Седмица на олимпийската математика 2018

Контролно по Теория на числата януари 2018

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача NT1. Нека a и b са естествени числа. Да се докаже, че за всяко естествено число n числото $(a^2+b^2)^n$ може да се представи като сума от n+1 естествени числа, всяко от които е точен квадрат или удвоен точен квадрат.

Задача NT2. Да се намерят всички естествени числа $n \ge 2$, за които числото $(n^2)! - n^2$ може да се представи като произведение на две естествени числа a и b, за които |a-b| < n.

Задача NT3. Да се докаже, че за всяко естествено число k съществуват безбройно много естествени числа n, за които $n|2^{n+k}-1$.