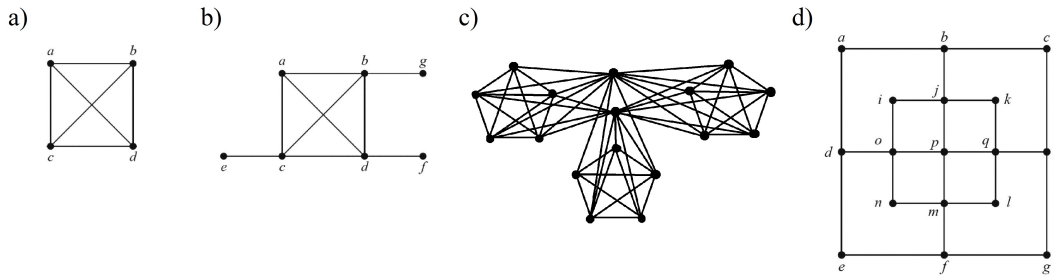


Algorytmy grafowe 09: Cykle Hamiltona i problem komiwojażera

A Zadania na rozgrzewkę przed egzaminem/kolokwium zaliczeniowym - nie obowiązkowe

Zadanie A.1. Które z poniższych grafów mają cykl/ścieżkę Hamiltona? Odpowiedzi uzasadnij.



Zadanie A.2. (dla dociekliwych) Pokaż, że graf Petersena nie ma cyklu Hamiltona, ale zachodzi $\forall S \subseteq V: S \neq \emptyset \omega(G-S) \leq |S|$. Przypomnienie: G ma c. Hamiltona $\Leftrightarrow \forall S \subseteq V: S \neq \emptyset \omega(G-S) \leq |S|$ ¹.

Zadanie A.3. W digrafie D zadanym poniżej listą następników korzystając z algorytmu Roberta-Floresa wyznacz wszystkie skierowane cykle Hamiltona. Dla każdego kroku:

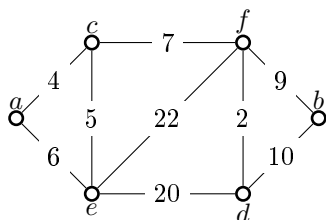
- podaj aktualnie „odkrytą” ścieżkę (stan stosu S);
- wyznaczony cykl Hamiltona (jeśli dotyczy kroku).

Wierzchołki rozpatruj w kolejności alfabetycznej

- a: b
b: c,f
c: a,d,e
d: a,e
e: c,f
f: d

ścieżka	cykl Hamiltona

Zadanie A.4. W grafie przedstawionym na poniższej ilustracji wyznacz ścieżkę Hamiltona o minimalnej wadze, korzystając z metody korzystającej z wyznaczania minimalnego drzewa rozpiętego. Poniżej podaj kolejne rozpatrywane grafy oraz minimalne drzewa rozpięte i ich wagi (jeżeli w trakcie algorytmu minimalne drzewa rozpięte zostały wyznaczone). **Rozpatruj wierzchołki w kolejności alfabetycznej, tzn., gdy masz kilka do wyboru wybierz „najmniejszy”.**

