



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ПРОЛЕТ 2019

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** За колко нечетни двуцифрени числа  $\overline{ab}$  числото  $\sqrt{\overline{ab}}$  е рационално число?

**Задача 2.** Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корени на уравнението  $x^2 - x - 1 = 0$ , да се пресметне  $|x_1 - x_2|$ .

**Задача 3.** Пресметнете  $m + n$ , ако  $25x^{m+2n} - x^{2+n}$  е едночлен.

**Задача 4.** За кои прости числа  $x < 10$  има само 2 прости числа, които делят  $x^{2019} + 2x^{2018} + x^{2017}$ ?

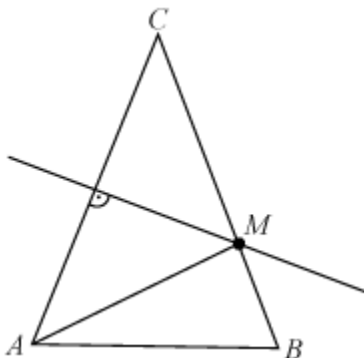
**Задача 5.** За кои естествени числа  $n$  и  $\frac{n+6}{n-1}$ , и  $\frac{3n+6}{2n-6}$  са цели числа?

**Задача 6.** Триъгълник  $ABC$  ( $AC = BC$ ) е равнобедрен. Ако  $AL$  ( $L \in BC$ ) е ъглополовяща на  $\angle CAB$  и  $AC + CL = AB$ , да се пресметне колко градуса е  $\angle CBA$ .

**Задача 7.** Външно за успоредника  $ABCD$  с  $\angle BAD = 30^\circ$  и лице  $10 \text{ cm}^2$  са построени равностранныте  $\triangle ADM$  и  $\triangle DCN$ . Колко квадратни сантиметра е лицето на  $\triangle MDN$ ?

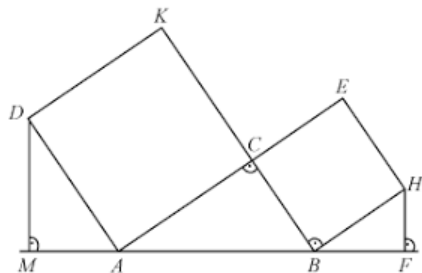
**Задача 8.** В изпъкнал четириъгълник са дадени 30 точки. На колко най-много триъгълника с върхове в дадените точки и върховете на четириъгълника може да се разреже този четириъгълник?

**Задача 9.** Симетралата на страната  $AC$  на равнобедрения триъгълник  $ABC$  ( $AC = BC$ ) пресича страната  $BC$  в точката  $M$ . Ако  $CM = AM = AB$ , да се пресметне  $\angle ACB$ .



**Задача 10.** Две от страните на триъгълник имат дължини съответно  $\sqrt{2}$  cm и  $\sqrt{3}$  cm. От височините, спуснати към тях, едната е с 2 cm по-дълга от другата. Да се намери лицето на триъгълника в квадратни сантиметри.

**Задача 11.** На чертежа  $\triangle ACB$  е правоъгълен с хипотенуза  $AB$ , а четириъгълниците  $ACKD$  и  $BCEH$  са квадрати. Страните на правоъгълния триъгълник са 3 cm, 4 cm и 5 cm. Колко сантиметра е сборът от разстоянията от точките  $D$  и  $H$  до правата  $AB$ ?



**Задача 12.** На колко нули завършва най-малкото число, което се дели на 2 и на 5, и има 2019 делителя?

Пояснение: Числото 673 е просто.

**Задача 13.** Нека  $A$ ,  $B$  и  $C$  са цели числа, такива че  $(x - A)(x - 2) + 1 = (x + B)(x + C)$  е тъждество. Пресметнете  $B + C$ ?

**Задача 14.** Намерете сбора на двуцифрените числа  $\overline{ab}$  и  $\overline{ba}$ , ако

$$600 < (\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2 < 700$$

**Задача 15.** По колко начина можем да разделим 9 деца на две групи – едната да има 5 деца, а в другата – 4?

**Задача 16.** Ако  $500!! = 2 \times 4 \times \dots \times 498 \times 500$ , да се определи най-голямата стойност на  $N$ , за която  $5^N$  дели  $500!!$ .

**Задача 17.** Нека  $x$ ,  $y$  и  $z$  са естествени числа, такива че

$$|x - y| + |y - 1| + |z - 2| = 3.$$

Да се пресметне най-голямата стойност на  $x + y + z$ .

**Задача 18.** Да се намери броят на всички числа  $a$ , за които и  $(-\frac{3}{a})$ , и  $(2a - \frac{3}{a})$  са цели числа.

**Задача 19.** Само с цифрите 3 и 4 са съставени всички 4-цифрени числа, такива че:

- да няма две цифри 3 една до друга;
- в записа на числото да има и цифрата 3, и цифрата 4.

Колко са числата?

**Задача 20.** Показаната фигура е развивка на куб, стените на който са номерирани с числата от 1 до 6. Колко е най-голямата сума на числата, записани върху три стени с общ връх?

