

# 微电网最优化潮流模型及其分布式求解

## 摘 要

优化运行是微电网实际运行过程中的重要目标。本文针对微电网的一次、二次和三次控制之间的配合与协调问题,在三次控制方面,基于支路潮流模型,建立了考虑多种优化目标的离网运行微电网交流最优潮流模型,利用 SOCP 凸松弛将模型转化为凸优化问题,并使用 ADMM 算法对模型进行了分布式求解以得到 DG 的最优功率参考值。

## 1 微电网最优潮流模型

本节基于支路潮流模型,建立考虑多种优化目标的离网运行微电网最优潮流模型,并通过凸松弛将其转化为凸优化问题。

### 1.1 支路潮流模型

假设所研究的微电网是一个放射状网络,将其用一个有向图  $\mathcal{T} := (\mathcal{N}, \mathcal{E})$  表示,其中  $\mathcal{N} := \{1, 2, \dots, N\}$  表示微电网的节点集合,  $\mathcal{E}$  表示微电网的线路集合。假设 PCC 节点是网络中的根节点并且其编号为  $N$ , 定义  $\mathcal{N}_+ := \mathcal{N} \setminus \{N\}$  表示其他节点构成的集合。对每一个节点  $i$ , 存在唯一的母节点  $A_i$  和若干子节点  $C_i$ 。定义有向图的方向为根节点指向型,即每条有向线路的方向为从节点  $i$  指向其唯一的母节点  $A_i$ 。由此可定义微电网的线路集合为  $\mathcal{E} := \{1, 2, \dots, N-1\}$ , 其中  $i \in \mathcal{E}$  表示从节点  $i$  到  $A_i$  的一条线路。

对每一个节点  $i \in \mathcal{N}$ , 定义如下变量: (1) 令  $V_i = |V_i|e^{j\theta_i}$  表示节点的电压相量,  $v_i = |V_i|^2$  表示电压幅值的平方; (2) 令  $p_i$  和  $q_i$  分别表示节点的注入有功和无功功率; (3) 令  $G_i$  和  $B_i$  分别表示并联对地电导与电纳。对每一条线路  $i \in \mathcal{E}$ , 定义如下变量: (1) 令  $R_i$  和  $X_i$  分别表示线路的电阻与电抗, (2) 令  $I_i$  表示支路电流相量, 方向为从节点  $i$  到  $A_i$ ,  $l_i = |I_i|^2$  表示电流幅值的平方; (3) 令  $P_{bi}$  和  $Q_{bi}$  分别表示支路有功和无功功率, 方向为从节点  $i$  到  $A_i$ 。令  $v, l, P_b, Q_b, p, q$  分别表示由所有  $v_i, l_i, P_{bi}, Q_{bi}, p_i, q_i$  构成的列向量。

基于上述定义, 微电网的支路潮流模型可表示为

$$P_{bi} + v_i G_i = \sum_{j \in C_i} (P_{bj} - R_j l_j) + p_i \quad i \in \mathcal{N} \quad (1)$$

$$Q_{bi} + v_i B_i = \sum_{j \in C_i} (Q_{bj} - X_j l_j) + q_i \quad i \in \mathcal{N} \quad (2)$$

$$v_{A_i} = v_i - 2(R_i P_{bi} + X_i Q_{bi}) + (R_i^2 + X_i^2) l_i \quad i \in \mathcal{E} \quad (3)$$

$$v_i l_i = P_i^2 + Q_i^2 \quad i \in \mathcal{E} \quad (4)$$

其中，由于 PCC 节点  $N$  没有母节点，因此有  $l_N = 0$ ， $P_{bN} = 0$  与  $Q_{bN} = 0$ 。此外，由第 4 章可知，PCC 节点电压由二次控制控制在设定参考值  $V_{PCCref}$ ，因此有  $v_N = V_{PCCref}^2$ 。对于一组能够满足式 (1) ~ (4) 的解向量  $(v, l, P_b, Q_b, p, q)$ ，当微电网为放射状网络时，该解向量中电压与电流的相角能够唯一确定<sup>[1]</sup>。因此，上述用电压与电流幅值平方描述的支路潮流模型等价于用电压与电流的幅值和相角描述的交流潮流模型<sup>[1]</sup>。

