



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЗИМА 2021

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Пресметнете

$$1 - \sqrt{16} \times \left(\frac{1}{\sqrt{16}} - \sqrt{25} \times \left(\frac{1}{\sqrt{25}} - \frac{\sqrt{25}}{25} \right) \right).$$

Задача 2. Пресметнете

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{49}}}}}.$$

Задача 3. Ако $a < 0$ и $a^2 = 2a + 3$, да се пресметне $a^2 + 5a + 3$.

Задача 4. Пресметнете

$$|1 - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2| + |2 - \sqrt{5}|$$

Задача 5. Ако a и b са цели числа, такива че

$$a + b > 2 \text{ и } (a^2 - 2a)\sqrt{2} = (-b^2 + 4)\sqrt{3},$$

да се пресметне $a + b$.

Задача 6. Намерете цифрата на единиците на числото, равно на

$$2!! + 3!! + 4!! + 5!! + 6!! + 7!! + 8!!.$$

Пояснение: Двоен факториел на n се означава така: $n!!$. Той е произведение на всички цели числа от 1 до n , които имат същата четност като n . Например: $5!! = 1.3.5$; $8!! = 2.4.6.8$

Задача 7. Пресметнете $p + 2q$, ако p и q са прости числа и

$$p + q = (p - q)^3.$$

Задача 8. Нека a е естествено число, такова че уравнението $(x - a)(x - 1) + 1 = 0$ има два различни реални корена. Коя е най-малката стойност на a ?

Задача 9. Ако $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$, пресметнете

$$x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

Задача 10. Уравнението $(a - 2)x^2 - 2(a + 1)x + 6a = 0$, в което a е реален параметър, има един корен. Кой е този корен?

Задача 11 Нека $ab \neq 0$ и $\sqrt{\frac{a^3}{b^2}} = -\frac{a}{b}\sqrt{a}$. Кое е най-голямото цяло число b , за което е изпълнено това равенството ?

Задача 12. Сборът на 6 естествени числа е 35. Определете най-голямата възможна стойност на най-големия общ делител на тези числа.

Задача 13. Кое е най-малкото просто число, което дели числото n ?

$$n = 12^6 + 34^6 + 45^6 + 67^6$$

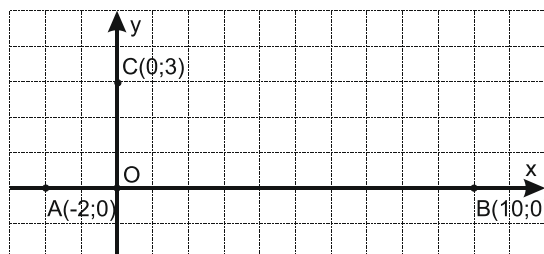
Задача 14. Колко е дробната част на числото n ?

$$n = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

Задача 15. Ако броят на върховете на призма е с 24 по-голям от броя на стените ѝ, определете броя на ръбовете на призмата.

Задача 16. Квадрат има 3 пъти по-голямо лице от правоъгълник. Обиколката на правоъгълника е 12 *cm*. Коя е най-голямата стойност на лицето на квадрата в *cm*²?

Задача 17. Спрямо правоъгълна координатна система са зададени точките $A(-2; 0)$, $B(10; 0)$ и $C(0; 3)$. Пресметнете дължината на медианата CM на триъгълник ABC .



Задача 18. Числото 720 е записано като произведение на няколко различни естествени числа, всеки две от които са взаимно прости. Колко е най-големият възможен брой множители в това произведение?

Задача 19. Върху стените на куб са записани числата от 1 до 6. На всеки връх на куба се съпоставя сборът на числата върху трите стени, за които този връх е общ. Намерете възможно най-голямата стойност на най-малкото число, което се съпоставя на връх.

Задача 20. Колко са наредените тройки естествени числа (x, y, z) , които са решения на уравнението $x + y + z = 7$?