



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

ЗИМА 2019

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

### ДЕКЛАРАЦИЯ

**(Попълва се само от нови участници!)**

Доброволно предоставям и давам своето съгласие администраторите на лични данни, обработващи лични данни при фондация „Математика без граници“ и „Инвариант М“ да обработва личните ми данни/личните данни на детето ми за 6-то издание на турнира през 2018-2019 г.: трите имена, клас, училище, населено място, точки от състезание, награда, като на електронната страница на турнира бъдат публикувани само имената ми, града, класа и наградата. Запознат/а съм с целите на обработване на личните ми данни/личните данни на детето ми.

За ученика: .....

(Трите имена на ученика)

Клас:....., училище ..... населено място:.....

Родител:..... Подпис:.....

Родител:..... Подпис: .....

**Задача 1.** Ако  $|a| = 3$  и  $|a - 1| = 1 - a$ , да се пресметне  $5 - a$ .

**Задача 2.** Коя е най-малката стойност на естественото число  $n$ , за която е изпълнено

$$2^n + 4^n + 6^n > 1000?$$

**Задача 3.** Пресметнете сбора от простите делители на 4 433.

**Задача 4.** Кое е числото, което разделя отсечката с краища  $(-\frac{2}{3})$  и 1,2 от числовата ос на две равни части?

**Задача 5.** Пресметнете сбора на всички естествени числа  $n$ , за които  $n - 1$  дели  $n^3 - 4$ .

**Задача 6.** Робот отрязва 1 част (10 cm) от метален прът (10m) за  $x$  секунди, а между две отрязвания има интервал от  $x$  секунди. За колко секунди ще бъдат отрязани  $x$  части от пръта, ако  $x \leq 98$  ?

**Задача 7.** През месец януари в една година имало точно четири понеделника и точно четири петък. Кой ден от седмицата е бил 1 януари?

**Задача 8.** Иван записал всички естествени числа, всяко от които:

- е съставено от различни четни цифри;
- е по-малко от 5000;
- се дели на 18.

Да се намери броят на всички числа, които Иван е записал.

**Задача 9.** Известно е, че равенството

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 3)^2 + (2n - 1)^2 = \frac{n \times (4n^2 - 1)}{3}$$

е тъждество. Да се пресметне

$$(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2017^2 + 2019^2) \div (1010 \times 2019 \times 2021).$$

**Задача 10.** Сборът  $A$  на 4 от числата 36, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 и 12 е три пъти по-голям от сбора  $B$  на други 4 от тези числа. Пресметнете  $A + B$ ?

**Задача 11.** Колко са отсечките, които свързват всеки 2 върха на 20-ъгълник, но не са негови страни?

**Задача 12.** Дървено кълбо е разрязано на две еднакви части. Лицето на повърхнината на едното от получените тела е 60 кв. см. Намерете лицето на повърхнината на кълбото.

**Упътване:**

*Лицето на повърхнина на сфера с радиус  $R$  е  $4\pi R^2$ .*

*Лицето на кръг с радиус  $r$  е  $\pi r^2$ .*

**Задача 13.** Правоъгълник с обиколка 60 см е разрязан на два еднакви правоъгълника – всеки с обиколка 38 см. Колко квадратни сантиметра е лицето на разрязания правоъгълник?

**Задача 14.** На окръжност са отбелязани 3 сини, 5 зелени и  $N$  червени точки. Отсечките с разноцветни краища са 71. Пресметнете  $N$ .

**Задача 15.** Дадени са 5 отсечки. Първата от тях пресича 2 от останалите, втората – 3 от останалите, третата – 4 от останалите, четвъртата – 4 от останалите. Кой отсечки пресича петата отсечка?

**Задача 16.** От три метални кубчета с ръбове съответно 3 см, 4 см и 5 см е отлято ново кубче. Пресметнете колко см е ръба на новото кубче.

**Задача 17.** Петър събрал числата, които са от множеството  $B \{-3, -5, 1, 2\}$ , но не са нито от  $A \{-2, -3, -6, 5\}$ , нито от  $C \{-1, -2, -3, -6, 2, 5\}$ . Иван събрал числата, които са от  $A$  и от  $C$ , но не са от  $B$ . С колко полученият от Иван сбор е по-голям от получения от Петър сбор?

**Задача 18.** Кое е числото  $A$ , ако

$$\frac{1}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} = -\frac{A}{35}.$$

**Задача 19.** Полиномът  $x^5 + x + 1$  може да се представи като произведение на два полинома от втора и от трета степен  $(x^3 - x^2 + 1)$  и  $(x^2 + A \times x + 1)$ . Кое е числото  $A$ ?

**Задача 20.** Моторна лодка изминава 32 km по течението и 21 km срещу течението на река общо за 3 h 21 min. Намерете скоростта на лодката в спокойна вода, ако скоростта на лодката срещу течението е равна на 60 % от скоростта ѝ по течението на реката.