

Седмица на олимпийската математика 2019

Контролно по Теория на числата януари 2019

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача NT1. Нека $\gcd(x_1, \dots, x_n)$ означава най-големия общ делител на естествените числа x_1, \dots, x_n . Да се докаже, че

$$\gcd\left(\binom{n-1}{k-1}, \binom{n}{k+1}, \binom{n+1}{k}\right) = \gcd\left(\binom{n-1}{k}, \binom{n+1}{k+1}, \binom{n}{k-1}\right).$$

Тук $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Задача NT2. Дадени са естествени числа m и n , за които $m \leq \frac{n^2}{4}$. Всеки прост делител на m е не по-голям от n . Да се докаже, че m дели $n!$.

Задача NT3. Да се намерят всички естествени числа m , за които $2^m + 1$ дели $5^m - 1$.