

# 第三章 数字滤波器

和敬涵

北京交通大学电气工程学院



# 内容

- 数字滤波器的基本概念
- 数字滤波器的基本原理
- 数字滤波器型式的选择



# 3.1 数字滤波器的基本概念

## 一、滤波器

是一个装置或系统，用于对输入信号进行某种加工处理，以达到取得信号中的有用信息而去掉无用成份的目的。

在微机保护中：

模拟滤波器

数字滤波器

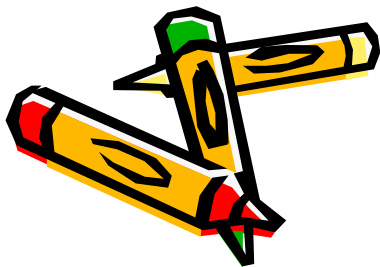


- 模拟滤波器

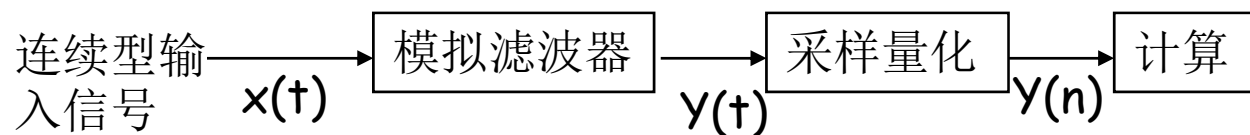
应用无源( $R$ 、 $L$ 、 $C$ )或有源(包括运算放大器等)电路元件组成的这样一个物理装置或系统。

- 数字滤波器

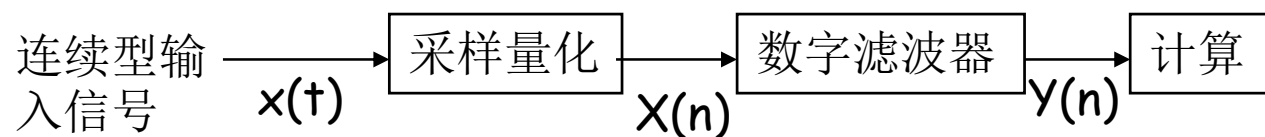
将输入模拟信号 $X(t)$ 经过采样和模数转换变成数字量后, 进行某种数学运算以去掉信号中的无用成份, 然后再经过数模转换得到模拟量输出 $y(t)$ 。



- 模拟滤波器示意图:



- 数字滤波器示意图:



