

Седмица на олимпийската математика 2019

Контролно по Геометрия януари 2019

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача G1. Даден е успоредник $ABCD$. Права ℓ през C пресича правите AD и AB съответно в точки P и Q (D е между A и P , B е между A и Q). Да се докаже, че съществува фиксирана точка M , такава, че когато ℓ се мени, MC е ъглополовяща на $\angle PMQ$.

Задача G2. Даден е $\triangle ABC$, вписан в окръжност k с център O . Нека P е произволна точка във вътрешността на $\triangle ABC$, различна от O . Правите AP , BP и CP пресичат k за втори път в точките A_1 , B_1 и C_1 съответно. Нека A_2 , B_2 и C_2 са съответно симетричните точки на A_1 , B_1 и C_1 относно правата OP . Да означим с ℓ_a правата през средата на BC , успоредна на AA_2 . По аналогичен начин се дефинират правите ℓ_b и ℓ_c . Да се докаже, че ℓ_a , ℓ_b и ℓ_c се пресичат в една точка.

Задача G3. Даден е $\triangle ABC$, вписан в окръжност k и нека X е произволна точка от страната AB . Разглеждаме окръжностите ω_1 и ω_2 с центрове U_1 и U_2 , които се допират до страната AB , до отсечката CX и вътрешно до окръжността k . Да се определи геометричното място от точки, което описва средата S на отсечката U_1U_2 .