



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9 - 12 КЛАС

ПРОЛЕТ 2018

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи – 10 задачи с избираем отговор и 10 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори за задачите с избираем отговор трябва да запишете само буквата на верния отговор, а за задачите със свободен отговор – отговора/отговорите.
4. Всеки правилен отговор на задачите от 1 до 10 се оценява с 1 точка, ако е посочен грешен отговор или не е посочен отговор – 0 точки. Всеки правилен отговор на задачите от 11 до 20 се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Уравнението $x^3 + ax = 0$, където a е параметър, има корен 1. Колко е сборът на другите два негови корена?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2

Задача 2. Кой от посочените изрази е равен на стойността на изказа

$$||1 - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{2}||?$$

- A) $1 - \sqrt{2}$ B) $1 - \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $1 + \sqrt{2}$

Задача 3. Да се намери най-големият възможен сбор на три различни цели решения на неравенството

$$x^3 \leq 2x^2 - x.$$

- A) 0 B) -3 C) -4 D) -5

Задача 4. Точките A, B, C, D и E лежат на една права, като точката B е между A и C , точката D е среда на отсечката AC , точката E е среда на отсечката CB . Колко сантиметра е дължината на отсечката DE , ако $AB = 4 \text{ cm}$ и $\frac{AC}{CB} = \frac{7}{3}$?

- A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 4

Задача 5. Две окръжности с радиуси 9 cm и 1 cm се допират външно. Колко сантиметра е дължината на разстоянието между точките от тези окръжности, които лежат на общата им външна допирателна?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) друг отговор

Задача 6. Кое от посочените числа е с 2 по-голямо от реципрочното си?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $-\sqrt{2} - 1$ C) $1 - \sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$

Задача 7. Триъгълник има страни, изразяващи се в сантиметри с три различни прости числа. Определете колко сантиметра е най-малкият възможен периметър на този триъгълник.

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 15

Задача 8. Пресметнете сбора на всички цели числа, които са решения на уравнението

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{4x^2 + 12x + 9} = x + 5.$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 10

Задача 9. По колко начина можем да разместим цифрите на числото 1234, така че никоя да не запазва своето място?

- А) 6 В) 7 С) 8 D) 9

Задача 10. За колко стойности на n числото $\sqrt{n! + 3}$ е рационално?

Пояснение:

$$n! = \begin{cases} 1, \text{ ако } n = 0 \text{ или } n = 1 \\ 1.2. \dots (n-1).n, \text{ ако } n = 2, 3, 4 \dots \end{cases}$$

- А) 2 В) 3 С) 4 D) повече от 4

Задача 11. Колко сантиметра е сборът от диагоналите на равнобедрен трапец с лице 2 cm^2 , ако диагоналите са перпендикулярни?

Задача 12. За кои цели стойности на параметъра a системата уравнения

$$\begin{cases} y - x = 0 \\ ax + y = a \end{cases}$$

има само естествени числа за решения?

Задача 13. Намерете естественото число x , ако

$$2 + 9 + 16 + \dots + (7x - 5) + (7x + 2) = 486.$$

Задача 14. Колко са всичките четни 5-цифрени числа с различни цифри, записани с цифрите 0, 1, 2, 3 и 5?

Задача 15. Върху страната $BC = 9 \text{ cm}$ на ΔABC е взета точка D , такава че $CD : DB = 4:5$ и $\angle CAD = \angle ABC$. Намерете отношението $AC:BC$.

Задача 16. Кои са възможните остатъци при делението на квадратите на простите числа на 12?

Задача 17. Колко сантиметра е периметърът на този правоъгълен триъгълник, който има височина към хипотенузата 2 cm и най-малко лице?

Задача 18. Да се пресметне стойността на израза

$$(2 + \sqrt{3}) \times \left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - 2 \right) \times \left(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \right) + 1.$$

Задача 19. Колко е дробната част на удвоения сбор на три числа, ако дробната част на сборовете на всеки две от тях е $\frac{1}{3}$?

Задача 20. Ако $y = x^2 + x - 7$, изразете чрез y израза, равен на

$$(x - 1) \times (x + 2) \times (x - 3) \times (x + 4).$$