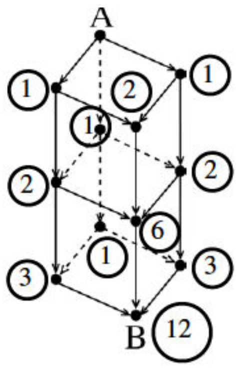
7 клас

Problem	Answer	Solution
1	-1	$\underbrace{(-1)\times(-1)^2 \ldots \times(-1)^{30}} = (-1)^{31\times 15} = -1.$
2	**4**	$\pi < x < 2\pi \Longrightarrow 3 < \pi < x < 2\pi < 7 \ \Longrightarrow$ $\lvert x-3\rvert + \lvert x-7\rvert = (x-3)-(x-7) = 4.$
3	19	$\frac{1}{1}+\frac{0{,}5}{\frac{2\times 3}{2}}+\frac{0{,}5}{\frac{3\times 4}{2}}+\cdots+\ \frac{0{,}5}{\frac{20\times 21}{2}} = 1+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{20}-\frac{1}{21}\right) = 1+\frac{19}{42} = 1\frac{19}{42}$
4	**47**	1209 = 3. 403 = 3.13.31 $\Longrightarrow$ търсеният сбор е 3 + 13 + 31 = 47.
5	**84**	Записваме: 135791113151719212325...899193... Броят на нечетните числа от 1 до 89 са 45. За записването им се използват 5 + 2.40 = 85 цифри.Тогава са записани 84 цифри, защото не броим цифрата 9 в числото 89.
6	**141**	Търсените числа са от вида НОК (4, 5, 14).N + 1 = 140N + 1. Най-малкото число е 1, следващото е 141. Търсеното число е 141.
7	**8**	Нека за определеност цената на стоката на борсата да е 100 лева. Първоначалната цена е била 100 + 20 % от 100 = 120. След това обаче стоката е намалена и цената й вече е 120 – 10 % от 120 = 108. Тогава реализираната печалба е 8 лева при цена на стоката 100 лева – т.е печалбата е 8 %.
8	**107**	Числата, които се делят на 3 са 67, а числата, които се делят на 5 са 40. Сред тях обаче има такива, които се делят и на 5 , и на 3 - това са всички числа, които се делят на 15 – броят им е 13. Неизтрите числа са 201 – (67 + 40 – 13) = 107.
9	**9**	$\underbrace{222\ +\ 222+\cdots+\ 222}_{9\ \text{събираеми}}$ + 22= 2020 Общо събираемите са 10, а използваните плюсове са 9.
10	**6**	$\frac{a}{21-a} \Longrightarrow a = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \ \Longrightarrow a = 1,2,4,5,8,10 \ \Longrightarrow 6$
11	**10**	Най-голямото цяло число, което дели и 18, и 45 е 9. Тогава броят на квадратите ще е (18:9).(45:9) = 2.5 = 10.

12	**10**	Нека $\sphericalangle MAD = 2x, \sphericalangle MBA = 4x, \sphericalangle MCD = 7x$. Тогава $\sphericalangle MAB = 90^0 - 2x = \sphericalangle BMA \Rightarrow AB = MB = BC \Rightarrow$ $\sphericalangle BMC = \sphericalangle MCB = 90^0 - 7x$. В триъгълник BMC ъглите са $90^0 - 7x,\ 90^0 - 7x,\ 90^0 - 4x \Rightarrow x = 5^0 \Rightarrow \sphericalangle BMC = 90^0 - 7 \times 5^0 = 55^0$. $\sphericalangle MCA = \sphericalangle MCB - \sphericalangle ACB = 55^0 - 45^0 = 10^0$
13	**152**	Всичките кубчета от вида 1×1×1 са 6×6×6 = 216. Премахваме кубчетата 1×1×1 с поне една боядисана стена – остава куб с ръб 4. Броят на небоядисаните кубчета е 4×4×4 =64 . Тогава кубчетата с поне една боядисана стена са 216 - 64 = 152.
14	**4**	Възможностите са две: *C* е между *A* и *B*, или *A* е между *B* и *C*. При първата възможност разстоянието между средите на посочените отсечки е 2 *см*, а при втората – 4 *см*. Тогава дължината на отсечката *BC* е 4 *см*.
15	**7**	Възможностите са: (5; 5; 6), (6; 6; 4), (7; 7; 2). Търсената стойност е 7 *см*.
16	$(z-y)$ $(x-z)$ $(x-y)$	Подреждаме по степените на *x*: $(y-z)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz(z-y) = (z-y)(x^2 - (z+y)x + yz)$ $= (z-y)(x-z)(x-y)$.
17	**12**	Числото трябва да се дели и на 9, и на 8. За да се дели на 8, то трябва да завършва на три нули, а броят на единиците трябва да е кратен на 9. Търсим най-малкото такова число и то е 111111111000. То се записва с 12 цифри.
18	**12**	За всяка точка отбелязваме броя на пътищата, по които може да се стигне до нея. За всяка точка, без точка *A*, числото записано в кръгчето съответства на сбора от числата в съседните ѝ точки, от които се стига до нея. 
19	**32**	Момичетата , които не могат да плуват са 10 и този брой е $\frac{5}{7}$ от всички

		момичета. Получаваме, че момичетата са 14. От тях само 4 плуват. $\frac{1}{9}$ от всички плувци са 4, тогава децата които умеят да плуват са 36. От тях 36 – 4 = 32 са момчета.
20	**0**	45!, 46!, 47!, 48!, 49! завършват на точно 10 нули, а 50! завършва на 12 нули. Няма такова число *n*.