## 1.2 最优潮流模型与 SOCP 凸松弛

所研究的微电网最优潮流问题是在一定的约束条件下，优化各台 DG 的有功和无功出力，以最小化目标函数。定义节点  $i$  的所有变量为  $s_i := (v_i, l_i, P_{bi}, Q_{bi}, p_i, q_i)$ ，定义所有节点的变量为  $s := (s_i, i \in \mathcal{N})$ 。根据微电网不同的优化运行目标，定义如下三种目标函数：

$$F(s) = \sum_{i \in \mathcal{N}} f_i(s_i) = \begin{cases} \sum_{i \in \mathcal{N}} p_i & \text{目标(a)} \\ \sum_{i \in \mathcal{N}} \alpha_i p_i^2 + \beta_i p_i + \gamma_i & \text{目标(b)} \\ \sum_{i \in \mathcal{N}} |v_i - v_{rate}| & \text{目标(c)} \end{cases} \quad (5)$$

其中，目标(a)表示系统网损；目标(b)表示总发电成本，用二次函数表示， $\alpha_i, \beta_i$  和  $\gamma_i$  为与发电成本相关的系数，对于非 DG 节点，可令  $\alpha_i, \beta_i$  和  $\gamma_i$  为 0；目标(c)表示所有节点电压与额定电压的偏差的绝对值之和， $v_{rate}$  为电压额定值的平方，该目标描述了系统整体电压与额定值的偏离情况。

微电网最优潮流的约束条件主要包括节点注入功率约束和节点电压大小约束。节点注入功率约束为

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \bar{p}_i \quad i \in \mathcal{N} \quad (6)$$

$$\underline{q}_i \leq q_i \leq \bar{q}_i \quad i \in \mathcal{N} \quad (7)$$

其中,  $\bar{p}_i, \underline{p}_i, \bar{q}_i$  和  $\underline{q}_i$  分别表示相应的功率上下限。节点电压大小约束为

$$\underline{v}_i \leq v_i \leq \bar{v}_i \quad i \in \mathcal{N} \quad (8)$$

其中, PCC 节点电压控制在设定值  $V_{PCCref}$ , 即  $\bar{v}_N = \underline{v}_N = V_{PCCref}^2$ ; 对于其他节点, 一般地, 节点电压应在额定值的  $\pm 5\%$  范围内, 因此可设  $\underline{v}_i = 0.95^2$ ,  $\bar{v}_i = 1.05^2$ 。

综上所述, 微电网的最优潮流模型为

$$\begin{aligned} OPF: \min & \sum_{i \in \mathcal{N}} f_i(s_i) \\ \text{over} & v, l, P_b, Q_b, p, q \\ \text{s.t.} & (5-1) \sim (5-4), (5-6) \sim (5-8) \end{aligned} \quad (9)$$

然而, 由于约束 (4) 为二次等式约束, 因此模型 (9) 是非凸的。通过将约束 (4) 松弛为一个二阶锥约束

$$v_i l_i \geq P_i^2 + Q_i^2 \quad i \in \mathcal{E} \quad (10)$$

可将模型 (9) 松弛为一个二阶锥规划 (SOCP), 如下所示

$$\begin{aligned} ROPF: \min & \sum_{i \in \mathcal{N}} f_i(s_i) \\ \text{over} & v, l, P_b, Q_b, p, q \\ \text{s.t.} & (5-1) \sim (5-3), (5-10), (5-6) \sim (5-8) \end{aligned} \quad (11)$$

经过松弛后, 模型 (11) 是一个凸优化问题, 能够求解得到全局最优解。可以证明, 当微电网中的负荷大小无上界时, 凸松弛后模型 (11) 的最优解也是原模型 (9) 的最优解<sup>[1]</sup>。因此, 下文主要针对模型 (11) 研究微电网的最优潮流问题。

