Седмица на олимпийската математика 2016

Контролно по Комбинаторика януари 2016

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача С1. Ребрата на пълния граф с 11 върха са оцветени в червено и синьо. Да се докаже, че съществуват два независими (без общи върхове) едноцветни триъгълника, които са с един и същи цвят (и двата червени или и двата сини).

Задача С2. Да се намери броят на пермутациите (a_1, a_2, \ldots, a_6) на числата $1, 2, \ldots, 6$ със следното свойство: Минималният брой транспозиции (размяна на местата на две от числата в дадена пермутация), необходими за получаване на пермутацията $(1, 2, \ldots, 6)$ от (a_1, a_2, \ldots, a_6) , е равен на 4.

Задача С3. В клетките на безкрайна таблица са разположени n^2 пула във формата на квадрат $n \times n$. За един ход даден пул прескача съседен пул (хоризонтално или вертикално), като се поставя в празна клетка, а прескоченият пул се отстранява от таблицата. Да се докаже, че ако в даден момент не са възможни повече ходове, то са били направени поне $\frac{n^2}{3}$ хода.