

# AGE GROUP 5

Problem	Answer	Solution
1	1	$(0.0025 \div 50 + 1.99995) \times \frac{1}{2} = (0.00005 + 1.99995) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1.$
2	$\frac{2}{9}$	$\frac{8}{3 \times 5} - \frac{9}{4 \times 5} + \frac{11}{4 \times 7} - \frac{16}{7 \times 9} = \frac{3+5}{3 \times 5} - \frac{4+5}{4 \times 5} + \frac{4+7}{4 \times 7} - \frac{7+9}{7 \times 9} =$ $= \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}.$
3	8	$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \left(1 + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{6} =$ $= \frac{7}{12} = 0.58(3) \Rightarrow A = 8.$
4	101.15	Числото, което е трябвало да увеличават е $20,19.5 = 100,95$ . Числото, което е трябвало да получат е $100,95 + 0,2 = 101,15$ .
5	5	$\frac{53}{37} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}}}$
6	70 или 98 70 or 98	The numbers are of the type $2 \times 7 \times a$ and $2 \times 7 \times b$ , where $a$ and $b$ are coprime. From $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ , and $14 = 2 \times 7$ , we can establish that $a$ and $b$ are 3 and 7 or 1 and 21. Therefore the numbers we are looking for are 42 and 28 or 84 and 14. Their sum is 70 or 98.
7	172	The two numbers are prime, therefore, one of them is 2, because if it wasn't, the number $N + 3$ would be an even number greater than 2, i.e. it would be composite. Then $N + 1000 = 1002$ . The prime factors of 1002 are 2, 3 and 167. Their sum is 172.
8	44	The remainder is 4, therefore the smallest possible value of the divisor is 5, which means that the smallest possible value of the dividend is $7 \times 5 + 4 = 39$ , and the sum of the two numbers is $39 + 5 = 44$ .
9	1	<p>От това, че <math>a + b + c</math> е четно число и <math>a + b + c + x</math> е нечетно число , следва че <math>x</math> е нечетно число.</p> <p>От това, че <math>b + c + x</math> е четно число и <math>b + c + x + y</math> е нечетно число , следва че <math>y</math> е нечетно число.</p> <p>Тогава от това, че</p> <p><math>x, y</math> са нечетни числа, но <math>c + x + y</math> е четно <math>\Rightarrow c</math> е четно.</p> <p><math>b + c + x + y</math>, <math>x, y</math> са нечетни числа, <math>c</math> е четно получаваме че <math>b</math> е</p>

		<p>нечетно.</p> <p>От това, че <math>a + b + c</math> е четно, а <math>b + c</math> е нечетно число <math>\Rightarrow a</math> е нечетно число.</p> <p>Сред числата само 1 е четно.</p>
10	9	$\overline{XY} = Y + X + X \times Y \Rightarrow 10 \times X + Y = Y + X + X \times Y \Rightarrow 9 \times X = X \times Y$ $\Rightarrow Y = 9.$
11	63	<p>Първо ще намерим броя на тези числа от 1900 до 2000.</p> <p>Те са от вида <math>\overline{19ab}</math>. Търсим тези двуцифрени и едноцифрени числа от вида <math>\overline{ab}</math>, които се записват с две различни цифри от цифрите 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Броят им е <math>8 \times 7 = 56</math>.</p> <p>Остава да отбележим, че такива са и числата 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018 и 2019.</p> <p>Общо търсеният брой е <math>56 + 7 = 63</math>.</p>
12	3 или 4	<p>Възможностите са две:</p> $\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{99} + 3 = 100 \quad \text{и} \quad \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{98} + 2 + 2 = 100.$ <p>Тогава произведенията са или 3, или 4.</p>
13	5	<p>Нека братята са <math>x</math>. Тогава сестрите са <math>x - 1</math>.</p> <p>За Мария сестрите са <math>x - 2</math>, а братята са 3. <math>(x - 2) \Rightarrow x = 3(x - 2) \Rightarrow x = 3</math>.</p> <p>Момчетата са 3, а момичетата са 2. Общо са 5.</p>
14	1, 2, 4, 8, 16	<p>Един възможен отговор:</p> $1, 2, 2 \times 2, 2 \times 2 \times 2, 2 \times 2 \times 2 \times 2.$
15	178	<p>Съобразяваме, че страните на другите квадрати са 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.</p> <p>Тогава правоъгълникът е със страни 34 и 55.</p> <p>Обиколката на правоъгълника е <math>2 \times (34 + 55) = 178</math> см.</p>
16	18,15	<p>Дължината на всеки един от малките правоъгълници е 3,3 см, а широчината е 1,1.</p> <p>Тогава лицето на 1 <b>малък</b> правоъгълник е <math>3.3 \times 1.1 = 3.63</math> кв. см.</p>

		Лицето на правоъгълника е $5 \times 3.63$ кв. см = 18.15 кв. см.
17	75	$34 + 2 + 18 + 23 + 60 = 7 + ? + 55 \Rightarrow ? = 75$
18	16	От 6 точки можем да изберем 3 точки по 20 начина.  При 4 от тези избори 3-те точки лежат на една права. Тогава броят на триъгълниците е $20 - 4 = 16$ .
19	31	Разделяме числата на групи:  1, 2, 3, ..., 9,10  11, 12, ..., 19, 20;  21, 22, ..., 29, 30;  31, 32, ..., 39, 40;  41, 42, 43,44, 45;  51, 52, 53, 54, 55.  46, 47, 48, 49, 50  Избирам 10 числа от първата група, 10 – от третата, 5 - от четвъртата и 5 – от шестата.  Общо 30 числа. 31- тото избрано ще е вече в една от групите – втора или четвърта или петата. Това означава, че ще има две числа с разлика 10.
20	7	Това са числата 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59. Броят им е 7.

Age group Problem	5	6	7	8	9
1	1	-25	4	-2	23
2	$\frac{2}{9}$	7 and 8	100	34	100
3	8	43.75	10	80	$100\sqrt{2}$
4	101.15	$-\frac{5}{6}$	110	34	5
5	5	29	8	72	7
6	70 or 98	-27	9	1	2001
7	172	41	1	1	1
8	44	674	28 or 64	10	8
9	1	18	18	28 or 64	4
10	9	70 or 98	11	2	28 or 64
11	63	56	4 or 5	126	$\frac{3}{7}$
12	3 or 4	2019	72	1.6	$\frac{1}{4}$ $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{8}$
13	5	2	$1111\frac{1}{9}$	6	$\frac{7\sqrt{2}}{2}$
14	1, 2, 4, 8, 16	2	90	$\sqrt{5}$	2.4
15	178	20	30	60	$M(3; 2)$
16	18.15	1, 2, 3 and 4	56	56	20
17	75	18	402	3	3
18	16	16	2	$n \geq 3$	56
19	31	5	$n \geq 3$	625 and 376	625 and 376
20	7	1, 3, 9, 27, 81	4995	7	5