对于所研究的微电网最优潮流问题, 优化变量为各台 DG 节点的节点注入功率, 即各台 DG 发出的有功和无功功率, 而对于非 DG 节点, 如负荷节点和中间网络节点, 其节点注入功率一般预先给定。此外, 需要说明的是, 对于配电网最优潮流问题, 配电网和上级主网之间存在功率交换, 而本章的研究对象是离网运行的微电网, 其与上级主网之间没有功率交换, 需要自行维持功率平衡。

## 2 微电网最优潮流的分布式求解算法

本节首先介绍 ADMM 算法的基本原理<sup>[2]</sup>, 之后应用该算法对微电网最优潮流模型 (11) 进行分布式求解。

### 2.1 ADMM 算法介绍

ADMM 算法融合了对偶分解法的分解特性和乘子法优越的收敛特性。考虑如

下优化问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) + g(z) \\ \text{over } & x \in K_x, z \in K_z \\ \text{s.t.} \quad & x = z \end{aligned} \quad (12)$$

其中， $K_x$  和  $K_z$  是凸集，称  $x \in K_x$  为  $x$  约束， $z \in K_z$  为  $z$  约束。该问题的特点是  $x$  和  $z$  分别属于不同的约束集，但同时  $x = z$ 。令  $\lambda$  表示约束  $x = z$  的 Lagrange 乘子，则增广 Lagrange 函数定义为

$$L_\rho(x, z, \lambda) := f(x) + g(z) + \langle \lambda, x - z \rangle + \frac{\rho}{2} \|x - z\|_2^2 \quad (13)$$

其中， $\rho \geq 0$  是一个常数，符号  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示内积运算。对于第  $k$  次迭代，ADMM 算法的迭代格式如下

$$x^{k+1} = \arg \min_{x \in K_x} L_\rho(x, z^k, \lambda^k) \quad (14)$$

$$z^{k+1} = \arg \min_{z \in K_z} L_\rho(x^{k+1}, z, \lambda^k) \quad (15)$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho(x^{k+1} - z^{k+1}) \quad (16)$$

在每一次迭代过程中，ADMM 算法均需要完成式 (14) 所示的  $x$  迭代，式 (15) 所示的  $z$  迭代，以及式 (16) 所示的  $\lambda$  迭代。定义第  $k$  次迭代的原始残差  $r^k$  和对偶残差  $s^k$  分别为

$$r^k := \|x^k - z^k\|_2 \quad (17)$$

$$s^k := \rho \|z^k - z^{k-1}\|_2 \quad (18)$$

能够证明，对于凸优化问题，ADMM 算法能保证原始残差和对偶残差收敛至 0 并且目标函数收敛至全局最优解<sup>[2]</sup>。

## 2.2 微电网最优潮流的 ADMM 算法求解

应用 ADMM 算法对微电网最优潮流模型 (11) 进行分布式求解的基本思想是将原问题 (11) 分解为每个节点对应的子问题，每个节点在求解自身的子问题时仅需本地信息以及相邻节点的信息，通过对所有子问题的不断迭代求解最终收敛到原问题的最优解。

在模型 (11) 中，约束 (6) ~ (8) 及 (10) 仅包含本地节点  $i$  的变量，将其

设置为  $z$  约束。对于约束 (1) ~ (3)，将其设置为  $x$  约束。约束 (1) ~ (3) 不仅包含本地节点  $i$  的变量，还包含相邻节点的变量，为了使不同节点的约束之间能够解耦，需要对每一个本地节点  $i$  构建其对相邻节点变量的估计值。具体地，约束 (1) 和 (2) 包含节点  $i$  的子节点  $j \in C_i$  的支路功率  $P_{bj}$  和  $Q_{bj}$  以及支路电流  $l_j$ ，为此构建节点  $i$  对其 (i) 子节点支路功率的估计变量  $P_{bj,i}$  和  $Q_{bj,i}$ ，以及 (ii) 子节点支路电流的估计变量  $l_{j,i}$ 。约束 (3) 包含节点  $i$  的母节点  $A_i$  的电压  $v_{A_i}$ ，为此构建节点  $i$  对其母节点电压的估计变量  $v_{A_i,i}$ 。由此，模型 (11) 能够写为

