

基于滑模的多无人机系统协同编队控制

鞠 爽¹, 王 晶², 窦立亚¹, 顾维博¹

(1. 北京化工大学信息科学与技术学院, 北京 100029;

2. 北方工业大学电气与控制工程学院, 北京 100144)

摘要:针对具有非完整约束的多无人机系统编队控制问题,提出了一种基于滑模的协同编队控制算法。控制目标是使多无人机系统能够收敛到期望编队,并且能够跟踪上期望的运动轨迹。在领导-跟随结构中,编队的期望运动轨迹由一个动态的虚拟领导者来表示,仅部分跟随者先验已知虚拟领导者信息,并且所有跟随者之间只能局部交互信息。首先,采用分布式状态观测器,使所有跟随者能够在有限时间内估计出虚拟领导者的状态。然后,利用该观测器的估计状态,提出了基于滑模的协同编队控制算法。最后,基于李雅普诺夫稳定性理论证明了多无人机系统的稳定性,并且通过5架无人机的仿真验证了所提算法的有效性。

关键词:编队控制;协同控制;滑模控制;非完整约束;状态观测器

中图分类号:V19

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2022)05-0074-10

Cooperative Formation Control of Multiple UAV Systems Based on Sliding Mode Control

JU Shuang¹, WANG Jing², DOU Li-ya¹, GU Wei-bo¹

(1. College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029;

2. School of Electrical and Control Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144)

Abstract: A cooperative formation control algorithm is proposed based on sliding mode control for multiple unmanned aerial vehicle (UAV) systems with nonholonomic constraints. The control objective is to make the multiple UAV system converge to the desired formation and track the desired trajectory. In the leader-follower structure, the desired trajectory of the formation is represented by a dynamic virtual leader. Firstly, a distributed state observer is used to estimate the state of the virtual leader in finite time. Then, a cooperative formation control algorithm based on sliding mode is proposed by using the estimated state of the observer. The stability of multiple UAV system is proved based on Lyapunov stability theory, and the effectiveness of the proposed algorithm is verified by the simulation of five UAVs.

Key words: Formation control; Cooperative control; Sliding mode control; Nonholonomic constraint; State observer

收稿日期:2022-01-07;修订日期:2022-03-09

基金项目:国家自然科学基金(62103031, 61973023);北京市自然科学基金(4202052)

作者简介:鞠爽(1992-),女,在校博士生,主要从事多智能体编队控制方面的研究。

通信作者:王晶(1972-),女,教授,主要从事多无人机协同容错控制方面的研究。

0 引言

近年来,无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)在救援任务、监视、侦察、航空摄影等领域的应用十分广泛,受到了极大的关注^[1]。值得指出的是,在某些特定的环境下,单架 UAV 难以实现更加复杂的控制目标或者应对更加复杂的工作环境,如自然灾害监测、军事探测、追击目标、航空测绘等^[2-3]。因此,多 UAV 系统协同编队控制研究作为 UAV 控制中的一个重要研究课题,逐渐成为研究的热点^[4-5]。多 UAV 系统编队控制的目标是使一组 UAV 在运动的同时能够保持一定的期望几何编队。多 UAV 系统编队控制的核心思想是在代数图论的基础上,设计一致性控制策略以达到控制目标。

实际上,领导-跟随结构方法和虚拟结构方法可以看作是基于一致性的编队控制方法的特例^[6]。在求解编队控制问题时,通常将期望的编队轨迹重新表示为一致性状态,并用虚拟领队来表示。领导者独立于追随者,但对追随者的行为有影响。然后,可以通过只控制虚拟领导者的行为,进而实现一组跟随者的控制目标。文献[7]研究了领导者静止但通信拓扑是切换拓扑时的一致性状态,当领导者动态变化时,该问题更具有挑战性。文献[8-10]分别研究了一阶、二阶和高阶多智能体系统的领导-跟随一致性问题。文献[11]针对无人机动力学模型,提出了基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制。文献[12]研究了全向移动小车编队的轨迹跟踪问题。对于移动体的运动规划而言,可以分为完整约束和非完整约束两类,能够减少位置空间自由度的是完整约束,不能减少位置空间自由度但能减少速度空间自由度的是非完整约束。相较于完整约束,非完整约束对于系统可能的运动具有限制条件,尽管这个问题很有挑战性,众多专家也对非完整约束系统的编队控制开展了一系列研究并取得了优秀的成果^[13]。文献[14]研究了链式非完整约束系统的编队控制问题,提出了一种基于观测器的一致性算法。文献[15]研究了有限时间非完整约束移动机器人的编队控制问题。文献[16]研究了基于紫外线方位和测距视觉相对定位系统的多旋翼 UAV 领导-跟随编队控制问题。文献[17]研究了领导者匀速运动情况下,跟随者模型具有不确定性的跟随编队控制问题。

滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)的主要思

想是将被控系统的状态量拉到预先设计的滑模面并保持在滑模面上运动,具有鲁棒性好、响应快速、易于理解和实现等优点^[18-19]。文献[20]通过 SMC 实现了对单个 UAV 的位置控制与姿态控制。文献[21]针对多 UAV 系统,提出了基于滑模干扰观测器的动态面控制算法,保证了编队控制系统的控制精度和鲁棒性。文献[22]提出了一种基于自适应非奇异终端超曲面 SMC 算法,解决了在有外部扰动条件下的 UAV 和无人地面机器人的编队控制问题。文献[23]提出了一种分散 SMC 算法,使无人机群在高度和航向角上达到一致。然而,目前对于非完整约束模型的 UAV 系统的基于 SMC 的协同编队控制问题的研究还不充分。

鉴于此,本文针对一类具有非完整约束的多 UAV 系统,提出了一种基于 SMC 的协同编队控制算法。主要贡献总结如下:

1)在领导-跟随结构下,采用分布式状态观测器,在仅部分跟随者先验已知虚拟领导者信息,并且所有跟随者之间只需局部交互信息的情况下,所有跟随者能够在有限时间内估计出虚拟领导者的状态。文献[22]需要所有跟随者得到领导者信息,文献[13]研究了无领导者编队的有限时间控制问题,所有无人机需发送和接收邻居信息。从通信和信息交互的角度而言,本文采用的分布式状态观测器适用于更多的应用场景。

