AGE GROUP 9

Problem	Answer	Solution
1	C	Корените на биквадратното уравнение са 1, (-1), 4 и (-4). Сборът на
		двата най- малки е (-4) + (-1) = -5.
2	C	Решенията на неравенството са числата от $(-2;0] \cup \{3\}$. Броят на целите числа, които са решения на неравенството е 3. Това са числата (-1), 0 и 3.
3	B	Лицето на ΔMAD е половината от лицето на $\Delta\ ABD$. Тогава $S_{ABD} = 2 \times S_{ADM} = 8$. и от $S_{ABD} = \frac{h \times AB}{2} \Longrightarrow\ h \times AB = 16$. За лицето на трапеца получаваме: $$S_{ABCD} = \frac{h}{2} \times (AB + CD) = \frac{3hAB}{4} = 12cm^2.$$
4	C	От $AM = 5 \Longrightarrow c - a = 2 \Longrightarrow a^2 + 8^2 = (a+2)^2 \Longrightarrow a = 15 \Longrightarrow S_{ABC} = \frac{8 \times 15}{2} = 60\ cm^2$. $AM = 5 \Longrightarrow c - a = 2 \Longrightarrow a^2 + 8^2 = (a+2)^2 \Longrightarrow a = 15 \Longrightarrow$ $\Longrightarrow S_{ABC} = \frac{8 \times 15}{2} = 60\ cm^2$.
5	B	От $2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 = (2x-1)(x-1)(x-3)$ и $-x^2 + x + 2 = -(x+1)(x-2)$ $(2x^3 - 9x^2 + 10x - 3) \times \sqrt{2 + x - x^2} = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-1)(x-3) = 0, (x+1)(x-2) \leq 0$ или $(x+1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow$ корени са числата $\frac{1}{2}; (-1); 1; 2$. Произведението на корените е (-1).
6	C	Да добавим две еднакви круши и да подредим всички ябълки и круши в редица. Сега да разпределим ябълките така: В първата фруктиера да поставим ябълките, които се намират от началото до първата круша, във втората – ябълките след първата круша до втората, в третата – останалите ябълки – тези след втората круша. Броят на всички начини ще е равен на възможностите 2 круши да бъдат разположени на 10 места – те са $12 \times 11 \div 2 = 66$ начина.
7	C	Отбелязваме, че: $(625^2)^x \times (2^{20})^3 = 5^{8x} \times 2^{60}$.

		Ако $x = 8$, тогава $$5^{64} \times 2^{60} = 5^4 \times 10^{60} = 625\ \underbrace{000\dots00}_{60}$$ т.е. числото се записва с 63 цифри. Ако $x = 9$, тогава $5^{72} \times 2^{60} = 5^{12} \times 10^{60} = 244140625\ \underbrace{000\dots00}_{60}$ т.е. числото се записва с 69 цифри.
8	**C**	За тройката числа (4, 2, 0) има 6 възможности; за (4, 1, 1) - 3 възможости; за (3, 2, 1) - 6 възможности; за (2, 2, 2) - една възможност. Общо 16 възможности.
9	**C**	За да са успоредни правите трябва да нямат общи точки. Само системата уравнения $$\begin{vmatrix} y = 2x + 3 \\ y = 2x + 1 \end{vmatrix}$$ няма решение, т.е. двете прави нямат общи точки**.**
10	**D**	От 1001 до 2016 има 254 числа, които се делят на 4. Сред тях обаче са и 10-те числа, които завършват на две нули:1100, 1200, 1300, 1400, ..., 2000. Само 1200, 1600 и 2000 се делят на 400, т.е. само тези три години са високосни. Достигаме до отговора: 254 – 10 + 3 = 247.
11	**-12**	$-y = -8x + \left(-\frac{9}{2x}\right) \geq 2\sqrt{(-8x) \times \left(-\frac{9}{2x}\right)} = 12 \Rightarrow y \leq -12.$ Отбелязваме, че $y = -12$, ако $x = 1{,}5$.
12	**1,5** **1.5**	Диагоналът разделя трапеца на два подобни триъглници. Тогава бедрата се отнасят, както $9 \div 6 = 3 \div 2 = 1.5$.
13	**8**	От $\overline{ab} + \overline{ba} = 11 \times (a + b)$, следва, че за да бъде $\overline{ab} + \overline{ba}$ точен квадрат, a + b трябва да е 11, т.е. търсените числа са всички двуцифрени числа със сбор на цифрите 11: 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83 и 92.
14	**684**	Три от 18 точки могат да се изберат по $\frac{18.17.16}{3!} = 816$ начина. Ако фиксираме върха срещу основата на равнобедрения триъгълник, например A_1, имаме равнобедрените триъгълници $A_2A_1A_{18}$, $A_3A_1A_{17}$ и

