

Седмица на олимпийската математика 2018

Контролно по Геометрия януари 2018

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача G1. Даден е $\triangle ABC$. Нека A_1 , B_1 и C_1 са средите на страните BC , CA и AB съответно. Описаната окръжност около $\triangle CA_1B_1$ пресича за втори път описаните окръжности около $\triangle CAC_1$ и $\triangle CBC_1$ в точките M и N съответно. Ако O е центърът на описаната окръжност около $\triangle ABC$, то да се докаже, че $OM = ON$.

Задача G2. Диагоналите на четириъгълника $ABCD$ се пресичат в точка P . Означаваме с M и N средите на страните AD и BC съответно. Ако MN пресича диагоналите AC и BD в точките K и L съответно, а описаните окръжности около $\triangle APD$ и $\triangle BPC$ се пресичат за втори път в точка Q , то да се докаже, че MN разполовява $\angle PSQ$, където S е средата на KL .

Задача G3. Даден е остроъгълен $\triangle ABC$. Нека A_1 е средата на дъгата \widehat{BC} от описаната окръжност около $\triangle ABC$, несъдържаща връх A , а A_2 е симетричната на A_1 относно BC . Аналогично дефинираме точките B_2 и C_2 . Да се докаже, че описаната окръжност около $\triangle A_2B_2C_2$ минава през точката на Нагел за $\triangle ABC$.