

AGE GROUP 4

Problem	Answer	Solution
1	2	$(22 \times 69 + 6 \times 23 + 14 \times 46) \div 100$ $= (66 \times 23 + 6 \times 23 + 28 \times 23) \div 100 =$ $= (66 + 6 + 28) \times 23 \div 100 = 23.$
2	1515	$(2019 - X + 1) \times 4 = 2020 \Rightarrow X = 1515.$
3	63	<p>Първо ще намерим броя на тези числа от 1900 до 2000.</p> <p>Те са от вида $\overline{19ab}$. Търсим тези двуцифрени и едноцифрени числа от вида \overline{ab}, които се записват с две различни цифри от цифрите 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Броят им е $8 \times 7 = 56$.</p> <p>Остава да отбележим, че такива са и числата 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018 и 2019.</p> <p>Общо търсеният брой е $56 + 7 = 63$.</p>
4	23	<p>Едноцифрените четни числа са $7 - 4 = 3$. Двуцифрените четни числа са 4.</p> <p>Тогавя нечетните едноцифрени числа са $12 - 3 = 9$, а двуцифрените нечетни са $11 - 4 = 7$.</p> <p>Общо те се записват с $9 \times 1 + 7 \times 2 = 23$ цифри.</p>
5	6	$25 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 = 6 \times 7 \times 2 \times 9 \times (25 \times 4 \times 10)$ $= 756000 \Rightarrow x = 6.$
6	3	<p>Числата са четни ако накрая е 0 или 2:</p> <p>○○○0</p> <p>○○○2</p> <p>В първия вариант възможностите са: 9120; 2190; 1290</p> <p>Вторият вариант не е осъществим, защото единствената възможна подредба е 0912, но това число не е четирицифрено. Числата са 3.</p>
7	36	<p>Алек е написал 15 числа; Питър е записал 21 числа. Общо двамата са записали $15 + 21 = 36$ числа.</p>

8	3 или 4	Възможностите са две: $\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{99} + 3 = 102 \qquad \text{и} \qquad \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{98} + 2 + 2 = 102. \quad \text{Тогава}$ произведенията са или 3, или 4.																
9	8	$\overline{XY} = Y + X + X \times Y \Rightarrow 10 \times X + Y = Y + X + X \times Y \Rightarrow 9 \times X = X \times Y$ $\Rightarrow Y = 9.$ Цифрата X е всяка една от 1 до 8. Числата са осем: 19, 29, 39, ...79, 89.																
10	4 или 5	Четвъртото записано число е нечетно. По същия начин получаваме, че и петото, и шестото число са нечетни. В редицата не може да има шесто число, защото сборът на последните три последователни числа е вече нечетно число. Тогава N е най-много 5. Възможните стойности са 4 и 5.																
11	178	Съобразяваме, че страните на другите квадрати са 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34. Тогава правоъгълника е със страни 34 и 55. Обиколката на правоъгълника е $2 \times (34 + 55) = 178$ см.																
12	16	Ако Ани отбележи 7 точки, Лили ще отбележи – 6, а Мери – 12. Общо 25 точки. Ако Ани отбележи 8 точки, Лили ще отбележи – 7, а Мери – 14. Общо 29 точки. Ако Ани отбележи 9 точки, Лили ще отбележи – 8, а Мери – 16. Общо 33 точки. Следователно Мери е отбелязала 16 точки.																
13	34	Ако страните на квадратите са a, b и c ($a < b < c$), тогава обиколката е $2a + 2b + 4c$. В случая те са 3, 4 и 5. Тогава обиколката е $6 + 8 + 20 = 34$ см.																
14	16	От 6 точки можем да изберем 3 точки по 20 начина. При 4 от тези избори 3-те точки лежат на една права. Тогава броят на триъгълниците е $20 - 4 = 16$.																
15	21	Първи начин – Съставяме таблица <table><tr><td>До метър</td><td>1 м</td><td>2 м</td><td>3 м</td><td>4 м</td><td>5 м</td><td>6 м</td><td>7 м</td></tr><tr><td>Брой начини</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	До метър	1 м	2 м	3 м	4 м	5 м	6 м	7 м	Брой начини	1	2	3	5			
До метър	1 м	2 м	3 м	4 м	5 м	6 м	7 м											
Брой начини	1	2	3	5														

		<p>$3 = 1 + 2, 5 = 2 + 3 \Rightarrow$ резултатът е сбор от резултатите в предишните две стъпки. Тогава:</p> <table><tr><td>До метър</td><td>1 м</td><td>2 м</td><td>3 м</td><td>4 м</td><td>5 м</td><td>6 м</td><td>7 м</td></tr><tr><td>Брой начини</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>13</td><td>21</td></tr></table> <p>Наистина:</p> <p>$7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;$</p> <p>$7 = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2;$</p> <p>$7 = 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 2 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 + 2 = 1 + 2 + 2 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 1 + 2 + 1 + 1 + 2 = 1 + 1 + 2 + 2 + 1 = 1 + 1 + 2 + 1 + 2 = 1 + 1 + 1 + 2 + 2;$</p> <p>$7 = 2 + 2 + 2 + 1 = 2 + 2 + 1 + 2 = 2 + 1 + 2 + 2 = 1 + 2 + 2 + 2.$</p>	До метър	1 м	2 м	3 м	4 м	5 м	6 м	7 м	Брой начини	1	2	3	5	8	13	21
До метър	1 м	2 м	3 м	4 м	5 м	6 м	7 м											
Брой начини	1	2	3	5	8	13	21											
16	1	<p>За 1 час и 15 минути = 75 минути тялото 3 пъти губи половината от теглото си: $1000 \overset{\times 2}{\leftarrow} 500 \overset{\times 2}{\leftarrow} 250 \overset{\times 2}{\leftarrow} 125$</p> <p>Тялото е тежало 1 000 грама = 1 килограм.</p>																
17	72	<p>5 пърленки се изпичат от двете страни за 6 минути, а 29 пърленки ще се изпекат за толкова минути, за колкото ще се изпекат и 30 – за 72 минути.</p>																
18	709	<p>От $9 \times 1 + 90 \times 2 + 610 \times 3 = 2019 \Rightarrow$ могат да се напишат най-много 709 числа.</p>																
19	20 или 52	<p>Възможностите са две: 2×50 или 10×10. Съответните сборове са 52 и 20.</p>																
20	8074	<p>$2019 \times 2020 - 2018 \times 2017 = (2018 + 1) \times 2020 - 2018 \times 2017$ $= 3 \times 2018 + 2020 = 8074.$</p>																

MATHEMATICS WITHOUT BORDERS - ANSWER KEY AGE GROUPS 1 - 4

Age group Problem	1	2	3	4
1	19	177	55	2
2	15	30	1	1515
3	9	20	1	63
4	7	8	$7 \times 6 - (4 \times 8 - 12 \div 2) =$	23
5	1	6	140	6
6	34	50	90	3
7	3	35	22	36
8	0	32	12	3 or 4
9	5	4	3	8
10	30	3	8	2
11	8	6	20	178
12	12	17	14	16
13	27	28	18	34
14	5, 7 and 9	12	5	16
15	5	4	32	21
16	4 or 5	102 $10 < 12 < 20 < 90 < 92$	5	1
17	2	7	120	72
18	5	56	72	709
19	4	24	18	20 or 52
20	14	6	Saturday	8074