**МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ**

**9 - 12 КЛАС**

**ПРОЛЕТ 2020**

## УКАЗАНИЯ

**1.** Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.

**2.** Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.

**3.** Запишете отговорите в листа за отговори.

**4.** Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.

**5.** Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.

**6.** Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.

**7.** Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.

**8.** По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Пресметнете цялото число $a$, ако

$$0{,}4(5)+0{,}5(4)=\frac{a}{10}.$$

**Задача 2.** Намерете най-малкото цяло число *n,* за което $n\times\left(13-\sqrt{170}\right)<-1$.

**Задача 3.** Нека $a$, $b$ и $c$ са положителни числа и $a^2+b^2=c^2$.

За колко естествени числа $x$ е изпълнено неравенството

$$a^x+b^x>c^x.$$

**Задача 4.** За колко цели числа $x$ е изпълнено неравенството

$$\frac{x+2}{\sqrt{-x+2}}\geq 0?$$

**Задача 5.** Опростете израза

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}.$$

**Задача 6.** Кои са корените на уравнението

$$\sqrt{x+2\sqrt{x+2\sqrt{3x}}}=x?$$

**Задача 7**. Пресметнете

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z},$$

ако

$$\left|\begin{array}{l}\dfrac{xy}{x+y}=1\\[2mm]\dfrac{yz}{y+z}=\dfrac{1}{2}\\[2mm]\dfrac{zx}{z+x}=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

**Задача 8.** Нека $a$ и $b$ са съответно цялата и дробната част на $\sqrt{6}$. Пресметнете цялата част на $a \div b$.

**Задача 9.** Ако

$$\sqrt{a^2 - 6a + 10} + \sqrt{b^2 - 8b + 17} = 2,$$

да се пресметне $a - b$.

**Задача 10.** Произведението на две отрицателни числа е $361$, а сборът им е числото $S$. Колко са възможните цели стойности на $S$, които са по-големи от (-100)?

**Задача 11.** Колко е сборът на простите делители на 403 403?

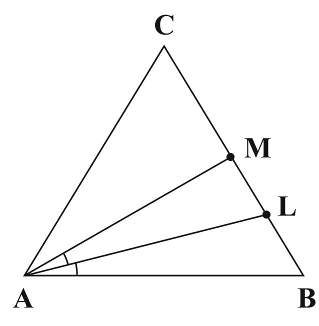
**Задача 12.** Колко е възможният брой събираеми при представянето на 42 като сбор на последователни естествени числа?

**Задача 13.** Естественото число $x$ е такова, че $x$ и $x + 15$ са точни квадрати. Колко е сбора на всички такива естествени числа $x$?

**Задача 14.** Колко са 4-цифрените числа, които се записват само с цифрите 1, 2 и 3, в записа на които всяка от цифрите се среща поне веднъж?

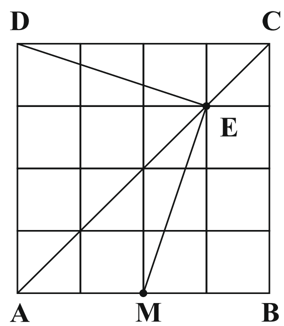
**Задача 15.** Колко са трицифрените числа, които се делят на 4 и имат поне една цифра 3 в записа си?

**Задача 16.** В равностранния триъгълник $ABC$, точката $M$ е среда на страната $AB$, а точката $L$ е пресечната точка на ъглополовящата на $\measuredangle MAB$ и страната $BC$. Отношението на лицата на триъгълниците $ABL$ и $ABC$ е $2 - \sqrt{x}$. Да се пресметне $x$.

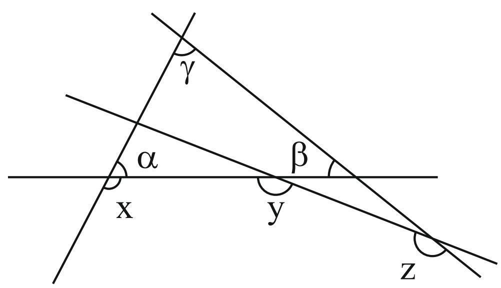


**Задача 17.** Леонард Ойлер (*Leonhard Euler* ) е доказал, че разстоянието между центровете на описаната и вписаната окръжност с радиуси съответно $R$ и $r$ е равно на $\sqrt{R^2 - 2Rr}$.
Пресметнете разстоянието между центровете на описаната и вписаната окръжност за триъгълник със страни 6, 8 и 10.

**Задача 18.** Точката *E* е от диагонала АС на квадрата *ABCD* такава че *AE* = 3*EC*. Точката *M* е среда на страната *AB*. Да се пресметне ∠*MED*.




**Задача 19.** Ако $\gamma : (\alpha + \beta) = 1 : 2$, да се пресметне в градуси $x + y + z$.




**Задача 20.** Страните на правоъгълник *ABCD* са 3 *cm* и 4 *cm*. Точките *P* и *Q* са съответно върху страните *BC* и *CD*, такива че лицето $\Delta\, PQA$ е 4 $cm^2$.
Колко *cm* е най-малката стойност на *BP* + *DQ*?