1-1 设元件可用公式 $i=4\Psi-\Psi^3$ 表示，试问该元件是有源还是无源元件？

由于 $u=\frac{d\Psi}{dt}$，故有 $\Psi=\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau$

则有 $\int_{-\infty}^{t}u\,i\,d\tau=\int_{-\infty}^{t}u\left[4\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau-\left(\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau\right)^3\right]d\tau$

$$=\int_{-\infty}^{t}u\left[4-\left(\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau\right)^2\right]\left(\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau\right)^2 d\tau$$

当 $u>0$ 时 $u>0$，$\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau>0$

但不能保证对任意 t 值满足 $4-\left(\int_{-\infty}^{t}u\,d\tau\right)^2>0$

故不能满足在任意时刻 t 送入元件的总能量不小于0

因此该元件为有源元件

1-2 图 1-19 所示电路中 VD 为理想二极管 V_1 为输入，V_2 为输出，试分别说明它们满足线性和叠加性否？

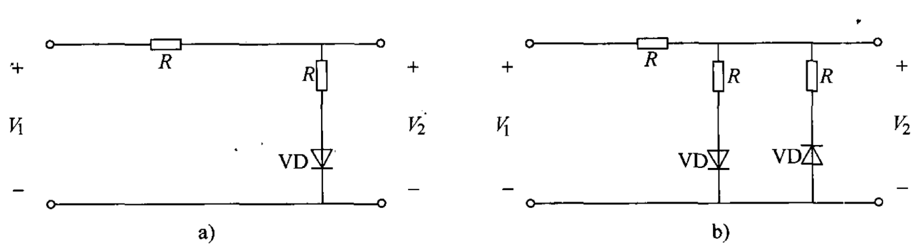

图 1-19 题 1-2 图

对于图a电路

1、线性：

当 $V_1\geqslant 0$ 时 $V_2=\frac{1}{2}V_1$

当 $V_1<0$ 时 $V_2=V_1$

设 $V_1\geqslant 0$，输出 $V_2=\frac{1}{2}V_1$

当输入 aV_1 时 $(a<0)$ $V_2=aV_1\neq\frac{a}{2}V_1$

故不满足线性

2、叠加性：

假设输入 $V_1^{(1)}$ 时，输出 $V_2^{(1)}$；输入 $V_1^{(2)}$ 时输出 $V_2^{(2)}$

此时若 $V_1^{(1)} > 0$ $V_1^{(2)} < 0$ 且满足 $|V_1^{(1)}| < |V_1^{(2)}|$ 即 $V_1^{(1)} + V_1^{(2)} < 0$

则有输入 $V_1^{(1)} + V_1^{(2)}$

输出 $V_1^{(1)} + V_1^{(2)} \neq \frac{1}{2}V_1^{(1)} + V_1^{(2)} = V_2^{(1)} + V_2^{(2)}$

故不满足叠加性

对于 b 电路

当 $V_1 \geq 0$ 时

$V_2 = \frac{1}{2}V_1$

当 $V_1 < 0$ 时

$V_2 = \frac{1}{2}V_1$

故总有 $V_2 = \frac{1}{2}V_1$

当输入 aV_1 时，（a 可取任意实数）

总有 $V_2 = \frac{a}{2}V_1$

因此满足线性

叠加性：由于此电路中总有 $V_2 = \frac{1}{2}V_1$

假设 $V_1^{(1)}$ 输出 $V_2^{(1)}$ $V_1^{(2)}$ 输出 $V_2^{(2)}$

则 $V_1^{(1)} + V_1^{(2)}$ 输出 $\frac{1}{2}(V_1^{(1)} + V_1^{(2)})$

也就等于 $V_2^{(1)} + V_2^{(2)}$

因此满足叠加性

1-8 关联矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

1）已知该图连支，树支是分别顺次编排的，试确定哪些是树支列；

2）求基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$；

3）求基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_f$。

1) 由于 $\det A_t = \pm 1$

1, 2, 3, 4 列形成的矩阵行列式为 1

故 1, 2, 3, 4 列是树支列

2) 根据 $B_t^T = -A_t^{-1} A_l$

$$A_t = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix} \qquad A_l = \begin{bmatrix}-1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -1\\ 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$B_t = (-A_t^{-1} A_l)^T$$

$$= \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix} \quad B_l = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

因此 $B_f = [\, B_l \,\vdots\, B_t \,]$

$$= \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

3) 根据 $Q_l = -B_t^T$

$$
= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad Q_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

因此 $Q_f = [\, Q_l \;\vdots\; Q_t \,]$

$$
= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

1-11 设上题支路4、5、6为树支，试求其基本割集矩阵 Q_f，并将 $Q_f I_b = 0$ 和 $Q_f^{T} V_t = V_b$ 的展开式写出。

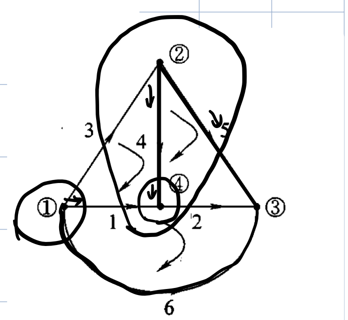

图 1-22　题 1-10 图

根据如图所示

得
$$
Q_f = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
Q_f I_b = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} I_1 - I_2 + I_4 \\ -I_1 + I_2 - I_3 + I_5 \\ I_1 + I_3 + I_6 \end{bmatrix} = 0
$$

$$a_f^T V_t = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{n1} - V_{n2} + V_{n3} \\ -V_{n1} + V_{n2} \\ -V_{n2} + V_{n3} \\ V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \end{bmatrix} = V_l = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}$$

1-12 求上题的基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$，并将 $\boldsymbol{B}_f \boldsymbol{V}_b = \boldsymbol{0}$ 和 $\boldsymbol{B}_f^{\mathrm{T}} \boldsymbol{I}_l = \boldsymbol{I}_b$ 的展开式写出。

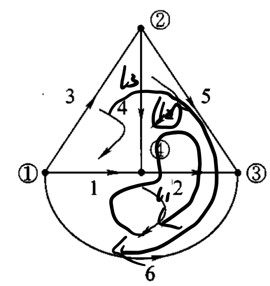

图 1-22 题 1-10 图

$$B_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_f V_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} V_1 - V_4 + V_5 - V_6 \\ V_2 + V_4 - V_5 \\ V_3 + V_5 - V_6 \end{bmatrix} = 0$$

$$B_f^T I_l = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{l1} \\ I_{l2} \\ I_{l3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{l1} \\ I_{l2} \\ I_{l3} \\ -I_{l1} + I_{l2} \\ I_{l1} - I_{l2} + I_{l3} \\ -I_{l1} - I_{l2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}$$