$

$$x_q^{base_p}_{ij} + x_q^{base_p}_{ji} \leq 1, i, j \in (Tar \cup base) \quad (9)$$

$$\frac{\max dist}{v} \leq (T_0 - t_0) \quad (10)$$

式(1)为目标函数,表示无人机可以飞行的最

大里程;式(2)表示从基地出发侦察到第 1 个目标所飞行的距离,这是整个侦察过程中第一阶段的状态变量;式(3)与式(4)为状态转移方程,表示每次都选择与当前位置相关的路径中的最大值,而后者表示进入了维护保养基地;式(5)表示此时所用时间应不超过续航时间,但是为了提高效率,航行时间应至少超过续航时间的  $\mu$  倍,  $\mu$  是一个可以提高路径选择灵活性的变量;式(6)表示  $i$  目标直达  $j$  目标最多只可选一条路径;式(7)表示出发点与返回点为同一基地;式(8)表示选择某一基地维修保养;式(9)表示从  $i$  到  $j$  是单程的;式(10)为时间约束条件,表示这一过程发生在允许的时间窗口  $T_0$  内。

(2) 再考虑多架无人机的情形。如果某基地  $base_i$  有多架无人机协同侦察,则按集合  $UAV^{base_i}$  中无人机的顺序依次按以上策略选择路径。如果考虑多个基地,则按集合  $base$  中元素的顺序,依次对每个基地执行以上策略。当无人机尚未返回原基地又出现无目标可选的情形时,例如该机为来自  $base_i$  基地的第  $j$  架无人机,则该机被淘汰,删除该机已侦察过的目标序列  $sequ_j^{base_i}$  及对应的时间  $time_j^{base_i}$ ,并同时删除集合  $num^{Tar_i}$  与  $t^{Tar_i} (i = 1, 2, \dots, k)$  中的相应信息。

(3) 目标有不同的类型。不妨记重点目标集合为  $Tarsub_1$ , 需要被各种类型的载荷各侦察一次,两次侦察之间的间隔时间为  $t_A$ , 则:

$$num_1^{Tar_i} + num_2^{Tar_i} + \dots + num_n^{Tar_i} = n, Tar_i \in Tarsub_1 \quad (11)$$

$$num_j^{Tar_i} = 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

设  $a_1 = \min \{t_j^{Tar_i} | t_j^{Tar_i} \in t^{Tar_i}\}$ ,  $a_2 = \min \{t_j^{Tar_i} | t_j^{Tar_i} \in (t^{Tar_i} - \{a_1\})\}$ ,  $\dots$ ,  $a_n = \min \{t_j^{Tar_i} | t_j^{Tar_i} \in (t^{Tar_i} - (\bigcup_{c=1}^{n-1} \{a_c\}))\}$ , 则:

$$a_1 + t_A \leq a_2, a_2 + t_A \leq a_3, \dots, a_{n-1} + t_A \leq a_n \quad (13)$$

记较为重要的目标集合为  $Tarsub_2$ , 需要至少被其中任意两种载荷各侦察一次,并且有两次侦察之间的间隔时间为  $t_B$ , 则:

$$2 \leq num_1^{Tar_i} + num_2^{Tar_i} + \dots + num_n^{Tar_i} \leq 3, \quad (14)$$

$$Tar_i \in Tarsub_2$$

$$num_j^{Tar_i} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

设  $b_1 = \min \{t_j^{Tar_i} | (t_j^{Tar_i} \in t^{Tar_i}) \wedge (t_j^{Tar_i} \neq 0)\}$ ,  $b_2 = \max \{t_j^{Tar_i} | t_j^{Tar_i} \in t^{Tar_i}\}$ , 则:

$$b_1 + t_B \leq b_2 \quad (16)$$

记一般的目标集合为  $Tarsub_3$ , 至少被其中任



意一种载荷侦察一次,则:

$$1 \leq num_1^{Tar_i} + num_2^{Tar_i} + \cdots + num_n^{Tar_i} \leq 2, \quad (17)$$

$$Tar_i \in Tarsub_3$$

$$num_j^{Tar_i} \leq 1, j = 1, 2, \cdots, n \quad (18)$$

通过以上模型将一个非确定的 NP-hard 问题转换为若干个同类型的局部子问题的组合,降低了问题的求解难度。求解过程可以通过 Lindo 或 Lingo 软件来实现。在问题规模较小时,该方法的运行速度很快;但随着问题规模的增加,求解难度也在呈指数级增长。

### 3 模型算例

假设现有三个可供无人机起降的停靠基地,分别为基地  $base_1, base_2, base_3$ 。每个基地均配备一定数量的 FY 系列无人机,每架无人机可携带一种任务载荷。假设基地  $base_1$  的无人机携带红外传感

器,基地  $base_2$  的无人机携带摄像机,基地  $base_3$  的无人机携带合成孔径雷达。要侦察 30 个目标,其中有 6 个 A 类目标,13 个 B 类目标,11 个 C 类目标。其相对位置及航路如图 1 所示。根据目标的特点和实际需要,要求对 A 类目标每天用不同的载荷侦察 3 次,并且间隔时间 4 ~ 8 h;对 B 类目标每天至少用不同的载荷侦察 2 次,间隔时间大于 6 h;对 C 类目标每天至少用某种载荷侦察一次。该型无人机平均航速 200 km/h,最大续航时间为 10 h。无人机根据续航能力可以选择最近的基地降落,进行能量补充和必要的维护保养,每次需要时间 5 h,之后可以连续执行侦察任务,但在 24 h 内执行完之后,一定要返回原来的停靠基地。

要解决的问题是:确定完成 30 个目标点的侦察任务至少需要配备的无人机数量,并给出 24 h 内较优的无人机调度策略。

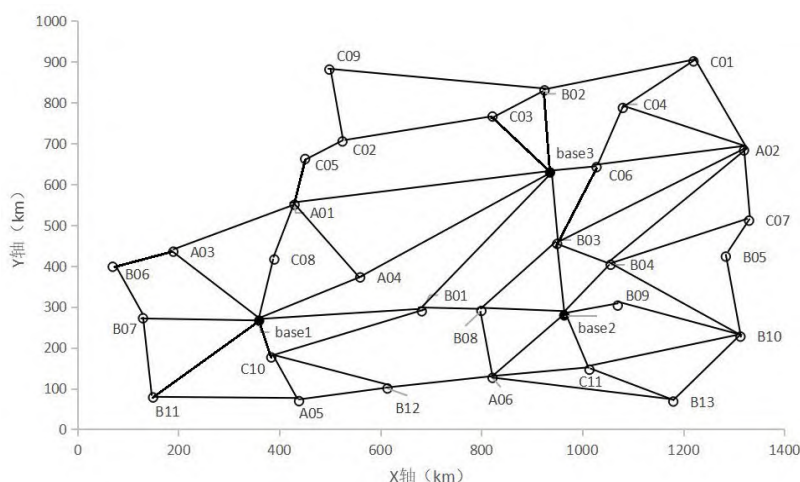


图 1 各基地和各目标的位置及航路连接示意图

先考虑只派出 1 架无人机的情形,假设从基地  $base_1$  出发,按照式(2)~(5)所确定的策略,在图 1 的允许路径中寻找满足约束条件(6)~(10)的哈密顿回路。再考虑多无人机的情况,计算步骤如下。

(1) 数据初始化。

(2) 记出发点为  $i$  点,在与出发点相关的所有路径中选距离最大的一条,记与之相连的目标点为  $j$  点,通过条件  $(x_{ij} = 1) \vee (x_{ji} = 1)$  来判断  $j$  点(包括基地)是否已被同一出发基地的无人机侦察过,如果是,放弃该路径,选择除该路径外距离最大的另一条,再次将与之相连的目标点记为  $j$  点并判断是

