



现代电力系统分析 *Modern Power System Analysis*

电气工程学院 王小君

xjwang1@bjtu.edu.cn



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

1、如何从电网原始接线得到电网计算模型？

2、如何建立两种常用的网络方程？分别有何特点？

节点电压方程(节点电压)；回路阻抗方程(支路电流)

3、如何形成节点导纳矩阵？

(重要！计算机对矩阵兴趣)

4、节点导纳矩阵有何物理意义和性质？

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

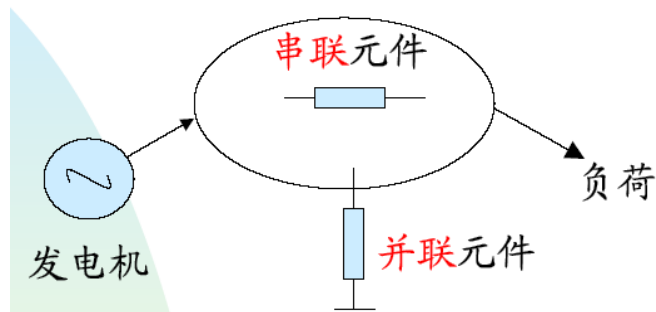
1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 电力网络的数学抽象



网络:

- ◆ 网络元件
- ◆ 联结

- 网络元件特性约束（考虑无源线性元件）：

$$\dot{U}_b = Z_b \dot{I}_b$$

- 元件特性约束与元件联结关系无关

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法

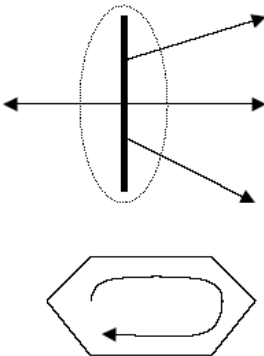


一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 网络拓扑约束

- 把元件抽象成支路，研究支路之间的联结关系。

*Kirchhoft*定律

$$\left\{ \begin{array}{ll} KCL & \sum_{k \in j} i_k = 0 \\ KVL & \sum_{k \in l} u_k = 0 \end{array} \right.$$


- 元件之间的联结关系时网络拓扑，它与元件特性无关。

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 等值电路的制定

- 线路、变压器一般用 π 型等值电路。
- 母线注入功率为两部分之和
 - ◆ 电源为向母线注入功率，取“正”号；
 - ◆ 负荷为由母线抽出功率，取“负”号。
- 标幺值网络
- 研究思路：先考虑线性模型，母线注入功率考虑为电流源或电压源，下一步再变换成功率。

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

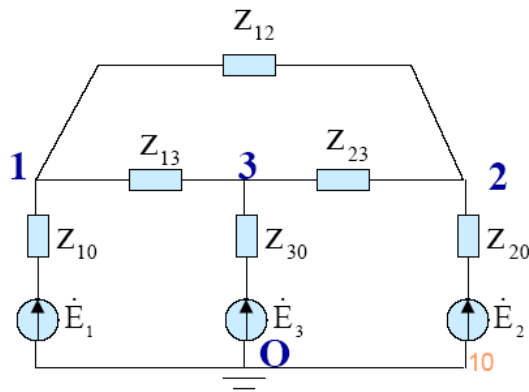
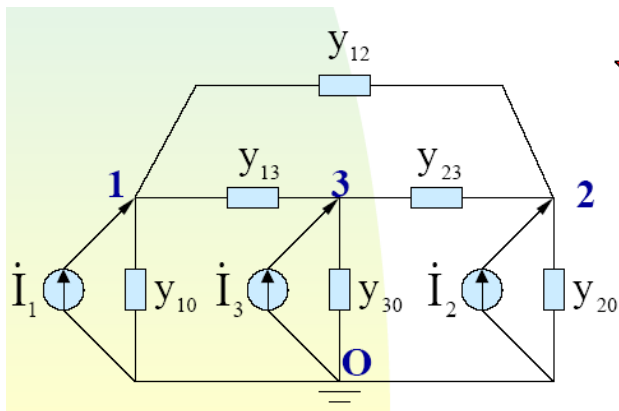
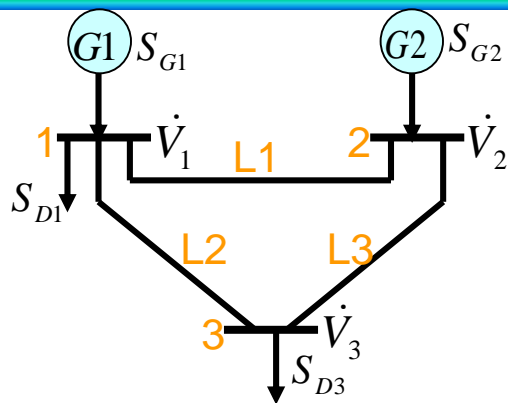
1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题



1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

$$\dot{I}_n = Y_n \dot{V}_n$$

节点注入电流向量

节点导纳矩阵

节点电压向量

- 节点阻抗矩阵： $Z_n = Y_n^{-1}$
- 独立方程个数 n (=节点数)，不含参考节点0
- 节点方程：由 Y_n (或 Z_n) 反映 \dot{I}_n 和 \dot{U}_n 间关系
- 支路特性约束和网络拓扑约束隐含在 Y_n 或 Z_n 中，信息没有损失，可以由 Y_n 或 Z_n 画出电力网络。是描述网络的数学工具：**网络矩阵**。

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

$$Y_n \dot{U}_n = \dot{I}_n \quad Y_n = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 自导纳和互导纳的物理意义

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \end{bmatrix}$$

- 令 $\mathbf{V}_k \neq 0, \mathbf{V}_j = 0 (j \neq k)$, 则: $\mathbf{Y}_{ik} = \left. \frac{\mathbf{I}_i}{\mathbf{V}_k} \right|_{\mathbf{V}_j=0, j \neq k}$
- 当 $k=i$ 时, $\mathbf{Y}_{ii} = \frac{\mathbf{I}_i}{\mathbf{V}_i}$ 。当网络中除节点 i 之外, 所有其他节点都接地, 从节点 i 注入网络的电流和节点 i 的电压之比, 为节点 i 的自导纳。它等于与节点 i 直接相连的各支路导纳之和。

$$\mathbf{Y}_{ii} = \mathbf{y}_{i0} + \sum \mathbf{y}_{ij}$$

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 自导纳和互导纳的物理意义

- 当 $k \neq i$ 时，当网络中除节点 k 之外，所有其他节点都接地，从节点 i 注入网络的电流和节点 k 的电压之比，为节点 i 和 k 之间的 **互导纳**。实际上节点 i 的电流是自网络流入大地的， Y_{ik} 等于节点 i, k 直接相连的支路导纳的负值。

$$Y_{ik} = -y_{ik}$$

Y_{ii} ：对角元，节点 i 的 **自导纳**，等于节点 i 所接所有支路导纳之和（包括并联和串联）

Y_{ij} ：非对角元，节点 i, j 的 **互导纳**，等于直接联接于节点 i, j 间的支路导纳的负值。若 i, j 间没有直接支路， $Y_{ij} = ?$

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

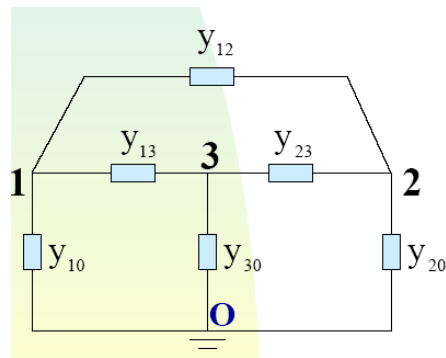
1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 生成实例



$$\begin{bmatrix} y_{10} + y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{20} + y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{30} + y_{13} + y_{23} \end{bmatrix}$$

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 性质

- 性质1: Y_n - $n \times n$ 阶, 对称复数方阵
- 性质2: Y 稀疏 (一般每行3-4非零元) (研究专题: 查文献, 计算机如何存储和检索? 找到一套方法, 实现排零存储和排零运算)
- 性质3: 有接地支路时, Y 非奇异, Y 每行元素之和等于该节点接地导纳, 没有接地支路呢?
- 性质4: 所有支路性质相同时, 对角线占优

$$|Y_{ii}| \geq \left| \sum_{j \in i} Y_{ij} \right|$$

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

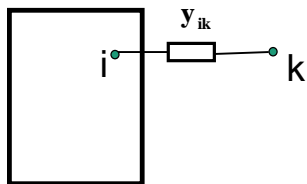
1.7 节点导纳矩阵的修改-追加支路法



一、复杂电力系统潮流计算所面临的问题

➤ 节点导纳矩阵的修改—追加支路法

1) 原有网络增加一个节点和一条支路 \mathbf{y}_{ik} :



节点导纳矩阵新增一行一列;

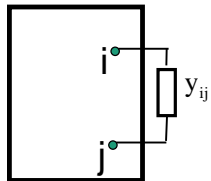
新增行的对角线元素 $\mathbf{Y}_{kk} = \mathbf{y}_{ik}$

新增行的非对角线元素 $\mathbf{Y}_{ik} = \mathbf{Y}_{ki} = -\mathbf{y}_{ik}$

新增行列的其他元素均为零;

原有部分: $\Delta \mathbf{Y}_{ii} = \mathbf{y}_{ik}$

2) 在原有网络已有节点 i, j 之间新增一条支路 \mathbf{y}_{ij} :



节点导纳矩阵的维数不变;

对角线元素 $\Delta \mathbf{Y}_{ii} = \Delta \mathbf{Y}_{jj} = \mathbf{y}_{ij}$

非对角线元素 $\Delta \mathbf{Y}_{ij} = \Delta \mathbf{Y}_{ji} = -\mathbf{y}_{ij}$

3) 切除原有网络节点 i, j 之间的一条支路 \mathbf{y}_{ik} :

可视为在原有网络节点 i, j 之间新增一条导纳为 $-\mathbf{y}_{ik}$ 的支路

1.1 电力网络的数学抽象

1.2 网络拓扑约束

1.3 等值电路的制定

1.4 自导纳和互导纳的物理意义

1.5 生成实例

1.6 性质

1.7 节点导纳矩阵的修改—追加支路法



二、潮流计算的基本介绍

二、潮流计算的基本介绍

➤ 潮流计算的基本概念

什么是潮流计算？

什么是潮流？

什么是计算？

为什么要进行潮流计算？

原因：电力系统状态不可直接测量

潮流计算结果和电力系统运行状态之间关系

电力系统运行状态有什么用？

如何进行潮流计算？

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

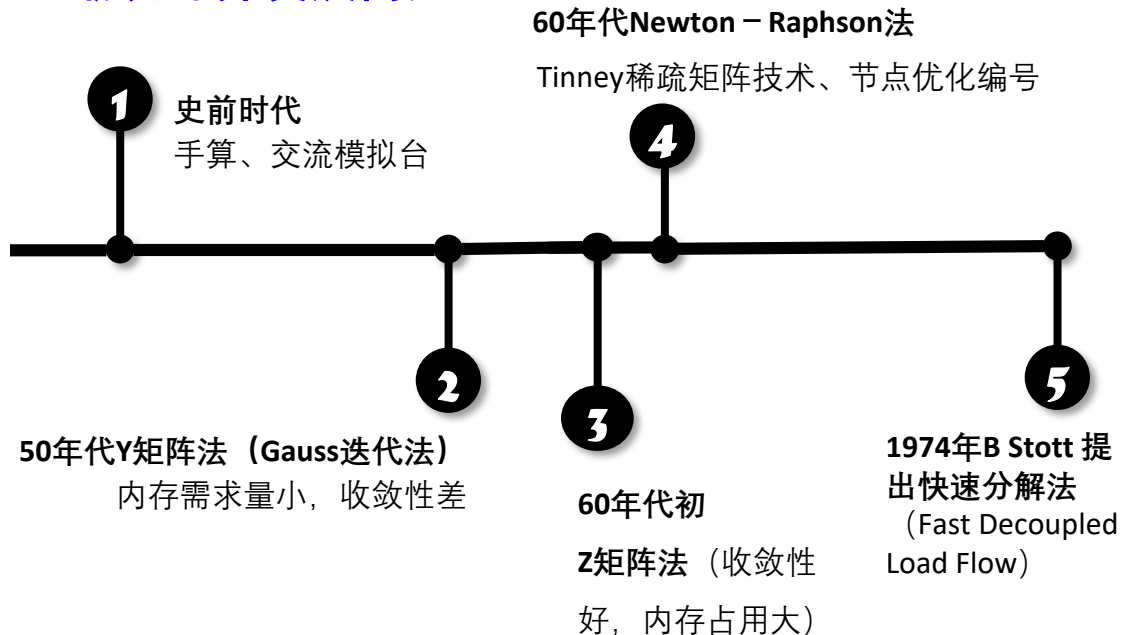
2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算