数字滤波器通常是指一个用一种算法或者数字设备实现的一种线性时不变离散时间系统，以完成对信号进行滤波处理的任务。



## 二、数字滤波器的优点

- 滤波精度高

通过增加微型机运算所使用的字长，可以很容易提高精度；如：**16位**： $10^{-4.8}$ ；**32位**： $10^{-9.6}$

- 具有高度的灵活性

通过改变滤波算法或某些滤波参数，可灵活调整数字滤波器的滤波特性，易于适应不同场合的需求。

- 稳定性高

不存在由于温度变化，元件老化等因素对滤波器特性影响的问题

- 便于分时复用

可完成所有通道的滤波任务，并能保证各通道的滤波性能完全一致。



### 三、数字滤波器的形式

数字滤波器的运算过程可用常系数线性差分方程来表述：

$$y(n) = \sum_{i=0}^m a_i x(n-i) + \sum_{j=0}^m b_j y(n-j)$$

$x(n)$ 、 $y(n)$ 分别为滤波器的输入值和输出值序列；

$a_i$ 、 $b_j$  为滤波器系数；

通过选择滤波系数，可滤除输入信号序列 $x(n)$ 中的无用频率成分，使输出序列 $y(n)$ 能更明确反映有效信号的变化特征。





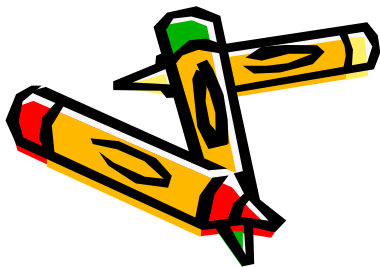
$b_j = 0$       非递归型滤波器

$b_j \neq 0$       递归型滤波器

非递归型滤波器： $y(n)$ 只是过去和当前的输入值  
 $x(n-i)$ 的函数，与过去的输出值 $y(n-i)$ 无关；

