Седмица на олимпийската математика 2018

Контролно по Комбинаторика януари 2018

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача С1. По колко начина числата $1, 2, \dots, 2n$ могат да бъдат разположени в таблица $2 \times n$, така че числата във всеки ред (отляво надясно) и във всеки стълб (отгоре надолу) да са в нарастващ ред.

Задача С2. В страна има n града, някои от които са съединени с директни пътища. Известно е, че:

- 1. Няма град свързан с всички останали градове.
- 2. За произволни градове A и B съществува единствен начин да се стигне от A до B, като се мине по не повече от два пътя.

Да се докаже, че n-1 е точен квадрат.

Задача С3. В пространството са дадени 200 точки, всеки две от които са съединени с отсечка и k цвята. Двама играчи оцветяват точките и отсечките по следния начин. Първият играч оцветява всяка от отсечките в един от цветовете. След това вторият играч оцветява всяка от точките в един от цветовете. Ако след тези оцветявания има две точки оцветени в един и същи цвят и отсечката между тях е оцветена в същия цвят, печели първият играч. Да се докаже, че първият играч има печеливша стратегия при:

- a) k = 7
- б) k = 10.