插入视频



二、潮流计算的基本介绍

➤ 潮流计算发展简史



2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路 (实例)

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

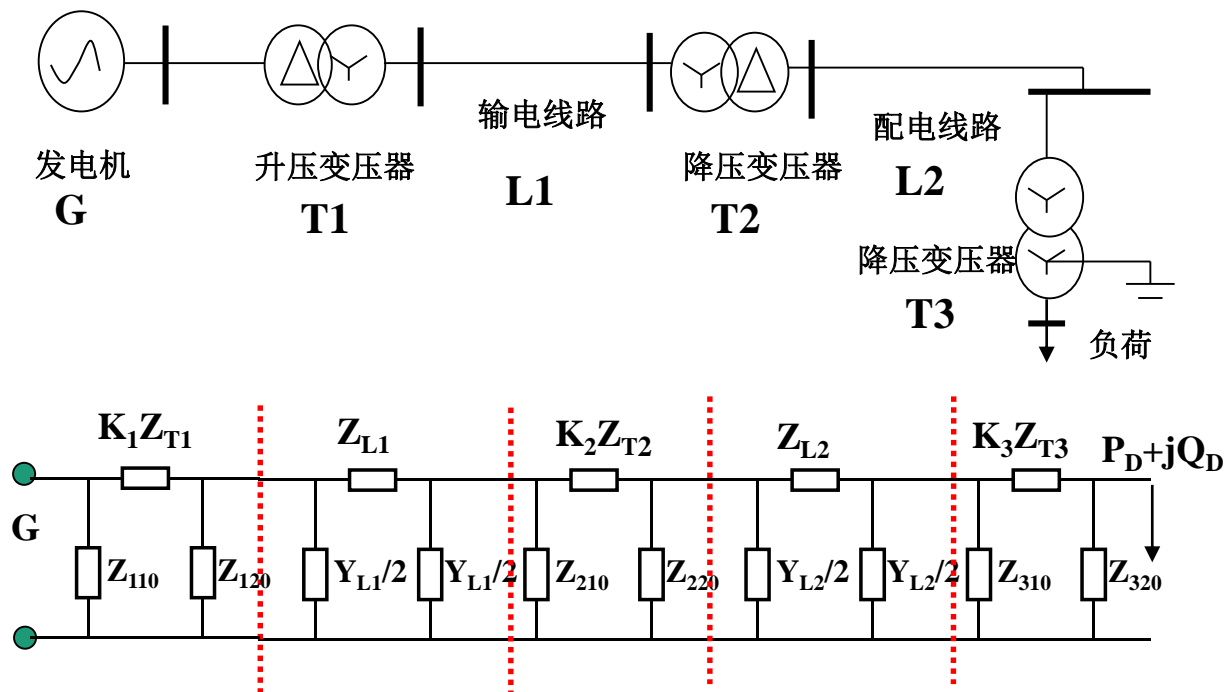
2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 简单电力系统等值电路（实例）



2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 电力系统稳态数学模型

➤ 发电机

- 出力可调，机端电压可控：PV或平衡节点
- $P=\text{const}$ 、 $U=\text{const}$
- $P=\text{const}$ 、 $Q=\text{const}$

➤ 电力网络

- 节点导纳阵 (Y)

➤ 负荷

- 恒功率模型 (PQ节点)
- $P=\text{const}$ 、 $Q=\text{const}$

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路 (实例)

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 大规模电力系统潮流计算的统一方程

节点电压方程

$$\dot{I} = \dot{Y} \cdot \dot{V}$$

公式里的电压和电流分别是什么
电压和电流？

复功率方程

$$\dot{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^*$$

统一潮流方程

$$P_i + jQ_i = \dot{V}_i \cdot \dot{I}_i^* = \dot{V}_i \cdot \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* \dot{V}_j^*$$

所有节点的功率方程

问题：公式里的功率是什么功率？

- 2.1 潮流计算的基本概念
- 2.2 潮流计算发展简史
- 2.3 简单电力系统等值电路（实例）
- 2.4 电力系统稳态数学模型
- 2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程
- 2.6 高斯-塞德尔迭代法
- 2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 高斯-塞德尔迭代法

✓ 单变量函数

$$f(x) = 0$$



$$x = g(x)$$

$$\begin{cases} x^{(1)} = g(x^{(0)}) \\ x^{(2)} = g(x^{(1)}) \\ \vdots \\ x^{(k)} = g(x^{(k-1)}) \\ x^{(k+1)} = g(x^{(k)}) \end{cases}$$

给定初始值 $x^{(0)}$ ，代入上式，逐步迭代，直至收敛。

若满足 $|x^{(k+1)} - x^{(k)}| < \varepsilon$ ，则收敛得到真解。

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

✓ 多变量函数

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$x_i = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ i = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{n-1}^{(k)}, x_n^{(k)}) \end{cases}$$

高斯迭代法

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_{n-1}^{(k+1)} = g_{n-1}(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{n-2}^{(k+1)}, x_{n-1}^{(k)}, x_n^{(k)}) \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{n-2}^{(k+1)}, x_{n-1}^{(k+1)}, x_n^{(k)}) \end{cases}$$

高斯-塞德尔
迭代法

利用最新信息
迭代收敛更快

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一
方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 高斯-塞德尔法潮流计算

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \dot{I}_i^* = \dot{U}_i \sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij}^* \dot{U}_j^*$$

$$\sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij}^* \dot{U}_j^* = \frac{P_i + jQ_i}{\dot{U}_i}$$

取共轭

$$\sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{U}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\dot{U}_i^*}$$

$$Y_{ii} \dot{U}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\dot{U}_i^*}$$

$$\dot{U}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\dot{U}_i^*} - \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j \right)$$

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

设 n 个节点的电力系统，没有 **PV** 节点，平衡节点编号为 s ，其它节点均为 **PQ** 节点。

➤ 高斯法

$$\dot{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{U_i^{*(k)}} - \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j^{(k)} \right)$$

迭代至

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

$$|\dot{U}_i^{(k+1)} - \dot{U}_i^{(k)}| \leq \varepsilon$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

满足这个等式就可停止计算，其中 $\varepsilon = 10^{-5} \sim 10^{-2}$ 。

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 高斯-塞德尔法

$$\dot{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{U_i^{*(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \dot{U}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n Y_{ij} \dot{U}_j^{(k)} \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

迭代至

$$|\dot{U}_i^{(k+1)} - \dot{U}_i^{(k)}| \leq \varepsilon$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

满足这个等式就可停止计算，其中 $\varepsilon = 10^{-5} \sim 10^{-2}$ 。

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

对 **PV** 节点的处理(假定编号为 p) : 已知 P_p 和 U_{p0}

计算PV节点的无功功率

$$Q_p^{(k)} = \text{Im} \left[\dot{U}_p^{(k)} \sum_{j=1}^n Y_{pj}^* \dot{U}_j^{(k)} \right]$$



$$\dot{U}_p^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{pp}} \left(\frac{P_p - jQ_p^{(k)}}{\dot{U}_p^{(k)*}} - \sum_{j=1, j \neq p}^n Y_{pj} \dot{U}_j^{(k)} \right) = U_p^{(k+1)} \angle \delta_p^{(k+1)}$$



$$\dot{U}_p^{(k+1)} = U_{p0} \angle \delta_p^{(k+1)}$$

舍去 $U_p^{(k+1)}$
用 U_{p0} 代替

保留

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路 (实例)

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

平衡节点不参与迭代计算，直到潮流收敛后，用有功和无功功率计算公式即可求出平衡节点（假定编号为 s ）所发出的功率。

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij}^* \dot{U}_j^*$$

利用电路基本定理完成各支路功率分布和支路功率损耗的计算。

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 高斯法的讨论

- 高斯法可分为基于节点导纳阵的高斯法和基于阻抗阵的高斯法
- 高斯法的改进：高斯-赛德尔法
- 高斯法的**PV**节点处理较为困难
 - 具体可参见
 - Kusic G L. Computer-aided power systems analysis. Prentice Hall, 1986

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 牛顿-拉夫逊法潮流计算

• 牛顿法基本原理

—对于非线性方程 $f(x) = 0$

—给定初值 $x^{(0)}$

—用Taylor级数展开，有：

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)})$$

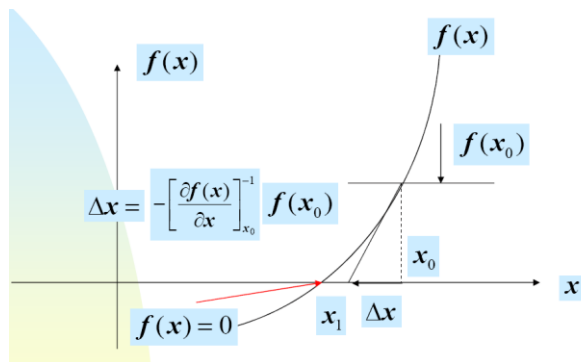
$$= f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)} + f''(x^{(0)})\frac{\Delta x^{(0)^2}}{2!} + \dots$$

$$= 0$$

—忽略高阶项，则有

$$f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)} = 0$$

• 牛顿法的几何意义



2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 牛顿-拉夫逊法潮流计算

以如下非线性方程为例进行说明：

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 = 0$$

- 写成牛顿法形式为？
- 如果取初值为
- **X(1)=0.75**
- **X(2)=0.875**
- **X(3)=0.9375**
- **X(4)=0.96875**
- **X(5)=0.984375**
- **X(6)=0.9921875**
- ...
- **X (20) =0.9999999**

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



二、潮流计算的基本介绍

➤ 牛顿-拉夫逊法潮流计算流程

01

初始化，形成节点导纳阵，给出初值 $x^{(0)}$ ；

令 $k=0$ 进入迭代循环；

02

2.1 计算函数值 $f(x^{(k)})$ ，判断是否收敛 $\|f(x^{(k)})\| \leq \varepsilon$

2.2 计算Jacobian矩阵 $\nabla f(x^{(k)})$

2.3 计算修正量 $\Delta x^{(k)} = -(\nabla f(x^{(k)}))^{-1} f(x^{(k)})$

2.4 对变量进行修正 $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$ ， $k=k+1$ ，返回2.1

03

输出计算结果。

2.1 潮流计算的基本概念

2.2 潮流计算发展简史

2.3 简单电力系统等值电路（实例）

2.4 电力系统稳态数学模型

2.5 大规模电力系统潮流计算的统一方程

2.6 高斯-塞德尔迭代法

2.7 牛顿-拉夫逊法潮流计算



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

节点电压 $\dot{V}_i = e_i + jf_i$

节点导纳矩阵元素 $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$

带入统一潮流方程，并按实部和虚部展开

$$\begin{cases} P_i = e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \\ Q_i = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \end{cases}$$



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

假设第1至 m 号节点为PQ节点，第 i 节点的给定有功和无功为 P_{is} 和 Q_{is} ，则节点方程

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{is} - P_i = P_{is} - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0 \\ \Delta Q_i = Q_{is} - Q_i = Q_{is} - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0 \end{cases} \quad (i = 1, \dots, m)$$

假设第 $m+1$ 至 $n-1$ 号节点为PV节点，第 i 节点的给定有功和电压为 P_{is} 和 V_{is} ，则节点方程

$$\begin{cases} \Delta P_i = P_{is} - P_i = P_{is} - e_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0 \\ \Delta V_i^2 = V_{is}^2 - V_i^2 = V_{is}^2 - (e_i^2 + f_i^2) = 0 \end{cases} \quad (i = m+1, \dots, n-1)$$

第 n 节点为平衡节点，电压已给定，不参与迭代。

因此，共有2 ($n-1$) 个方程，2 ($n-1$) 个待求变量。



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

修正方程
$$\begin{cases} \Delta W = -J \cdot \Delta V \\ e_i^{k+1} = e_i^k + \Delta e_i^k, \quad f_i^{k+1} = f_i^k + \Delta f_i^k \end{cases}$$

$$\Delta W = \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta P_1 & \Delta Q_1 & \cdots & \Delta P_m & \Delta Q_m \end{bmatrix}}_{m \text{ 个 PQ 节点}} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta P_{m+1} & \Delta V_{m+1}^2 & \cdots & \Delta P_{n-1} & \Delta V_{n-1}^2 \end{bmatrix}}_{n-m-1 \text{ 个 PV 节点}}$$

$$\Delta V = \begin{bmatrix} \Delta e_1 & \Delta f_1 & \cdots & \Delta e_m & \Delta f_m & \Delta e_{m+1} & \Delta f_{m+1} & \cdots & \Delta e_{n-1} & \Delta f_{n-1} \end{bmatrix}$$