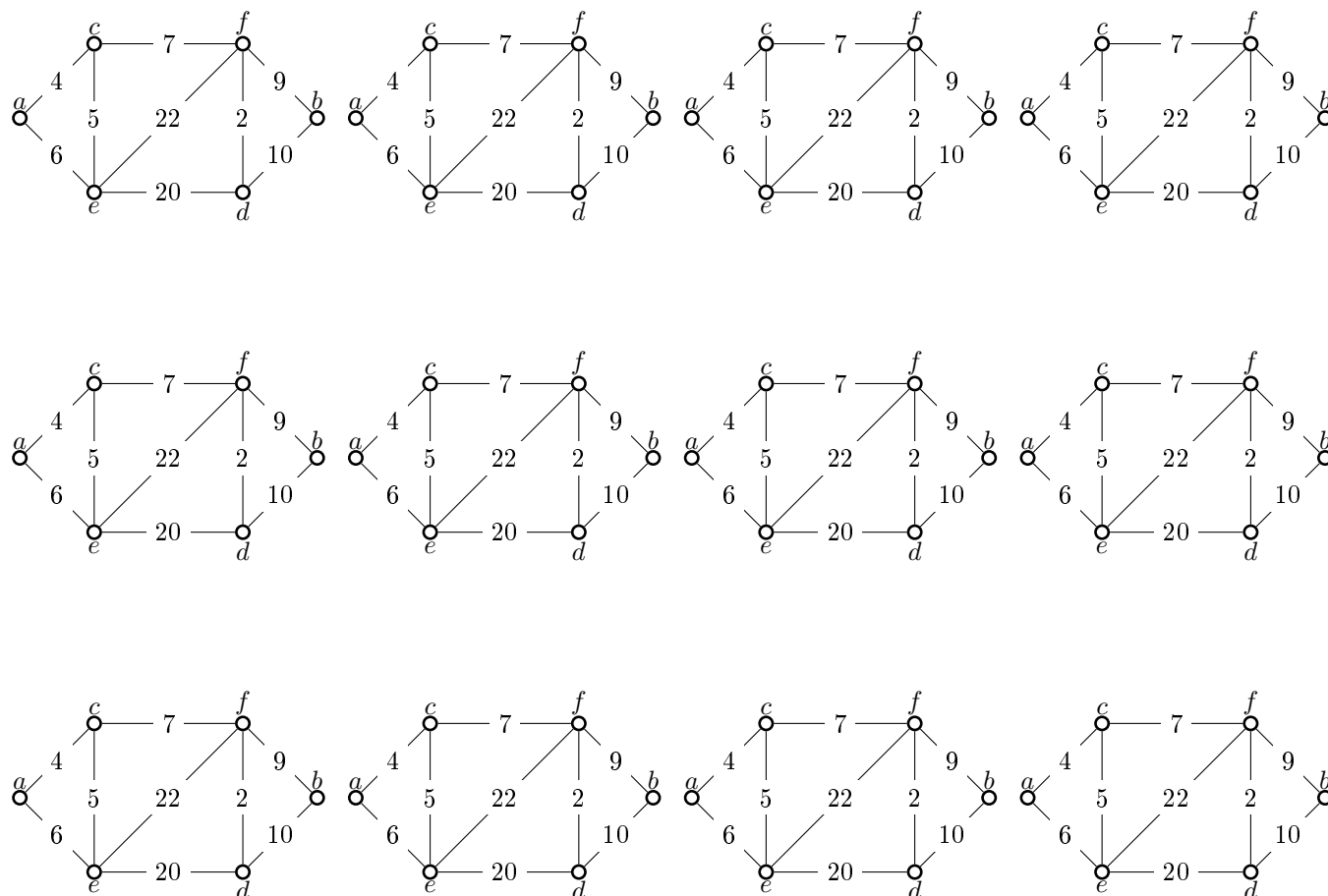


waga drzewa

czy zapamiętana ścieżka?

Na następnej stronie, dla wygody, grafy do „pokolorowania”.

¹ $\omega(H)$ – liczba składowych spójności grafu H



Przykładowe rozwiązania na końcu pliku.

