

Седмица на олимпийската математика 2017

Контролно по Комбинаторика януари 2017

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача С1. Равнината е разделена на единични квадратчета и е покрита с плочки, съставени от четири единични квадратчета, подредени във формата на буква Г. Да се докаже, че равнината може да се покрие по още 16 начина с такива плочки така, че в кои да е две различни покрития (от всичките 17 покрития) да няма съвпадащи плочки.

Задача С2. Даден е ориентиран граф G . Да се докаже, че ориентацията на някои (възможно нула) от ребрата на G може да се промени така, че да се получи граф H със следните свойства:

1. В H няма цикли.
2. Най-дългият път между произволни два върха в H не надминава най-дългия път между тези върхове в G .

Задача С3. Всички клетки на таблица $m \times n$, където m и n са нечетни числа без едно ъглово квадратче са покрити с домина 1×2 . За един ход може да изберем домино, което заедно с непокритото квадратче образува правоъгълник 1×3 и да преместим това домино на едно квадратче в посока на празното квадратче. Да се докаже, че с няколко хода празното квадратче може да се премести във всеки от ъглите на таблицата $m \times n$.