J : 雅可比矩阵

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

修正方程也可写成方块矩阵的形式

$$\begin{bmatrix} \Delta W_1 \\ \Delta W_2 \\ \dots \\ \Delta W_{n-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \dots & J_{1,n-1} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & J_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ J_{n-1,1} & J_{n-1,2} & \dots & J_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \dots \\ \Delta V_n \end{bmatrix}$$



$Y_{n-1,n-1}$

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

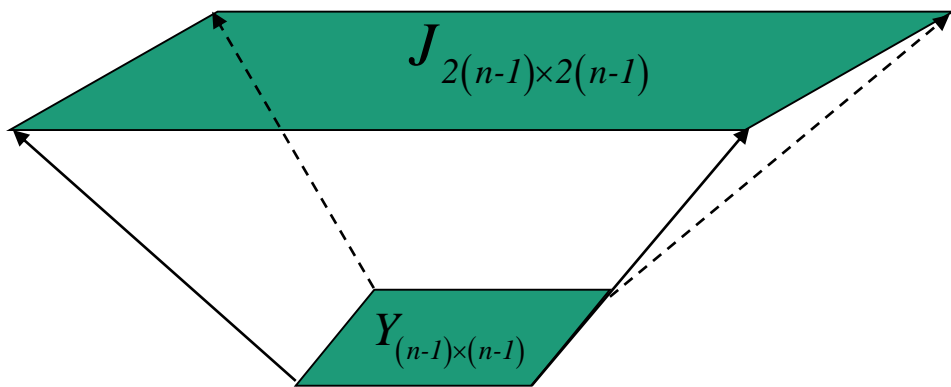


三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

雅可比矩阵



节点导纳矩阵

像把伞！



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

对PQ节点

$$\Delta W_i = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad J_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial e_i} & \frac{\partial P_i}{\partial f_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial e_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial f_i} \end{bmatrix} \quad \Delta V_i = \begin{bmatrix} \Delta e_i \\ \Delta f_i \end{bmatrix}$$

对PV节点

$$\Delta W_i = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta V_i^2 \end{bmatrix} \quad J_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial e_i} & \frac{\partial P_i}{\partial f_i} \\ \frac{\partial V_i^2}{\partial e_i} & \frac{\partial V_i^2}{\partial f_i} \end{bmatrix} \quad \Delta V_i = \begin{bmatrix} \Delta e_i \\ \Delta f_i \end{bmatrix}$$



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

PQ
节点

$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta P_l}{\partial f_{n-1}}$
$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta Q_l}{\partial f_{n-1}}$
...

J=

$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta P_{m+1}}{\partial f_{n-1}}$
$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta V_{m+1}^2}{\partial f_{n-1}}$
...

PV
节点

$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{n-1}}$
$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta V_{n-1}^2}{\partial f_{n-1}}$
$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_1}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_1}$...	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_m}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_m}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{m+1}}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{m+1}}$...	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial e_{n-1}}$	$\frac{\partial \Delta P_{n-1}}{\partial f_{n-1}}$

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

维数: $2(n-1) \times 2(n-1)$



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

对角线元素, $i=j$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_i} = -\sum_{k=1}^n (G_{ik} e_k - B_{ik} f_k) - G_{ii} e_i - B_{ii} f_i \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_i} = -\sum_{k=1}^n (G_{ik} f_k + B_{ik} e_k) + B_{ii} e_i - G_{ii} f_i \\ \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_i} = \sum_{k=1}^n (G_{ik} f_k + B_{ik} e_k) + B_{ii} e_i - G_{ii} f_i \\ \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_i} = -\sum_{k=1}^n (G_{ik} e_k - B_{ik} f_k) + G_{ii} e_i + B_{ii} f_i \\ \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial e_i} = -2e_i \\ \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial f_i} = -2f_i \end{array} \right.$$

非对角线元素, $i \neq j$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta P_i}{\partial e_j} = -\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial f_j} = -(G_{ij} e_i + B_{ij} f_i) \\ \frac{\partial \Delta P_i}{\partial f_j} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial e_j} = B_{ij} e_i - G_{ij} f_i \\ \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial e_j} = \frac{\partial \Delta V_i^2}{\partial f_j} = 0 \end{array} \right.$$

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程



三、直角坐标下的牛顿－拉夫逊潮流计算

➤ 雅克比矩阵的特点：

- 各元素都是节点电压的函数，在迭代过程中不断改变；
- 雅克比矩阵的非对角子块 J_{ij} 中的元素只用到了节点导纳矩阵中非对角元素 Y_{ij} ，如果 $Y_{ij} = 0$ ，则 $J_{ij} = 0$ 。可见，雅克比矩阵与节点导纳矩阵一样，具有稀疏性；
- 节点导纳矩阵的对角线元素不为零，所以雅克比矩阵的对角子块的各元素也不为零；
- 节点导纳矩阵具有对称性，但雅克比矩阵的元素和子块都不具有对称性；

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

➤ 直角坐标下潮流计算的流程：

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程

01 输入电网络的原始数据，用追加支路法形成节点导纳矩阵；

02 选定PQ节点、PV节点和平衡节点，给定各节点电压的初值 e_i^0, f_i^0 ，迭代次数 $k=0$ ；

03 根据给定的节点电压，计算各类节点的不平衡量 $\Delta P_i^k, \Delta Q_i^k, \Delta V_i^{2k}$

04 校验收敛条件：若 $\max\{|\Delta P_i^k, \Delta Q_i^k, \Delta V_i^{2k}|\} < \varepsilon$ ，则转入9；

05 计算雅可比矩阵各子块的元素，形成修正方程；

06 用高斯消去法或三角分解法求解修正方程，得到各节点电压的修正量 $\Delta e_i^k, \Delta f_i^k$ ；



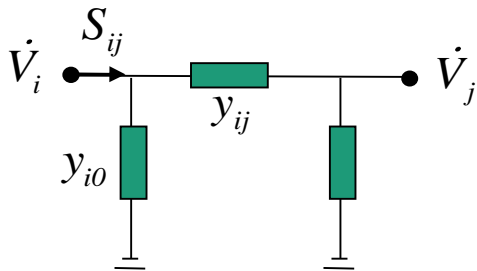
三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

➤ 直角坐标下潮流计算的流程：

07 修正各节点电压 $e_i^{k+1} = e_i^k + \Delta e_i^k$, $f_i^{k+1} = f_i^k + \Delta f_i^k$

08 迭代次数 $k=k+1$, 返回第3步, 继续迭代;

09 迭代结束后, 计算网络中的各支路功率分布、平衡节点的功率和网损。



输电线路功率的计算公式：

$$S_{ij} = V_i^2 y_{i0} + \dot{V}_i (\dot{V}_i^* - \dot{V}_j^*) y_{ij}$$

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程



三、直角坐标下的牛顿-拉夫逊潮流计算

推荐一种电网络原始数据的格式:

对一个6节点、6支路、3台发电机、3个负荷的电网络:

network.dat:

#节点数: 6

#支路数: 6

#各支路参数: 起点编号, 终点编号, 电阻, 电抗, 电导, 电纳

1,2,0.001,0.034,0.0024,0.00005

.....

#各节点参数: 节点编号, 类型, 注入有功, 注入无功, 电压幅值, 电压相位

#类型: 1=PQ节点, 2=PV节点, 0=平衡节点

1,0,0.0,0.0,1.0,0.0

2,1,50.0,35.0,0.0,0.0

3,2,30.0,0.0,1.02,0.0

4,1,-18.0,-16.0,0.0,0.0

5,1,-30.0,-26.0,0.0,0.0

6,1,-50.0,-45.0,0.0,0.0

3.1 雅可比矩阵的特点

3.2 直角坐标下潮流计算的流程



四、极坐标下的潮流计算

四、极坐标下的潮流计算

节点坐标用极坐标表示 $\dot{V}_i = V_i \angle \delta_i = V_i (\cos \delta_i + j \sin \delta_i)$

带入统一潮流方程，按实部和虚部展开：

$$\begin{cases} P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{cases}$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

假设1至 m 为PQ节点， $m+1$ 至 $n-1$ 为PV节点， n 为平衡节点。

每一个PQ节点和每一个PV节点都可以列写有功功率的不平衡方程：

$$\Delta P_i = P_{is} - P_i = P_{is} - V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = 0 \quad i = 1, \dots, n-1$$

每一个PQ节点都可以列写无功功率的不平衡方程：

$$\Delta Q_i = Q_{is} - Q_i = Q_{is} - V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

待求变量为所有节点的电压相角： $\delta_i, i = 1, \dots, n-1$

和PQ节点的电压幅值： $V_i, i = 1, \dots, m$

共有 $n-1+m$ 个待求变量，共有 $n-1+m$ 个方程。

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

➤ 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

$$f(x) = \begin{bmatrix} \Delta P(V, \theta) \\ \Delta Q(V, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{SP} - P(V, \theta) \\ Q^{SP} - Q(V, \theta) \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V^T} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V^T} \end{bmatrix}$$

- 为了使Jacobian矩阵中对电压的偏导项恢复为关于V的二次函数，在对V的偏导项处乘以一个V，在V的修正项中除以一个V，则有

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V^T} V \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V^T} V \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V^T} V \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V^T} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

写成分块矩阵形式的修正方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ K & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ V_{D2}^{-1} \Delta V \end{bmatrix}$$

其中，

$$\begin{cases} \Delta P = [\Delta P_1 & \Delta P_2 & \cdots & \Delta P_{n-1}]^T \\ \Delta Q = [\Delta Q_1 & \Delta Q_2 & \cdots & \Delta Q_m]^T \\ \Delta \delta = [\Delta \delta_1 & \Delta \delta_2 & \cdots & \Delta \delta_{n-1}]^T \\ \Delta V = [\Delta V_1 & \Delta V_2 & \cdots & \Delta V_m]^T \\ V_{D1} = \text{Diag}[V_1 & V_2 & \cdots & V_{n-1}] \\ V_{D2} = \text{Diag}[V_1 & V_2 & \cdots & V_m] \end{cases}$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

雅克比矩阵的子块为：

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j}, (n-1) \times (n-1) \\ N_{ij} = V_j \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_j}, (n-1) \times m \\ K_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j}, m \times (n-1) \\ L_{ij} = V_j \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_j}, m \times m \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \cos \delta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{\partial \cos (\delta_i - \delta_j)}{-\partial (\delta_i - \delta_j)} = \sin (\delta_i - \delta_j) = \sin \delta_{ij} \\ \frac{\partial \sin \delta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{\partial \sin (\delta_i - \delta_j)}{-\partial (\delta_i - \delta_j)} = -\cos (\delta_i - \delta_j) = -\cos \delta_{ij} \\ \frac{\partial \cos \delta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \cos (\delta_i - \delta_j)}{\partial (\delta_i - \delta_j)} = -\sin (\delta_i - \delta_j) = -\sin \delta_{ij} \\ \frac{\partial \sin \delta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \sin (\delta_i - \delta_j)}{\partial (\delta_i - \delta_j)} = \cos (\delta_i - \delta_j) = \cos \delta_{ij} \end{array} \right.$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

当 $i=j$ ，由于 δ_i 是变量，从而所有 $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ 都是变量，可得

$$\Delta P_i = P_{is} - P_i = P_{is} - V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = 0 \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$\Delta Q_i = Q_{is} - Q_i = Q_{is} - V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j (-G_{ij} \sin \delta_{ij} + B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ K_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ N_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} V_i = -2V_i^2 G_{ii} - V_i \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ L_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} V_i = 2V_i^2 B_{ii} - V_i \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{array} \right.$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

当 $i \neq j$ ，对特定的 j ，只有特定节点的 δ_j ，从而 $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ 是变量

$$\begin{cases} H_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ N_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ K_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ L_{ii} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{cases}$$

➤ 极坐标下的潮流计算的流程

（与直角坐标下的潮流计算的流程类似，在此省略。）

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

- 牛顿法可写成如下简单迭代格式

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - (J(x^{(k)}))^{-1} f(x^{(k)}) = \varphi(x^{(k)})$$

$$\Phi(x) = \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^T} = I - \frac{\partial J^{-1}}{\partial x^T} f(x) - J^{-1} \frac{\partial f(x)}{\partial x^T} = -\frac{\partial J^{-1}}{\partial x^T} f(x)$$

- 随着迭代的进行, $\Phi(x)$ 的谱半径趋近于0, 因此越接近收敛点, 牛顿法收敛越快, 具备局部二阶收敛性

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

➤ 潮流计算速度

- 目前的主流潮流计算算法都是迭代算法

— 计算时间 = 迭代次数 × 每次迭代所需计算时间

- 提高计算速度的两条思路

— 减少迭代次数 ➡ 高阶收敛性算法

— 减少每次迭代所需时间 ➡ 定Jacobian方法

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

➤ 定Jacobian算法

- 考虑到正常情况下, θ_{ij} 很小 (为什么?)
$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ K & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ V_{D2}^{-1} \Delta V \end{bmatrix}$$
- 节点自导纳要远大于节点注入功率 (为什么?)