B Program do napisania

Proszę o przesłanie

- do nocy z czwartku na piątek (**7/8 maja**);
- w mailu o tytule **AGR05** (WAŻNE: Nie będę czytała tych maili, więc z istotnymi sprawami proszę się zgłaszać w osobnych mailach.)
- plików o zindywidualizowanej nazwie **05NazwiskoImie.py** albo **05NazwiskoImie.txt** (jeśli .py nie chce się wysłać) albo skompresowane o nazwie **05NazwiskoImie** (ale TYLKO jeśli piszą Państwo w kilku plikach) albo **05NazwiskoImieNieDziała.*** (jeśli podjęli Państwo próbę zrobienia, ale nie działa);
- na adres: kryba@amu.edu.pl.
- **Proszę:**
 - **nazwisko pierwsze, bez polskich znaków;**
 - **nie wysyłać niekompletnych programów bez dopisku NieDziała;**
 - jak wysyłają Państwo nową, **poprawioną wersję**, to **dodać numer wersji** np. 02 na końcu nazwy.
- Proszę o wpisanie w programie *'graph09.txt'* a nie odwołania do pliku, które Państwo wykorzystywali.
- Proszę nie wysyłać mi pliku tekstowego z grafem.

Zadanie B.1. Mamy zadany macierzą przyległości graf G w pliku **graph09.txt** (dla Państwa wygody „0” zostały zamienione na „-”). Napisz program, który korzystając z metody przeszukiwania wszystkich przypadków wyznacza wszystkie cykle Hamiltona w G . W wyjściu mają się znaleźć:

- kolejne stany stosu (zbioru S), tzn. aktualnie wyznaczona ścieżka;
- cykl Hamiltona w momencie jego powstania.

Proszę rozpatrywać wierzchołki (krawędzie) w kolejności rosnących indeksów i zacząć od pierwszego wierzchołka

Przykładowe wejście i wyjście na następnej stronie

PRZYKŁADOWE WEJŚCIE

- 1 - - - -
- - 1 - 1 -
1 - - 1 - -
- - 1 - - 1
- - 1 1 - -
1 1 1 - - -

PRZYKŁADOWE WYJŚCIE:

1
1 2
1 2 3
1 2 3 4
1 2 3 4 6
1 2 3 4
1 2 3
1 2
1 2 5
1 2 5 3
1 2 5 3 4
1 2 5 3 4 6
CYKL HAMILTONA: 1 2 5 3 4 6 1
1 2 5 3 4
1 2 5 3
1 2 5
1 2 5 4
1 2 5 4 3
1 2 5 4
1 2 5 4 6
1 2 5 4 6 3
CYKL HAMILTONA: 1 2 5 4 6 3 1
1 2 5 4 6
1 2 5 4
1 2 5
1 2
1

A1

Tutaj podaję przykładowe uzasadnienia. Oczywiście inne też mogą być poprawne.

nr	cykl H.	ścieżka H.	Dlaczego?
a)	TAK	TAK	abdc
b)	NIE	NIE	3 wierzchołki wiszące (W grafie z cyklem H. stopnie ≥ 2 , a ze ścieżką H. co najwyżej 2 wierzchołki wiszące)
c)	NIE	TAK	Po usunięciu środkowych wierzchołków graf ma 3 składowe spójności (patrz tw. z wykładu). Ścieżkę można znaleźć łatwo, tylko nie można zaczynać ani kończyć w środkowych wierzchołkach.
d)	NIE	NIE	Po usunięciu $\{j, o, q, m\}$ będzie 6 składowych spójności (patrz tw. z wykładu).

A2 Nie ma na to bardzo sprytnego sposobu. Warto wykorzystać fakt, że graf jest bardzo „symetryczny”. (np. Każdy wierzchołek na zewnętrznym cyklu ma „takie samo otoczenie”, więc bez utraty ogólności można zacząć od dowolnego z tych wierzchołków. Mamy dwie możliwości, jak może przejść przez niego cykl H : po zewnętrznym cyklu albo jedna krawędź do wewnętrznego cyklu...) Życzę miłej zabawy w gdybanie.

