# Седмица на олимпийската математика 2016

# Контролно по Геометрия
# януари 2016

*Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy*

**Задача G1.** Даден е вписан четириъгълник $ABCD$ с пресечна точка на диагоналите $F$. Нека правите $AB$ и $CD$ се пресичат в точка $P$, а точка $M$ е от лъча $PD^{\rightarrow}$, такава, че $PA \cdot AB = PM \cdot CD$. Ако $N$ е симетричната точка на $M$ относно $P$, то да се докаже, че $PF \parallel AN$.

**Задача G2.** Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$, в който $\angle DAC = \angle ABC$ и $\angle DCA = \angle ACB$. Точка $N$ лежи на отсечката $AB$ и е такава, че $\angle NCB = \angle ABD$. Нека $M$ е средата на $BD$. Правите $AM$ и $BC$ се пресичат в точка $P$. Да се докаже, че $PN \perp AB$.

**Задача G3.** Даден е $\triangle ABC$, който е вписан в окръжност $k$ с център $O$. Разглеждаме трите полувписани окръжности за $\triangle ABC$, т.е. окръжностите, които се допират вътрешно до $k$ и до две от страните му. Да се докаже, че техният радикален център лежи на правата $IO$, където $I$ е центърът на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност.