



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9 - 12 КЛАС

ПРОЛЕТ 2021

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. Запишете отговорите в листа за отговори.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
8. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Пресметнете  $n$ , ако

$$\sqrt{2} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[8]{2} = \sqrt[16]{2^n}$$

**Задача 2.** Опростете израза

$$\frac{x^2 + x - 2}{|x - 1| + |x| + x}$$

ако  $x \leq 0$ .

**Задача 3.** Кой от знаците „<“, „>“ и „=“ трябва да поставим вместо ●, така че да е вярно

$$\sqrt{2021} - \sqrt{2020} \bullet \sqrt{2023} - \sqrt{2022}$$

**Задача 4.** За кои стойности на  $x$  е изпълнено равенството

$$\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 1 - \sqrt{x - 1}$$

**Задача 5.** Намерете най-малкото цяло число  $n$ , за което  $n \times (2 - \sqrt{5}) < -1$ .

**Задача 6.** Ако

$$\sqrt{a^2 - 6a + 9} + b^2 = 10b - 25,$$

да се пресметне  $a + b$ .

**Задача 7.** С колко най-голям брой събираеми можем да представим 35 като сбор на последователни естествени числа?

**Задача 8.** Уравнението  $x^3 + x^2 + ax + b = 0$  има двукратен корен 1. Пресметнете сбора на трите му корена.

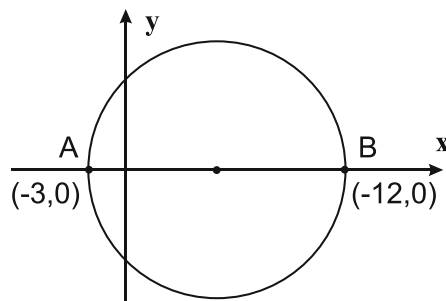
**Задача 9.** Кое е простото число  $P$ , за което  $(P + 196)$  е точен квадрат на естествено число?

**Задача 10.** Кое е рационалното число  $a$ , за което

$$\sqrt{8} = a\sqrt{2} + (a^2 - 4)\sqrt{6}?$$

..

**Задача 11.** Точките  $A(-3; 0)$ ,  $B(12; 0)$  са от окръжност с диаметър  $AB$ . Да се пресметнат координатите на точките, в които окръжността пресича ординатната ос.



**Задача 12.** Пресметнете лицето на правоъгълен триъгълник със страни  $n, n - 7$  и  $n + 1$ .

**Задача 13.** Четири прави в равнината могат да имат  $N$  общи точки. Колко са всички възможни стойности на  $N$ ?

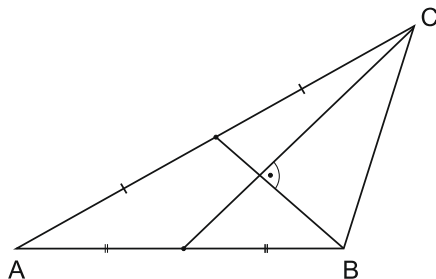
**Задача 14.** За колко стойности на  $N$  външните ъгли на правилен  $N$ -ъгълник са цели числа градуси?

**Задача 15.** Медианите през върховете  $B$  и  $C$  на триъгълник  $ABC$  са взаимно перпендикулярни. Пресметнете

$$\frac{BA^2 + AC^2}{BC^2}.$$

Пояснение:

Медианата през върха  $C$  има дължина  $\frac{1}{2}\sqrt{2BC^2 + 2AC^2 - BA^2}$



**Задача 16.** Колко са целите числа, които са решения на неравенството

$$(x - 20)^{20} \times (x - 21)^{21} \times (x - 2021)^{2021} \leq 0?$$

**Задача 17.** Колко са реалните числа, които са решение на уравнението?

$$\frac{(x-1)(x-2)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-2)} + \frac{(x-2)(x-\sqrt{2})}{\sqrt{2}-1} + \frac{(x-\sqrt{2})(x-1)}{2-\sqrt{2}} = 1$$

**Задача 18.** Кое естествено число има точно 15 различни естествени числа за делители, два от които са 6 и 9?

**Задача 19.** Колко са естествените числа, които са взаимно прости с числото 625 и са по-малки от него?

**Задача 20.** Опростете израза

$$\sqrt{\sin x - 1} + 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1.$$