A3

ścieżka	cykl Hamiltona
a	
ab	
abc	
abcd	
abcde	
abcdef	
abcdef	nie ma cyklu
abcde	
abcd	
abc	
abce	
abcef	
abcefd	cykl: abcefd
abcef	
abce	
abc	
ab	
abf	
abfd	
abfde	
abfdec	
abfdec	cykl: abfdec
abfdec	
abfde	
abfd	
abf	
ab	
a	

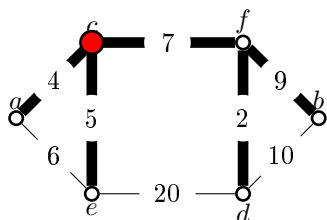
A4

Przykładowe rozwiązanie - może wyglądać nieco inaczej, bo grafy z usuniętymi krawędziami mogą zostać dodane w innej kolejności. Ostateczny wynik nie może być inny

Pod obrazkami odpowiedzi na pytania: Waga drzewa? Czy zapamiętana ścieżka?

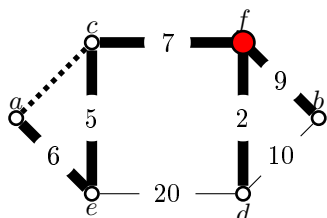
Jeśli waga utworzonego drzewa jest większa niż waga aktualnie zachowanej ścieżki, to nie rozpatrujemy jego „potomków”.

Rozwiązanie na następnej stronie.



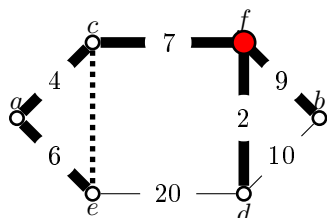
27

NIE



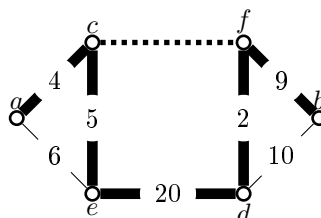
29

NIE



28

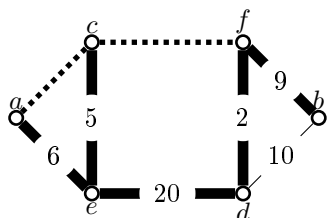
NIE



40

TAK

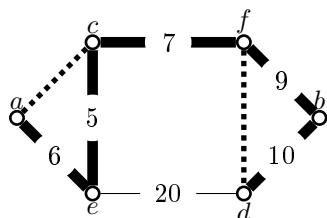
Poniżej grafy uzyskane w wyniku usunięcia krawędzi z pierwszego grafu powyżej (pierwsza linia poniżej) i uzyskane w wyniku usunięcia krawędzi z drugiego grafu powyżej (druga linia poniżej). Trzeci graf powyżej nie ma „potomków”, bo jest ścieżką.



42

NIE

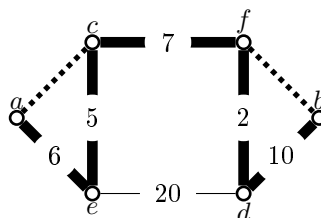
$42 > 40$



37

TAK

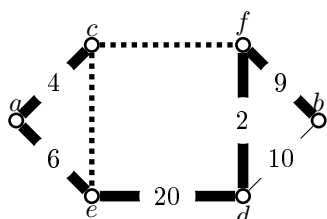
$37 < 40$



30

TAK

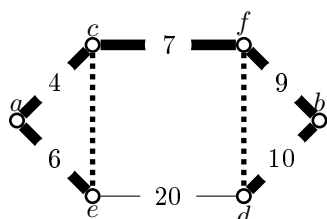
$30 < 37$



28

NIE

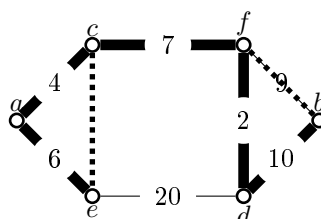
$41 > 30$



36

NIE

$36 > 30$

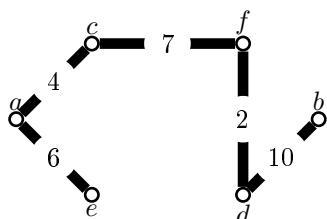


29

TAK

$29 < 30$

KONIEC. Ostateczne rozwiązanie:



29