- 自导纳的定义
- 节点注入功率用节点电压如何表示?

$$J' \approx J_0 = \begin{bmatrix} B & -G \\ G & B \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} H_{ii} = V_i^2 B_{ii} + Q_i \\ N_{ii} = -V_i^2 G_{ii} - P_i \\ K_{ii} = V_i^2 G_{ii} - P_i \\ L_{ii} = V_i^2 B_{ii} - Q_i \end{cases}$$

- 则定Jacobian矩阵的潮流计算修正方程为

$$- \begin{bmatrix} B_H & -G_N \\ G_M & B_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P / V \\ \Delta Q / V \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} H_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ N_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ K_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ L_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{cases}$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



四、极坐标下的潮流计算

➤ 定Jacobian方法和牛顿法的异同

- 系数矩阵不同
- 右手项不同
- 收敛性不同
- 计算速度不同
- 精度相同

$$-\begin{bmatrix} B_H & -G_N \\ G_M & B_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V\Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P/V \\ \Delta Q/V \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V^T} V \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta^T} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V^T} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

4.1 极坐标下牛顿-拉夫逊方法

4.2 潮流计算速度

4.3 定Jacobian算法

4.4 定Jacobian方法和牛顿法的异同

1.5 电力系统的接线

1.6 电力系统中的重要变量——功率

1.7 电力系统分析课程简介



五、PQ分解法潮流计算

五、PQ分解法潮流计算

前提是极坐标下的修正方程

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ K & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ V_{D2}^{-1} \Delta V \end{bmatrix}$$

简化理由：在高压交流输电系统中线路电抗要远大于电阻。

因此：有功功率的变化主要取决于节点电压相位的变化，
无功功率的变化主要取决于节点电压幅值的变化。

在实际计算中，雅克比矩阵的非对角线元素 K 和 N 可以忽略不计，这样上式的 $n-1+m$ 个方程就变成了一个 $n-1$ 阶方程和一个 m 阶方程。

$$\begin{cases} \Delta P = -H \cdot \Delta \delta, & n-1 \\ \Delta Q = -L \cdot V_{D2}^{-1} \Delta V, & m \end{cases}$$

即：有功功率的不平衡量只用于修正电压相位
无功功率的不平衡量只用于修正电压幅值
这就是PQ分解法。

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

进一步简化：一般线路两端电压的相位差不大，不超过 $10-20^\circ$ ，所以：

$$\cos \delta_{ij} \cong 1, \quad G_{ij} \sin \delta_{ij} \ll B_{ij}$$

H 和 L 可以进一步简化成：

$$\begin{cases} H_{ij} = V_i V_j B_{ij} & (i=1, \dots, n-1) \\ L_{ij} = V_i V_j B_{ij} & (i=1, \dots, m) \end{cases}$$

写成矩阵形式为：

$$H = \begin{bmatrix} V_1 & & \\ & \ddots & \\ & & V_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1,n-1} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ B_{n-1,1} & \cdots & B_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 & & \\ & \ddots & \\ & & V_{n-1} \end{bmatrix} = V_{D1} B' V_{D1}$$
$$L = \begin{bmatrix} V_1 & & \\ & \ddots & \\ & & V_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1,m} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ B_{m,1} & \cdots & B_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 & & \\ & \ddots & \\ & & V_m \end{bmatrix} = V_{D2} B'' V_{D2}$$

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

修正方程为：

$$\begin{cases} \Delta P = -V_{D1} B' V_{D1} \cdot \Delta \delta \\ \Delta Q = -V_{D2} B'' \cdot \Delta V \end{cases}$$

左乘 V_{D1}^{-1} 和 V_{D2}^{-1} ，归一化后的修正方程为：

$$\begin{cases} V_{D1}^{-1} \Delta P = -B' \cdot V_{D1} \Delta \delta \\ V_{D2}^{-1} \Delta Q = -B'' \cdot \Delta V \end{cases}$$

(PQ分解法的修正方程)

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

展开得归一化后的修正方程：

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P_l}{V_l} \\ \dots \\ \frac{\Delta P_{n-l}}{V_{n-l}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{ll} & \dots & B_{l,n-l} \\ \dots & \ddots & \dots \\ B_{n-l,l} & \dots & B_{n-l,n-l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_l \cdot \Delta \delta_l \\ \dots \\ V_{n-l} \cdot \Delta \delta_{n-l} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_l}{V_l} \\ \dots \\ \frac{\Delta Q_m}{V_m} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} B_{ll} & \dots & B_{l,m} \\ \dots & \ddots & \dots \\ B_{m,l} & \dots & B_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_l \\ \dots \\ \Delta V_m \end{bmatrix}$$

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

PQ分解法节点电压的修正：

$$\begin{cases} \delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta\delta_i^k & i = 1, \dots, n-1 \\ V_i^{k+1} = V_i^k + \Delta V_i^k & i = 1, \dots, m \end{cases}$$

PQ分解法的收敛判据：

$$\max \left\{ \left| \Delta P_i^k \right|, \left| \Delta Q_i^k \right| \right\} < \varepsilon$$

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

➤ 直角坐标下潮流计算的流程：

- 01 输入电网络的原始数据，用追加支路法形成节点导纳矩阵；
- 02 选定PQ节点、PV节点和平衡节点，给定各节点电压的初值， $\delta_i^0, i = 1, \dots, n-1; V_i^0, i = 1, \dots, m$ ，迭代次数 $k = 0$ ；
- 03 由节点导纳矩阵生成 B' 和 B'' ，进行LDU分解，保存待用；
- 04 根据给定的节点电压，计算各类节点的不平衡量 $\Delta P_i^k, \Delta Q_i^k$ ；
- 05 校验收敛条件：若 $\max\{|\Delta P_i^k|, |\Delta Q_i^k|\} < \varepsilon$ ，则转入9；
- 06 用已计算好的LDU矩阵和回代计算，得到各节点电压的修正量 $\Delta \delta_i^k, \Delta V_i^k$ ；

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

➤ 直角坐标下潮流计算的流程：

07

修正各节点电压 $\delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta\delta_i^k$, $V_i^{k+1} = V_i^k + \Delta V_i^k$

08

迭代次数 $k=k+1$, 返回第4步, 继续迭代;

09

迭代结束后, 计算网络中的各支路功率分布、平衡节点的功率和网损。

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

➤ BX通用型快速解耦潮流计算

背景:

1974年, *Scott*提出了PQ分解潮流算法, 在内存和求解速度方面优于牛顿-拉夫逊方法, 但遇到R大于X的网络时常导致不收敛的情况;

1989年, Van Amerongen提出了BX通用型快速解耦法。

出发点回到极坐标下的修正方程:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H & N \\ K & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ V_{D2}^{-1} \Delta V \end{bmatrix}$$

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

ΔP 方程左乘 $-KH^{-1}$, 与 ΔQ 方程相加, 消去 K 阵, 得:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q - KH^{-1}\Delta P \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} H & N \\ 0 & L - KH^{-1}N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ V_{D2}^{-1}\Delta V \end{bmatrix}$$

令 $L_{eq} = L - KH^{-1}N$, 由第2方程可得:

$$\Delta Q - KH^{-1}\Delta P = -L_{eq}V_{D2}^{-1}\Delta V$$

或:

$$V_{D2}^{-1}\Delta V = -L_{eq}^{-1}(\Delta Q - KH^{-1}\Delta P)$$

由第1方程可得:

$$\Delta P = -H\Delta\delta - NV_{D2}^{-1}\Delta V$$

或:

$$\Delta\delta = -H^{-1}(\Delta P + NV_{D2}^{-1}\Delta V)$$

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

对 L_{eq}^{-1} 和 H^{-1} 进一步推导和因子分解, 可得快速解耦迭代方程式:

$$\begin{cases} \Delta\delta = B'^{-1}\Delta P \\ \Delta V = B''^{-1}\Delta Q \end{cases}$$
$$B'^{-1} = \begin{bmatrix} B'_{11} & \cdots & B'_{1,n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B'_{n-1,1} & \cdots & B'_{n-1,n-1} \end{bmatrix}, \quad B''^{-1} = \begin{bmatrix} B''_{11} & \cdots & B''_{1,n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B''_{n-1,1} & \cdots & B''_{n-1,n-1} \end{bmatrix}$$

其中:

$$\begin{cases} B'_{ij} = \frac{-x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} = b_{ij} \\ B'_{ii} = \sum_{j=1}^n \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} = -\sum_{j=1}^n b_{ij} \end{cases} \quad \begin{cases} B''_{ij} = -\frac{1}{x_{ij}} \\ B''_{ii} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{x_{ij}} - b_{i0} \end{cases}$$

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

► P-Q分解法的特点和性能分析

- **1. P-Q分解法修正方程式的特点**
- (1) 用一个 $n-1$ 阶和一个 m 阶的线性方程组代替了牛顿法的 $n-1+m$ 阶线性方程组，显著地减少了内存需求量及计算量。
- (2) 系数矩阵 B' 和 B'' 为常数矩阵。因此，不必像牛顿法那样每次迭代都要形成雅可比矩阵并进行三角分解，只需要在进入迭代过程以前一次形成雅可比矩阵并进行三角分解形成因子表，然后反复利用因子表对不同的常数项 $\Delta P/V$ 或 $\Delta Q/V$ 进行消去回代运算，就可以迅速求得修正量，从而显著提高了迭代速度。
- (3) 系数矩阵 B' 和 B'' 是对称矩阵。因此，只需形成并贮存因子表的上三角或下三角部分，这样又减少了三角分解的计算量并节约了内存。

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

► P-Q分解法的特点和性能分析

- **2.P-Q分解法的收敛特性**
- P - Q 分解法所采取的一系列简化假定只影响了修正方程式的结构，也就是说只影响了迭代过程，并不影响最终结果。因为 P - Q 分解法和牛顿法都采用相同的数学模型式，最后计算功率误差和判断收敛条件都是严格按照精确公式进行的，所以 P - Q 分解法和牛顿法一样可以达到很高的精度。

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

- P - Q 分解法改变了牛顿法迭代公式的结构，就改变了迭代过程的收敛特性。事实上，依一个不变的系数矩阵进行非线性方程组的迭代求解，在数学上属于“等斜率法”，其迭代过程是按几何级数收敛的，若画在对数坐标系上，这种收敛特性基本上接近一条直线。而牛顿法是按平方收敛的，在对数坐标纸上基本上是一条抛物线，如图2-3所示。

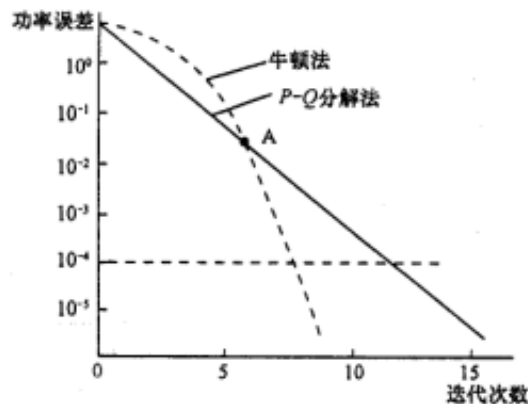


图 2-3 P - Q 分解法与牛顿法的收敛特性

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P - Q 分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

- 由图2-3可以看出，**牛顿法在开始时收敛得比较慢，当收敛到一定程度后，它的收敛速度就非常快**，而 P - Q 分解法几乎是按同一速度收敛的。如果给出的收敛条件小于图中A点相应的误差，那么 P - Q 分解法所需要的迭代次数要比牛顿法多几次。**可以粗略地认为 P - Q 分解法的迭代次数与精度的要求之间存在着线性关系。**
- 大量计算表明， BX 法与 XB 法在**收敛性方面没有显著差别**，凡是牛顿法可以收敛的潮流问题，它们也可以收敛。
- 虽然 P - Q 分解法比牛顿法所需的迭代次数要多，但每次迭代的计算量却要小很多。因此 **P - Q 分解法的计算速度比牛顿法有明显提高。**
- 目前 P - Q 分解法不仅大量地用在规划设计等离线计算的场合，也已经广泛地应用在安全分析等在线计算中，**它是目前计算速度最快的交流潮流算法。**

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P - Q 分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

- **3. 元件 R/X 大比值的病态问题**

- 由于 P - Q 分解法修正方程式是建立在元件 $R \ll X$ 以及线路两端电压相角差比较小等简化假设基础之上的，因此，当系统参数不符合这些简化条件时，就会影响它的收敛性。而其中又以出现元件 R/X 大比值的机会最多，例如低电压网络、某些电缆线路、三绕组变压器的等值电路以及通过某些等值方法所得到的等值网络等均会出现大部分或个别支路 R/X 比值偏高的问题。常用参数补偿的方法解决。

