

5 клас

задача	отговор	Решение
1	2	$\frac{1 + 2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16}{1 \times 2 + 4 \times 4 + 8 \times 8 + 16 \times 16} = \frac{1 + 2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16}{2 \times (1 + 2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16)} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x = 2.$
2	1	Само числото 16 има нечетен брой делители. Броят е 1.
3	$\frac{1}{4}$	$0.0025 \div 50 + 1.99995 = 0.00005 + 1.99995 = 2$ $\Rightarrow 2\frac{1}{4} - (0.0025: 50 + 1.99995) = \frac{1}{4}$
4	168	$143 = 11.13 \Rightarrow$ търсеният сбор е $1 + 11 + 13 + 143 = 168$.
5	70 или 72	<p>Записваме:</p> $\underbrace{\frac{1}{33}, \frac{2}{33}, \frac{3}{33}, \dots, \frac{32}{33}}_{32}$ <p>За записване на числителите са използвани 6 цифри 3: в 3, 13, 23, 30, 31 и 32, а за знаменателите – $32.2 = 64$.</p> <p>Общо $64 + 6 = 70$ цифри 3.</p> <p>Ако към правилните дроби причислим дроб с числител 0 и знаменател 33, тогава броят на цифрите 3 ще е 72.</p>
6	22 или 26	<p>Сборът на две прости числа е нечетно, когато едното е 2.</p> <p>Тогава възможните сборове са 5, 7, 9, 13, 15, 19, ...</p> <p>По-малки от 16 са 13 и 15.</p> <p>$13 = 2 + 11 \Rightarrow$ произведението е 22</p> <p>$15 = 2 + 13 \Rightarrow$ произведението е 26</p>
7	14	<p>Нека за определеност цената на стоката на борсата да е 100 лева.</p> <p>Първоначалната цена е била $100 + 20\% \text{ от } 100 = 120$.</p> <p>След това обаче стоката е намалена и цената ѝ вече е $120 - 5\% \text{ от } 120 = 114$. Тогава реализираната печалба е 14 лева при цена на стоката 100 лева – т.е. печалбата е 14 %.</p>
8	98	<p>Числата, които се делят и на 5, и на 9 са четири: 45, 90, 135 и 180. Четни сред тях са 90 и 180.</p> <p>Неизтрите числа са $100 - 2 = 98$.</p>
9	10	$\underbrace{222 + 222 + \dots + 222}_{9 \text{ събираеми}} + 22 + 2 = 2022$ <p>Общо събираемите са 11, а използваните плюсове са 10.</p>

10	8	Числата, които са взаимнопрости с 24 и са по-малки от 24 са 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и 23. Броят им е 8.
11	6	Най-голямото цяло число, което дели и 36, и 54 е 18. Тогава броят на квадратите ще е $(36:18) \cdot (54:18) = 2 \cdot 3 = 6$.
12	24	Лицето на четириъгълника е равно на сбора от лицата на триъгълниците ACD и ABD . Височините на тези триъгълници към общата им страна AC са по 4 см. Тогава лицата им са равни на 12 кв. см. Лицето на четириъгълника е 24 кв. см.
13	6	Сборът на трите различни ръба е 24 см : 4 = 6 см. От $6 = 1 + 2 + 3$, следва че ръбовете имат дължини 1 см, 2 см и 3 см, а обемът му е 6 кубически сантиметра.
14	5	Трябва да получим квадрати със страна 9 см. Страната на другия квадрат е била 14 см, трябва да я намалим с 5 см, за да получим квадрат с лице 81 см^2 .
15	6	Възможностите са: (9; 9; 2), (8; 8; 4), (7; 7; 6), (6; 6; 8). Търсената стойност е 6 см.
16	11	Едноцифрените и двуцифрени точни квадрати са 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 и 81. Тогава търсените трицифрени числа са от вида *00, *01, *04, *09, *16, *25, *36, *49, *64, *81. Ако в тях зачеркнем последната цифра ще получим двуцифрените числа *0, *0, *0, *0, *1, *2, *3, *4, *6, *8. Но числата завършващи на 0, 2, 4, 6 или 8, са съставни, а ние търсим прости числа. Затова разглеждаме само числата *1 и *3 и съответстващите на тях трицифрени числа *16, *36. Прости са числата 11, 31, 41, 61, 71, 13, 23, 43, 53, 73, 83. Така достигаме до търсените числа 116, 136, 316, 416, 616, 716, 236, 436, 536, 736, 836. Броят им е 11.
17	12	Числото трябва да се дели и на 9, и на 8. За да се дели на 8, то трябва да завършва на три нули, а броят на единиците трябва да е кратен на 9. Търсим най-малкото такова число и то е 111111111000. То се записва с 12 цифри.
18	2	Сборът на естествените числа от 1 до 9 е $1 + 2 + \dots + 8 + 9 = 45$. Тогава броят на групите е делител на числото 45. Числото 9 влиза в една от групите, така че сборът на числата във всяка група е не по-малко от 9. Това води до:

		<p>Три групи със сбор на числата във всяка от тях 15. Пример: {8; 7}, {9, 6} и {1; 2; 3; 4; 5}.</p> <p>5 групи – със сбор на числата във всяка от тях 9. Пример: {9}, {8; 1}, {7; 2}, {6; 3}, {5; 4}.</p>
19	32	<p>Момчетата, които не могат да плуват са 10 и този брой е $\frac{5}{7}$ от всички момчета. Получаваме, че момчетата са 14. От тях само 4 плуват.</p> <p>$\frac{1}{9}$ от всички плувци са 4, тогава децата които умеят да плуват са 36. От тях $36 - 4 = 32$ са момчета.</p>
20	$\frac{37}{73}$	<p>$3285 = 1665 \times 1 + 1620;$ $1665 = 1620 \times 1 + 45;$ $1620 = 45 \times 36 + 0;$ Извод:(1665;3285)=45. От $1665 : 45 = 37$ и $3285 : 45 = 73$</p> <p>$\Rightarrow \frac{1665}{3285} = \frac{37}{73}$</p>