

ЗАДАЧИ ЗА 9. – 12. КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$(\sqrt[3]{2} - 1) \times (\sqrt{8} - 1) \times (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{-} + 1) \times (2\sqrt{2} + 1).$$

Задача 2. Колко са 8-цифрените естествени числа, които се делят на 2020 и завършват на 2020?

Задача 3. Ако $f(x) = x^3 - 8x + 7$, пресметнете $f(-\sqrt{2} + 1) + f(\sqrt{2} - 1)$.

Задача 4. Колко са реалните корени на уравнението

$$x^2 - 3|x| + 1 - \sqrt{2} = 0?$$

Задача 5. За коя отрицателна стойност на x изразът $x + \frac{9}{16x}$ има най-голяма стойност?

Задача 6. В един клас има 5 момичета и n момчета. Всеки от тях получил еднакъв брой химикалки. Общият брой раздадени химикалки е $n^2 + 5n + 9$. Колко химикалки получили момичетата?

Задача 7. На колко нули завършва най-малкото число, което се дели и на 2, и на 5, и има 2021 делителя?

Задача 8. Ако

$$\sqrt{4a^2 - 20a + 169} + |b - 3| = 12$$

да се пресметне $a + b$.

Задача 9. Колко е сборът на корените на уравнението?

$$|x - 2| + |6 - 3x| = (x -)^2.$$

Задача 10. Ако $\operatorname{tg} x = 2$, пресметнете

$$\frac{5}{6 + 14\sin x \cos x}.$$

Задача 11. Върху окръжност са отбелязани 20 точки оцветени в синьо или в червено. Свързали всяка синя точка точно с 6 червени. Оказало се, че всяка червена точка е свързана с точно 4 сини точки. Колко са отсечките с разноцветни краища?

Задача 12. Пресметнете сбора на естествените числа x и y , ако

$$x + 7 = y^2.$$

Задача 13. Пресметнете

$$\frac{8}{1-x^8} - \frac{4}{1+x^4} - \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x}.$$

Задача 14. От 8 различни цветя трябва да съставим букет от четен брой цветя. Колко са всичките възможни букети?

Задача 15. Колко е броят на точните квадрати, които са делители на числото

$$2.(2.3).(2.3.4).(2.3.4.5).(2.3.4.5.6).(2.3.4.5.6.7)?$$

Задача 16. Ако p , q и r са прости числа, такива че $2p + q \cdot r = 18r^2$, пресметнете

$$p + q + r.$$

Задача 17. С цифрите 1, 2, 3, 4, 5 и 6 са написани всички трицифрени числа, цифрите на които са различни. Колко от тях имат сбор на цифрите си, равен на 9?

Задача 18. Намерете ъглите на триъгълник, ако центровете на вписаната и описаната окръжност са симетрични относно една негова страна.

Задача 19. В $\triangle ABC$ страните AC и AB са съответно 6 cm и 9 cm. Нека точката $P \in AB$ и е такава, че $AP = 4$ cm. Пресметнете $BC: CP$.

Задача 20. Спрямо правоъгълна координатна система върховете на триъгълника ABC имат координати: $A(-2;0)$, $B(6;0)$, $C(-1;-3)$. Да се намерят абсцисата и ординатата на медицентъра на триъгълника.