$$\min \sum_{i \in \mathcal{N}} f_i(s_i^{(z)}) \quad (19)$$

$$P_{bi}^{(x)} + v_i^{(x)} G_i = \sum_{j \in C_i} (P_{bj,i}^{(x)} - R_j l_{j,i}^{(x)}) + p_i^{(x)} \quad i \in \mathcal{N} \quad (20)$$

$$Q_{bi}^{(x)} + v_i^{(x)} B_i = \sum_{j \in C_i} (Q_{bj,i}^{(x)} - X_j l_{j,i}^{(x)}) + q_i^{(x)} \quad i \in \mathcal{N} \quad (21)$$

$$v_{A_i,i}^{(x)} = v_i^{(x)} - 2(R_i P_{bi}^{(x)} + X_i Q_{bi}^{(x)}) + (R_i^2 + X_i^2) l_i^{(x)} \quad i \in \mathcal{E} \quad (22)$$

$$v_i^{(z)} l_i^{(z)} \geq P_{bi}^{(z)} + Q_{bi}^{(z)} \quad i \in \mathcal{E} \quad (23)$$

$$\underline{p}_i \leq p_i^{(z)} \leq \bar{p}_i, \quad \underline{q}_i \leq q_i^{(z)} \leq \bar{q}_i, \quad \underline{v}_i \leq v_i^{(z)} \leq \bar{v}_i \quad i \in \mathcal{N} \quad (24)$$

$$P_{bi}^{(x)} = P_{bi}^{(z)}, Q_{bi}^{(x)} = Q_{bi}^{(z)}, l_i^{(x)} = l_i^{(z)}, v_i^{(x)} = v_i^{(z)}, p_i^{(x)} = p_i^{(z)}, q_i^{(x)} = q_i^{(z)} \quad (25)$$

$$P_{bj,i}^{(x)} = P_{bj}^{(z)}, Q_{bj,i}^{(x)} = Q_{bj}^{(z)}, l_{j,i}^{(x)} = l_j^{(z)}, j \in C_i \quad (26)$$

$$v_{A_i,i}^{(x)} = v_{A_i}^{(z)} \quad (27)$$

回顾 ADMM 算法的基本模型 (12)，由于 ADMM 算法有  $x$  变量和  $z$  变量进行交替迭代，上述模型中形如  $(\cdot)^{(x)}$  的变量表示在  $x$  迭代中进行迭代的变量，而形如  $(\cdot)^{(z)}$  的变量表示在  $z$  迭代中进行迭代的变量。约束 (20) ~ (22) 为  $x$  约束，约束 (23) 和 (24) 为  $z$  约束，而 (25) ~ (27) 是对应于  $x = z$  的约束。需要说明的是，式 (26) 和 (27) 保证了节点  $i$  对其邻近节点变量的估计值与邻近节点变量的实际值相等。为便于表述，定义如下变量：

$$\begin{aligned}
x_i &:= (v_i^{(x)}, l_i^{(x)}, P_{bi}^{(x)}, Q_{bi}^{(x)}, p_i^{(x)}, q_i^{(x)}) \\
x_{j,i} &:= (l_{j,i}^{(x)}, P_{bj,i}^{(x)}, Q_{bj,i}^{(x)}) \\
z_i &:= (v_i^{(z)}, l_i^{(z)}, P_{bi}^{(z)}, Q_{bi}^{(z)}, p_i^{(z)}, q_i^{(z)}) \\
z_i^* &:= (l_i^{(z)}, P_{bi}^{(z)}, Q_{bi}^{(z)})
\end{aligned} \tag{28}$$