2)利用分布式观测器的估计状态,提出了基于滑模的协同编队控制算法。与文献[13, 22]类似,本文所提控制算法是基于滑模的,能够使误差系统状态在有限时间内到达滑模面,使所有无人机渐近收敛到期望编队,并且能够跟踪上期望的运动轨迹。由于滑模面的设计与被控对象的参数及扰动无关,也就使得处于滑模运动的系统具有很好的鲁棒性。文献[15]所提算法可以使无人机能够在有限时间内稳定,但是未讨论算法的鲁棒性。另外,与文献[13]所提出的 SMC 算法相比,本文所提控制器参数需满足的条件简单,控制器实现方便。

符号说明: \mathbf{R} 为实数集, \mathbf{R}^+ 为正实数集, \mathbf{R}^n 为 n 维实数列向量组成的集合, $\mathbf{R}^{m \times n}$ 为 $m \times n$ 维实数矩阵组成的集合。对集合 $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}, x \in \mathbf{B}/\mathbf{A}$ 表示 $x \in \mathbf{B}$ 且 $x \notin \mathbf{A}$ 。 $\text{sgn}(\ast)$ 表示 \ast 的符号函数, $\text{sig}^a(\ast) = |\ast|^a \text{sgn}(\ast)$ 。

1 问题描述与预备知识

1.1 图论

考虑领导-跟随结构下多 UAV 系统中包含 n 架

UAV 作为跟随者,1 架虚拟 UAV 作为领导者。跟随者之间的通信拓扑可以用无向图 $G = (V, \varepsilon, A)$ 来描述,其中 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点集, $\varepsilon \subseteq V \times V$ 表示边集,边 (i, j) 表示节点 i 与节点 j 可以通信,并表示节点 i 是节点 j 的邻居,节点 i 的邻居集合用 $N_i = \{j \in V : (i, j) \in \varepsilon\}$ 表示。在有 n 个节点的加权图中,邻接矩阵 $A_n = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示通信状态,当 $a_{ij} > 0$ 表示节点 j 与节点 i 之间可通信, $a_{ij} = 0$ 时不通信。定义入度矩阵为 $D = \text{diag}(d_{ii})$,其中 $d_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}$ 。定义 Laplacian 矩阵为 $L = D - A \in \mathbf{R}^{n \times n}$,其中 $L = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $l_{ij} \leq 0, i \neq j$ 和 $\sum_{j=1}^n l_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, n$ 。

为了表达方便,假设 n 个跟随者的编号为 $1, 2, \dots, n$,虚拟领导者的编号为 0 。领导者与跟随者之间的通信可以用一个有向图 \tilde{G} 表示。仅图 G 中的部分跟随者能够知道虚拟领导者信息,而虚拟领导者不知道任何跟随者信息。图 G 中的跟随者与虚拟领导者的连接权重用 b_i 表示。如果跟随者 i 与虚拟领导者相连,那么 $b_i > 0$,反之, $b_i = 0$ 。令 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 。本文考虑无向图 G 是连通的,且虚拟领导者的状态至少被 n 个跟随者中的部分跟随者已知,也就是说 $B \neq 0$ 。可以得到 $L + B$ 是正定的,该结论在领导-跟随多 UAV 系统中十分常见。

1.2 问题描述

考虑 n 个跟随者在平面上运动,它们满足经典的四旋翼 UAV 非完整约束动力学模型。在全局坐标系下,跟随者的动态表达式如下

$$\dot{x}_i = v_i \cos \varphi_i, \dot{y}_i = v_i \sin \varphi_i, \dot{\varphi}_i = \omega_i \quad (1)$$

其中, $[x_i; y_i] \in \mathbf{R}^2$ 表示 UAV_{*i*} 的位置; $v_i \in \mathbf{R}$ 表示 UAV_{*i*} 的线速度; $\omega_i \in \mathbf{R}$ 表示 UAV_{*i*} 的角速度; $\varphi_i \in [-\pi, \pi)$ 表示 UAV_{*i*} 的偏航角; $i = 1, 2, \dots, n$ 。

虚拟领导者的表达式如下

$$\dot{x}_0 = v_0 \cos \varphi_0, \dot{y}_0 = v_0 \sin \varphi_0, \dot{\varphi}_0 = \omega_0 \quad (2)$$

其中, $[x_0; y_0] \in \mathbf{R}^2$ 表示虚拟领导者的位置; $v_0 \in \mathbf{R}$ 表示虚拟领导者的线速度; $\omega_0 \in \mathbf{R}$ 表示虚拟领导者的角速度; $\varphi_0 \in [-\pi, \pi)$ 表示虚拟领导者的偏航角。

在领导-跟随结构下,仅部分跟随者先验已知虚拟领导者信息,并且所有跟随者之间只能局部交互信息。多 UAV 系统要实现的两个控制目标,第一个是使多 UAV 系统能够收敛到期望几何编队 Π ,

编队 Π 中跟随者在全局坐标系下的期望位置向量用 (f_i^x, f_i^y) 表示;第二个是令编队 Π 的运动轨迹跟踪上虚拟领导者的运动轨迹 Γ ,即:

目标 1: n 个跟随者能够收敛至期望编队 Π ,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_j^x - f_i^x \\ f_j^y - f_i^y \end{bmatrix} \quad (3)$$

目标 2: n 个跟随者能够跟踪上期望轨迹 Γ ,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - y_0 \\ \varphi_i - \varphi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $i, j = 1, 2, \dots, n$ 。

1.3 相关引理

首先,给出一些关于齐次性的引理。

引理 1 文献[24]考虑连续向量函数

$$h(x) = (h_1(x), h_2(x), \dots, h_n(x))^T$$

被称为是具有齐次度 $\sigma, \sigma \in \mathbf{R}, \sigma \geq -\max\{\mu_i, i = 1, 2, \dots, n\}, \mu_i > 0$,当对于任意给定的 $\varepsilon > 0$,存在 $h_i(\varepsilon^{\mu_1} x_1, \dots, \varepsilon^{\mu_n} x_n) = \varepsilon^{\sigma + \mu_i} h_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n, \varepsilon > 0$ 。如果 $h(x)$ 是齐次的,那么系统 $\dot{x} = h(x)$ 也是齐次的。

引理 2 文献[25]考虑如下系统

$$\dot{x} = h(x), h(0) = 0, x \in \mathbf{R}^n \quad (5)$$

其中, $h(x)$ 是连续函数。假设系统(5)的齐次度为 σ 。如果初始值是渐近稳定的并且 $\sigma < 0$,那么系统的初始状态是有限时间稳定的。

引理 3 文献[24]考虑系统(5),假设存在一个连续函数 $V(x): U \rightarrow \mathbf{R}$ 满足如下条件:

1) $V(x)$ 是正定的。

2) 存在实数 $c > 0, \alpha \in (0, 1)$ 和原点附近的邻居集 $U_0 \in U$,使 $\dot{V}(x) + c(V(x))^\alpha \leq 0, x \in U_0 \setminus \{0\}$ 成立,那么可以得到系统原点是一个有限时间稳定的,有限时间为

$$T(x) \leq \frac{1}{c(1-\alpha)} V(x)^{1-\alpha}$$

如果 $U = U_0 = \mathbf{R}^n$,那么原点是全局有限时间稳定的。

引理 4 文献[26]如果存在一个可微函数 $h(t): \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$,当 $t \rightarrow \infty$ 时有极值,并且函数 $h(t)$ 的导数可以写成两个函数的和,用 h_1 和 h_2 表示,即 $\dot{h} = h_1 + h_2$,其中, h_1 是一致连续的函数, $\lim_{t \rightarrow \infty} h_2 = 0$,那

么 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{h} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{h}_1 = 0$ 。

值得指出的是,仅图 G 中的部分跟随者能够知道虚拟领导者信息。因此,本节还给出了一个关于分布式状态观测器的引理,用于估计虚拟领导者的状态,为控制器的设计奠定基础。

引理 5 文献[15]针对系统(1)和(2),设计分布式观测器如下

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_i &= \Theta_i \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} \dot{\hat{x}}_j + b_i \dot{x}_0 \right) - \\ &\quad \lambda_1 \Theta_i \operatorname{sig}^a \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{x}_i - \hat{x}_j) + b_i (\hat{x}_i - x_0) \right) \\ \dot{\hat{y}}_i &= \Theta_i \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} \dot{\hat{y}}_j + b_i \dot{y}_0 \right) - \\ &\quad \lambda_2 \Theta_i \operatorname{sig}^b \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{y}_i - \hat{y}_j) + b_i (\hat{y}_i - y_0) \right) \\ \dot{\hat{\varphi}}_i &= \Theta_i \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} \dot{\hat{\varphi}}_j + b_i \dot{\varphi}_0 \right) - \\ &\quad \lambda_3 \Theta_i \operatorname{sig}^c \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\varphi}_i - \hat{\varphi}_j) + b_i (\hat{\varphi}_i - \varphi_0) \right)\end{aligned}$$

其中

$$\Theta_i = \frac{1}{\sum_{j \in N_i} a_{ij} + b_i}$$

$\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{\varphi}_i$ 分别为跟随者 i 对虚拟领导者的估计信息, $i=1,2,\dots,n$ 。参数满足 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$ 和 $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$, 对于 $\forall t \geq t_0$, 存在 $\hat{x}_i = x_0, \hat{y}_i = y_0, \hat{\varphi}_i = \varphi_0$, 其中, t_0 是有限时间。

2 主要结果

本章在引理 5 中有限时间观测器的基础上,设计了协同编队控制器。

根据引理 5, 对于 $\forall t \geq t_0$, 跟随者 i 对虚拟领导者的估计信息等于其实际信息, 即, $\hat{x}_i = x_0, \hat{y}_i = y_0, \hat{\varphi}_i = \varphi_0$ 。令跟随者 i 对虚拟领导者估计的角速度与速度满足

$$\hat{w}_i = \dot{\hat{\varphi}}_i, \hat{v}_i = \operatorname{sgn}(\dot{\hat{x}}_i \cos(\hat{\varphi}_i)) (\dot{\hat{x}}_i^2 + \dot{\hat{y}}_i^2)^{1/2} \quad (6)$$

可以得到, 当 $t \geq t_0$ 时, 估计角速度与速度等于虚拟领导者实际角速度和速度, 即 $\hat{w}_i = w_0, \hat{v}_i = v_0$ 。

2.1 误差系统 & 问题转化

首先, 采用引理 5 中的状态观测器, 在全局坐标系下, 定义如下误差系统

$$\begin{cases} \dot{p}_i^x = \dot{x}_i - x_i + f_i^x - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j^x \\ \dot{p}_i^y = \dot{y}_i - y_i + f_i^y - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j^y \\ \dot{p}_i^\varphi = \dot{\varphi}_i - \varphi_i \end{cases} \quad (7)$$

其中, $i=1,2,\dots,n$ 。由于状态观测器在 $t \geq t_0$ 时, 存在 $\hat{x}_i = x_0, \hat{y}_i = y_0, \hat{\varphi}_i = \varphi_0$, 误差系统(7)转化为

$$\begin{cases} \dot{p}_i^x = x_0 - x_i + f_i^x - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j^x \\ \dot{p}_i^y = y_0 - y_i + f_i^y - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j^y \\ \dot{p}_i^\varphi = \varphi_0 - \varphi_i \end{cases} \quad (8)$$

为了实现前文提到的编队控制问题, 仅需要满足如下控制目标

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_i^x = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} p_i^y = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} p_i^\varphi = 0 \quad (9)$$

理由如下: 一方面, 当式(9)满足时, 存在

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (p_j^x - p_i^x) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (p_j^y - p_i^y) = 0$$

$i, j=1,2,\dots,n$ 。根据式(8)可知, 目标 1(3)满足。另一方面, 当式(9)满足时, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n p_i^x = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n p_i^y = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} p_i^\varphi = 0$$

根据式(8)可知, 目标 2(4)满足。

为方便控制器设计, 将全局坐标系下的误差系统(7)转化为笛卡尔坐标系下的误差系统, 表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_i^x \\ \dot{e}_i^y \\ \dot{e}_i^\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_i^x \\ \dot{p}_i^y \\ \dot{p}_i^\varphi \end{bmatrix} \quad (10)$$

当 $t \geq t_0$ 时, 误差系统(10)表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_i^x \\ \dot{e}_i^y \\ \dot{e}_i^\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i^x \\ p_i^y \\ p_i^\varphi \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据式(1)、式(2)和式(8), 对式(11)求导可以得出误差系统的动态表达式为

$$\begin{cases} \dot{e}_i^x = e_i^y w_i - v_i + v_0 \cos e_i^\varphi \\ \dot{e}_i^y = -e_i^x w_i + v_0 \sin e_i^\varphi \\ \dot{e}_i^\varphi = w_0 - w_i \end{cases} \quad (12)$$

鉴于此, 多 UAV 系统的编队控制问题可以转化为误差系统(12)的稳定性问题, 即: 设计合适的控制率 v_i 和 w_i 使误差系统(12)稳定, 可以满足控制目标(9), 进而满足控制目标(3)、(4)。

