

ФИНАЛ 2021 – 8 клас

Задача 1. Пресметнете a , ако

$$-\sqrt{144} - (\sqrt{8} - \sqrt{16} + \sqrt{32} - \sqrt{64}) = a\sqrt{72}$$

Задача 2. Кой от знаците „ $<$ “, „ $>$ “ и „ $=$ “ трябва да поставим вместо \bullet , така че да е вярно

$$\sqrt{11} + \sqrt{2} \bullet 3 + \sqrt{3}$$

Задача 3. Намерете най-малкото цяло число n , за което $n \times (2 - \sqrt{5}) < -1$.

Задача 4. Пресметнете $2x + 3$, ако $(3x + 2)|40\sqrt{2} - 57| = 40\sqrt{2} - 57$.

Задача 5. Ако $x^2 - 5x + 1 = 0$, пресметнете $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

Задача 6. За колко цели числа x е изпълнено неравенството

$$(x - 4)\sqrt{-x + 3} \geq 0?$$

Задача 7. Ако $\sqrt{b^2 - 4b + 8} = 2 - |a|$, пресметнете $a + b$.

Задача 8. Пресметнете остатъка при делението на $x^3 + 2x^2 - x + 2$ на $x^2 + 1$.

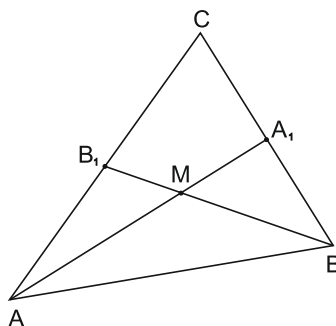
Задача 9. Ако $\frac{x-2}{3} = \frac{5-y}{2} = \frac{z}{5}$ да се пресметне $x - y - z$.

Задача 10. Нека x и y са естествени числа, такива че $2x + 7y = 85$. Пресметнете най-голямата стойност на $x \times y$.

Задача 11. Точките A_1 и B_1 са среди съответно на страните на BC и AC на $\triangle ABC$,

Точката M е пресечната точка на AA_1 и BB_1 . Лицето на $\triangle ABC$ е 12 cm^2 .

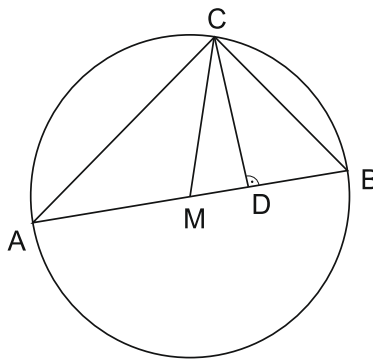
Колко квадратни сантиметра е лицето на $\triangle MA_1B_1$?



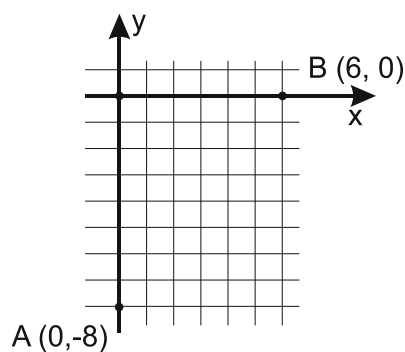
Задача 12. Точките M и D са от страната AB на $\triangle ABC$, такива че

$$\left| \begin{array}{l} AM = BM \\ CD \perp AB \\ \angle ACM = \angle BCD = 20^\circ \\ M \neq D \end{array} \right.$$

Колко градуса е $\angle DCM$?



Задача 13. Ако спрямо координатна система са зададени точките $A(0; -8)$ и $B(6; 0)$, определете координатите на точката M , която е среда на отсечката AB .



Задача 14. Квадрат има 4 пъти по-голямо лице от правоъгълник. Обиколката на правоъгълника е 12 cm . Коя е най-голямата стойност на страната на квадрата в cm ?

Задача 15. Точките $A(1; 1)$, $B(0; 3)$ и $C(m; 9)$ лежат на една права. Пресметнете m .

Задача 16. В петогълника $A_1A_2A_3A_4A_5$ са означени точките B_1, B_2, B_3, B_4 и B_5 . На колко най-много триъгълници с върхове само точките $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, B_1, B_2, B_3, B_4$ и B_5 можем да разрежем петогълника $A_1A_2A_3A_4A_5$?

Задача 17. В кутия има N бонбони. Ако първо взема M бонбона, а след това третинката от останалите и още M бонбона в кутията ще останат M бонбона. Колко пъти числото N е по-голямо от M ?

Задача 18. Лицето на триъгълник със страни $(3 - \sqrt{3})\text{ cm}$ и $(1 + \sqrt{3})\text{ cm}$ е $\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Колко cm е третата страна на триъгълника?

Задача 19. Колко са естествените числа $100 < N < 1000$, такива че сборът на цифрите на N и сборът на цифрите на $N + 1$ са нечетни числа?

Задача 20. Намерете най-малката стойност на сбора на целите числа x, y и z , ако

$$24x = 50y = 8z^2$$