



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ПРОЛЕТ 2023

8. КЛАС

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор, който записвате в листа за отговори. Проверява се единствено листа за отговори и по него се получава резултатът на участника, с който той участва в класирането.
3. Всяка задача се оценява с 2 точки за верен отговор; с 1 точка – ако отговорите са два или повече, а са посочени поне половината, или ако освен верният отговор, е посочен и един грешен; 0 точки – за грешен отговор или липса на отговор.
4. Времето за работа е не повече от 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
7. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
9. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Пресметнете  $a$ , ако

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{3} + a.$$

**Задача 2.** Кое е най-малкото цяло число  $N$ , такова че

$$N \geq \sqrt{(3 - \sqrt{21})^2} ?$$

**Задача 3.** Намерете броя на трицифрените числа  $\overline{abc}$  с различни цифри, за които

$$\overline{abc} = 9a + 9b + 9c.$$

**Задача 4.** Колко естествени числа, по-малки от 103, могат да бъдат дискриминанта на квадратно уравнение с цели коефициенти?

**Задача 5.** Пресметнете произведението на корените на уравнението

$$(x - 1)(x^2 - 2) = -3(1 - x)$$

**Задача 6.** Намерете най-малкото естествено число  $n$ , за което  $\sqrt{2023 \cdot n}$  е цяло число.

**Задача 7.** Числата от 1 до  $10^{10}$ , които се делят на 5, са  $2x^9$ . Кое е числото  $x$ ?

**Задача 8.** Пресметнете  $\sqrt{e^2 - 4e + 4} + \sqrt{e^2 - 6e + 9}$ .

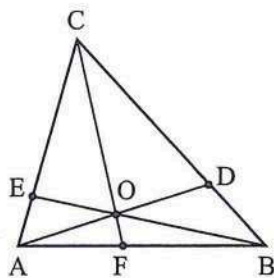
(Числото  $e$ , известно още като число на Непер, е математическа константа, приблизително равна на 2,71828).

**Задача 9.** Пресметнете

$$\sqrt{4^9 + 6^{10} + 3^{20}} - 3^{10}$$

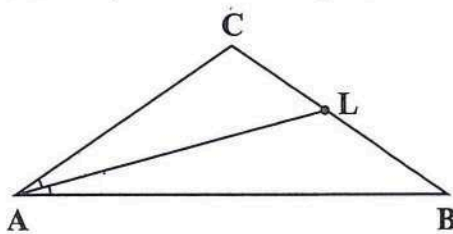
**Задача 10.** От множеството  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  по произволен начин са избрани три числа. Колко е вероятността едно от тези числа да е равно на средноаритметичното на другите две?

**Задача 11.** Ако  $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{6}$ ,  $\frac{CD}{DB} = 3$ , пресметнете  $\frac{BF}{AB}$

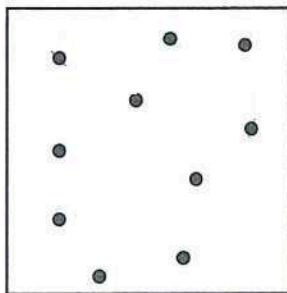


Пояснение: Теорема на Джовани Чева: Ако правите  $AD$ ,  $CF$  и  $BE$  се пресичат в една точка, тогава  $\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$

**Задача 12.** Триъгълник  $ABC$  е равнобедрен ( $AC = BC$ ). Ако  $AL$  ( $L \in BC$ ) е ъглополовяща на  $\angle CAB$  и  $AC + CL = AB$ , да се пресметне колко градуса е  $\angle CBA$ .



**Задача 13.** В квадрат са отбелязани 10 точки. На колко най-много триъгълници може да бъде разрязан този квадрат с върхове принадлежащи на множеството, получено от тези точки и четирите върха на квадрата?



**Задача 14.** При пресичането на две успоредни прави с трета се получават осем ъгъла. Сборът от мерките на пет от тях е  $333^\circ$ . Намерете мярката на най-големия от тези ъгли.

**Задача 15.** Пресметнете  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ , ако  $a - b = b - c = 2$ .

**Задача 16.** Пресметнете  $x$ , ако  $|x| + 0,04 \leq 0,4\sqrt{|x|}$

**Задача 17.** По колко начина можем да подредим 6 числа – две едноцифрени, две двуцифрени и две трицифрени числа, така че числата с един и същ брой цифри винаги да са едно до друго?

**Задача 18.** За колко естествени числа  $m$  числото  $\frac{m}{\sqrt{m-3}}$  е цяло число?

**Задача 19.** Естественото число  $x$  е такова, че  $x$  и  $x + 77$  са точни квадрати. Колко са всички такива естествени числа  $x$ ?

**Задача 20.** Намерете най-малката стойност на израза  $x^2 + xy + y^2 + 3y$ .