2.2 协同编队控制器设计

设计角速度滑模面为

$$\hat{s}_i^w = \int_0^t [b_i \operatorname{sig}^\eta(\hat{e}_i^\varphi) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^\kappa(\hat{e}_i^\varphi - \hat{e}_j^\varphi)] dt + \hat{e}_i^\varphi \quad (13)$$

其中, $0 < \eta, \kappa < 1$ 。设计相应的趋近律为 $-\epsilon_i^w \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^w)$, 其中 $\epsilon_i^w > 0$, ϵ_i^w 表示角速度趋近于滑模面 \hat{s}_i^w 的速度。对式(13)进行求导, 可以得出

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_i^w &= \hat{w}_i - w_i + b_i \operatorname{sig}^\eta(\hat{e}_i^\varphi) + \\ &\quad \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^\kappa(\hat{e}_i^\varphi - \hat{e}_j^\varphi) \end{aligned}$$

令 $\dot{\hat{s}}_i^w = -\epsilon_i^w \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^w)$, 可以得出

$$w_i = \hat{w}_i + \epsilon_i^w \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^w) + b_i \operatorname{sig}^\eta(\hat{e}_i^\varphi) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^\kappa(\hat{e}_i^\varphi - \hat{e}_j^\varphi) \quad (14)$$

设计速度的滑模面为

$$\begin{aligned} \hat{s}_i^v &= \hat{e}_i^x - \hat{e}_i^y + \int_0^t b_i w_0 (k_i^x \hat{e}_i^x - k_i^y \hat{e}_i^y) dt + \int_0^t \sum_{j=1}^n a_{ij} w_0 \cdot \\ &\quad [k_{ij}^x (\hat{e}_i^x - \hat{e}_j^x) - k_{ij}^y (\hat{e}_i^y - \hat{e}_j^y)] dt \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $k_i^x, k_i^y, k_{ij}^x, k_{ij}^y > 0$ 。对式(15)求导, 得出

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}}_i^v &= w_i \hat{e}_i^y - v_i + \hat{v}_i \cos \hat{e}_i^\varphi + w_i \hat{e}_i^x - \hat{v}_i \sin \hat{e}_i^\varphi + \\ &\quad b_i k_i^x w_0 \hat{e}_i^x - b_i k_i^y w_0 \hat{e}_i^y + \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x w_0 (\hat{e}_i^x - \hat{e}_j^x) - \\ &\quad \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y w_0 (\hat{e}_i^y - \hat{e}_j^y) \end{aligned}$$

设计相应的趋近律为 $-\epsilon_i^v \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^v)$, 其中 ϵ_i^v 表示趋近于滑模面 \hat{s}_i^v 的速度。令 $\dot{\hat{s}}_i^v = -\epsilon_i^v \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^v)$, 可以得到速度控制率为

$$\begin{aligned} v_i &= \epsilon_i^v \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^v) + \hat{v}_i \cos \hat{e}_i^\varphi + w_i \hat{e}_i^y + w_i \hat{e}_i^x - \hat{v}_i \sin \hat{e}_i^\varphi + \\ &\quad b_i k_i^x w_0 \hat{e}_i^x - b_i k_i^y w_0 \hat{e}_i^y + \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x w_0 (\hat{e}_i^x - \hat{e}_j^x) - \\ &\quad \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y w_0 (\hat{e}_i^y - \hat{e}_j^y) \end{aligned} \quad (16)$$

2.3 主要定理

定理 1 考虑多 UAV 系统(1), 其通信拓扑 G 是连通的。如果 UAV 的角速度与速度分别设计为式(14)和式(16), 那么可以使误差系统(12)状态分别在有限时间内全局收敛至角速度滑模面 \hat{s}_i^w 和速度滑模面 \hat{s}_i^v , 有限时间为 t_s 。

证明: 定义 Lyapunov 函数

$$V_i^w = \frac{1}{2} (\hat{s}_i^w)^2$$

对其求导并将式(13)代入, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_i^w &= \hat{s}_i^w [\hat{w}_i - w_i + b_i \operatorname{sig}^\eta(\hat{e}_i^\varphi) + \\ &\quad \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^\kappa(\hat{e}_i^\varphi - \hat{e}_j^\varphi)] \end{aligned}$$

将角速度式(14)代入上式, 可以得出

$$\dot{V}_i^w = -\hat{s}_i^w \epsilon_i^w \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^w) = -\epsilon_i^w |\hat{s}_i^w| \leq 0$$

可以得出 $\dot{V}_i^w + \sqrt{2} \epsilon_i^w (V_i^w)^{\frac{1}{2}} \leq 0, \epsilon_i^w > 0$ 。根据引理 3, 跟随者 i 的状态能够在有限时间 t_i^w 到达滑模面 \hat{s}_i^w 。

设计如下 Lyapunov 函数

$$V_i^v = \frac{1}{2} (\hat{s}_i^v)^2$$

对其求导可以得出

$$\begin{aligned} \dot{V}_i^v &= \hat{s}_i^v (w_i \hat{e}_i^y - v_i + \hat{v}_i \cos \hat{e}_i^\varphi + w_i \hat{e}_i^x - \\ &\quad \hat{v}_i \sin \hat{e}_i^\varphi) + \hat{s}_i^v b_i w_0 (k_i^x \hat{e}_i^x - k_i^y \hat{e}_i^y) + \\ &\quad \hat{s}_i^v \sum_{j=1}^n a_{ij} w_0 k_{ij}^x (\hat{e}_i^x - \hat{e}_j^x) - \\ &\quad \hat{s}_i^v \sum_{j=1}^n a_{ij} w_0 k_{ij}^y (\hat{e}_i^y - \hat{e}_j^y) \end{aligned}$$

将速度式(16)代入上式, 可以得出

$$\dot{V}_i^v = -\hat{s}_i^v \epsilon_i^v \operatorname{sgn}(\hat{s}_i^v) = -\epsilon_i^v |\hat{s}_i^v| \leq 0$$

可以得出 $\dot{V}_i^v + \sqrt{2} \epsilon_i^v (V_i^v)^{\frac{1}{2}} \leq 0, \epsilon_i^v > 0$ 。根据引理 3, 跟随者 i 的状态能够在有限时间 t_i^v 到达滑模面 \hat{s}_i^v 。

因此, 所有跟随者的状态均到达各自滑模面的有限时间为 $t_s = \max\{t_i^w, t_i^v\}, i = 1, 2, \dots, n$ 。另外, 由于分布式估计器在有限时间 t_0 收敛后得到误差系统(12), 再经过时间 t_s , 误差系统(12)的状态到达滑模面, 可以得出 $t_s > t_0$ 。

