



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

5 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2021

Задача 1. Да се пресметне x , ако

$$\frac{1 + 2 \times 4 + 4 \times 8 + 8 \times 16}{1 \times 2 + 4 \times 4 + 8 \times 8 + 16 \times 16} = \frac{1}{x}.$$

Задача 2. Колко са целите числа от 11 до 17, които имат нечетен брой делители?

Задача 3. Пресметнете $2\frac{1}{4} - (0,0025: 50 + 1,99995)$.

Задача 4. Пресметнете сбора на делителите на 143.

Задача 5. Записах правилните дроби със знаменател 33. Колко са записаните цифри 3?

Задача 6. Сборът на две прости числа е двуцифрено нечетно число, по-малко от 16. Колко е произведението на тези числа?

Задача 7. Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира 20% печалба. По-късно той намалил цената с 5 % и продал стоката при новата цена. Колко процента е реализираната печалба?

Задача 8. Иван записал всички четни числа от 1 до 201 включително. От записаните числа Петър изтрил тези, които се делят и на 5, и на 9. Колко числа са останали неизтрети?

Задача 9. С колко най-малко знака „+“, поставени вляво на записа, ще получим вярно числово равенство?

$$\underbrace{222\dots2}_{30 \text{ цифри } 2} = 2022$$

Задача 10. Колко са правилните несъкратими дроби със знаменател 24?

Задача 11. Правоъгълник със страни 36 см и 54 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

Задача 12. Диагоналите AC и BD на един четириъгълник $ABCD$ са взаимно перпендикулярни и имат дължини съответно 6 см и 8 см. Ако диагоналът AC разполовява диагонала BD , пресметнете лицето на четириъгълника $ABCD$ в квадратни сантиметри.

Задача 13. Сборът от дължините на всички ръбове на правоъгълен паралелепипед е 24 см. Дължината на един от тях е с 1 см по-голяма от дължината на друг и с 2 см по-голяма от дължината на трети. Колко кубични сантиметра е обемът на този правоъгълен паралелепипед?

Задача 14. Лицата на два квадрата са съответно 121 кв. см и 196 кв. см. Страната на единият квадрат е увеличена с 2 см, а страната на другия е намалена с x см. Пресметнете x , ако е известно, че двата новополучени квадрата са равнолицеви.

Задача 15. Равнобедрените триъгълници с дължини цели числа сантиметри и с обиколка 20 см са четири. Колко сантиметра е най-малкото бедро?
(С три отсечки може да се построи триъгълник, ако сборът на дължините на всеки две от тях е по-голям от дължината на третата.)

Задача 16. Колко е броят на всички трицифрени числа, за които при изтриване само на първата цифра се получава точен квадрат, а при изтриване само на последната цифра се получава просто число.
(Точни квадрати са тези числа, които се представят като произведение от две равни естествени числа.)

Задача 17. С колко цифри се записва най-малкото естествено число, което се записва само с цифрите 0 и 1, и което се дели на 72?

Задача 18. Разпределете естествените числа от 1 до 9 в групи (поне две), така че сборът от числата във всяка група да е еднакъв. Колко са възможните сборове?

Задача 19. В един клас $\frac{2}{7}$ от момичетата могат да плуват, а $\frac{1}{9}$ от децата, които могат да плуват, са момичета. Ако 10 момичета не могат да плуват, колко са момчетата, които умеят да плуват?

Задача 20. Коя е несъкратимата обикновена дроб, която да е равна на $\frac{1665}{3285}$?