递归型滤波器：过去的输出 $y(n-i)$ 对现在的输出 $y(n)$   
有直接影响；

就数字滤波器的运算结构而言，主要有以上  
两种基本形式。



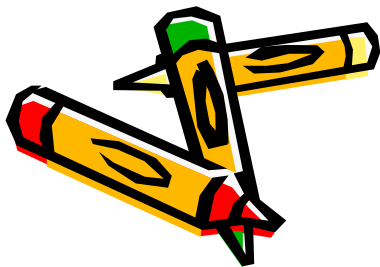
#### 四、数字滤波器的滤波特性

可用频率响应曲线来描述： $H=f(f/f_1)$

包括幅频特性和相频特性；

- 幅频特性：反映不同频率的输入信号经过滤波计算后，其幅值的变化情况；
- 相频特性：反映输入和输出信号之间相位变化的关系；

对大多数微机保护来说，由于保护原理只用到基频或某次谐波，因此，最关心的是滤波器的幅频特性。



数字滤波器举例：

设一个模拟信号即包含了工频基波信号，也包含了三次谐波成分，表达式：

$$X(t) = \sin \omega_1 t + 0.6 \sin(3\omega_1 t)$$

试分析经过采样计算如何滤去三次谐波。

如取 采样间隔 =  $5/3 \text{ ms}$

$$y(k) = (x(k) + x(k-2)) / \sqrt{3}$$

则：输出  $y(k)$  中三次谐波被滤去



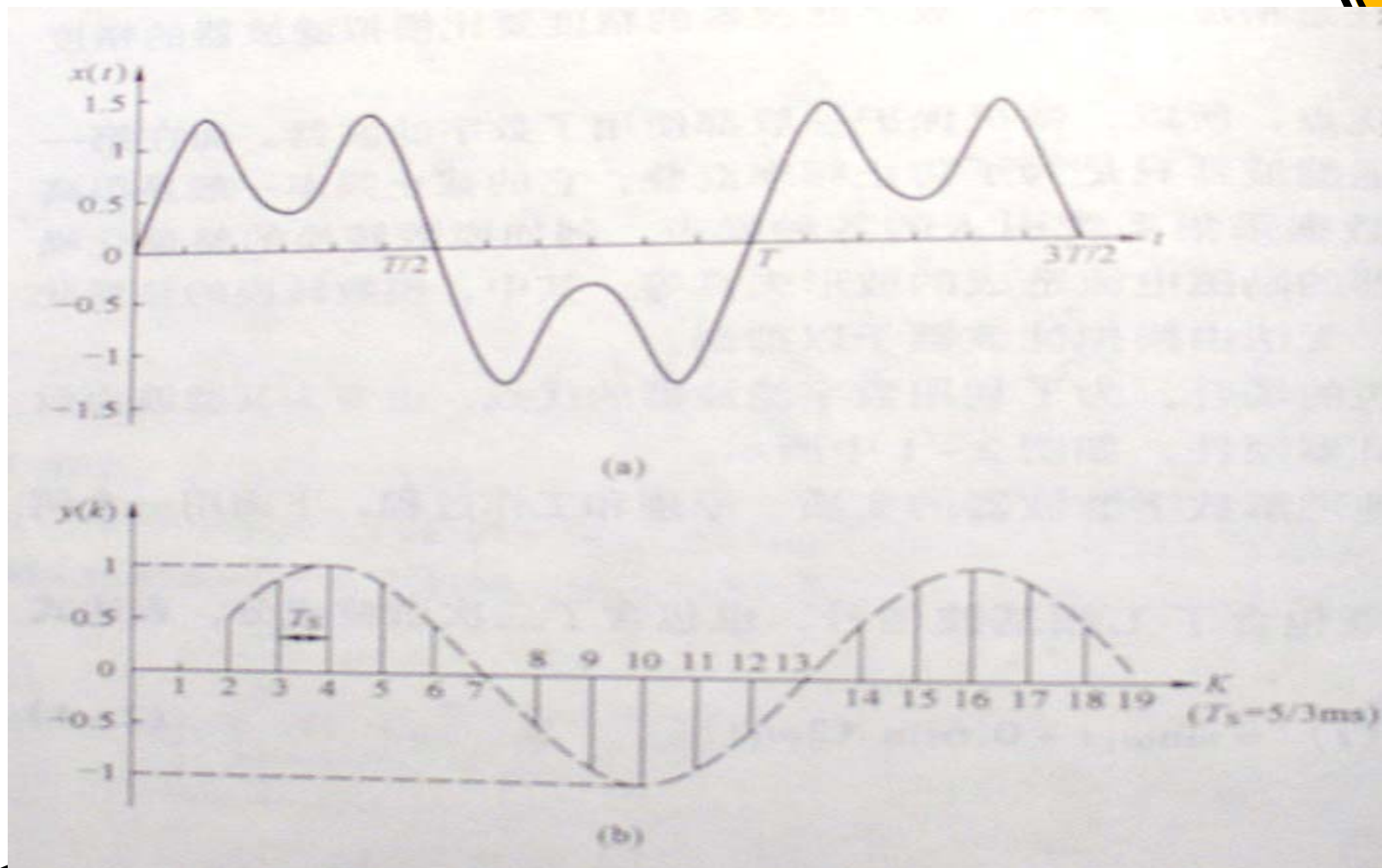
# 采样值与计算值



k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x(k)	0	1.1	0.866	0.4	0.866	1.1	0	-1.1	-0.866	-0.4	-0.866
y(k)			0.5	0.866	1	0.866	0.5	0	-0.5	-0.866	-1