证明成立。

定理 2 考虑误差系统(12), 当系统状态在分别到达角速度滑模面 \hat{s}_i^w 和速度滑模面 \hat{s}_i^v 以后, 误差系统(12)是全局渐近稳定的, 可以实现控制目标(3)、(4), 即: 多 UAV 系统能够形成期望编队队形 Π , 并且能够跟踪上期望轨迹 Γ 。

证明: 分为以下三个步骤。

步骤 1 证明 $\lim_{t \rightarrow t_\varphi} e_i^\varphi = 0$ 。

当 $t > t_0$ 时, $\hat{w}_i = w_0, \hat{e}_i^\varphi = e_i^\varphi, \hat{e}_j^\varphi = e_j^\varphi$, 角速度控制率式(14)表示为

$$w_i = w_0 + b_i \operatorname{sig}^\eta(e_i^\varphi) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^\kappa(e_i^\varphi - e_j^\varphi)$$

根据上式, 可以得出

$$\dot{e}_i^\varphi = -b_i \operatorname{sig}^\eta(e_i^\varphi) - \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^\kappa(e_i^\varphi - e_j^\varphi) \quad (17)$$

设计 Lyapunov 函数 $V_i^\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (e_i^\varphi)^2$ 对其求导, 并将式(17)代入可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i^{\varphi} &= \sum_{i=1}^n e_i^{\varphi} [-b_i \operatorname{sig}^{\eta}(e_i^{\varphi}) - \sum_{j=1}^n a_{ij} \operatorname{sig}^{\kappa}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi})] \\
&= -\sum_{i=1}^n b_i e_i^{\varphi} \operatorname{sig}^{\eta}(e_i^{\varphi}) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} e_i^{\varphi} \operatorname{sig}^{\kappa}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \\
&= -\sum_{i=1}^n b_i e_i^{\varphi} \operatorname{sig}^{\eta}(e_i^{\varphi}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij} + a_{ji}) e_i^{\varphi} \operatorname{sig}^{\kappa}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \\
&= -\sum_{i=1}^n b_i e_i^{\varphi} \operatorname{sig}^{\eta}(e_i^{\varphi}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \operatorname{sig}^{\kappa}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \\
&= -\sum_{i=1}^n b_i |e_i^{\varphi}|^{1+\eta} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} |e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}|^{1+\kappa}
\end{aligned}$$

因此, $\dot{V}_i^{\varphi} \leq 0$, 偏航角误差系统(17)是稳定的。

根据齐次系统的定义, 令 $\dot{e}_i^{\varphi} = f(e_1^{\varphi}, \dots, e_n^{\varphi})$, $r_i > 0$, 给定常数 ε , 且 $\varepsilon > 0$ 。可以得到

$$\begin{aligned}
&f(\varepsilon^{r_1} e_1^{\varphi}, \dots, \varepsilon^{r_n} e_n^{\varphi}) \\
&= -\operatorname{sig}^{\eta}(\varepsilon^{r_i} e_i^{\varphi}) - \operatorname{sig}^{\kappa}(\varepsilon^{r_i} e_i^{\varphi} - \varepsilon^{r_j} e_j^{\varphi}) \\
&= -|\varepsilon^{r_i} e_i^{\varphi}|^{\eta} \operatorname{sgn}(\varepsilon^{r_i} e_i^{\varphi}) - |\varepsilon^{r_i} e_i^{\varphi} - \varepsilon^{r_j} e_j^{\varphi}|^{\kappa} \operatorname{sgn}(\varepsilon^{r_i} e_i^{\varphi} - \varepsilon^{r_j} e_j^{\varphi}) \\
&= -\varepsilon^{r_i \star \eta} |e_i^{\varphi}|^{\eta} \operatorname{sgn}(e_i^{\varphi}) - \varepsilon^{r_i \kappa} |e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}|^{\kappa} \operatorname{sgn}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \\
&= -\varepsilon^{\frac{1-q}{1+q}} |e_i^{\varphi}|^{\eta} \operatorname{sgn}(e_i^{\varphi}) - \varepsilon^{\frac{1-q}{1+q}} |e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}|^{\kappa} \operatorname{sgn}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \\
&= \varepsilon^{\frac{-q}{1+q}} \varepsilon^{\frac{1}{1+q}} f(e_1^{\varphi}, \dots, e_n^{\varphi}) \varepsilon^{\frac{1-q}{1+q}} |e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}|^{\kappa} \operatorname{sgn}(e_i^{\varphi} - e_j^{\varphi}) \\
&= \varepsilon^{\frac{-q}{1+q}} \varepsilon^{\frac{1}{1+q}} f(e_1^{\varphi}, \dots, e_n^{\varphi})
\end{aligned}$$

可以得出偏航角误差系统(17)是一个带有扩展 $[1/(1+q), \dots, 1/(1+q)]$ 的 $\sigma = -q/(1+q)$ 阶次的齐次系统。根据引理 1 和 2 可知, 系统偏航角误差(17) 是一个有限时间 $t_{\varphi} > t_0$ 收敛的系统, 即, 当 $t \geq t_{\varphi}$ 时, $e_i^{\varphi} \rightarrow 0$ 。

步骤 2 证明 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i^x = 0$ 。

当 $t \geq t_{\varphi}$ 时, $w_i = w_0$, $e_i^{\varphi} \rightarrow 0$, 即, $\hat{v}_i = v_0$, $\hat{e}_i^x = e_i^x$, $\hat{e}_i^y = e_i^y$, $\hat{e}_j^x = e_j^x$, $\hat{e}_j^y = e_j^y$ 。根据式(12), 可以得到

$$\begin{cases} \dot{e}_i^x = w_0 e_i^y - v_i + v_0 \\ \dot{e}_i^y = -w_0 e_i^x \end{cases}$$

速度控制率(16)等价于

$$\begin{aligned}
v_i &= v_0 + w_0 e_i^y + w_0 e_i^x + b_i k_i^x w_0 e_i^x - \\
&b_i k_i^y w_0 e_i^y + \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x w_0 (e_i^x - e_j^x) - \\
&\sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y w_0 (e_i^y - e_j^y)
\end{aligned} \quad (18)$$

设计 Lyapunov 函数

$$V_i^x(e_i^x, e_i^y) = \frac{1}{2w_0} \sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 + \frac{1}{2w_0} \sum_{i=1}^n b_i k_i^y (e_i^y)^2 +$$

$$\frac{1}{2w_0} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y (e_i^y - e_j^y)^2$$