此外, 定义  $\lambda_i$  为对应于约束 (25) 的 Lagrange 乘子, 定义  $\mu_{i,j}$  为对应于约束 (26) 的 Lagrange 乘子, 定义  $\eta_i$  为对应于约束 (27) 的 Lagrange 乘子。则节点  $i$  本地所拥有的全部变量为  $\{x_i, v_{A_i,i}^{(x)}, \{x_{j,i}, j \in C_i\}, z_i, \lambda_i, \{\mu_{i,j}, j \in C_i\}, \eta_i\}$ 。目标函数 (19) 的增广 Lagrange 函数为

$$L_\rho(x, z, \lambda, \mu, \eta) = \sum_{i \in \mathcal{N}} W_i(x_i, v_{A_i,i}^{(x)}, \{x_{j,i}, j \in C_i\}) = \sum_{i \in \mathcal{N}} H_i(z_i) \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
&W_i(x_i, v_{A_i,i}^{(x)}, \{x_{j,i}, j \in C_i\}) \\
&= f_i(s_i^{(z)}) + \langle \lambda_i, x_i - z_i \rangle + \sum_{j \in C_i} \langle \mu_{i,j}, x_{j,i} - z_j^* \rangle + \langle \eta_i, v_{A_i,i}^{(x)} - v_{A_i}^{(z)} \rangle \\
&\quad + \frac{\rho}{2} \left( \|x_i - z_i\|_2^2 + \sum_{j \in C_i} \|x_{j,i} - z_j^*\|_2^2 + \|v_{A_i,i}^{(x)} - v_{A_i}^{(z)}\|_2^2 \right)
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
H_i(z_i) &= f_i(s_i^{(z)}) + \langle \lambda_i, x_i - z_i \rangle + \langle \mu_{A_i,i}, x_{i,A_i} - z_i^* \rangle + \sum_{j \in C_i} \langle \eta_j, v_{i,j}^{(x)} - v_i^{(z)} \rangle \\
&\quad + \frac{\rho}{2} \left( \|x_i - z_i\|_2^2 + \|x_{i,A_i} - z_i^*\|_2^2 + \sum_{j \in C_i} \|v_{i,j}^{(x)} - v_i^{(z)}\|_2^2 \right)
\end{aligned} \tag{31}$$

其中, 式 (30) 和 (31) 分别用于  $x$  迭代和  $z$  迭代。

基于 (14) ~ (16), 下面详述运用 ADMM 算法进行分布式求解的过程。

#### (1) 分布式 $x$ 迭代

在  $x$  迭代中, 所有子节点共同求解如下  $x$  迭代优化问题:

$$\arg \min_{x \in K_x} L_\rho(x, z, \lambda, \mu, \eta) = \arg \min_{x \in K_x} \sum_{i \in \mathcal{N}} W_i(x_i, v_{A_i,i}^{(x)}, \{x_{j,i}, j \in C_i\}) \tag{32}$$

由于上式  $x$  迭代优化问题的总目标函数是所有节点目标函数的求和, 因此可将总目标函数按照节点进行拆分, 由此可得对应于每个子节点需要求解的优化子问题为

$$\begin{aligned}
& \min W_i \left( x_i, v_{A_i,i}^{(x)}, \{x_{j,i}, j \in C_i\} \right) \\
& \text{over } x_i, v_{A_i,i}^{(x)}, \{x_{j,i}, j \in C_i\} \\
& \text{s.t. } P_{bi}^{(x)} + v_i^{(x)} G_i = \sum_{j \in C_i} (P_{bj,i}^{(x)} - R_j l_{j,i}^{(x)}) + p_i^{(x)} \\
& \quad Q_{bi}^{(x)} + v_i^{(x)} B_i = \sum_{j \in C_i} (Q_{bj,i}^{(x)} - X_j l_{j,i}^{(x)}) + q_i^{(x)} \\
& \quad v_{A_i,i}^{(x)} = v_i^{(x)} - 2 \left( R_i P_{bi}^{(x)} + X_i Q_{bi}^{(x)} \right) + \left( R_i^2 + X_i^2 \right) l_i^{(x)}
\end{aligned} \tag{33}$$