否已被同一出发基地的无人机侦察过,直到所选目标点尚未被侦察过为止。将所选路径的距离加入变量  $dist$  中,判断是否满足条件  $\frac{dist}{v} \leq T$  (假设  $T = 10$  h),如果不满足,放弃这条路径并从  $dist$  中减去该距离,然后选择除该路径外距离最大的另一条并将此距离加入变量  $dist$  中,再次判断上述条件是否满足,直到所选择的路径满足以上条件为止。把相关目标点记录在  $sequ_1^{base_1}$  中,将对应的时间记录在  $time_1^{base_1}$  中,并同时在集合  $num^{Tar_j}$  与  $t^{Tar_j}$  中记录相应

信息,给变量  $x_{ij}$  赋值 1。然后以此时位置为出发点  $i$  点,继续执行以下步骤。

若从  $i$  点开始,之后确无路径可选,则删除  $sequ_1^{base_1}$  及  $time_1^{base_1}$  中关于  $i$  点的记录,并同时删除集合  $num^{Tar_i}$  与  $t^{Tar_i}$  中的相应信息,然后回到上一目标点,重复步骤(2)的过程。若直至退回到出发基地都无路径可选,则删除该无人机。

(3) 如果  $i$  点是基地,判断条件  $\frac{dist}{v} < \mu T$  (取  $\mu = 0.95$ ) 是否成立,若成立,删除该点,回到上一目标点并重复步骤(2)的过程。执行这一步的目的是为了避免从基地出发不久就直接进入下一基地,以便提高时间的利用效率。若  $\frac{dist}{v} < \mu T$  不成立,则