对上式进行求导, 得出

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i^x(e_i^x, e_i^y) &= \frac{1}{w_0} \sum_{i=1}^n e_i^x (w_0 e_i^y - v_i + v_0) - \\
&\sum_{i=1}^n b_i k_i^y e_i^x e_i^y - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y e_i^x (e_i^y - e_j^y)
\end{aligned}$$

将式(18)代入上式, 得出

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i^x(e_i^x, e_i^y) &= -\sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 - \sum_{i=1}^n b_i k_i^x (e_i^x)^2 + \\
&\sum_{i=1}^n b_i k_i^y e_i^x e_i^y - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x e_i^x (e_i^x - e_j^x) + \\
&\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y e_i^x (e_i^y - e_j^y) - \sum_{i=1}^n b_i k_i^y e_i^x e_i^y - \\
&\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y e_i^x (e_i^y - e_j^y) \\
&= -\sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 - \sum_{i=1}^n b_i k_i^x (e_i^x)^2 - \\
&\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij}^x (a_{ij} + a_{ji}) e_i^x (e_i^x - e_j^x) \\
&= -\sum_{i=1}^n (1 + b_i k_i^x) (e_i^x)^2 - \\
&\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x (e_i^x - e_j^x)^2 \leq 0
\end{aligned}$$

因为 $V_i^x(e_i^x, e_i^y) > 0$ 且 $\dot{V}_i^x(e_i^x, e_i^y) \leq 0$, 可以得出 $V_i^x(e_i^x, e_i^y)$ 是非增且有界的, 进而可以得到 e_i^x 及 e_i^y 是有界的。因此, 在 \dot{e}_i^x 与 \dot{e}_i^y 均有界的前提下, 可以得出 $\dot{V}_i^x(e_i^x, e_i^y)$ 也有界。根据 Barbalat 引理, 可以得出 $\dot{V}_i^x(e_i^x, e_i^y) \rightarrow 0$, 进而可以推出当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_i^x \rightarrow 0 (i=1, 2, \dots, n)$ 。

步骤 3 证明 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i^y = 0$ 。

考虑 Lyapunov 函数 $V_i^y(e_i^x, e_i^y) = \frac{1}{w_0} \sum_{i=1}^n e_i^x e_i^y$

并求导, 可以得出

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i^y(e_i^x, e_i^y) &= \frac{1}{w_0} \sum_{i=1}^n e_i^x \dot{e}_i^y + \frac{1}{w_0} \sum_{i=1}^n e_i^y \dot{e}_i^x \\
&= -\sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 + \frac{1}{w_0} \sum_{i=1}^n e_i^y (w_0 e_i^y - v_i + v_0)
\end{aligned}$$

将式(18)代入上式可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i^y(e_i^x, e_i^y) &= -\sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 - \sum_{i=1}^n e_i^x e_i^y - \sum_{i=1}^n b_i k_i^x e_i^x e_i^y + \\
&\sum_{i=1}^n b_i k_i^y (e_i^y)^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x e_i^x (e_i^x - e_j^x) + \\
&\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y e_i^y (e_i^y - e_j^y)
\end{aligned}$$

$$= -\sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 - \sum_{i=1}^n e_i^x e_i^y - \sum_{i=1}^n b_i k_i^x e_i^x e_i^y + \sum_{i=1}^n b_i k_i^y (e_i^y)^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x e_i^y (e_i^x - e_j^x) - e_j^x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y (e_i^y - e_j^y)^2$$

将上式分解为 r_1 和 r_2 , 分别表示为

$$r_1 = \sum_{i=1}^n b_i k_i^y (e_i^y)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y (e_i^y - e_j^y)^2$$

$$r_2 = -\sum_{i=1}^n (e_i^x)^2 - \sum_{i=1}^n (1 + b_i k_i^x) e_i^x e_i^y -$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^x e_i^y (e_i^x - e_j^x)$$

因为 $e_i^x \rightarrow 0$, 可以得出 $r_2 \rightarrow 0$ 。对 r_1 求导, 可以得出

$$\dot{r}_1 = -\sum_{i=1}^n b_i k_i^y w_0 e_i^x e_i^y - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_{ij}^y w_0 e_i^x (e_i^y - e_j^y)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_i^x \rightarrow 0$, 可以得出当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{r}_1 \rightarrow 0$ 。根据引理 4, 可以得出 $r_1 \rightarrow 0$, 进而可以推导出 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i^y \rightarrow 0 (i=1, 2, \dots, n)$ 。这表明对于系统(1)而言, 控制目标(3)、(4)达到, 即, 多 UAV 系统能够形成期望编队队形, 并且能够跟踪上期望轨迹。

证明成立。

3 仿真验证

在本章中, 用数值仿真来验证所提方法的有效性。考虑图 1 所示的通信拓扑结构, 其中 0 表示虚拟领导者, 1~4 表示跟随者。根据图 1, 矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 分别设置为 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 和 $\mathbf{B} = \text{diag}\{1, 0, 1, 0\}$ 。

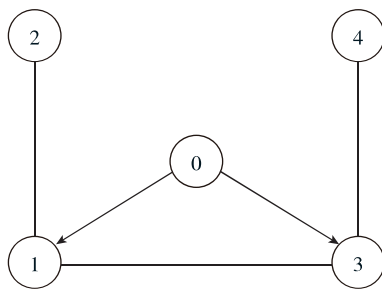


图 1 多无人机通信拓扑

Fig 1 Communication topology of multi-UAVs

初始位置为 $[x_0(0), y_0(0), \varphi_0(0)]^T = [15, 10, 20]^T$, $x(0) = [20, 25, 32, -2]^T$, $y(0) = [20, 28, -3, 2]^T$, $\varphi(0) = [-20, 30, 40, -30]^T$ 。期望编队中

心与各个跟随者在 x 方向和 y 方向的期望距离分别为 $[-15, 15, -15, 15]^T$ 和 $[-10, -10, 10, 10]^T$ 。其他参数如表 1 所示。

表 1 仿真实验参数

Tab 1 Parameters of the simulation

符号	数值	符号	数值	符号	数值	符号	数值
λ_1	7	λ_2	6	λ_3	0.001	α	0.7
β	0.7	γ	0.7	k_1^x	1.01	k_2^x	1.15
k_3^x	1.12	k_4^x	1.01	k_1^y	0.62	k_2^y	0.62
k_3^y	0.61	k_4^y	0.6	ϵ_1^v	3	ϵ_2^v	3
ϵ_3^v	5	ϵ_4^v	3	ϵ_1^w	15	ϵ_2^w	15
ϵ_3^w	15	ϵ_4^w	15	k_{12}^x	1.01	k_{21}^x	1.17
k_{31}^x	1.12	k_{43}^x	1.01	k_{12}^y	0.6	k_{21}^y	0.61
k_{31}^y	0.61	k_{43}^y	0.6	η	0.4	κ	0.3