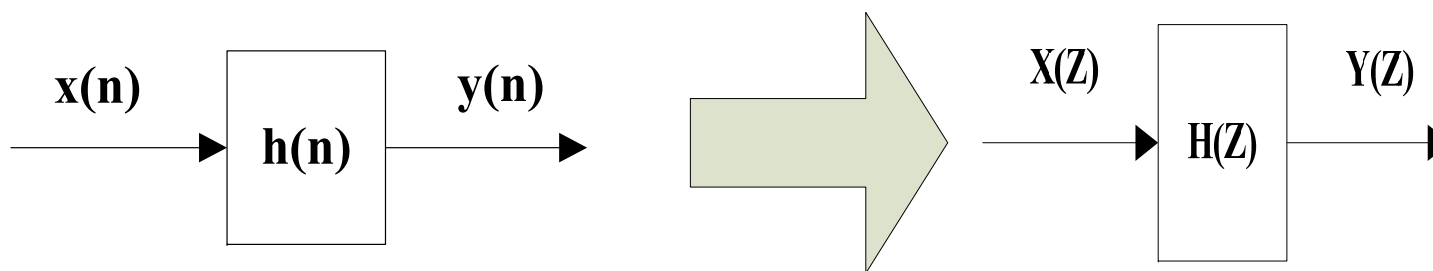


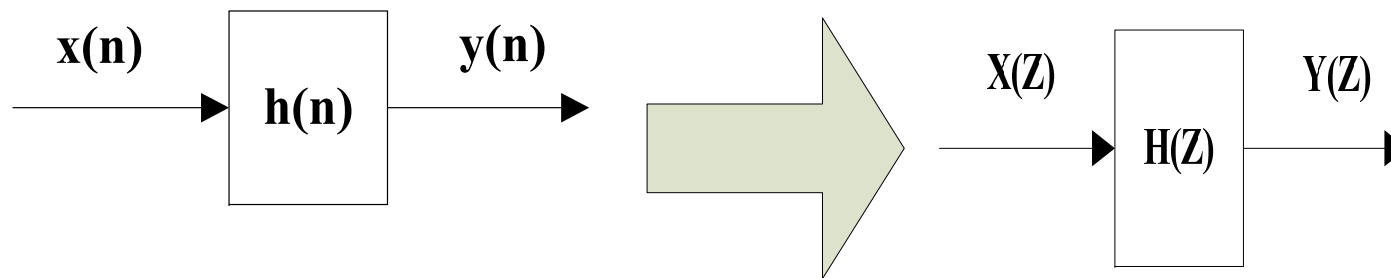
# 输入与输出的波形



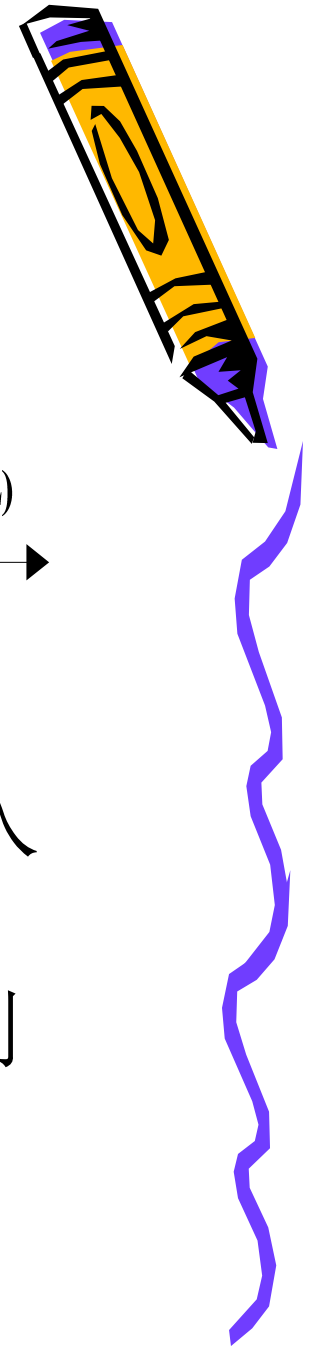
## 3.2 数字滤波器的基本原理

数字滤波器通常是指一个用一种算法或者数字设备实现的一种线性时不变离散时间系统，以完成对信号进行滤波处理的任





图中， $x(n)$ 、 $y(n)$ 分别为滤波器的输入序列和输出序列， $h(n)$ 是滤波器的单位采样响应。 $X(Z)$ 、 $Y(Z)$ 、 $H(Z)$ 分别是它们的Z变换



$$Y(Z)=H(Z)X(Z)$$

用  $Z = e^{j\omega}$  代入上式

$$Y(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})$$

式中,  $X(e^{j\omega})$ 、 $Y(e^{j\omega})$  分别为数字滤波器输入序列和输出序列的频谱,  $H(e^{j\omega})$  为单位采样响应  $h(n)$  的频谱。





由此可见，输入序列的频谱  $X(e^{j\omega})$  经过滤波器后，变成了  $H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})$ 。不同，输出便不一样。只要选取适当的  $H(e^{j\omega})$ ，就可使得  $H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})$  符合要求，这就是数字滤波器的滤波原理。



# 3—2数字滤波器的基本原理



# 数字滤波器的原理

## 一、非递归型数字滤波器

### 1、差分（减法）滤波器

滤波方程： $y(n)=x(n)-x(n-k)$

$k \geq 1$  称差分步长。

可根据不同的  
滤波要求进行  
选择

根据幅频特性的基本定义对差分滤波器的  
滤波特性进行分析：

不同频率的输入信号

经过滤波计算后，其幅值变化的情况。



对于:  $x(t) = x_m \sin(2\pi ft + \varphi_x)$

$x_m$ 、 $\varphi_x$ 、 $f$ : 输入信号的幅值、相位和频率

采样值:

$$x(n) = x_m \sin(2\pi f t_n + \varphi_x)$$

$$x(n-k) = x_m \sin(2\pi f(t_n - kTs) + \varphi_x)$$

$Ts$  采样周期

若每基波周期内采样点数为 $N$

则  $Ts = 1/Nf_1$

前 $K$ 点采样值



经差分滤波计算后，输出信号序列为：

$$y(n)=x(n)-x(n-k)$$
$$=y_m \sin(2 \pi f t_n + \varphi_y)$$

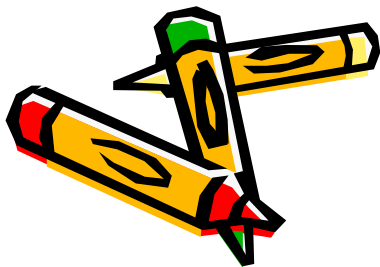
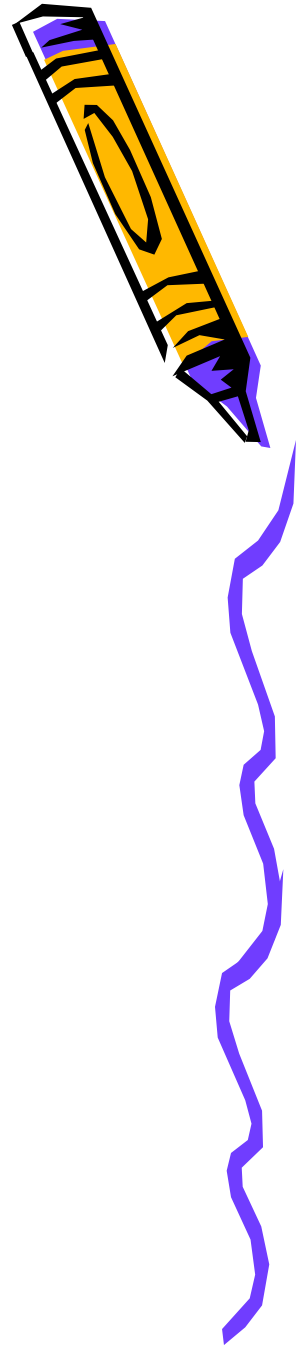
$$Y_m=2x_m \sin(2 \pi f k T_s/2)$$

$$\Phi_y = \Phi_x - (2 \pi f k T_s/2) + \pi / 2$$

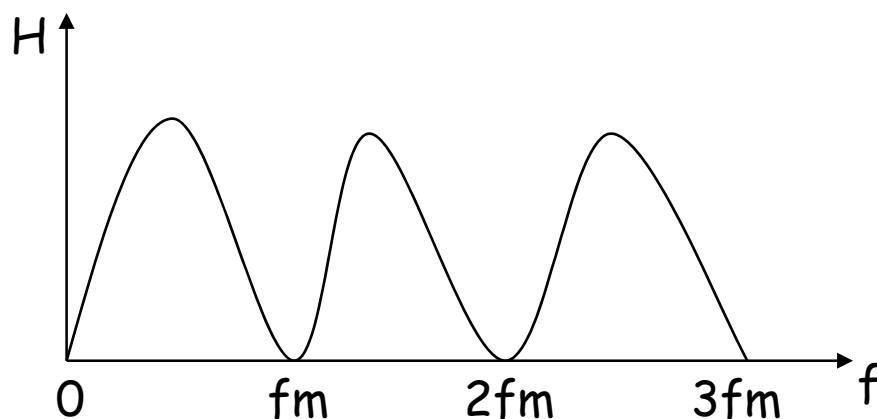
差分滤波器的幅频特性为：

$$H(f)=|Y_m|/x_m = |2 \sin(2 \pi f k T_s/2) |$$

$$f_m=1/K T_s=N f_1/K$$



幅频特性：



讨论：

(1) 经差分滤波后，输入信号中的直流分量及频率为 $f_m$ 和 $f_m$ 的整数倍谐波

分量被完全滤除；



(2) 微机保护中差分滤波器主要用于:

a. 抑制故障信号中衰减直流分量的影响;

突出优点之一是可以完全滤除输入信号中的恒定直流分量, 即使对于衰减的直流分量也有良好的抑制作用。(为减小算法的数据窗, 加快计算速度, 通常取 $K=1$ )

b. 提取故障信号中的故障分量

$$y(n) = x(n) - x(n-k)$$

若取 $K=N$  则 $y(n) = x(n) - x(n-N)$ ,

$$f_m = 1/NT_s = f_1$$

该滤波器可滤除直流、基频及所有整次谐波分量。



- 当电力系统正常稳态运行时，滤波器无输出， $y(n)=0$ ;
- 当发生故障时，在故障后的第一个工频周期内，输出量 $y(n)$ 为故障信号中的故障分量;

