

Задача 1. Пресметнете

$$2^{12} - 2^{11} - 2^{10} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0$$

Задача 2. За колко прости числа p е изпълнено

$$p^3 > 16 > p$$

Задача 3. Пресметнете стойността на израза

$$\left(\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} \right) \cdot (2 + \sqrt{5})$$

Задача 4. Ако $x = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$, пресметнете

$$|x| + |x - 1| + 2x + 1$$

Задача 5. Ако наредената двойка числа (n, m) е решение на системата уравнения

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x^2y + y^2x + x + y = 30 \end{cases}$$

пресметнете

$$n^2 + m^2.$$

Задача 6. Пресметнете $x \cdot y \cdot z$, ако

$$\begin{cases} 3^x = 5 \\ 5^y = 7 \\ 7^z = 81. \end{cases}$$

Задача 7. Пресметнете $A - B$, ако

$$\sqrt{A^2 + 6A + 13} + \sqrt{B^2 - 1} = 2.$$

Задача 8. Пресметнете

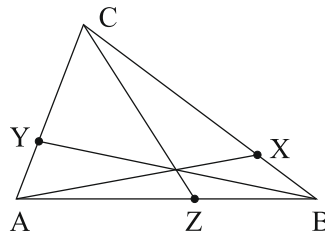
$$\sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 90^\circ$$

Задача 9. За кое най-малко естествено число x е вярно неравенството?

$$(x - 5)(x^2 - 4x + 4) \geq 0$$

Задача 10. За кои естествени числа n стойностите на $\frac{6}{n-1}$ и $\frac{14}{2n-1}$ са естествени числа?

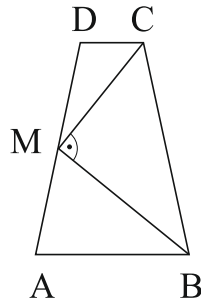
Задача 11. Точките X , Y и Z са съответно от страните BC , CA и AB на $\triangle ABC$.



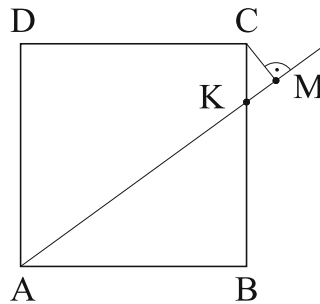
Ако правите AX , BY и CZ се пресичат в една точка и $\frac{AY}{YC} = \frac{1}{2}$, $\frac{BX}{XC} = \frac{1}{3}$, пресметнете

$$\frac{S_{\triangle AZC}}{S_{\triangle ABC}}$$

Задача 12. В равнобедрен трапец $ABCD$ с бедро $BC = 2\text{ cm}$ точката M е среда на бедрото AD и $\angle CMB = 90^\circ$. Намерете обиколката на трапеца.



Задача 13. Даден е квадрат $ABCD$ със страна 4 cm . Точката K е от страната BC и $CK = 1\text{ cm}$. Пресметнете разстоянието в cm от точката C до правата AK .



Задача 14. Числа равни на 8^{16} и 625^{12} са записани едно след друго. Колко цифри са записани?

Задача 15. Колко са четирицифрените числа, които се записват с поне една четна цифра?

Задача 16. Ако $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = 2$ и $\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{cotg} \beta = 3$, пресметнете $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.

Задача 17. При делението на двуцифреното число \overline{ab} на 9 се получава остатък 1. При делението на същото число на 10 се получава остатък 2. Кое е числото \overline{ab} ?

Задача 18. Пресметнете

$$\frac{a}{a+2} + \frac{4a^{-1}}{4a^{-1}+2}$$

Задача 19. Ако $a^2 + b^2 = 6ab$, пресметнете

$$\frac{4ab\sqrt{2}}{|a^2 - b^2|}.$$

Задача 20. Ако x_1 и x_2 , са корени на уравнението $x^2 - 2x - 2022 = 0$, пресметнете $2x_1 + x_2^2$.