

AGE GROUP 6

Problem	Answer	Solution
1	-25	$\left(\frac{1}{2} - 1\right) \div \left(\frac{1}{3} - 1\right) \div \left(\frac{1}{4} - 1\right) \div \left(\frac{1}{5} - 1\right) \times \left(\frac{1}{6} - 1\right) \div \frac{1}{24} =$ $= \left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \div \frac{1}{24} =$ $= -\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{6} \div \frac{1}{24} = \left(-\frac{25}{24}\right) \div \frac{1}{24} = -25.$
2	7 и 8	$\frac{2}{5} < \frac{x}{15} < \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{6}{15} < \frac{x}{15} < \frac{9}{15} \Rightarrow x = 7; x = 8.$
3	43,75	Момчетата са $\frac{7}{16} \Rightarrow \frac{7}{16} \times 100 \% = 43.75 \%$.
4	$-\frac{5}{6}$	<p>Нека x е търсеното число. Тогава</p> $x - \left(-\frac{2}{3}\right) = -1 - x \Rightarrow 2x = -1 + \left(-\frac{2}{3}\right) \Rightarrow x = -\frac{5}{6}.$
5	29	<p>Най-голямата стойност ще се постигне при най-голямата стойност на A и най-малката стойност на B, т.е. $3 \times A - 5 \times B = 3 \times 3 - 5 \times (-4) = 29$.</p>
6	-27	$a : b = 3 : 12 ; b : c = 15 : 9 \Rightarrow a : b : c = 15 : 60 : 36 \Rightarrow a = 15x, b = 60x, c = 36x.$ $a = 15x, b = 60x, c = 36x, a + b + c = 333 \Rightarrow x = 3, a = 45, b = 180, c = 108.$ $a - b + c = 45 - 180 + 108 = -27.$
7	41	$2^{20} + 4^9 + 8^5 = 2^{20} + (2^2)^9 + (2^3)^5 = 2^{20} + 2^{18} + 2^{15} =$ $= 2^{15} \times (2^5 + 2^3 + 1) = 2^{15} \times 41 = 32^3 \times 41. \text{ Частното е } 41.$
8	674	<p>Нека k е естествено число, такова че $1 < k < 2019$.</p> <p>Дробта $\frac{k}{2019}$ е съкратима, ако k се дели на 3 или на 673.</p> <p>Броят на числа k от 1 до 2018, които се делят на 3 е 672. Броят на числата k, които се делят на 673 е 2: 673, 1346.</p> <p>Общо броят на съкратимите дроби е 674.</p> <p>Друг начин: $2019 = 3 \times 673$. Тогава</p> $\varphi(2019) = 2019 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{673}\right) = 1344. \text{ Броят на несъкратимите дроби е } 1344, \text{ а броят на съкратимите е } 2018 - 1344 = 674.$
9	18	$\overline{bb} + \overline{bb} = \overline{abc} \Leftrightarrow 22 \times b = 100 \times a + 10b + c \Leftrightarrow 12 \times b = 100 \times a + c$ $\Leftrightarrow 12 \times b = \overline{a0c} \Leftrightarrow b = 9, a = 1, c = 8 \Rightarrow a + b + c = 18.$

10	70 или 98	<p>The numbers are of the type $2 \times 7 \times a$ and $2 \times 7 \times b$, where a and b are coprime.</p> <p>From $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, and $14 = 2 \times 7$, we can establish that a and b are 3 and 7 or 1 and 21. Therefore the numbers we are looking for are 42 and 28 or 84 and 14.</p> <p>Their sum is 70 or 98.</p>
11	56	<p>Разделяме числата на групи:</p> <p>1, 2, 3, ..., 10, 11</p> <p>12, 13, ..., 21, 22;</p> <p>23, 24, ..., 32, 33;</p> <p>...</p> <p>89, 90, ..., 98, 99;</p> <p>100.</p> <p>Избирам по 11 числа от първата, третата, петата, седмата и деветата група, общо 55.</p> <p>56-то избрано ще е вече в една от групите – втора, четвърта, шеста или осма, или числото 100. Това означава, че вече ще има две числа с разлика 11.</p>
12	2019	<p>$8^{4^2} = (2^3)^{16} = 2^{48} = 4^{24} \Rightarrow x = 24.$</p> <p>$27^{9^3} = (3^3)^{729} = 3^{2187} \Rightarrow y = 2187.$</p> <p>$\Rightarrow y - 7x = 2187 - 168 = 2019.$</p>
13	2	<p>Сборът от цифрите се дели на 3. Следователно всички съставени четирицифрени числа се делят на 3. За да се дели числото на 24 трябва да е четно.</p> <p>Числата са:</p> <ul style="list-style-type: none"> - или от вида $***0$, където вместо звездичките трябва да поставим трите останали цифри 1, 2 и 9; - или от вида $***2$, където вместо звездичките трябва да поставим трите останали цифри 0, 1 и 9. <p>Така достигахме до числата 1290, 1920, 2190, 2910, 9120, 921, 1902, 1092, 9102, 9012.</p> <p>Само две от тях се делят на 24. Тогава са 1920 и 9120.</p>

