



“МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ” - 2014 г.

ФИНАЛ

21 юни 2014 г., гр. Несебър

СЕДМИ КЛАС

Задача 1. Опростете израза $2014 - (x - (x - (x - (x - 2014))))$.

- А) -2014 Б) 0 В) 2014 Г) $4 \cdot x$

Задача 2. Дадени са n числа a_1, a_2, \dots, a_n , всяко от които е или 1, или (-1), и $a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + \dots + a_{n-1} \cdot a_n + a_n \cdot a_1 = 0$. Числото n НЕ може да бъде:

- А) 2014 Б) 2 012 В) 2 008 Г) 4 028

Задача 3. В 2014 килограма краставици водата е 99 %. Като престояли известно време, водата в тези краставици намаляла до 98 %. Тогава теглото на краставиците

- А) намалява с 2 кг Б) намалява 2 пъти В) намалява с 4 кг Г) намалява 4 пъти

Задача 4. От три метални кубчета с ръбове 3 см, 4 см и 5 см след разтопяване са отлели ново кубче. Ръбът на новото кубче е:

- А) 6 см Б) 7 см В) 5,5 см Г) 6,5 см

Задача 5. Правоъгълник е разделен чрез две пресичащи се прави, успоредни на страните му, на 4 по-малки правоъгълника, три от които имат лица 3 cm^2 , 4 cm^2 и 5 cm^2 . (виж чертежа) Да се намери лицето на четвъртия правоъгълник.

x	4 cm^2
3 cm^2	5 cm^2

- А) 5 cm^2 Б) $3,75 \text{ cm}^2$ В) $4,25 \text{ cm}^2$ Г) $2,4 \text{ cm}^2$

Задача 6. Произведението на височините на един правоъгълен триъгълник е четири пъти по-малко от произведението на страните му. Най-малкият ъгъл на този триъгълник е:

- А) 60° Б) 45° В) 30° Г) 15°

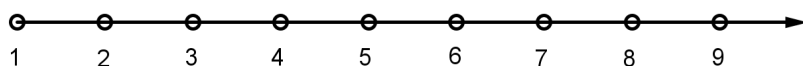
Задача 7. Намерете стойността на израза $2014^3 - 2015^3 + 3 \cdot 2014 \cdot 2015$.

- А) 0 Б) -1 В) -2015 Г) -2014

Задача 8. Десет ученици решили общо 35 задачи. Има поне един от тях решил точно една задача, поне един - решил точно две задачи и поне един - решил точно три задачи. Намерете колко най-малко е броят на учениците, които са решили най-малко пет задачи.

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) повече от 3

Задача 9. Аля иска да оцвети някои от точките 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 върху числовата ос така, че разстоянието между всеки две оцветени точки да е различно от 4 и 7.



Най-много колко точки може да оцвети Аля?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7

Задача 10. Броят на участниците в математическо състезание е между 510 и 550. Ако броят на участвалите момичета е със 100 по-малък от утроения брой на участвалите момчета, най-малко колко момичета са участвали в състезанието?

- А) 356 Б) 359 В) 360 Г) 369

Задача 11. Ако n и k са естествени числа, а $(-1)^{n+1} + n$ и $(-1)^k + 2k$ са реципрочни, тогава $n.k$ е

Задача 12. Кои са последните пет цифри на сбора на 2014 числа: 1, 11, 111, 1111, ..., 111...111?

Задача 13. Колко са възможните стойности на израза $|a+b|$, ако a и b са цели числа, такива че $|a| \leq 1$ и $|b| \leq 2$?

Задача 14. Ако $a^2 - b^2 - 2b = A.(a+b+1) + 1$, определете $A + 1$.

Задача 15. По колко начина можем да подредим 5 книги, така че две от тях винаги да са една до друга?

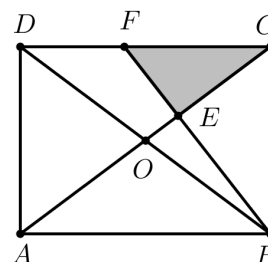
Задача 16. Кое е трицифреното число \overline{abc} , за което е изпълнено равенството $\overline{abc} = 2(\overline{ab} + \overline{bc})$?

Задача 17. В един град живеят лъжци, които винаги лъжат, както и почтени хора, които винаги казват истината. Всеки жител на града има или куче, или котка. На въпроса “Имаш ли куче?” 100 от жителите на града ще отговорят “Да”, а останалите 140 жители ще отговорят “Не”. Ако 40% от жителите на града имат куче, а 55% от лъжците имат котка, колко са почтените хора в този град?

Задача 18. Коя е най-голямата възможна стойност на естествения параметър a , за която уравнението $a(x - 3) = 2x + 1$ има единствено решение, което е естествено число?

Задача 19. Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точката O , а перпендикулярът през B към AC пресича AC и DC съответно в E и F , като е показано на чертежа.

Ако $\angle BFD = 2 \cdot \angle BOC$ и лицето на триъгълника EFC е равно на 5, колко е лицето на правоъгълника $ABCD$?



Задача 20. В полетата на дъска 6×6 са записани естествените числа от 1 до 36 така, че всеки две последователни числа са записани в съседни полета. (Две полета са съседни ако имат обща страна.) Колко най-малко е сборът от числата, записани в оцветените диагонални полета?