		т.н. до $A_9A_1A_{11}$; те са 8. Така получаваме 18. 8 = 144 триъгълника. Сред тях има 6 равностранни, които са броени по 3 пъти. Следователно равнобедрените триъгълници са 144 – 2.6 = 132. Неравнобедрените са 816 – 132 = 684.
15	**0 или 1**	Ако $a = 0$, тогава корен е само числото 2. Ако а $a \neq 0$, тогава уравнението е квадратно и дискриминантата $D = 64 - 64a = 0 \Rightarrow a = 1$.
16	**-21**	Търсените числа са цели. Нека ги представим във вида $6p + q$, където $0 \leq q < 6$. Тогава: $\left[\frac{6p+q}{2}\right] + \left[\frac{6p+q}{3}\right] = 6p + q \Leftrightarrow \left[\frac{q}{2}\right] + \left[\frac{q}{3}\right] = p + q \Leftrightarrow p = -q + \left[\frac{q}{2}\right] + \left[\frac{q}{3}\right]$ Тогава Възможните стойности на x са: Ако $q = 0 \Rightarrow p = 0 \Rightarrow x = 0$. Ако $q = 1 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -5$. Ако $q = 2 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -4$. Ако $q = 3 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -3$. Ако $q = 4 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -2$. Ако $q = 5 \Rightarrow p = -2 \Rightarrow x = -7$. Сборът на числата е (-21).
17	**6**	$\left\vert\begin{array}{l} \boldsymbol{x = \frac{12}{x} + y,} \\ \boldsymbol{y = \frac{24}{y} + x,} \end{array}\right. \Rightarrow \left\vert\begin{array}{l} \boldsymbol{x^2 - xy = 12,} \\ \boldsymbol{y^2 - xy = 24} \end{array}\right.$ $\boldsymbol{\Rightarrow (x-y)^2 = 36 \Rightarrow \lvert x - y\rvert = 6.}$
18		Пресечната точка на двете прави има координати: абсциса 1 > 0; ордината $\sqrt{3} + \sqrt{2} > 0$.
19	**72**	Точните квадрати от 1 до 200 са: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289. Тогава сред търсените числа са 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128. Точните кубове от 1 до 300 са 1; 8; 27; 64; 125; 216. Тогава сред търсените числа са 9, 72. Тогава 72 е числото, което е общо и за двете редици от числа (2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128) и (9, 72) .

20	**48**	Двете лица са съответно 25π и 12π. Тогава търсеният процент е $$12\pi \div \frac{25\pi}{100} = 48.$$

Клас Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**1**	**2**	**5**	**90**	**27**	**6**	**0**	**9**	**-5**
2	**22**	**7**	**Борил**	**60**	**20,21**	**1**	**7**	**81**	**3**
3	**0**	**56**	**6**	**3**	**4107**	**-3**	**24**	**2**	**12**
4	**Вторник**	**6**	**5**	**4**	**18**	**-3**	**0,75**	**1**	**60**
5	**2**	**5**	**0**	**28**	**5**	**10**	**3**	**1**	**-1**
6	**30**	**18**	**118**	**4**	**25**	**6**	**84**	**36**	**66**
7	**2**	**45**	**18**	**546**	**9**	**37**	**1**	**28**	**9**
8	**3**	**56**	**4**	**2**	**сряда**	**39**	**1**	**80**	**16**
9	**8**	**47**	**72**	**19**	**44**	**9**	**7**	**8**	**y=2x+1**
10	**7**	**17**	**10**	**0 или 2**	**12**	**4**	**60**	**27**	**247**
11	**3**	**18**	**10**	**11**	**3072**	$\frac{1}{2}$	**505**	**72**	**-12**
12	**3**	**6**	**18**	**10699**	**375**	**3**	**162**	**162**	**1,5 1.5**
13	**9**	**1**	**7**	**16**	**1**	**5**	**- 5**	**2**	**8**
14	**3**	**3**	**14**	**2500**	**3**	**0**	**10**	**2**	**684**
15	**4 или 6**	**15**	**5**	**2**	**50148**	-7	**3**	**40**	**0 или 1**
16	**13**	**3**	**5**	**108**	**150**	**24**	**80**	**3334**	**-21**
17	**1**	**3**	**81**	**23**	**2**	-5	**15**	**42**	**6**
18	**1**	**0**	**3**	**1**	**7**	**10**	**1 или 3**	**9**	**1**
19	**2**	**8**	**7**	**25**	**0,3**	**2020**	**0**	**16**	**72**
20	**5**	**8**	**48**	**24**	**103**	**15**	**3**	$\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}$	**48**