此时无人机进入基地进行维护保养。如果  $i$  点不是基地,则以  $i$  点作为出发点,重复步骤(2),直到进入基地为止。

(4) 无人机经过一段时间的维护保养后,从当前基地出发,重复步骤(2)的过程,直至返回原出发地。

(5) 按照基地  $base_1$  中无人机的序号执行以上步骤(1)~(4),若某一目标已被选择过,则同一基地的其他无人机不能再现。

(6) 按照基地序号执行以上步骤(1)~(5),A类目标满足条件(11)~(13),B类目标满足条件(14)~(16),C类目标满足条件(17)(18)。

流程图如图 2 所示。

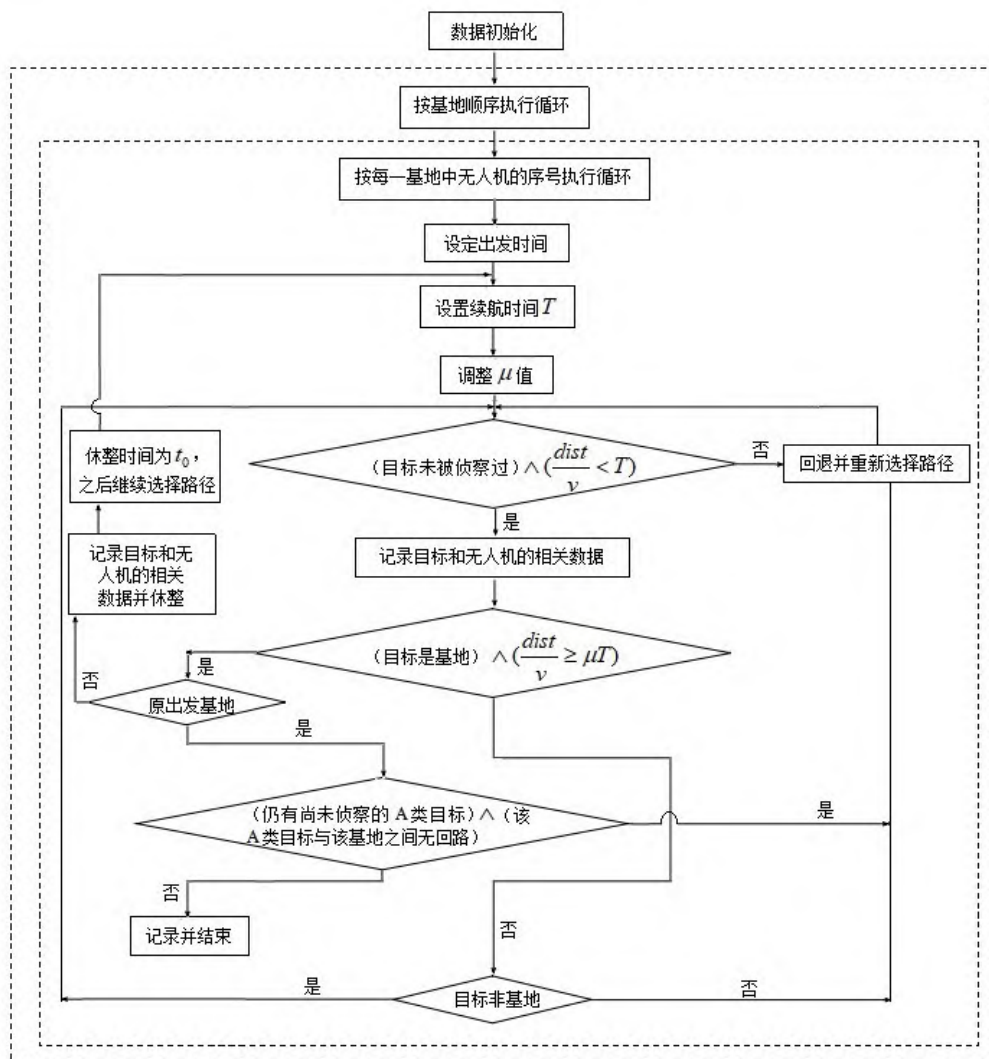


图 2 路径动态规划流程图

因 A 类目标必须被所有类型的载荷侦察到,所以每架无人机返回原基地后都需要做一个判断,即对该基地来说是否仍有尚未侦察到的 A 类目标并且该目标与该基地之间是否不存在回路,如果判断结果均是肯定的,则须将该架无人机的路径一步步回退,直到上述判断出现否定为止。

随着基地序号的增加,待侦察目标逐渐减少,所属基地中无人机选择路径的难度也在迅速增大,会出现仍有目标未被侦察但却无路径可选的情形,也会出现无法回到原出发地的情形。改变  $\mu$  值的大小可以增强选择策略的灵活性,避免以上情况发生。对于基地  $base_1$  的第一架无人机,设置  $\mu = 0.95$ ; 对于基地  $base_2$  的第一架无人机,设置  $\mu = 0.8$ ; 对于基地  $base_3$  的第一架无人机,设置  $\mu = 0.3$ 。为了满足各类目标侦察间隔时间的要求,需要设定无人机的出发时间。基地  $base_1$  与基地  $base_2$  的各架无人机同时出发,基地  $base_3$  的第二架无人机延迟 2.5 h 出发。

完成全部任务需要 7 架无人机,各架无人机的路径及所侦察过的目标如图 3~图 5 所示。各架无人机所属基地、起飞延迟时间、航行距离、航行(包括维护)时间见表 1。

表 1 各基地所派无人机航行情况

基地	架次	起飞延迟时间(h)	航行距离(km)	航行(包括维护)时间(h)
$base_1$	①	0	3 701	23.5
	②	0	2 081	15.4
$base_2$	①	0	2 190	16.0
	②	0	2 733	18.7
	③	0	897	4.5
$base_3$	①	0	2 423	17.1
	②	2.5	3 245	21.2

