

Neural Network Basic Assignment 1

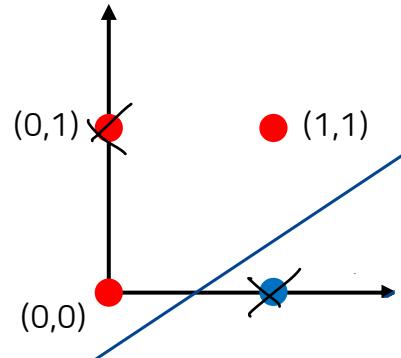
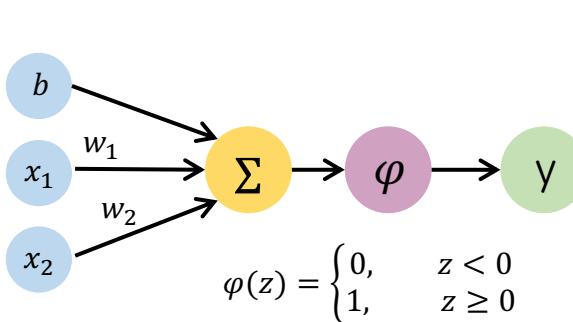
이름: 전소연

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma(z)}{dz} &= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} \cdot \frac{e^{-z}}{1+e^{-z}} \\ &= \sigma(z) \cdot (1 - \sigma(z))\end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 $\bullet (=1)$, $\circ (=0)$ 을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. \bullet , \circ 를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$w_1 = 1, w_2 = -1, b = 0.5$$

x_1	x_2	S	y
0	0	0.5	1
0	1	-0.5	0
1	0	1.5	1
1	1	0.5	1

← 오분류됨

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

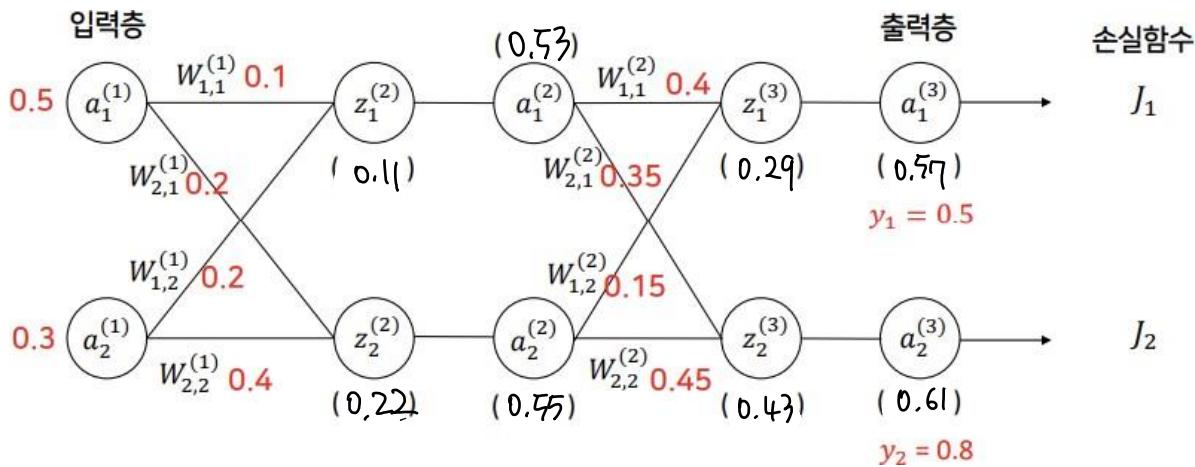
$$\text{let } \eta = 0.05$$

$$b \leftarrow 0.5 + 0.05 \times (0+0.5) = 0.525$$

$$w_1 \leftarrow 1 + 0.05 \times (0+0.5) \times 0 = 1$$

$$w_2 \leftarrow -1 + 0.05 \times (0+0.5) \times 1 = -0.975$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^{(2)} = W_{1,1,1}^{(1)} \cdot a_1^{(1)} + W_{1,1,2}^{(1)} \cdot a_2^{(1)} = 0.11$$

$$z_2^{(2)} = W_{2,1,1}^{(1)} \cdot a_1^{(1)} + W_{2,1,2}^{(1)} \cdot a_2^{(1)} = 0.22$$

