8 КЛАС

Задача 1. Пресметнете

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}:(1-\sqrt{2})+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}:(1-\sqrt{3}).$$

Задача 2. Ако $x^2 + 6x + 1 = 0$ да се пресметне

$$x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

Задача 3. Нека

$$C_m^n = \frac{n!}{m! \times (n-m)!}.$$

Да се пресметне стойността на израза

$$C_1^5 + 2 \times C_2^5 + 3 \times C_3^5 + 4 \times C_4^5 + 5 \times C_5^5$$

Задача 4. Ако p, q и r са прости числа, такива че 21 + p = 10 + q = 4 + r, пресметнете

$$p+q+r$$
.

Задача 5. Всяко едно от 6 момичета и всяко едно от n момчета има един и същ брой топки, общо $n^2 + 4n + 7$. Колко топки имат момичетата?

Задача 6. Намерете сбора на рационалните числа a и b, ако $1+\sqrt{3}$ е корен на уравнението

$$ax^2 + bx + 2 = 0$$
.

Задача 7. Намерете най-малката възможна стойност на израза:

$$|x-3|+|x-\pi|+|x-4|$$
.

Задача 8. Колко са естествените числа от 1999 до 2019 които могат да са стойност на дискриминантата на квадратно уравнение с цели коефициенти?

Задача 9. Реципрочното на числото 7 е представено като сбор от реципрочните на две естествени числа. Пресметнете сбора на тези числа.

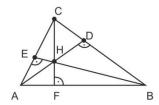
Задача 10. За кое най-малко естествено число a уравнението

$$||x-1|-2|=a-2$$
 има точно две решения.

Задача 11. Две от страните на триъгълник имат дължини съответно $21 \, cm$ и $18 \, cm$. От височините, спуснати към тях, едната е с $2 \, cm$ по-дълга от другата. Да се намери лицето на триъгълника в квадратни сантиметри.

Задача 12. Да се пресметне лицето на фигурата, която е заградена от графиката на функцията y = |5x - 4| и координатните оси.

Задача 13. В остроъгълния триъгълник ABC, отсечките AD, BE и CF са височини с пресечна точка H. Колко са окръжностите, върху които лежат 4 от дадените 7 точки (A, B, C, D, E, F и H)?



Задача 14. Графиката на квадратната функция $x^2 + x - 1 = 0$ пресича абсцисната ос в точките A и B. Намерете дължината на отсечката AB.

Задача 15. В правоъгълен триъгълник радиусът на вписаната окръжност е 3 см, а радиусът на описаната окръжност е 8,5 см. Да се пресметне в квадратни сантиметри лицето на триъгълника.

Задача 16. Колко най-малко цели числа от 1 до 100 трябва да изберем на случаен принцип, за да сме сигурни, че сред избраните числа ще има две, чиято разлика е 11?

Задача 17. На колко нули завършва най-малкото число, което се дели и на 2, и на 5, и има 2020 делителя?

Пояснение: Числото 101 е просто.

Задача 18. За кои естествени числа n, неравенството

$$(x + y + z)^2 \le n(x^2 + y^2 + z^2)$$

е изпълнено за всяко x, y и z?

Задача 19. Кои са трицифрените числа \overline{abc} , такива че 1000 да дели $(\overline{abc})^2 - \overline{abc}$?

Задача 20. Ако

$$\sqrt{a^2 - 6a + 18} + \sqrt{b^2 - 8b + 20} = 5$$

да се пресметне a + b.