ФИНАЛ 2016

Задача 1. Ако числото a е рационално и числото $b = (2 + a - a^2) \times \sqrt{3} + 2 - a$ е също рационално, тогава най- малката стойност на b е:

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 2. Разглеждаме двойките естествени числа $(1, n), (2, n-1), \dots, (n-1, 2), (n, 1)$. Ако сборът на цифрите на числата от всяка група е 23, да се определи n.

A) 499 **B)** 994 **C)** 949 **D)** друг отговор

Задача 3. В числовото равенство, известно като „задача на индийския математик Бхаскара" вместо последното число е записана буквата A. Определете A.

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \mathrm{A}$$

A) 5 **B)** 6 **C)** $\sqrt{5}$ **D)** $\sqrt{6}$

Задача 4. Права през върха A на успоредник $ABCD$ пресича диагонала BD в точка M. Точка M дели диагонала BD в отношение 1:2, считано от върха D. В какво отношение правата AM разделя страната CD, считано от точка D?

A) 1:1 **B)** 1:2 **C)** 2:1 **D)** 3:1

Задача 5. Ако за всяка стойност на a е изпълнено, че
$a^5 + a + 1 = (a^2 + \alpha a + 1) \times (a^3 + \beta a^2 + 1)$, тогава $\alpha + 3\beta =$

A) - 2 **B)** -1 **C)** 2 **D)** 4

Задача 6. Сборът от реалните корени на уравнението

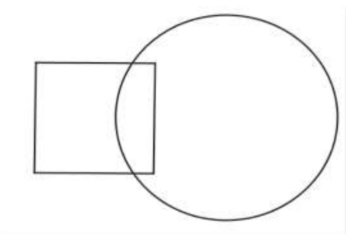
$$(1 + x) \times (1 + x^2) \times (1 + x^4) = 1 - x^8 \text{ е:}$$

A) -1 **B)** 0 **C)** 1 **D)** 2

Задача 7. Намерете разстоянието от пресечната точка на графиките на функциите $y = -2x$ и $y = 3 - 3x$ до ординатната ос.

A) -3 **B)** 3 **C)** - 6 **D)** 6

Задача 8. Квадрат и кръг имат обща част. Лицето на квадрата, лицето на общата част и лицето на кръга се отнасят, както 4:1:17. Колко процента от лицето на фигурата е лицето на общата част?



A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20

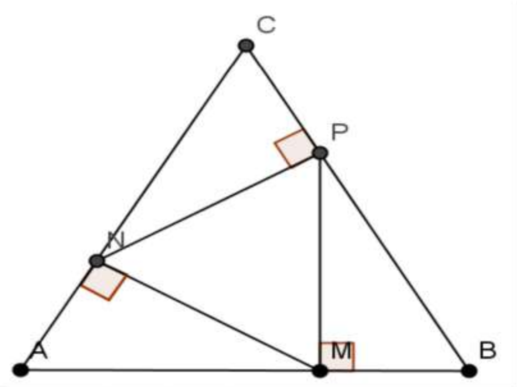
Задача 9. През 1808 г. немският математик Карл Гаус въвежда означението $[x]$ и с него означава най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x. Колко са естествените числа n, за които $\left[\frac{n^2+n}{3}\right]$ е просто число?

A) 1 **B**) 2 **C**) 3 **D**) повече от 3

Задача 10. Колко са точките (x, y), чиито координати са цели отрицателни числа, и $2x + 3y + 8 > 0$?

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) повече от 2

Задача 11. Триъгълник ABC е равностранен със страна 3 *cm*. Точките M, N и P са съответно от страните BA, AC и CB, и такива че $MN \perp AC$, $NP \perp CB$ и $PM \perp AB$. Да се пресметне дължината на отсечката AM.



Задача 12. Пресметнете разликата на реалните числа x и y, ако $x = \frac{9}{x} + y$ и $y = \frac{16}{y} + x$.

Задача 13. Всяка от цифрите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 е използвана по един път, при записването на петцифрено, трицифрено и едноцифрено число. Получило се най-голямото възможно произведение. Колко е сборът на трите числа?

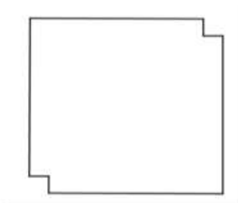
Задача 14. С колко най-малък брой различни цифри можем да запишем 6 числа, които при делението на 6 да дават различни остатъци?

Задача 15. В някоя година три последователни месеца имат по 4 недели. Кои са възможните сборове от дните на тези три последователни месеца?

Задача 16. Да се пресметне стойността на израза

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{34}+\sqrt{35}} + \frac{1}{\sqrt{35}+6}.$$

Задача 17. От квадрат със страна 10 *см* изрязваме от двата противоположни ъгъла по едно квадратче, всяко със страна 1 *см*. На колко най-много правоъгълници с размери 1 *см* на 2 *см* може да разрежем получената фигура?



Задача 18. Пресметнете произведението на реалните корени на уравнението

$$(x+1)\times(x+2)\times(x+3)\times(x+4)\times(x+5)=120.$$

Задача 19. Ако N е цяло число, колко са възможните остатъци при делението на N^4 на 5?

Задача 20. Публиката, състояща се от 200 човека, приветствала тримата мускетари Атос, Портос и Арамис. Арамис се ръкувал със 130 човека от публиката, Портос – със 140, а Арамис – със 150. Най-малко с колко човека от публиката са се ръкували и тримата?