

Задача 1. Кое е цялото число n ?

$$1 - \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{1 - \sqrt{2}} \right) = n + \sqrt{2}.$$

Задача 2. Ако x_1 и x_2 са реалните корени на уравнението

$$(x^2 - x - 3) \cdot (x^2 - x + 3) = 0,$$

пресметнете

$$|x_1 - x_2|$$

Задача 3. Ако

$$A = (1 - x)(1 + x^2)(1 + x^4)(1 + x^8), B = x^{16} - 1, x \neq 1,$$

пресметнете

$$B - (x + 1)A$$

Задача 4. Пресметнете $(x - 1)^2 + (x - 2)^2$, ако $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Задача 5. Коя е дробната част на числото равно на $\sqrt{5} + \sqrt{6}$?

Резултатът запишете като ирационален израз

Задача 6. Делимото е $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$, а делителят е $x^2 + 5x + 4 \neq 0$.

Колко е частното?

Задача 7. За колко цели числа x е изпълнено неравенството?

$$\frac{x^2 - 4}{\sqrt{x + 2}} \leq 0$$

Задача 8. Коефициентът пред третата степен на кубично уравнение с корени 0, 1 и 2 е 2. Пресметнете коефициента пред първата му степен.

Задача 9. За колко четни двуцифрени числа n числото $\sqrt{n + 22}$ е рационално?

Задача 10. Ако

$$\sqrt{a^2 - 2a + 2} + \sqrt{b^2 - 4b + 5} = 2$$

пресметнете $a + b$.

Задача 11. С колко цифри се записва числото, което е равно на $(125^4)^5 \times (4^{10})^3$?

Задача 12. Нека a е положителен параметър. Един от корените на уравнението

$$x^3 - ax^2 - (a + 1)x + a^2 + a = 0$$

е a . Колко са всички реални корени?

Задача 13. Колко са наредените двойки числа естествени числа (x, y, z) , такива че

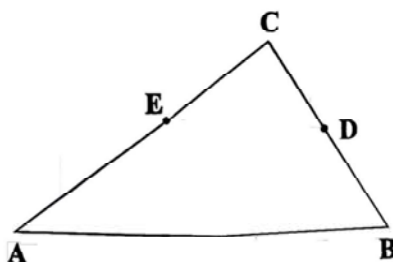
$$x + y + z = 8?$$

Задача 14. Външно за квадрата $ABCD$, върху страната AB , е построен равностранен $\triangle ABE$, а върху страната BC е построен равностранен $\triangle BCF$, така че точката F да е в квадрата. Пресметнете в сантиметри дължината на отсечката EF , ако страната на квадрата е $\sqrt{2}$ cm.

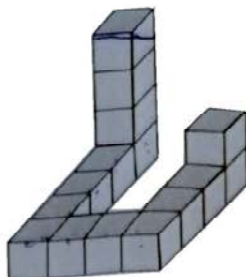
Задача 15. Ако x е квадрат на естествено число, кой е следващият по големина точен квадрат?

Задача 16. В правоъгълна координатна система Oxy с единична отсечка 1 cm са дадени точките $A(4;0)$ и $B(0;3)$. Точката M е във втори квадрант и лицата в квадратни сантиметри на $\triangle AOM$ и $\triangle BOM$ се изразяват с прости числа. Кои са координатите на точката M ?

Задача 17. В $\triangle ABC$ точката D е от страната BC и $CD:DB = 2:3$, а точката E е от страната AC и $CE:EA = 1:2$. Ако лицето на $\triangle CED$ е $x\%$ от лицето на $\triangle ABC$, пресметнете x .



Задача 18. Тяло е съставено от 15 еднакви кубчета. Колко най-малко кубчета са нужни още, за да построим това тяло до куб?



Задача 19. Пресметнете x и y , ако

$$\begin{cases} y^2 + 2x = 7 \\ x^2 + 6y = -17 \end{cases}$$

Задача 20. Кое е най-малкото число, което има 2023 делителя?

Пояснение: $2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$