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

•(1)串联补偿法。这种方法的原理由图2-5是显而易见的，其中 m 为增加的虚拟节点， $-jX_c$ 为新增的补偿电容。 X_c 的数值应使 $i-m$ 支路满足 $(X + X_c) \gg R$ 的条件。这种方法的缺点是如果原来支路的 R/X 比值非常大，从而使 X_c 的值选得过大时，新增节点 m 的电压值有可能偏离节点 i 及节点 j 的电压很多，从而这种不正常的电压本身将导致潮流计算收敛缓慢，甚至不能收敛。

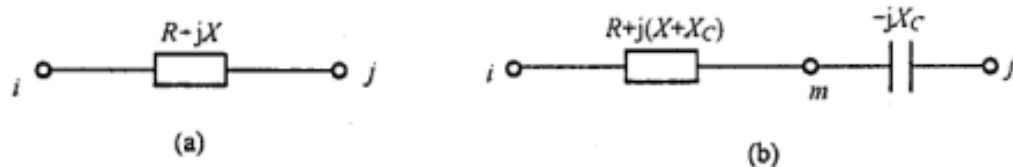


图 2-5 对 R/X 大比值支路的串联补偿

(a) 原支路；(b) 补偿后支路

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



五、PQ分解法潮流计算

•(2)并联补偿法。如图2-6所示，经过补偿的支路*i-j*的等值导纳为：

$$Y_{ij} = G + j(B + B_f) + \frac{1}{\frac{1}{-2jB_f} + \frac{1}{-2jB_f}} = G + jB$$

即仍等于原来支路*i—j*的导纳值。

•并联补偿新增节点*m*的电压 \dot{V}_m 不论 B_f 的取值大小都始终介于支路*i—j*两端点的电压之间，不会产生病态的电压现象，从而克服了串联补偿法的缺点。

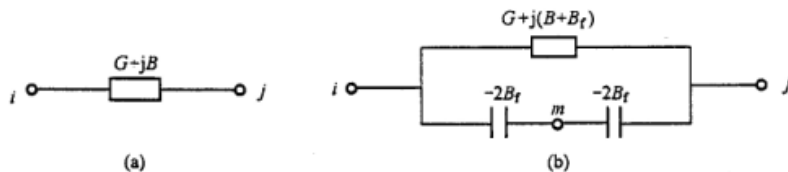


图 2-6 对 R/X 大比值支路的并联补偿

(a) 原支路；(b) 补偿后支路

5.1 PQ分解法潮流计算

5.2 PQ分解法潮流计算的流程

5.3 BX通用型快速解耦潮流计算

5.4 P-Q分解法的特点和性能分析



六、潮流计算中负荷静态特性的考虑

6 潮流计算中负荷静态特性的考虑

- (1)把负荷功率当作该点电压的线性函数，即把各节点负荷的变化量看作与相应节点电压的增量成比例:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i / P_{is}^{(0)} &= \alpha_1 \Delta V_i / V_{is} \\ \Delta Q_i / Q_{is}^{(0)} &= \alpha_2 \Delta V_i / V_{is} \end{aligned} \right\}$$

式中: α_1 为有功功率静特性系数, 一般取 $\alpha_1 = 0.6 \sim 1.0$; α_2 为无功功率静特性系数, 一般取 $\alpha_2 = 2 \sim 3.5$; V_{is} 为节点*i*在正常运行情况下的电压给定值; ΔV_i 为节点*i*计算电压 V_i 与给定电压 V_{is} 的差值。

$P_{is}^{(0)}$ 、 $Q_{is}^{(0)}$ 为节点*i*在正常运行电压 V_{is} 情况下的负荷功率。



六、潮流计算中负荷静态特性的考虑

- 因此，在潮流计算中，各节点在时刻 t 应维持的负荷功率应不断按下式进行计算：

$$\left. \begin{aligned} P_{is}^{(t)} &= P_{is}^{(0)} \left[1 + a_1 (V_i^{(t)} - V_{is}) / V_{is} \right] \\ Q_{is}^{(t)} &= Q_{is}^{(0)} \left[1 + a_2 (V_i^{(t)} - V_{is}) / V_{is} \right] \end{aligned} \right\}$$

当在牛顿法或P-Q分解法潮流程序中考虑负荷静特性时，基本方程式中的 P_{is} 和 Q_{is} 不再是常数，而是电压 V_i 的函数。在这种情况下，潮流问题的基本方程式应改写为(以极坐标形式为例)

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_{is}^{(0)} \left[1 + a_1 \frac{(V_i - V_{is})}{V_{is}} \right] - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_{is}^{(0)} \left[1 + a_2 \frac{(V_i - V_{is})}{V_{is}} \right] - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \end{aligned} \right\}$$

- 修正方程式也要作相应的变化。

6 潮流计算中负荷静态特性的考虑



六、潮流计算中负荷静态特性的考虑

6 潮流计算中负荷静态特性的考虑

- (2)把负荷功率当作该点电压的非线性函数。一般把负荷功率用电压的二次多项式来表示：

$$\left. \begin{aligned} P_{is*} &= A_1 V + B_1 V_{i*} + C_1 \\ Q_{is*} &= A_2 V + B_2 V_{i*} + C_2 \end{aligned} \right\}$$

式中： P_{is*} 、 Q_{is*} 均为负荷功率的标么值，分别以给定的 $P_{is}^{(0)}$ 和 $Q_{is}^{(0)}$ 为基准值； V_{i*} 为该点电压的标么值，以给定的电压 V_{is} 为基准值； A_1 、 B_1 、 C_1 及 A_2 、 B_2 、 C_2 为系统负荷由静特性试验得到的常数，且满足 $A_1 + B_1 + C_1 = 1$ ； $A_2 + B_2 + C_2 = 1$ 。

- 这种负荷静特性的表示方法实际上相当于把系统各节点的负荷看成由恒定阻抗、恒定电流及恒定功率3部分组成，它比第一种方法更能在较大的电压波动范围内精确地描述负荷特性，不仅可用于潮流计算，也广泛地应用于电力系统暂态稳定及静态稳定计算中。



六、潮流计算中负荷静态特性的考虑

6 潮流计算中负荷静态特性的考虑

- 对于牛顿法和 P - Q 分解法来说,当考虑负荷静特性时显然应按照下式计算各节点功率误差

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_{is}^{(0)} \left[A_1 \left(\frac{V_i}{V_{is}} \right)^2 + B_1 \frac{V_i}{V_{is}} + C_1 \right] - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \Delta Q_i &= Q_{is}^{(0)} \left[A_2 \left(\frac{V_i}{V_{is}} \right)^2 + B_2 \frac{V_i}{V_{is}} + C_2 \right] - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{aligned} \right\}$$

- 雅可比矩阵中有关元素的表达式应改为

$$N_{ii} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial V_i} V_i = P_{is}^{(0)} \left[2A_1 \left(\frac{V_i}{V_{is}} \right)^2 + B_1 \frac{V_i}{V_{is}} \right] - V_i^2 G_{ii} - P_i$$
$$L_{ii} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial V_i} V_i = Q_{is}^{(0)} \left[2A_2 \left(\frac{V_i}{V_{is}} \right)^2 + B_2 \frac{V_i}{V_{is}} \right] + V_i^2 B_{ii} - Q_i$$



七、输电系统模型

➤ 电气特性

■ 架空线	串联电阻 (R)	并联电导 (G)
	串联电感 (L)	并联电容 (C)

◆ 线路的电导主要是由沿绝缘子的泄漏电流和电晕现象决定的。通常由于线路的绝缘水平较高，沿绝缘子泄漏很小，往往可以忽略不计，只有在雨天或严重污秽等情况下，泄漏电导才会有所增加，所以线路的电导主要取决于电晕现象。所谓电晕现象，就是在强电磁场作用下导线周围空气的电离现象。

◆ 线路的电纳取决于导线周围的电场分布，与导线是否导磁无关。因此，各类导线线路电纳的计算方法都相同。在三相线路中，导线与导线之间或导线与大地之间仅有磁的联系，相当于存在着电容，线路的电纳正是导线与导线之间及导线与大地之间存在着电容的反映。

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

■ 地下电缆

电缆有三部分组成：导体、绝缘层、保护层

导体：L或T；单股或多股；单相或三相；圆形或扇形等

绝缘材料：橡胶、沥青、聚氯乙烯、棉麻、绸、纸等。目前大多用浸渍纸。主要是相间绝缘、相与地绝缘。

保护层：内护层：铅、铝，聚乙烯等，保护绝缘
等 外护层：防止锈蚀

- ◆ 电缆中的导体比架空线导体彼此之间更近
- ◆ 电缆的导体被铠装、铅或者铝板和钢管等金属体所包围
- ◆ 电缆的导体筒绝缘材料通常是浸渍纸、低粘度油和惰性气体

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

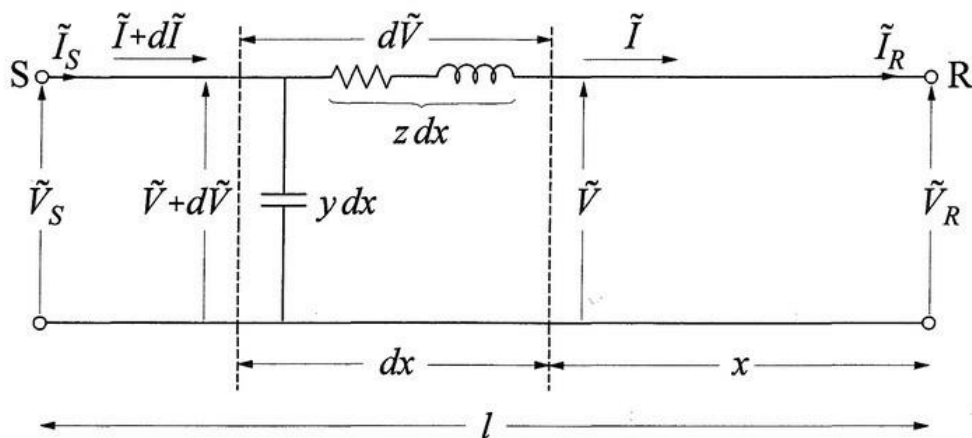
7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

➤ 交流输电线路分布参数模型



设: $z = R + j\omega L$ 每单位长度的串联阻抗/相
 $y = G + j\omega C$ 每单位长度的并联导纳/相
 l 线路长度

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

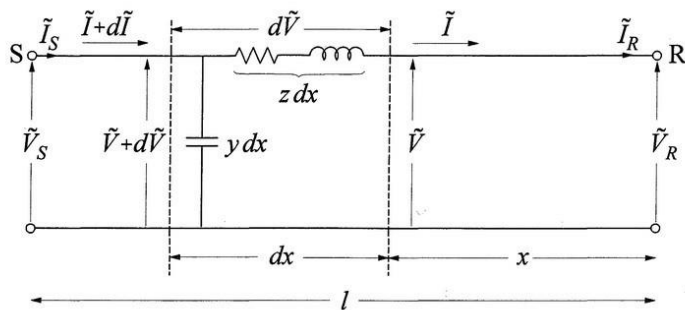
7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型



讨论与受端相距 x 处的微分线长 dx 。其串联支路的电压电流关系

$$d\tilde{V} = \tilde{I}(zdx) \Rightarrow \frac{d\tilde{V}}{dx} = \tilde{I}z$$

并联支路的电压电流关系 $d\tilde{I} = \tilde{V}(ydx) \Rightarrow \frac{d\tilde{I}}{dx} = \tilde{V}y$

再求导

$$\frac{d^2\tilde{V}}{dx^2} = z \frac{d\tilde{I}}{dx} = zy\tilde{V} \quad \frac{d^2\tilde{I}}{dx^2} = y \frac{d\tilde{V}}{dx} = zy\tilde{I}$$

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

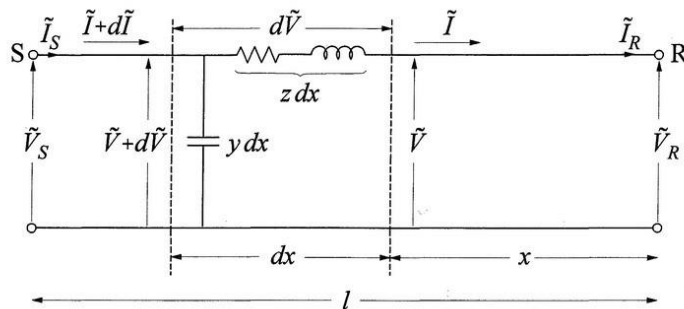
7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型



$$\frac{d^2 \tilde{V}}{dx^2} = z \frac{d\tilde{I}}{dx} = zy \tilde{V} \quad \frac{d^2 \tilde{I}}{dx^2} = y \frac{d\tilde{V}}{dx} = zy \tilde{I}$$