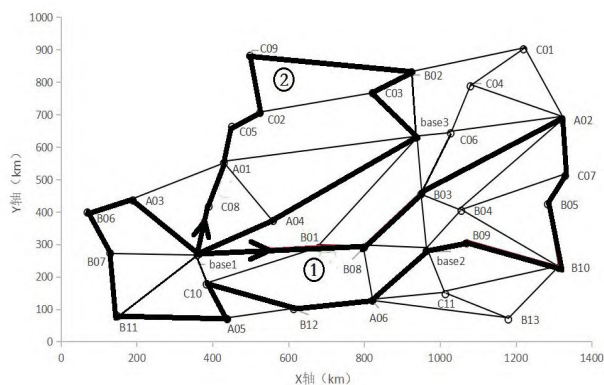


图 3 从基地  $base_1$  出发的无人机侦察路线(粗黑线)

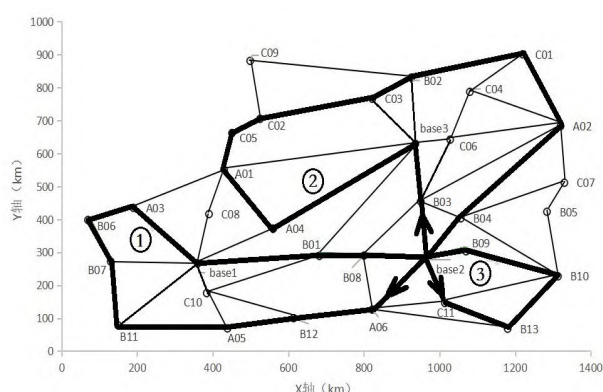


图 4 从基地  $base_2$  出发的无人机侦察路线(粗黑线)

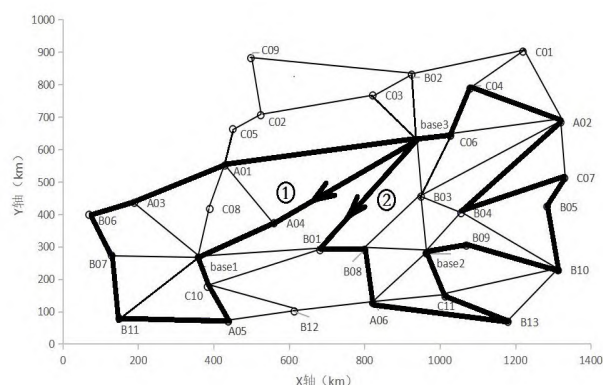


图 5 从基地  $base_3$  出发的无人机侦察路线(粗黑线)

## 4 结论

本文采用动态规划的思想,将所述问题转化为寻找满足约束条件的、能够覆盖最大数量目标的、个数最少的哈密顿回路的问题。

在算法的执行过程中,为了减弱动态规划算法的确定性,增强策略执行的灵活性,设置了多个可调节的参数,例如出发时间、续航时间  $\mu$  的取值,以及多种回退的条件如下。

- (1) 目标已经被选过或出现无路可选的情形时。
- (2) 当连续飞行时间大于续航时间时。
- (3) 当下一个目标是未访问过的基地但连续飞行时间小于  $\mu T$  时。
- (4) 当下一个目标非基地但连续飞行时间大于  $\mu T$  时。
- (5) 当下一个目标是已被访问过的基地但并非原出发基地时。
- (6) 当侦察到某一目标时,与该目标上一次被

侦察的时间间隔不满足要求时。

(7) 各基地以是否还有 A 类目标未被侦察作为是否再次派出无人机的判据。

所有这些回退的条件,使得确定性的动态规划算法具有了类似于智能算法的较强的灵活性,却不易出现智能算法的无解或陷入局部最优解的状况。

本文的创新点在于研究了在规定的时间内多种类型的无人机对多种类型的目标按照频次及时间间隔等约束条件协同完成侦察任务的路径规划问题,建立了兼具确定性与灵活性的动态规划算法数学模型,并且通过模拟实例验证了该算法有效性。不足之处是当目标较多、计算规模较大时,计算的复杂度也以指数级增大。

