МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9-12 КЛАС

ПРОЛЕТ 2016

УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,

Времето за работа по задачите е 60 минути.

За задачите с посочен отговор в листа за отговори посочвате буквата на верния отговор, а за задачите със свободен отговор – посочвате отговора.

Забранено е използването на учебници, калкулатори, мобилни телефони и справочници с формули.

За всеки правилен отговор се присъжда по 1 точка.

Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

Желаем успех!

Задача 1. Ако $\quad - 1 = y(\sqrt{x} + 1)$, тогава $\sqrt{x} + 1 =$

A) 0 **B)** $y + 1$ **C)** $y + 2$ **D)** y

Задача 2. Числата 2 и -3 са два от четирите корена на уравнението $\quad {}^4 - 13x^2 + 36 = 0$. Сборът на другите два корена е:

A) -1 **B)** 0 **C)** 1 **D)** друг отговор

Задача 3. Стойността на израза $\sqrt{(1-\sqrt{2})^6} : (1-\sqrt{2})^3$ е:

A) $3 - 2\sqrt{2}$ **B)** $-3 - 2\sqrt{2}$ **C)** 1 **D)** -1

Задача 4. Колко са решенията на уравнението $(x^2 - 1) . \sqrt{x - 2} = 0$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 5. Върху окръжност са отбелязани 8 точки. Колко е най-големият брой правоъгълни триъгълници с върхове 3 от дадените точки?

A) 24 **B)** 30 **C)** 36 **D)** 4

Задача 6. Преди 2 години A е бил на два пъти повече години от B, а преди три години B е бил три пъти по-млад от A. На колко години е A сега?

A) 12 **B)** 10 **C)** 8 **D)** 6

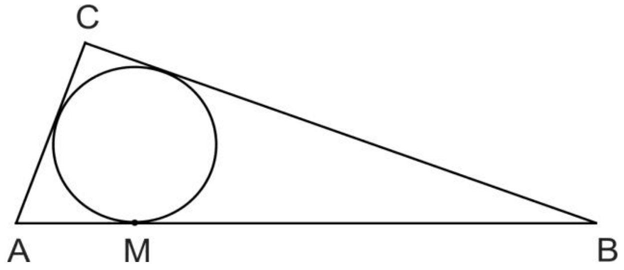
Задача 7. За колко естествени числа n може да се твърди, че $4n + 1$ се дели на $3n + 2$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** повече от 2

Задача 8. Остатъкът при делението на $5 + 4^2 + 4^3 + \cdots + 4^{2015} + 4^{2016}$ на 21, е:

A) 6 **B)** 4 **C)** 2 **D)** 1

Задача 9. Вписаната в правоъгълния триъгълник ABC окръжност има радиус окръжността е 1 cm и се допира до хипотенузата AB в точката M. Ако $AM = 3\ cm$, пресметнете $AB - BC$.



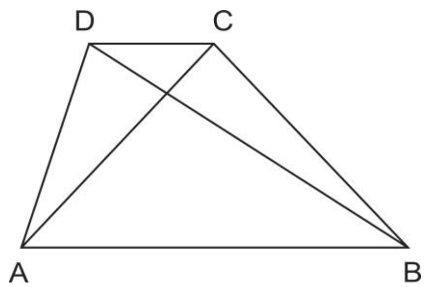
A) 1 cm **B)** 2 cm **C)** 3 cm **D)** 4 cm

Задача 10. Графиката на $y = |x - a|$, където a е параметър, и координатните оси заграждат триъгълник с лице 2 cm^2. Тогава най-малката стойност на израза $a^2 + 2a$ е

A) -1 **B)** 0 **C)** 8 **D)** друг отговор

Задача 11. Ако N и M са естествени числа, такива че $N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1$, пресметнете $N + M$.

Задача 12. Диагоналите на трапец по разделят на четири триъгълника, три от лицата на които са 4, 6 и 9 *кв. см*. Определете лицето на трапеца.



Задача 13. Колко саа реалните корените на уравнението $x^3 - |x| = 0$?

Задача 14. Шест деца A, B, C, D, E и F трябва да подредим в редица така, че A и B, C и D, E и F да са винаги един до друг. По колко начина можем да направим това?

Задача 15. Многочленът $x^2 + x + 1$ се записва във вида $A.(x-2)^2 + B.(x-2) + C$. Пресметнете стойността на $A + B + C$.

Задача 16. Числата 201 и 235 дават един и същ остатък 14 при делението на естественото число x? Пресметнете x.

Задача 17. Пресметнете A, ако $\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = A + \sqrt{2} - \sqrt{6}$.

Задача 18. Броят на диагоналите на изпъкнал N – ъгълник е 2015. Определете числото N.
Упътване: $\sqrt{16\,129} = 127$.

Задача 19. Коя може да бъде последната цифра (цифрата на единиците) на квадрата на цяло число, ако предпоследната цифра (цифрата на десетиците) е нечетна?

Задача 20. Да се пресметне лицето на триъгълник с дължини на медианите 9, 12 и 15.