

LAB 2: Simple Matrix Operations with Python

Teacher: Trần Hà Sơn

Subject: Applied Mathematics and Statistics

I. Introduction

1. Student information

Full name	Student ID	Class
Nguyễn Hữu Thuận	21120566	21CTT5

2. Problem statement

Triển khai hàm ython thực hiện Tích vô hướng và Phân rã QR.

3. Problem description

Cho A là ma trận có m dòng, n cột với các phần tử là các số thực. Hãy tìm ma trận Q và ma trận R sao cho $A = QR$.

II. Inner Product implementation

1. Định nghĩa hàm `innerproduct`

```
def innerproduct(v1, v2):
```

Hàm tính tích vô hướng của hai vector $v1$ và $v2$. Hàm nhận tham số đầu vào là hai vector $v1$ và $v2$ và trả về tích vô hướng của hai vector.

2. Kiểm tra xem hai vector có thể tích vô hướng với nhau hay không.

```
if len(v1) != len(v2):  
    return None
```

Nếu hai vector có độ dài khác nhau, hàm sẽ trả về `None` vì không thể tính tích vô hướng hai vector này.

3. Tính tích vô hướng

```
for i in range(len(v1)):  
    result += v1[i] * v2[i]  
return result
```

Lặp qua các phần tử của vector, với mỗi i , tích phần tử thứ i trong $v1$ với phần tử thứ i trong $v2$ và cộng vào biến `result`. Sau đó trả về `result`.

III. Back Substitution implementation

1. Định nghĩa hàm `QR_factorization(A)`:

```
def QR_factorization(A):
```

Hàm phân tích ma trận A thành hai ma trận Q và R sao cho $A = QR$.
Hàm nhận tham số đầu vào là ma trận A và trả về hai ma trận Q và R .

2. Khởi tạo các kích thước của ma trận A

```
m, n = len(A), len(A[0])
```

m là số dòng của A , n là số cột của A .

3. Khởi tạo ma trận Q và R

```
Q = [[0] * m for _ in range(n)]  
R = [[0] * n for _ in range(n)]
```

Tạo hai ma trận Q và R lần lượt có kích thước là $m \times n$ và $n \times n$ với các phần tử được đặt là 0.

4. Vòng lặp bên ngoài

```
for j in range(n):  
    v = [A[i][j] for i in range(m)]
```

Lặp qua các cột của A , với mỗi dòng, tạo một vector v chứa các phần tử của cột thứ j của ma trận A .

5. Vòng lặp bên trong 1

```
for i in range(j):  
    R[i][j] = innerproduct(Q[i], v)  
    v = [v[k] - R[i][j] * Q[i][k] for k in range(m)]
```

Gram-Schmidt: Lặp đến cột j , trong mỗi lần lặp, lưu giá trị tích vô hướng của $Q[i]$ và v vào $R[i][j]$. Sau đó, với mỗi dòng k trong m , trừ $R[i][j] * Q[i][k]$ với $v[k]$. Điều này là để tính toán hình chiếu của v lên mỗi vector trực chuẩn trong Q và lưu nó trong phần tử tương ứng của R . Sau đó, nó trừ các phép chiếu này khỏi v để thu được một vector mới trực giao với các vector trực giao trước đó.

6. Cập nhật đường chéo

```
R[j][j] = innerproduct(v, v) ** 0.5
```

Tính **norm** của v và lưu vào đường chéo thứ j của R .

7, Vòng lặp bên trong 2

```
for i in range(m):  
    Q[i][j] = v[i] / R[j][j]
```

Chuẩn hóa v và lưu vào cột thứ j của Q .

IV. Technical details

- Sử dụng thư viện `numpy` để đọc file `input.txt`
- Hàm `print_matrix()` được sử dụng để in ma trận ra console theo định dạng đẹp

V. Usage

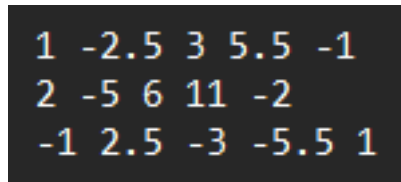
1. Nhập ma trận A vào file `input.txt` theo định dạng sau:

```
1 -2 3 -4  
5 -6 7 -8  
9 -10 11 -12
```

2. Chạy chương trình `21120566.py` để phân tích ma trận A thành hai ma trận Q và R sao cho $A = QR$.
3. Kết quả sẽ được xuất ra console như sau:
 - Nếu R không phải là ma trận đầy đủ: **Matrix is not full rank**
 - Nếu R là ma trận đầy đủ: Thông tin về ma trận Q và R sẽ được xuất ra console theo định dạng

VI. Example

`input.txt`



```
1 -2.5 3 5.5 -1  
2 -5 6 11 -2  
-1 2.5 -3 -5.5 1
```

`console`

```
admin@SnowyField ➤ Lab2 | main onto undefined (19/23) at ~408dfd0 ~ 733 ~3 | pwsh 98% 00:51:25
~ python .\21120566.py

Matrix:
      1      -2.5      3      5.5      -1
      2      -5      6      11      -2
     -1      2.5     -3     -5.5      1

Q:
  0.408248  0.816497 -0.408248
  0.408248  0.816497 -0.408248
  0.408248  0.816497 -0.408248
 -0.408248 -0.816497  0.408248
 -0.408248 -0.816497  0.408248

R:
  2.44949   -6.12372    7.34847   13.4722   -2.44949
  0  2.17558e-15 -2.17558e-15 -4.35117e-15  5.43896e-16
  0      0  4.83077e-31  9.66153e-31 -1.20769e-31
  0      0      0  2.14529e-46 -2.68161e-47
  0      0      0      0  5.95438e-63
```

VII. References

- Systems of Linear Equations