设边界条件: $\tilde{V}(x=l) = \tilde{V}_R$ $\tilde{I}(x=l) = \tilde{I}_R$

上式通解为

$$\tilde{V} = \frac{\tilde{V}_R + Z_C \tilde{I}_R}{2} e^{\gamma x} + \frac{\tilde{V}_R - Z_C \tilde{I}_R}{2} e^{-\gamma x} \quad \tilde{I} = \frac{\tilde{V}_R / Z_C + \tilde{I}_R}{2} e^{\gamma x} - \frac{\tilde{V}_R / Z_C - \tilde{I}_R}{2} e^{-\gamma x}$$

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

➤ 输电线功率圆图

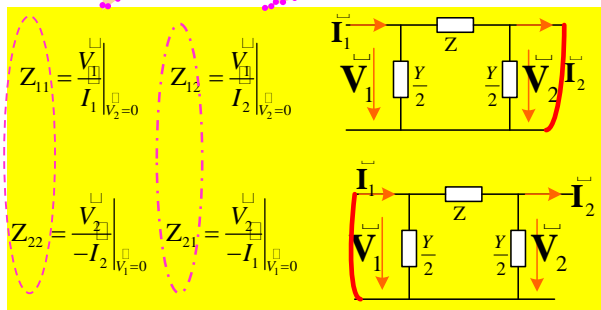
(1) 输电线路的复功率方程①

长线运行方程与双口网络参数

输入阻抗

转移阻抗

$$\begin{cases} \vec{V}_1 = ch(\gamma l) \times \vec{V}_2 + Z_c sh(\gamma l) \times \vec{I}_2 \\ \vec{I}_1 = \frac{sh(\gamma l)}{Z_c} \times \vec{V}_2 + ch(\gamma l) \times \vec{I}_2 \end{cases}$$



任意
双口网络

$$\vec{A}\vec{D} - \vec{B}\vec{C} = 1$$

$$\vec{B}/\vec{D} = Z_{11} \quad \vec{B}/\vec{A} = Z_{22} \quad \vec{B} = Z_{12}$$

Π 型
对称双口

$$\vec{A} = \vec{D}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z + 2/Y$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z$$

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

(1) 输电线路的复功率方程②

用 \mathbf{Z} 参数表示的运行方程任意双口网络

$$\begin{cases} I_1 = \frac{DV_1 - V_2}{B} = \frac{V_1}{Z_{11}} - \frac{V_2}{Z_{12}} \\ I_2 = \frac{V_1 - AV_2}{B} = -\frac{V_2}{Z_{22}} + \frac{V_1}{Z_{12}} \end{cases}$$

$$S_1 = V_1 I_1 \quad S_2 = V_2 I_2$$

矢量形式
复功率方程

$$\begin{cases} S_1 = V_1^2 / \hat{Z}_{11} - V_1 V_2 / \hat{Z}_{12} \\ S_2 = -V_2^2 / \hat{Z}_{22} + V_2 V_1 / \hat{Z}_{12} \end{cases}$$

注意：当首、末电压恒定时

\mathbf{a}_1 、 \mathbf{a}_2 是恒定矢量；

\mathbf{b}_1 、 \mathbf{b}_2 是模值恒定矢量，但方向随功角 δ 变化。

$$\begin{cases} S_1 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 \\ S_2 = \mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = \frac{V_1^2}{|Z_{11}|} e^{j\varphi_{11}} \\ \mathbf{b}_1 = -\frac{V_1 V_2}{|Z_{12}|} e^{j(\varphi_{12} + \delta)} \\ \mathbf{a}_2 = -\frac{V_2^2}{|Z_{22}|} e^{j\varphi_{22}} \\ \mathbf{b}_2 = \frac{V_1 V_2}{|Z_{12}|} e^{j(\varphi_{12} - \delta)} \end{cases}$$

\mathbf{Z} 的阻抗角

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



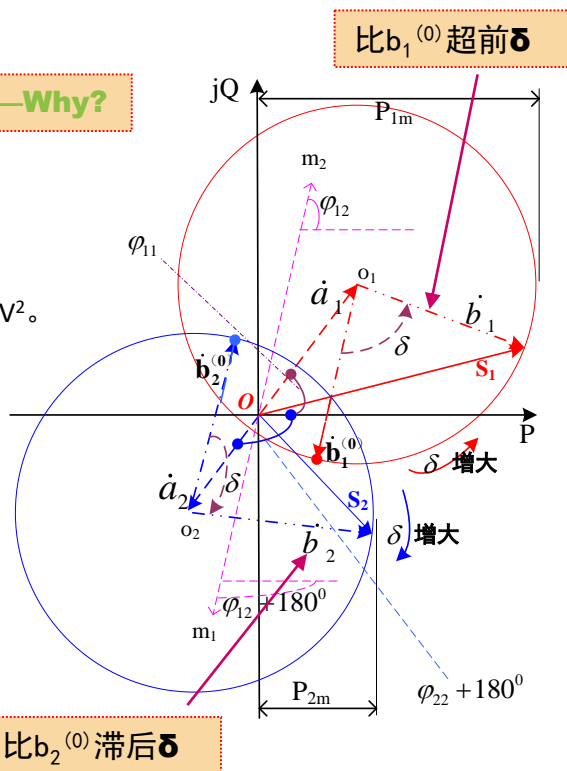
七、输电系统模型

(2) 输电线路的功率圆图

条件：两端V恒定——Why?

功率圆图的特点：

- ① $\delta(0 \sim 360^\circ)$ 变化时，S端点轨迹为圆——功率圆图。
2圆半径相等，长度取决于首末V之积；
2圆心(o_1, o_2)在矢量a之端点，取决于首、末之 V^2 。
- ② S圆起始点 $\delta=0$ ， $\delta \uparrow$ 时，2圆端点轨迹反方向变化。
- ③ $\delta = 180^\circ - \varphi_{12} \rightarrow P_1 = P_{1max}$
 $\delta = \varphi_{12} \rightarrow P_2 = P_{2max}$
- ④ 忽略线路损耗时S圆图之特点.....?
- ⑤ S圆图是分析线路功率传输特性的有力工具



7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

➤ 沿长线的功率传送

(1) 长线稳态运行方程

$$\begin{cases} \vec{V} = \frac{\vec{V}_2 + Z_c I_2}{2} e^{\gamma x} + \frac{\vec{V}_2 - Z_c I_2}{2} e^{-\gamma x} \\ \vec{I} = \frac{\vec{V}_2 / Z_c + I_2}{2} e^{\gamma x} - \frac{\vec{V}_2 / Z_c - I_2}{2} e^{-\gamma x} \end{cases}$$

① $\vec{V}(l)$ 构成

正向行波：首→末

反向行波：首←末

② 行波的性质：由传播常数决定

$$\gamma = (z_1 y_1)^{1/2} = \beta + j\alpha$$

衰减常数 β ：

每行进 1km 幅值衰减为 $e^{-\beta}$

相位常数 α ：

每行进 1km 相位滞后弧度数

③ 基本参数：波长 λ 、波速 v_ω

$$\lambda = 2\pi / \alpha = 2\pi / \omega \sqrt{c_1 l_1} = 1 / f \sqrt{c_1 l_1}$$

$$v_\omega = \lambda f = 1 / \sqrt{c_1 l_1}$$

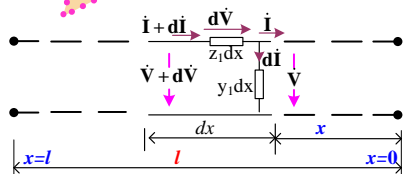
架空线： $v_\omega \approx 3 \times 10^5$ km/s

电缆线路：波速约光速的 1/4

架空线： $\lambda \approx 6000$ km (f=50Hz)

相位相差 2π 之
两点间的距离(km)

对分布参数长线 任意微元 dx



7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

(2) 输电线路的自然功率

末端负荷阻抗等于波阻抗时，负荷吸收的功率

$$S_n = \frac{V_2^2}{\hat{Z}_c} = \frac{V_2^2}{|Z_c|} e^{j\theta_c} = P_n + jQ_n$$

S_n 用额定电压近似估计

$$S_n \approx P_n \approx V_N^2 / |Z_c|$$

特点：

$$\left. \begin{aligned} V &= V_2 e^{j\gamma x} \\ I &= I_2 e^{j\gamma x} \end{aligned} \right\}$$

$$Z_c = \sqrt{z_1/y_1} = |Z_c| e^{j\theta_c}$$

弱容性

- ① 只有入射波——正向行波
- ② 任意点电压、电流近似同相位 ($S_n \approx P_n$)

注意：

- ① 波阻抗（从而 自然功率）是衡量输电线路传输能力的重要参数。

提高自然功率的措施：提高 V_N ；减小 X 、增大 C

- ② 分裂导线、紧凑型线路，可有效减小波阻抗 ($X \downarrow$ 、 $C \uparrow$)

→提高自然功率→提高输送能力

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

(3) 无损线路的功率圆图①

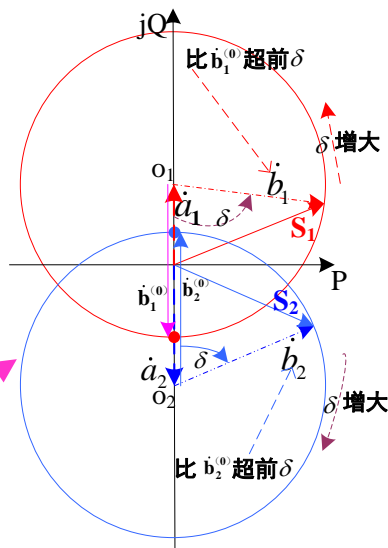
无损线： $r=0$ 、 $b=0$ ——矢量形式的功率方程：

$$\vec{S}_1 = \vec{a}_1 + \vec{b}_1$$

$$\begin{cases} \vec{S}_1 = j \frac{V_1^2}{Z_c} \operatorname{ctg}(\alpha l) - \frac{V_1 V_2}{Z_c \sin(\alpha l)} \angle(90^\circ + \delta) \\ \vec{S}_2 = -j \frac{V_2^2}{Z_c} \operatorname{ctg}(\alpha l) + \frac{V_1 V_2}{Z_c \sin(\alpha l)} \angle(90^\circ - \delta) \end{cases}$$

$$\vec{S}_2 = \vec{a}_2 + \vec{b}_2$$

半径相等、圆心在jQ轴的功率圆



7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类

电气长度的概念： $\alpha \times l$ ；相对于工频下波长的**相对电气长度**： $l_* = l / \lambda = \alpha l / 2\pi$

全波长线路： $l_* = 1$ ($\alpha l = 2\pi$ $l = 6000\text{km}$)

半波长线路： $l_* = 1/2$ ($\alpha l = \pi$ $l = 3000\text{km}$)

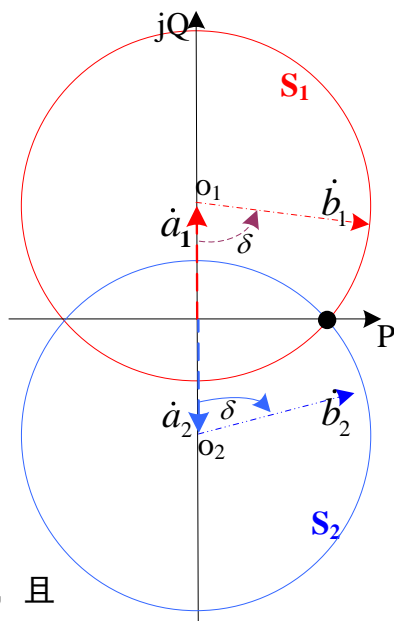


七、输电系统模型

(3) 无损线路的功率圆图②

无损线功率圆图的特点——与首、末电压及线路长度有关：

- 1) $V_1=V_2$ ——2 圆对称于P 轴
 - a) 圆周与P 轴交点——自然功率
 - b) 任何运行状态下, $Q_1=-Q_2$
——两端同时从系统吸收(或向系统提供)
等量无功, 惟如此才能保持两端V相等。
- 2) 首、末极限功率相等= $V_1V_2/Z_c\sin(\alpha l)$
 $\alpha l=\pi/2$ ($l=1500\text{km}$)、或 $3\pi/2$ ($l=4500\text{km}$)时,
——功率极限最小, 且即为线路自然功率
 $\alpha l=0$ ($l=0$)、或 π ($l=3000\text{km}$, 半波长线路)时,
——理论功率极限为无穷大
- 3) 当线路输送自然功率时 ($P_2=P_n$, $Q_2=0$)
沿线处处电压幅值相等(同样地, 沿线处处电流相等), 且
沿线任意处电压、电流同相位。
线路电抗无功损耗=充电无功——有功、无功损耗均为0



