



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9-12 КЛАС

ЕСЕН 2015

**Задача 1.** Кое от посочените числа е най-голямо?

- A)  $2\sqrt{5}$                       B)  $3\sqrt{4}$                       C)  $4\sqrt{3}$                       D)  $5\sqrt{2}$

**Задача 2.** Намерете липсващото число в равенството

$$\frac{15}{45} = \sqrt{\frac{15}{?}}$$

- A) 25                      B) 45                      C) 90                      D) 135

**Задача 3.** Броят на рационалните числа в редицата  $\sqrt{1}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots, \sqrt{997}, \sqrt{999}$  е:

- A) 31                      B) 16                      C) 450                      D) 225

**Задача 4.** В правоъгълния  $\triangle ABC$  хипотенузата  $AB = \sqrt{2} \text{ cm}$  и  $\angle BAC = 75^\circ$ . Лицето на триъгълника е:

- A)  $4 \text{ cm}^2$                       B)  $2\sqrt{2} \text{ cm}^2$                       C)  $\sqrt{2} \text{ cm}^2$                       D)  $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$

**Задача 5.** Ако  $a = \sqrt{3} - 2$  и  $b = -\sqrt{3} - 2$ , тогава стойността на израза  $(a + 2|a|) \cdot (b - |b|)$  е:

- A) 2                      B) -2                      C)  $ab$                       D) 0

**Задача 6.** Многоъгълник има повече от 100 диагонала. Тогава броят на страните му е най-малко:

- A) 15                      B) 16                      C) 17                      D) 18

**Задача 7.** При решаването на едно и също квадратно уравнение трима ученици получили различни резултати.

Първият ученик получил за корени числата 1 и 2;

Вторият ученик - 2 и 3;

Третият ученик - 3 и 4.

Оказало се, че всеки е познал точно един корен на уравнението.

Ако корените са  $\alpha$  и  $\beta$ , тогава  $(\alpha - \beta)^2$  е:

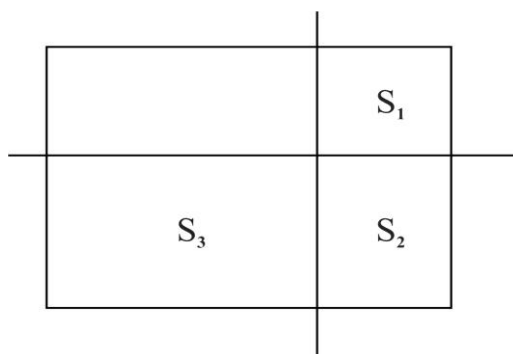
- A) 1                      B) 2                      C) 4                      D) 9

**Задача 8.** Числата  $a$  и  $b$ , са такива, че изразът  $a^2 + b^2 + 5 - ab - 2a - 2b$  има най-малка стойност. Тази стойност е:

- A) -1                      B) 1                      C) 5                      D) -5

**Задача 9.** Правоъгълник е разделен чрез две пресичащи се прави, успоредни на страните му, на 4 по-малки правоъгълника, три от които имат лица  $S_1, S_2$  и  $S_3$  (виж чертежа). Да се намери най-малката възможна стойност на лицето на четвъртия правоъгълник, ако  $S_1 < S_2 < S_3$ .

- A)  $\frac{S_1 \times S_2}{S_3}$                       B)  $\frac{S_1 \times S_3}{S_2}$                       C)  $\frac{S_2 \times S_3}{S_1}$                       D) друг отговор



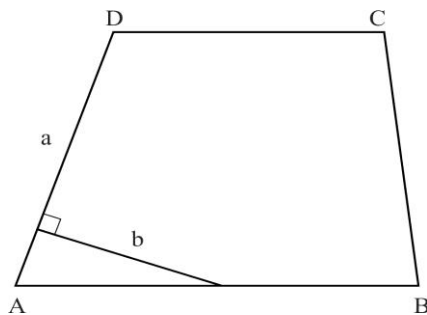
**Задача 10.** Колко са естествените числа  $n$ , за които числото  $\frac{3n-1}{n-2}$  също е естествено?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3

**Задача 11.** Ако  $(x - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}x - 1) = 0$  коя е най-голямата възможна стойност на  $\sqrt{2}x - 1$ ?

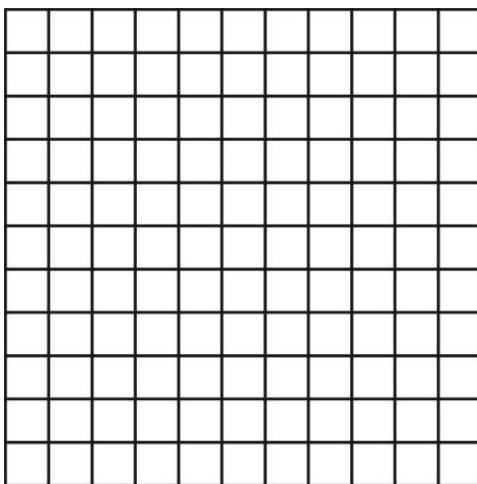
**Задача 12.** Колко най-много остри ъгли може да има изпъкнал шестоъгълник?

**Задача 13.** Бедрото  $AD$  на трапеца  $ABCD$  ( $AB > CD$ ,  $AB \parallel CD$ ) има дължина  $a$ , а разстоянието от средата на  $AB$  до  $AD$  е равно на  $b$ . Ако  $AB:DC=3:2$ , изразете лицето на трапеца чрез  $a$  и  $b$ .



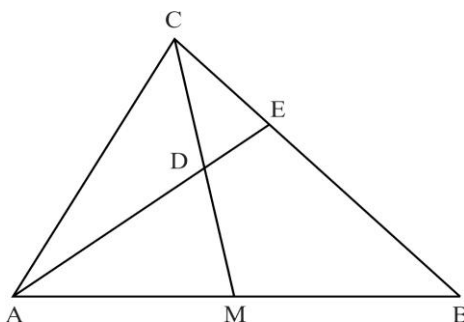
**Задача 14.** Колко са естествените числа по-малки от 2015, които могат да се представят като сбор на 4 последователни естествени числа?

**Задача 15.** Колко най-голям брой квадрати  $1 \times 1$  можем да оцветим в квадрат  $11 \times 11$ , така че нито в един квадрат  $2 \times 2$  да няма три оцветени квадрата  $1 \times 1$ ?



**Задача 16.** Намерете цялото число  $\alpha$ , ако  $\sqrt{11 - 2\sqrt{10}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{10}} = \alpha$ .

**Задача 17.** Точката  $D$  е от медианата  $CM$  на триъгълник  $ABC$ , такава че  $CD=DM$ . Ако точката  $E$  е пресечна точка на правата  $AD$  и страна  $BC$  намерете  $CE:CB$ .



**Задача 18.** За кои прости числа  $\alpha$  и  $\beta$  корените на уравнението  $x^2 - \alpha\beta x + \alpha + \beta = 0$  са цели числа?

**Задача 19.** Колко са естествените числа, които са делители на  $3^6 - 1$ ?

**Задача 20.** Ако  $y = x^2 + 5x + 4$ , изразете чрез  $y$  израза, равен на

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4).$$