



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9 КЛАС

ЗИМА 2022

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват както рационални, така и ирационални числа.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват както рационални, така и ирационални числа.
9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Пресметнете стойността на израза

$$\left(\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} + \sqrt[3]{8} \right)^2$$

Задача 2. Пресметнете стойността на израза

$$\frac{5.14}{5.8} + \frac{5.14}{8.11} + \frac{5.14}{11.14}$$

Задача 3. Намерете естественото число x , ако

$$1 + 5 + 9 + \dots + (4x - 3) + (4x + 1) = 91$$

Задача 4. Пресметнете $4x + 4y - 5z$, ако

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

Задача 5. Цяла част $[x]$ на числото x се нарича най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x . Дробна част $\{x\}$ на числото x се нарича числото равно на $x - [x]$.

Пресметнете

$$\left[\frac{\{1 + \sqrt{2}\} - \{1 - \sqrt{2}\}}{3} \right]$$

Задача 6. Пресметнете $f(-2)$, ако

$$1 + x \cdot f(-2 - x) = f(x)$$

Задача 7. Пресметнете x , ако $2x + 3y + 5z = -1,5$ и $3x + 6y + 10z = 5$.

Задача 8. Пресметнете x , ако

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = -3x$$

Задача 9. Ако $y = x^2 + 8x + 7$, опростете израза

$$(x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 5) \cdot (x + 7) - y(y + 8) + 7$$

Задача 10. За кое най-малко естествено число n е вярно неравенството?

$$(\sqrt{3} + 1)^n - (\sqrt{3} - 1)^n > 8$$

Задача 11. N – ъгълник ($N \geq 4$) има $(4N - 9)$ диагонала. Кое е числото N ?

Задача 12. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC = 8\text{ cm}$) $\angle ABC = 75^\circ$,
 $BD \perp AC$, $D \in AC$; $DE \perp BC$, $E \in BC$. Колко сантиметра е дължината на отсечката CE ?

Задача 13. Пресметнете острия ъгъл на ромб, на който страната е средногеометрична на диагоналите му.

Задача 14. Лицето на правоъгълен триъгълник с катети a и b и с хипотенуза c е 10 cm^2 .
Пресметнете лицето на правоъгълник със страни равни на $(-a + b + c)$ и $(a - b + c)$.

Задача 15. Ако a , b и c са страни на триъгълник и

$$a = 10\text{ cm} \leq b \leq c = 13\text{ cm},$$

колко cm^2 е най-голямото възможно лице на този триъгълник?

Задача 16. Пресметнете

$$\frac{3\sin\alpha + 2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha}$$

ако $\operatorname{tg}\alpha = -3$.

Задача 17. Намерете естественото число x , ако $x - 1$ се дели на 18, а $x + 1$ дели 222.

Задача 18. Ако

$$a_1 = 2, a_2 = 9, a_3 = 16, a_4 = 23, \dots$$

$$b_1 = 1007, b_2 = 999, b_3 = 991, b_4 = 983, \dots$$

и $a_x = b_x$, намерете x .

Задача 19. Уравнението

$$x^3 - 2(b + 1)x^2 + (2b^2 + 6b + 5)x = 0$$

има три реални корена и b е реален параметър. Кой е най-големият корен?

Задача 20. Колко са петцифрените числа с различни цифри, ако първата и втората са четни?