Седмица на олимпийската математика 2015

Контролно по Алгебра
06.01.2015

Този материал е изготвен със съдействието на школа Sicademy

Задача А1. Нека $a_1, \ldots, a_n$ са различни естествени числа. Да се докаже, че

$$a_1^2 + \cdots + a_n^2 \geq \frac{2n+1}{3}(a_1 + \cdots + a_n).$$

Задача А2. Да се докаже, че не съществува полином $p(x)$ с цели коефициенти, за който

$$p\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9}\right) = 3 + \sqrt[3]{3}.$$

Задача А3. Да се намерят всички функции $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ такива, че

$$f(y)f(xf(y)) = f(x+y)$$

за произволни $x, y > 0$.