## 8 клас

<table>
<tr><th>Задача</th><th>Отговор</th><th>Решение</th></tr>
<tr><td>1</td><td>-4</td><td>С проверка, започвайки от $-1, -2, -3$ и $-4$, достигаме до отговора $-4$.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>$\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}$ са рационалните числа. Търсеният брой е 4.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0</td><td>$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} : (1-\sqrt{2}) + 1 = |1-\sqrt{2}| : (1-\sqrt{2}) = (\sqrt{2}-1) : (1-\sqrt{2}) = 0$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>6</td><td>Нека търсеното число е $x \Rightarrow (16^{16})^x = 64^{64} \Rightarrow ((4^2)^{16})^x = (4^3)^{64} \Rightarrow$<br>$4^{32x} = 4^{3.64} \Rightarrow 32x = 3.64 \Rightarrow x = 6$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>24</td><td>Разполагаме точките две по две така, че да са краища на диаметър.<br>Така се получават по 6 правоъгълни триъгълника с обща хипотенуза за всеки диаметър. Окончателно 4.6=24 правоъгълни триъгълника.<br>.</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th></th></tr>
<tr><td>Преди 3 години</td><td>$x$</td><td>$\frac{x}{3}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Преди 2 години</td><td>$x+1$</td><td>$\frac{x}{3}+1$</td><td>Уравнението е<br>$x+1 = 2(\frac{x}{3}+1) \Rightarrow x = 3 \Longrightarrow 6$</td></tr>
<tr><td>Сега</td><td>$x+3$</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>7</td><td>-1</td><td>От $\frac{6n+1}{3n+2} = 2 - \frac{3}{3n+2} \Longrightarrow 3n+2 = \pm 1; \pm 3 \Longrightarrow n = -1.$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>3</td><td>$3 + (3^2+3^3+3^4) + (3^5+3^6+3^7) + \cdots + (3^{2018}+3^{2019}+3^{2020}) =$<br>$= 3 + 3^2 \times (1+3+3^2) + \cdots + 3^{2018} \times (1+3+3^2)$<br>$= 3 + 3 \times 13 + \cdots + 3^{2018} \times 13$<br>Остатъкът при на<br>$3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2019} + 3^{2020}$<br>деление на 13 е 3.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>3</td><td>Нека броят на бутилките от 1 и от 3 литра са съответно $x$ и $y$. Тогава бутилките от 5 литра са $10 - x - y$.<br>От $1 \times x + 3 \times y + (10 - x - y) \times 5 = 26 \Rightarrow 2x + y = 12.$<br>С помощта на $2x + y = 12$ попълваме таблица:
<table>
<tr><th>1 л</th><th>3 л</th><th>5 л</th></tr>
<tr><td>6 бутилки</td><td>0 бутилки</td><td>4 бутилки</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>6</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td><td>0</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | | *От таблицата се вижда, че търсеният брой е 3.* |
| 10 | 1994 | $a^2 + 2a + 9b^2 + 30b + 2020 = (a+1)^2 + (3b+5)^2 + 1994 \geq 1994$.<br>Тогава най- малката стойност на израза е 1994. |
| 11 | 3 | $N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1 \Leftrightarrow (N-2)\sqrt{2} + M = 1$<br>Ако $N \neq 2 \Rightarrow (N-2)\sqrt{2} + M$ е ирационално число. Тогава $N = 2$.<br>Вече не е трудно да получим, че M=1. Тогава M+N=3. |
| 12 | 2 | Нека цената на една ябълка е x, тогава цената на една круша е $9x - 13$.<br>От второто условие получаваме, че цената на една круша е $\frac{6+x}{15}$.<br>Достигаме до уравнението $\frac{6+x}{15} = 9x - 13 \Rightarrow x = 1{,}5$.<br>Тогава $y$=0,5.<br>Тогава $x + y = 2$. |
| 13 | 25 | Нека $ABCD$ е трапеца, O е пресечна точка на диагоналите му, $AB > CD$.<br>От равенството на лицата на триъгълниците ADO и BCO. Следва, че възможните лица на четирите триъгълника са 4, 4, 6, 9; 4, 6, 6, 9; 4, 6, 9,9.<br>От $S_{ABO} > S_{DCO}$ и $\frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$ и $\frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOB}}{S_{COB}}$<br>Следва, че лицата на триъгълниците са 4, 6, 6 и 9.<br>Тогава лицето на трапеца е 6 + 6+ 9 + 4 =25. |
| 14 | 2 | $x^3 + \|x\| = 0 \Rightarrow$<br>$x^3 + x = 0$, ако $x \geq 0$. Корен е числото 0.<br>$x^3 - x = 0$, ако $x < 0$. Корен е числото $-1$. |
| 15 | | Подреждаме по степените на *x*:<br>$(y-z)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz(z-y) = (z-y)(x^2 - (z+y)x + yz) = (z-y)(x-z)(x-y)$. |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| 16 | 16 | Търсим естествено число, по-голямо от 11, което дели и 187 – 11 и 219 – 1. Това е числото 16. |
| 17 | 8 | Задачата се свежда до подреждането на двойките X и Y, съставени съответно от A и B, C и D. X и Y можем да подредим по 2 начина, а всяко едно от $X$ и $Y$ можем да подредим също по 2 начина. Общо 2.2.2=8 начина. |
| 18 | 2 | $a = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1, -a = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{a} + (-a) = 2.$ |
| 19 | 90 | Известно е, че сборът от ъглите на всеки четириъгълник е 360 градуса.Нека ъглите са $x, y, z$ $и$ $t \Rightarrow 3x = y + z + t \Rightarrow x + y + z + t = 4x \Rightarrow 360^0 = 4x \Rightarrow x = 90^0$. по същия начин получаваме, че $y = z = 90^0$. За t получаваме $90^0$. |
| 20 | 30 | Тъждеството $x^2 + 5x + 6 = A.(x-2)^2 + B.(x-2) + C$ е изпълнено и за $x = 3$. Тогава $3^2 + 5 \times 3 + 6 = A \times (3-2)^2 + B \times (3-2) + C \Rightarrow A + B + C = 30.$ |