



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9-12 КЛАС

ЗИМА 2019

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

ДЕКЛАРАЦИЯ

(Попълва се само от нови участници!)

Доброволно предоставям и давам своето съгласие администраторите на лични данни, обработващи лични данни при фондация „Математика без граници“ и „Инвариант М“ да обработва личните ми данни/личните данни на детето ми за 6-то издание на турнира през 2018-2019 г.: трите имена, клас, училище, населено място, точки от състезание, награда, като на електронната страница на турнира бъдат публикувани само имената ми, града, класа и наградата. Запознат/а съм с целите на обработване на личните ми данни/личните данни на детето ми.

За ученика:

(Трите имена на ученика)

Клас:....., училище населено място:.....

Родител:..... Подпис:.....

Родител:..... Подпис:

Задача 1. Опростете израза $\left|1 - \sqrt{2}\right| + \left|\sqrt{2} - \sqrt{3}\right| + 1$.

Задача 2. Ако $x + y + z = 3$ и $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, пресметнете $xy + yz + zx$.

Задача 3. Числата a , b и c са различни и

$$\frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = \frac{a+b}{c}.$$

Колко е сборът

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}?$$

Задача 4. Ако числото β е такова, че $\beta^2 + 5\beta + 1 = 0$, пресметнете стойността на израза

$$\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}.$$

Задача 5. Кое е най-малкото естествено число, произведението на цифрите на което е $6^7 \times 10^2$?

Задача 6. Числото a_1 е цяло число и

$$a_2 = a_1 + 1, a_3 = a_2 + 1, a_4 = a_3 + 1, a_5 = a_4 + 1, a_6 = a_5 + 1, a_7 = a_6 + 1, a_8 = a_7 + 1, a_9 = a_8 + 1.$$

Ако $a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9$, да се пресметне

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9.$$

Задача 7. На колко части може да бъде разделена равнината от три прави?

Задача 8. Нека a , b и c са цели числа и $A = (a+b) \times (b+c) \times (c+a)$.

Ако A се дели на 3, колко са възможните остатъци при делението на A на 6?

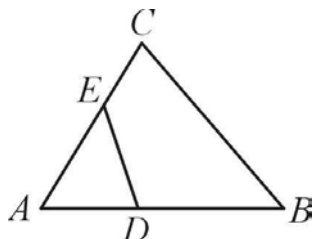
Задача 9. Коя е най-малката стойност на естественото число n , за която $3^n + 2$ е съставно число?

Задача 10. Произведението на рационалното число R и ирационално число I е рационално число. Сборът на R и I е $\sqrt{3} + 2$. Да се пресметне $R^2 + I^2$.

Задача 11. В квадрат със страна 4 cm е вписан друг квадрат. Колко сантиметра е най-малката възможна страна на вписания квадрат?

Задача 12. Точките $M(5, m)$ и $N(n, p)$ са от параболата $y = x^2 - 4x + 3$. Точката M е симетрична на точката N относно правата $x = 2$. Да се пресметне $m + n + p$.

Задача 13. Нека $AE = 3 \text{ cm}$, $EC = 5 \text{ cm}$, $AD = 4 \text{ cm}$, $DB = 2 \text{ cm}$, $ED = 2 \text{ cm}$. Колко сантиметра е дължината на страната BC ?



Задача 14. В равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$), $\angle CAB = 70^\circ$. Точката D е външна за триъгълника и $\angle ADB = 20^\circ$, $\angle CDA = 30^\circ$. Колко градуса е $\angle CAD$?

Задача 15. В квадрат $ABCD$ със страна $3\sqrt{2} \text{ cm}$ точката M е среда на страната CD . Правите AC и BM се пресичат в точка N . Колко сантиметра е дължината на отсечката AN ?

Задача 16. От 9 различни цветенца трябва да направим букет или с 3, или с 5, или със 7 цветенца. Колко различни букета можем да направим?

Задача 17. Колко са решенията на системата - неравенства:

$$\begin{cases} 7x_1 \geq 2x_3^2 + 3x_3 + 2 \\ 7x_2 \geq 2x_1^2 + 3x_1 + 2 \\ 7x_3 \geq 2x_2^2 + 3x_2 + 2 \end{cases}$$

Задача 18. Да се опрости израза

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4},$$

ако $1 \leq x \leq 2$.

Задача 19. Числата 1, 2, 3, ..., 8 и 9 разделили на три групи – във всяка група по 3 числа. Ако A е най-голямото възможно произведение на числата в някоя от трите групи, да се определи най-малката стойност на A .

Задача 20. Нека p и q са такива, че $4p + 4q + 1 < 0$. Колко реални корена има уравнението $(x^2 - 2px + q) \times (x^2 - 2qx + p) = 0$?