



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2021

Задача 1. Пресметнете $(\sqrt{2})^{21} - (\sqrt{2})^{19} - (\sqrt{2})^{17} - \dots - (\sqrt{2})^3 - \sqrt{2} = y$.

Задача 2. Ако $x \in (\sqrt{2}; 1,5)$, пресметнете $\left|x - \frac{\pi}{2}\right| + x$.

Задача 3. С $N!!$ се означава произведението на всички числа от 1 до N включително, които имат една и съща четност. Например: $3!! = 1 \cdot 3 = 3$; $6!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$. Пресметнете

$$\frac{5!! \cdot 14!!}{10!! \cdot 7!!}.$$

Задача 4. Посочете едно цяло число n , такова че $\sqrt{2^{11-n} + 3^{11-n} + 4^{11-n}}$ да е също цяло число.

Задача 5. Пресметнете $a + b + c$, ако $a^2 + b^2 + 2c^2 - ab - bc - ca - 6c + 9 = 0$.

Задача 6. За колко цели числа n може да се твърди, че $6n + 1$ се дели на $3n + 1$?

Задача 7. Ако N и M са естествени числа, такива че $N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1$, пресметнете $N + M$.

Задача 8. На коя степен трябва да повдигнем 16^{-16} за да получим 64^{64} ?

Задача 9. Коя е най-малката стойност на израза $a^2 + 2a + 9b^2 + 30b + 2046$?

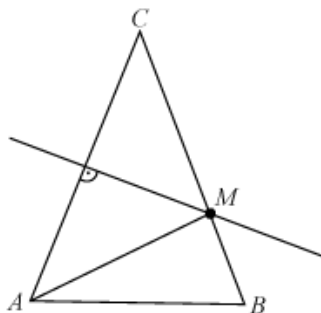
Задача 10. Многочленът $x^2 + 5x + 7$ се записва във вида $A \cdot (2x - 1)^2 + B \cdot (2x - 1) + C$. Пресметнете $A + B + C$.

Задача 11. Върху окръжност са отбелязани 8 точки. Колко е най-големият брой правоъгълни триъгълници с върхове дадените точки?

Задача 12. Височините AA_1 и BB_1 в остроъгълния триъгълник ABC са такива, че $\angle AA_1B_1 = 50^\circ$. Колко градуса е $\angle CAB$?

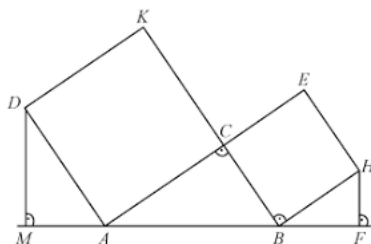
Задача 13. Ако всеки от ъглите на четириъгълник е средноаритметично на останалите три ъгъла, пресметнете най-големия ъгъл.

Задача 14. Симетралата на страната AC на равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$) пресича страната BC в точката M . Ако $CM = AM = AB$, да се пресметне $\angle ACB$.



Задача 15. Две от страните на триъгълник имат дължини съответно $\sqrt{2}$ cm и $\sqrt{3}$ cm. От височините, спуснати към тях, едната е с 2 cm по-дълга от другата. Да се намери лицето на триъгълника в квадратни сантиметри.

Задача 16. На чертежа $\triangle ACB$ е правоъгълен с хипотенуза AB , а четириъгълниците $ACKD$ и $BCEH$ са квадрати. Страните на правоъгълния триъгълник са 3 cm, 4 cm и 5 cm. Колко сантиметра е сборът от разстоянията от точките D и H до правата AB ?



Задача 17. Колко са двуцифрените числа \overline{ab} , такива че $(\overline{ab})^2 = \overline{\dots ab}$?

Задача 18. Да намерят всички естествени числа n , за които неравенството

$$(x + y + z)^2 \leq n(x^2 + y^2 + z^2)$$

е изпълнено за всяко x, y и z .

Задача 19. По окръжност са написани цифрите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 в произволен ред. Всеки три цифри, прочетени по посока на часовниковата стрелка, образуват трицифрено число. Колко е сборът на всичките девет такива числа?

Задача 20. Изразът $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$ се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Посочете един от тях.