

Chapitre 9

Information chiffrée

L'objectif de ce chapitre est de consolider et de prolonger les connaissances sur les fréquences, les proportions, les pourcentages, le coefficient de proportionnalité, le taux d'évolution et le coefficient multiplicateur ; ceci par l'étude de situations multiplicatives : proportion de proportion, évolutions successives ou réciproques. Vous devez distinguer si un pourcentage exprime une proportion ou une évolution.

Le saviez-vous ?

$\left. \begin{array}{l} 20\% \text{ de produit en plus} \\ \text{ou} \\ 20\% \text{ de remise} \end{array} \right\}$ ne sont pas les mêmes offres commerciales, à vous de bien choisir !



1. Proportion, pourcentage

Proportion

.....

.....

.....

Exemple : dans une classe de 36 élèves, 20 sont des filles ; la proportion des filles au sein de cette classe est : $p = \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \approx 0,56$.

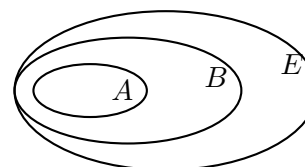
a) Proportion de proportion

Soit A , B et E des ensembles tels que A est une partie de B et B est une partie de E .

On dit alors que A est inclus dans B , lui-même inclus dans E .

On écrit alors $A \subset B$ et $B \subset E$, ou même $A \subset B \subset E$.

$A \subset B$ signifie que tout élément de A est aussi un élément de B mais il peut y avoir des éléments de B qui ne sont pas dans A .



Proportion de proportion

.....

.....

.....

Exemple : dans une classe de 36 élèves, 16 sont des garçons, parmi eux 10 jouent au rugby. La proportion des rugbymen parmi les garçons est $p_1 = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0,625$, la proportion des garçons au sein de la classe est $p_2 = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \approx 0,44$ et la proportion des rugbymen au sein de la classe est $p_3 = \frac{5}{8} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{18} = \frac{10}{36} \approx 0,28$.

Une proportion peut s'écrire sous forme de fraction, décimale ou de pourcentage. Si l'on reprend $p_1 = \frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%$.

2. Évolution et pourcentage

On étudie l'évolution d'une valeur initiale V_I (de départ V_D) qui passe à une valeur finale V_F (d'arrivée V_A).

Variations

.....

.....

.....

a) Taux d'évolution en pourcentage exprimé à partir d'une évolution

Taux d'évolution

.....

.....

.....

.....

Propriétés

Soit t le taux d'évolution d'une grandeur :

- si $t > 0$, il s'agit d'une augmentation, la grandeur est en hausse ;
- si $t < 0$, il s'agit d'une diminution, la grandeur est en baisse.

Application :

1. Le prix d'un pantalon passe de 36 € à 40 €. Quel est le pourcentage d'augmentation ?
2. Le prix d'une veste passe de 46 € à 40 €. Quel est le pourcentage de réduction ?

b) Évolution exprimée à partir d'un pourcentage

Propriétés

- Augmenter une grandeur de p % revient à multiplier cette valeur par $1 + \frac{p}{100}$.
- Diminuer une grandeur de p % revient à multiplier cette valeur par $1 - \frac{p}{100}$.

Les valeurs $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$ et $\left(1 - \frac{p}{100}\right)$ sont appelées coefficient multiplicateur. Si ce dernier est plus grand que 1 il s'agit d'une hausse (augmentation) sinon d'une baisse (diminution).

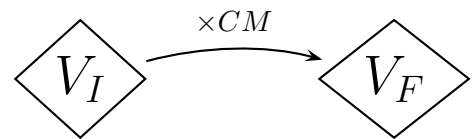
Application :

1. Le prix d'un pantalon est de 36 €, le pourcentage d'augmentation est de 10 %, quel est le nouveau prix après l'augmentation ?
2. Le prix d'une veste est de 46 €, le pourcentage de réduction est de 5 %, quel est le nouveau prix après la réduction ?

Coefficient multiplicateur

Le coefficient multiplicateur CM d'une grandeur passant de la valeur initiale $V_I \neq 0$ à la valeur finale V_F est donné par :

$$CM = \frac{V_F}{V_I}$$



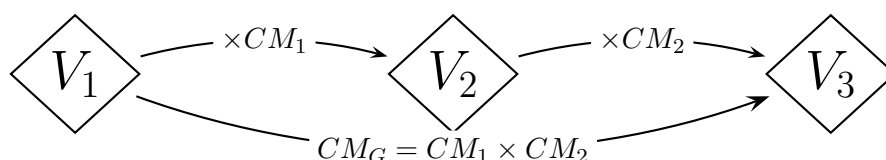
3. Évolutions successives

Propriété

Soit une quantité qui subit des évolutions successives, le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Remarques :

- l'ordre des évolutions successives n'est pas important puisque la multiplication est commutative ;
- les pourcentages des évolutions successives ne s'ajoutent pas ;
- si n évolutions successives ont le même taux pour déterminer le coefficient multiplicateur global il suffit de mettre le coefficient multiplicateur d'une évolution à la puissance n .



Application :

1. Une quantité augmente de 20 % puis diminue de 30 %, quel est le taux global ?
2. Vérifier ce résultat avec une diminution de 30 % puis une augmentation de 20 %.
3. Une quantité augmente de 4 % à cinq reprises, quel est le taux global de ces évolutions successives ?

4. Évolutions réciproques

Définition

.....

.....