对于优化子问题 (33)，约束条件中的变量全部是节点  $i$  的本地变量，而目标函数中含有邻近节点的变量。因此在求解 (33) 前，节点  $i$  需要通过通信获取其子节点的变量  $z_j$  和  $z_j^*$ ，以及其母节点的变量  $v_{A_i}^{(z)}$ 。(33) 是一个凸优化问题，可以通过成熟的商业软件计算得到最优解或通过理论推导得到最优解的解析表达式<sup>[3]</sup>。

### (2) 分布式 $z$ 迭代

在  $z$  迭代中，所有子节点共同求解如下  $z$  迭代优化问题：

$$\arg \min_{z \in K_z} L_\rho(x, z, \lambda, \mu, \eta) = \arg \min_{z \in K_z} \sum_{i \in \mathcal{N}} H_i(z_i) \tag{34}$$

上式中  $z$  迭代优化问题的总目标函数也是所有节点目标函数的求和，因此同样可以将总目标函数按照节点进行拆分，由此可得对应于每个子节点需要求解的优化子问题为

$$\begin{aligned}
& \min H_i(z_i) \\
& \text{over } z_i \\
& \text{s.t. } v_i^{(z)} l_i^{(z)} \geq P_{bi}^{(z)} + Q_{bi}^{(z)} \\
& \quad \underline{p}_i \leq p_i^{(z)} \leq \bar{p}_i, \quad \underline{q}_i \leq q_i^{(z)} \leq \bar{q}_i \\
& \quad \underline{v}_i \leq v_i^{(z)} \leq \bar{v}_i
\end{aligned} \tag{35}$$

对于优化子问题 (35)，约束条件中的变量全部是节点  $i$  的本地变量，而目标函数中含有邻近节点的变量。因此在求解 (35) 前，节点  $i$  需要通过通信获取其子节点的变量  $v_{i,j}^{(x)}$  和  $\eta_j$ ，以及其母节点的变量  $x_{i,A_i}$  和  $\mu_{A_i,i}$ 。(35) 也是一个凸优化问题，可以通过成熟的商业软件计算得到最优解或通过理论推导得到最优解的解析表达式<sup>[3]</sup>。

### (3) 分布式 $\lambda$ 迭代

根据式 (16)，每个子节点的迭代过程如下所示

$$\begin{aligned}
\lambda_i &= \lambda_i + \rho(x_i - z_i) \\
\mu_{i,j} &= \mu_{i,j} + \rho(x_{j,i} - z_j^*), j \in C_i \\
\eta_i &= \eta_i + \rho(v_{A_i,i}^{(x)} - v_{A_i}^{(z)})
\end{aligned} \tag{36}$$

在迭代之前，节点  $i$  需要通过通信获取其子节点的变量  $z_j^*$  以及其母节点的变量  $v_{A_i}^{(z)}$ 。

综上所述，基于 ADMM 算法的微电网最优潮流分布式求解流程为：

- 步骤(i)：每个节点分别求解各自的  $x$  迭代优化子问题（33）；
- 步骤(ii)：每个节点分别求解各自的  $z$  迭代优化子问题（35）；
- 步骤(iii)：每个节点分别计算各自的  $\lambda$  迭代（36）以更新 Lagrange 乘子；
- 步骤(iv)：重复步骤(i), (ii)和(iii)，反复迭代直到原始残差  $r^k$  和对偶残差  $s^k$  均小于  $10^{-4}\sqrt{N}$ ，算法收敛。

