



ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-TPHCM
KIỂM TRA THỰC HÀNH
MATLAB
Học kỳ II - Năm học 2021-2022

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)

Tên học phần: **THỰC HÀNH VI TÍCH PHÂN 2B** Mã học phần: _____

Thời gian làm bài: 45 phút Ngày thi: _____

Ghi chú: Sinh viên chỉ ĐƯỢC PHÉP sử dụng tài liệu là một mặt tờ A4 khi làm bài.

Họ và tên: _____ MSSV: _____

Đặt m là chữ số cuối của mã số sinh viên cộng thêm 1. Ví dụ: 21120345 $\rightarrow m = 6$.

Tất cả viết trong 1 file *main* (Script) duy nhất.

Đề 1.

Câu 1 (Đề 1). (4.0 điểm).

(1a) Viết một **function** theo cấu trúc '**[test1a, caula] = tinh_GH2B(f, x, y)**' để tính giới hạn (nếu có) tại điểm $O(0,0)$ của hàm số hai biến theo hai đường cong sau:

$$(C_1): \langle x, kx \rangle; x, k \in \mathbb{R} \text{ và } (C_2): \langle r \cos \varphi, r \sin \varphi \rangle; (r, \varphi) \in \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi].$$

Yêu cầu:

- (i) Nếu giới hạn còn phụ thuộc k hay φ thì kết luận là không có giới hạn (**test = 0**).
- (ii) Nếu giới hạn theo 2 đường cong không bằng nhau thì kết luận không có giới hạn (**test = 0**).
- (iii) Nếu giới hạn theo 2 đường cong bằng nhau thì kết luận có giới hạn (**test = 1**).

(1b) Viết trong **main** giới hạn (nếu có) và vẽ đồ thị minh họa trên đoạn $[-m, m]^2$ của các hàm sau:

$$f(x, y) = \frac{mx^2y}{x^2 + y^2} \text{ và } g(x, y) = \frac{x^m - y^m}{x^2 + y^2}.$$

Lưu ý: Câu (1a) chỉ là gợi ý, sinh viên có thể viết **function** theo ý mình thích miễn sao ở trong **main** output ra được giá trị giới hạn theo hai đường cong, nếu không có giới hạn thì output dòng command “không có giới hạn”.

Câu 2. (4.0 điểm).

(2a) Viết trong **main** tính tích phân bội sau: $\iint_D \left(mx - \frac{m}{2}y \right) dA$, với D là miền được bao quanh bởi hình tròn có tâm tại gốc tọa độ và bán kính bằng m .

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:

Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:

- (2b) Viết trong **main** vẽ đường cong được vector hóa như sau: $\vec{r}(t) = (t^2, e^{mt}, \sin(mt))$, với $t \in [-m, m]$ và tính tích phân đường loại 2 của vector hàm $\vec{F}(x, m, 0)$ theo đường cong $\vec{r}(t)$ đã cho.

Câu 3. (2 điểm) Tìm nghiệm của phương trình vi phân sau:

$$y'' + 2y' + y = 0, \quad y(0) = m, \quad y'(0) = -m + 1.$$

||-----❌❌❌-----||

Đề 2.

Câu 1 (Đề 2).

- (1a) Viết một **function** theo cấu trúc '`[caula, test1a] = tim_CtkhongDK(f, x, y)`' để tìm cực trị của hàm hai biến theo yêu cầu sau:

Yêu cầu: (i) '`caula`' là một ma trận gồm 3 cột '`caula = [M1, M2, M3]`',

- Cột M1 là cột theo trục x của cực trị.
- Cột M2 là cột theo trục y của cực trị.
- Cột M3 là cột chỉ số nhận dạng k .
 - Nếu $k = 1$ là cực đại địa phương.
 - Nếu $k = 2$ là cực tiểu địa phương.
 - Nếu $k = -1$ là điểm yên ngựa.
 - Nếu $k = 0$ thì không có kết luận.

(ii) '`test1a`' là số nghiệm dừng.

