9 – 12 КЛАС: ЕСЕН 2016

Задача 1. Ако $3-(\sqrt{2}-1)^2=\sqrt{x}$, тогава x =

A) 2 **B)** 4 **C)** 8 **D)** 10

Задача 2. Ако 11.11.1811 г. е бил понеделник, кой ден от седмицата е бил 11.11.1812 г.?

A) понеделник **B)** вторник **C)** сряда **D)** неделя

Задача 3. Ако $a^2=a+3$, тогова $a^3=$

A) $3a+4$ **B)** $4a+3$ **C)** a^2-a **D)** a^2+a

Задача 4. Ако $\sqrt{2x+1}+|4x^2-1|=0$, пресметнете $2x-3$.

A) - 2 **B)** 0 **C)** 4 **D)** -4

Задача 5. Колко е броят на изпъкналите N-ъгълници ($N\geq 3$), всеки от които има сбор от ъглите по-малък от 9 999 градуса?

A) 55 **B)** 56 **C)** 57 **D)** 58

Задача 6. Броят на естествените числа, които са делители на числото $3^6\times 6^3$ е:

A) 27 **B)** 30 **C)** 40 **D)** друг отговор

Упътване: Известно е, че ако p и q са различни прости числа, броят на естествените числа, които са делители на числото, равно на $p^n\times q^m$ е $(1+n)\times(1+m)$.

Задача 7. В правоъгълен триъгълник с катети a и b радиусът на вписаната окръжност е $0{,}5\,.\,(a-b)$. Периметърът на този триъгълник е

A) $a+2b$ **B)** $2a+b+c$ **C)** $3a+2b$ **D)** $a+3b$

Задача 8. Ако $ab<0$, тогава стойността на израза $(2a-|a|)\times(2b-|b|)$ е:

A) ab **B)** $2ab$ **C)** $3ab$ **D)** друг отговор

Задача 9. Разполагаме с 5 големи кутии. В някои от тях са поставени по 5 по-малки кутии. В някои от по-малките кутии са поставени по 5 още по-малки кутии. Колко е общият брой на кутиите, ако запълнените кутии са 5?

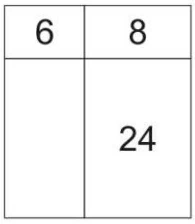
A) 125 **B)** 50 **C)** 30 **D)** 25

Задача 10. В правоъгълен триъгълник произведението на височините му е два пъти по-малко от произведението на страните му. Колко градуса е най-малкият ъгъл на триъгълника?

A) 15 **B)** 30 **C)** 45 **D)** 60

Задача 11. Намерете последната цифра на разликата $2015^{2016}-2017^{2018}$.

Задача 12. Правоъгълник A е разрязан на четири правоъгълника с лица на три от тях, в квадратни сантиметри, както е показано на чертежа.



Колко *квадратни сантиметра* е лицето на правоъгълника *А*?

Задача 13. Намерете най-малкото естествено число, което се дели на 2017, а при делението на 2015 дава остатък 8.

Задача 14. Колко най-малко числа от числата 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 98, 99 и 100 трябва да бъдат избрани на случаен принцип, така че сред тях да има 2 числа със сбор 150?

Задача 15. Ако броят на върховете на призма е с 10 по-голям от броя на стените ѝ, определете броя на ръбовете на призмата.

Задача 16. С колко цифри се записва числото, което е равно на

$$(5^{673})^3 \times (2^4)^{504}?$$

Задача 17. Колко са реалните решения на уравнението $20x^7 + 16x^2 + 2016 = 0$?

Упътване: Теорема на Декарт*: Да разгледаме алгебричното уравнение f(x)=0. Броят на положителните корени на уравнението f(x)=0 е или равно на броя на смените на знаците в редицата на коефициентите, или е по-малка от този брой с четно число. Броят на отрицателните корени на уравнението f(x)=0 е или равно на броя на смените на знаците в редицата на коефициентите на f(-x)=0, или е по-малка от този брой с четно число.* (Энциклопедія Элементарной математики на H. Weber и J. Wellstein, издадена в гр. Одеса през 1906 г.)

Задача 18. Намерете $\sphericalangle ACB$ на $\Delta\, ABC$, ако $\sphericalangle CAB = 60^0$ и $AB = 2\times AC$.

Задача 19. Нека n е естествено число. В интервала $[4n^2 + 4n + 1, 9n^2 + 6n + 1]$ има точно 6 точни квадрата. Определете n.

Задача 20. Намерете естествените числа, всяко от които е възможно да е най-голям общ делител на числата $2n + 3$ и $n - 8$, ако n е естествено число по-голямо от 8.