



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЗИМА 2020

### УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
9. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!**

**Задача 1.** Пресметнете стойността на израза

$$1 + \sqrt{2} \times \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} \times \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right).$$

**Задача 2.** Пресметнете стойността на израза

$$(x + y + z) \times (y + z + t) - (x + y + z + t) \times (z + y),$$

ако  $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{5}, z = \sqrt{10}, t = \sqrt{12}$ .

**Задача 3.** Сборът на 12 различни естествени числа е равен на 79. Кое е най-голямото сред тези числа?

**Задача 4.** Ако  $\sqrt{a^2} = 5$ ,  $\sqrt{b^2} = 4$  и  $\sqrt{(a - b)^2} = b - a$ , пресметнете  $a + b$ .

**Задача 5.** Ако

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

е тъждество, пресметнете  $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1$ .

( $x$  е променлива;  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  – константи)

**Задача 6.** При решаването на едно и също квадратно уравнение трима ученици получили различни корени:

Първият ученик получил за корени числата 6 и 2;

Вторият ученик: 2 и 1;

Третият ученик: 1 и 5.

Оказало се, че всеки е намерил правилно точно един корен на уравнението.

Намерете сбора на корените на това уравнение.

**Задача 7.** Намислих си трицифрено число, което е просто число и на което цифрата на единиците е равна на сбора на цифрите на стотиците и на десетиците.

Коя е цифрата на единиците?

**Задача 8.** Намерете рационалното число  $\alpha$ , ако  $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \alpha\sqrt{3} - 1$ .

**Задача 9.** Намерете цифрата на единиците на числото, равно на

$$1! + 3! + 5! + 7! + 9! + 11!.$$

**Задача 10.** Едно число се дели на 2, на 3, на 5 и има 100 делителя. Ако най-малкото такова число е  $2^M \times 3^N \times 5^P$ , пресметнете  $M + N + P$ .

**Задача 11.** Правоъгълен паралелепипед има измерения  $45\text{ cm}$ ,  $75\text{ cm}$  и  $15\text{ cm}$ . Той трябва да бъде разрязан на еднакви кубчета с дължини на ръбовете цяло число сантиметри. Колко такива разрязвания са възможни?

**Задача 12.** Ако спрямо координатна система са зададени точките  $A(0; 4)$  и  $B(6; 0)$ , определете ординатата на точката  $M$ , която е среда на отсечката  $AB$ .

**Задача 13.** Квадрат има два пъти по-голямо лице от лицето на правоъгълник. Обиколката на правоъгълника е  $8\text{ cm}$ . Коя е най-голямата стойност на страната на квадрата в  $\text{cm}$ ?

**Задача 14.** Височината  $CH$  на равнобедрен трапец  $ABCD$  ( $H \in AB$ ) има дължина  $6\text{ cm}$ . Ако  $AH = 8\text{ cm}$ , да се пресметне лицето на трапеца. ( $H \in AB, AB \parallel CD, AB > CD$ )

**Задача 15.** По колко начина във върховете на петоъгълник можем да поставим числата 1, 2 и 3, така че в двата върха на всяка от страните да има различни числа?

**Задача 16.** Седемцифрено число удовлетворява и трите условия:

- записва се само с цифрите 2 и 1;
- броят на цифрите 2 е повече от броя на цифрите 1;
- числото се дели на 24.

Кое е числото?

**Задача 17.** При делението на двуцифрено число на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 се получават точно 4 остатъка 0. За колко двуцифрени числа това е изпълнено?

**Задача 18.** Във фруктиерата има ябълки, банани и портокали. Ако изям всичките ябълки, тогава във фруктиерата ще останат с 1 плод по-малко, отколкото  $\frac{2}{3}$  от първоначалния им брой. Ако изям всичките портокали тогава във фруктиерата ще има 4 плода по-малко, отколкото  $\frac{2}{3}$  от първоначалния им брой. С колко ябълките са повече от бананите?

**Задача 19.** Колко са решенията на уравнението  $x + y + z = 6$  в естествени числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ ?

**Задача 20.** Ако двуцифреното число  $\overline{ab}$  е просто, колко са простите числа, които са делители на числото  $\overline{ab0ab}$ ?