

ОТГОВОРИ И КРАТКИ РЕШЕНИЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКАТА ЩАФЕТА

AGE GROUP 9

Задача Problem	Отговор/ответ /answer	Решение Solution
1	@ = 49	$ab = a \times \left(\frac{7-2a}{3} \right) = \frac{\frac{49}{8} - 2 \left(a - \frac{7}{4} \right)^2}{3} \leq \frac{49}{24} \Rightarrow 24ab \leq 49$ $\Rightarrow @ = 49.$
2	# = 35	<p>От</p> $x^2 + \sqrt{N} < \sqrt{49} \Leftrightarrow x^2 < -\sqrt{N} + 7$ <p>получаваме</p> $-\sqrt{N} + 7 > 1 \Rightarrow \sqrt{N} < 6 \Rightarrow N = 1; 2; \dots; 35 \Rightarrow \# = 35.$
3	& = 20	<p>Около ΔABC описваме окръжност. Нека CM пресича окръжността в точката D. Сравняваме ъглите на ΔACD и ΔBCH. Оказва се, че</p> $\angle ACD = \angle BCH = 35^\circ \text{ и } \angle CAD = \angle BHC = 90^\circ.$ <p>Тогава центърът на описаната окръжност е върху DC и на права, която минава през точката M и е перпендикулярна на AB. Тогава центърът е точката M. Следователно ΔABC е правоъгълен с прав ъгъл при върха C.</p> <p>Тогава търсения ъгъл е $\angle MCH = 20^\circ \Rightarrow \& = 20.$</p>
4	§ = 2	<p>Полагаме</p> $y = \frac{x}{3} - \frac{4}{x}.$ <p>Тогава уравнението е $3y^2 - 20y + 12 = 0.$</p> <p>Достигахме до две уравнения относно x:</p> $x^2 - 18x - 12 = 0 \text{ и } x^2 - 2x - 12 = 0.$ <p>Броят на отрицателните корени е 2.</p> $\Rightarrow \S = 2.$
5	* = 5	<p>Нека за определеност страните са $a = 6, b = 4$ и c, а ъглите срещу тях са α, β и γ, като</p> $\alpha : \beta = 2 : 1 \Rightarrow a^2 = b^2 + bc \Rightarrow c = 5$ $\Rightarrow * = 5.$

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА 2019 - ОТГОВОРИ

MATHEMATICAL RELAY 2019 – ANSWER KEY

Age group Problem	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1- @	2	4	6	2	14	25	105	24	49
2 - #	27	12	12	25	336	85	52	3	35
3 - &	6	81	81	325	28	10	8	84	20
4 - §	5	4	14	28	27	60	45	37	2
5 - *	65	11	6	8, 7 or 6	7 or 8	2.4	0	7	5