Седмица на олимпийската математика 2015

Контролно по Комбинаторика 07.01.2015

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача С1. Дадени са 2015 кофи с еднаква вместимост от v литра. На един ход Иван разпределя 1 литър вода в дадените кофи, а Петър може да изпразни произволни 2014 от кофите. Да се намерят всички стойности на v, за които Иван може да напълни догоре някоя кофа за краен брой ходове.

Задача С2. За всяка редица u от нули и единици с дължина 5 с D(u) означаваме множеството от редиците с дължина 4, които могат да се получат чрез изтриване на един елемент на редицата u. Множеството A, съставено от няколко редици с дължина 5, е такова, че за всеки две редици $u, v \in A$ е изпълнено, че множествата D(u) и D(v) нямат общи елементи. Да се намери $\max |A|$.

Задача С3. Даден е правилен p-гълник M, където p е просто число. Оцветяване на част от диагоналите и страните на M в червено се нарича uнmересно, ако е оцветена поне една отсечка и върху всяка от оцветените отсечки може да се избере посока, така че сборът от получените вектори да е 0. Да се намери броят на интересните оцветявания.