- (1b) Viết trong **main** tìm cực trị địa phương và vẽ đồ thị minh họa có hiển thị các điểm dừng của hàm sau:

$$f(x, y) = 9 - 2x + 4y - x^2 - 4y^2.$$

Lưu ý: Câu (1a) chỉ là gợi ý, sinh viên có thể viết **function** theo ý mình thích miễn sao ở trong **main** output ra được các cực đại, cực tiểu, điểm yên ngựa hay điểm không có kết luận.

Câu 2. (4.0 điểm).

- (2a) Viết trong **main** tính tích phân bội sau: $\iint_D \left(mx - \frac{m}{2}y \right) dA$, với D là hình chữ nhật $[-m, m]^2$.

- (2b) Vẽ hình minh họa đường cong có vector tham số hóa như sau: $\vec{r}(t) = \langle m \cos t, m \sin t, t^2 \rangle$ với $t \in [-m-7, m+7]$, và tích phân đường loại 2 của vector hàm $\vec{F} = \langle yz, xz, xy \rangle$ theo đường cong $\vec{r}(t)$ đã cho.

Câu 3. (2 điểm) Tìm nghiệm của phương trình vi phân sau:

$$y' + xy = 0, \quad y(0) = m.$$

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:

Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:

Bài giải

Đề 1.

(*) *function* câu (1a):

```
function [test1a, caula] = tinh_GH2B(f, x, y)
syms k r p
C1 = [x, k*x];
C2 = [r*cos(p), r*sin(p)];
R1 = limit(simplify(subs(f,[x,y],C1)), x, 0);
R2 = limit(simplify(subs(f,[x,y],C2)), r, 0);
check = [isempty(symvar(R1)), isempty(symvar(R2))];
if sum(check) <= 1
    caula = [];
    test1a = 0;
else
    if double(R1) ~= double(R2)
        caula = [];
        test1a = 0;
    else
        caula = double(R1);
        test1a = 1;
    end
end
end
end
```

(*) *main* Đề 1.

```
%% Tran Trinh Manh Dung + MSSV
% DE 1
%% main DE 1.
clc
clear
close all
m = 10; % (Chu so cuoi cua MSSV) + 1
syms x y z
%% Cau 1b.
disp('||----- Cau 1. -----||');
f = m*x^2*y^2/(x^2+y^2);
g = (x^m - y^m)/(x^2+y^2);
[test_f, caula_f] = tinh_GH2B(f, x, y);
[test_g, caula_g] = tinh_GH2B(g, x, y);
if test_f == 0
    disp('ham f khong co GH');
else
    fprintf('ham f co gioi han theo 2 duong cong la: %f.\n',double(caula_f));
end
figure
[X,Y] = meshgrid(-m:0.1:m,-m:0.1:m);
f1 = matlabFunction(f);
mesh(X,Y,f1(X,Y));
title('cau 1: ham f')
```

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:.....

Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:.....

```

if test_g == 0
    disp('ham g khong co GH');
else
    fprintf('ham g co gioi han theo 2 duong cong la: %f.\n',double(caula_g));
end
figure
[X,Y] = meshgrid(-m:0.1:m,-m:0.1:m);
g1 = matlabFunction(g);
mesh(X,Y,g1(X,Y));
title('cau 1: ham g')

%% Cau 2.
% Cau 2a.
disp('||----- Cau 2. -----||');
syms r p
f2 = m*x - m/2*y;
td = [r*cos(p), r*sin(p)];
I2a = double(int(int(subs(f2,[x,y],td)*r,r,0,m), p, 0, 2*pi));
fprintf('Ket qua cau 2a la: %f.\n', I2a);

% Cau 2b.
clear r
t = -m:0.1:m;
r = [t.^2; exp(m*t); sin(m*t)]; % o day la dau ";" de ta co the tien tach ra luc sau
figure
plot3(r(1,:), r(2,:), r(3,:), 'r-');
title('cau 2b. ');
grid on
clear t r %Xoa di 2 mang t va r truoc khi bien doi t sang dang symbolic
syms t
r = [t^2, exp(m*t), sin(m*t)]; %o day la dau "," de tien su dung cho 'subs'
F = [x, m, 0];
I2b = double(int(dot(subs(F,[x,y,z],r),diff(r,t)),t,-m,m));
fprintf('Ket qua cau 2b la: %f.\n', I2b);

%% Cau 3.
disp('||----- Cau 3. -----||');
clear x y
syms y(x)
dy = diff(y,x);
d2y = diff(y,x,2);
S3 = dsolve(d2y + 2*dy + y == 0,[y(0) == m, dy(0) == -m+1]); %co 2 dieu kien thi phai
de trong ngoac vuong
disp('Ket qua cau 3 la:');
disp(S3);

