

Задача 1. Пресметнете N , ако

$$\sqrt[4]{2 \cdot 2^{98} + 7 \cdot 2^{99}} \cdot \sqrt{2} = 2^N$$

Задача 2. Ако a и b са корени на уравнението $x^2 + x - 999 = 0$, пресметнете

$$a^2 + 3b^2 + 2ab + 2b$$

Задача 3. Колко е остатъкът при деление на естественото число N на 5, ако числото, равно на

$$\frac{29 + 4 \cdot N^2}{9}$$

е точен квадрат.

Задача 4. Пресметнете сбора на реалните числа x , y и z , ако

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2xy - z^2 = 2 \end{cases}$$

Задача 5. Пресметнете произведението на реципрочните стойности на x и y , ако е изпълнено равенството

$$(x^2 - x + 1)(3y^2 - 2y + 3) = 2$$

Задача 6. Пресметнете y , ако $a - x \neq 0$ и

$$x^3 - (a + 1) \cdot x^2 + a^2 = (a - x^2 + x + y) \cdot (a - x)$$

Задача 7. Коя е най-голямата стойност на естественото число N , за което сред числата от 1 до N точно 8% се делят на 11?

Задача 8. Кои са целите стойности на n , за които изразът

$$\frac{n^2 + 4n - 3}{n + 2}$$

е равен на цяло число?

Задача 9. Кое е най-малкото 3-цифреното число \overline{abc} , ако шестцифреното число \overline{abcabc} има точно 16 естествени делителя?

Задача 10. Намерете всички числа $x \in (0; 2\pi)$, за които

$$\sqrt{\sin x + 5 - 4\sqrt{\sin x + 1}} = 2 - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Задача 11. Колко са различните пирамиди, всичките ръбове на които са равни на 1 cm?

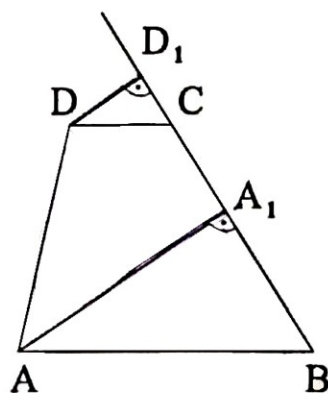
Задача 12. Най-дългата страна на триъгълника е $c = 2$ cm, а най-късата е $a = \sqrt{2}$ cm. Намерете най-голямата стойност на лицето на такъв триъгълник.

Задача 13. Нека O е център на окръжността, описана около $\triangle ABC$. Намерете градусната мярка на $\angle AOB$, ако четириъгълникът $AOBC$ е ромб.

Задача 14. Четириъгълник $ABCD$ е трапец с лице 25 cm^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$),

$AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 5 \text{ cm}, AA_1 = 7 \text{ cm}$.

Колко cm е дължината на отсечката DD_1 ?



Задача 15. Намерете минималния брой хорди в дадена окръжност, така че броят на пресечните им точки, които са във вътрешността на окръжността и са различни помежду си, е точно 20.

Задача 16. Пресметнете произведението на целите числа x, y и z , ако са изпълнени и трите условия:

$$\begin{cases} x^2 + 2x \leq y \\ y^2 + 2y \leq z \\ z^2 + 2z \leq x \end{cases}$$

Задача 17. Намерете всички цели числа n , за които

$$|n^2 - 12n - 13|$$

е просто число.

Задача 18. Разполагаме с 4 вида цветя. По колко начина можем да направим с тях букети от по 5 стръка. Считаме, че цветята от един и същ вид не се различават.

Задача 19. Колко от всички произведения на две различни естествени двуцифрени числа се делят на 5?

Задача 20. Пресметнете

$$\left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3.5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n.(n+2)}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{(n+1).(n+3)}\right)$$