图 2 所示为多无人机编队轨迹, 可以看出 4 架无人机能够保持一个方形编队并跟踪上期望轨迹。图 3 所示分别为角速度和速度滑模面的变化曲线。可以看出, 本文所提控制算法能够使速度与加速度滑模面快速收敛到零。图 4 所示分别为跟随者与领导者 x 方向和 y 方向的实际距离与期望距离误差。可以看出, 该误差趋近于零, 但存在一定的抖振。在实际应用中, 可采用饱和函数替换符号函数, 以减少抖振带来的影响^[27]。

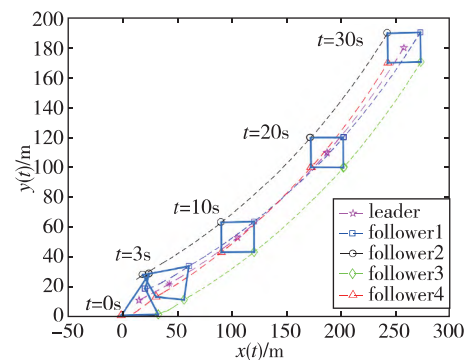


图 2 多无人机编队轨迹(系统无不确定项)

Fig 2 Formation trajectories of multi-UAVs (no system uncertainty)

受到文献[18]的启发, 考虑实际系统往往存在不确定项, 本文的系统模型(1)可以表示为

$$\dot{x}_i = v_i \cos \varphi_i + \chi_i^x,$$

$$\dot{y}_i = v_i \sin \varphi_i + \chi_i^y, \dot{\varphi}_i = w_i + \chi_i^\varphi$$

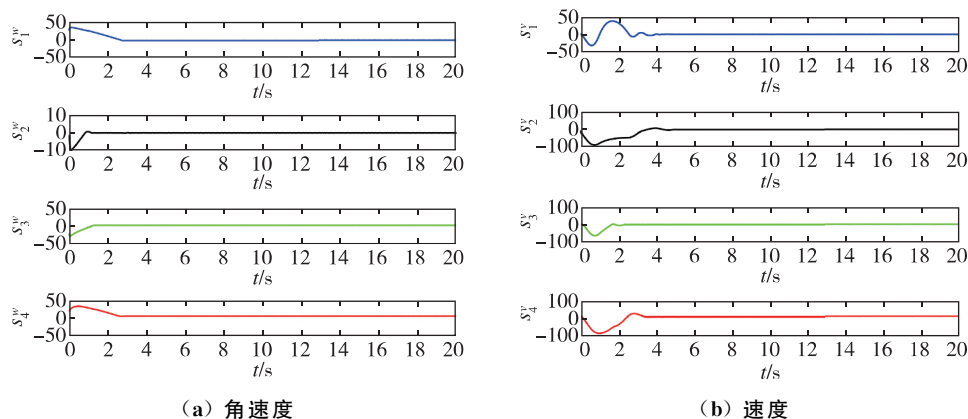


图3 角速度和速度滑模面

Fig 3 Sliding surfaces of angular velocity and velocity

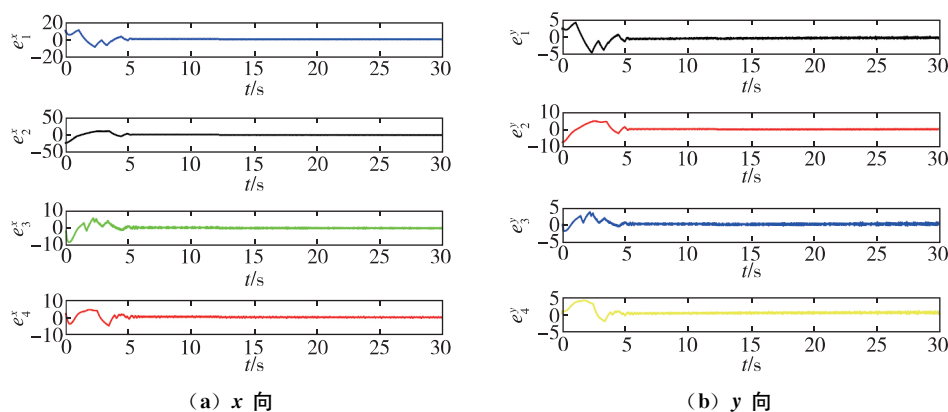


图4 跟随者与领导者x和y方向实际距离与期望距离的误差

Fig 4 Errors between actual distance and desired distance between follower and leader in x and y direction

其中, χ_i^x, χ_i^y 与 χ_i^φ 为有界的不确定项, 此处分别设置为 $\chi_i^x = 1.5\sin(t), \chi_i^y = 1.5\sin(t)$ 与 $\chi_i^\varphi = 2.5\cos(t), i=1,2,3,4$ 。文献[21]设计了基于滑模观测器(干扰观测器)的动态面控制算法, 使跟踪误差收敛到一个小的邻域中, 保证了编队系统的鲁棒性。当系统存在不确定项时, 采用本文所提算法(未采用干扰观测器技术), 得到多无人机编队轨迹如图5所示。对比文献[21]中的控制效果以及系统无不确定项时多无人机编队轨迹(图2), 可以看出, 尽管系统受到不确定项的影响, 本文算法依然能够获得良好的控制效果, 具有一定的鲁棒性。

4 结论

针对一类具有非完整约束的多无人机系统, 提出了一种基于滑模的协同编队控制算法。

1) 采用分布式状态观测器, 使所有跟随者能够在有限时间内估计出虚拟领导者的状态。利用该观测器的估计状态, 提出了一种基于滑模的协同编

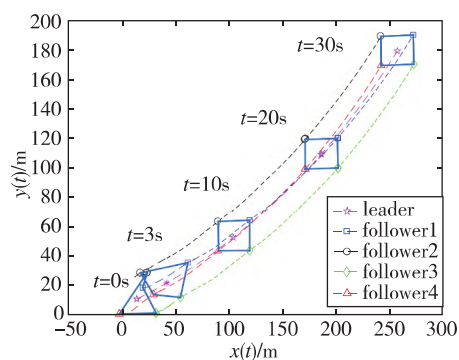


图5 多无人机编队轨迹(系统存在不确定项)

