



“МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ” - 2014 -2015

ЕСЕН

18-26 октомври 2014 г.

ДЕВЕТИ - ДВАНАДЕСЕТИ КЛАС

УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,

За всеки верен отговор получавате по 1 точка, а за грешен или непосочен отговор – 0 точки. Съветваме ви да прочетете внимателно всяка задача и да запишете правилния отговор в листа за отговори!

Класирането се извършва по регламента на турнира.

Време за работа - 60 минути. УСПЕХ!

Задача 1. Да се пресметне израза $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{2})^2}$.

- А) $6+2\sqrt{2}$ Б) 2 В) $2\sqrt{2}$ Г) 0

Задача 2. Броят на рационалните числа в редицата $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{99}, \sqrt{100}$ е:

- А) 100 Б) 50 В) 10 Г) 0

Задача 3. Нека B и C са цели числа, а числото $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ е корен на уравнението $x^4+Bx^2+C=0$. По-голямото от двете числа B и C е:

- А) B Б) -10 В) C Г) 2

Задача 4. По колко начина 9 еднакви квадрата- 3 червени, 3 бели и 3 сини, можем да разположим в квадрат 3×3 , така че във всеки ред и във всеки стълб да има квадрати от трите цвята?

- А) 6 Б) 9 В) 12 Г) 15

Задача 5. Сборът на 10 естествени числа е 2014. Определете най-голямата възможна стойност на най-големия общ делител на тези числа.

- А) 99 Б) 100 В) 101 Г) 106

Задача 6. Колко са точките (x, y) , чиито координати са цели неотрицателни числа, и $2x+3y-6 < 0$?

- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) повече от 5

Задача 7. Точката M е среда на страната AB на успоредника $ABCD$. В какво отношение, пресечната точка на диагонала AC и на правата DM дели AC ?

- А) 1:2 Б) 3:1 В) 5:3 Г) 2:5

Задача 8. За колко цели числа a уравнението $(x^2 - a^2) \cdot \sqrt{5 - x} = 0$ има 3 различни решения?

- А) 10 Б) 9 В) 8 Г) друг отговор

Задача 9. Точката H е ортоцентър за триъгълник ABC , а точката C е медицентър на триъгълник ABH . Тогава най-малкият ъгъл на триъгълник ABC е

- А) 30 градуса Б) 45 градуса В) 60 градуса Г) ъгъл ACB

Задача 10. Триъгълник ABC с ъгъл при върха C 30 градуса е вписан в окръжност с център O и радиус 9 cm . Ако R е радиуса на окръжността, допираща се до отсечките AO и BO , и дъгата AB , тогава R е

- А) 6 cm Б) 4,5 cm В) 3 cm Г) 1,5 cm

Задача 11. Ако x и y са естествени числа, такива че $4 \cdot 3^x - 1 = 5^y$, определете броят на решенията (x, y) на уравнението $4 \cdot 3^x - 1 = 5^y$.

Задача 12. Квадрат и правоъгълник имат равни лица. Коя фигура винаги има по-голям периметър?

Задача 13. Колко са числата до 1000 със сбор от цифрите 11, които се делят на 11?

Задача 14. Лицето на триъгълник със страни $2 - \sqrt{2}$ и $2 + \sqrt{2}$ е 1. Определете третата страна на триъгълника.

Задача 15. Колко са решенията на уравнението

$$\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} = 1, \text{ където } a, b \text{ и } c \text{ са параметри?}$$

Задача 16. Ако a, b и c са положителни числа и $a^2 + b^2 = c^2$, за кои естествени числа N е изпълнено неравенството $a^N + b^N - c^N < 0$?

Задача 17. Точката D е от медианата CM на триъгълник ABC , такава че $CD:DM=1:3$. Ако точката E е пресечна точка на правата AD и страна BC , намерете $CE:CB$.

Задача 18. Ако $x^2 + y^2 = 68$ и $x \cdot y = 16$, пресметнете $x^3 + y^3$.

Задача 19. Триъгълник има страни изразяващи се с прости числа cm . Определете най-малкия възможен периметър на този триъгълник.

Задача 20. Колко са рационалните корени на уравнението $x^3 + x^2 + x = -\frac{1}{3}$?