



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЗИМА 2018

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи – 10 задачи с избираем отговор и 10 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори за задачите с избираем отговор трябва да запишете само буквата на верния отговор, а за задачите със свободен отговор – отговора/отговорите.
4. Всеки правилен отговор на задачите от 1 до 10 се оценява с 1 точка, ако е посочен грешен отговор или не е посочен отговор – 0 точки. Всеки правилен отговор на задачите от 11 до 20 се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Ако  $a < 0$  и  $a^2 = a + 2$ , да се пресметне  $a^7 + a^5$ .

- A) 0                      B) - 1                      C) - 2                      D) друг отговор

**Задача 2.** Колко са рационалните числа в редицата

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots, \sqrt{2013}, \sqrt{2015}, \sqrt{2017} ?$$

- A) 43                      B) 21                      C) 20                      D) 22

**Задача 3.** Произведението на три цели числа е 12. Намерете най-малкия възможен сбор на тези числа, който е отрицателно число.

- A) -10                      B) - 11                      C) - 12                      D) -14

**Задача 4.** Ако  $x = \sqrt{2}$ , пресметнете стойността на израза

$$\frac{7}{1-x^3}.$$

- A)  $-1 + 2\sqrt{2}$                       B)  $1 - 2\sqrt{2}$                       C)  $-1 - 2\sqrt{2}$                       D)  $-1$

**Задача 5.** Две момчета играят на следната игра: от кутия с 13 бонбона те един след друг за един ход изваждат 1, 2, 3 или 4 бонбона. Печели този, който извади последния бонбон. Колко бонбона трябва да извади първият играч при първия си ход, за да си осигури възможност за победа в играта, при всеки ход на втория играч?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4

**Задача 6.** Нека  $A$  е естествено число, такова че уравнението  $(x - A)(x - 2) + 1 = 0$  има два различни реални корена. Коя е най-малката стойност на  $A$ ?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 7

**Задача 7.** В един клас има по-малко от 30 ученици, като 25% от тях са музиканти, а 40 % са спортисти. Колко са учениците в този клас?

- A) 20                      B) 24                      C) 26                      D) друг отговор

**Задача 8.** В шахматен турнир участват момичета и момчета, като всеки играе срещу всеки по една партия. Броят на партиите изиграни между момчетата е 28, а броят на партиите изиграни между момчетата е 15. Колко са партиите, в които момичета са играли срещу момчета?

- A) 24                      B) 48                      C) 42                      D) 21

**Задача 9.** Нека катетите  $AC$  и  $BC$  на правоъгълен триъгълник  $ABC$  са съответно 24 *cm* и 10 *cm*. Нека точката  $L$  е от хипотенузата  $AB$ , а  $CL$  е ъглополовяща за триъгълника  $ABC$ . Да се пресметне сборът от разстоянията от точката  $L$  до катетите на триъгълника.

- A) 14                      B) 14,5                      C) 15                      D) друг отговор

**Задача 10.** Да се пресметне изразът

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{2} - 1.$$

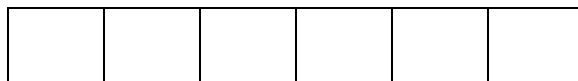
A) 0

B) 2

C)  $2\sqrt{2} - 2$

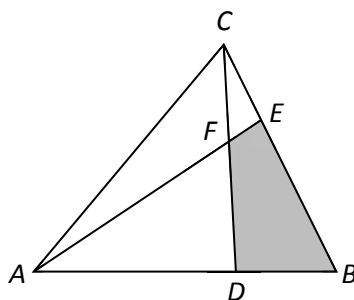
D)  $2 - 2\sqrt{2}$

**Задача 11.** От 19 отсечки, всяка с дължина 1 см, е сглобена фигура:



Колко маршрута с дължина 11 см водят от горния ляв до долния десен ъгъл, ако нито една отсечка не се изминава по два пъти?

**Задача 12.** Ако  $AD : DB = 3 : 2$  и  $CE : EB = 1 : 3$ , каква част от лицето на триъгълник  $ABC$  е лицето на заштрихованата част ( $DBEF$ )?



**Задача 13.** Ако

$$\begin{cases} a = (b - c)^2, \\ b = (c - a)^2, \\ c = (a - b)^2 \end{cases}$$

пресметнете най-голямата възможна стойност на  $a + b + c$ .

**Задача 14.** Равнобедрен триъгълник има бедро 2 см и лице 1 кв. см. Ако основата е най-голямата страна на триъгълника, да се определи ъгълът при основата на този триъгълник.

**Задача 15.** Колко са естествените числа, които са взаимно прости с числото  $29^3$  и са по-малки от него?

**Задача 16.** Ако  $x^4 + 2018x^2 + 2017x + 2018 \equiv (x^2 + Ax + 1)(x^2 - x + B)$ , пресметнете  $B - A$ .

**Задача 17.** Ако  $a$  и  $b$  са цели числа, такива че

$$a + b < 0 \text{ и } (a^2 - a - 2)\sqrt{2} = (b^2 - 1)\sqrt{3},$$

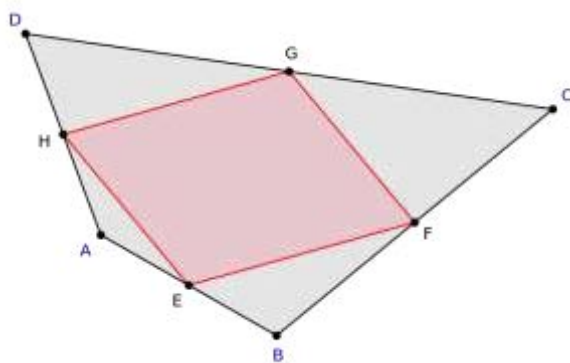
да се пресметне  $a + b$ .

**Задача 18.** Ако  $a$ ,  $b$  и  $c$  са положителни числа, такива че  $a^2 + b^2 = c^2$ , колко от изразите

$$a^3 + b^3 - c^3, \quad a^4 + b^4 - c^4, \quad a^5 + b^5 - c^5,$$

са положителни числа?

**Задача 19.** Точките  $E$ ,  $F$ ,  $G$  и  $H$  са среди на страните на четириъгълник  $ABCD$  с лице 30 кв. см. Да се пресметне лицето на четириъгълник  $EFGH$ .



**Задача 20.** Групите  $(1)$ ,  $(2, 3, 4)$ ,  $(5, 6, 7, 8, 9)$ ,  $(10, 11, 12, 13, 14, 15, 16)$ , ...

са образувани от естествени числа, като всяка група завършва с квадрата на номера на групата си. Колко е сборът на числата в група номер 21?