由于每个节点在求解各自的优化子问题时仅需本地变量以及相邻节点的变量，因此该算法能够实现分布式求解。

### 2.3 算例分析

算例系统采用如图 1 所示的 4 机 9 节点系统，表 1、表 2 和表 3 分别给出了该微电网系统的电气参数、各 DG 单元的控制参数以及经济成本参数。

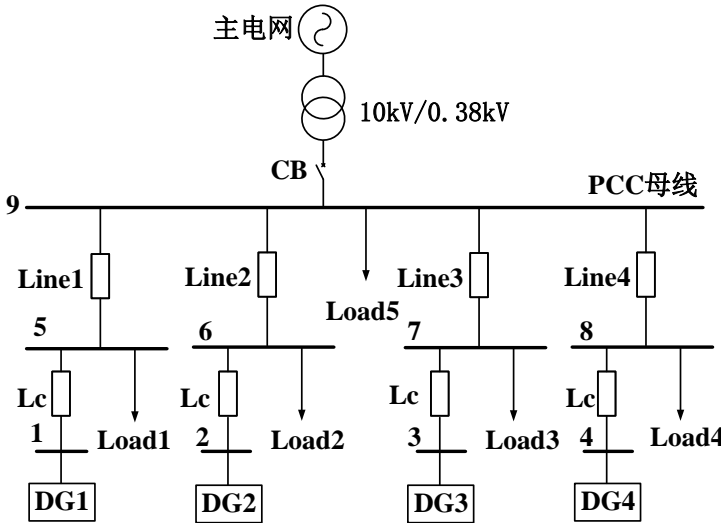


图 1 4 机 9 节点微电网系统

表 1 4 机 9 节点微电网系统的电气参数

类型	电气参数
线路	$Z_{line1}=0.18\Omega+j0.09\Omega$ , $Z_{line2}=0.2\Omega+j0.31\Omega$ , $Z_{line3}=0.23\Omega+j0.22\Omega$ , $Z_{line4}=0.21\Omega+j0.19\Omega$
负荷	Load1=13kW+10kVar, Load2=18kW+7.5kVar, Load3=12kW+4kVar, Load4=10kW+5kVar, Load5=55kW+10kVar



表 2 4 机 9 节点微电网系统中各台 DG 的控制参数

参数描述	参数符号	DG1&2	DG3&4
有功下垂系数	$m_i(\text{rad/s/kW})$	0.209	0.314
无功下垂系数	$n_i(\text{kV/kVar})$	$0.389 \times 10^{-3}$	$0.585 \times 10^{-3}$
额定有功功率	$P_i^*(\text{kW})$	30	20
最大输出有功功率	$P_{imax}(\text{kW})$	45	30
额定无功功率	$Q_i^*(\text{kVar})$	15	10
最大输出无功功率	$Q_{imax}(\text{kW})$	20	13.33

表 3 4 机 9 节点微电网系统中各台 DG 的经济成本参数

	DG1	DG2	DG3	DG4
$\alpha_i$	0.094	0.078	0.105	0.082
$\beta_i$	1.22	3.41	2.53	4.02
$\gamma_i$	51	31	78	42

对微电网最优潮流问题（11）分别采用 ADMM 算法分布式求解和采用集中式算法求解时，式（11）中三种目标函数的优化结果如表 4 所示。进一步，以优化网损为例，表 5 分别给出了采用分布式算法和集中式算法求解得到的 DG 功率出力优化结果。由表 4 和表 5 可知，两种算法在目标函数以及 DG 功率出力优化结果之间的误差均很小，由此验证了所使用的分布式算法的有效性。

表 4 采用分布式算法和集中式算法对目标函数的优化结果对比

	分布式算法	集中式算法	误差
网损(kW)	1.5430	1.5427	0.0194%
总经济成本(元)	770.45	770.38	0.0091%
总电压偏差	0.032256	0.032251	0.0155%

表 5 优化网损时采用分布式算法和集中式算法对 DG 功率出力的优化结果对比

	有功出力(kW)		无功出力(kVar)	
	分布式算法	集中式算法	分布式算法	集中式算法
DG1	28.81	28.83	12.82	12.81
DG2	31.99	31.98	10.69	10.71
DG3	24.75	24.74	6.79	6.81
DG4	24.01	24.00	7.94	7.93

## 参考文献

- [1] Farivar Masoud, Low Steven H. Branch Flow Model: Relaxations and Convexification—Part I. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 2554-2564.
- [2] Boyd Stephen. Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers. Foundations and Trends® in Machine Learning, 2010, 3(1): 1-122.
- [3] Peng Q., Low S. H. Distributed Optimal Power Flow Algorithm for Radial Networks, I: Balanced Single Phase Case. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, early access article.