```

||-----❀-----||

Đề 2.

(*) *function* câu (1a):

```

% Person who does: Tran Trinh Manh Dung
% Update date: 03/05/2022
% Description: This is a two-variable function that finds the extrema of problems
without conditions.
% Note: The stationary solution must be finite.

```

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:.....

Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:.....

```

%Input: f ---> the function of type symbolic
%       x, y ---> the variables of type symbolic
%Output: caula = [M1, M2, M3], on which
%         M1 ---> column matrix in terms of x
%         M2 ---> column matrix in terms of y
%         M3 ---> column matrix in terms of index k
%         Case k = 1 ---> cuc dai dia phuong
%         Case k = 2 ---> cuc tieu dia phuong
%         Case k = -1 ---> diem yen ngua
%         Case k = 0 ---> khong có ket luan
%%
function [caula,test1a] = tim_CtkhongDK(f,x,y)

dfx = diff(f,x);
dfy = diff(f,y);
d2fxx = diff(dfx,x);
d2fyy = diff(dfy,y);
d2fxy = diff(dfx,y);
D = d2fxx*d2fyy - (d2fxy)^2;
SOL = solve(dfx == 0, dfy == 0, [x,y], 'Real', true);
caula = [];
if isempty(SOL.x) == 0 && isempty(SOL.y) == 0
    nd = size(SOL);
    SOL = [SOL.x, SOL.y];
    for ii = 1:nd(1)
        if double(subs(D,[x,y],SOL(ii,:))) > 0
            if double(subs(d2fxx,[x,y],SOL(ii,:))) > 0
                caula = attach_Matrix(caula, attach_Matrix(SOL(ii,:), 2, 1), 2);
                caula = [caula; [SOL(ii,:),2]]; %Cach viet tuong duong
            %
            %
            else
                caula = attach_Matrix(caula, attach_Matrix(SOL(ii,:), 1, 1), 2);
                caula = [caula; [SOL(ii,:),1]]; %Cach viet tuong duong
            %
            %
            end
        elseif double(subs(D,[x,y],SOL(ii,:))) < 0
            caula = attach_Matrix(caula, attach_Matrix(SOL(ii,:), -1, 1), 2);
            caula = [caula; [SOL(ii,:),-1]]; %Cach viet tuong duong
            %
            %
            voi cach viet tren
        else
            caula = attach_Matrix(caula, attach_Matrix(SOL(ii,:), 0, 1), 2);
            caula = [caula; [SOL(ii,:),0]]; %Cach viet tuong duong
            %
            %
            voi cach viet tren
        end
    end
end
nd = size(caula);
test1a = nd(1);
end

%% Description: The function that attaches the same-dimensional matrices
function [M] = attach_Matrix(A, B, t)
if t == 1
    M = [A, B]; % t = 1 --> arranged by line
else
    M = [A; B]; % t = 2 --> arranged by column
end
end

```

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:.....

Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:.....