7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

➤ 单端供电系统的功率传输特性

(1) 以负荷阻抗表示的电压、功率特性

由相量图可得（余弦定理）：

$$E^2 = V^2 + |z_s|^2 I^2 + 2 |z_s| V I \cos(\theta - \varphi)$$

$$I = V / |Z_{LD}|$$

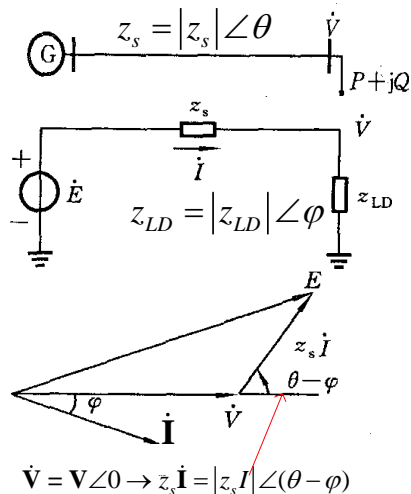
负荷母线
电压

$$V^2 = \frac{E^2}{1 + \left| \frac{z_s}{z_{LD}} \right|^2 + 2 \left| \frac{z_s}{z_{LD}} \right| \cos(\theta - \varphi)}$$

$$P = \frac{V^2}{|z_{LD}|} \cos \varphi = \frac{E^2 \cos \varphi / |z_s|}{\left| \frac{z_{LD}}{z_s} \right| + \left| \frac{z_s}{z_{LD}} \right| + 2 \cos(\theta - \varphi)}$$

输电系统送达
负荷母线的功率

注意：当 E 给定，输电系统阻抗和负荷功率因数一定时，确定受端电压和功率的唯一变量是负荷的等值阻抗 $|Z_{LD}|$ ，或者比值 $|Z_s / Z_{LD}|$ 。



简单供电系统

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

(2) 输电系统的（静态）传输特性

以 $|Z_s/Z_{LD}|$ 为自变量的 P、V 特性曲线：

当 $|Z_s/Z_{LD}| = 1$ 时，受端功率由最大值：

$$P_m = \frac{E^2 \cos \varphi}{2|z_s| [1 + \cos(\theta - \varphi)]}$$

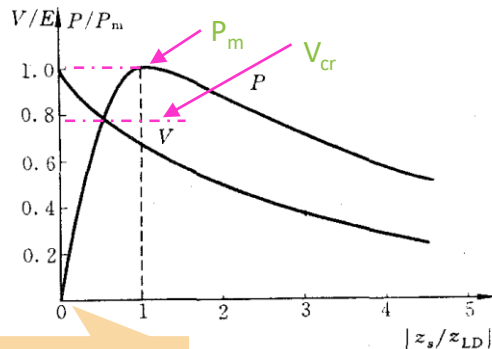
与 P_m 对应的电压通常称为“临界电压” V_{cr}

$$V_{cr} = \frac{E}{\sqrt{2[1 + \cos(\theta - \varphi)]}}$$

此时输电系统电压降落等于受端母线电压

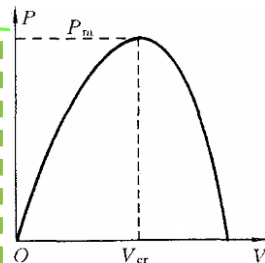
当给定负荷功率因数，即可得输电系统 P-V 特性：

空载， $|Z_{LD}| = \infty$



注意：a) 由空载逐步减小 $|Z_{LD}|$ 直至 $|Z_s/Z_{LD}| = 1$ —— 送达末端的功率增大，直至最大值，此时受端电压随之下落；进一步减小负荷阻抗，送达末端的功率、负荷电压将同时减小！

b) 送达受端的最大功率及对应的临界电压均是负荷功率因数的函数，二者均随功率因数的增大而增大——加强受端无功支撑可以提高输电系统的传输功率！



7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

(3) 传输功率极限与负荷功率因数的关系

当受端接有纯有功功率负荷时, $\varphi = 0$, 功率极限为

$$P_{m(\cos\varphi=1)} = \frac{E^2}{2|z_s|(1+\cos\theta)}$$

若负荷功率因数滞后, 即 $\varphi > 0$, 必有

$$\frac{\cos\varphi}{1+\cos(\theta-\varphi)} < \frac{1}{1+\cos\theta}$$

$\cos\varphi$ 越小 (即 φ 越大), 功率极限也越小, 相应的临界电压也越低。

当负荷有超前功率因数时, 即 $\varphi < 0$, 在 φ 角的一定变化范围内, 功率极限将会随着 $\cos\varphi$ 的减小而增大, 相应的临界电压也会升高。

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

➤ 自然或冲击阻抗负荷

由于 G 被忽略和 R 很小，因此在处理闪电和开关冲击波时，高压输电线假设为无损的。因此忽略损耗的特征阻抗 Z_c 通常被称为**冲击阻抗**，等于 $\sqrt{L/C}$ ，并具有**纯电阻的量纲**。

当一条输电线终止于它的冲击阻抗时，它传输的功率称为**自然负荷或冲击阻抗负荷（SIL）**。

$$SIL = \frac{V_0^2}{Z_c}$$

$$\tilde{V} = \tilde{V}_R e^{\gamma x} \quad \tilde{I} = \tilde{I}_R e^{\gamma x}$$

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

- 1) 沿线路有恒定的幅值；
- 2) 在整个线长上电压和电流相位一致；
- 3) 送端和受端间的相角等于 βl

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

7.7 线长的分类



七、输电系统模型

➤ 线长的分类

标称 π 形等值电路应用时，对于架空线 $l < 10000/f \text{ km}$

对于地下电缆 $l < 3000/f \text{ km}$

➤ 短线：短于80km左右的线路，并联电容可以忽略不计，用串联阻抗予以表示；

➤ 中-长线：长度为80—200km左右范围内的线路，可以用标称 π 形等值电路来表示；

➤ 长线：长于200km左右的线路，参数的分布效应很明显，需要用等值 π 形电路来表示，或者用较短的段串联起来，而每一段用一个标称 π 形等值电路来表示；

7.1 电气特性

7.2 交流输电线路分布参数模型

7.3 输电线路功率圆图

7.4 沿长线的功率传送

7.5 单端供电系统的功率传输特性

7.6 自然或冲击阻抗负荷

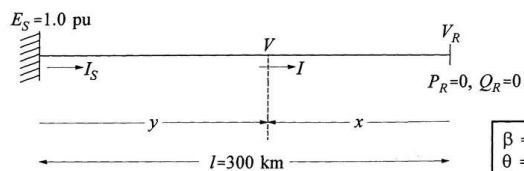
7.7 线长的分类



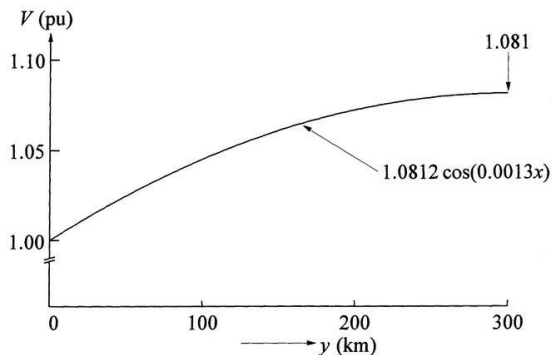
八、超高压交流输电线路

例一：一条300km长、500kV的高压输电线路在空载条件下的电压和电流分布。

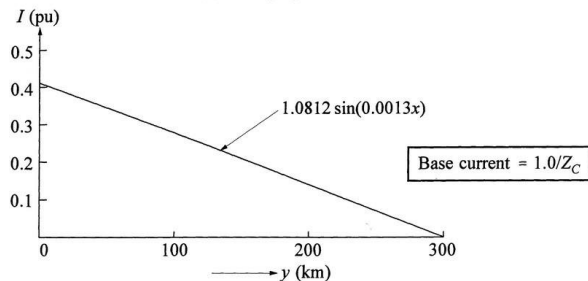
8 超高压交流输电线路



(a) Schematic diagram



(b) Voltage profile



(c) Current profile

注：300km线路

$$\tilde{V}_R = 1.081 \text{ pu}$$

600 km线路

$$\tilde{V}_R = 1.407 \text{ pu}$$

1200 km线路

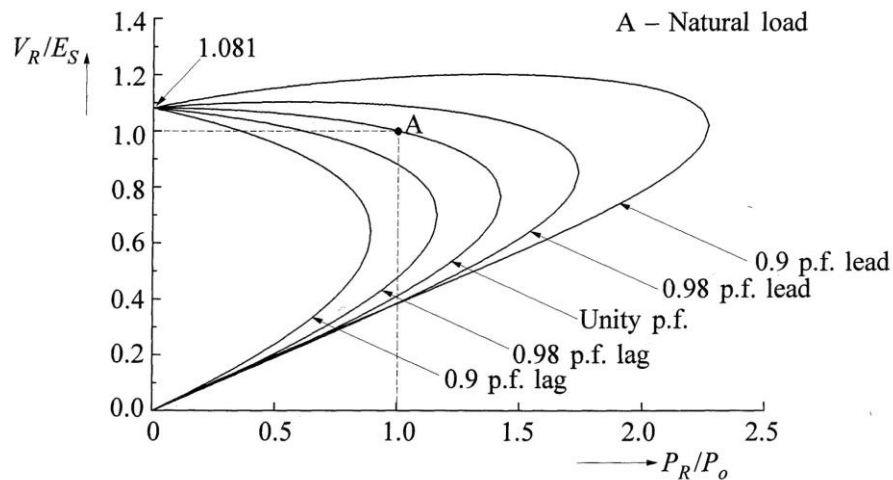
无限高



八、超高压交流输电线路

例二：一条300km长、500kV的线路，当受端带有负载时，其电压、电流与负载的关系。

8 超高压交流输电线路

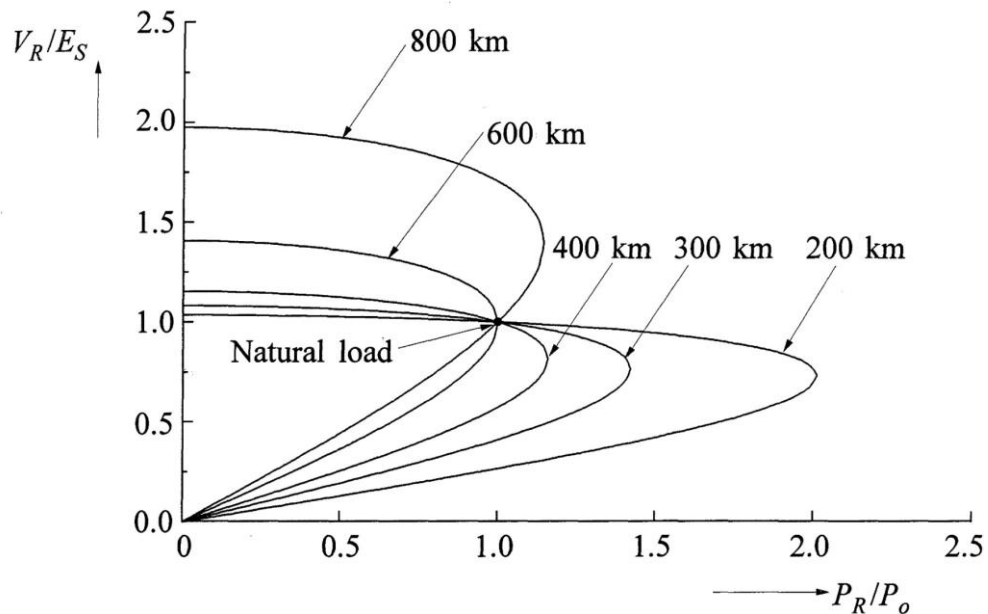


300km无损辐射线路的电压—功率特性



八、超高压交流输电线路

8 超高压交流输电线路

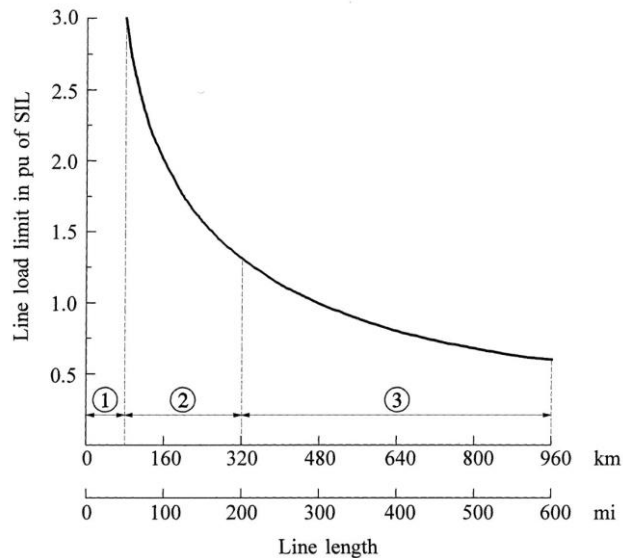


无损辐射线路的受端电压、线长和负荷之间的关系



八、超高压交流输电线路

8 超高压交流输电线路



输电线负荷能力曲线

- ① 0-80 km: Region of thermal limitation
- ② 80-320 km: Region of voltage drop limitation
- ③ 320-960 km: Region of small-signal (steady-state) stability limitation