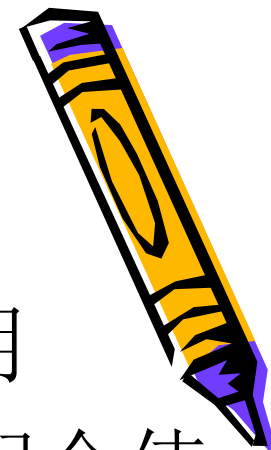
因此，差分滤波器常用来实现故障检测（启动）元件、选相元件及其他利用故障分量原理构成的保护。





### (3) 缺点:

对故障信号中的高频分量有放大作用  
所以一般不单独使用，需与其他算法配合使用，以保证在故障信号中同时包含有衰减直流分量和  
其他高频分量时，仍具有良好的综合滤波效果。



## 2、积分滤波器

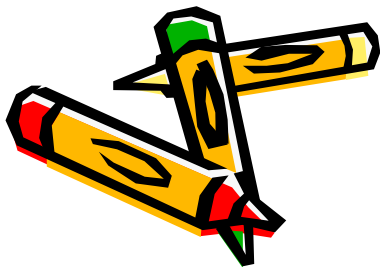
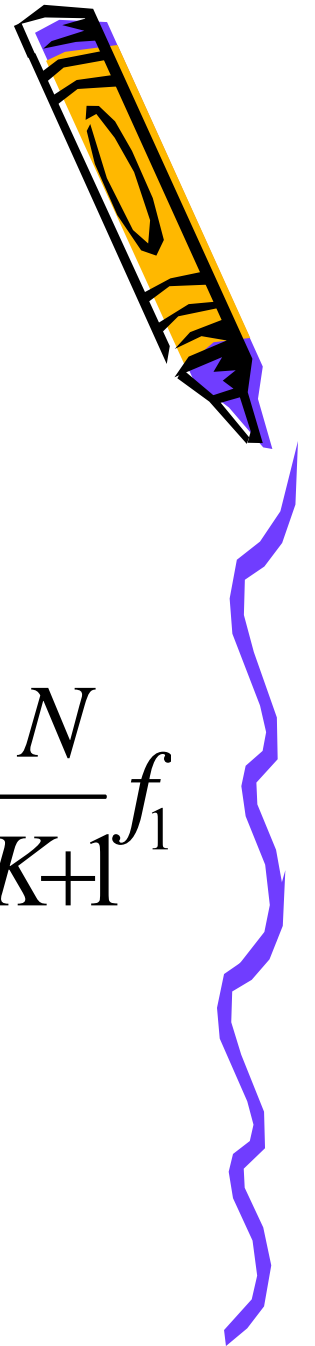
滤波方程：

$$y(n) = \sum_{i=0}^k x(n-i) \quad K \geq 1$$

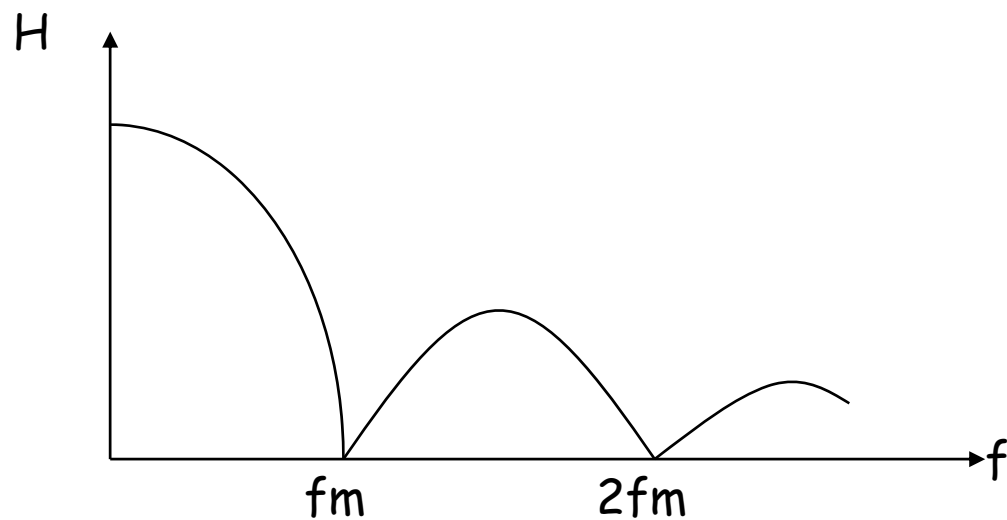
其幅频特性：

$$H(f) = \left| \frac{\sin \frac{2\pi f (k+1)}{2Nf_1}}{\sin \frac{2\pi f}{2\pi f_1}} \right|$$

