



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

8 КЛАС

ЕСЕН 2020

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват:
 - *числа, които се представят като разлика на две естествени числа;*
 - *числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;*
 - *десетичните дроби.*
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
 - *числа, които се представят като разлика на две естествени числа;*
 - *числата, които се представят във вида m/n ($n \neq 0$), където m е цяло число, а n е естествено число;*
 - *десетичните дроби.*
9. Забранено е изнасянето на тестовите и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Да се пресметне

$$\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{5}\right) \times \left(1 + \frac{1}{6}\right) \times \left(1 + \frac{1}{7}\right) \times \left(1 + \frac{1}{8}\right) \times \left(1 + \frac{1}{9}\right) \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)$$

Задача 2. Пресметнете стойността на израза

$$\left(\frac{|x|}{x} - \frac{|y|}{y}\right)^2 - 2\left(\frac{|x|}{x} - \frac{|y|}{y}\right) + 1,$$

ако $xy < 0$.

Задача 3. Ако $x < 5$ и

$$\frac{2}{x} = \frac{x}{2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22},$$

пресметнете x .

Задача 4. Един от множителите на израза $(x^6 + x^2)(x^6 + x^2 - 2) - 3$ е $x^6 + x^2 + 1$.
Посочете другия.

Задача 5. Колко 3-цифрени числа са и куб, и квадрат на естествено число?

(Колко са 3-цифрените числа \overline{abc} , за които съществуват естествени числа A и B , такива че $\overline{abc} = A^2 = B^3$?)

Задача 6. Кое е най-малкото просто число, което дели числото равно на

$$7^6 + 13^6 + 31^6?$$

Задача 7. Колко са петцифрените числа $\overline{abc13}$, които имат за сбор на цифрите 13 и се делят на 13?

Задача 8. Ако

$$0 > 2a = a^2 - 3,$$

да се пресметне

$$a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1.$$

Задача 9. Намерете най-малкия възможен сбор на естествените числа n и m , за които и двата израза $\frac{4}{5-2n}$ и $\frac{3}{2m-3}$ са цели числа.

Задача 10. Ако

$$\frac{a}{b} = \frac{4a}{6b - 3a},$$

да се пресметне

$$\frac{a}{b}.$$

Задача 11. Обиколката на правоъгълник е $6 \times x + 4$, а широчината му е $2 \times x - 1$.

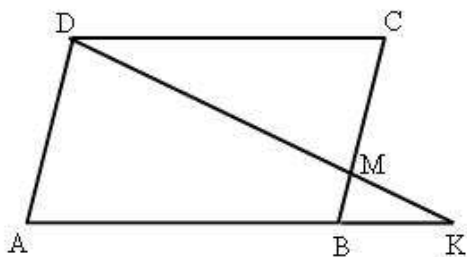
Лицето на правоъгълника се представя като

$$A \times x^2 + B \times x + C,$$

където A , B и C са константи. Да се пресметне $A + B + C$.

Задача 12. Правоъгълен триъгълник има хипотенуза 10 cm и катет 8 cm . Колко cm е сборът от дължините на височините му?

Задача 13. Лицето на успоредника $ABCD$ е 24 cm^2 . Точката M дели страната BC в отношение $1:3$, считано от точката B . Да се пресметне лицето на $\triangle BMK$.



Задача 14. Правоъгълник със страни 5 cm и 7 cm е разрязан на 10 квадрата от три вида – със страна 1 cm , със страна 2 cm и със страна 3 cm . Колко са квадратите със страна 2 cm ?

Задача 15. Колко прави са необходими, за да се раздели равнината на 4 части?

Задача 16. Колко най-много могат да бъдат няколко последователни числа, всяко от които може да се представи като произведение от две прости числа?

Задача 17. По колко начина 3 момчета могат да си разделят 10 топчета, така че всеки да получи поне по 2 топчета?

Задача 18. Колко на брой са трицифрените числа с различни цифри, в които участва цифрата 1?

Задача 19. Кое е най-голямото цяло число, което не е по-голямо от стойността на израза:

$$\frac{30}{100} + \frac{30}{101} + \frac{30}{102} + \frac{30}{103} + \frac{30}{104} + \frac{30}{105} + \frac{30}{106} + \frac{30}{107} + \frac{30}{108} + \frac{30}{109}?$$

Задача 20. За кое най-малко естествено число a уравнението $||x| + 1| = a$ има точно две решения.