



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

ПОЛУФИНАЛ 2020

**Задача 1.** Да се пресметне  $\underbrace{(-1) \times (-1)^2 \dots \times (-1)^{30}}_{30}$ .

**Задача 2.** Ако  $\pi < x < 2\pi$ , намерете стойността на израза  $|x - 3| + |x - 7|$ .

**Задача 3.** Пресметнете  $A$ , ако

$$\frac{1}{1} + \frac{0,5}{1+2} + \frac{0,5}{1+2+3} + \dots + \frac{0,5}{1+2+\dots+18+19} + \frac{0,5}{1+2+\dots+19+20} = 1 \frac{A}{42}.$$

**Задача 4.** Да се пресметне сбора на простите числа, които са делители на 1209.

**Задача 5.** Започнах да записвам нечетните числа едно след друго нечетните числа от 1 нататък и спрях точно когато на дъската записах две цифри 9 една до друга. Колко са записаните цифри преди двете цифри 9?

**Задача 6.** Кое е най-малкото трицифрено число, което при делението и на 4, и на 5, и на 14 дава остатък 1?

**Задача 7.** Един търговец закупил стока от борсата и определил цена, на която възнамерявал да я продаде в собствения си магазин, за да реализира 20 % печалба. По-късно той намалил цената с 10% и продал стоката при новата цена. Колко процента е реализираната печалба?

**Задача 8.** Иван записал всички естествени числа от 1 до 201 включително. От записаните числа Петър изтрил тези, които се делят на 3 и на 5. Колко числа са останали неизтрети?

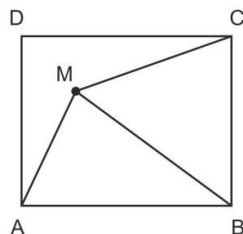
**Задача 9.** С колко най-малко знака „+“ поставени вляво на записа ще получим вярно числово равенство?  $\underbrace{222\dots2}_{29 \text{ цифри } 2} = 2020$

**Задача 10.** Колко са правилните несъкратими дроби със сбор на числител и знаменател 21?

**Задача 11.** Правоъгълник със страни 18 см и 45 см е разрязан на еднакви квадрати със страни цели числа сантиметри. Колко е най-малкият им брой?

**Задача 12.** Във вътрешността на квадрат  $ABCD$  е взета точка  $M$  така, че

$$\sphericalangle MAD : \sphericalangle MBA : \sphericalangle MCD = 2 : 4 : 7.$$



Пресметнете  $\sphericalangle MCA$ .

**Задача 13.** Стените на куб с ръб 6 см били боядисани, след което кубът бил нарязан на кубчета с ръб 1 см. Колко от малките кубчета имат поне една боядисана стена?

**Задача 14.** Точките  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на една права, така че:

- Разстоянието от точката  $A$  до точката  $B$  е 6 см;
- Разстоянието от точката  $C$  до точката  $A$  е 2 см;
- Разстоянието между средите на отсечките  $AB$  и  $AC$  е 2 см.

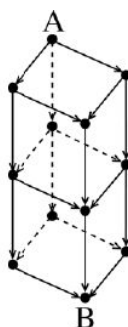
Колко сантиметра е дължината на отсечката  $BC$ ?

**Задача 15.** Равнобедрените триъгълници с дължини цели числа сантиметри и с обиколка 16 см са три. Колко сантиметра е най-голямата сред страните на тези триъгълници? (С три отсечки може да се построи триъгълник, ако сборът на дължините на всеки две от тях е по-голям от дължината на третата.)

**Задача 16.** Изразът  $y^2x - x^2y + x^2z - xz^2 + yz^2 - y^2z$  се разлага на произведение на три множителя от първа степен. Посочете един от тях.

**Задача 17.** С колко цифри се записва най-малкото естествено число, което се записва само с цифрите 0 и 1, и което се дели на 72?

**Задача 18.** По колко начина може да се спуснем от  $A$  до  $B$ , движейки се само по стрелките?



**Задача 19.** В един клас  $\frac{2}{7}$  от момичетата могат да плуват, а  $\frac{1}{9}$  от децата, които могат да плуват, са момичета. Ако 10 момичета не могат да плуват, колко са момчетата, които умеят да плуват?

**Задача 20.** За произведението  $1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$  се използва знакът  $n!$  (чете се ен - факториел).

Например:  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ . За колко стойности на  $n$  числото равно на  $n!$  завършва на точно на 11 нули?