Седмица на олимпийската математика 2016

Контролно по Алгебра
януари 2016

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача А1. Нека a, b, c, d са положителни числа, за които $abcd = 1$. Да се докаже, че

$$\frac{1+ab}{1+a} + \frac{1+bc}{1+b} + \frac{1+cd}{1+c} + \frac{1+da}{1+d} \geq 4.$$

Задача А2. Да се намерят всички полиноми $P \in \mathbb{R}[x]$ такива, че

$$P(x)P(2x^2) = P(2x^3 + x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Задача А3. Да се намерят всички функции $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такива, че

$$f(x+y) \geq (y+1)f(x) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$