



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЕСЕН 2019

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват:
  - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
  - числата, които се представят във вида  $m/n$  ( $n \neq 0$ ), където  $m$  е цяло число, а  $n$  е естествено число;
  - десетичните дроби.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
  - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
  - числата, които се представят във вида  $m/n$  ( $n \neq 0$ ), където  $m$  е цяло число, а  $n$  е естествено число;
  - десетичните дроби.
9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Кое двуцифрено число е и куб, и квадрат на естествено число?

(Кое е двуцифреното число  $\overline{ab}$ , за което съществуват естествени числа  $A$  и  $B$ , такива че  $\overline{ab} = A^2 = B^3$ ?)

**Задача 2.** Аз съм на 39 години, което е  $x$  години и  $x$  месеца. Колко е  $x$ ?

**Задача 3.** Ако  $x < 10$  и

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19},$$

пресметнете  $x$ .

**Задача 4.** Намерете последната цифра на разликата  $A - B$ , където

$$A = 2^2 + 4^4 + 6^6 + 8^8, \quad B = 3^3 + 5^5 + 7^7 + 9^9.$$

**Задача 5.** Числото  $\pi$  е приблизително равно на  $\frac{22}{7}$ . Да се пресметне стойността на изрази

$$|3\pi - 10| + |5\pi - 16| + \pi.$$

**Задача 6.** Ветроходец пътувал 8 км на запад от точка  $A$  и достигнал до точка  $B$ . След това от точка  $B$  пътувал 15 км на север до точка  $C$ . Колко е разстоянието от  $A$  до  $C$ ?

**Задача 7.** След размятане на цифрите на числото 88111 се получило число, което е точен квадрат на естествено число. Кое е полученото число?

**Задача 8.** Забелязваме, че

$$\frac{1}{9} = 0.1111 \dots; \frac{23}{99} = 0.2323 \dots; \frac{541}{999} = 0.541541 \dots;$$

Коя е несъкратимата дроб, която е равна на безкрайната периодична дроб  $0.20192019\dots$ ?

**Задача 9.** Един от множителите на изрази  $a^4 - 4a^2 + 4a - 1$  е  $(a - 1)^2$ . Посочете другия.

**Задача 10.** Намерете най-малкия възможен сбор на естествените числа  $n$  и  $m$ , ако поне един от изразите  $\frac{3n+1}{n-4}$  и  $\frac{4}{m-5}$  е цяло число.

**Задача 11.** Обиколката на правоъгълник е  $10 \times x + 6$ , а широчината му е  $2 \times x + 1$ . Лицето на правоъгълника се представя като

$$A \times x^2 + B \times x + C,$$

където  $A$ ,  $B$  и  $C$  са константи. Да се пресметне  $A - B + C$ .

**Задача 12.** В магически квадрат  $3 \times 3$  сборът във всеки ред, стълб и диагонал е един и същ. Числото в централното квадратче е 1. Колко е сборът на числата, записани в четирите ъглови квадратчета?

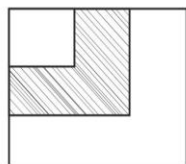
**Задача 13.** Правоъгълен триъгълник има хипотенуза 8 см и лице 16 кв. см. Да се определят острите ъгли на триъгълника.

**Задача 14.** За остроъгълния триъгълник  $\triangle ABC$  точката  $H$  е ортоцентър и  $CH = AB$ . Да се намери градусната мярка на  $\angle ACB$ .

**Задача 15.** Ако два от ъглите на остроъгълен триъгълник, измерени в градуси, са точни квадрати, колко са възможните стойности на третия ъгъл?

**Задача 16.** Във един футболен турнир участват 5 отбора като всеки отбор играе срещу всеки по една среща – победителят получава 3 точки, завършилите наравно – по 1 точка, загубилият – 0 точки. Известно е, че отборът, който е спечелил турнира е набрал толкова точки, колкото всички останали заедно. Колко са срещите в този турнир, които са завършили с победител?

**Задача 17.** Страните на квадратите, които са един в друг се отнасят, както  $1 : 2 : 3$ . Лицето на заштрихованата част е  $75 \text{ cm}^2$ . Колко  $\text{cm}^2$  е най-голямото от лицата на тези квадрати?



**Задача 18.** Колко сред дробите

$$\frac{1}{99}, \frac{2}{99}, \frac{3}{99}, \dots, \frac{98}{99}$$

са съкратими?

**Задача 19.** Колко са простите числа, които са делители на числото 31031?

**Задача 20.** Известно е, че сред три неотрицателни едноцифрени числа всяко е равно на квадрата на разликата на останалите. Колко са възможните сборове на тези три числа?