МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9 – 12 КЛАС

ЕСЕН 2019

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.

2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.

3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.

4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.

5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.

6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.

7. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.

8. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.

9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.

10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

свалено от Klasirane.com

Задача 1. Колко са двуцифрените числа $\overline{ab}$, за които съществуват естествени числа A и B, такива че $\overline{ab} = A^2 = B^4$?

Задача 2. Пресметнете произведението на корените на уравнението

$$(3x^2 - 2) \times |3 - \sqrt{5}| = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}.$$

Задача 3. В кой квадрант е пресечната точка на правите $y = x - 4$ и $y = 2x - 1$?

Задача 4. Ако

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1 + 3 + 5 + \cdots + 97 + 99}$$

пресметнете възможните стойности на x.

Задача 5. След разместване на цифрите на числото 88111 се получило число, което е точен квадрат на естествено число. Кое е полученото число?

Задача 6. Ветроходец пътувал 8 км на запад от точка A и достигнал до точка B. След това пътувал 15 км на север от точка B до точка C. Колко е разстоянието от A до C?

Задача 7. Основата на равнобедрен триъгълник е 6 *cm*, а височината към основата му е 4 *cm*. Колко сантиметра е обиколката на триъгълника?

Задача 8. Да се пресметне колко пъти обемът на куб с повърхнина 48 cm^2 е по-голям от обема на куб с повърхнина 12 cm^2?

Задача 9. За тъпоъгълния триъгълник ΔABC с тъп ъгъл при върха C точката H е ортоцентър и $CH = AB$. Да се намери градусната мярка на $\angle ACB$.

Задача 10. Точките A, B и C лежат на една права като точката C не е между A и B. Ако $AB = 20$ *cm*, $AC : BC = 2 : 3$, да се намери разстоянието между центровете на окръжностите с диаметри AB и BC.

свалено от Klasirane.com

Задача 11. Сред 9 топки червените са 6, а останалите 3 са сини. Каква е вероятността при избор на 2 топки те да са червени?

Задача 12. В един футболен турнир участват 5 отбора като всеки отбор играе срещу всеки по една среща – победителят получава 3 точки, завършилите наравно – по 1 точка, загубилият – 0 точки. Известно е, че отборът, който е спечелил турнира е набрал толкова точки, колкото всички останали заедно. Колко са срещите в този турнир, които са завършили с победител?

Задача 13. Намерете последната цифра на разликата $A - B$, където

$$A = 1^0 + 3^2 + 5^4 + 7^6 + 9^8, \qquad B = 2^0 + 4^2 + 6^4 + 8^6 + 10^{10}.$$

Задача 14. Намерете най- малкия възможен сбор на естествените числа n и m, ако поне един от изразите $\frac{3n+1}{n-4}$ и $\frac{4}{m-5}$ е цяло число.

Задача 15. Ако $f(x) = 3x - 1$, колко са простите числа, които са решения на неравенството $f(f(x)) \leq 100$?

Задача 16. Известно е, че сред три неотрицателни едноцифрени числа всяко е равно на квадрата на разликата на останалите. Колко са възможните сборове на тези три числа?

Задача 17. Колко са реалните корени на уравнението $x^4 - 4x^3 - 1 = 0$?

Задача 18. Кой е остатъкът при делението на $x^{21} + 2$ на $x^2 - 1$?

Задача 19. За кои числа N съществува изпъкнал N-ъгълник, една от страните на който е с дължина 1, а дължините на всичките му диагонали са цели числа?

Задача 20. На състезание по математика е даден тест от 20 задачи, като за правилен отговор на всяка задача се присъждат 4 точки, за грешен отговор се отнема 1 точка, а за задача без посочен отговор се присъждат 0 точки. При какъв най-малък брой участници в състезанието поне двама от тях ще бъдат оценени с равен брой точки?

свалено от Klasirane.com