八、超高压交流输电线路

8 超高压交流输电线路

- 在超高压、特高压输电线中，通常采用分裂导线。目的是为了减少电晕对环境的影响，使电流在导线内尽可能均匀分布，充分利用导线截面，降低线路电阻。
- 导线分裂结构特高压输电线路电抗和容抗的影响：
- 相导线截面积大致相同时，不同分裂导线结构，包括子导线间距或分裂导线直径对电抗和容抗的影响见下表。



九、特高压电网的系统特性和经济性

➤ 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

导线分裂结构对输电线路电抗的影响

子导线数	总截面 (mm ²)	分裂间距 (cm)	分裂导线直径 (cm)	X_L Ω/km	X_L 标么值
1	2515			0.556	1.00
2	2544	45	45	0.433	0.78
3	2625	45	52	0.390	0.70
4	2544	45	65	0.357	0.64
6	2392		92	0.319	0.57
8	2400		102	0.258	0.47
12	2539		127	0.215	0.39

注：相间距离 $GD=14m$ 。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

导线分裂结构对输电线路容抗的影响

子导线数	总截面 (mm ²)	分裂间距 (cm)	分裂导线直径 (cm)	X_c Ω/km	X_c 标么值
1	2515			0.1888	1.00
2	2544	45	45	0.1496	0.79
3	2625	45	52	0.1356	0.72
4	2544	45	65	0.1252	0.66
6	2392		92	0.1114	0.59
8	2400		102	0.1056	0.56
12	2539		127	0.096	0.51

注：相间距离 $GD=14\text{m}$ 。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

- 分裂导线按照电晕特性及其限制条件选取时，分裂导线的截面将大于其经济电流密度或热稳定极限选取的导线截面，特高压输电能力几乎不受导线截面积的影响。
- 每相子导线的数目，分裂导线直径，子导线间距和相间距离直接决定电抗和容抗的大小，因而非常明显地影响特高压输电能力。改变分裂导线参数，计算线路波阻抗，可以算出各种参数下的自然功率输电能力，下图为1100kV输电能力与分裂导线各参数之间的关系。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性

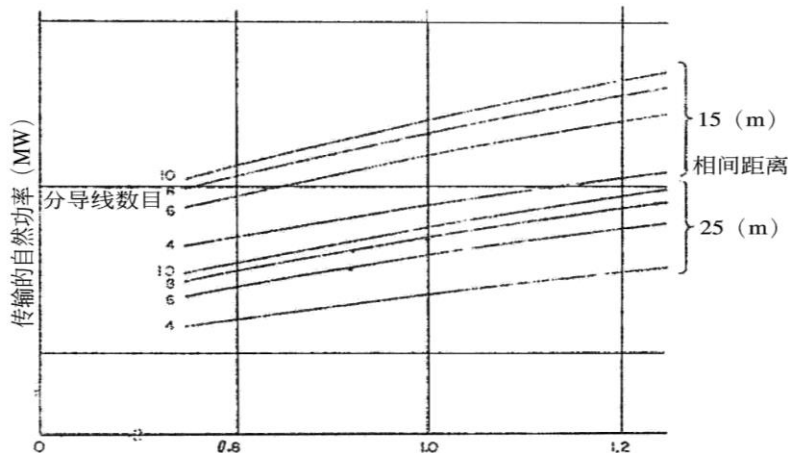


九、特高压电网的系统特性和经济性

分裂导线参数对特高压输电能力的影响

从图中曲线可以看出，保持子导线数和相间距离保持不变：

- 分裂导线的直径从0.8m到1.2m，输电线输电能力增加10%左右
- 子导线数从6增加到10，输电能力可增加5%左右；
- 相间距离从25m减少到15m，其他保持不变，输电能力可增加12%以上。
- 总体来看，调整分裂导线的3个参数在合理的范围，输电能力可增加大约25%。



1100kV线路输电能力
与分裂导线参数关系

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

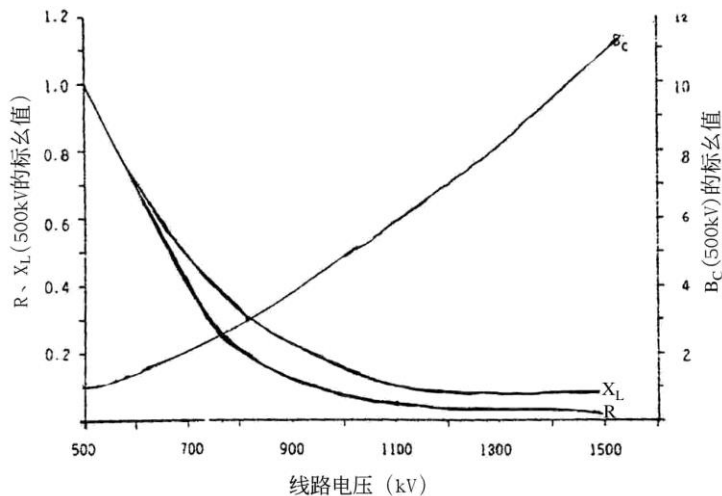
9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

➤ 特高压输电线路输电特性

特高压与超高压线路参数比较



特高压线路基本电气参数与超高压线路的比较

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

特高压输电线路的功率损耗和电压降落

- 线路的有功损耗与输送的有功和无功的平方成正比，与电压平方成反比。因此，提高输电线路电压，在输送相同功率情况下，能显著减少线路有功损耗。减少线路的无功传输，可大大减少线路有功和无功损耗，提高线路运行的经济性，减少受端并联无功补偿投资。
- 线路等效电容产生的无功与电压平方成正比。1100kV线路单位长度电纳约为500kV的1.1倍以上。这样，1100kV线路电容产生的无功约为500kV线路的5.3倍。1000kV线路电容产生的无功约为500kV线路的4.4倍。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

超高压-特高压输电线路功率损耗比较

- 输电线路电阻功率损耗与流过的电流平方成正比，与电阻值成正比。电阻上的功率损耗是输电距离、导线的电阻率和电压的函数。输电线路流过的电流与电压成反比，当输送功率一定时，提高线路输电电压，可减少电流，从而显著减少输电线路电阻功率损耗。
- 1000kV级输电线路每km电阻值约为500kV的20%。两个电压等级的输电线路流过相同电流，1100kV输电线路电阻功率损耗仅为500kV线路的20%。
- 1100kV线路波阻抗约为500kV线路的85%左右。在满足稳定条件下，单回1000kV输电线路输送功率通常为500kV输电线路的4倍以上。采用特高压输电能特别明显地降低输电线路电阻功率损耗。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

特高压输电线路的功率损耗和电压降落

超高压-特高压输电线路功率损耗比较

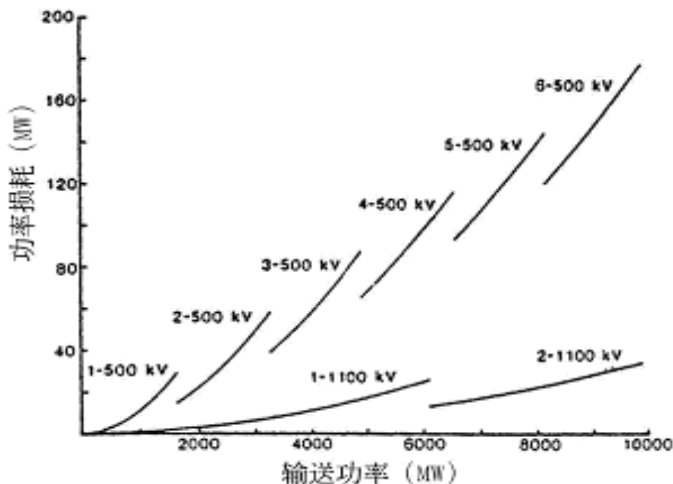
此图为线路长度161km

的500kV和1100kV输电

线路电阻功率损耗与

输送功率的关系。

可见，在输送相同功率情况下，1100kV（或1000kV）输电线的功率损耗为500kV输电线路的1/16左右。



9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

有功功率与无功功率的输送

- 线路电容产生的无功和线路电抗消耗的无功损耗均是线路长度的函数，即线路长度增加，电抗的无功损耗和电容产生的无功都增加，反之亦然，特高压输电与超高压输电在输送功率与无功的关系的变化规律是一样的。
- 由于特高压线路电容产生的无功比超高压大得多，1100kV线路产生的无功几乎为500kV线路的6倍。因此，特高压输电的电压无功调节难度要大。如下图所示，轻负荷时线路的无功过剩很多，而重负荷时线路的无功过剩很少，并联电抗器的补偿需要可控方式。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

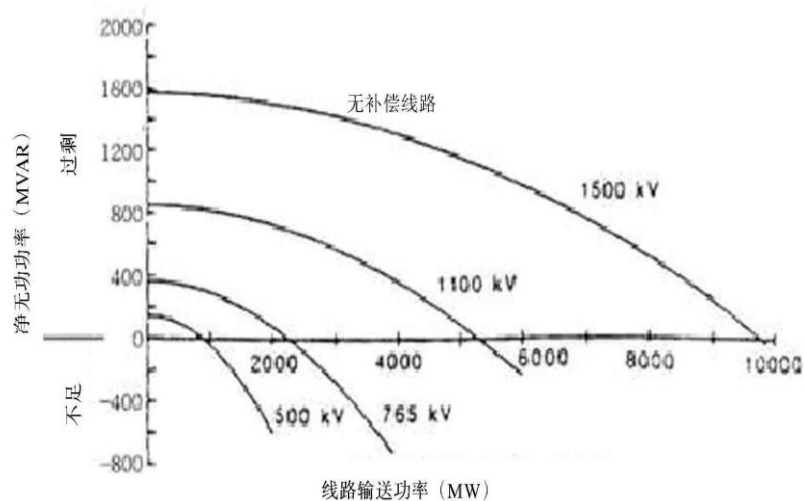
9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性



净无功功率与传输功率的关系



九、特高压电网的系统特性和经济性

可控并联电抗器的调节方式：

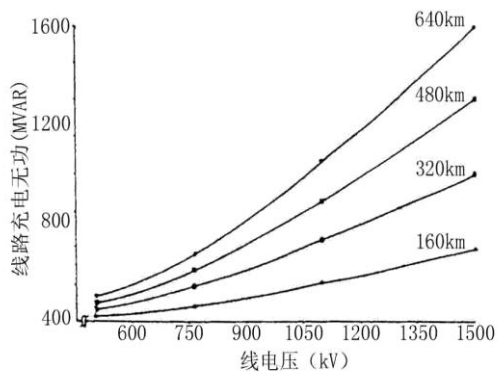
- 线路输送功率较小或空载时，补偿容量处于最大值；
- 随着线路功率的增加平滑地减少补偿容量，使线路电抗消耗的无功主要由线路电容产生的无功来平衡；
- 当三相跳闸甩负荷时，快速反映增大补偿容量，以降低线路运行在重负荷情况下限制工频过电压。
- 可控并联电抗器的结构型式：连续可调式，分级调节式。
- 可控并联电抗器的应用是特高压输电的特性所决定。

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

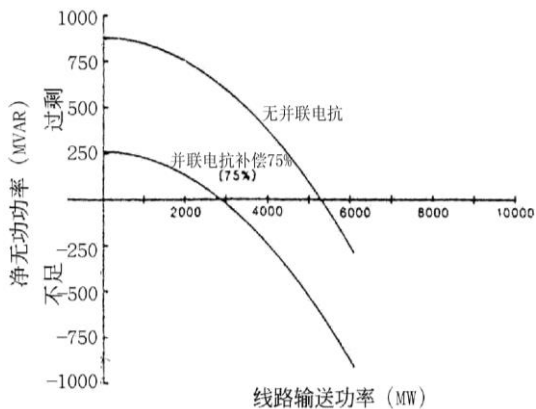
9.2 特高压输电线路输电特性



九、特高压电网的系统特性和经济性



线路电容产生的无功与
线路电压和距离的关系



并联电抗补偿对特高压
输电线路无功特性的影响

9.1 分裂导线参数对特高压输电能力的影响

9.2 特高压输电线路输电特性