

# AGE GROUP 7

Problem	Answer	Solution
1	16	$\underbrace{(-1) \times (-1)^3 \dots \times (-1)^{31} \times (-1)^{33}}_x = y.$ $\Rightarrow x = 17, y = -1 \Rightarrow x + y = 16.$
2	-1	$ x - 3  +  x - 4  = -(x - 3) + (x - 4) = -1.$
3	11	$\frac{2.12!}{10!.4!} = \frac{2.12.11.10!}{10!.24} = 11$
4	3	$2^{11-n} + 3^{11-n} + 4^{11-n} = m^2 \stackrel{n=10}{=} \Rightarrow 2 + 3 + 4 = 9 \Rightarrow m = 3$
5	9	$a^2 + b^2 + 2c^2 - ab - bc - ca - 6c + 9 = 0 \Leftrightarrow$ $2a^2 + 2b^2 + 4c^2 - 2ab - 2bc - 2ca - 12c + 18 = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 + 2(c - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = c = 3 \Rightarrow$ $\Rightarrow a + b + c = 9$
6	1	$(2^{17} - 2^{16}) - 2^{15} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0 =$ $2^{16} - 2^{15} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0 = 2^{15} - 2^{14} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0 = \dots =$ $= 2 - 1 = 1$
7	8	<p>Нека за определеност цената на стоката на борсата да е 100 лева.</p> <p>Първоначалната цена е била <math>100 + 20\%</math> от <math>100 = 120</math>.</p> <p>След това обаче стоката е намалена и цената ѝ вече е <math>120 - 10\%</math> от <math>120 = 108</math>. Тогава реализираната печалба е 8 лева при цена на стоката 100 лева – т.е. печалбата е 8 %.</p>
8	188	<p>Числата, които се делят и на 5, и на 3 - това са всички числа, които се делят на 15 – броят им е 13.</p> <p>Неизтрите числа са <math>201 - 13 = 188</math>.</p>
9	10	$\underbrace{222 + 222 + \dots + 222}_{9 \text{ събираеми}} + 22 + 2 = 2022$ <p>Общо събираемите са 11, а използваните плюсове са 10.</p>
10	6	$\frac{a}{21 - a} \Rightarrow a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \Rightarrow a = 1, 2, 4, 5, 8, 10 \Rightarrow 6$
11	8	$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} \Rightarrow h_a : h_b : h_c = 6 : 4 : 3 \Rightarrow h_a = 6k; h_b = 4k; h_c = 3k$ $\Rightarrow \frac{6ka}{2} = \frac{4kb}{2} = \frac{3kc}{2} \Rightarrow 6ka = 4kb = 3kc \Rightarrow 6a = 4b = 3c \Rightarrow a = \frac{3}{6}c,$ $b = \frac{3}{4}c$ $\Rightarrow a + b + c = \left\{ \frac{3}{6}c + \frac{3}{4}c + c = \frac{9}{4}c \Rightarrow c = 8 \right.$

12	10	<p>Нека <math>\sphericalangle MAD = 2x</math>, <math>\sphericalangle MBA = 4x</math>, <math>\sphericalangle MCD = 7x</math>.</p> <p>Тогава <math>\sphericalangle MAB = 90^\circ - 2x = \sphericalangle BMA \Rightarrow AB = MB = BC \Rightarrow</math>  <math>\sphericalangle BMC = \sphericalangle MCB = 90^\circ - 7x</math>.</p> <p>В триъгълник <math>BMC</math> ъглите са <math>90^\circ - 7x</math>, <math>90^\circ - 7x</math>, <math>90^\circ - 4x \Rightarrow x = 5^\circ \Rightarrow \sphericalangle BMC = 90^\circ - 7 \times 5^\circ = 55^\circ</math>.</p> <p><math>\sphericalangle MCA = \sphericalangle MCB - \sphericalangle ACB = 55^\circ - 45^\circ = 10^\circ</math></p>
13	4040	<p>Ако основата е <math>x</math>-ъгълник, тогава върховете са <math>1 + x + x \Rightarrow</math>  <math>1 + 2x = 2021 \Rightarrow x = 1010</math>  <math>\Rightarrow</math> ръбовете му са <math>4x = 4040</math></p>
14	28	<p>Сборът от ъглите на 10-ъгълника е <math>1440^\circ</math>.</p> <p>Сборът от ъглите на тези <math>x</math> триъгълника, които ще получим при разрязването, е <math>x \cdot 180^\circ</math>.</p> <p><math>\Rightarrow x \cdot 180^\circ = 1440^\circ + 10 \cdot 360^\circ \Rightarrow x = 28</math></p>
15	7	Възможностите са: (5; 5; 6), (6; 6; 4), (7; 7; 2). Търсената стойност е 7 см.
16	$(z - y)$ $(x - z)$ $(x - y)$	<p>Подреждаме по степените на <math>x</math>:</p> $(y - z)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz(z - y) = (z - y)(x^2 - (z + y)x + yz)$ $= (z - y)(x - z)(x - y).$
17	12	<p>Числото трябва да се дели и на 9, и на 8. За да се дели на 8, то трябва да завършва на три нули, а броят на единиците трябва да е кратен на 9.</p> <p>Търсим най-малкото такова число и то е 111111111000.</p> <p>То се записва с 12 цифри.</p>
18	-20	<p><math>p = q \Rightarrow p^2 = 64 \Rightarrow p = \begin{cases} 8 \\ -8 \end{cases} \Rightarrow p + q = \begin{cases} 16 \\ -16 \end{cases}</math></p> <p><math>q = 4p \Rightarrow p^2 = 16 \Rightarrow p = \begin{cases} 4 \\ -4 \end{cases} \Rightarrow q = \begin{cases} 16 \\ -16 \end{cases} \Rightarrow p + q = \begin{cases} 20 \\ -20 \end{cases}</math></p> <p>Най-малката стойност на <math>p + q</math> е (-20).</p>
19	32	<p>Момчетата, които не могат да плуват са 10 и този брой е <math>\frac{5}{7}</math> от всички момчета. Получаваме, че момчетата са 14. От тях само 4 плуват.</p> <p><math>\frac{1}{9}</math> от всички плувци са 4, тогава децата които умеят да плуват са 36. От тях <math>36 - 4 = 32</math> са момчета.</p>
20	0	<p>45!, 46!, 47!, 48!, 49! завършват на точно 10 нули, а 50! завършва на 12 нули.</p> <p>Няма такова число <math>n</math>.</p>