



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

ЗИМА 2021

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват:
 - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
 - числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;
 - десетичните дроби.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
 - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
 - числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;
 - десетичните дроби.
9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Пресметнете

$$\frac{2021^3 - 1}{2021^2 + 2022}$$

Задача 2. Пресметнете $n - m$, ако $4n^2 + m^2 = 4m - 4$.

Задача 3. Пресметнете

$$\left(1 - \frac{1}{7}\right)\left(1 + \frac{1}{7}\right) + \left(2 - \frac{2}{7}\right)\left(2 + \frac{2}{7}\right) + \left(3 - \frac{3}{7}\right)\left(3 + \frac{3}{7}\right) + \left(4 - \frac{4}{7}\right)\left(4 + \frac{4}{7}\right) + \frac{30}{49}.$$

Задача 4. Пресметнете сбора от всички прости делители на 2021.

Упътване: $2025 = 45^2$.

Задача 5. Сборът от квадратите на три последователни цели числа е по-голям от утроеното произведение на двете по-големи от тях. Колко е най-голямото възможно число сред тези числа?

Задача 6. Пресметнете:

$$|1^2 - 3^2| + |3^2 - 5^2| + |5^2 - 7^2| + |7^2 - 9^2|.$$

Задача 7. Кое е най-малкото естествено число n , за което

$$n \times 0, (15) - \frac{1}{3}$$

е цяло число?

Задача 8. Коя е най-малката стойност на естественото число n , за която е изпълнено

$$3^n + 4^n < 5^n?$$

Задача 9. Намерете броя на различните рационални числа, които са решения на уравнението:

$$(x^2 - 1)(x^2 + x + 1) = (x^3 - 1)(x^2 - x + 1)$$

Задача 10. Сборът на 8 нечетни естествени числа е 32. Колко е най-малката възможна разлика на най-голямото и най-малкото от тези числа?

Задача 11. Отсечката AB е дълга 144 см. Върху нея Ани отбелязала разделителни точки така, че да се получат 6 равни части. След това Пиер отбелязал разделителни точки така, че да се получат 9 равни части. Колко точки са отбелязани върху отсечката?

Задача 12. Колко са отсечките, които свързват всеки 2 върха на 21-ъгълник, но не са негови страни?

Задача 13. В правоъгълна координатна система са дадени точките $O(0; 0)$, $A(4; -3)$ и $B(3;4)$. Определете колко е лицето на квадрат със страна AB .

Задача 14. Дървено кълбо е разрязано на две еднакви части. Лицето на повърхнината на едното от получените тела е 75 кв. см. Намерете лицето на повърхнината на кълбото.

Упътване: Лицето на повърхнина на сфера с радиус R е $4\pi R^2$.

Лицето на кръг с радиус r е πr^2 .

Задача 15. При пресичането на две успоредни прави с трета се получават осем ъгъла. Сборът от мерките на пет от тях е 330° . Намерете колко градуса е най-големият сред тези осем ъгъла.

Задача 16. Намерете сбора на естествените числа x и y , ако те удовлетворяват уравнението

$$x^2y = 9 + 7y.$$

Задача 17. Колко най-много числа можем да изберем сред числата 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10, така че сред тях да няма две числа, едното от които е два пъти по-голямо от другото?

Задача 18. Един от множителите на израза $a^4 - 9a^2 + 12a - 4$ е $(a - 2)$. Посочете другия.

Задача 19. Намерете последната цифра след десетичната запетая в записа на числото

$$\frac{2023}{2^{2021}}$$

като десетична дроб.

Задача 20. Кое е най-голямото цяло число, което не е по-голямо от стойността на израза:

$$\frac{30}{100} + \frac{30}{101} + \frac{30}{102} + \frac{30}{103} + \frac{30}{104} + \frac{30}{105}?$$