## 参考文献

- [1] 王伟峰,吴勇超,张旭,等.基于栅格法的移动机器人单元分解遍历方法研究[J].自动化技术与应用,2013,32(11):34-38,42.
- [2] 江泽强,朱旋,李琪.突发威胁下的无人机实时航迹规划[J].指挥与控制学报,2017,3(3):240-244.
- [3] 聂俊岚,张庆杰,王艳芬.基于加权 Voronoi 图的无人飞行器航迹规划[J].飞行力学,2015,33(4):339-343.
- [4] 倪天伟,江红,林金珠.基于改进人工势场法的移动机器人避障路径规划算法[J].常州大学学报(自然科学版),2016,28(5):74-77.
- [5] 赵丽华,万晓冬.基于改进 A 算法的多无人机协同路径规划[J].电子测量技术,2020,43(7):72-75,166.
- [6] 杨健,董力勇,王鸿,等.应用分层优化法的多协作无人机任务规划方法[J].指挥与控制学报,2019,5(1):41-46.
- [7] 陈麒杰,晋玉强,韩露.无人机路径规划算法研究综述[J].飞航导弹,2020(5):54-58.
- [8] 杨旭,王锐,张涛.面向无人机集群路径规划的智能优化算法综述[J].控制理论与应用,2020,37(11):2291-2302.
- [9] 庞强伟,胡永江,李文广,等.多无人机协同侦察任务规划方法研究综述[J].电讯技术,2019,59(6):741-748.
- [10] ZHANG L, ZHU Y, SHI X C. A hierarchical decision-making method with a fuzzy ant colony algorithm for mission planning of multiple UAVs[J]. Information (Switzerland), 2020,11(4):226-245.
- [11] MOHAMED A, REN J, HUANG X S, et al. Comparative study of dynamic programming and Pontryagin's minimum principle for autonomous multi-wheeled combat vehicle path planning[J]. International Journal of Heavy Vehicle Systems, 2019,26(3-4):565-577.
- [12] 张洪,袁健.动态路径规划的多用户导航策略[J].信息与电脑(理论版),2013(6):162-164.
- [13] WU B, QIAN L J, LU M L, et al. Optimal control problem of multi-vehicle cooperative autonomous parking trajectory planning in a connected vehicle environment[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2019,13(11):1677-1685.
- [14] 戴光明,杜安红,王茂才,等.避障问题最短路径的两级动态规划算法[J].华中科技大学学报(自然科学版),2006(3):122-124.
- [15] COLLISCHONN W, PILAR J V. A direction dependent least-cost-path algorithm for roads and canals[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2000,14(4):397-406.
- [16] 沈淑梅,姚臣.启发式动态任务调度与航路规划方法[J].电光与控制,2012,19(9):63-66,79.
- [17] LÉCHEVIN N, RABBATH C A. A hierarchical decision and information system for multi-aircraft combat missions[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2010,224(2):133-148.
- [18] BRACCI A, INNOCENTI M, POLLINI L. Cooperative task assignment using dynamic ranking[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2008,41(2):5712-5717.
- [19] DING Y L, XIN B, CHEN J, et al. Path Planning of Messenger UAV in Air-ground Coordination[J]. IFAC Papers On Line, 2017,50(1):8045-8051.
- [20] 童玮,李业军,沈焕生,等.基于动态规划的无人机协同侦察路线规划[J].军事通信技术,2016,37(3):11-14.

## 作者贡献声明

王静:分析问题并提供解决方案,查阅文献,编程计算,论文写作;王艳红:分析问题并提供解决方案,查阅文献;周玉鑫:分析问题并提供解决方案,查阅文献;张文斌:为本文提供应用背景与项目支持。

(责任编辑:刘书江)