МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЗИМА 2019

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.

2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.

3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.

4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.

5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.

6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.

7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.

8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ДЕКЛАРАЦИЯ

(Попълва се само от нови участници!)

Доброволно предоставям и давам своето съгласие администраторите на лични данни, обработващи лични данни при фондация „Математика без граници“ и „Инвариант М“ да обработва личните ми данни/личните данни на детето ми за 6-то издание на турнира през 2018-2019 г.: трите имена, клас, училище, населено място, точки от състезание, награда, като на електронната страница на турнира бъдат публикувани само имената ми, града, класа и наградата. Запознат/а съм с целите на обработване на личните ми данни/личните данни на детето ми.

За ученика: ....

(Трите имена на ученика)

Клас:....., училище .... населено място:.....................................

Родител:.. Подпис:...............................

Родител:.. Подпис: ....

Задача 1. Ако $|1-m|+1+n^2=2n$, да се пресметне $n+m$.

Задача 2. Полиномът x^5+1 може да се представи като произведение на два полинома $(x+1)$ и $(A\times x^4+B\times x^3+C\times x^2+D\times x+E)$.

Да се пресметне $A - B + C - D + E$.

Задача 3. Да се пресметне сборът на всички положителни двуцифрени числа, които при делението на 6 дават остатък 4.

Задача 4. Числата A и B са цели отрицателни числа и $19=A^3-B^3$.

Пресметнете $A+9\times B$.

Задача 5. Кое е най-малкото естествено число, произведението на цифрите на което е $6^7\times 10^2$?

Задача 6. Числото a_1 е цяло число и

$$a_2=a_1+1, a_3=a_2+1, a_4=a_3+1, a_5=a_4+1, a_6=a_5+1, a_7=a_6+1, a_8=a_7+1, a_9=a_8+1.$$

Ако $a_1+a_2+a_3=a_4+a_5+a_6+a_7+a_8+a_9$, колко от числата $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$ са положителни?

Задача 7. През месец януари в една година имало точно четири понеделника и точно четири петъка. Кой ден от седмицата е бил 1 януари?

Задача 8. Нека a, b и c са цели числа и $A=(a+b)\times(b+c)\times(c+a)$. Ако A се дели на 3, колко са възможните остатъци при делението на A на 6?

Задача 9. Коя е най-малката стойност на естественото число n, за която числото 3^n+2 е съставно?

Задача 10. Произведението на рационалното число R и ирационалното число I е рационално число. Сборът на R и I е $\sqrt{3}+1$. Да се пресметне R^2+I^2.

Задача 11. Разстоянието между центровете на две окръжности с радиуси 1 см и 2 см е 4 см. Да се пресметне в сантиметри най-голямото възможно разстояние между две точки, едната от които лежи на едната окръжност, а другата – на другата окръжност.

Задача 12. Дървено кълбо е разрязано на две еднакви части. Лицето на повърхнината на едното от получените тела е 60 кв. см. Намерете лицето на повърхнината на кълбото.

Упътване:

Лицето на повърхнина на сфера с радиус R е $4\pi R^2$.

Лицето на кръг с радиус r е πr^2.

Задача 13. Четириъгълник *ABCD* е квадрат, а точка *F* е от равнината на квадрата.

Ако $CF = FD = AB$, колко градуса е най-голямата стойност на $\measuredangle AFB$.

Задача 14. На окръжност са отбелязани 3 сини, 5 зелени и *N* червени точки. Отсечките с едноцветни краища са с 37 по-малко от отсечките с разноцветни краища. Пресметнете *N*.

Задача 15. От три метални кубчета с ръбове съответно 3 см, 4 см и 5 см е отлято ново кубче. Пресметнете колко куб. см е обемът на новия куб.

Задача 16. Числата 3644 и 3541 разделили на естественото число *X* и получили едни и същи остатъци. Кое е числото *X*?

Задача 17. Петър събрал числата, които са от множеството B $\{-3, -5, 1, 2\}$, но не са нито от A $\{-2, -3, -6, 5\}$, нито от C $\{-1, -2, -3, -6, 2, 5\}$. Иван събрал числата, които са от A и от C, но не са от B. С колко полученият от Иван сбор е по-голям от получения от Петър сбор?

Задача 18. Колко различни триъгълника можем да построим с 3 от 5-те отсечки с дължини 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm и 5 cm?

Задача 19. Нека p и q са такива, че $4p + 4q + 1 < 0$. Колко реални корена има уравнението $(x^2 - 2px + q) \times (x^2 - 2qx + p) = 0$?

Задача 20. Моторна лодка изминава 32 km по течението и 21 km срещу течението на река общо за 3 h 21 min. Намерете скоростта на лодката в спокойна вода, ако скоростта на лодката срещу течението е равна на 60 % от скоростта ѝ по течението на реката.