



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2021

**Задача 1.** Пресметнете  $x + y$ , ако

$$\underbrace{(-1) \times (-1)^3 \dots \times (-1)^{31} \times (-1)^{33}}_x = y.$$

**Задача 2.** Ако  $x \in (3; 4)$ , пресметнете  $|x - 3| + |x - 4|$ .

**Задача 3.** С  $N!$  се означава произведението на всички естествени числа от 1 до  $N$  включително. Пресметнете

$$\frac{2 \cdot 12!}{10! \cdot 4!}$$

**Задача 4.** Целите числа  $n$  и  $m$  са такива, че  $2^{11-n} + 3^{11-n} + 4^{11-n} = m^2$ . Намерете една възможна стойност на  $m$ .

**Задача 5.** Пресметнете  $a + b + c$ , ако  $a^2 + b^2 + 2c^2 - ab - bc - ca - 6c + 9 = 0$ .

**Задача 6.** Пресметнете  $2^{17} - 2^{16} - 2^{15} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0$ .

**Задача 7.** Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира 20 % печалба. По-късно той намалил цената с 10% и продал стоката при новата цена. Колко процента е реализираната печалба?

**Задача 8.** Иван записал всички естествени числа от 1 до 201 включително. От записаните числа Петър изтрил тези, които се делят на и на 3, и на 5. Колко числа са останали неизтрети?

**Задача 9.** С колко най-малко знака „+“ поставени вляво на записа ще получим вярно числово равенство?

$$\underbrace{222\dots 2}_{30 \text{ цифри } 2} = 2022$$

**Задача 10.** Колко са правилните несъкратими дроби със сбор на числител и знаменател 21?

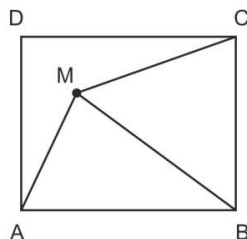
**Задача 11.** Височините на триъгълник с обиколка 18 сантиметра се отнасят, както

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}.$$

Колко сантиметра е най-голямата страна на този триъгълник?

**Задача 12.** Във вътрешността на квадрат  $ABCD$  е взета точка  $M$  така, че

$\sphericalangle MAD : \sphericalangle MBA : \sphericalangle MCD = 2 : 4 : 7$ . Пресметнете  $\sphericalangle MCA$ .



**Задача 13.** Тяло е образувано от пирамида и призма с обща основа. Ако върховете на това тяло са 2021, пресметнете броя на ръбовете му.

**Задача 14.** В изпъкнал 10-ъгълник са поставени 10 точки. На колко най-много триъгълници с върхове в тези 20 точки можем да разрежем 10-ъгълника?

**Задача 15.** Равнобедрените триъгълници с дължини цели числа сантиметри и с обиколка 16 см са три. Колко сантиметра е най-голямата сред страните на тези триъгълници?

**Задача 16.** Изразът  $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$  се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Кои са те?

**Задача 17.** С колко цифри се записва най-малкото естествено число, което се записва само с цифрите 0 и 1, и което се дели на 72?

**Задача 18.** Ако  $(p - q)(q - 4p) = 0$  и  $pq = 64$ , намерете най-малката стойност на  $p + q$ .

**Задача 19.** В един клас  $\frac{2}{7}$  от момчетата могат да плуват, а  $\frac{1}{9}$  от децата, които могат да плуват, са момичета. Ако 10 момичета не могат да плуват, колко са момчетата, които умеят да плуват?

**Задача 20.** За произведението  $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$  се използва знакът  $n!$  (чете се ен-факториел).

Например:  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ .

За колко стойности на  $n$  числото, равно на  $n!$ , завършва точно на 11 нули?