



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9 – 12 КЛАС

ЗИМА 2020

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Пресметнете

$$1 + \sqrt{3} \times \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} \times \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right).$$

**Задача 2.** Пресметнете

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{1 + 6\sqrt{1 + 7\sqrt{81}}}}}}}$$

**Задача 3.** Намерете цифрата на стотиците на числото, равно на

$$2! + 4! + 6! + 8! + 10! + 12 !.$$

**Задача 4.** Ако  $x^2 + 5x + 1 = 0$ , пресметнете

$$x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

**Задача 5.** Сборът на 4 естествени числа е 30. Определете най-голямата възможна стойност на най-големия общ делител на тези числа.

**Задача 6.** Графиката на функцията  $f(x) = ax^2 + bx + 4$  пресича абсцисната ос в точките  $A(4;0)$   $B(-1;0)$ . Пресметнете  $f(1)$ .

**Задача 7.** По колко начина измежду естествените числа от 1 до 25 могат да се изберат 4, така че произведението им да завършва на 4 нули?

**Задача 8.** Колко корена има уравнението  $\sqrt{-x^2 + 8x - 7} - \sqrt{1 - x} - x = -1$ ?

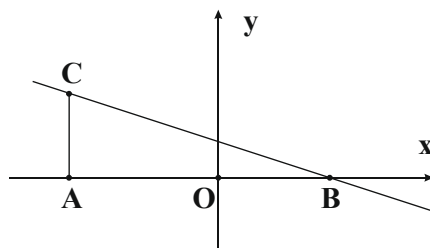
**Задача 9.** Ако  $\sqrt{a^2 - 10a + 25} = 1$ ,  $\sqrt{3b^2 - 6b + 3} = \sqrt{27}$  и  $\sqrt{(a - b)^2} = b - a$ , пресметнете  $a + b$ .

**Задача 10.** Колко от числата 12, 24, 36 и 48 удовлетворяват условието: „За всеки негов естествен делител  $d$ , по-голям от 2, числото  $d - 1$  е просто.”

**Задача 11.** Ако броят на върховете на призма е с 18 по-голям от броя на стените ѝ, определете броя на ръбовете на призмата.

**Задача 12.** На чертежа, правата  $BC$  е графиката на функцията  $y = -\frac{1}{3}x + 1$ .

Ако  $OA = 6$ ,  $CA \perp AB$ , определете координатите на точката  $C$ .



**Задача 13.** В успоредника  $ABCD$ :  $BD = 16\text{ cm}$ ,  $AC = 34\text{ cm}$  и  $\angle ADB = 90^\circ$ .

Намерете лицето на успоредника.

**Задача 14.** Квадрат има 16 пъти по-голямо лице от лицето на правоъгълник. Обиколката на правоъгълника е  $16\text{ cm}$ . Коя е най-голямата стойност на страната на квадрата в  $\text{cm}$ ?

**Задача 15.** Ако спрямо координатна система са зададени точките  $A(-4; 0)$ ,  $B(6; 0)$  и  $C(0; 6)$ , определете ординатата на точката  $M$ , която е медицентър на триъгълник  $ABC$ .

**Задача 16.** Намислих си трицифрено число, което е просто число и на което цифрата на единиците е равна на сбора на цифрите на стотиците и на десетиците. Коя е цифрата на единиците?

**Задача 17.** Седемцифрено число удовлетворява и трите условия:

- записва се само с цифрите 2 и 1;
- броят на цифрите 2 е повече от броя на цифрите 1;
- числото се дели на 24.

Кое е числото?

**Задача 18.** Ако

$$(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4)(x - 5) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

е тъждество, пресметнете  $a_5 - a_4 + a_3 - a_2 + a_1 - a_0$ .

( $x$  е променлива;  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  — константи.)

**Задача 19.** Колко са наредените тройки естествени числа  $(x, y, z)$ , които са решения на уравнението  $x + y + z = 9$ ?

**Задача 20.** Запишете най-малкото двуцифрено число, при делението на което на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се получават точно 4 остатъка 0.