Fig 5 Formation trajectories of multi-UAVs (system uncertainty exists)

队控制算法。基于李雅普诺夫稳定性理论证明了多无人机系统的稳定性。

2) 在系统不存在和存在不确定项这两种情况下, 将所提算法应用于5架无人机编队控制中, 得出的仿真结果显示多无人机系统最终能够收敛到期望编队, 并且能够跟踪上期望的运动轨迹。这表

明所提算法是有效的并且具有一定的鲁棒性。

3) 本文所设计的方法仅适用于跟随者之间的通信为无向的情况, 在未来工作中, 可考虑将此方法扩展至跟随者之间的通信是有向的情况, 并且考虑固定翼无人机的协同编队控制问题。

参考文献

- [1] 王婕, 马晓, 宗群, 等. 四旋翼无人飞行器的轨迹跟踪与滑模事件驱动控制[J]. 控制理论与应用, 2019, 36(7): 1083-1089.
Wang Jie, Ma Xiao, Zong Qun, et al. Trajectory tracking and sliding mode event triggered control of quadrotor UAV[J]. Control Theory & Applications, 2019, 36(7): 1083-1089(in Chinese).
- [2] Sud A, Andersen E, Curtis S, et al. Real-time path planning in dynamic virtual environments using multi-agent navigation graphs[J]. IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics, 2008, 14(3): 526-538.
- [3] Ding W, Yan G, Lin Z. Pursuit formations with dynamic control gains[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2012, 22(3): 300-317.
- [4] Dong X, Li Y, Lu C, et al. Time-varying formation tracking for UAV swarm systems with switching directed topologies[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2018, 30(12): 3674-3685.
- [5] 王宁, 王永, 余明裕. 四旋翼飞行器自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 60-69.
Wang Ning, Wang Yong, Er Meng-joo. Adaptive dynamic surface trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 60-69(in Chinese).
- [6] Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations[J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(2): 505-512.
- [7] Hong Y, Gao L, Cheng D, et al. Lyapunov-based approach to multiagent systems with switching jointly connected interconnection[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(5): 943-948.
- [8] Meng Z, Ren W, Cao Y, et al. Leaderless and leader-following consensus with communication and input delays under a directed network topology[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, 2011, 41(1): 75-88.
- [9] Ni J, Liu L, Liu C, et al. Fixed-time leader-following consensus for second-order multiagent systems with input delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 8635-8646.
- [10] Hua C, You X, Guan X. Leader-following consensus for a class of high-order nonlinear multi-agent systems[J]. Automatica, 2016, 73: 138-144.
- [11] 李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2423-2431.
Li Zhengping, Xian Bin. Robust distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles based on virtual structure[J]. Control Theory Applications, 2020, 37(11): 2423-2431(in Chinese).
- [12] 张晓峰, 于登秀, 冯喆, 等. 全向移动小车编队轨迹跟踪及防碰撞控制系统研究[J]. 无人系统技术, 2020, 3(6): 43-49.
Zhang Xiaofeng, Yu Dengxiu, Feng Zhe, et al. Trajectory tracking by mecanum wheeled omnidirectional vehicles in formation with collision avoidance[J]. Unmanned Systems Technology, 2020, 3(6): 43-49(in Chinese).
- [13] Jiang X, Xia G, Feng Z, et al. Nonfragile formation seeking of unmanned surface vehicles: a sliding mode control approach[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, DOI: 10.1109/TNSE.2021.3120552.
- [14] Sarrafan N, Zarei J. Bounded observer-based consensus algorithm for robust finite-time tracking control of multiple nonholonomic chained-form systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(10): 4933-4938.
- [15] Ou M, Du H, Li S. Finite-time formation control of multiple nonholonomic mobile robots[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2014, 24(1): 140-165.
- [16] Walter V, Staub N, Franchi A, et al. UVDAR system for visual relative localization with application to leader-follower formations of multirotor UAVs[J]. IEEE Robotics & Automation Letters, 2019, 4(3): 2637-2644.
- [17] Trinh M H, Tran Q V, Vu D V, et al. Robust tracking control of bearing-constrained leader-follower formation[J]. Automatica, 2021, 131(1): 109733.
- [18] 候明冬, 王印松. 轮式移动机器人的数据驱动轨迹跟踪滑模约束控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(6): 1353-1360.
Hou Mingdong, Wang Yinsong. Data-driven trajectory tracking sliding mode constraint control for wheeled mobile robot[J]. Control & Decision, 2020, 35(6): 1353-1360(in Chinese).
- [19] 胡凯, 陈旭, 杨平化, 等. 基于滑模变结构控制多机

- 器人协同编队的研究综述[J]. 南京信息工程大学学报, 2022, 14(2): 197-211.
- Hu Kai, Chen Xu, Yang Pinghua, et al. A survey of multi-robot cooperative formation based on sliding mode variable structure control[J]. Journal of Nanjing University of Information Engineering, 2022, 14(2): 197-211 (in Chinese).
- [20] Zheng E, Xiong J, Luo J. Second order sliding mode control for a quadrotor UAV[J]. ISA Transactions, 2014, 53(4): 1350-1356.
- [21] 赵红超, 赵建忠. 基于滑模干扰观测器的无人机编队动态面控制[J]. 飞行力学, 2021, 39(4): 45-51.
- Zhao Hongchao, Zhao Jianzhong. Dynamic surface control of UAV formation based on sliding mode disturbance observer[J]. Flight Dynamics, 2021, 39(4): 45-51(in Chinese).
- [22] Ullah N, Mehmood Y, Aslam J, et al. UAVs-UGV leader follower formation using adaptive non-singular terminal super twisting sliding mode control [J]. IEEE Access, 2021, 9: 74385-74405.
- [23] Rao S, Ghose D. Sliding mode control-based autopilots for leaderless consensus of unmanned aerial vehicles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(5): 1964-1972.
- [24] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal on Control & Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [25] Hong Y, Xu Y, Huang J. Finite-time control for robot manipulators [J]. Systems & Control Letters, 2002, 46(4): 243-253.
- [26] Dixon W E, Dawson D M, Zergeroglu E, et al. Non-linear control of wheeled mobile robots[R]. Lecture Notes in Control & Information Sciences. Springer-Verlag London Ltd. : London, 2001.
- [27] Pan Y, Du P, Xue H, et al. Singularity-free fixed-time fuzzy control for robotic systems with user-defined performance[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(8): 2388-2398.

(编辑:李瑾)