$$f_m = \frac{N}{K+1} f_1$$

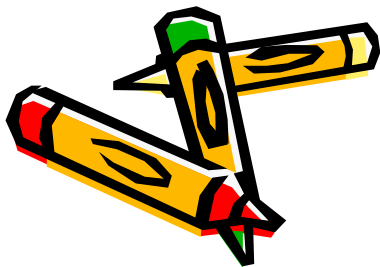


# 积分滤波器幅频特性:



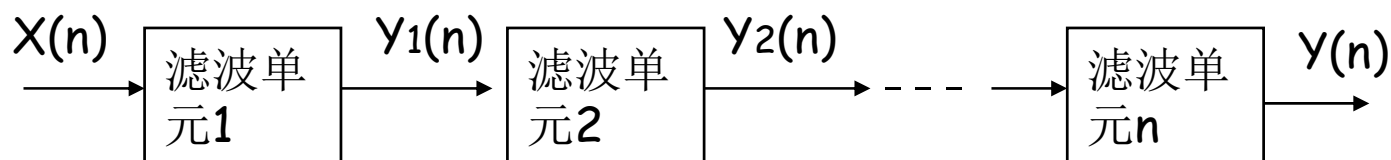
讨论：

- (1) 积分滤波器不能滤去输入信号中的直流分量和低频分量；
- (2) 积分滤波器对高频分量有一定的抑制作用；
- (3) 若取  $K = (N-1)/2$ ，即积分区间或算法的数据窗为半个积分周期，称半周积分滤波算法，则  $f_m = 2f_1$ ，滤波器可滤除所有的偶次谐波分量；



### 3、滤波器的级联

差分滤波器和积分滤波器结构简单、计算量小，但各自独立使用时，滤波特性难以满足要求，实际中，可把不同特性滤波器进行组合，以进一步提高滤波性能。级联是组合方法之一



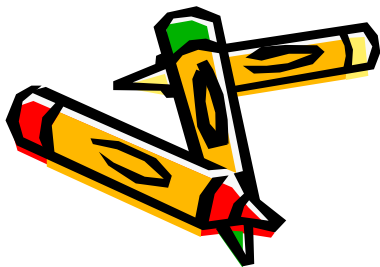
级联后，整个系统幅频特性等于各滤波单元幅频特性的乘积。

$$H(f) = \prod_{i=1}^m H_i(f)$$



## 4、非递归型数字滤波器的优缺点

- 是有限冲激响应滤波器(FIR: Finite Impulse Response)
- 滤波性能较稳定;  
(采用有限个输入信号的采样值进行滤波计算)
- 不存在计算过程中的舍入误差的积累造成滤波特性恶化;
- 要想获得理想的滤波特性, 要求数据窗较长, 适用于速度要求不高的场合



## 二、递归型数字滤波器

$$y(n) = \sum_{i=0}^m a_i x(n-i) + \sum_{j=0}^m b_j y(n-j)$$

$b_j$ 不全为0，滤波器的输出 $y(n)$ 不仅与当前和过去的输入值 $x(n-k)$ 有关，还取决于过去的值 $y(n-k)$ 。

1、基本特征：具有反馈和记忆特性



## 2、设计方法

### (1) 零极点配置法

在频域上通过对滤波器的传递函数的零和极点进行合理选择和配置，使滤波特性满足给定要求；

### (2) 借助模拟滤波器的设计方法进行设计

首先根据所要求滤波器的技术指标，采用已成熟的模拟滤波器的设计方法设计出参考模拟滤波器，通过仿真论证，然后采用适宜的转换方法，如脉冲响应不变法、阶跃响应不变法或双线性变换法等将参考模拟滤波器转换成数字滤波器。





### (3) 采用最优化技术进行滤波器设计

举例：线路距离保护中，常需提取故障信号中的基频分量，为了很好地抑制故障信号中其他非基频噪声分量的影响，可采用以基频频率为中心频率的带通滤波器，要求该滤波器通带带宽小，阻带衰减大，过渡带陡峭。