14	2	<p>Ако $x = 2$, тогава $7x + 3 = 17$ е просто число.</p> <p>Ако $x > 2$, тоаа x е нечетно число; $7x$ е също нечетно число, $7x + 3 > 3$ е четно число, т.е. $7x + 3$ е съставно число.</p> <p>Търсеното число е $x = 2$.</p>																																																												
15	20	<p>Общото количество монети, които са взели двамата се дели на 3.</p> <p>Броят на монетите във всички кутии е 119. При деление на 3 числото 119 дава остатък 2. Следователно трябва да премахнем от сбора числото 20, защото само то има остатък 2 при деление на 3.</p> <p>В кутията на Стивън има 20 монети.</p> <p>Отбелязваме, че Петър или Иван е взел $99 \div 3 = 33$ монети, сбор на 15 и 18.</p>																																																												
16	1, 2, 3, 4 or 3 and 4	<p>Първа възможност</p> <table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>•</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>2</td><td>+</td><td>•</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>3</td><td>+</td><td>+</td><td>•</td><td>+</td></tr><tr><td>4</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>•</td></tr><tr><td>5</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr></table> <p>Петата отсечка пресича 3 и 4</p> <p>Друга възможност</p> <table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>•</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>2</td><td>-</td><td>•</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>3</td><td>+</td><td>+</td><td>•</td><td>+</td></tr><tr><td>4</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>•</td></tr><tr><td>5</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr></table>		1	2	3	4	1	•	+	+	+	2	+	•	+	+	3	+	+	•	+	4	+	+	+	•	5	-	-	+	+		1	2	3	4	1	•	-	+	+	2	-	•	+	+	3	+	+	•	+	4	+	+	+	•	5	+	+	+	+
	1	2	3	4																																																										
1	•	+	+	+																																																										
2	+	•	+	+																																																										
3	+	+	•	+																																																										
4	+	+	+	•																																																										
5	-	-	+	+																																																										
	1	2	3	4																																																										
1	•	-	+	+																																																										
2	-	•	+	+																																																										
3	+	+	•	+																																																										
4	+	+	+	•																																																										
5	+	+	+	+																																																										

		Петата отсечка пресича 1, 2, 3, 4.
17	18	От $9^3 + 12^3 + 15^3 = 18^3$ следва, че ръба на новото кубче е 18 см.
18	16	$x \times 12 = 3 \times 8 \Rightarrow x = 2;$ $y \times 3 = 1 \times 12 \Rightarrow y = 4;$ $12 \times 2 = y \times z \Rightarrow z = 6;$ $8 \times z = 12 \times t \Rightarrow t = 4 \Rightarrow x + y + z + t = 16.$
19	5	Нека братята са x . Тогава сестрите са $x - 1$. За Мария сестрите са $x - 2$, а братята са 3. $(x - 2) \Rightarrow x = 3(x - 2) \Rightarrow x = 3.$ Момчетата са 3, а момичетата са 2. Общо са 5.
20	1, 3, 9, 27, 81	Например: 1, 3, 3×3 , $3 \times 3 \times 3$, $3 \times 3 \times 3 \times 3$.

Age group Problem	5	6	7	8	9
1	1	-25	4	-2	23
2	$\frac{2}{9}$	7 and 8	100	34	100
3	8	43.75	10	80	$100\sqrt{2}$
4	101.15	$-\frac{5}{6}$	110	34	5
5	5	29	8	72	7
6	70 or 98	-27	9	1	2001
7	172	41	1	1	1
8	44	674	28 or 64	10	8
9	1	18	18	28 or 64	4
10	9	70 or 98	11	2	28 or 64
11	63	56	4 or 5	126	$\frac{3}{7}$
12	3 or 4	2019	72	1.6	$\frac{1}{4}$ $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{8}$
13	5	2	$1111\frac{1}{9}$	6	$\frac{7\sqrt{2}}{2}$
14	1, 2, 4, 8, 16	2	90	$\sqrt{5}$	2.4
15	178	20	30	60	$M(3; 2)$
16	18.15	1, 2, 3 and 4	56	56	20
17	75	18	402	3	3
18	16	16	2	$n \geq 3$	56
19	31	5	$n \geq 3$	625 and 376	625 and 376
20	7	1, 3, 9, 27, 81	4995	7	5