



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЕСЕН 2018

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

### ДЕКЛАРАЦИЯ

Доброволно предоставям и давам своето съгласие администраторите на лични данни, обработващи лични данни при фондация „Математика без граници“ и „Инвариант М“ да обработва личните ми данни/личните данни на детето ми за 6-то издание на турнира през 2018-2019 г.: трите имена, клас, училище, населено място, точки от състезание, награда, като на електронната страница на турнира бъдат публикувани само имената ми, града, класа и наградата. Запознат/а съм с целите на обработване на личните ми данни/личните данни на детето ми.

За ученика: .....

(Трите имена на ученика)

Клас:....., училище ..... населено място:.....

Родител:..... Подпис:.....

Родител:..... Подпис: .....

Дата: ..... 2018 г.

## Аритметика и алгебра

**Задача 1.** Кое е най-малкото просто число, което дели числото равно на

$$3^{20} + 5^{18}?$$

**Задача 2.** Нека  $a$  и  $b$  са цели числа, за които  $|a| < 3$  и  $1 < |b| < 5$ .

За коя стойност на  $b$  изразът  $a - 3b$  приема най-голяма стойност?

**Задача 3.** Нека естествените числа  $x$  и  $y$ , са такива, че

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) \times \left(2y + \frac{1}{y}\right) = 6.$$

Да се пресметне  $2x + y$ .

**Задача 4.** Едно тяло изминало  $60 \text{ km}$  със скорост  $30 \text{ km/h}$ . Следващите  $40$  километра то изминава със скорост  $X \text{ km/h}$ . Пресметнете  $X$ , ако средната скорост на тялото е  $40 \text{ km/h}$ .

**Задача 5.** Ако  $\frac{x}{2x^2+9x+2} = \frac{1}{3}$ , да се пресметне  $x^4 + 21x + 100$ .

## Логически задачи

**Задача 6.**

– Колко е часът? – попитали Питагор.

– До края на денонощието остават два пъти по две пети от времето, което е минало от началото – отговорил той.

Колко е часът?

**Задача 7.** По колко начина можем да налеем  $38$  литра сок в общо  $10$  бутилки от по  $1$  литър,  $3$  литра и  $5$  литра, като използваме и от трите вида бутилки?

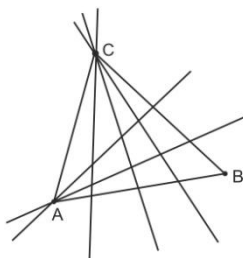
**Задача 8.** Произведението на шест прости числа е  $240$ . Колко е сборът на тези числа?

**Задача 9.** Средната възраст на  $x$  момчета е  $13$  години, а на  $2 \times x$  момичета е  $10$ . Колко години е средната възраст на тези момичета и момчета? ( $x$  е естествено число)

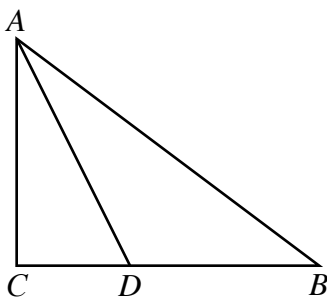
**Задача 10.** В клуба по лека атлетика има повече от 5 члена и момичетата са повече от 93%. Колко най-малко е възможният брой атлетки - момичета?

### Геометрия

**Задача 11.** Даден е триъгълник  $ABC$ . През два негови върха са построени прави, пресичащи противоположните страни. По този начин триъгълникът е разделен на 12 непресичащи се части. Ако построим  $X$  прави през единия връх и  $2X + 1$  прави през друг връх се получават 800 части. Пресметнете  $X$ .



**Задача 12.** Триъгълник  $ABC$  е правоъгълен с прав ъгъл при върха  $C$  и страни  $3\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$  и  $5\text{ cm}$ . Ъглополовящата на ъгъл  $BAC$  пресича страната  $BC$  в точка  $D$ . Колко най-малко квадратни сантиметри може да е лицето на триъгълник  $ABD$ ?



**Задача 13.** Стените на куб с ръб  $8\text{ cm}$  били боядисани, след което кубът бил нарязан на кубчета с ръб  $1\text{ cm}$ . Колко от малките кубчета имат поне една боядисана стена?

**Задача 14.** Отсечката  $AB$  е дълга  $72\text{ cm}$ . Ако Ани отбелязва разделителни точки върху отсечката така, че да се получат 8 равни части, а Петър отбелязва разделителни точки така, че да се получат 12 равни части, то колко разделителни точки има отбелязани върху отсечката  $AB$ ?

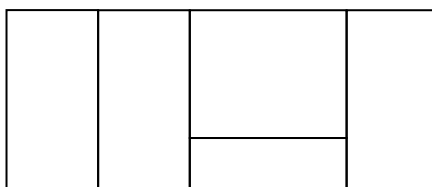
**Задача 15.** Медианата и височината към хипотенузата на правоъгълен триъгълник са съответно  $4\text{ cm}$  и  $2\text{ cm}$ . Колко градуса е най-големият остър ъгъл на този триъгълник?

### Комбинаторика

**Задача 16.** Колко е броят на десетцифрените числа със сбор на цифрите 2?

**Задача 17.** Сборът на шест нечетни естествени числа е 20. Колко е най-малката възможна разлика на най-голямото и най-малкото от тези числа?

**Задача 18.** Фигурата на чертежа е съставена от 5 правоъгълника. Трябва да ги оцветим с 5 цвята като всеки два съседни правоъгълника не са оцветени в един и същ цвят. По колко начина можем да направим оцветяването, като не е задължително да използваме всички цветове?



**Задача 19.** Трима души разпределили помежду си наличните няколко плода с различни тегла така, че всички получили равни тегла плод без нарушаване целостта на плодовете. Към тримата се присъединили още двама и се наложило ново разпределение, при което всички отново получили равни тегла плод без нарушаване целостта на плодовете. Колко броя най-малко са били наличните плодове?

**Задача 20.** Разглеждаме числата

$$a_1, a_2, a_1 \times a_2, a_3, a_4, a_3 \times a_4, \dots, a_{2017}, a_{2018}, a_{2017} \times a_{2018}.$$

Колко най-много са отрицателните сред тези числа?