假设采样频率为**1000HZ**（每周采样**20**点）

采用零极点配置法设计，其滤波方程：

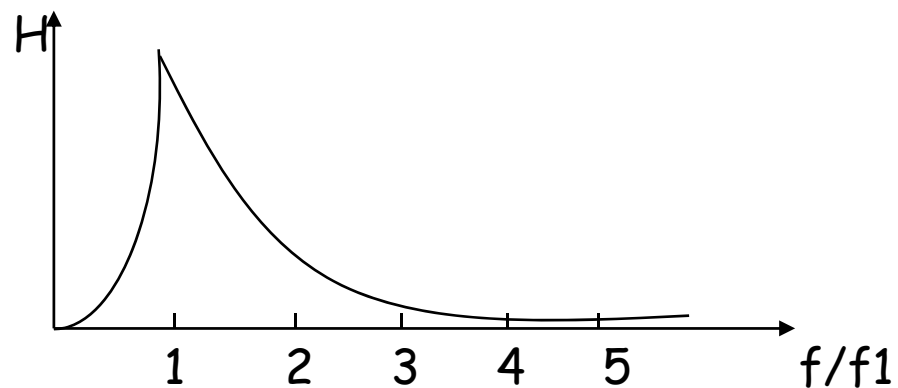
$$Y(n)=x(n)-x(n-2)+1.8424y(n-1)-0.9391y(n-2)$$



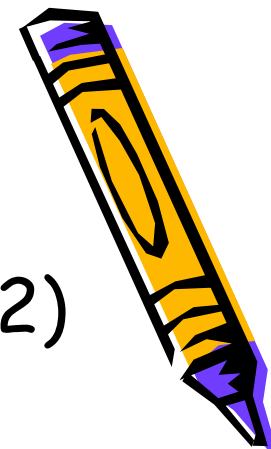
滤波方程:

$$Y(n)=x(n)-x(n-2)+1.8424y(n-1)-0.9391y(n-2)$$

滤波特性:



滤波特性理想，速度快，实用。



### 3、递归型数字滤波器的优缺点

- 都是无限冲激响应滤波器 (**IIR: Infinite Impulse Response**)
- 计算量小、速度快  
(相当于数据窗为无穷大的非递归型滤波器)
- 计算过程的舍入误差不断积累使滤波性能恶化  
(递推计算, 计算机字长有限)



### 三、数字滤波器型式的选择

就微机保护的应用范围来说，不同的保护原理，不同的算法，不同的软件安排等都会对滤波器有不同的选择,选择哪一种型式在很大的程度上决定于应用场合对滤波器的要求。



- 继电保护是实时系统，要求保护能够快速对被保护对象的故障作出响应。就这一点，用非递归型好。

因为它是有限冲激响应的，而且它的设计比较灵活，易于在频率特性和冲激响应之间，也就是滤波效果和响应时间之间作出权衡。



- 继电保护是实时数据处理系统，数据采集系统按照采样速率源源不断地向微机输入数据，处理的速度必需要能跟上这实时节拍，否则将造成数据积压，无法工作。就这一点来说，用递归型较好，因为它的运算量要小得多。

有些保护要求连续不断地计算和监视各种电气量，考虑到电力系统是一个三相系统，要计算量很多，用非递归滤波器可能在两个相邻采样间隔内完不成必需完成的工作。



- 有些保护装置由于种种原因，设有起动元件。例如距离保护设有振荡闭锁起动元件，距离Ⅰ段的测量元件只在起动元件动作后才允许投入工作。这样微机距离保护的阻抗计算可以在起动元件动作后才开始，这时采用非递归型又显出了其优点，因为它不需要历史资料，可以在起动元件动作后取用故障后的数据进行计算，并且也可以不要求在一个采样间隔内完成一次阻抗计算。
- 如果用递归滤波器，即使正常时不要求阻抗计算，滤波器也必须对所有的量进行不间断的滤波运算，否则一旦起动元件起动，无法取得要求的  $y(nT_s - T_s)$ ,  $y(nT_s - 2T_s)$ .....等。

