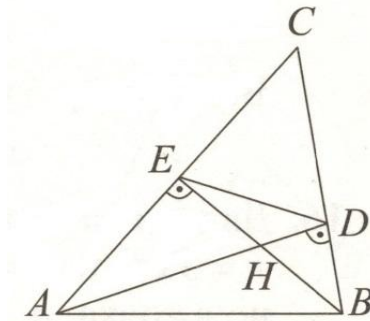


9 – 12 КЛАС: ЗИМА 2017

**Задача 1.** Кое положително число е три пъти по-голямо от реципрочното си?

- A)  $\sqrt{3}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C) 3                      D)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

**Задача 2.** В остроъгълния триъгълник  $ABC$  са построени височините  $AD$  и  $BE$ , които се пресичат в точка  $H$ . Колко двойки подобни триъгълници са се получили?



- A) 3                      B) 4                      C) 6                      D) 8

**Задача 3.** Естествените числа, които са делители на  $2^2 \times 3^3 \times 5^5$  са подредени едно до друго във възходящ ред: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... Кое число е на 60-то място?

- A)  $2^2 \times 5^5$                       B)  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$                       C)  $2 \times 3 \times 5^5$                       D) друг отговор

**Задача 4.** Кое е рационалното число  $a$ , за което стойността на израза е също рационално число?

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + a\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

- A) 1                      B) 0                      C) -1                      D) -2

**Задача 5.** За числата  $x$ ,  $y$  и  $z$  е изпълнено

$$\begin{cases} x \times (y + z) = -1 \\ y \times (x + z) = -9 \\ z \times (x + y) = -4. \end{cases}$$

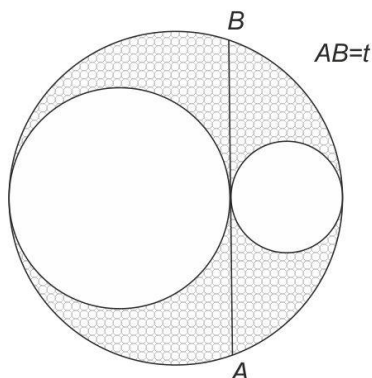
Да се пресметне най-голямата възможна стойност на  $x \times y \times z$ .

- A) -6                      B) -4                      C) 4                      D) 6

**Задача 6.** Колко са двуцифрените числа  $\overline{ab}$ , за които стойността на израза  $(\overline{ab})^2 - 22 \times \overline{ab} + 117$  е просто число?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) повече от 3

**Задача 7.** С великия *Архимед* се свързва следната задача: „Да се изрази лицето на заштрихования участък чрез дължината на отсечката  $AB$ .“ Ако  $AB = t$ , изразете чрез  $t$  лицето на заштрихования участък.



- А)  $\frac{\pi t^2}{8}$                       В)  $\frac{3\pi t^2}{16}$                       С)  $\frac{\pi t^2}{4}$                       Д) друг отговор

**Задача 8.** Точката  $D$  е от страната  $BC$  на триъгълник  $ABC$  и я дели в отношение 1:2, считано от върха  $C$ . Правата  $AD$  пресича медианата  $CM$  на триъгълник  $ABC$  в точката  $E$ . Пресметнете  $CE:EM$ .

- А) 2:1                      В) 3:2                      С) 2:3                      Д) друг отговор

**Задача 9.** Уравнението  $x^4 + a \times x^3 + b \times x^2 + c \times x + d = 0$  има за корени 1, 2, 3 и 4. Колко от коефициентите  $a, b$  и  $c$  са отрицателни?

- А) 3                      В) 2                      С) 1                      Д) 0

**Задача 10.** Естествените числа  $a$  и  $b$  са взаимно прости. Ако числата равни на  $a + b$  и  $a^2 - ab + b^2$  не са взаимно прости, тогава най-големият общ делител на числата  $a + b$  и  $a^2 - ab + b^2$  е:

- А) 2                      В) 3                      С) 4                      Д) 6

**Задача 11.** Колко са точките  $(x; y)$  с цели положителни координати, за които е изпълнено неравенството  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} < 1$  ?

**Задача 12.** Ако  $\sqrt{y^2 - 10y + 25} = 5 - y$ , пресметнете  $\sqrt{y^2 - 14y + 49} + 5 + y$ .

**Задача 13.** Даден е изпъкнал петоъгълник с 1007 различни точки във вътрешността му, никои три от които не лежат на една права. Той е разрязан на триъгълници, всеки от върховете на които е или връх на дадения петоъгълник, или е някоя от дадените 1007 точки. Най-много колко триъгълника могат да се получат след такова разрязване?

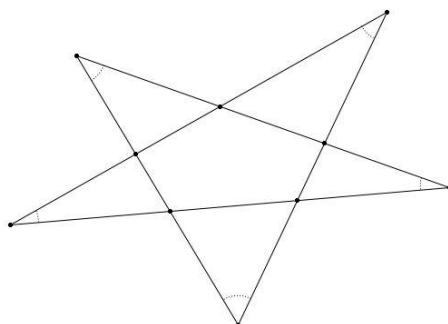
**Задача 14.** Намерете броя на всички естествени числа, по-малки от 2017, които при делението на 20 дават остатък 17.

**Задача 15.** Ако  $f(x) = x^2 - x + 1$  и  $f(f(x)) = x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ , пресметнете  $A + B + C + D$ .

**Задача 16.** Колко са целите числа, които са решения на неравенството

$$(x - 20)^{17} \times (x - 17)^{20} \times (x - 2017)^{2017} \leq 0?$$

**Задача 17.** Колко най-много градуса може да бъде най-малкият ъгъл от петте ъгъла на петоъгълна звезда?



**Задача 18.** Колко са естествените числа  $N$ , за които и  $\frac{N^2}{3}$ , и  $\frac{N^2}{5}$  са трицифрени числа?

**Задача 19.** Колко фунта тежат всичките пет чувала, ако първият и вторият тежат общо 7 фунта, вторият и третият – 9 фунта, третият и четвъртият – 11 фунта, четвъртият и петият – 8 фунта, първият, третият и петият – 10 фунта?

**Задача 20.** Произведението на две прости числа е с 5 по-голямо от сбора им. Кои са тези числа?