



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ЗИМА 2023

8. КЛАС

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
9. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Пресметнете цялото число n , ако

$$\sqrt{2^{-2} + 2^2 + 2} = \frac{n}{2}$$

Задача 2. Кое е цялото число n , ако

$$4 - 2\sqrt{3} = (n - \sqrt{3})^2 ?$$

Задача 3. Пресметнете

$$(1 + \sqrt{3})\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}.$$

Задача 4. Колко са рационалните числа в редицата

$$\underbrace{\sqrt{1001}, \sqrt{1002}, \dots, \sqrt{2021}, \sqrt{2022}}_{1022} ?$$

Задача 5. Ако a и b са цели числа, такива че

$$\frac{26}{1 - \sqrt{3}} = a + b\sqrt{3},$$

пресметнете $a - b$.

Задача 6. За колко цели числа x е изпълнено неравенството

$$\frac{10 - x}{\sqrt{x^3}} \geq 0?$$

Задача 7. Нека a и b са съответно цялата и дробната част на $2 + \sqrt{10}$. Намерете цялата част на $a : b$.

Задача 8. Коя е цифрата a , ако $\overline{a2023}$ се дели на 23?

Задача 9. Колко са простите делители на числото равно на

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7 + 2^8?$$

Пояснение: $a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Задача 10. Произведението на рационалното число Q и ирационалното число I е рационално число. Сборът на Q и I е $\sqrt{3}$. Пресметнете $Q - I$.

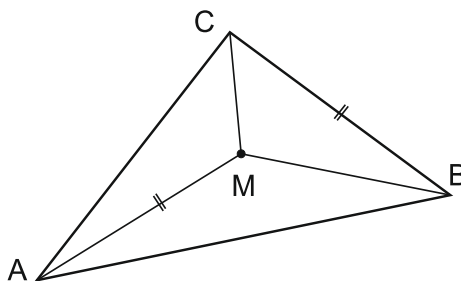
Задача 11. Ако дължините на страните на правоъгълен триъгълник са $a = 6, b = 8, c = 10$, а медианите към тях са съответно m_a, m_b и m_c пресметнете

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$$

Задача 12. Сборът на две от страните на триъгълник е 31 cm , а височините към тях са 8 cm и $16,8 \text{ cm}$. Колко е лицето на триъгълника в cm^2 ?

Задача 13. Страните на правоъгълник са 4 cm и 5 cm . Ако всяка от четирите му страни увеличим с $x \text{ cm}$, лицето на правоъгълника ще се увеличи със 112 cm^2 . Пресметнете x .

Задача 14. Точката M е вътрешна за $\triangle ABC$. Лицата на триъгълниците ABM, BCM и CAM са равни и $AM = BC$. Колко градуса е $\sphericalangle CMB$?



Задача 15. Четириъгълникът $ABCD$ е правоъгълник. Точките E и F са среди, съответно, на страните CD и AD , а отсечките AE и CF се пресичат в точката Q . Пресметнете отношението на лицата на четириъгълниците $ABCQ$ и $DEQF$?

Задача 16. Колко е сборът на всички двуцифрени числа \overline{ab} , за които $ab + 2a + 3b = 12$?

Задача 17. Колко са естествените числа, които са по-малки от 2023 и са взаимнопрости с 2023?

Пояснение: $2023 = 7 \cdot 17 \cdot 17$.

Задача 18. Ако числото β е такова, че $\beta^2 + 3\beta + 1 = 0$, пресметнете стойността на израза

$$\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$$

Задача 19. Ако $x \leq \frac{1}{2}$ опростете израза

$$\sqrt{x^2 - x + 0,25} + x + 0,25$$

Задача 20. За коя реална стойност на параметъра a уравнението $a^3x^2 - 2ax - 21 = 0$ има за корен 1?