



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9-12 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

Задача 1. Кое е най-голямото цяло отрицателно число x , ако $|x| \geq \sqrt{11}$?

Задача 2. За колко едноцифрени числа x числото \sqrt{x} е рационално?

Задача 3. Пресметнете $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2 : (1 - \sqrt{2})} + 1$.

Задача 4. На коя степен трябва да повдигнем 16^{16} за да получим 64^{64} ?

Задача 5. Върху окръжност са отбелязани 8 точки. Колко е най-големият брой правоъгълни триъгълници с върхове дадените точки?

Задача 6. Преди 2 години A е бил на два пъти повече години от B , а преди три години B е бил три пъти по-млад от A . На колко години е A сега?

Задача 7. За кои цели числа n може да се твърди, че $6n + 1$ се дели на $3n + 2$?

Задача 8. Пресметнете остатъкът при делението на $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2019} + 3^{2020}$ на 13.

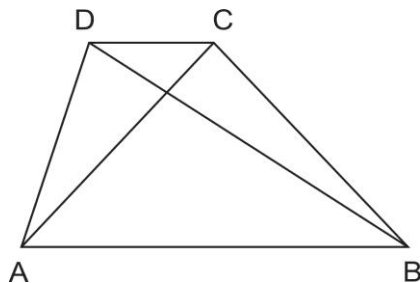
Задача 9. По колко начина можем да поставим 26 литра сок в общо 10 бутилки от по 1 литър, 3 литра и 5 литра като използваме и от трите вида бутилки?

Задача 10. Коя е най-малката стойност на израза

$$25a^2 + 20a + 9b^2 + 30b + 2020?$$

Задача 11. Ако N и M са естествени числа, такива че $N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1$, пресметнете $N + M$.

Задача 12. Диагоналите на трапец по разделят на четири триъгълника, три от лицата на които са 4, 6 и 9 кв. см. Определете лицето на трапеца.



Задача 13. Колко са реалните корените на уравнението $x^3 - |x| = 0$?

Задача 13. Колко са реалните корените на уравнението $x^3 - |x| = 0$?

Задача 14. Изразът $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$ се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Посочете един от тях.

Задача 15. Многочленът $x^2 + x + 1$ се записва във вида $A \cdot (x - 2)^2 + B \cdot (x - 2) + C$. Пресметнете $A + B + C$.

Задача 16. Числата 201 и 235 дават един и същ остатък 14 при делението на числото x ? Кое е числото x ?

Задача 17. Ако $\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = A + \sqrt{2} - \sqrt{6}$, пресметнете A .

Задача 18. Броят на диагоналите на изпъкнал N – ъгълник е 2015. Определете числото N .
Упътване: $\sqrt{16\,129} = 127$.

Задача 19. Коя може да бъде последната цифра (цифрата на единиците) на квадрата на цяло число, ако предпоследната цифра (цифрата на десетиците) е нечетна?

Задача 20. Да се пресметне лицето на триъгълник с дължини на медианите 9, 12 и 15.