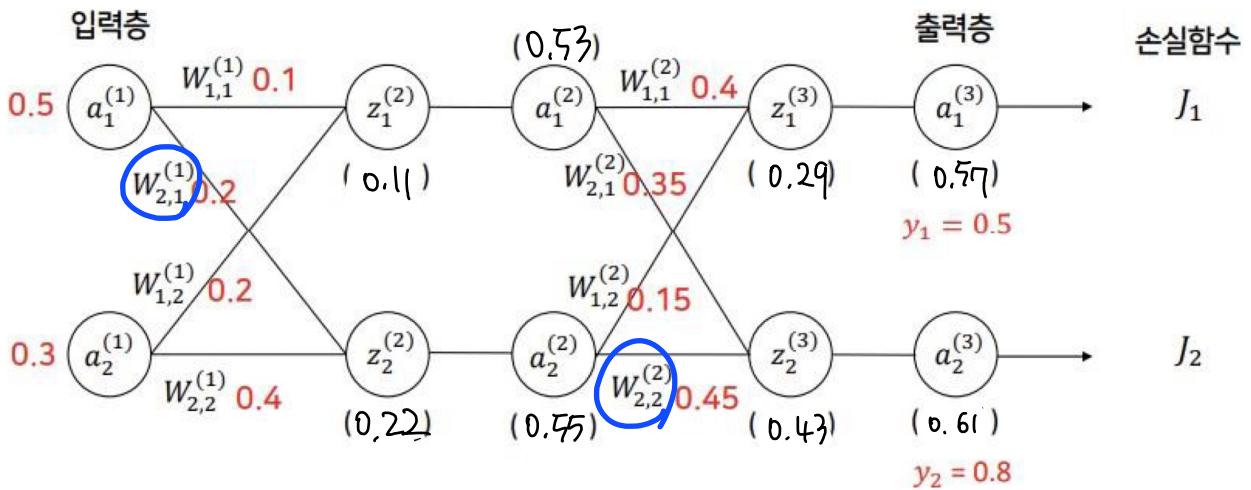
$$a_1^{(2)} = \frac{1}{1 + \exp(-z_1^{(2)})} \approx 0.53$$

4층 layer의 전파도 동일하게 진행됨.

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(1)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

(r) gradient 계산

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} &= \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} \\ &= \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(2)}} \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_1^{(1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(2)}} &= \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(2)}} + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(2)}} \\ &= \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(1)}} \cdot \frac{\partial a_1^{(1)}}{\partial z_1^{(1)}} \cdot \frac{\partial z_1^{(1)}}{\partial a_2^{(2)}} + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(1)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(1)}}{\partial z_2^{(1)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(1)}}{\partial a_2^{(2)}} \\ &= (a_1^{(1)} - y_1) \cdot a_1^{(1)}(1 - a_1^{(1)}) \cdot W_{1,2}^{(1)} + (a_2^{(1)} - y_2) \cdot a_2^{(1)}(1 - a_2^{(1)}) \cdot W_{2,2}^{(1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(2)}} &= (0.51 - 0.5) \times 0.51 \times (1 - 0.51) \times 0.15 + (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) \times 0.45 \\ &\doteq -0.018\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} &\doteq -0.018 \times 0.51 \times (1 - 0.51) \times 0.5 \\ &= -0.002\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial J_2}{\partial W_{2,2}^{(1)}} &= \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \cdot \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,2}^{(1)}} \\ &= (a_2^{(2)} - y_2) \cdot a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)}) \cdot a_2^{(1)} \\ &= (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) \times 0.45 \\ &= -0.025\end{aligned}$$

(r) $W_{2,1}^{(1)}, W_{2,2}^{(1)}$ 조정이론

$$\begin{aligned}W_{2,1}^{(1)} &= W_{2,1}^{(1)} - 0.1 \times (-0.002) \\ &= 0.2 + 0.0002 = 0.2002 \\ W_{2,2}^{(1)} &= W_{2,2}^{(1)} - 0.1 \times (-0.025) \\ &= 0.45 + 0.0025 = 0.4525\end{aligned}$$

$$\text{답: } W_{2,1}^{(1)} = 0.2002 \\ W_{2,2}^{(1)} = 0.4525$$