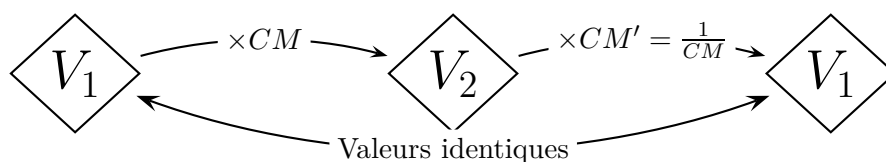
Remarques :

- appliquer une évolution puis son évolution réciproque revient à conserver la valeur initiale.
- l'évolution réciproque d'une hausse de p % n'est pas une baisse de p %.

Propriété

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est l'inverse du coefficient multiplicateur de l'évolution initiale.

Si initialement on applique un coefficient multiplicateur égal à : CM celui de l'évolution réciproque sera égal à : $\frac{1}{CM}$.



Application : un produit augmente de 28 %. Quelle devra être le pourcentage de réduction pour payer le prix initial ?

5. Caisse à outils

Pour déterminer une évolution exprimée en pourcentage \Rightarrow il faut calculer le coefficient multiplicateur correspondant :

- pour une hausse de p % on multiplie la valeur par : $1 + \frac{p}{100}$;
- pour une baisse de p % on multiplie la valeur par : $1 - \frac{p}{100}$.

Application :

1. Un produit coûte 25 € ; il diminue de 12 %. Quel est son nouveau prix ?
2. Entre deux séances le nombre de spectateurs a augmenté de 20 %. À la deuxième séance, ils étaient 468. Quel était le nombre de spectateurs à la première séance ?

Pour exprimer en pourcentage une évolution \Rightarrow il faut calculer la variation relative $\frac{V_2 - V_1}{V_1}$.

Application : un objet coûte 1,44 € en début d'année mais plus que 1,26 € en fin d'année. Quel est le pourcentage d'évolution du prix de cet objet ?

Pour déterminer le taux d'évolution global de deux évolutions successives \Rightarrow on effectue la multiplication des coefficients multiplicateurs correspondants.

Application : après une hausse de 15 %, une action augmente encore de 20 %. Quel est le pourcentage d'augmentation global de cette action ?

Pour déterminer le taux d'évolution réciproque d'une évolution dont on connaît le taux d'évolution \Rightarrow on détermine le coefficient multiplicateur de l'évolution initiale puis on prend son inverse pour calculer le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque.

Application : le nombre de visiteurs d'un musée a diminué de 22 %. Quel doit être le pourcentage de l'évolution réciproque.

6. Évaluations

Devoir en temps libre n° 9 : Information chiffrée

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est donné à titre indicatif. Le sujet sera rendu avec la copie.

Exercice n°1 : Recette de la cantine

L'an dernier, une entreprise de restauration proposait des repas à 5,60 € pièce. L'entreprise servait chaque jour 800 repas dans une cantine municipale A et 450 repas dans une cantine B. Cette année, le prix du repas a augmenté de 6 %. Le nombre de repas servis dans la cantine A a augmenté de 12 % et le nombre de repas servis dans la cantine B a baissé de 12 %.

Calculer, pour l'ensemble des deux cantines, la variation relative de la recette journalière de l'entreprise entre l'année dernière et cette année.

Exercice n°2 : Optimisation d'un chiffre d'affaires

Au cours du mois d'août, un parc de loisirs a vendu 16 000 billets d'entrée au prix unique de 50 €.

On définit le chiffre d'affaires comme le produit du prix du billet d'entrée par le nombre de billets vendus. Ainsi, le chiffre d'affaire pour le mois d'août de l'année dernière s'élève à 800 000 €.

Suite à une étude de marché, on émet l'hypothèse suivante : une diminution de $x\%$ du prix du billet d'entrée par rapport à sa valeur au mois d'août entraîne une augmentation de $2x\%$ du nombre d'entrées par rapport à sa valeur au mois d'août.

L'objectif de cet exercice est de calculer le pourcentage de diminution du prix du billet qui maximise le chiffre d'affaires.

Partie : A

Pour le mois d'août de cette année, on envisage de diminuer le prix du billet d'entrée de 10 % par rapport à l'année dernière.

1. Quel serait alors le prix du billet d'entrée ?
2. Quel serait alors le nombre d'entrées ?
3. Vérifier que le chiffre d'affaires s'élèverait à 864 000 €.

Partie : B

On se propose d'étudier l'évolution du chiffre d'affaires en fonction du taux de diminution du prix du billet d'entrée par rapport à sa valeur initiale.

Ce taux exprimé en pourcentage, apparaît dans la première ligne du tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Taux en %	0	10	20	30	40	50	60	70
2	Prix du billet	50	45	40	35	30	25	20	15
3	Nb d'entrées	16 000	19 200	22 400	25 600	28 800	32 000	35 200	38 400
4	C.a. en €	800 000	864 000	896 000	896 000	864 000	800 000	704 000	576 000

1. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule C2 pour obtenir par recopie vers la droite, les chiffres d'affaires de la plage D2 :I2.
2. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule C3 pour obtenir par recopie vers la droite, les chiffres d'affaires de la plage D3 :I3.
3. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B4 pour obtenir par recopie vers la droite, les chiffres d'affaires de la plage C4 :I4.
4. Compte tenu des résultats donnés par le tableur, conjecturer des pourcentages de diminution du prix du billet d'entrée qui maximisent le chiffre d'affaires.