(*) **main Đề 2.**

```
%% Tran Trinh Manh Dung + MSSV
% DE 2
%% main DE 2.
clc
clear
close all
m = 10; % (Chu so cuoi cua MSSV) + 1
syms x y z
%% Cau 1b.
disp('||----- Cau 1. -----||');
f = 9 - 2*x + 4*y - x^2 - 4*y^2;
[caula, test1a] = tim_CtkhongDK(f,x,y);
if test1a == 0
    disp('Ham so khong co diem dung.')
else
    disp('Diem dung la:');
    disp(caula);
end
[X,Y] = meshgrid(-2:0.05:0, -1:0.05:1);
f1 = matlabFunction(f);
mesh(X,Y,f1(X,Y));

%% Cau 2.
disp('||----- Cau 2. -----||');
% Cau 2a
f2 = m*x - m/2*y;
I2a = int(int(f2,x,-m,m),-m,m);
fprintf('Ket qua cau 2a la: %f.\n', I2a);

% Cau 2b
t = -m-7:0.1:m+7;
r = [m*cos(t); m*sin(t); t.^2]; % o day la dau ";" de ta co the tien tach ra luc sau
figure % De hinh minh hoa trong mot khung hinh rieng
plot3(r(1,:), r(2,:), r(3,:), 'r-');
title('cau 2b. ');
grid on %tao luoi trong do thi

% Cau 2c
clear t r %Xoa di 2 mang t va r truoc khi bien doi t sang dang symbolic
syms t
r = [m*cos(t), m*sin(t), t.^2]; %o day la dau "," de tien su dung cho 'subs'
F = [y*z, x*z, x*y];
I2b = double(int(dot(subs(F,[x,y,z],r),diff(r,t)),t,-m-7,m+7));
fprintf('Ket qua cau 2b la: %f.\n', I2b);

%% Cau 3.
disp('||----- Cau 3. -----||');
clear x y
syms y(x)
dy = diff(y,x);
S3 = dsolve(dy + x*y == 0, y(0) == m);
disp('Ket qua cau 3 la:');
disp(S3);
```

||-----❀-----||

Họ tên người ra đề/MSCB: Chữ ký:.....

Họ tên người duyệt đề: Chữ ký:.....

Một số hàm đặc biệt được sử dụng trong bài

Cách sử dụng các hàm tham khảo trong <https://www.mathworks.com/> hoặc *Help* của matlab.

1. *matlabFunction* là hàm chuyển đổi từ dạng hàm symbolic sang hàm @.
2. *limit* là hàm tính giới hạn cho hàm **một biến**.
3. *sum* là hàm tính tổng các phần tử của một ma trận (mảng).
4. *symvar* là hàm output ra tất cả các biến symbolic có trong một hàm số một hay nhiều biến.
5. *simplify* là hàm đưa về dạng đơn giản nhất của một hàm số một hay nhiều biến.
6. *double* là hàm đưa số từ dạng *syms* về dạng số thực (số vẫn có thể dạng symbolic được nhé).
7. *disp* hay *fprintf* là hai hàm output chữ hay command ra cửa sổ Command Window riêng *fprintf* có thể chèn được số.
8. *meshgrid* là hàm chia lưới trên 2 hoặc nhiều trục số. VD: trục x và trục y .
9. *mesh* là hàm vẽ hình hàm ba biến số.
10. *figure* là hàm tách hình thành các khung hình riêng biệt (nếu không có *figure* thì hình cũ sẽ bị hình mới xóa đi)
11. *dsolve* là hàm tìm nghiệm phương trình vi phân. Lưu ý: khi sử dụng hàm này thì phải chú ý cách khai báo symbolic (sinh viên tự tra cứu).
12. *solve* là hàm tìm nghiệm của một đẳng phương trình. Lưu ý: nếu đẳng phương trình là 2 biến trở lên thì nghiệm sẽ ở dạng “struct” nên ta phải sử dụng *tips* để tách nghiệm (sinh viên tự tra cứu)
13. *diff* là hàm tính đạo hàm của hàm một hay nhiều biến.
14. *size* là hàm tính kích thước của ma trận.
15. *length* là hàm tính số phần tử của một mảng một chiều, nếu mảng là một ma trận thì sẽ output ra kích thước lớn nhất trong số chiều dài và chiều rộng.

HẾT