



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

6 КЛАС

ЗИМА 2021

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват:
  - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
  - числата, които се представят във вида  $t/n$  ( $n \neq 0$ ), където  $t$  е цяло число, а  $n$  е естествено число;
  - десетичните дробни.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
  - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
  - числата, които се представят във вида  $t/n$  ( $n \neq 0$ ), където  $t$  е цяло число, а  $n$  е естествено число;
  - десетичните дробни.
9. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Пресметнете:

$$(1 - 11) \cdot (2 - 10) \cdot (3 - 9) \cdot \dots \cdot (10 - 2) \cdot (11 - 1).$$

**Задача 2.** В математиката с  $[x]$  се означава най-голямото цяло число, което не е по-голямо от  $x$ . Пресметнете

$$[-3,1] + [-2,1] + [-1,1] + [1,1].$$

**Задача 3.** Пресметнете  $x$ , ако

$$\frac{20}{21} = \frac{1}{1 - \frac{x}{20}}.$$

**Задача 4.** Пресметнете:




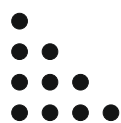
$$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} - 4\frac{1}{4} + 6\frac{3}{6} - 15\frac{5}{15} + 28\frac{7}{28}.$$

**Задача 5.** С колко сборът на целите отрицателни числа, по-големи от  $(-10)$ , е по-малък от сбора на всички естествени числа по-малки от 10?

**Задача 6.** Произведението на две цели отрицателни числа  $A$  и  $B$  е 32, а сборът им е нечетно число. Кое е по-малкото сред числата  $A$  и  $B$ ?

**Задача 7.** Определете всички естествени числа  $N$ , ако сборът на цифрите на числото, равно на  $10^N - 2021$ , е 4.

**Задача 8.** Кои цифри не могат да бъдат цифра на единиците на триъгълно число?

			
1	$3 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}$	$6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}$	$10 = 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \times 5}{2}$

Упътване: Триъгълните числа са

$$1; 3 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}; 6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}; \dots; 1 + 2 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}.$$

**Задача 9.** Пресметнете:

$$|1 - 2| + |2 - 3| + |3 - 4| + |4 - 5|.$$

**Задача 10.** Колко е остатъкът при делението?

$$(2017^2 \cdot 2024^2 + 2021) : 7$$

**Задача 11.** Кое е най-малкото естествено число  $n$ , за което

$$n \times 0, (15) - \frac{1}{3}$$

е цяло число?

**Задача 12.** Леден блок се стопява равномерно като на всеки час губи третинка от теглото си. След 3 часа той тежал вече 8 кг. Колко е тежал първоначално?

**Задача 13.** Ако  $O(0; 0)$ ,  $A(0; -y^2 - 1)$ ,  $B(x^2 + 2; 0)$  и  $OA + OB = 4$ , пресметнете  $x^2 + y^2$ .

**Задача 14.** Точката  $A$  е среда на отсечката  $XY$ , точката  $B$  е среда на отсечката  $XA$ , а точката  $C$  е среда на отсечката  $YB$ . Колко процента от дължината на отсечката  $XY$  е дължината на отсечката  $BC$ ?

**Задача 15.** С колко квадратни сантиметра лицето на правоъгълен триъгълник с катети 1,2 cm и 0,5 cm е по-малко от лицето на квадрат със страна равна на хипотенузата на правоъгълния триъгълник?

**Задача 16.** Кое число има точно 15 различни естествени числа за делители, два от които са 8 и 9?

**Задача 17.** Намерете последната цифра след десетичната запетая в записа на числото

$$\frac{2021}{2^{2021}}$$

като десетична дроб.

**Задача 18.** Колко са трицифрените числа  $\overline{abc}$ , ако са изпълнени и 4-те условия?

- $7 \leq a \leq 9$ ;
- $4 \leq b \leq 6$ ;
- $0 \leq c \leq 3$ ;
- 12 дели  $\overline{abc}$

**Задача 19.** Числата от 10 до 999 са записани по едно на 990 картички. Колко най-малко картички трябва да изберем, така че сред тях да има поне една, на която числото е записано само с четни цифри?

**Задача 20.** Пресметнете остатъкът от делението на  $51!! - 1$  на 2021.

Пояснение: Двоен факториел на  $n$  се означава така:  $n!!$ . Той е произведение на всички цели числа от 1 до  $n$ , които имат същата четност като  $n$ . Например:  $5!! = 1.3.5$ ;  $8!! = 2.4.6.8$